





Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000249942







BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA L. 13.

Dr. W. LÁSKA i Inż. S. WIDT

profesorowie Szkoły Politechnicznej we Lwowie.

# MIERNICTWO

Część II.

Teodolit i jego zastosowanie do *zajęć* polygonalnych  
z uwzględnieniem instrukcyi katastralnej z roku 1887.

Cena 4 korony

WE LWOWIE.

I. Związkowa drukarnia we Lwowie, ul. Lindego L. 4.

1903.



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA J. 18.

Dr. W. LASKA i inż. S. WIDT

profesorowie Instytut Politechniczny w Łodzi

MIRNICTWO



III - 605109

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



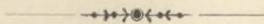
100000249942

D 5-182/2013



# SPIS RZECZY.

	Strona
§. 1. Układ współrzędnych . . . . .	1
§. 2. Wzory fundamentalne . . . . .	4
§. 3. I. Zadanie fundamentalne . . . . .	6
§. 4. II. Zadanie fundamentalne . . . . .	12
§. 5. III. Główne zadanie . . . . .	14
§. 6. IV. Główne zadanie . . . . .	17
§. 7. V. Główne zadanie . . . . .	18
§. 8. Zadanie . . . . .	18
§. 9. Zadanie . . . . .	19
—	
§. 10. Opis teodolitu . . . . .	22
§. 11. Rektyfikacja teodolitu . . . . .	23
§. 12. Błędy translacyjne (położenia) . . . . .	26
§. 13. Błędy rotacyjne (pochylenia) . . . . .	30
§. 14. Wpływ błędów na pomiar kątów poziomych . . . . .	34
§. 15. Ustawienie teodolitu na stanowisku . . . . .	37
§. 16. Wpływ złego ustawienia poziomego na pomiar kątów poziomych . . . . .	38
§. 17. Błędy podziałki kół podzielonych . . . . .	40
§. 18. Pomiar kątów poziomych . . . . .	42
§. 19. Przyrząd uniwersalny . . . . .	45
§. 20. Jak postępować, jeżeli obok libeli niwelacyjnej, umieszczonej na lunecie, nie- ma drugiej libeli na przyrządzie . . . . .	46
—	
§. 21. Wyrównanie kątów . . . . .	47
—	
§. 22. Punkty katastralne . . . . .	51
§. 23. Skale katastralne . . . . .	52
§. 24. Podział na sekye . . . . .	52
§. 25. Odszukanie punktów katastralnych . . . . .	58
§. 26. Uwidocznienie punktów katastralnych . . . . .	60
§. 27. Sprawdzenie i dokładność punktów katastralnych . . . . .	60
§. 28. Tryangulacja . . . . .	61
§. 29. Założenie siatki polygonalnej . . . . .	64
§. 30. Zaznaczenie punktów polygonalnych . . . . .	66
§. 31. Nawiązanie punktów polygonalnych do punktów tryangulacyjnych . . . . .	67
§. 32. Pomiar siatki polygonalnej . . . . .	68
§. 33. Wyrównanie i obliczenie polygonu zamkniętego . . . . .	72
§. 34. Wyrównanie polygonu między punktami tryangulacyjnymi . . . . .	75
§. 35. Wykrycie grubych błędów w polygonach . . . . .	76
§. 36. Przykład obliczenia polygonu zamkniętego . . . . .	79
§. 37. Siatka normalna . . . . .	82
§. 38. Punkty węzłowe . . . . .	86
§. 39. Założenie siatki linii pomiarowych . . . . .	87
§. 40. Niektóre zadania, odnoszące się do linii pomiarowych . . . . .	88
§. 41. Wyznaczenie punktów przecięcia się boków polygonów z liniami sekyjnymi . . . . .	90
§. 42. Kosztorys . . . . .	90
§. 43. Przykłady obliczenia współrzędnych . . . . .	91





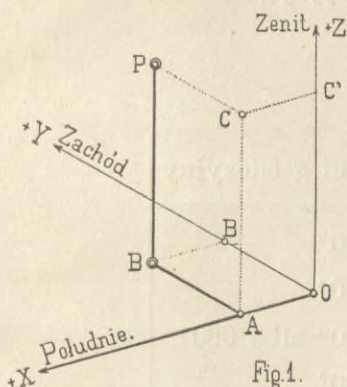




## §. I. Układ współrzędnych.

Względne położenia punktów na powierzchni ziemi wyznaczają się za pomocą współrzędnych, odniesionych do tak zwanego układu poziomego. Są one prostokątne albo też biegunowe. Punkt początkowy, t. zw. środkowy układu może być zupełnie dowolny; może nim

Układ astronomiczny.



być oko obserwatora, albo też pewien punkt przyrządu, jak np. w teodolicie punkt przecięcia się osi celowej z osią obrotu lunety. Pion przechodzący przez punkt środkowy jest osią  $Z$ . Płaszczyzna, poprowadzona prostopadle do pionu i przez punkt środkowy, nazywa się poziomem układu (oka, przyrządu). Od punktu środkowego na południe biegnie oś  $+X$ ; w kierunku zaś na zachód  $+Y$ . Układ taki nazywa się układem astronomicznym w odróżnieniu od układu geodezyjnego, w którym oś  $+X$  jest zwrócona na północ, a oś  $+Y$  na wschód. Rzędna  $Z$  jakiegoś punktu w obu układach nazywa się jego wysokością względną, bo względem poziomu tego układu wziętą. Dla punktu  $P$  mamy więc rzędne (patrz rys. 1.):

$$\begin{aligned} OA = BB' &= x_p. \\ OB' = AB &= y_p. \\ BP = AC = OC' &= z_p. \end{aligned}$$

Położenie punktu  $P$  można jednak oznaczyć i za pomocą rzędnych biegunowych

$$a, h, d$$

które z rzędnymi prostokątnymi tworzą następujące równania:

$$\left. \begin{aligned} x &= d \cos h \cos a \\ y &= d \cos h \sin a \\ z &= d \sin h \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 1)$$

w których  $d$  jest odległością punktu  $P$  od punktu środkowego  $O$ , a kąty  $a$  i  $h$  są określone równaniami

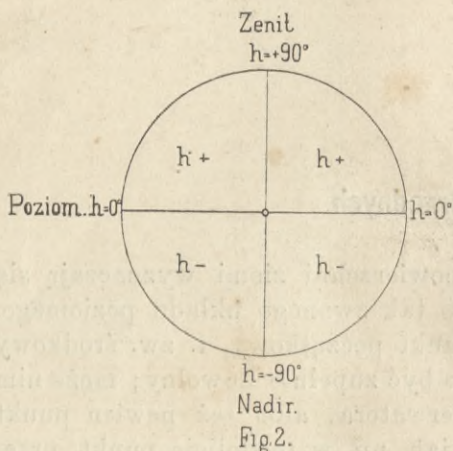
$$\operatorname{tg} a = \frac{y}{x}, \dots \dots \dots 2)$$

$$\operatorname{tg} h = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \dots \dots \dots 3)$$



albo też

$$\sin h = \frac{z}{d} \dots \dots \dots 4)$$



kąt  $h$  nazywa się kątem wzniesienia albo także kątem wysokości. Liczymy go zawsze od poziomu. Jest on więc dodatni, jeżeli punkt  $P$  znajduje się nad, i ujemny, jeżeli punkt  $P$  znajduje się pod poziomem. (Rys. 2). Kąt  $a$  nazywa się azymutem i liczy się w kierunku dziennego (pozornego) ruchu gwiazd, t. j. od punktu t. zw. południowego, przez zachód, północ, wschód i z powrotem do punktu południowego (azymut astronomiczny), albo też od północy przez wschód (azymut geodezyjny), w obu razach od  $0^\circ$  do  $360^\circ$ .

Mamy więc następującą tabliczkę:

Punkt	Azymut astron.	Azymut geodezyjny
Południe	$0^\circ$ albo $360^\circ$	$+180^\circ$
Zachód	$+90^\circ$	$+270^\circ$
Północ	$+180^\circ$	$0^\circ$ albo $360^\circ$
Wschód	$+270^\circ$	$+90^\circ$

Różnica dwóch azymutów nazywa się kątem poziomym.

Z danych  $a$ ,  $h$  i  $d$  obliczyć rzędne nie przedstawia żadnych trudności. Chcąc zaś z  $x$ ,  $y$ ,  $z$  obliczyć powyższe ilości, trzeba uważać na kwadrant azymutu. Do tego służy następująca tabliczka.

Kąt	$\sin a$	$\cos a$	$\operatorname{tg} a$	Położenie
$0 < a < 90^\circ$	+	+	+	Południe - Zachód
$a = 90^\circ$	+1	0	$\pm\infty$	Zachód
$90^\circ < a < 180^\circ$	+	-	-	Zachód - Północ
$a = 180^\circ$	0	-1	-0	Północ
$180^\circ < a < 270^\circ$	-	-	+	Północ - Wschód
$a = 270^\circ$	-1	0	$\pm\infty$	Wschód
$270 < a < 360^\circ$	-	+	-	Południe - Wschód
$a = 360^\circ$	0	+1	0	Południe



Kąt	sin	cos	tg	cotg
0°	0	+1	0	$\mp\infty$
90° - $\alpha$	+ cos $\alpha$	+ sin $\alpha$	+ cotg $\alpha$	+ tg $\alpha$
90°	+1	0	$\pm\infty$	0
90° + $\alpha$	+ cos $\alpha$	- sin $\alpha$	- cotg $\alpha$	- tg $\alpha$
180° - $\alpha$	+ sin $\alpha$	- cos $\alpha$	- tg $\alpha$	- cotg $\alpha$
180°	0	-1	0	$\mp\infty$
180° + $\alpha$	- sin $\alpha$	- cos $\alpha$	+ tg $\alpha$	+ cotg $\alpha$
270° - $\alpha$	- cos $\alpha$	- sin $\alpha$	+ cotg $\alpha$	+ tg $\alpha$
270°	-1	0	$\pm\infty$	0
270° + $\alpha$	- cos $\alpha$	+ sin $\alpha$	- cotg $\alpha$	- tg $\alpha$
360° - $\alpha$	- sin $\alpha$	+ cos $\alpha$	- tg $\alpha$	- cotg $\alpha$
360°	0	+1	0	$\mp\infty$
360° + $\alpha$	+ sin $\alpha$	+ cos $\alpha$	+ tg $\alpha$	+ cotg $\alpha$
- $\alpha$	- sin $\alpha$	+ cos $\alpha$	- tg $\alpha$	- cotg $\alpha$

Przykład. Dane są rzędne

$$x = +136.47 \text{ m}$$

$$y = -212.22 \text{ m}$$

$$z = 0$$

Znaleść azymut  $a$ , i odległość  $d$ .

Mamy tu

$$x = d \cos a, \quad y = d \sin a.$$

Zatem

$$\operatorname{tg} a = \frac{y}{x} = \frac{-212.22}{+136.47}$$

Ponieważ  $d$  jest odległością, więc ilością, która ma zawsze znak +, to musi być sin  $a$  tego samego znaku co  $y$ , a cos  $a$  tego samego znaku co  $x$ . Mamy zatem w tym wypadku

$$\sin a \text{ ma znak } -$$

$$\cos a \text{ " " } +$$

a to znaczy, że  $a$  znajduje się w 4 kwadransie, czyli że:

$$270^\circ < a < 360^\circ$$

Rachunek ułożymy jak następuje:

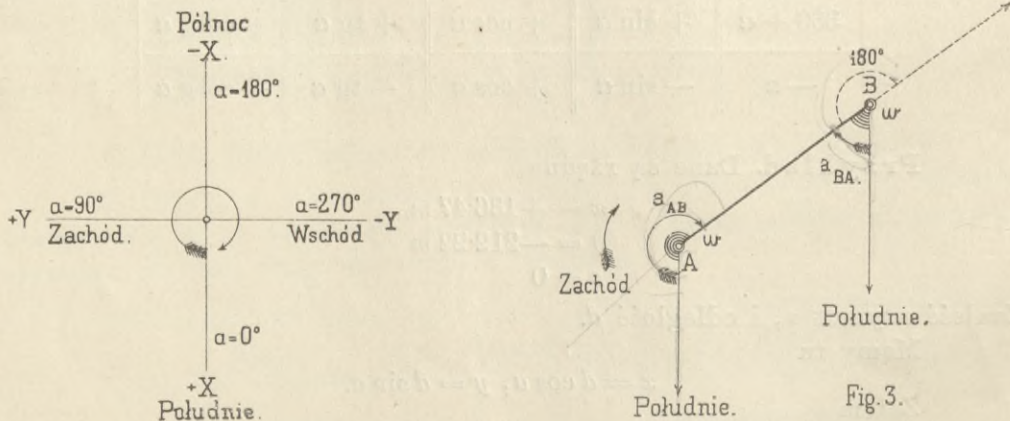
$x =$   
 $d \cdot \cos a$   
 $y =$   
 $d \cdot \sin a$



log $y$	—	2	.	3	2	6	7	8	6
log sin $a$	—	9	.	9	2	4	8	4	7
log $x$	+	2	.	1	3	5	0	3	7
log cos $a$	+	9	.	7	3	3	0	9	8
log tg $a$	—	0	.	1	9	1	7	4	9
$d$		2	.	4	0	1	9	3	9
$d$		2	.	4	0	1	9	3	9
		5	7°		1	5'		2	4"
$a$	3	0	2°		4	4'		3	6"

### §. 2. Wzory fundamentalne.

W następnych uwagach przyjmujemy, że oś  $+X$  jest skierowaną na południe, oś zaś  $+Y$  na zachód. Otrzymujemy więc następujący układ współrzędnych:



Azymuty liczymy zawsze w kierunku strzałki, od kierunku  $+X$  zaczynając. A więc azymut kierunku od  $A$  do  $B$  przedstawia się na rysunku w sposób następujący: znając kierunek południka, rysujemy w punkcie  $A$  (początkowym uważanego kierunku  $AB$ ) linię równoległą do południka  $AP$ . Wtedy kąt  $a_{AB} = PAB$  liczony przez zachód (więc w kierunku strzałki) jest azymutem kierunku od  $A$  do  $B$ . Ażeby otrzymać azymut kierunku od  $B$  do  $A$ , tj.  $a_{BA}$  postępuje się analogicznie (patrz rys. 3).

Z rysunku widać, że:

$$a_{AB} = a_{BA} + 180^\circ \quad \dots \quad 5)$$

Bo jeżeli  $w$  przedstawia dopełnienie azymutu  $a_{AB}$  do  $360^\circ$  to mamy

*Handwritten notes:*  
 $a_{BA} = a_{AB} + 180^\circ$   
 $Ba < 180^\circ$







Zadanie 3. Znaleść odległość punktów  $A$  i  $B$ , tj.  $AB = s_{AB}$

W trójkącie  $ABC$  jest

$$BC = AB \sin w$$

$AC = AB \cos w$ , a po podstawieniu mamy:

$$\left. \begin{aligned} y_B - y_A &= s_{AB} \sin a_{AB} \\ x_B - x_A &= s_{AB} \cos a_{AB} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 8)$$

Z tych równań otrzymuje się:

$$s_{AB} = \frac{y_B - y_A}{\sin a_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{\cos a_{AB}} \dots \dots \dots 9)$$

Równania 5) do 9) tworzą podstawę rachunków poligonalnych.

**Twierdzenie.** W zamkniętym poligonie jest zawsze (patrz rys. 6)

$$\sum s \sin a = 0, \quad \sum s \cos a = 0$$

Mamy  $n$ . p. polygon  $ABCD$  określony przez współrzędne jego wierzchołków.

W takim razie musi być

$$\left. \begin{aligned} (y_B - y_A) + (y_C - y_B) + (y_D - y_C) + (y_A - y_D) &= 0 \\ (x_B - x_A) + (x_C - x_B) + (x_D - x_C) + (x_A - x_D) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots 10)$$

a skoro zastosujemy tu równanie 8), otrzymujemy:

$$\left. \begin{aligned} s_{AB} \sin a_{AB} + s_{BC} \sin a_{BC} + s_{CD} \sin a_{CD} + s_{DA} \sin a_{DA} &= 0 \\ s_{AB} \cos a_{AB} + s_{BC} \cos a_{BC} + s_{CD} \cos a_{CD} + s_{DA} \cos a_{DA} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots 11)$$

Dla polygonu zamkniętego otrzymujemy na podstawie równań 6) dalej:

$$\left. \begin{aligned} a_{AC} &= a_{AB} + 180^\circ - \alpha \\ a_{CD} &= a_{AB} + 2 \cdot 180^\circ - \alpha - \beta \\ a_{DA} &= a_{AB} + 3 \cdot 180^\circ - \alpha - \beta - \gamma \text{ itd.} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 12)$$

### §. 3. I. Zadanie fundamentalne.

Dane są rzędne dwóch punktów

$$A \begin{cases} x_A \\ y_A \end{cases}, \quad B \begin{cases} x_B \\ y_B \end{cases}$$

i kąty:

$$\alpha = \sphericalangle CAB, \quad \beta = \sphericalangle ABC.$$

obliczyć rzędne punktu  $C$ . (Patrz rys. 7). Zadanie to może być jednoznacznie rozwiązane tylko wtedy, jeżeli znamy sytuację punktów, bo inaczej otrzymalibyśmy dwa rozwiązania (patrz rys. 8) punkt  $C$  i punkt  $C'$ .

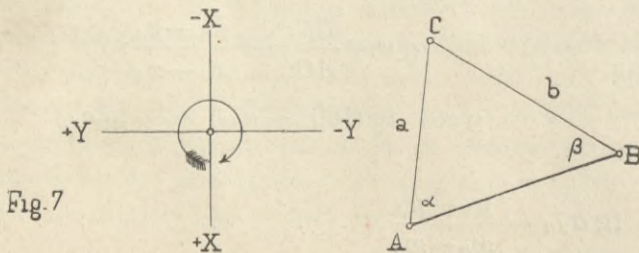


Fig. 7

Przyuszczając, że sytuacja jest taka, jak na rysunku 7, postępu-



jemy w sposób następujący: przedewszystkiem obliczymy azymut kierunku  $AB$  (od  $A$  do  $B$ ) za pomocą wzorów:

$$\operatorname{tg} a_{AB} = \frac{x_B - y_A}{x_B - y_A} \dots \dots \dots 13)$$

następnie odległość

$$s_{AB} = \frac{y_B - y_A}{\sin a_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{\cos a_{AB}} \dots \dots \dots 14)$$

Dalej rachuje się ( $AC = b$ ,  $BC = a$ )

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{s_{AB}}{\sin(\alpha + \beta)} \sin \beta \\ a &= \frac{s_{AB}}{\sin(\alpha + \beta)} \sin \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 15)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{AC} &= a_{AB} - \alpha \\ a_{BC} &= 180^\circ + a_{AB} + \beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 16)$$

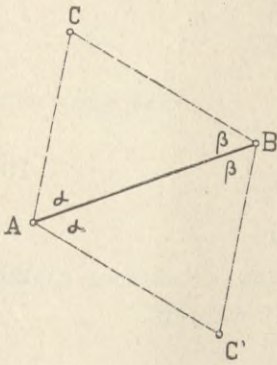


Fig. 8.

a wreszcie otrzymujemy:

$$\left. \begin{aligned} x_C &= x_A + b \cdot \cos a_{AC} = x_B + a \cos a_{BC} \\ y_C &= y_A + b \cdot \sin a_{AC} = y_B + a \sin a_{BC} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 17)$$

Te wzory odnoszą się do sytuacji rys. 7. Jeżeli sytuacja jest inną, to powinna być uwzględniona przy używaniu wzorów fundamentalnych.

### Kontrola rachunków.

Przy zdjęciach polygonalnych i następnie do tego potrzebnych rachunkach jest kontrola niezbędna, bo każdy błąd, w którymkolwiek punkcie zrobiony, przenosi się na całą konfigurację, składającą się często z kilkuset punktów.

Kontrola przez podwójny rachunek jest wystarczająca tylko dla sprawdzenia dokładności działań rachunkowych, lecz nie wykazuje innych błędów rozwiązania.

W ostatnim zadaniu można obliczyć  $s_{AB}$  i dalej  $x_c$  i  $y_c$  podwójnie. Dla wartości zaś  $a_{AB}$ ,  $b$ ,  $a$ ,  $a_{AC}$ ,  $a_{BC}$  nie ma kontroli. Trzeba więc wyszukać nowe kontrolujące wzory.

Położmy

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_B - x_A \\ \Delta y &= y_B - y_A \end{aligned}$$

to trzeba przedewszystkiem  $\Delta x$  i  $\Delta y$ , które są podstawą dalszych rachunków, sprawdzić. Do tego służą wzory:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x + \Delta y &= (x_B + y_B) - (x_A + y_A) = S \\ \Delta x - \Delta y &= (x_B - y_B) - (x_A - y_A) = D \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 18)$$

Za pomocą których otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{1}{2} (S + D) \\ \Delta y &= \frac{1}{2} (S - D) \end{aligned}$$

W celu sprawdzenia  $a_{AB}$  stosuje się znane równanie

$$\operatorname{tg}(45^\circ + x) = \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}$$



Mamy zatem:

$$\operatorname{tg}(45 + a_{AB}) = \frac{1 + \operatorname{tg} a_{AB}}{1 - \operatorname{tg} a_{AB}}$$

Ponieważ zaś

$$\operatorname{tg} a_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x},$$

to mamy

$$\operatorname{tg}(a_{AB} + 45^\circ) = \frac{\Delta x + \Delta y}{\Delta x - \Delta y} = \frac{S}{D} \quad \dots \quad 19)$$

Do kontroli wartości  $a$  i  $b$  może być użyty wzór

$$s_{AB} = b \cos \alpha + a \cos \beta \quad \dots \quad 20)$$

Azymuty zaś  $a_{AC}$  i  $a_{BC}$  kontrolują się (w danej sytuacji) wzorem.

$$a_{CA} - \gamma = a_{CB}$$

gdzie

$$\gamma = 180 - (\alpha + \beta).$$

### Dokładność w określeniu punktu przez wcinanie wprzód.

Każdy punkt może być uważany za przecięcie się dwóch prostych (w geodezyi celowych) i będzie najlepiej określony wtedy, jeżeli te dwie proste przecinają się pod kątem  $90^\circ$ , pozostaje zaś nieokreślonym, jeżeli linie te są równoległe (patrz rys. 9). Kąt przecięcia się tych dwóch celowych jest w naszym wypadku  $\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$ .

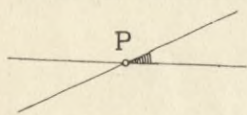


Fig. 9.

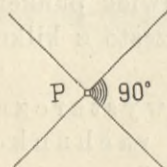
Maximum dokładności mamy więc przy

$$\gamma = 90^\circ = 180^\circ - (\alpha + \beta), \quad \text{lub } \alpha + \beta = 90^\circ$$

minimum zaś dla

$$\gamma = 0 = 180 - (\alpha + \beta), \quad \alpha + \beta = 180$$

Niech prosta 1,1 (patrz rys. 10) ma granice (1) i (1'), w których ona przesunięta być może, analogicznie linia 2,2; to punkt przecięcia  $O$  tych linii może znajdować się gdziekolwiek w czworoboku  $BB'B''B'''$ . Jeżeli  $O$  jest punktem przecięcia się prostych 1,1 z 2,2, a nachylenie ich wzajemne jest  $w$ , to dla najbardziej oddalonego punktu  $B$  tego czworoboku, mamy:



$OB^2 = D^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2 + 2\overline{OA} \cdot \overline{AB} \cos w$

jest ale  $BA = \frac{d}{\sin w} = OA$

$$\text{zatem } D = \frac{d}{\sin w} \sqrt{2} \sqrt{1 + \cos w}.$$

$D$  będzie nam przedstawiało miarę dokładności wyznaczenia tego punktu. Im mniejszym jest  $D$ , tem lepiej jest ten punkt określony.

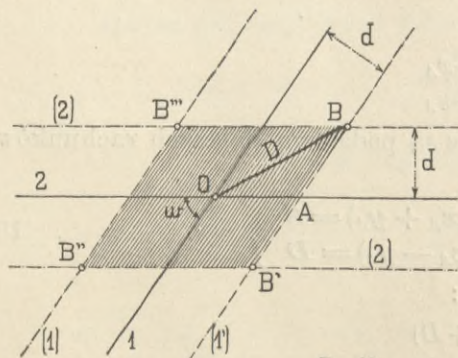


Fig. 10.

Jeżeli kąt nachylenia jest  $w'$ , to będzie:

$$D' = \frac{d}{\sin w'} \sqrt{2} \sqrt{1 + \cos w'}$$



Zatem

$$\frac{D}{D'} = \frac{\sin w' \sqrt{1 + \cos w}}{\sin w \sqrt{1 + \cos w'}} = \frac{\sin w' \cos \frac{w}{2}}{\sin w \cos \frac{w'}{2}}$$

Ale ponieważ

$$0^\circ < \frac{w}{w'} < 90^\circ, \quad \sqrt{2} > \frac{\cos \frac{w}{2}}{\cos \frac{w'}{2}} > \frac{1}{2} \sqrt{2}$$

przeto można w przybliżeniu położyć:

$$\frac{\cos \frac{w}{2}}{\cos \frac{w'}{2}} = 1$$

a wtedy mamy

$$\frac{D}{D'} = \frac{\sin w'}{\sin w} \dots \dots \dots 21)$$

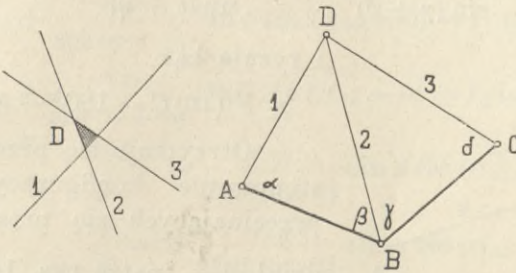
Jeżeli  $p$  i  $p'$  są wagami określeń punktu w tych dwóch wypadkach, to musi być

$$\frac{p}{p'} = \frac{\sin^2 w}{\sin^2 w'} \dots \dots \dots 22)$$

Graficzne przedstawienie kilkakrotnego wcinania wprzód.

Przypuśćmy, że punkt  $D$  został wyznaczony wcinaniem wprzód z punktów  $A, B, C$ . W istocie nie otrzymujemy jednego punktu przecięcia, lecz tak zwany trójkąt błędu. Przecięcie prostych odpowiednio powiększone dałoby obraz taki, jak na rys. 11.

Fig. 11.



Jeżeli zrobimy (p. rys. 12) (3) // 3 to  $\triangle D(D)E$  będzie podobny do trójkąta błędu. Otóż chodzi

tylko o odszukanie jednego boku, ażeby można było cały trójkąt błędu skonstruować w dowolnej podziale  $\frac{1}{r}$ . W tym celu rachuje się

$$BD = \frac{AB}{\sin(\alpha + \beta)} \sin \alpha$$

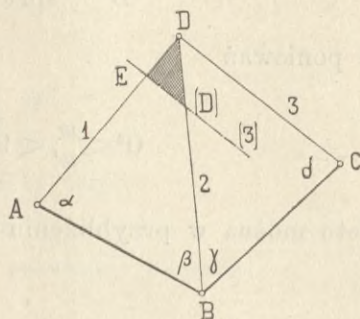
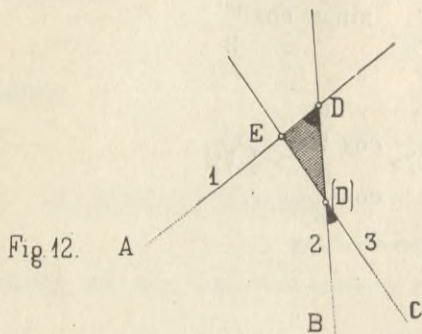
$$B(D) = \frac{BC}{\sin(\gamma + \delta)} \sin \delta$$

i różnicę

$$D(D) = BD - B(D).$$



Różnica ta będzie długością jednego boku  $\triangle$  błędu narysowanego w podziałce  $\frac{1}{r}$ . (Patrz rys. 11).



Konstrukcja jest więc (bez względu na orientację) następująca: obieramy jakikolwiek punkt  $D$  (patrz rys. 12) i rysujemy  $DA$  i  $BD$  tak, ażeby

$$\sphericalangle BDA = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

W kierunku  $DB$  rysujemy w dowolnej podziałce  $\frac{1}{r}$ , długość  $D(D)$ , obrachowaną powyżej, i dalej w punkcie  $(D)$  rysujemy kąt

$$E(D)D = 180^\circ - (\gamma + \delta)$$

Trójkąt  $D(D)E$  jest zatem trójkątem błędu w podziałce  $\frac{1}{r}$ .

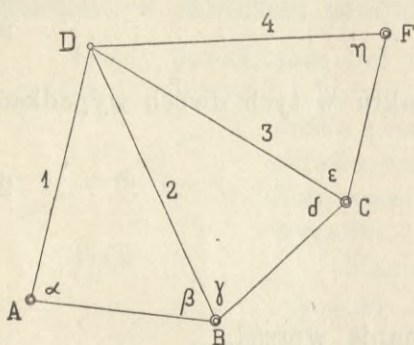


Fig. 13.

Mając jeszcze jeden trójkąt  $DCF$  (patrz rys. 13), z kątami  $\eta$  i  $\epsilon$ , rachuje się:

$$(D) - ((D)) = \frac{BC}{\sin(\gamma + \delta)} \sin \gamma - \frac{FC}{\sin(\epsilon + \eta)} \sin \eta$$

i rysuje kąt

$$\sphericalangle F((D))C = 180^\circ - (\eta + \epsilon) \text{ itd.}$$

Otrzymuje się przez takie postępowanie konfigurację czterech przecinających się prostych w podziałce  $\frac{1}{r}$  (patrz rys. 14). Mianowicie w ostatnim wypadku otrzymuje się 6 różnych punktów przecięcia obok  $D, (D), ((D))$ , jeszcze  $G, G', G''$ . Wagi tych punktów są różne, a zależne od  $\sin^2$  kąta, pod którym się linie przecinają. Celem graficznego wyrównania jest wyszukanie takiego

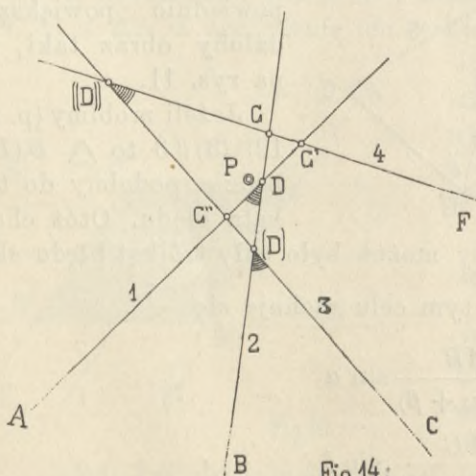


Fig. 14.

punktu, ażeby jego rzędne odpowiadały wzorom:

$$x = \frac{[p_k x_k]}{[p_k]}, \quad y = \frac{[p_k y_k]}{[p_k]}$$



Punkt ten można odszukać w ten sam sposób, w jaki szukamy środka ciężkości graficznie. Są do tego różne metody (patrz IX. Preussische Vermessungsanweisung i austriacka Instrukcja dla zdjęć poligonalnych, także Bohn Landmessung itd.). Ponieważ jednak graficzne określenie wag  $p$  przedstawia duże trudności, dlatego podobne metody dotychczas nie znalazły szerszego zastosowania. Najlepiej wybrać podług oka punkt najodpowiedniejszy, z uwzględnieniem tego, co o przecięciu dwóch prostych podano (patrz punkt  $P$  w rys. 14 i objaśnienia podane na str. 8 i 9).

### Dokładność wzorów.

Ważniejszym jest pytanie z jaką dokładnością otrzymujemy rzędne  $x_c$  i  $y_c$ .

Jeżeli odległość punktu  $A$  i  $B$  jakoteż i azymut  $AB$  się nie zmieniają, to wartość  $x$  i  $y$  będzie zależną tylko od kątów  $\alpha$  i  $\beta$ . Mamy zatem

$$x_c = f_1(\alpha, \beta)$$

$$y_c = f_2(\alpha, \beta).$$

Jeżeli  $\alpha$  przechodzi w  $\alpha + \Delta\alpha$ , zaś  $\beta$  w  $\beta + \Delta\beta$ , to zmienia się

$$x_c \text{ na } x_c + \Delta x$$

$$y_c \text{ na } y_c + \Delta y$$

Mamy zatem równania:

$$x_c + \Delta x = f_1(\alpha + \Delta\alpha, \beta + \Delta\beta)$$

$$y_c + \Delta y = f_2(\alpha + \Delta\alpha, \beta + \Delta\beta)$$

Zmiany te niech będą tak małe, iżby tylko pierwsze ich potęgi uwzględniać trzeba było, wtedy otrzymujemy:

$$\Delta x = \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} \Delta\alpha + \frac{\partial f_1}{\partial \beta} \Delta\beta,$$

$$\Delta y = \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} \Delta\alpha + \frac{\partial f_2}{\partial \beta} \Delta\beta.$$

Stosując to do wzorów dla wcinania wprzód, otrzymujemy:

$$\left. \begin{aligned} x_c &= x_A + \frac{s_{AB}}{\sin(\alpha + \beta)} \sin \beta \cos(\alpha_{AB} - \alpha) = f_1(\alpha, \beta) \\ y_c &= y_A + \frac{s_{AB}}{\sin(\alpha + \beta)} \sin \beta \sin(\alpha_{AB} - \alpha) = f_2(\alpha, \beta) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 23)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} &= - \frac{s_{AB}}{\sin^2(\alpha + \beta)} \sin \beta \cos(\alpha_{AB} + \beta) \\ \frac{\partial f_1}{\partial \beta} &= + \frac{s_{AB}}{\sin^2(\alpha + \beta)} \sin \alpha \cos(\alpha_{AB} - \alpha) \\ \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} &= - \frac{s_{AB}}{\sin^2(\alpha + \beta)} \sin \beta \sin(\alpha_{AB} + \beta) \\ \frac{\partial f_2}{\partial \beta} &= + \frac{s_{AB}}{\sin^2(\alpha + \beta)} \sin \alpha \sin(\alpha_{AB} - \alpha) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 24)$$

**Ćwiczenie.** Pokazać, iż do obliczenia  $x_c$   $y_c$  można użyć wzorów

$$\begin{aligned} x_A - x_A &= (x_B - x_A) \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} + (y_B - y_A) \frac{\sin \beta \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \\ y_C - y_A &= (y_B - y_A) \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} - (x_B - x_A) \frac{\sin \beta \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \end{aligned}$$



### §. 4. II. Główne zadanie.

Z punktu  $P$ , którego przybliżone rzędne  
 $(x), (y)$   
są dane, celowano do punktów  
 $A, B, C, D \dots\dots$   
których rzędne definitywne są  
 $x_A, x_B, x_C, x_D \dots\dots$   
 $y_A, y_B, y_C, y_D \dots\dots$   
i spostrzegano kąty  
 $\alpha, \beta, \gamma, \dots\dots$

Znaleść poprawione rzędne  $x, y$  dla tego punktu  $P$ .

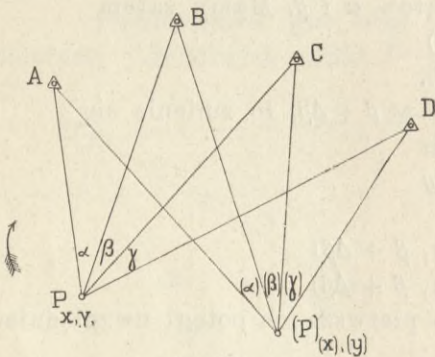


Fig. 15.

Jeżeli zmieniamy położenie punktu  $P$ , to zmieniają się tem samym azymuty kierunków  $PA, PB \dots$  (p. rys. 15). Należy więc przedewszystkiem zmiany te obliczyć.

Niech będzie

$$x - (x) = \Delta x$$

$$y - (y) = \Delta y, \quad a_{PA} = a_{(P)A} + \Delta a_{PA}$$

to mamy

$$\operatorname{tg} (a_{(P)A} + \Delta a_{PA}) = \frac{y_A - (y) - \Delta y}{x_A - (x) - \Delta x}$$

Równanie to piszmy jak następuje

$$\operatorname{tg} (a_{(P)A} + \Delta a_{PA}) = \frac{y_A - (y)}{x_A - (x)} \cdot \frac{1 - \frac{\Delta y}{y_A - (y)}}{1 - \frac{\Delta x}{x_A - (x)}}$$

Jeżeli  $\Delta x = \Delta y = 0$ , to i  $\Delta a_{PA} = 0$  mamy więc

$$\operatorname{tg} a_{(P)A} = \frac{y_A - (y)}{x_A - (x)}$$

Ponieważ  $\Delta x$  i  $\Delta y$  są małe, to można stosować przybliżony wzór

$$\frac{1 - \varepsilon}{1 - \varepsilon'} = 1 - \varepsilon + \varepsilon' - \dots\dots$$

Mamy zatem

$$\operatorname{tg} (a_{(P)A} + \Delta a_{PA}) = \operatorname{tg} a_{(P)A} \left\{ 1 - \frac{\Delta y}{y_A - (y)} + \frac{\Delta x}{x_A - (x)} \right\}$$

$$\operatorname{tg} (a_{(P)A} + \Delta a_{PA}) - \operatorname{tg} a_{(P)A} = \operatorname{tg} a_{PA} \left\{ -\frac{\Delta y}{y_A - (y)} + \frac{\Delta x}{x_A - (x)} \right\}$$

Równanie to można pisać\*)

$$\frac{\Delta a''_{PA} \sin 1''}{\cos^2 a_{(P)A}} = \frac{\sin a_{(P)A}}{\cos a_{(P)A}} \left\{ -\frac{\Delta y}{y_A - (y)} + \frac{\Delta x}{x_A - (x)} \right\}$$

\*) Jest atoli ogólnie

$$\operatorname{tg} m - \operatorname{tg} n = \operatorname{tg} (m - n) \{ 1 + \operatorname{tg} m \cdot \operatorname{tg} n \}$$

Jeżeli zaś  $m$  bardzo mało różni się od  $n$  wtedy można część prawą

$$1 + \operatorname{tg} m \cdot \operatorname{tg} n$$



lub

$$\Delta\alpha''_{PA} = 206265'' \sin a_{(PA)} \cos a_{(PA)} \left\{ -\frac{\Delta y}{y_A - (y)} + \frac{\Delta x}{x_A - (x)} \right\}$$

Położmy jeszcze

$$y_A - (y) = s_{(PA)} \sin a_{(PA)}$$

$$x_A - (x) = s_{(PA)} \cos a_{(PA)}$$

to otrzymamy

$$\Delta\alpha''_{PA} = 206265 \left\{ -\frac{\Delta y}{s_{(PA)}} \cos a_{(PA)} + \frac{\Delta x}{s_{(PA)}} \sin a_{(PA)} \right\} \dots \dots \dots 25)$$

W ten sposób można obliczyć

$$a_{PA} - a_{(PA)} = \Delta a_{PA}$$

$$a_{PB} - a_{(PB)} = \Delta a_{PB}$$

$$a_{PC} - a_{(PC)} = \Delta a_{PC}$$

.....

Odejmując od równania drugiego pierwsze, od trzeciego drugie itd. i podstawiając

$$a_{PB} - a_{PA} = \alpha \qquad a_{(PB)} - a_{(PA)} = (\alpha)$$

$$a_{PC} - a_{PB} = \beta \qquad a_{(PC)} - a_{(PB)} = (\beta)$$

.....

otrzymamy

$$\alpha - (\alpha) = \Delta a_{PB} - \Delta a_{PA}$$

$$\beta - (\beta) = \Delta a_{PC} - \Delta a_{PB}$$

.....

Ostatecznie zatem

$$\alpha - (\alpha) = M_\alpha \Delta y + M_\beta \Delta x$$

$$\beta - (\beta) = N_\alpha \Delta y + N_\beta \Delta x$$

.....

gdzie

$$\left. \begin{aligned} M_\alpha &= 206265'' \left\{ -\frac{\cos a_{(PB)}}{s_{(PB)}} + \frac{\cos a_{(PA)}}{s_{(PA)}} \right\} \\ N_\alpha &= 206265'' \left\{ +\frac{\sin a_{(PB)}}{s_{(PB)}} - \frac{\sin a_{(PA)}}{s_{(PA)}} \right\} \\ M_\beta &= 206265'' \left\{ -\frac{\cos a_{(PC)}}{s_{(PC)}} + \frac{\cos a_{(PB)}}{s_{(PB)}} \right\} \\ N_\beta &= 206265'' \left\{ +\frac{\sin a_{(PC)}}{s_{(PC)}} - \frac{\sin a_{(PB)}}{s_{(PB)}} \right\} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 26)$$

Poprawki  $\Delta y$  i  $\Delta x$  należy obliczyć za pomocą metody najmniejszych kwadratów.

Stosując te wzory do dowolnej konfiguracji, należy punkt, którego azymut jest najmniejszym, oznaczyć przez  $A$ .

zamienić na

$$1 + \operatorname{tg}^2 n = \frac{1}{\cos^2 n}$$

i dalej położyć

$$\operatorname{tg} (m - n) = (m - n)'' \sin 1''$$

tak iż

$$\operatorname{tg} m - \operatorname{tg} n = \frac{(m - n)'' \sin 1''}{\cos^2 n}$$



Zatem

$$\sphericalangle C_1BC_2 = \sphericalangle CBA - C_2BA - CBC_1$$

lub

$$\sphericalangle C_1BC_2 = \alpha + \beta + \gamma - 180^\circ$$

Jeżeli więc  $\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ = 90^\circ$  to wtedy dokładność w określeniu punktu  $P$  jest maksymalną.

Jeżeli zaś

$$\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ = 0$$

to ona jest również 0, to znaczy za pomocą zadania Pothenota tego punktu wcale nie można określić (patrz rys. 20).

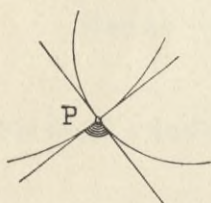


Fig. 19.

Jeżeli

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

to i

$$\varphi + \psi = 180^\circ$$

Zatem

$$\operatorname{tg} \mu = 1$$

W wypadku kiedy

$$\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ$$

jest małym kątem, albo co to samo, jeżeli  $\operatorname{tg} \mu$  bardzo zbliża się do 1, miejsce punktu  $P$  wcinaniem wstecz otrzymuje się bardzo niedokładnie.

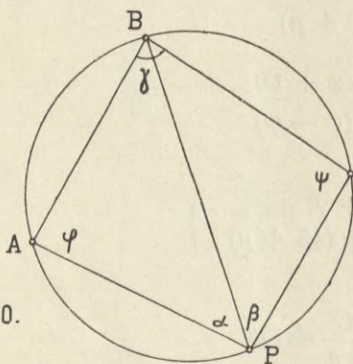


Fig. 20.

Przyjmując więc

$$\sin^2(\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ)$$

jako wagę określenia punktu  $P$ , za pomocą kątów  $\alpha, \beta, \gamma$ , to waga określenia tego samego punktu z kątów  $\alpha', \beta', \gamma'$  będzie:

$$\sin^2(\alpha' + \beta' + \gamma' - 180^\circ)$$

Jeżeli dalej są

$$x y, \quad x' y'$$

rzędne w pierwszym i drugim określeniu otrzymane, to najprawdopodobniejsze rzędne  $x_0, y_0$  tego punktu będą

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{x \sin^2(\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ) + x' \sin^2(\alpha' + \beta' + \gamma' - 180^\circ)}{\sin^2(\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ) + \sin^2(\alpha' + \beta' + \gamma' - 180^\circ)} \\ y_0 &= \frac{y \sin^2(\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ) + y' \sin^2(\alpha' + \beta' + \gamma' - 180^\circ)}{\sin^2(\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ) + \sin^2(\alpha' + \beta' + \gamma' - 180^\circ)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 32)$$

Trudniej przedstawia się zadanie obliczenia zmian w  $x$  i  $y$ , spowodowanych możliwymi zmianami w kątach  $\alpha$  i  $\beta$ . Praktyczne znaczenie takich wzorów jest wielkie. Bo wiedząc np., że kąty  $\alpha$  i  $\beta$  są dokładne na  $\pm 10''$ ; często dobrze byłoby wiedzieć, z jaką dokładnością otrzymuje się z nich  $x$  i  $y$  zadaniem Pothenota. Oznaczmy przez  $\Delta x$  i  $\Delta y$  zmiany w wielkościach  $x$  i  $y$ , zaś przez  $\Delta \alpha$  i  $\Delta \beta$  przynależne im zmiany kątów  $\alpha$  i  $\beta$ .

Jeżeli położymy:

$$\alpha - (\alpha) = \Delta \alpha$$

$$\beta - (\beta) = \Delta \beta$$

.....



to będzie wskutek równań str. 13

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= M_\alpha \Delta y + N_\alpha \Delta x \\ \Delta\beta &= M_\beta \Delta y + N_\beta \Delta x\end{aligned}$$

i z tego

$$\begin{aligned}\Delta y &= \frac{\Delta\alpha N_\beta - \Delta\beta N_\alpha}{M_\alpha N_\beta - M_\beta N_\alpha} \\ \Delta x &= \frac{\Delta\alpha M_\beta - \Delta\beta M_\alpha}{M_\alpha N_\beta - M_\beta N_\alpha}\end{aligned}$$

Za pomocą tych wzorów można obliczyć wpływ małych zmian w  $\alpha$  i  $\beta$  na dokładność w określeniu punktu  $P$  wcinaniem wstecz.

### §. 6. IV. Główne zadanie.

Dane są rzędne dwóch punktów (patrz rys. 21):

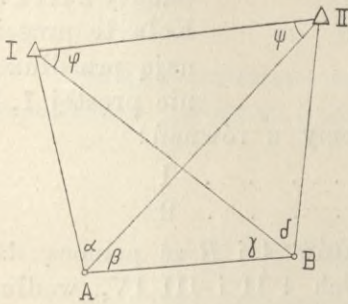


Fig.21.

$$I \begin{cases} x_I \\ y_I \end{cases} \quad II \begin{cases} x_{II} \\ y_{II} \end{cases}$$

dalej kąty

$$\alpha, \beta, \gamma, \delta$$

mierzone z dwóch stanowisk  $A$  i  $B$ ;  
obliczyć rzędne tych stanowisk,

$$A \begin{cases} x_A \\ y_A \end{cases}; \quad B \begin{cases} x_B \\ y_B \end{cases}.$$

Położmy

$$\begin{aligned}\sphericalangle IIB &= \varphi \\ \sphericalangle IIIA &= \psi\end{aligned}$$

to mamy

$$\varphi + \psi = \beta + \gamma \quad \dots \quad 33)$$

Dalej jest:

$$\begin{aligned}I II &= I A \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \psi} = AB \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin (\alpha + \beta + \gamma)} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \psi} \\ I II &= II B \cdot \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} = AB \cdot \frac{\sin \beta}{\sin (\beta + \gamma + \delta)} \cdot \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}\end{aligned}$$

A stąd otrzymuje się

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{\sin \beta \cdot \sin \delta}{\sin \alpha \cdot \sin \gamma} \cdot \frac{\sin (\alpha + \beta + \gamma)}{\sin (\beta + \gamma + \delta)} \quad \dots \quad 34)$$

Skoro znane są kąty  $\varphi$  i  $\psi$ , to reszta redukuje się do I zadania fundamentalnego, bo odległość  $I II$  i jej azymut są dane przez wzory

$$\begin{aligned}tg a_{I II} &= \frac{y_{II} - y_I}{x_{II} - x_I} \\ s_{I II} &= \frac{y_{II} - y_I}{\sin a_{I II}} = \frac{x_{II} - x_I}{\cos a_{I II}}\end{aligned}$$

Jeżeli

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = 1$$

to jak przedtem, nie można z równań 1) i 2) obliczyć  $\varphi$  i  $\psi$ .



### §. 7. V. Główne zadanie.

Dane są współrzędne czterech punktów:

$$I \begin{cases} x_1 \\ y_1 \end{cases}; \quad II \begin{cases} x_2 \\ y_2 \end{cases}; \quad III \begin{cases} x_3 \\ y_3 \end{cases}; \quad IV \begin{cases} x_4 \\ y_4 \end{cases}$$

Punkty 1 i 2 leżą tak, że z jednego widać drugi, a nadto z punktu 1 można celować do dwóch danych stałych punktów I i II, z punktu 2 do III i IV. Mamy oznaczyć położenie punktu 1 i 2. (Patrz rys. 22).

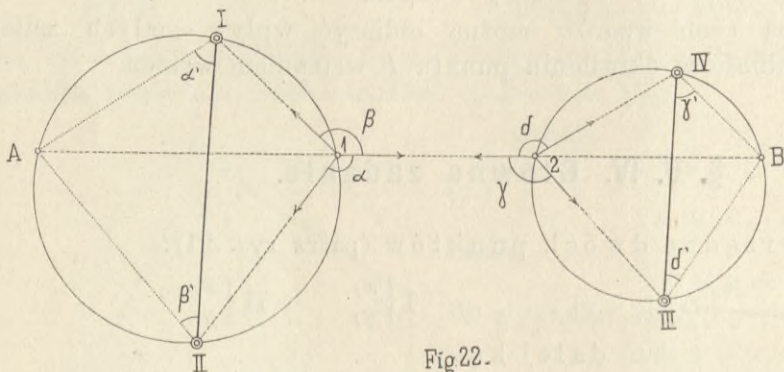


Fig 22.

Zadanie to najpierw rozwiążemy geometrycznie. Przez I III 1, opisujemy koło; tak samo przez punkty 2 III IV. Koła te przecinają przedłużenie prostej 1, 2

w punktach *A* i *B*, których położenie znajdziemy z równań:

$$\begin{aligned} \alpha' &= 180^\circ - \alpha, & \beta' &= 180^\circ - \beta \quad . \quad . \quad . \quad 1 \\ \gamma' &= 180^\circ - \gamma, & \delta' &= 180^\circ - \delta \quad . \quad . \quad . \quad 2 \end{aligned}$$

Najpierw tedy obrachujemy rzędne punktów *A* i *B* za pomocą danych rzędnych odpowiednich im punktów stałych I II i III IV, według wzorów §. 3. Mając je, obliczamy dalej azymut kierunku *AB*; tem samym mamy obliczony trójkąt *A I 1*, i *2 I V B*, dalej rzędne punktu 1. Tak samo postępujemy z punktem 2.

### §. 8. Zadanie.

Z punktów *C*, *D* i *E* (patrz rys. 23) pomierzono kąty:

$$\alpha, \alpha', \beta, \beta', \gamma, \gamma'.$$

Współrzędne punktów *AB* są dane:

$$A \begin{cases} x_A \\ y_A \end{cases}; \quad B \begin{cases} x_B \\ y_B \end{cases};$$

tem samym możemy uważać za daną odległość  $AB = \Delta$ .

Zadaniem naszym będzie znaleźć współrzędne punktów

$$D, C, E.$$

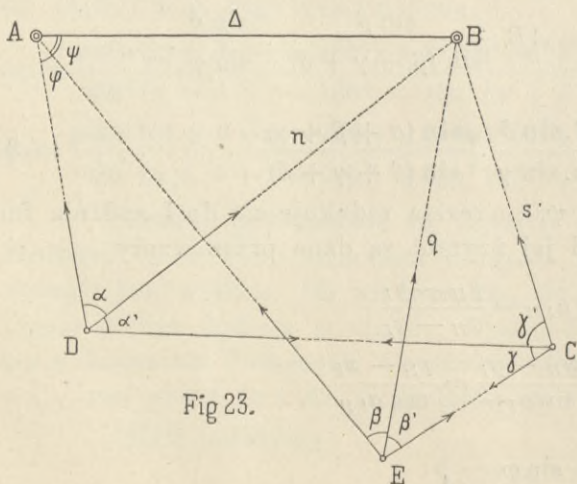


Fig 23.

$$\text{Z trójkąta } ADB \text{ mamy } \frac{\Delta}{n} = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi}$$



Z trójkąta  $DBC$  mamy  $\frac{n}{s} = \frac{\sin \gamma'}{\sin \alpha'}$   
 „  $BEC$  „  $\frac{s}{q} = \frac{\sin \beta'}{\sin(\gamma + \gamma')}$   
 „  $AEB$  „  $\frac{q}{\Delta} = \frac{\sin \psi}{\sin \beta}$

Z równań powyższych przez pomnożenie otrzymujemy

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{\sin \beta \cdot \sin(\gamma + \gamma') \cdot \sin \alpha'}{\sin \alpha \cdot \sin \beta' \cdot \sin \gamma'} \dots \dots \dots 35)$$

Wiemy dalej, że w czworoboku  $ABCD$ ,  $\varphi = 360^\circ - (\alpha + \alpha' + \gamma' + \sphericalangle B)$   
 „  $ABCE$ ,  $\psi = 360^\circ - (\beta + \beta' + \gamma + \gamma' + \sphericalangle B)$

więc

$$\varphi - \psi = \beta + \beta' + \gamma - \alpha - \alpha' \dots \dots \dots 36)$$

Rozwiązanie tego zadania zredukowaliśmy tem do rozwiązania równań

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = n$$

$$\varphi - \psi = m$$

Mając znalezione kąty  $\varphi$  i  $\psi$  otrzymamy ze wzorów w §. 3. podanych współrzędne punktów  $D E$  i  $C$ , np.:

$$x_D = x_A \pm DA \sin \alpha_{AD}$$

$$y_D = y_A \pm DA \sin \alpha_{AD}$$

**§. 9. Zadanie.**

Dane są współrzędne trzech punktów tryangulacyjnych:

$$I \begin{cases} x_1 \\ y_1 \end{cases}, \quad II \begin{cases} x_2 \\ y_2 \end{cases}, \quad III \begin{cases} x_3 \\ y_3 \end{cases},$$

oraz trzy punkty 1, 2, 3 ze sobą połączone. To znaczy, że znamy odległości 12; 23; 31; i kąty  $\alpha, \beta, \gamma$ . Z każdego z tych

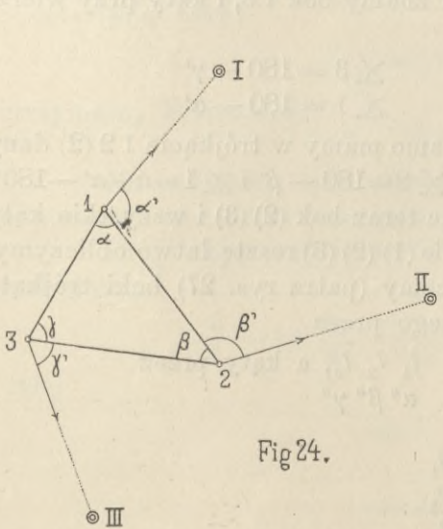


Fig. 24.

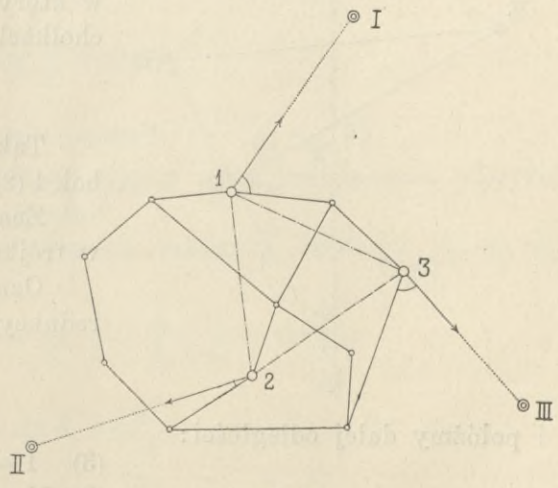


Fig. 25.

punktów 1, 2, 3 można celować tylko do jednego z punktów tryangulacyjnych i tak:



Z punktu 1 celujemy do I i dostajemy kąt  $\alpha'$

" " 2 " " II " " "  $\beta'$

" " 3 " " III " " "  $\gamma'$

Mamy obliczyć współrzędne punktów 1, 2 i 3.

Zadanie to możemy uogólnić: Jeżeli w sieci poligonalnej są, z trzech dowolnie obranych punktów, możliwe pojedyncze celowe do trzech punktów, których współrzędne są dane (punkta tryangulacyjne), to możemy z nich obliczyć całą sieć poligonalną. (Patrz rys. 25).

Na podstawie zmierzonych poligonów można, stosując wzory zadania I, obliczyć długości 12, 23, 31 i potrzebne kąty  $\alpha, \beta, \gamma$  i  $\alpha', \beta', \gamma'$ . (Patrz rys. 24).

Ażebym uzasadnić rozwiązanie tego zagadnienia, połączmy punkt I z punktem 1 " II " " 2 " III " " 3 i przedłużmy te linie łączące; dostaniemy trójkąt t. zw. redukcyjny (patrz rys. 26)

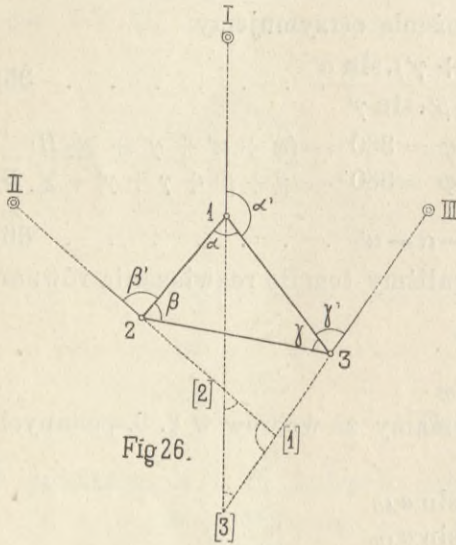


Fig. 26.

(1) (2) (3)

którego boki i kąty możemy obrachować. W trójkącie bowiem 13 (3)

$$\sphericalangle (3) = \alpha' + \gamma' - 180^\circ$$

w trójkącie (2) 2 1

$$\sphericalangle (2) = 180 + \beta' - \alpha - \alpha'$$

dalej

$$\sphericalangle (1) = 180 - [\sphericalangle (2) + \sphericalangle (3)]$$

Boki również obrachujemy bo

$$\text{bok } (2) (3) = 1 (3) - 1 (2)$$

Bok 1 (3) da się obliczyć z trójkąta 13 (3) w którym znamy bok 13, i kąty przy wierzchołkach

$$\sphericalangle 3 = 180 - \gamma'$$

$$\sphericalangle 1 = 180 - \alpha'$$

Tak samo mamy w trójkącie 12 (2) dany bok 1 (2),  $\sphericalangle 2 = 180 - \beta'$  i  $\sphericalangle 1 = \alpha + \alpha' - 180^\circ$ .

Znając teraz bok (2) (3) i wszystkie kąty w trójkącie (1) (2) (3) resztę łatwo obliczymy.

Oznaczmy (patrz rys. 27) boki trójkąta redukcyjnego przez

$$l_1 \ l_2 \ l_3, \text{ a kąty przez } \alpha'' \ \beta'' \ \gamma''$$

i położmy dalej odległości:

$$(3) \ I = d_1$$

$$(3) \ II = d_2$$

$$(2) \ III = d_3$$

Obrachowane na podstawie danych współrzędnych punktów I, II, III, odległości niech będą:

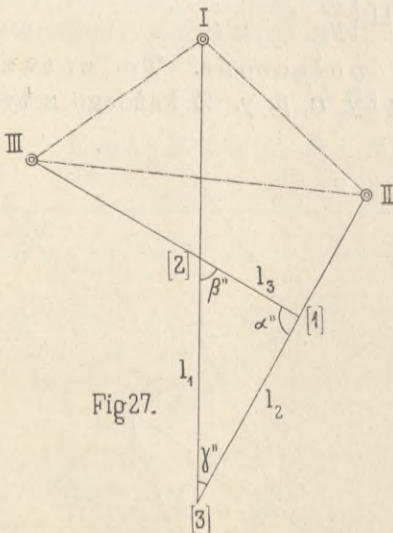


Fig. 27.



$$\text{II III} = \Delta_1, \quad \text{III I} = \Delta_2, \quad \text{I II} = \Delta_3,$$

to do obliczenia  $d_1 d_2 d_3$  mamy następujące równania:

$$\Delta_3^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2 d_1 d_2 \cos \gamma''$$

$$\Delta_2^2 = (d_1 - l_1)^2 + d_3^2 - 2 (d_1 - l_1) d_3 \cos \beta''$$

$$\Delta_1^2 = (d_3 + l_3)^2 + (d_2 - l_2)^2 - 2 (d_3 + l_3) (d_2 - l_2) \cos \alpha''$$

albo pisząc inaczej

$$\Delta_3^2 = (d_1 + d_2)^2 \left\{ 1 - \frac{4 d_1 d_2}{(d_1 + d_2)^2} \cdot \cos^2 \frac{\gamma''}{2} \right\}$$

$$\Delta_2^2 = (d_1 + d_3 - l_1)^2 \left\{ 1 - \frac{4 d_3 (d_1 - l_1)}{(d_1 + d_3 - l_1)^2} \cdot \cos^2 \frac{\beta''}{2} \right\}$$

$$\Delta_1^2 = (d_3 + d_2 + l_3 - l_2)^2 \left\{ 1 - \frac{4 (d_3 + l_3) (d_2 - l_2)}{(d_3 + d_2 + l_3 - l_2)^2} \cdot \cos^2 \frac{\alpha''}{2} \right\}$$

Mając tedy ogólnie

$$\Delta^2 = (m + n)^2 \left( 1 - \frac{4 m n}{(m + n)^2} \cos^2 \frac{p}{2} \right)$$

to ze względu że

$$\frac{4 m n}{(m + n)^2} = 1 - \left[ 1 - \frac{4 m n}{(m + n)^2} \right] = 1 - \left( \frac{m - n}{m + n} \right)^2$$

możemy położyć:

$$\frac{n}{m} = \text{tg}^2 \frac{\delta}{2};$$

więc

$$1 - \left( \frac{m - n}{m + n} \right)^2 = 1 - \left( \frac{1 - \frac{n}{m}}{1 + \frac{n}{m}} \right)^2 = 1 - \cos^2 \delta = \sin^2 \delta$$

Zatem

$$\Delta^2 = (m + n)^2 \left( 1 - \sin^2 \delta \cos^2 \frac{p}{2} \right)$$

podstawiając dalej

$$\sin \delta \cos \frac{p}{2} = \sin \lambda$$

otrzymamy ostatecznie:

$$\Delta = (m + n) \cos \lambda$$

Na podstawie tych wzorów postępujemy przy rozwiązaniu powyżej napisanych równań w następujący sposób:

Za pomocą przybliżonych z rysunku wziętych wartości  $d_1, d_2, d_3$ , rachujemy:

$$\frac{d_1}{d_2} = \text{tg}^2 \frac{\delta_1}{2}; \quad \frac{d_1 - l_1}{d_3} = \text{tg}^2 \frac{\delta_2}{2}, \quad \frac{d_2 - l_2}{d_3 - l_3} = \text{tg}^2 \frac{\delta_3}{2};$$

dalej

$$\sin \lambda_1 = \sin \delta_1 \cos \frac{\gamma''}{2},$$

$$\sin \lambda_2 = \sin \delta_2 \cos \frac{\beta''}{2},$$

$$\sin \lambda_3 = \sin \delta_3 \cos \frac{\alpha''}{2};$$



poprawione wartości  $d_1'$ ,  $d_2'$ ,  $d_3'$ , otrzymujemy z równań:

$$d_1' + d_2' = \frac{\Delta_1}{\cos \lambda_1}; \quad d_1' - l_1 + d_3' = \frac{\Delta_2}{\cos \lambda_2}, \quad d_2' - l_2 + d_3' - l_3 = \frac{\Delta_3}{\cos \lambda_3}$$

za pomocą których rachunek się powtarza wstawiając w równanie

$$\frac{n}{m} = \operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2}$$

wartości  $d_1'$ ,  $d_2'$ ,  $d_3'$

$$\frac{d_1'}{d_2'} = \operatorname{tg}^2 \frac{\delta_1}{2} \text{ i t. d.}$$

## §. 10. Opis teodolitu.

Teodolit zwykły składa się z podstawy (spodarki), mającej trzy nóżki z trzema śrubami ( $SS$ ) do ustawienia. W spodarce od dołu znajduje się w środku otwór dla trzpienia ( $T$ ), który wkręcony w otwór spodarki (krążkiem  $a$ ), przy pomocy główki  $b$  i sprężyny  $c$ , służy do przymocowania instrumentu do statywu. Pod śrubą  $a$  umieszczony jest mały otwór  $d$ , przez który przechodzi sznurek, służący do zawieszenia pionu. (Patrz rys. 28).

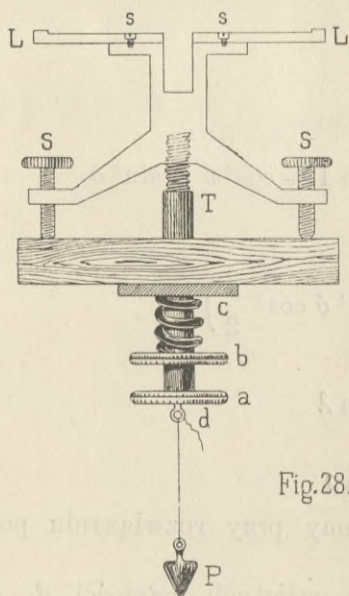


Fig. 28.

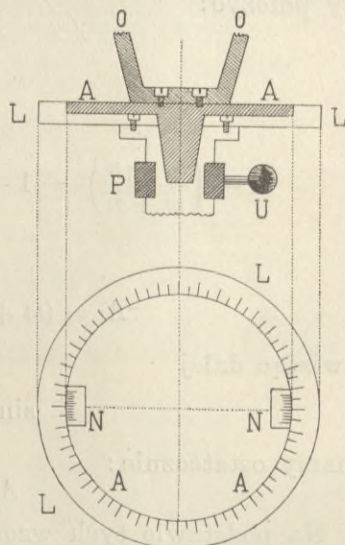


Fig. 29.

Na spodarce, tej podstawie przyrządu, osadzony jest osiowo krążek  $LL$ , zwany limbusem, na którego obwodzie znajduje się podziałka kątowa od  $0^\circ$  do  $360^\circ$  lub od  $0^\circ$  do  $400^\circ$ . Krążek ten jest przy pomocy śrub  $ss$  stale złączony ze spodarką.

Po limbusie obraca się na wspólnej z nim osi osadzona alhidada  $AA$ , mająca dwa naprzeciw siebie położone noniusze  $NN$  (rys. 29) tak umieszczone, iż linia, łącząca ich zera, przechodzi przez środek limbusu. Ażeby módz alhidadę ustalić w każdym dowolnem położeniu, do tego służy tak zwany sprzęg alhidady  $U$  (patrz rys. 29) i urządzenie, które pozwala na tak zwany leniwy ruch alhidady, mimo jej sprzęgnięcia z limbusem. Te urzą-



dzenia bywają najrozmaitsze. Jedno z najbardziej używanych jest następujące (patrz rys. 29 i 31):

Do pierścienia *P*, który może być ściągnięty śrubą *U* i w ten sposób ściśle złączony ze spodarką, przymocowane jest ramię *V*. Alhidada znowu posiada widelki (rys. 30), do których z jednej strony wkręca się śruba *R* ruchu leniwego, z drugiej zaś znajduje się przeciwdziałająca ruchowi śruby sprężyna *F*. Koniec ramienia *V* wcisnięty jest między sprężyną i śrubą. Gdy pierścień za pomocą śruby *U* zostanie ściśnięty, wtedy śrubą *R* można alhidadę nieznacznie przesunąć. Na alhidadzie znajdują się dalej dwa ramionka *OO* (patrz rys. 29), w których umieszczone są łożyska dla osi obrotu lunety. Z tych jedno jest stałe, drugie zaś tak urządzone, iż pozwala na podniesienie albo na obniżenie osi obrotu lunety. Na osi obrotu lunety osadzone jest

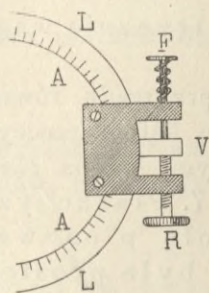


Fig. 30.

stale koło pionowe, które się razem z lunetą obraca i na którym podobnie jak na limbusie, umieszczony jest podział kątowy. Kąty odczytują się i tu na dwóch dyametralnie i osiowo względem osi obrotu lunety położonych noniuszach, które stale złączone są z ramieniem dźwigającym lunetę. Lunetę z kołem pionowym można ustawić w dowolnym położeniu za pomocą osobnego (patrz rys. 31) sprzęgu podobnie jak alhidadę. Na wystających częściach osi obrotu umieszcza się libelę nasadkową, która służy do sprawdzenia poziomego położenia tejże osi obrotu lunety. Oprócz niej znajdują się na alhidadzie stale umieszczone dwie małe libele na krzyż, tj. prostopadłe do siebie ułożone

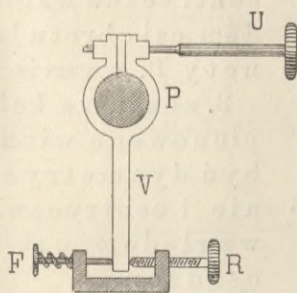


Fig. 31.

(zwane dlatego libelami krzyżowymi), albo też jedna w środku alhidady osadzona libela rurkowa lub pudełkowa.

## §. II. Rektyfikacja teodolitu.

Przy każdym przyrządzie teodolitym należy odróżnić następujące osie:

1. Oś przyrządu II, która jest równocześnie osią obrotu płaszczyzny limbusu I i posuwającej się po nim alhidady (t. zw. oś pionowa instrumentu).

2. Oś obrotu lunety I'.

3. Oś libelli I".

4. Oś celową II'.

Kąty odczytywane na przyrządzie będą się równały mierzonym kątom poziomym, jeżeli wypełnione są następujące warunki:

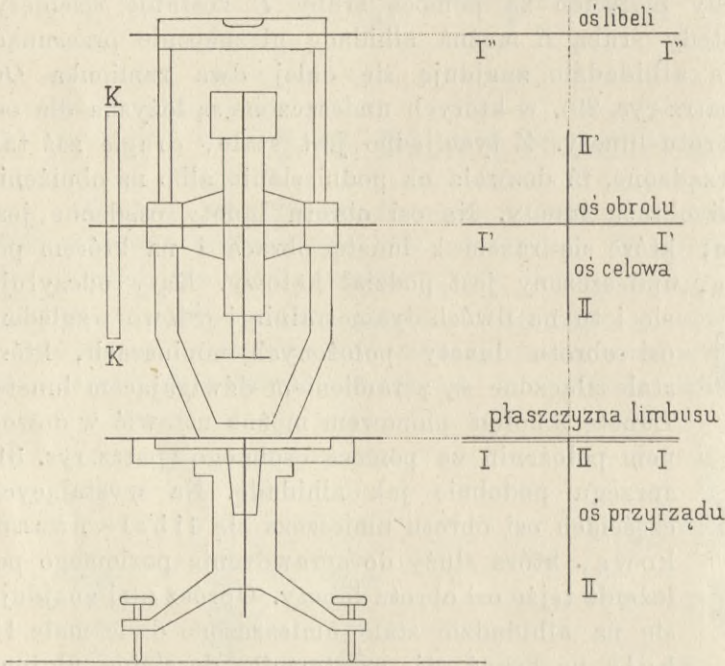
1. oś II powinna być pionową;

2. oś II powinna być prostopadłą do płaszczyzny I;



3. punkt przecięcia się osi II' z płaszczyzną I powinien być równocześnie środkiem podziałki limbusu;
4. oś I' // do I'' i obie równoległe do płaszczyzny I;
5. oś celowa II' powinna być prostopadłą do osi I' i tworzyć przedłużenie osi II;
6. noniusze mają być dyametralnie i centrycznie względem osi II osadzone.

Ażeby także kąty odczytywane na kole pionowym przyrządu równały



się kątom rzeczywistym, trzeba ażeby:

7. Płaszczyzna koła pionowego **K** była prostopadła do osi obrotu lunety I';

8. podziałka pionowa powinna być centryczna względem osi obrotu lunety I', wreszcie

9. noniusze koła pionowego winny być dymetryalnie i centrycznie względem osi I' osadzone.

Jeżeli te warunki nie są wypełnione, to mówimy o istnieniu błędów instrumentalnych. Te błędy

Fig. 32.

istnieją w rzeczywistości prawie zawsze. Jest bowiem niemożliwym skonstruować przyrząd idealny. Dla tego różni się każdy odczytany kąt  $w_0$  od kąta rzeczywistego o pewną funkcję tych błędów. Niech będą  $b_1, b_2, b_3, \dots$  te błędy to mamy równanie:

$$w = w_0 + f(b_1, b_2, b_3, \dots) \quad (37)$$

Za pomocą odpowiednich urządzeń korekcyjnych można zmniejszyć wartości tych błędów do tego stopnia, że w funkcji (rozwinętej według wzoru Taylora)

$$f(b_1, b_2, b_3, \dots) = b_1 \frac{\partial f}{\partial b_1} + b_2 \frac{\partial f}{\partial b_2} + \dots \quad (38)$$

tylko wyrazy pierwszego rzędu będą miały praktyczne znaczenie, tak, że ogólną funkcję

$$f(b_1, b_2, b_3, \dots)$$

będzie można zastąpić funkcją linearną

$$b_1 \frac{\partial f}{\partial b_1} + b_2 \frac{\partial f}{\partial b_2} + \dots$$



Niektóre jednak błędy nie mogą być poprawione, jak n. p. błąd, który powstaje wskutek niewypełnienia warunku 2), i dlatego jest rzeczą mechanika, sprowadzić je do możliwego minimum.

Jeżeli zmniejszymy wartości błędów do tego stopnia, iż ogólną funkcję

$$f(b_1 b_2 \dots)$$

można zastąpić liniową:

$$b_1 \frac{\partial f}{\partial b_1} + b_2 \frac{\partial f}{\partial b_2} + \dots$$

to uzyskamy równocześnie możliwość oddzielnego traktowania pojedynczych błędów, bo funkcje

$$\frac{\partial f}{\partial b_1}, \frac{\partial f}{\partial b_2}, \dots$$

będą wtedy od błędów  $b_1, b_2, \dots$  już niezależne. Rzecz ta jest nadzwyczaj ważną. Dopóki funkcja błędów może być zastąpioną formą liniową, jest rzeczą całkiem obojętną, w jakim porządku przy

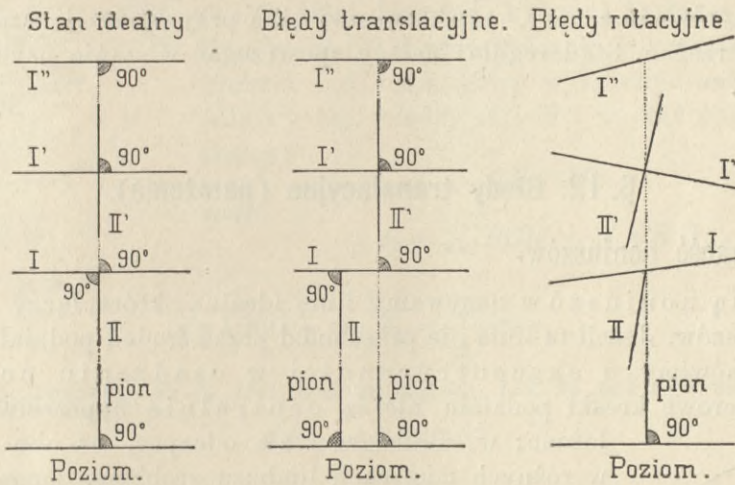


Fig 33.

rektyfikacji instrumentu postępujemy. Jeżeli dla przedstawienia wpływu błędów nie wystarcza równanie liniowe, to porządek rektyfikacji takich przyrządów nie jest więcej dowolnym.

### Rodzaje błędów.

Gdy układy osi I II, I' II' i ich połączenie uważamy za układy rzędnych, to ich względne położenie — podobnie jak transformacja układów rzędnych w geometrii analitycznej — określa się przez pewną składową położenia (translacyjną) i pewną składową pochylecia (rotacyjną). Ten fakt pozwala nam podzielić błędy na dwie kategorie: na błędy położenia (translacyjne) i na błędy pochylecia (rotacyjne).

Błędy położenia, jak się niżej pokaże, mogą być prawie zawsze przez odpowiednie postępowanie z rezultatu wyrugowane. Do wyrugowania błędów pochylecia służą specjalne urządzenia, które pozwalają te błędy do minimum



sprowadzić, które to minimum da się ostatecznie, podobnie jak przy błędach pochylenia, za pomocą odpowiedniego postępowania wyeliminować. Obok błędów instrumentalnych istnieją jeszcze błędy zależne od obserwatora, t. zw. błędy indywidualne albo personalne (osobiste). Błędy personalne są znowu dwojakiego rodzaju: odróżniamy błędy patologiczne od błędów psychologicznych.

Ażeby istotę błędów patologicznych objaśnić, trzeba przypomnieć, iż oko niejednego obserwatora nie znajduje się w stanie normalnym, bo jak wiadomo, przynajmniej 10% obserwatorów posiada oko anormalne. Obok tego każdy obserwator bardzo dobrze wie, w jakim stopniu wynik obserwacji zależy od chwilowej jego dyspozycji. W jakiej mierze błędy patologiczne wpływają na rezultat błędów, o tem będzie mowa na innym miejscu. Nadmienić tu należy, że ich wpływ na rezultat nie może być zawsze wyrugowany. To samo naturalnie można powiedzieć i o błędach psychologicznych, których wpływ wogóle nie da się obliczyć. Błędy stąd pochodzące mają po części charakter błędów przypadkowych. Do ich wyrugowania trzeba, jak rachunek wyrównania uczy, nieskończonej albo przynajmniej bardzo wielkiej liczby spostrzeżeń. Stąd reguła: należy spostrzegać w stanie psychologicznie normalnym.

## §. 12. Błędy translacyjne (położenia).

### Ekscentryczność noniuszów.

Osią noniuszów nazywamy linię idealną, która łączy punkta zerowe noniuszów. Jeżeli ta linia nie przechodzi przez środek podziałki limbusu, to wtedy mówimy o ekscentryczności w osadzeniu noniuszów, albowiem zerowe kreski podziału nie są centralnie naprzeciw siebie po-

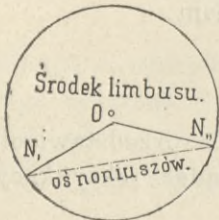


Fig 34.

łożone; w takim zaś razie odczyty, na obu noniuszach w różnych miejscach limbusu zrobione, mogą się różnić o stałą ilość, od  $180^\circ$  odmienną, albo też różnica ta jest ilością zmienną — w jednej połowie limbusu mniejszą, w drugiej większą od  $180^\circ$ . W pierwszym razie ramiona noniuszów tworzą kąt  $\zeta > 180^\circ$  (patrz rys. 34), w drugim zaś razie, kąt ten równa się  $180^\circ$ , ale oś noniuszów nie przechodzi przez środek limbusu. W pierwszym wypadku należy noniusze zrektyfikować tak, ażeby stała różnica ich odczytów równała się  $180^\circ$ . Służą do tego śrubki, za po-

mocą których podziałka noniuszów na ramionach jest przymocowana. W drugim wypadku rektyfikacja jest niemożliwą. Błąd ten należy więc zbadać, ażeby wpływ jego mózdz wyrugować.

**Twierdzenie.** Odczytując kąty na dwóch przeciwległych noniuszach i biorąc arytmetyczną średnią z tych odczytów, otrzymujemy wynik wolny od błędu ekscentryczności noniuszów.

Niech będzie  $O$  miejscem zera podziałki limbusu i  $\alpha = OCP$  kątem między kierunkiem podziału  $O$ , a pewnym kierunkiem  $P$ , tak że  $CP$  jest rzutem poziomym osi celowej lunety na płaszczyznę limbusu. Punkta zerowe noniuszów niech będą w  $A$  i  $B$ . W takim razie otrzymujemy:











b) Jeżeli przerzucenie lunety albo jej wyjęcie z łożysk jest niemożliwym, to należy za pomocą innych, dwa noniusze posiadających przyrządów pomierzyć kilka kątów i ten pomiar z instrumentem o jednym noniuszu powtórzyć. Pierwszy przyrząd da kąty prawdziwe  $w$ , drugi zaś — kąty błędne  $w_0$ . Mając kilka w ten sposób pomierzonych kątów, możemy — ewentualnie za pomocą metody najmniejszych kwadratów — obliczyć  $\frac{e}{r}$  z równań

$$w - w_0 = -\rho \left( \frac{e}{r} \right) \sin w.$$

### Ekscentryczność lunety.

Jeżeli luneta jest ekscentrycznie osadzona, wtedy płaszczyzna przez oś celową opisana, nie przechodzi przez środek limbusu, lecz jest zawsze styczną do koła, zakreślonego promieniem ekscentryczności  $e$ . Powstaje stąd t. zw. ekscentryczność lunety.

Niech będzie w rys. fig. 38  $\angle BCA$  kąt, który ma być pomierzony. Luneta, skierowana do  $A$ , niech zajmuje położenie  $L_A$ , luneta zaś, skierowana do  $B$ , położenie  $L_B$ , niech będzie dalej

$$CM \perp L_A, \quad CN \perp L_B$$

to kąt, który na limbusie odczytujemy, jest

$$\angle w_0 = \angle MCN$$

kąt zaś prawdziwy

$$\angle w = \angle ACB$$

Mamy dalej

$$\angle L_B P L_A + \angle NCM = 180^\circ$$

Zatem

$$\angle NCM = \angle BPA$$

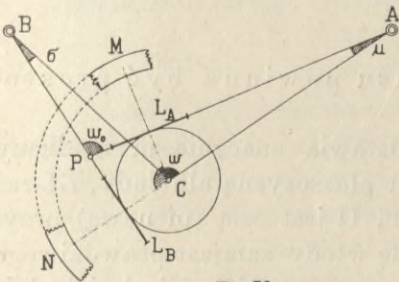


Fig. 38.

Jest wszakże

$$\angle BPA + \sigma = \angle BCA + \mu$$

Jeżeli więc położymy

$$\angle PBC = \sigma$$

$$\angle PAC = \mu$$

to wynika

$$w = w_0 + \sigma - \mu \dots \dots \dots 41)$$

Niech będzie  $e$  liniową wartością ekscentryczności w osadzeniu osi lunety i dalej

$$AC = D_A, \quad BC = D_B,$$

to mamy

$$\sin \mu = \frac{e}{D_A}, \quad \sin \sigma = \frac{e}{D_B} \dots \dots \dots 42)$$

albo, ze względu na małe ilości  $\mu$  i  $\sigma$ ,

$$\mu = \rho \frac{e}{D_A}, \quad \sigma = \rho \frac{e}{D_B} \dots \dots \dots 43)$$

Widać stąd, iż

$$w = w_0$$

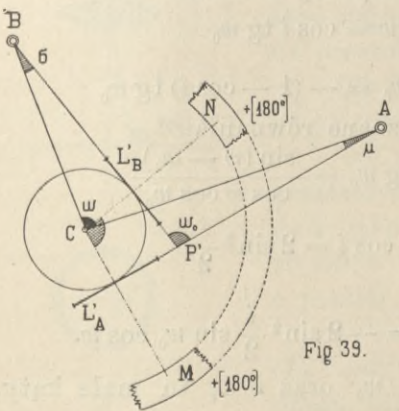


Fig. 39.



jeżeli  $\sigma = \mu$ . To może nastąpić w dwóch wypadkach

- 1)  $D_A = D_B$
- 2)  $D_A = D_B = \infty$

Przerzuciwszy lunetę i mierząc kąt  $BCA$ , otrzymuje się sytuację, przedstawioną na rys. 39. Równanie 41) przechodzi wtedy w

$$w + 180^\circ = w_0 + 180^\circ - \sigma + \mu \dots \dots \dots 44)$$

a stąd widać, iż równań 41) i 44) średnia arytmetyczna będzie wolną od  $\sigma$  i  $\mu$ . Mając więc lunetę ekscentrycznie osadzoną, należy mierzyć kąt w obu położeniach lunety, ażeby otrzymać wynik wolny od wpływu ekscentrycznego osadzenia lunety.

### §. 13. Błędy rotacyjne (pochylenia).

Błędy rotacyjne mogą być czworakie, a wszystkie przedstawiają skutki odchylenia poprzednio już określonych linii od ich normalnych położzeń. I tak powinno być:

$$I \perp II; \quad I' \perp II'; \quad I' \perp II; \quad I' \parallel I''$$

Zastanówmy się teraz nad skutkiem pojedynczych odchyień.

#### Rektyfikacja teodolitu z libelą nasadkową.

(I)  $I \perp II$ , t. j. płaszczyzna limbusu powinna być prostopadłą do osi instrumentu.

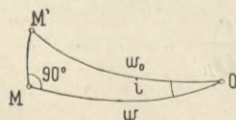
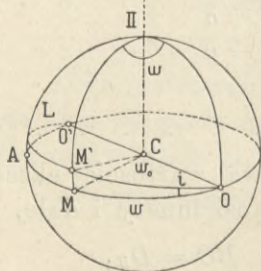
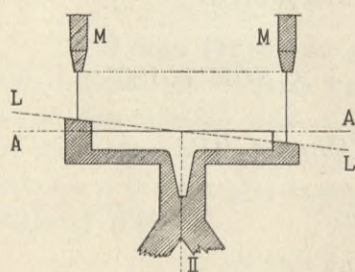


Fig. 40.

Otrzymamy ostatecznie

Rys. 40 przedstawia znacznie przesadzony stan rzeczy.  $AA$  jest płaszczyzną alhidady,  $LL$  zaś płaszczyzną limbusu,  $II$  jest osią (pionową) przyrządu. Odczytuje się wtedy zamiast prawdziwego kąta  $w = OCM$ , kąt  $w_0 = OCM'$ . Niechaj będzie  $OO'$  linią przecięcia się tych dwóch płaszczyzn, które do siebie są nachylone pod kątem  $i$ .

W trójkącie sferycznym  $OMM'$  mamy

$$\operatorname{tg} w = \cos i \operatorname{tg} w_0$$

Piszmy

$$\operatorname{tg} w - \operatorname{tg} w_0 = -(1 - \cos i) \operatorname{tg} w_0$$

to ze względu na znane równania

$$\operatorname{tg} w - \operatorname{tg} w_0 = \frac{\sin(w - w_0)}{\cos w \cos w_0}$$

$$1 - \cos i = 2 \sin^2 \frac{i}{2}$$

mamy

$$\sin(w - w_0) = -2 \sin^2 \frac{i}{2} \sin w_0 \cos w.$$

Ponieważ zaś  $w - w_0$  oraz  $i$  są tu małe kąty, można położyć

$$\sin(w - w_0) = (w - w_0)'' \sin 1''.$$

i

$$2 \sin w_0 \cos w = \sin 2 w_0.$$

$$(w - w_0) = -\rho'' \sin^2 \frac{i}{2} \sin 2 w_0$$







Jeżeli tak nie jest, jeżeli trafimy po przełożeniu lunety na inny punkt  $P'$ , to wtedy błąd kolimacyjny istnieje i musi być usunięty. Odstęp punktów  $PP'$  od siebie jest podwójnym błędem kolimacyjnym, tj. podwójnym kątem, jaki tworzy oś celowa z prostopadłą do jej osi obrotu. (Patrz rys. 43). Ażeby ten błąd usunąć, należy użyć śrubek trzymających siatkę lunety. Środek krzyża nitkowego należy przesunąć o połowę odstepu  $P'P = 2k$ . (Patrz rys. 43).



Fig. 43.

Jeżeli przełożenie jest niemożliwym, to można je zastąpić przerzuceniem lunety. Postępuje się wtedy tak, iż punkt  $P$  przeprowadza się do pokrycia ze środkiem krzyża nitkowego i odczytuje się kąt na limbusie, następnie przerzuca się lunetę i nastawia alhidadę na odczyt o  $180^\circ$  większy, przez co otrzymuje się taką samą sytuację jak po przełożeniu lunety w łożyskach. Jeżeli chodzi o kąty poziome, to kolimacja jest błędem stałym i powiększa albo zmniejsza każdy odczyt na limbusie o jedną i tę samą ilość  $k''$ .

**Cwiczenie.** Przyrządem, który miał błąd kolimacyjny  $k''$ , pomierzono kąt  $\alpha$  między punktami  $A$  i  $B$  w następujący sposób:

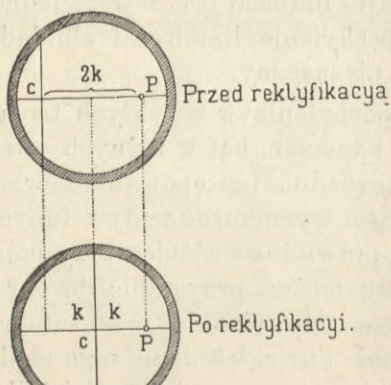


Fig. 44.

Celowano do  $A$ , przerzucono lunetę i celowano do  $B$  i następnie do  $A$ . Tu znowu przerzucono lunetę, celowano do  $B$  i ostatecznie przy tem samym położeniu do  $A$ .

Przyjmijmy, że pierwszy odczyt do  $A$  był  $0^\circ 0' 0''$ , jaki będzie ostatni odczyt do  $A$ ?  
Odpowiedź:  $\pm 4k''$ .

Widać stąd, że przez nieodpowiednie przerzucanie lunety, błąd kolimacyjny może wywrzeć znaczny wpływ na wynik.

(3)  $I' \parallel I''$ , t. j. oś libeli powinna być równoległa do osi obrotu lunety.

Określenie osi libeli podane jest w innem miejscu. Trzeba więc jeszcze określić bliżej oś obrotu lunety. Jest nią linia, która przy podnoszeniu jednego, a równoczesnem obniżaniu drugiego końca lunety nie zmienia swego położenia. Jeżeli nie ma takiej linii, to i stała oś obrotu lunety nie istnieje. To się przytrafia zawsze wtedy, gdy te części czopów, którymi luneta spoczywa w łożyskach, nie są okrągłe i o tej samej średnicy. Jeżeli oba czopy, przy pomocy których luneta w łożyskach jest osadzona, mają jednakową średnicę i są osiowo ułożone, to wtedy oś obrotu jest identyczną z geometryczną osią obu czopów. Trzeba się przedewszystkiem przekonać o tem, czy sama libela nie wymaga sprawdzenia. W tym celu sprzęga się lunetę i alhidadę z limbusem. Nałożywszy libelę, notuje się stan bańki. Następnie przekłada się libelę i uważa, czy nastąpiła zmiana w położeniu środka bańki, czy nie. Jeżeli nie, to libela jest w porządku. W przeciwnym razie należy przeprowadzić środek bańki za pomocą korekcyjnej śrubki libeli do takiego stanu, ażeby zajmowała średnie miejsce z obu położań wynika-



jące. Przełożywszy teraz libelę, powinniśmy otrzymać takie same położenie środka bańki względem punktu zerowego libeli. Mając libelę poprawioną, przekonywamy się, czy przy pochylaniu lunety bańka pozostaje w tem samym położeniu czy nie; w pierwszym razie przekroje czopów są kołami tej samej średnicy lub elipsami przystającymi i podobnie ułożonymi, w drugim razie należy przeprowadzić szczegółowsze badania, według sposobów, omówionych w pierwszej części wydawnictwa. Naprawić przyrząd pod tym względem może tylko mechanik.

(4)  $I' \perp II$ , t. j. oś obrotu lunety powinna być prostopadła do osi przyrządu. Jeżeli tak nie jest, to istnieje błąd inklinacyjny.

Przed sprawdzeniem tego warunku należy przekonać się, czy w ogóle można ustawić limbus poziomo. W tym celu ustawia się najpierw libelę, przeprowadzoną do równoległości z osią obrotu, w kierunku dwóch śrub ustawowych i sprowadza niemi środek bańki do punktu zerowego, następnie obraca alhidadę o  $90^\circ$ , przez co libela zajmie położenie prostopadłe do poprzedniego, i sprowadza środek bańki do punktu zerowego trzecią śrubą wstawową. Jeżeli teraz przy obrocie alhidady środek bańki libeli nie zmieni swego położenia, to oś obrotu jest prostopadłą do osi przyrządu. Jeżeli zaś położenie bańki podczas tego się zmienia, to jest to dowodem, że warunek  $II \perp I'$  nie jest spełniony. Obracając alhidadę po limbusie, określimy miejsce maximum lub minimum i połowę tego odchylenia (różnicy między maximum a minimum) usuwamy przez podniesienie albo obniżenie odpowiedniego łożyska lunety.

### Rektyfikacja teodolitu ze stałymi libelami.

Przyrządy, obliczone na mniejszą dokładność, nie posiadają libeli nasadkowej, lecz jedną albo dwie małe libele, umieszczone stałe na alhidadzie, prostopadle do siebie (t. zw. libele limbusowe lub krzyżowe), albo libelę pudełkową, umieszczoną w środku limbusu.

Warunki (1)  $I \perp II$  i (2)  $I' \perp II'$  sprawdza się jak poprzednio.

(3)  $I'' \perp II$  t. j. oś libeli powinna być prostopadła do osi przyrządu.

a) Mamy jedną libelę.

Najpierw ustawia się libelę w kierunku 2 śrub wstawowych (fig. 45) i sprowadza niemi środek bańki do punktu zerowego, następnie obraca się alhidadę o  $180^\circ$  i połowę ewentualnej odchyłki usuwa śrubką korekcyjną libeli, a drugą połowę śrubą wstawową.

b) Mamy dwie libele.

Postępowanie, opisane pod a), stosujemy do każdej libeli z osobna i do obu razem.



c) Mamy libelę pudełkową.

Sprowadzamy środek bańki do punktu zerowego śrubami wstawowemi i obracamy alhidadę o  $180^\circ$ , jeżeli bańka odchyli się, to połowę odchylenia w kierunku  $LL$  (łącącym punkt zerowy ze środkiem bańki), usuwa się śrubami korekcyjnymi libeli, a drugą połowę śrubami wstawowemi.

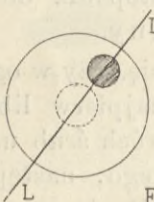


Fig. 46.

(4)  $I' \perp II$ , t. j. oś obrotu lunety powinna być prostopadłą do osi przyrządu.

Warunek ten sprawdzamy poprzednio, badając, czy płaszczyzna, opisana przez oś celową, jest pionowa. W tym celu ustawia się limbus dokładnie poziomo i celuje lunetą na linię pionową, n. p. na sznur obciążony ciężarem. Pochylając lunetę, przekonujemy się, czy środek siatki porusza się po osi sznura, czy nie.

Skoroby środek siatki wyszedł z osi sznura, należy go sprowadzić napowrót na oś przez zmianę wysokości ruchomego łożyska.

Inny sposób jest następujący: Ustawimy limbus poziomo, celuje się do wyniosłego punktu  $P$  (Fig. 47) i po sprzęgnięciu alhidady,

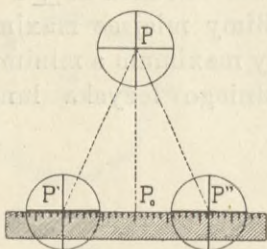


Fig. 47.

opuszcza się lunetę do łąty, ustawionej mniej więcej w poziomie instrumentu, równoległe do osi obrotu lunety. Środek krzyża przykryje na tej łącie punkt  $P'$ . Następnie przesuwa się lunetę, obraca alhidadę o  $180^\circ$ , celuje znowu do tego samego punktu  $P$ , sprzęga alhidadę i opuszcza lunetę aż do przykrycia środkiem krzyża krawędzi łąty w punkcie  $P''$ . Punkt środkowy  $P_0$  jest wtedy rzutem poziomym punktu  $P$ , linia łącząca punkt  $P$  z punktem  $P_0$  jest linią pionową. Podnosząc albo zniżając łożysko, poprawia się tak długo, aż przy opuszczeniu lunety środkiem krzyża

rzutować będziemy punkt  $P$  na  $P_0$ .

#### §. 14. Wpływ błędów na pomiar kątów poziomych.

Jeżeli punkty, do których celować mamy, znajdują się w różnych wysokościach, to błędy instrumentalne wpływają w różnym stopniu na pomiar kątów poziomych między celowemi do tych punktów i na pomiar ich wysokości. Niech będzie (patrz rys. 48)  $CZ$  linią pionową, więc  $Z$  zenitem a  $C$  punktem przecięcia się osi obrotu z osią celową przyrządu, to

$$\sphericalangle HCH' = \sphericalangle PZP'$$

przedstawiać będzie kąt poziomy, zawarty między celowemi do punktów  $P$  i  $P'$ ; zaś łuki  $HP$  i  $HP'$  odpowiadać będą kątom wzniesienia albo tak zwanym kątom pionowym tych punktów.



I. Jeżeli istnieje błąd kolimacyjny  $k$ , to zenit przyrządu nie znajduje się w  $Z$  lecz w  $(Z)$ , przyczem  $Z(Z) = k$ , a przy opuszczaniu lunety nie opisuje oś celowa łuku  $ZH$  lecz łuk  $(Z)(H)$ . Wskutek tego otrzymamy na poziomie rzut błędny  $(H)$  zamiast prawdziwego  $H$ . Wskutek kolimacji  $k$  opi-

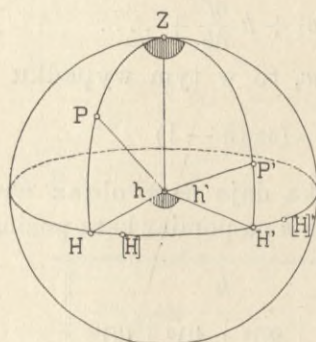


Fig. 48.

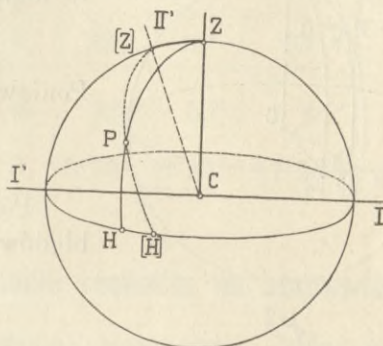


Fig. 49.

suje instrumentalny zenit  $(Z)$  około prawdziwego zenitu  $Z$  małe koło o promieniu  $k$ . Punkt  $(Z)$  jest więc miejscem zenitu instrumentalnego dla punktu  $P$ . Dla punktu  $P'$  zajmuje instrumentalny zenit naturalnie inne miejsce.

Różnica  $H(H)$  jest, jak się pokaże, zależną od wysokości punktu  $P$  nad poziomem przyrządu, więc różną dla różnie wysoko położonych punktów. Pomierzony kąt  $(H)C(H')$  różnić się będzie od prawdziwego  $HCH'$  o różnicę, jaka istnieje między  $H(H)$  i  $H'(H')$ . To samo można powiedzieć o wysokościach punktów  $P$  i  $P'$ . Ich różnica będzie także zależała od wielkości błędu kolimacyjnego. Wpływ ten należy więc zbadać.

Wyznamy przedewszystkiem  $H(H)$  i  $H'(H')$ . W tym celu przeprowadzmy przez prawdziwy zenit koło  $ZQ(Q)$  równoległe do koła  $(Z)P(H)$  (patrz rys. 51) tak, że

$$Z(Z) = PQ = (H)(Q) = k$$

Położymy

$$\sphericalangle \lambda = \sphericalangle PZQ = \sphericalangle HC(Q),$$

to będzie

$$H(H) = \lambda - k$$

W trójkącie sferycznym  $ZPQ$  jest

$$PZ = 90 - h$$

i kąt przy  $Q$  kątem prostym. Mamy więc

$$\sin \lambda = \frac{\sin k}{\cos h}$$

Ponieważ  $\lambda$  i  $k$  są małe, to można sinusy wyrazić przez łuki, a otrzymamy

$$\lambda = \frac{k}{\cos h}$$

Zatem

$$H(H) = \frac{k}{\cos h} - k = k \{ \sec h - 1 \} \dots \dots \dots 46)$$

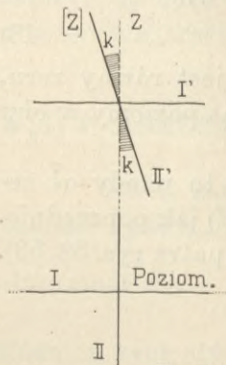


Fig. 50.



Wzór ten jest tylko przybliżony i może być użyty tylko wtedy, jeżeli  $k^2$  przedstawia wartość już tak małą, że ją opuścić można.

Położmy

$$w = f(k)$$

to mamy

$$w_0 = f(0) + k \frac{\partial f}{\partial k} + \dots$$

Ponieważ tu  $f(0) = w$ , to w tym wypadku

$$\frac{\partial f}{\partial k} = (\sec h - 1)$$

Poniższa tabliczka daje nam obraz wpływu błędów kolimacyjnych  $k$  na pomiar kąta poziomego.

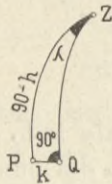
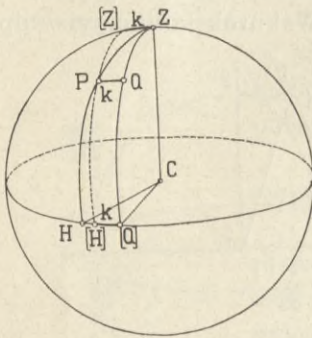


Fig. 51.

k	h			
	0°	20°	40°	60°
1'	0	4"	18"	1'
10'	0	39"	3' 3"	10' 0"

Przy bardzo wysokich celowych wpływ ten może być więc znaczny. Niech będą  $h$  i  $h'$  wysokości punktów  $P$  i  $P'$ , to obserwowany kąt  $w_0$  należy poprawić na

$$w = w_0 + k \{ \sec h' - \sec h \} \dots \dots \dots 47)$$

Przerzucając lunetę zmieniając znak  $k$  na odwrotny, mamy więc

$$w' = w_0 + 180^\circ - k \{ \sec h' - \sec h \} \dots \dots \dots 48)$$

Z tych dwóch wyrażeń widać, że wpływ kolimacji jest równy zero, jeżeli wysokość celów jest jednakową lub jeżeli mierzymy kąt poziomy w obu położeniach lunety.

II. Jeżeli oś obrotu lunety nie jest poziomą, to wtedy oś celowa opisuje łuk  $(Z)(H)$  zamiast  $ZH$ . Pozostaje stąd różnica  $H(H)$  jak poprzednio.

Kąt  $ZC(Z)$  równa się pochyleniu osi obrotu (patrz rys. 52, 53).

Mamy zatem

$$i = \sphericalangle ZC(Z) = (Z)(H)Z.$$

Położmy dalej

$$\sphericalangle PQ = (i)$$

i przeprowadzmy z punktu  $P$ , do którego właśnie celujemy, prostopadłą  $PQ$  do łuku  $Z(H)$ , to mamy w  $\triangle ZPQ$

$$\sin PQ = \sin(i) \cos h$$

w  $\triangle PQ(H)$

$$\sin PQ = \sin i \sin h$$

Zatem ze względu na małe kąty  $i$  ( $i$ ),

$$(i) = i \operatorname{tg} h$$

Otrzymamy dalej jak poprzednio

$$w = w_0 + i \{ \operatorname{tg} h' - \operatorname{tg} h \} \dots \dots \dots 49)$$

Widać stąd, iż wpływ tego błędu jest zero, jeżeli  $h = h'$ , a także wtedy, gdy mierzymy kąt w obu położeniach lunety, bo wtedy znowu dla drugiego położenia lunety mamy:

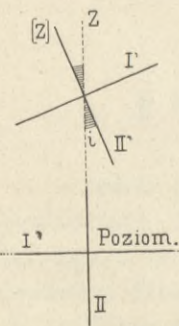


Fig. 52.







Przyjmując, iż  $\varepsilon_1$  i  $\varepsilon_2$  są małe kąty, otrzymuje się

$$\varepsilon_1'' = \frac{e}{d_1} \sin w_1$$

$$\varepsilon_2'' = \frac{e}{d_2} \sin w_2$$

Mamy więc

$$E'' = 206265 \left\{ \frac{e}{d_1} \sin w_1 + \frac{e}{d_2} \sin w_2 \right\} \dots \dots \dots 53)$$

Ażeby móc „scentrować pewien kąt“ należy wyznaczyć

$$e, d_1, d_2, w_1, w_2;$$

bardzo dokładnie powinno być  $e$  znane; dla  $w_1, w_2, d_1, d_2$  wystarczają zwykle przybliżone wartości.

Dla praktycznego celu ważną jest maksymalna wartość odchylenia ekscentrycznego. Ta następuje wtedy, gdy

$$\sin w_1 = \pm 1$$

Mamy wtedy

$$\sin \varepsilon = \frac{e}{d}$$

Przyпускаjąc, że chodzi o małe kąty  $\varepsilon$ , wypada

$$\varepsilon'' = 206265 \frac{e}{d} \dots \dots \dots 54)$$

Do przybliżonej oceny tej wartości służy następująca tabliczka:

$\frac{e}{d}$	$\varepsilon''$
0.01	34' 23"
0.001	3' 26"
0.0001	20"
0.00001	2"

Przykład. Z punktu, którego rzędne są na 1 m niepewne, celowano do trygonometrycznego punktu (o rzędnych ściśle wyznaczonych), znajdującego się w odległości 3750 m. Z jaką dokładnością można określić azymut tej celowej?

Mamy tu

$$\varepsilon'' = \pm \frac{1}{3750} \times 206265$$

Zatem

$$\varepsilon'' = \pm 55''.$$

### §. 16. Wpływ złego ustawienia poziomego na pomiar kątów poziomych.

Gdy przyrząd jest dokładnie zrektyfikowany, to błędne (nie poziome) ustawienie jego limbusu musi być powodem niedokładnego pomiaru kątów



poziomych. Zamiast kąta prawdziwego  $AZH = w$  (patrz rys. 56), odczytuje się na limbusie kąt  $A(Z)(H) = w$ .

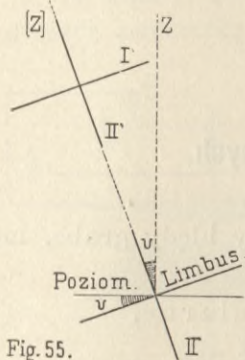


Fig. 55.

Mamy tu (patrz rys. 57):

$$\frac{\sin w_0}{\sin w} = \frac{\cos h}{\sin P(Z)}$$

Dalej jest

$$P(Z) = PZ - UZ$$

lub

$$P(Z) = (90 - h) - UZ.$$

Uważając trójkąt  $(Z)ZU$  (patrz rys. 57) jako płaski, otrzymamy wobec tego, że  $v = (Z)Z$  jest małą wartością

$$UZ = (Z)Z \cos w = v \cos w.$$

Z tego samego powodu można zastosować przybliżony wzór

$$\sin(x + \Delta x) = \sin x + \Delta x \cos x,$$

mamy więc

$$\sin P(Z) = \cos h - v \cos w \sin h.$$

Dalej jest (patrz rys. 57)

$$\frac{\cos h}{\sin P(Z)} = \frac{\cos h}{\cos h - v \cos w \sin h} = \frac{1}{1 - v \cos w \operatorname{tg} h}.$$

Stosując przybliżony wzór

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + \dots,$$

otrzymujemy dalej z trójkąta  $PZ(Z)$

$$\frac{\cos h}{\sin P(Z)} = \frac{\sin w_0}{\sin w} = 1 + v \cos w \operatorname{tg} h$$

lub

$$\sin w_0 - \sin w = v \sin w \cos w \operatorname{tg} h,$$

zatem

$$2 \sin \frac{w_0 - w}{2} \cos \frac{w_0 + w}{2} = v \sin w \cos w \operatorname{tg} h.$$

Podstawiając tu ze względu na małą różnicę kątów

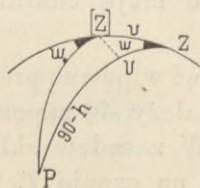


Fig. 57.

$$\cos \frac{w_0 + w}{2} = \cos w$$

$$2 \sin \frac{w_0 - w}{2} = (w_0 - w),$$

otrzymujemy:

$$w_0 - w = v \sin w \operatorname{tg} h \quad . \quad . \quad . \quad 55)$$

Ponieważ kąt mierzony przedstawia różnicę dwóch odczytów, to mamy

$$w - w' = v \{ \sin w \operatorname{tg} h - \sin w' \operatorname{tg} h' \} \quad . \quad . \quad . \quad 56)$$



Przy pomiarach, przy których  $h$  jest małe, lub przy obu celach prawie jednakowe, nie ma ten błąd prawie żadnego znaczenia. Inaczej jednak będzie, gdy  $h$  jest znacznie w obu celach odmienne; wtedy wpływ niepoziomego ustawienia limbusu może być bardzo wielki.

### §. 17. Błędy podziałki kół podzielonych.

Błędy podziałki kół podzielonych, pominąwszy błędy grube, można podzielić na dwa rodzaje:

- a) błędy nieprawidłowe czyli nieregularne,
- b) błędy prawidłowe czyli regularne.

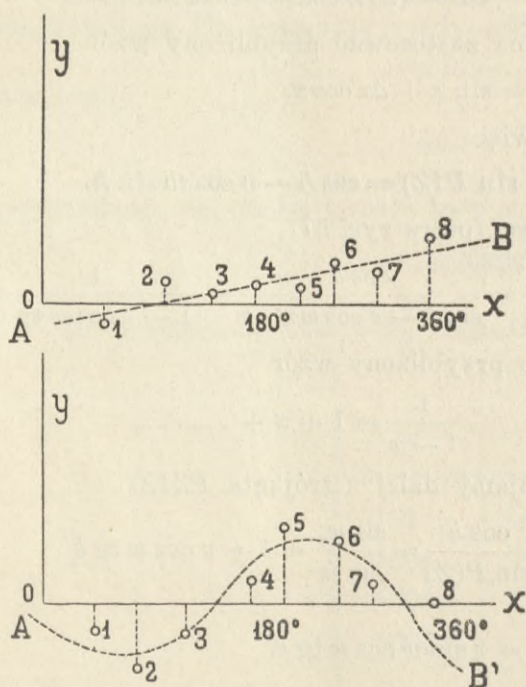


Fig. 58.

a rzędną  $y$  tej krzywej, będzie przedstawieniem błędu nieregularnego.

Z natury rzeczy wypływa, iż błędy nieregularne mają charakter przypadkowy.

Ażeby błędy regularne podziałki kół podzielonych ująć w pewne prawa, by je na tej podstawie mógł wyrógować ze spostrzeżeń, należy się zapoznać z przyrządem, służącym do robienia podziałek kołowych. W zasadzie składa się on z koła z podziałką oryginalną  $O$ , które jest osadzone na czopie  $T$ . Pod niem znajduje się obracalne ramię  $R$ , na którym umocowane jest ostrze ruchome  $S$ , służące do rysowania kreszek podziałki. Koło  $kk$ , mające być podzielone, nasadza się mocno na czop  $T$ , następnie ustawia się mikroskop (położony naprzeciw ostrza  $S$  na tem samym ramieniu  $R$ ) na kreskę oryginału i za

a) Błędy nieprawidłowe są to te, których istnienie, wzrost i powstawanie nie może być ujęte żadnym (prostym) wzorem matematycznym. Mogą one być wyrugowane tylko przez pomnożenie liczby spostrzeżeń i to na różnych miejscach podziałki dokonanych.

b) Błędy prawidłowe znowu mogą mieć albo charakter:

- a) wzrastający,
- albo  $\beta$ ) peryodyczny.

Narysujmy kąty jako  $x$ , a rzeczywiste błędy pojedynczych kreszek jako  $y$ , to otrzymamy krzywą błędów podziałki.

Jeżeli otrzymamy na przykład linię prostą  $AB$ , albo linię sinusową  $A'B'$  (patrz rys. 58), to rzędne  $y$  tych linii będą nam przedstawiały błędy regularne; zaś różnica, jaka istnieje między rzędną  $y$  rzeczywistą,



pomocą ostrza *S* rysuje się na kole *kk* kreskę. Tak dawniej postępowano. Obecnie wykonują tę robotę maszyny automatycznie. Zasada jednak pozostała ta sama.

Widzimy, że zachodzą tu dwa główne źródła błędów — uważając oryginalną podziałkę jako wolną od błędów — a mianowicie:

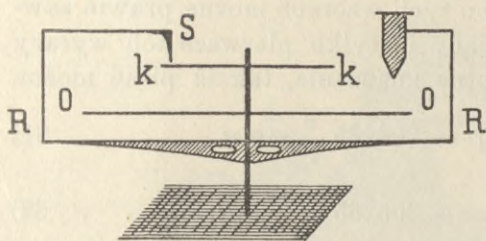


Fig. 59.

a) koła *kk* i *OO* nie są na czopie centrycznie względem siebie osadzone;

b) koła te są względem siebie nachylone pod kątem *i*.

Starajmy się teraz zbadać wpływ tych błędów na dobroć powstającego podziału.

a) Jeżeli koła nie są współśrodkowe, jak przyjęto na rysunku fig. 60, to rysujemy n. p. kreskę 90° w punkcie *B* zamiast w *A*, popełniamy więc w tem miejscu błąd, który nazwijmy *δ*. Niech *OO'* (p. rys. 61) przedstawia nam odległość środków obu kół, to zamiast rzeczywistego kąta *u* odcinamy na kole kąt *v*. Jeżeli *r* jest promieniem koła *k*, to mamy:

$$OA' = \frac{OO' \sin u}{\sin(u-v)}$$

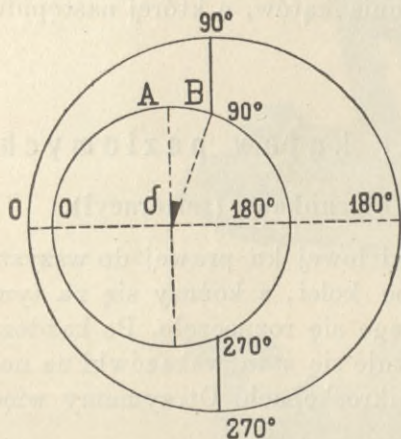


Fig. 60.

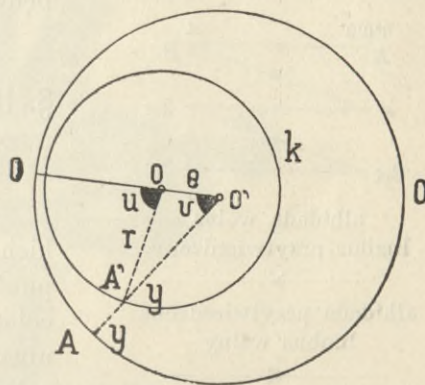


Fig. 61.

Położmy  $OO' = e$  to

$$\sin(u-v) = \frac{e \sin u}{\sqrt{r^2 + e^2 - 2re \cos u}} \dots \dots \dots 57)$$

Ponieważ  $(u-v)$  jest zawsze małym kątem, to rozwiniąwszy w szereg, otrzymamy:

$$(u-v) \sin 1'' = \frac{e}{r} \sin u + \frac{1}{2} \frac{e^2}{r^2} \sin 2u + \dots \dots \dots 58)$$

b) jeżeli koło *k* jest pod kątem *i* (p. rys. 62) do koła *O* nachylone, wtedy kątowi *x* koła *O* odpowiada kąt *y* koła *k*. Z trójkąta sferycznego *ABC* otrzymamy:

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y \cdot \cos i \dots \dots \dots 59)$$



albo rozwinięwszy to w szereg, otrzymamy:

$$(x - y)'' \sin 1'' = -\operatorname{tg}^2 \frac{i}{2} \cdot \sin 2y + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 \frac{i}{2} \cdot \sin 4y - \dots \quad (60)$$

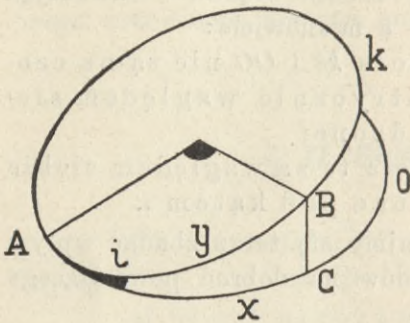


Fig. 62.

Z obu błędów powyższych wynika, że są funkcjami peryodycznymi.

W obu tych wzorach można prawie zawsze przyjąć, iż tylko pierwsze ich wyrazy mają istotne znaczenie, tak iż pisać można

$$(u - v)'' = 206265 \frac{e}{r} \sin u \quad (61)$$

$$(x - y)'' = -206265 \operatorname{tg}^2 \frac{i}{2} \sin 2y \quad (62)$$

Odczytując w miejscach o  $90^\circ$  i  $180^\circ$  na limbusie od siebie oddalonych, wyrugujemy wpływ obu tych błędów całkowicie.

Jest bowiem

$$\sin u + \sin (90 + u) + \sin (180 + u) + \sin (270 + u) = 0$$

i tak samo

$$\sin 2y + \sin 2(y + 90) + \sin 2(y + 180) + \sin 2(y + 270) = 0$$

#### Schemat repetycji.

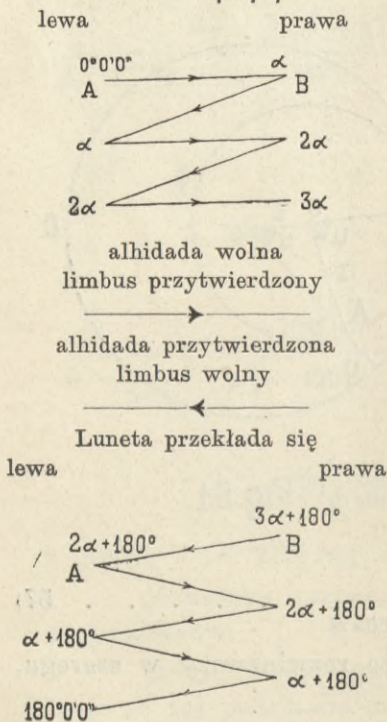


Fig. 63.

Jeżeli mamy sprzęg limbusowy obok sprzęgu alhidady, to staramy się o to, ażeby pierwszy odczyt przy celu do A równał się  $0^0 0' 0''$ ; to nam ułatwi t.zw. redukcję na zero, t.j. odejmowanie odczytu pierwszego od wszystkich następnych. Chcąc mieć dwa pomiary, nastawiamy drugim razem

Te równania są podstawą metody kierunkowej spostrzegania kątów, o której następnie będzie mowa.

## §. 18. Pomiar kątów poziomych.

### A) Metoda kierunkowa (reiteracji).

Celuje się od lewej ku prawej do wszystkich punktów po kolei, a kończy się na tym punkcie od którego się rozpoczęło. Po każdym celowaniu odczytuje się stan wskazówki na noniuszach albo mikroskopach. Otrzymamy więc celowe do

$$A, B, C, D \dots A.$$

Następnie przerzucamy lunetę, obracamy alhidadę o  $180^\circ$  i celujemy w porządku odwrotnym, to jest od prawej ku lewej, kończąc znowu na tym samym punkcie A. Otrzymamy tym razem celowe do:

$$A \dots D, C, B, A.$$

Kompletny taki pomiar nazywamy horyzontem, różą, seryą lub pomiarem kierunków.



punkt *A* na odczyt  $90^{\circ}0'0''$  i postępujemy jak pierwszym razem, a w razie, gdy chcemy tę samą seryę kierunków pomierzyć trzy razy, nastawiamy odczyt do pierwszego punktu kolejno na  $0^{\circ}$ ,  $60^{\circ}$ ,  $120^{\circ}$  podziału limbusu. Przy nadzwyczaj ważnych punktach tryangulacyjnych mierzymy kąty 6 razy, nastawiając tak, by odczyt do pierwszego punktu był  $0^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ ,  $60^{\circ}$ ,  $90^{\circ}$ ,  $120^{\circ}$ ,  $150^{\circ}$ .

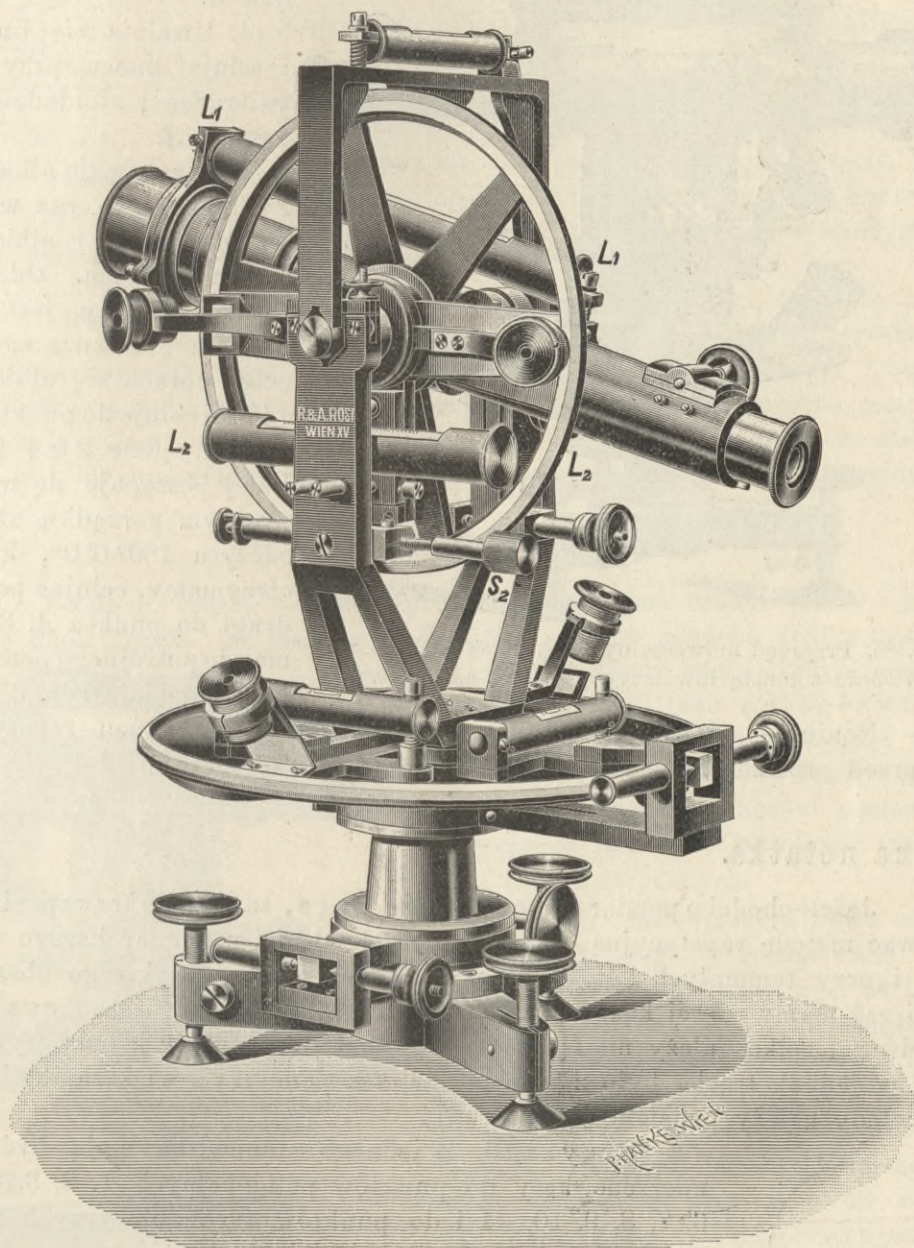


Fig. 64. Przyrząd uniwersalny firmy R. & H. Rost we Wiedniu.

### **B) Metoda z powtarzaniem (repetycji).**

Przy pomiarze repetycyjnym mierzy się zawsze tylko jeden kąt, a więc każdy kąt z osobna. Niech będą *A* i *B* punkty, do których celować należy. To  
(1) Ustawia się alhidadę na  $0^{\circ}$  podziału limbusu i sprzęga z limbusem,



(2) Uwalnia się limbus i celuje się dopunkt *A* (po lewej), otrzymamy więc odczyt  $0^{\circ} 0' 0''$ .

(3) Uwalnia się alhidadę i celuje do punktu *B* i alhidadę znowu sprzęga, odczyt, jaki teraz dostaniemy, niech będzie  $\alpha$ .

(4) Uwalnia się limbus i celuje znowu przy zatwierdzonej alhidadzie do punktu *A*.

(5) Uwalnia się alhidadę i celuje się po raz wtóry do punktu *B* i alhidadę znowu sprzęga. Odczyt, jaki otrzymamy, jest  $2\alpha$ .

Teraz przerzuca się lunetę, obraca się alhidadę o  $180^{\circ}$  i celuje do punktu *B*; odczyt będzie  $2\alpha + 180^{\circ}$ . Dalej postępuje się w odwrotnym porządku aż do odczytu  $180^{\circ} 0' 0''$ , który otrzymamy, celując po raz drugi do punktu *A*. Schemat do potrójnego pomiaru kąta  $\alpha$  podaje rys. 63.

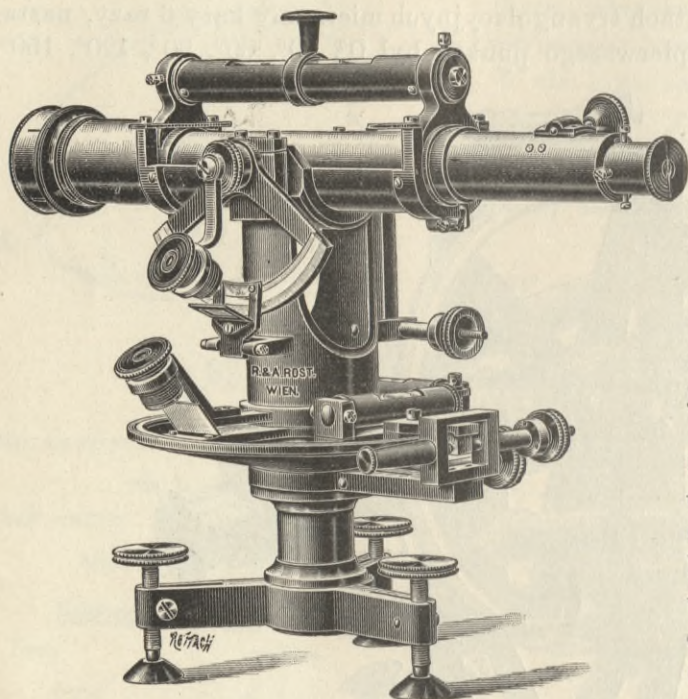


Fig. 65. Przyrząd uniwersalny firmy R. & A. Rost we Wiedniu z lunetą niwelacyjną i libelą nasadkową.

Noniusze odczytuje się tylko na początku i na końcu repetycji, t. j. przed przrzczeniem lunety. Tak samo i po przrzczeniu.

### Ważna notatka.

Jeżeli chodzi o pomiar tylko jednego kąta, to należy bezwarunkowo stosować metodę repetycyjną. Tak samo, jeżeli chodzi o pomiar bardzo ważnych i przy temnających kątów, n. p. przy tryangulacji większego obszaru. Jeżeli zaś mamy więcej kątów razem (horyzont), to metoda kierunkowa jest właściwszą, tylko należy nie łączyć więcej niż 6 kierunków w jeden horyzont. Jeżeliby jednak trzeba było z jednego punktu pomierzyć większą ilość kątów, wtedy należy podzielić je na grupy.

Przykład. Z jednego stanowiska mają być pomierzone kąty do punktów poligonalnych 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 i do punktów tryangulacyjnych  $\alpha$ ,  $\beta$ . Porządek celowych niech będzie następujący:

1, 2, 3,  $\alpha$ , 4, 5, 6, 7, 8,  $\beta$ , 9, 10, 11.

W takim razie mierzymy horyzonty

(1) 1, 2, 3,  $\alpha$ , 4, 5, 6.

(2) 7, 8,  $\beta$ , 9, 10, 11.

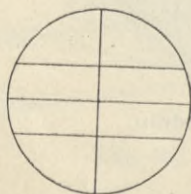


Fig. 66.

metodą kierunkową, a kąt  $\alpha$ ,  $\beta$  osobno metodą repetycyjną, naturalnie o ile nasz przyrząd na to pozwala. Kąt  $\alpha$ ,  $\beta$ , który łączy horyzont (1) z horyzontem



(2) powinien być bardzo starannie pomierzony. Potrzeba dokładnego pomiaru tego kąta odpada wtedy, gdy należy on do siatki trygonometrycznej przedtem już wyrównanej. Jeżeli nie ma takich punktów  $\alpha$  i  $\beta$ , to staramy się, aby jedna celowa, którakolwiek zresztą, była we wszystkich horyzontach

n. p. (1) 1, 2, 3, 4, 5, 6.

(2) 1, 7, 8, 9, 10, 11.

Każdy taki oddział tworzy jeden pęk promieni (gyrus).

Wyrabiane we Francji lepsze teodolity mają tak zwaną kontrolną lunetę. Jest ona stale przytwierdzona do limbusu i służy do sprawdzenia, czy limbus się nie przesunął lub nie skręcił. Przy teodolitach o ruchomym limbusie jest taka kontrolna luneta bardzo pożyteczna. Zaszkozić w każdym razie nie może.

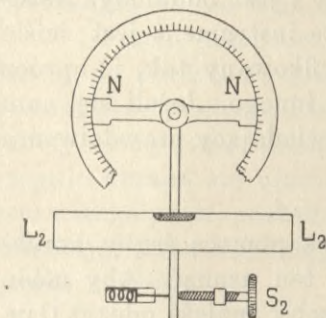


Fig. 67.

W ogóle należy pamiętać o tem, że każdy przyrząd ma swoje zalety i wady, z którymi trzeba się dobrze zaznajomić przed rozpoczęciem każdej ważniejszej roboty. Dotyczy to nie tylko rodzaju, lecz i budowy przyrządu samego. Np. robione metodzie repetycyjnej zarzuty odnoszą się właściwie do przyrządów użytych. Metoda sama jest idealna. Gauss mierzył swoje kąty zawsze metodą repetycyjną.

### §. 19. Przyrząd uniwersalny.

Jeżeli do lunety teodolitu przytwierdzona jest osobna libela i jeżeli siatka obok krzyża ma jeszcze dwie nitki poziomo ułożone (patrz rys. 66)

tak, że instrument może służyć i do poziomowania i jako odległownica, wtenczas nazywamy taki przyrząd uniwersalnym, może on bowiem być użyty nie tylko do pomiaru kątów poziomych i pionowych, ale i do niwelacji oraz do robót tachymetrycznych.

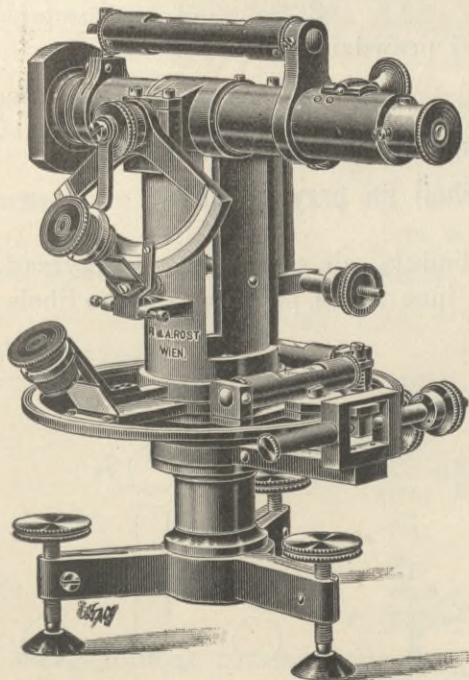


Fig. 68. Mały przyrząd uniwersalny firmy R. & A. Rost we Wiedniu z libelą stale przytwierdzoną.

W takim instrumencie bywa często do koła pionowego przymocowana specjalna libela ( $L_2 L_2$  patrz rys. 64 i 67), której oś powinna być równoległą do osi obu noniuszów koła pionowego; służy ona do poziomego ustawienia linii zerowej obu noniuszów, a to za pomocą leniwego ruchu  $S_2$ . Od libeli umieszczonej na lunecie żądamy, ażeby jej oś była równoległą do osi celowej lunety. Omówienie tego warunku tutaj nie jest potrzebne; sprawa ta należy do nauki o poziomowaniu, w której obszernie jest traktowana. Tu zajmujemy się tylko rektyfikacją libeli  $L_2$ .

Ażeby mieć jasny obraz działania błędu skutkiem pochylenia osi tej libeli, przedstawmy sobie, iż libela jest umieszczona na osi noniuszów ( $N_1 N_2$ ,



patrz rys. 69) nie równoległe do niej, lecz pod kątem  $i$ . Gdy sprowadzimy bańkę libeli do punktu zerowego i odczytamy noniusze, to arytmetyczna średnia z tych odczytów ( $O$ ) nie będzie odczytem, odpowiadającym prawdziwemu zenitowi  $Z$ , lecz zenitowi ( $Z'$ ), który od prawdziwego o kąt  $i$  jest oddalony. Naturalnie trzeba tu przyjąć, że instrument jest ściśle poziomo ustawiony i zrektyfikowany tak, iż oprócz tego błędu nie ma żadnego innego. Jeżeli się nam uda znaleźć odczyt  $O$ , odpowiadający prawdziwemu zenitowi  $Z$ , to będzie

$$Z - (Z') = i.$$

Mając kąt  $i$  możemy za pomocą śruby korekcyjnej  $S_3$  przy libeli błąd ten usunąć. Aby móc więc przeprowadzić rektyfikację w tym względzie, trzeba znaleźć odczyt  $O$  na kole pionowym, który odpowiada prawdziwemu zenitowi.

Odczyt ten można znaleźć niezależnie od libeli  $L_2$  w sposób następujący. Ustawia się przyrząd ściśle poziomo, zwraca lunetę na dobrze określony punkt  $A$  (patrz rys. 70) i odczytuje oba noniusze koła pionowego. Średnia tych odczytów niech będzie  $O_A$ . Teraz przerzuca się lunetę, obraca alhidadę o  $180^\circ$  i znów celuje do tego samego punktu  $A$ . Arytmetyczna średnia z tych dwóch odczytów niech będzie  $O_B$ , wtedy

$$O = \frac{\pm(O_B - O_A)}{2}$$

będzie odczytem, odpowiadającym zenitowi prawdziwemu.

## §. 20. Jak postępować, jeżeli obok libeli niwelacyjnej, umieszczonej na lunecie, nie ma drugiej libeli na przyrządzie?

Przyrządów takich wprawdzie nie budują, ale zdarza się, iż przyrząd którym mamy wykonać pewne roboty, ma inne libele popsute, a tylko libela

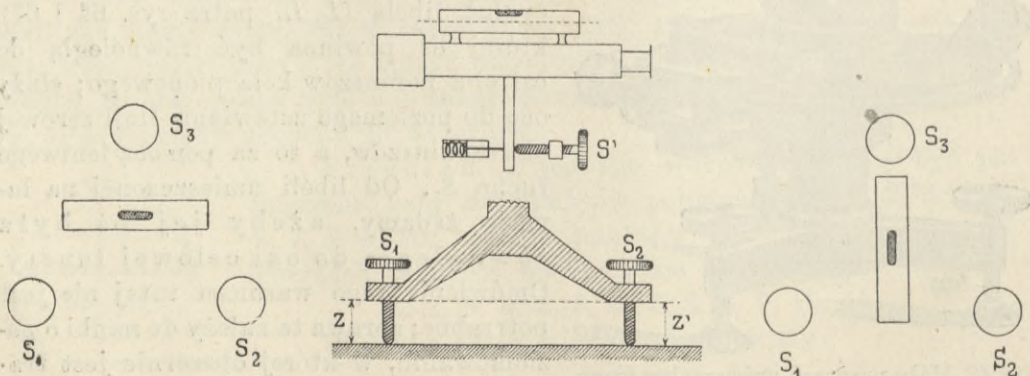


Fig. 71.

nasadkowa niwelacyjna jest dobra. Rektyfikacja takiego przyrządu sprowadza się do tego, czy *a*) oś libeli jest równoległą do osi lunety i *b*) czy nie ma



błądu kolimacyjnego. Co do  $a$ ), przekonywamy się o tem w sposób przy poziomowaniu podany. Ustawienie do poziomu robi się tu w następujący sposób: Ustawia się przyrząd w przybliżeniu poziomo na poziomym podkładzie (np. stole) tak, ażeby długości śrub ( $ZZ'$  patrz rys. 71) były równe i oś libeli równoległą do osi śrub  $S_1 S_2$ .

Potem przeprowadza się bańkę libeli za pomocą leniwego ruchu ( $S'$ ) lunety do punktu zerowego. Uwolniwszy alhidadę, obraca się ją o  $180^\circ$  i poprawia jedną połowę odchylenia bańki za pomocą śruby ( $S'$ ) ruchu leniwego lunety, drugą zaś połowę za pomocą śruby  $S_2$  na spodarce się znajdującej. Następnie obraca się alhidadę o  $90^\circ$ , tak że otrzymuje się położenie libeli do pierwszego prostopadłe i za pomocą śruby  $S_3$  sprowadza się bańkę libeli do zera. Obracając teraz alhidadę, przekonywamy się, czy bańka libeli zawsze zajmuje punkt zerowy.

## §. 21. Wyrównanie kątów.

Różnica między wyrównaniem kątów a wyrównaniem kierunków.

Ażeby módz wyjaśnić różnicę między wyrównaniem kierunków i kątów, starajmy się rozwiązać bardzo proste zadanie, wyrównanie kątów w trójkącie.

Niech będą

$$\alpha, \beta, \gamma$$

wyrównane, zaś

$$(\alpha), (\beta), (\gamma)$$

obserwowane kąty trójkąta  $ABC$ ; poprawki

$$v_\alpha, v_\beta, v_\gamma,$$

należy dodać do wartości spostrzeganych, ażeby otrzymać kąty wyrównane. Ponieważ w płaskim trójkącie  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ ; a tymczasem okazuje się, że

$$(\alpha) + (\beta) + (\gamma) = 180^\circ + \varepsilon,$$

przeto

$$v_\alpha + v_\beta + v_\gamma = \varepsilon \quad \dots \quad 63)$$

Do wyznaczenia poprawek trzeba, ażeby

$$\Omega = v_\alpha^2 + v_\beta^2 + v_\gamma^2 + \lambda(v_\alpha + v_\beta + v_\gamma) = \text{Minimum} \quad \dots \quad 64)$$

Więc wypada

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v_\alpha} = 2v_\alpha + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v_\beta} = 2v_\beta + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v_\gamma} = 2v_\gamma + \lambda = 0$$

Po dodaniu mamy

$$2(v_\alpha + v_\beta + v_\gamma) + 3\lambda = 0$$

i uwzględniając równanie 63)

$$\lambda = -\frac{2}{3}\varepsilon$$

czyli

$$v_\alpha = v_\beta = v_\gamma = -\frac{1}{3}\varepsilon \quad \dots \quad 65)$$

To samo zadanie można rozwiązać jeszcze w inny sposób, wprowadzając kierunki (azymuty).



Niechaj będą:

$$(a_{AB}), (a_{BC}), (a_{CA})$$

kierunki (azymuty) boków  $AB, BC, CA$ , obserwowane lub z obserwacji obrachowane, a

$$v_{AB}, v_{BC}, v_{CA}$$

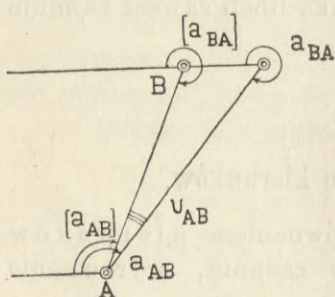
poprawki, które dodać należy, ażeby otrzymać azymuty wyrównane

$$a_{AB}, a_{BC}, a_{CA}$$

to naturalnie, że poprawki azymutów dla kierunków odwrotnych

$$(a_{BA}), (a_{CB}), (a_{AC})$$

będą także odwrotne (patrz rys. 72)



Skoro

$$-v_{AB}, -v_{BC}, -v_{CA}.$$

$$\alpha = a_{AC} - a_{AB}$$

$$\beta = a_{BA} - a_{BC}$$

$$\gamma = a_{BC} - a_{CA}$$

zatem

$$\left. \begin{aligned} v_\alpha &= -v_{CA} - v_{AB} \\ v_\beta &= -v_{AB} - v_{BC} \\ v_\gamma &= -v_{BC} - v_{CA} \end{aligned} \right\} \dots \dots 66)$$

a stąd

$$v_{AB} + v_{BC} + v_{CA} = + \frac{\varepsilon}{2} \dots \dots 67)$$

Fig. 72.

Do wyrównania należy tu utworzyć

$$\Omega = v_{AB}^2 + v_{BC}^2 + v_{CA}^2 + \lambda' (v_{AB} + v_{BC} + v_{CA}) = \text{Minimum.}$$

Z czego ze względu na przedostatnie równanie otrzymuje się

$$\lambda' = \frac{1}{3} \varepsilon.$$

Mamy zatem

$$v_{AB} = v_{BC} = v_{CA} = + \frac{1}{3} \varepsilon$$

to znaczy, że bez względu na znak

$$v_{AB} = \frac{1}{2} v_\alpha \dots \dots \dots 67)$$

Stąd wypływa, iż poprawka kierunku, liczona na podstawie najmniejszych kwadratów, jest o połowę mniejsza od poprawki kątowej. Jeżeli więc waga wyznaczenia jednego kierunku równa się 1, to waga wyznaczenia jednego kąta równa się  $\frac{1}{2}$ .

Do tego samego wniosku można dojść za pomocą bardzo prostego rozważania.

Kąt jest różnicą azymutów dwóch kierunków. Jeżeli więc  $m$  jest średnim błędem kąta,  $r$  zaś średnim błędem kierunku, to mamy:

$$\pm m = \pm r \pm r$$

zatem

$$m^2 = r^2 + r^2 = 2r^2$$

czyli

$$\frac{m^2}{r^2} = \frac{2}{1}$$

Skoro oznaczymy przez  $p$  wagę kierunku, zaś przez  $q$  wagę wyrównanego kąta, to wiedząc, że wagi mają się do siebie odwrotnie jak kwadraty średnich błędów

$$\frac{p}{q} = \frac{m^2}{r^2}$$



wypada

$$p : q = 2 : 1 \dots \dots \dots (69)$$

Powyższe uwagi służyły tylko do tego, ażeby wyjaśnić bliżej różnicę między kątem i kierunkiem, o ile ona wchodzi w rachubę przy wyrównaniu. Wyrównywać trójkąty w ten sposób nie można, gdyż one składają się nie tylko z kątów lecz i z boków.

Zastanówmy się teraz nad innym zadaniem. Niech będą  $ABC$  wyrównane miejsca punktów  $(A)$ ,  $(B)$ ,  $(C)$ , a

$$\sum w = \sum ACB$$

wyrównaną wartością kąta

$$(w) = \sum (A) (C) (B)$$

tak iż

$$w - (w) = \delta$$

będzie przedstawiało poprawkę, którą otrzymać się ma przez wyrównanie.

Stosując zasadę najmniejszych kwadratów otrzymuje się, przypuszczając, że punkt  $B$  jest punktem stałym i że w długościach  $AC$  i  $BC$  nie zachodzą zmiany

$$\Delta A^2 + \Delta B^2 = \text{Minimum}$$

lub

$$\Delta A + \Delta B = 0.$$

Zatem

$$\Delta A = -\Delta B,$$

a to nastąpi wtedy, gdy poprawimy kierunek  $BA$  o  $\delta_1$ , i kierunek  $BC$  o  $\delta_2$  tak ażeby

$$\Delta A = A(A) = \Delta B = B(B)$$

Jest atoli

$$\Delta A = (A) A = d_1 \operatorname{tg} \delta_1$$

$$\Delta B = B(B) = d_2 \operatorname{tg} \delta_2$$

a ze względu na małe  $\delta_1$

$$(A) A = d_1 \delta_1, \text{ analogicznie } B(B) = d_2 \delta_2$$

Mamy więc

$$\delta_1 + \delta_2 = \delta$$

$$\delta_1 d_1 = \delta_2 d_2,$$

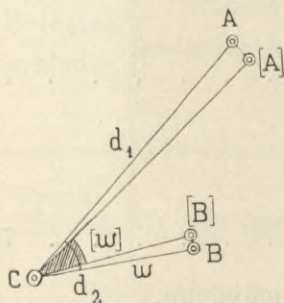


Fig. 73.

i dla poprawek  $\delta_1$  i  $\delta_2$  równania

$$\delta_1 + \delta_2 = \delta$$

$$\delta_1 : \delta_2 = \frac{1}{d_1} : \frac{1}{d_2} \dots \dots \dots (70)$$

Gdy więc kąt  $w$  mamy poprawić o  $\delta$ , to poprawimy kierunki w ten sposób, jak równania powyższe wskazują.

Mając do wyrównania trójkąt o kątach

$$(\alpha), (\beta), (\gamma)$$

i przeciwległych bokach

$$d_\alpha, d_\beta, d_\gamma$$

należy postępować w następujący sposób. Połóżmy

$$AB - (AB) = v_{AB}$$

$$BC - (BC) = v_{BC}$$

$$CA - (CA) = v_{CA}$$



i dalej  
to będzie

$$(\alpha) + (\beta) + (\gamma) = 180 + \varepsilon$$

$$v_{AB} + v_{BC} + v_{CA} = + \frac{\varepsilon}{2}$$

Dalej powinno być

$$v_{AB} : v_{BC} : v_{CA} = \frac{1}{d_\gamma} : \frac{1}{d_\alpha} : \frac{1}{d_\beta}$$

Mamy zatem

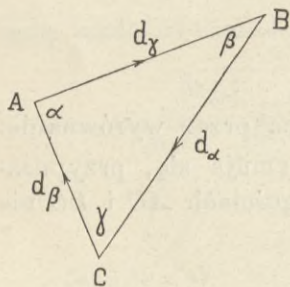


Fig. 74.

$$v_{AB} = + \frac{\varepsilon}{2} \frac{\frac{1}{d_\gamma}}{\frac{1}{d_\alpha} + \frac{1}{d_\beta} + \frac{1}{d_\gamma}}$$

$$v_{BC} = + \frac{\varepsilon}{2} \frac{\frac{1}{d_\alpha}}{\frac{1}{d_\alpha} + \frac{1}{d_\beta} + \frac{1}{d_\gamma}}$$

$$v_{CA} = + \frac{\varepsilon}{2} \frac{\frac{1}{d_\beta}}{\frac{1}{d_\alpha} + \frac{1}{d_\beta} + \frac{1}{d_\gamma}}$$

Uwzględniając równania 66) otrzymuje się

$$\left. \begin{aligned} P v_\alpha &= - \frac{\varepsilon}{2} \left( \frac{1}{d_\beta} + \frac{1}{d_\gamma} \right) \\ P v_\beta &= - \frac{\varepsilon}{2} \left( \frac{1}{d_\alpha} + \frac{1}{d_\gamma} \right) \\ P v_\gamma &= - \frac{\varepsilon}{2} \left( \frac{1}{d_\alpha} + \frac{1}{d_\beta} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 71)$$

gdzie

$$P = \frac{1}{d_\alpha} + \frac{1}{d_\beta} + \frac{1}{d_\gamma} \dots \dots \dots 72)$$

Tak samo postępuje się, jeżeli chodzi o wyrównanie polygonu.

Mamy więc twierdzenie:

Mając wyrównać polygon o  $n$  bokach, należy nadwyżkę ponad  $(n - 2) 180^\circ$  rozdzielić tak, ażeby poprawki kątów były proporcjonalne do sumy odwrotnych ich ramion.

Co się zaś tyczy ogólnego wyrównania kątów, to teorie do tego potrzebne podane są w tej części książki, która zajmuje się metodą najmniejszych kwadratów.



## O zdjęciach polygonalnych.

### §. 22. Punkty katastralne.

Podstawę pomiarów polygonalnych tworzą punkty katastralne. Są to wierzchołki siatek tryangulacyjnych, pokrywających całe państwo.

Dla wyznaczenia wzajemnego położenia tych punktów obrano spółrzedne prostokątne płaskie, ażeby zaś przy zdjęciach polygonalnych uniknąć błędu z powodu nieuwzględnienia kulistego kształtu ziemi, przyjęto w Austrii 7 układów katastralnych.

Jako punkty początkowe układów przyjęto punkty tryangulacyjne pomiaru stopni. Południk, przechodzący przez uważany początek układu, stanowi oś odciętych, koło wielkie, prostopadłe do niego, oś rzędnych.

Oś +X skierowaną jest na południe, oś +Y na zachód.

Początek układu spółrzednych katastralnych Galicyi znajduje się we Lwowie na Wysokim zamku pod kopcem Unii lubelskiej.

Daty, odnoszące się do tego układu, są:

Początek układu	Długość geograficzna			Szerokość geograficzna			Układ rozciąga się między				Północna granica wiersza, oznaczonego cyfrą 1, leży na północ od osi X o mil
							kolumnami		wierszami		
	zach.	wsch.	od	do							
	od	do	od	do							
Wysoki Zamek	41	42	32.50	49	50	56.50	XLIX	XXIV	2	48	16.

Daty, odnoszące się do innych układów katastralnych, podane są w austriackiej instrukcyi polygonalnej z r. 1887 (Instruktion zur Ausführung der trigonometrischen und Polygonometrischen Vermessungen behufs Herstellung neuer Pläne für die Zwecke des Grundsteuer-Katasters; Wien, Staatsdruckerei).

Punkty katastralne zaznaczone są w polu kamieniami odpowiednio zafundowanymi, na których wryty jest krzyż, oznaczający położenie punktu i litery *K. V.* (Katastral Vermessung). W kartach sztabu generalnego oznaczono punkty katastralne znacznikiem  $\Delta$ .

### §. 23. Skale katastralne.

#### a) Dawne.

Jako normalną skalę katastralną przyjęto 1:2880, czyli 1 cal na planie = 40 sążni wiedeńskich na gruncie ( $1'' = 40^0 = 40 \times 6' = 40 \times 6 \times 12'' = 2880''$ ).

Dla większych miast (w Galicyi dla Lwowa i Krakowa) i dla miejscowości o bardzo wielkiej ilości parcel, których nie możnaby w tej skali







Kolumny oznaczono cyframi rzymskimi od osi  $x$  w obie strony, wiersze cyframi arabskimi, zaczynając od wiersza wysuniętego najbardziej na północ. Położenie sekcji wyznacza się przez podanie kolumny i wiersza, w których sekcja się znajduje. Np. punkt  $A$  znajduje się w sekcji tryangulacyjnej Z. k. II, 16. (W. C. II, 16.), t. zn. w zachodniej kolumnie II, w wierszu 16; punkt  $B$  znajduje się w sekcji tryangulacyjnej W. K. I, 18.

Obszar mili kwadratowej, czyli sekcję tryangulacyjną, podzielono w kierunku wschód-zachód na 4 części, oznaczone literami  $a, b, c, d$ ; w kierunku północ-południe na 5 części, oznaczone literami  $e, f, g, h, i$ ; wskutek tego powstało 20 sekcji szczegółowych, kształtu prostokątnego, o bokach 1000 sążni = 1896.48  $m$  i 800 sążni = 1517.19  $m$ , a powierzchni  $\frac{1}{20}$  mili kwadratowej = 500 morgów austriackich = 287.7  $ha$ .

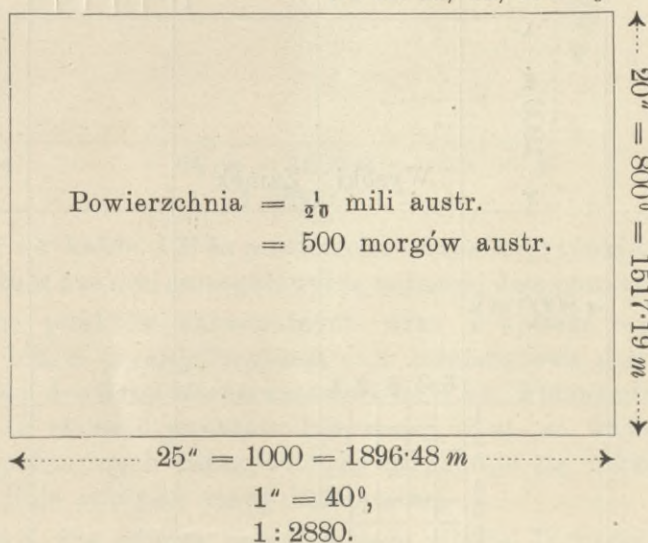
Na rysunku przedstawiono ten podział w sekcji tryangulacyjnej W. K. II, 15 i Z. K. II, 17; punkt  $C$  leży w sekcji szczegółowej  $bg$ , więc położenie jego jest W. K. II, 15, sek.  $bg$ .

Mapa katastralna przedstawia w naturze prostokąt o długości 1000 sążni, a wysokości 800 sążni; w skali 2:2880 wynosi długość prostokąta 25 cali, a wysokość 20 cali.

Na każdej mapie oznaczony jest w północno-wschodnim rogu numer sekcji tryangulacyjnej i numer sekcji szczegółowej, którą przedstawia.

#### Mapa katastralna (sek. szczegół.).

W. K. II, 15, sek.  $bg$ .



#### b) Nowy podział.

Układ osi dzieli obszar kraju na 4 ćwiartki (kwadranty):

- I. *Pd. Z* (południe-zachód),
- II. *Pł. Z* (północ-zachód),
- III. *Pł. W* (północ-wschód),
- IV. *Pd W* (południe-wschód).

Proste, równoległe do osi odciętych (do południka), w odstępach 8000  $m$ , dzielą obszar na kolumny; proste zaś, równoległe do osi rzędnych, w odstępach 10000  $m$ , dzielą go na wiersze.







które oznaczono cyframi arabskimi w ten sposób, że część, leżąca najbliżej osi, oznaczono cyfrą 1, a dalsze cyframi porządkowymi.

Sekcja tryangulacyjna składa się więc z 40 prostokątów o bokach 1600 m i 1250 m, a powierzchni 2000 ha, zwanych sekcjami szczegółowymi.

Wymiary sekcji szczegółowej w skali 1:2500 są: długość 64 cm, wysokość 50 cm.

Położenie sekcji szczegółowej określamy przez podanie sekcji tryangulacyjnej oraz kolumny i wiersza podziału szczegółowego.

Np. punkty *A*, *B*, *C* leżą w następujących sekcjach:

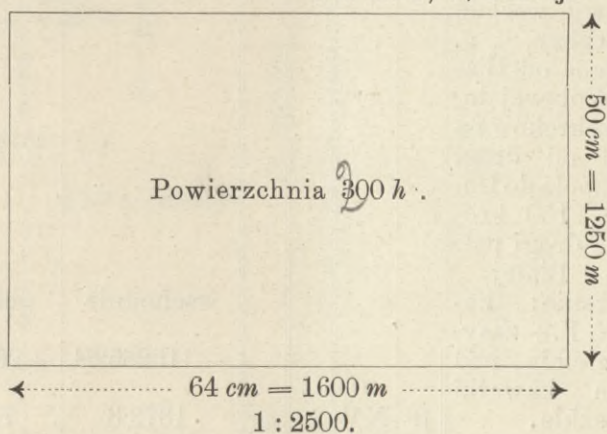
*A* . . . . Pd. Z. I, 2, sek.  $\frac{2}{5}$ ,

*B* . . . . Pl. Z. II, 2, sek.  $\frac{4}{5}$ ,

*C* . . . . Pl. W. II, 2, sek.  $\frac{2}{7}$ .

Nowa mapa katastralna (sekcja szczegółowa).

Pd. Z. I, 2, sek.  $\frac{2}{5}$ .



Ponieważ na każde 100 ha powierzchni wypada przynajmniej 1 punkt katastralny, przeto w 1 sekcji szczegółowej są najmniej dwa punkty katastralne.

Spółrzędne punktów katastralnych wraz z opisem topograficznym dostać można w biurze tryangulacyjnym c. k. ministerstwa skarbu we Wiedniu (Kalkulbureau des Grundsteuerkatasters in Wien, Finanzministerium) za opłatą taryfową 10 zł. za 5 punktów lub mniej, 2 zł. za każdy następny punkt. Oprócz spółrzędnych rzeczywistych otrzymuje się także spółrzędne zredukowane na linie sekcyjne mapy katastralnej.

Przykład. Dla zdjęcia polygynalnego miasta Tarnopola otrzymano daty odnoszące się do 7 punktów: Tarnopol, Wołowa dolina, Szlachcińce, Grell, Kutkowce, Dołżanka i Toutry, zestawione w wykazie, umieszczonym na następnej stronie.

Mając spółrzędne punktu, możemy łatwo oznaczyć sekcję tryangulacyjną i szczegółową, w których punkt się znajduje i podać spółrzędne, zredukowane ze względu na linie sekcyjne, tak w dawnym, jak i w nowym układzie sekcyjnym.

Oznaczenia *W XV 21 ae* i liczby 425·4, 1342·1 odnoszą się do dawnego podziału. — *W* w kolumnie 3 oznacza wschód.







Punkt Tarnopol leży zatem w kolumnie wschodniej

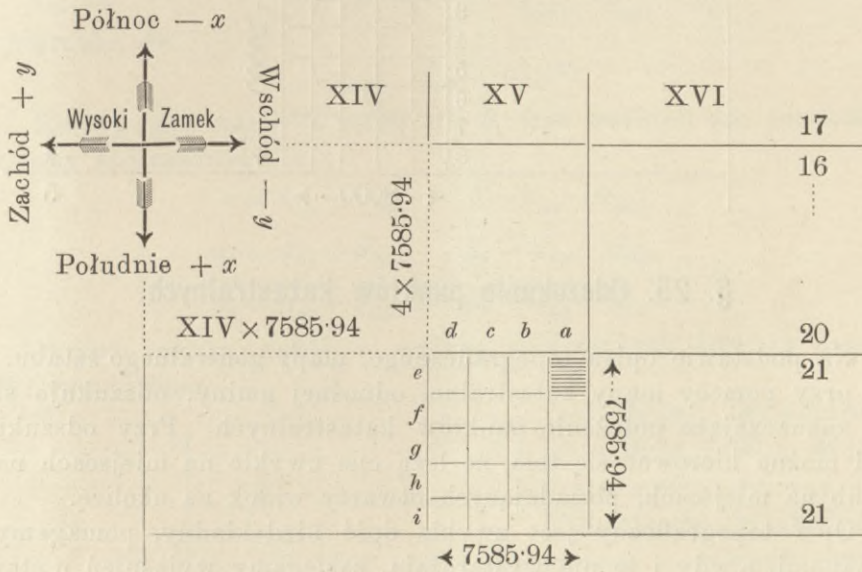
$$\begin{aligned} \text{XIV} + \text{I} &= \text{XV}, \\ \text{w warstwie } 20 + 1 &= 21 \\ \text{i sekcji szczegółowej } &ae. \end{aligned}$$

Oznaczenie punktu Tarnopol jest W. K. XV, 21, sek. ae.

Spółrzędne zredukowane na linie sekcyjne są:

$$\begin{aligned} y' &= -425\cdot4 \\ x' &= +1342\cdot1. \end{aligned}$$

Przedstawienie punktu w dawnym układzie.



6j.

Wyznamy teraz położenie punktu w nowym układzie.

$$-y = 113265\cdot84 = \underbrace{14 \times 8000}_{\text{kolumna}} + \underbrace{0 \times 1600}_{\text{sekcya } y \text{ zredukow.}} + \underbrace{265\cdot84}_{\text{na linię sek.}}$$

$$14 + 1 = \text{XV} \quad 0 + 1 = 1 \text{ na linię sek.}$$

$$+x = 31685\cdot83 = \underbrace{3 \times 10000}_{\text{wiersz}} + \underbrace{1 \times 1250}_{\text{sekcya } x \text{ zredukow.}} + \underbrace{435\cdot83}_{\text{na linię sek.}}$$

$$3 + 1 = 4 \quad 1 + 1 = 2 \text{ na linię sek.}$$

Oznaczenie punktu Tarnopol według nowego podziału jest:

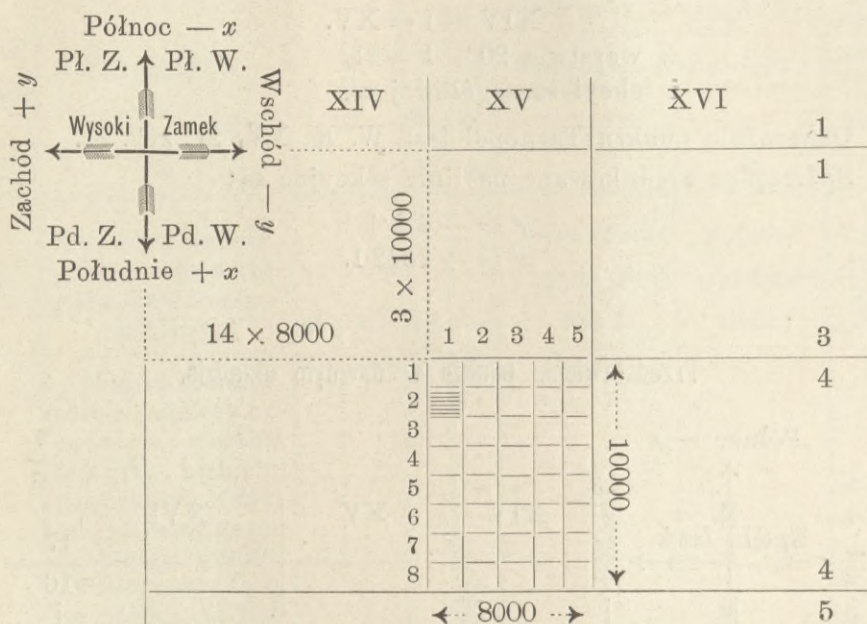
Pd. W. XV, 4, sekcya  $\frac{1}{2}$ .

Spółrzędne, zredukowane na linie sekcyjne, są:

$$\begin{aligned} y'' &= -265\cdot84, \\ x'' &= +435\cdot83. \end{aligned}$$



Przedstawienie punktu w nowym układzie.



§. 25. Odszukanie punktów katastralnych.

Na podstawie opisu topograficznego, mapy generalnego sztabu, ewentualnie przy pomocy mapy katastralnej odnośnej gminy, odszukuje się kamienie, zaznaczające położenie punktów katastralnych. Przy odszukiwaniu kamieni można kierować się tem, że leżą one zwykle na miejscach najwyższych lub na miejscach, posiadających otwarty widok na okolicę.

Opis topograficzny jest zwykle dość niedokładny, pomagamy więc sobie mapami, a gdy i te nie wystarczają, zasięgamy wyjaśnień u starszych mieszkańców gminy.

Wiele kamieni uległo zniszczeniu z powodu braku opieki władzy; lud okoliczny, nie znający ich ważności, niszczył je ze swawoli lub usuwał na bok, ponieważ przeszkadzały mu w uprawie roli.

Gdy nie można odnaleźć kamienia, szuka się zaznaczenia punktu pod powierzchnią ziemi (pod kamieniami kładziono kawałki szkła, węgla lub żuzła), przyczem położenie punktu wyznacza się z mapy katastralnej albo na podstawie pomiaru i rachunku.

Mając spólrzędne punktu, możemy wkreślić go w mapę, na niej pomierzyć podziałką odległości punktu od sąsiednich miedz i załomów tychże i oznaczyć położenie punktu na terenie.

Ten prosty sposób da się tylko wtedy stosować, gdy na terenie mamy pewne miedze.

Najczęściej używa się sposobu podanego poniżej: Znajac miejsce szukanego punktu w przybliżeniu, obieramy w pobliżu stanowisko, z którego byłyby widoczne trzy punkty katastralne n. p.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (Fig. 75). Na stanowisku tem ustawiamy teodolit i mierzmy kąty ( $\alpha$ ) i ( $\beta$ ), zawarte między celami do punktów katastralnych.







Inny sposób, mniej wygodny, jest następujący: W pobliżu szukanego punktu obieramy stanowisko i celujemy do trzech punktów katastralnych, widocznych z tego stanowiska.

Na podstawie zmierzonych kątów obliczyć można spólrzędne stanowiska zapomocą wzorów wcinania wstecz (zadania Pothenota). Otrzymamy wartości  $(x)$  i  $(y)$ . Ponieważ znane są spólrzędne  $x$  i  $y$  szukanego punktu, więc możemy wyznaczyć azymut kierunku, łączącego stanowisko z punktem szukanym oraz odległość  $\Delta$  stanowiska od szukanego punktu za pomocą wzorów:

$$\text{tang } a = \frac{y - (y)}{x - (x)},$$

$$\Delta = \frac{y - (y)}{\sin a} = \frac{x - (x)}{\cos a},$$

te dwie wartości posłużą do odszukania punktu.

Powyższy sposób wymaga rachowania w domu i dwukrotnego udania się na punkt, jest więc mniej wygodny.

Przy zdejmowaniu Tarnopola odnaleziono 4 punkty: Tarnopol, Dołżanka, Szlachcińce i Kutkowce. Dwóch nie można było bezpośrednio użyć, gdyż gęsty młody las stanowił przeszkodę w celowaniu.

## §. 26. Uwidocznienie punktów katastralnych.

Na odszukanych punktach katastralnych, o ile nie są wieżami lub kominami, ustawia się żerdzie odpowiednio podparte i opatrzone deseczkami, przybitymi na krzyż i pomalowanymi jaskrawo (najlepiej biało i czerwono, bo te barwy z daleka widać). Podparcie żerdzi powinno być tego rodzaju, by ją można łatwo usunąć w razie potrzeby pomiaru kątów. Wysokość żerdzi zależy od konfiguracji terenu.

Jeżeli żerdzi nie można ustawić nad punktem, ustawia się ją ekscentrycznie, najlepiej w kierunku sąsiednich punktów katastralnych. Elementy centrowania należy dokładnie wyznaczyć.

Przykład: Żerdź na punkcie Kutkowce ustawiono ekscentrycznie w kierunku punktów Kutkowce i Olcha, w odstępnie 0.4 m od punktu Kutkowce. Spólrzędne punktu Kutkowce są:

$$y = -109212.19,$$

$$x = +29638.16,$$

azymut kierunku Kutkowce-Olcha wynosi  $170^{\circ} 42'$ , mamy więc następujące spólrzędne żerdzi:

$$y_{\text{żerdź}} = -109212.19 + 0.4 \sin 170^{\circ} 42'$$

$$= -109212.19 + 0.39 = 109211.80,$$

$$x_{\text{żerdź}} = +29638.16 - 0.4 \cos 170^{\circ} 42'$$

$$= +29638.16 - 0.06 = 29638.16.$$

## §. 27. Sprawdzenie i dokładność punktów katastralnych.

Ponieważ punkty katastralne zaznaczono kamieniami dopiero po dokonaniu pomiaru często niewłaściwie lub niedbale, a wiele punktów zostało



przesuniętych lub zniszczonych, przeto przed rozpoczęciem zdejmowania należy sprawdzić, czy nie zaszły zmiany w położeniu punktów. W tym celu należy porównać wielkości kątów, otrzymanych z pomiaru, z wartościami, obliczonymi ze współrzędnych punktów.

Różnica nie powinna przekraczać granic, podanych poniżej.

Średnia długość ramion kąta w metrach	Wielkość kąta leży w granicach		
	0° — 60°	60° — 90°	90° — 120°
	Różnica między kątem obrachowanym a spostrzeganym nie powinna przekraczać		
	"	"	"
2000	30	35	40
2500	25	30	35
3000	21	25	27
3500	19	22	24
4000	17	19	21
4500	16	18	20
5000	15	17	18
6000	14	15	16
7000	13	14	15
8000	13	13	14
9000	12	13	13
10000	12	12	13

Tabliczkę powyższą wyjęto z instrukcyi katastralnej z r. 1887 (str. 12).

Z tabliczki tej obliczyć można promień koła niepewności punktu katastralnego czyli teoretyczną dokładność punktu.

Przyjmijmy średnią długość ramion kąta 4000 m (Fig. 77.) i bierzmy średnio

$$\frac{1}{3} (17 + 19 + 21) = \pm 19''$$

to że względu na to, że błąd kierunku równa się połowie błędu kąta, mamy

$$A(A) = 4000 \text{ tang } 10''$$

lub

$$= \pm 2 \text{ dm.}$$

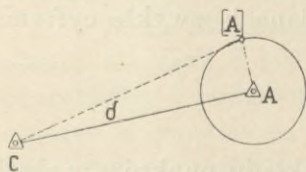


Fig. 77.

Otrzymana liczba  $\pm 2 \text{ dm}$  jest względną niedokładnością punktu katastralnego, rzeczywista, czyli bezwzględna niedokładność jest zwykle znacznie większa.

## §. 28. Tryangulacja.

### a) Założenie siatki tryangulacyjnej.

Ponieważ ilość punktów znalezionych jest zwykle niewystarczającą do oparcia na niej zdjęcia polygonalnego, przeto przed założeniem siatki polygonów należy uzupełnić siatkę tryangulacyjną.



Opis tej ważnej czynności mierniczej podany będzie osobno, tu umieścimy tylko niektóre wskazówki praktyczne. Długość boków siatki tryangulacyjnej, nie powinna przekraczać 4000 m, bo jest to siatka IV-go rzędu.

Przed założeniem siatki trzeba obejść teren i obejrzeć go uważnie. Wierzchołki siatki obierać należy na miejscach wyniosłych, posiadających otwarty widok, przytem tak, by ich wzajemne położenie było korzystne dla obliczenia. Staramy się, by trójkąty były równoboczne, bo wtedy błędny pomiar kątów ma najmniejszy wpływ na obliczenie boków. Ponieważ siatka tryangulacyjna jest podstawą siatki polygonalnej, przeto przy zakładaniu jej powinno się uważać na dobre nawiązanie obu siatek, oraz na to, ażeby polygony mogły łączyć wierzchołki siatki w najkrótszej drodze.

Wielką pomocą jest mapa katastralna z nakreślonymi polygonami. Ze względu na trwałość zaznaczenia, powinno się obierać wierzchołki na miejscach, nieprzydatnych do uprawy, na miedzach i w ogóle tam, gdzie kamienie, zaznaczające położenie punktów, będą mniej narażone na zniszczenie lub przesunięcie.

Wieże kościołów, kominy fabryczne, piorunochrony należy włączyć również do siatki tryangulacyjnej.

Ilość punktów tryangulacyjnych zależy od konfiguracji terenu, od wielkości i kształtu parcel. Zwykle obiera się jeden punkt tryangulacyjny

na	50	hektarów	przy	średniej	wielkości	parcel	60	arów
"	40	"	"	"	"	"	60—40	"
"	30	"	"	"	"	"	40—20	"
"	20—25	"	"	"	"	"	poniżej 10	"

#### b) Zaznaczenie i uwidocznienie wierzchołków siatki.

Wierzchołki siatki tryangulacyjnej zaznacza się w rozmaity sposób, wzory podane są w instrukcyi z r. 1887 (wzór II). Punkty, położone w mieście powinny być kryte, by nie przeszkadzały ruchowi ulicznemu.

Do uwidocznienia punktów podczas pomiaru służą żerdzie, opisane poprzednio. Punkty tryangulacyjne oznacza się w planach zwykle cyframi arabskimi.

#### c) Plan siatki tryangulacyjnej.

Równocześnie z wyborem sporządza się plan rozkładu punktów w skali 1:10000 lub 1:25000. Położenie nowych punktów wyznacza się graficznie za pomocą stolika mierniczego na podstawie punktów odszukanych.

W planie powinny być zaznaczone możliwe celowe między punktami.

Instrukcyja katastralna poleca przedkładać plan rozkładu punktów tryangulacyjnych biuru tryangulacyjnemu do zatwierdzenia, ewentualnie do poprawy.

#### d) Opis topograficzny punktów tryangulacyjnych.

Po zaznaczeniu punktów robi się opis topograficzny, składający się ze szkicu sytuacyjnego i opisu położenia punktu. Szkic powinien podawać daty umożliwiające dokładne odnalezienie położenia punktu w razie zniszczenia znaku (kamienia lub rury).



Podczas pomiaru sprawdza się od czasu do czasu na podstawie szkicu albo przez pomiar kątów, czy położenie punktu się nie zmieniło.

Przykład opisu topograficznego patrz wzór III. instrukcyi z r. 1887.

### e) Pomiar kątów poziomych. \*)

Do pomiaru kątów poziomych służy teodolit mikroskopowy lub noniuszowy, o dokładności odczytu co najmniej 10". Przed pomiarem sprawdza się przyrząd, ewentualnie rektyfikuje się go.

Pomiar wykonywa się zwykle metodą kierunkową, rzadziej metodą repetycyjną.

Przy metodzie kierunkowej postępowanie jest następujące:

1. Przyrząd ustawia się centrycznie i poziomo.

Gdy nie można przyrządu ustawić centrycznie, należy obrać ekscentryczne stanowisko i wyznaczyć elementy centrowania (wzór V. i VI. instr.).

2. Pomiar zaczyna się od takiego sygnału, który z powodu wyrazistości i jasności swego obrazu nadaje się najkorzystniej do dokładnego oryentowania i o którym się wie, że pozostanie widocznym podczas całego pomiaru

Temu warunkowi odpowiadają najlepiej wierzchołki wież i odgromniki, leżące w średniej odległości, w kierunku północnym.

Jeżeli żaden z wierzchołków siatki nie jest odpowiedni, obiera się jako początek pomiaru dogodny punkt, nie przynależny do siatki.

3. Do obranego punktu celuje się lunetą przy sprzęgniętym limbusie odczytuje stan mikroskopów (noniuszów) i zapisuje odczyty w protokole.

4. Potem celuje się lunetą (nie zmieniając położenia limbusu) kolejno do wszystkich punktów, postępując w kierunku ruchu wskazówki zegarowej aż do punktu początkowego włącznie — odczytuje każdorazowy stan mikroskopów (noniuszów) i notuje w protokole.

Wynik pomiaru kierunków w całym horyzoncie nazywa się „szeregiem kierunków“ lub „seryą kierunków“. Oczywiście, że ostatni odczyt szeregu winien zgadzać się z pierwszym aż do granic nieuniknionych błędów przypadkowych — co nastąpi, gdy położenie limbusu nie zmieniło się.

5. Po skończeniu pierwszej seryi kierunków przerzuca się lunetę, obraca alhidadę o 180° (nie zmieniając położenia limbusu), celuje na punkt początkowy i odczytuje stan noniuszów. Potem powtarza się postępowanie, opisane w punkcie 4, jednak w odwrotnym kierunku (w kierunku przeciwnym ruchowi wskazówki zegarowej). Otrzymujemy drugą seryę kierunków.

6. Dwie serye kierunków, wykonane przy niezmiennym limbusie, w dwóch położeniach lunety, tworzą „zestawienie kierunków“ (Satz), a średnia arytmetyczna z odpowiadających sobie odczytów w obu seryach daje średnią zestawienia (Satzmittel) dla każdego kierunku.

7. Mierząc kierunki w siatce IV. rzędu, powinno się robić 3 zestawienia kierunków, gdy używamy teodolitu o dokładności odczytu 1"; co najmniej 5 zestawień, gdy używamy teodolitu o dokładności 10". Ważniejsze kierunki spostrzega się więcej razy.

Przed rozpoczęciem nowego zestawienia należy znów ustawić przyrząd do poziomu, następnie obraca się limbus tak, by odczyty zestawienia następ-

\*) Według instrukcyi z r. 1887.



nego różniły się o całą ilość stopni od odpowiednich odczytów zestawienia poprzedniego. Przy 3 zestawieniach może różnica odczytów wynosić 100°, przy 5 zestawieniach 60°. Przez obracanie limbusu o całą liczbę stopni otrzymujemy szybką kontrolę zgodności odczytów. Tę kontrolę wykonywamy w polu, by później nie było żadnych wątpliwości.

8. Zdarza się czasem, że nie wszystkie obserwowane punkty są równocześnie dobrze widoczne. W takim wypadku celuje się najpierw tylko do punktów dobrze widocznych — do pozostałych zaś później, gdy będą lepiej widoczne, przyczem powinno się wyznaczyć położenie ich kierunków przynajmniej względem dwóch pewnych kierunków, obserwowanych poprzednio. Wskazaniem jest limbus ustawić tak, by odczyty kierunków orientujących zgadzały się z poprzednimi odczytami tych kierunków.

Pomiaru repetycyjnego używamy:

a) gdy stanowisko nie jest dość stałe, a więc gdy się obawiamy zmiany położenia przyrządu przy poruszaniu się obserwatora;

b) gdy robimy spostrzeżenia na wieży.

Postępowanie jest następujące:

1. Ustawia się limbus poziomo za pomocą libeli nasadkowej.

2. Przy sprzęgniętym limbusie celuje się w kierunku ramienia lewego *L*, odczytuje stan obu mikroskopów (noniuszów) i zapisuje go w protokole.

3. Zwalnia się sprzęg alhidady, nadaje lunecie kierunek ramienia prawego *P* i zapomocą śruby ruchu wolnego alhidady nastawia środek siatki na oś sygnału.

4. Zwalnia się sprzęg limbusowy, obraca limbus (wraz ze sprzęgniętą alhidadą), celuje w kierunku ramienia lewego *L* i ustawia środek siatki na oś sygnału.

5. Zwalnia się sprzęg alhidady, nadaje lunecie (przy sprzęgniętym limbusie) kierunek ramienia prawego *P* najpierw zgrubsza, potem dokładnie śrubą ruchu wolnego alhidady i odczytuje stan mikroskopów (noniuszów).

6. Różnica odczytów, wymienionych pod 5. i 2. daje podwójny kąt między kierunkami *L* i *P*.

7. Przy pomiarze kierunków siatki IV. rzędu powtarza się to postępowanie tyle razy, ile zestawień robiono przy pomiarze kierunkowym (najmniej 3 razy).

Średnia arytmetyczna jest wtedy średnią wartością kąta podwójnego.

Protokół (raptularz) kątowy.

Wyniki pomiaru kątów wpisuje się w odpowiednim protokole. Odczyty można zapisywać ołówkiem, średnie i inne daty należy zapisywać atramentem. Instrukcja katastralna podaje wzór protokołu wraz z objaśnieniami (wzór IVa).

## §. 29. Założenie siatki polygonalnej.

Punkty katastralne i wierzchołki siatki tryangulacyjnej łączymy polygonami, które służą za podstawę do zdejmowania szczegółów.

Rozróżniamy polygony pierwszorzędne, czyli główne, i polygony drugorzędne, czyli poboczne. Pierwsze łączą punkty katastralne lub wierzchołki



siatki tryangulacyjnej, drugie łączą wierzchołki polygonów pierwszorzędnych. Polygony tworzą siatkę polygonalną I-szo-rzędną, względnie II-go-rzędną. Wierzchołki polygonów obierać należy tak ażeby:

1. polygony łączyły punkty w najkrótszej drodze,
2. długości boków były ile możności równe i nie przekraczały granic 50 m (ze względu na pomiar kątów) i 300 m (ze względu na pomiar boków),
3. boki były dogodne do mierzenia,
4. wierzchołki polygonów pozwalały na dobre zaznaczenie ich,
5. polygony były dogodne dla zdejmowania szczegółów,

Spełnienie tych warunków razem, nie jest zawsze możliwem, gdyż położenie siatki polygonalnej zależy od warunków miejscowych.

Polygony I-go rzędu tworzą związek między punktami tryangulacyjnymi, przeto przy zakładaniu ich staramy się o to, by spólrzędne wierzchołków dały się jak najdokładniej wyznaczyć, a inne względy są mniej ważne.

Przy zakładaniu polygonów II-go rzędu staramy się przedewszystkiem o to, by one były jak najdogodniejsze do zdejmowania szczegółów.

Najpierw ustawia się żerdzie nad punktami tryangulacyjnymi, potem obchodzi się teren, który ma być zdjęty i w każdym miejscu, nadajacem się do założenia punktu polygonalnego, wpisuje do podręcznego szkicu (zrobionego ewentualnie na podstawie mapy katastralnej):

1. celowe do punktów tryangulacyjnych,
2. charakterystykę terenu,
3. inne notatki mające wpływ na założenie siatki polygonalnej.

Przykład takiego szkicu podaje fig. 78.

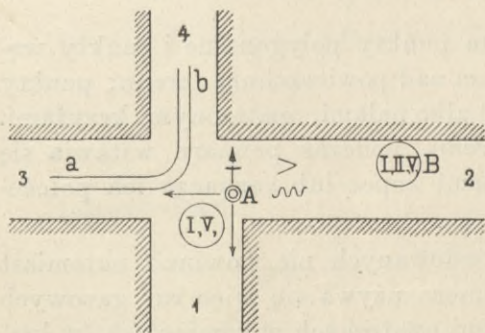


Fig. 78.

Z miejsca *A* można celować w kierunku ulic 1 i 3 a teren jest równy (znak  $\rightarrow$ ), nie można celować w kierunku ulicy 4 (znak  $\rightarrow$ ). W kierunku ulicy 2 jest teren spadzisty i nierówny (znak  $>$  i  $\sim$ ). Z miejsca tego widoczne są punkty tryangulacyjne I. i V. Z miejsca *B* widać punkty tryangulacyjne I., V. i II. *ab* jest kanał. Zazskicowawszy w ten sposób cały teren przystąpić możemy do projektu siatki polygonalnej.

Przy wyborze siatki I-go rzędu uważać trzeba na dobre nawiązanie polygonów do punktów tryangulacyjnych. Wierzchołki polygonów powinno się obierać na miejscach o większej liczbie celowych. Na fig. 78. jest punkt *B* z tego względu korzystniejszy od punktu *A*.

Przy wyborze siatki II-go rzędu uważać należy na to, by zdjęcie parcel dało się łatwo wykonać przy użyciu boków polygonów lub za pomocą linii pomiarowych.

Polygony II-rzędne wogóle prowadzić należy wzdłuż dróg, rzek, granic własności i t. d.



W miastach obiera się wierzchołki polygonów na zbiegach ulic, na placach, w miejscach ile możliwości najspokojniejszych od ruchu ulicznego. Boki polygonów II-go rzędnych powinny biec równolegle do frontów, najlepiej wzdłuż krawężnika chodnika, w odstępie co najmniej metrowym od frontu; nie powinny przechodzić w poprzek ulic, przynajmniej na ulicach więcej uczęszczanych.

Punktów polygonalnych nie powinno się obierać nad rurami wodociągowymi, kanałowymi lub gazowymi, gdyż w razie naprawy takowych położenie punktu może być zmienione (nie stosuje się to do hydrantów, o ile one wchodzą w skład siatki polygonalnej II-go rzędnej).

Polygony, biecące równolegle w niewielkiej odległości, połączyć należy polygonami poprzecznymi. Jeżeli jest możliwe (polygony biecą wzdłuż rzeki), należy związać polygony łańcuchem trójkątów.

Ilość punktów polygonalnych zależy od konfiguracji terenu, od wielkości parcel i od skali, w jakiej zdjęcie ma być wykonane, zwykle wynosi 20 do 50 na kilometr kwadratowy.

Punkty polygonalne I-go rzędu powinny być ile możliwości rozmieszczone jednostajnie na zdejmowanym terenie. Punktów polygonalnych II-go rzędu powinno być najwięcej tam, gdzie jest najwięcej szczegółów do zdejmowania, rozkład ich nie może więc być jednostajny.

### §. 30. Zaznaczenie punktów polygonalnych.

Wykonywa się przed rozpoczęciem pomiaru siatki polygonalnej. Sposób zaznaczenia zależy od ważności punktów, od ich położenia i od układu geologicznego terenu.

W polu znaczy się pierwszorzędne punkty polygonalne i punkty węzłowe kamieniami, wystającymi około 15 *cm* nad powierzchnią terenu; punkty drugorzędne znaczy się sączkami (drenami) albo palami, opatrzonymi krzyżami. Sączki znajdują się pod powierzchnią terenu, podczas pomiaru wstawia się w nie tyczki, później usypuje się nad nimi kopce lub zaznacza ich położenie w inny sposób.

W miastach i przestrzeniach zabudowanych nie powinno natomiast zaznaczenie punktu wystawać ponad terenem, używa się więc rur gazowych wbitych pod powierzchnią ulicy lub trzpieni osadzonych w kamieniach (w krawężnikach chodników). Przykłady zaznaczenia punktów podaje instrukcja katastralna z r. 1887 (wzór II.) i Jordan (Handbuch der Vermessungskunde 1898, tom II. strona 380 i następne).

Proste a nie zbyt kosztowne zaznaczenie punktu składa się z rury gazowej 60—80 *cm* długiej, o średnicy równej grubości tyki (3—5 *cm*), na końcu zaostrej i białej 50 *cm* pod powierzchnią terenu. Rura obłożona jest warstwą betonu 20 *cm* grubą i przykryta cegłą, (przy punktach drugorzędnych wystarczy obłożyć rurę kamieniami). Przy pomiarze Tarnopola użyto rur gazowych wbitych 30 *cm* pod poziomem ulic i zatkanymi czopami drewnianymi.



Celem zabezpieczenia punktów polygonalnych przed zaginięciem, oraz dla łatwiejszego odszukania, należy odmierzyć odległości ich od najbliższych stałych punktów jak naroży domów, granic własności i t. d. — słowem sporządzić szkic sytuacyjny i dokładny opis topograficzny punktu.

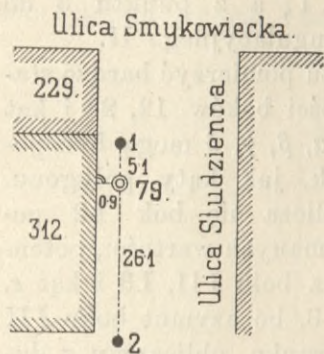


Fig. 79.

Przykład. Punkt 79 rurą podziemną znajduje się na ulicy Studziennej, na prostej łączącej dwa słupy elektryczne. Odległość punktu od słupa 1 (bliźszego ulicy Smykowieckiej) wynosi 5.1 m, odległość od słupa 2 wynosi 26.1 m; odległość punktu od budynku Nr. 312 wynosi 0.9 m.

Jeżeli w toku robót pokaże się, że pewien punkt uległ zniszczeniu lub został przesunięty, należy nowy punkt zaznaczyć odmiennie i wykreslić z protokołu wyniki pomiarów, odnoszących się do dawnego punktu.

Punkty polygonalne oznacza się cyframi arabskimi, rozpoczynając od liczby następującej po ostatniej liczbie punktu tryangulacyjnego. Polygony oznacza się cyframi rzymskimi, ugrupowaniami około środka zdjęcia.

### §. 31. Nawiązanie punktów polygonalnych do punktów tryangulacyjnych.

Przy zakładaniu siatki polygonalnej I-go rzędu trzeba się starać, ażeby z jej wierzchołków było jak najwięcej celowych do punktów tryangulacyjnych. Jedna celowa ma także swoje znaczenie, tem większe im do odleglejszego punktu jest poprowadzona.

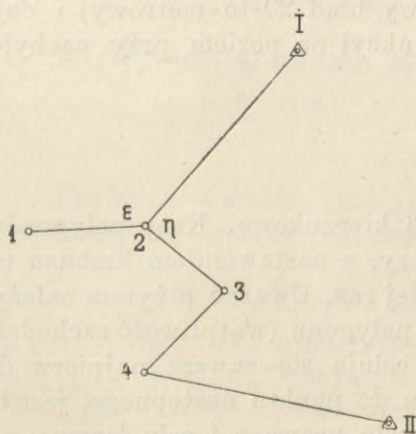


Fig. 80.

Mając n. p. z punktu polygonalnego 2 (Fig. 80.) celową do punktu tryangulacyjnego I, leżącego w odległości 4000 m, można obliczyć azymut kierunku 2I, nawet przy założeniu, że spólrzędne punktu 2 są tylko na 1 m dokładne z maksymalną niedokładnością

$$\pm \frac{1}{4000} 206265'' = \pm 50''$$

Zmierzywszy kąty  $\epsilon$  i  $\eta$ , wyznaczyć możemy azymuty boków 12 i 23 z taką samą maksymalną niedokładnością.

Mając tak samo z punktu polygonalnego 4 celową do bardzo odległego punktu tryangulacyjnego II, można na podstawie przybliżonych spólrzędnych punktu 4 obliczyć azymut boku 43, a następnie z tego azymutu azymut boku 23.

Średnia arytmetyczna obu wartości z uwzględnieniem wag będzie prawdopodobnie dokładniej odpowiadała rzeczywistemu azymutowi.

Naturalnie im dokładniejsze będą spólrzędne punktów polygonalnych, tem dokładniejsze będą i azymuty.



Inny przykład nawiązania, używany często w miastach, jest następujący: Polygon 123 (Fig. 81) przechodzi w pobliżu punktu tryangulacyjnego

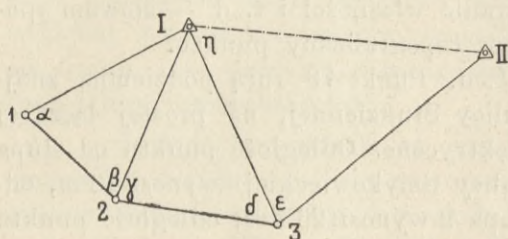


Fig. 81.

I; z punktów polygonalnych 1, 2, 3 możliwe są celowe do punktu tryangulacyjnego I, a z punktu 3 do punktu tryangulacyjnego II.

Należy tu pomierzyć bardzo starannie długości boków 12, 23 i kąt  $\epsilon$ , kąty zaś  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  mogą być pomierzone tak, jak kąty polygonu. Najpierw oblicza się bok I2 podwójnie: z trójkąta 1I2 i 2I3 i bierze średnią z otrzymanych wartości, potem oblicza się bok I3. W trójkącie III3 znamy teraz boki III, I3 i kąt  $\epsilon$ , można więc wyznaczyć kąt  $\eta$  i azymut kierunku I3, bo azymut boku III jest wiadomy. Mając odległość I3 i azymut jej kierunku, obliczymy z danych współrzędnych punktu I współrzędne punktu 3.

Do nawiązania używamy wcinania wprzód, i innych zadań fundamentalnych, (patrz strona 6 i następne).

### §. 32. Pomiar siatki polygonalnej.

Obejmuje:

1. pomiar kątów,
2. „ boków.

Te dwa pomiary wykonywa się zwykle oddzielnie.

Dobrze jest, gdy luneta ma siatkę tachymetryczną, ponieważ daje kontrolę mierzonych długości (usuwa możliwy błąd 20-to-metrowy) i daje względną wysokość punktów, służącą do redukcji na poziom przy nachylnym terenie.

#### A) Pomiar kątów.

Pomiar kątów wykonywa się metodą kierunkową. Kąty polygonów I-go rzędu mierzy się przynajmniej dwa razy, z nastawieniem limbusu na  $0^\circ$  i  $100^\circ$ . Kąty polygonów II-go rzędu najmniej raz. Uważać przytem należy, ażeby kąty mierzone leżały po jednej stronie polygonu (wątpliwość zachodzić może zwłaszcza przy kątach bliskich  $180^\circ$ ); celuje się zawsze najpierw do punktu poprzedniego, jest to cel lewy, potem do punktu następnego, jest to cel prawy. Kąt równa się różnicy odczytów celu prawego i celu lewego.

Jeżeli z pewnego punktu polygonalnego I-go rzędu są celowe do punktów tryangulacyjnych, to mierzy się kąty trzy razy, z nastawieniem limbusu na  $0^\circ$ ,  $100^\circ$  i  $200^\circ$ .

Przy bardzo krótkich bokach mierzy się kąty najmniej dwa lub trzy razy, nawet przy polygonach II-go rzędu.

Przy pomiarze kątów stosować się należy do ogólnych uwag, podanych w ustępie „Pomiar kątów poziomych“.

Jeżeli boki polygonu są krótkie, trzeba przyrząd ustawiać dokładnie



centrycznie w wierzchołku, uważać, by sygnały ustawione były centrycznie i pionowo i celować na spód sygnałów.

Ekscentryczne ustawienie przyrządu lub sygnału wywiera tu bardzo znaczny wpływ na pomiar kąta. Przyjąwszy, że ekscentryczność przyrządu lub sygnału wynosi 1 *cm*, otrzymamy następującą tabliczkę:

Długość kierunku <i>s</i> w metrach	Błąd kierunku $\delta = \frac{0.01}{s} \cdot 206265$	
	'	"
10	3	26
20	1	43
30	1	09
40	0	52
50	0	41
60	0	34
70	0	29
80	0	26
90	0	23
100	0	20

Przykład. Długości ramion kąta są: lewe = 10 *m*, prawe = 30 *m*, teodolit ustawiono ekscentrycznie o 1 *cm*, obliczyć średni błąd w założeniu, że celowe są bezbłędne. Kąt równa się różnicy kierunków zamykających go, więc średni błąd kąta

$$E = \sqrt{\varepsilon_p^2 + \varepsilon_l^2},$$

przyczem  $\varepsilon_p$  oznacza błąd ramienia prawego =  $\pm 1' 09''$ ,

$\varepsilon_l$      "     "     "     "     "     " =  $\pm 3' 26''$ ,

zatem

$$E = \pm 3' 37''.$$

Ponieważ w zwykłych wypadkach ekscentryczność wynosi około 1 *cm*, przeto należy się spodziewać błędów zestawionych w powyższej tabliczce.

Ażeby zmniejszyć ekscentryczność ustawienia, używa się różnych urządzeń (optycznego pionowania, specjalnych sygnałów na statywach i t. d.), pozwalających ustawić teodolit i sygnał z dokładnością na 1 *mm*. Urządzenia te opisuje Jordan (Handbuch d. Vermessungskunde, 1897, t. II, strona 390 i następane).

W zwykłych warunkach nie rozporządzamy takimi środkami, staramy się przeto ustawić przyrząd i sygnał tak, by ekscentryczność była minimalną.

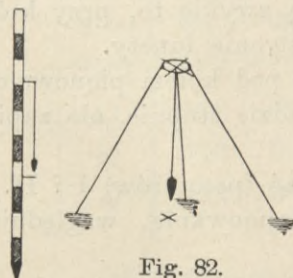


Fig. 82.

Przy ustawianiu przyrządu należy przeczekać, aż pion się zupełnie uspokoi; dla zmniejszenia wahań można użyć pionu z przesuwką (pionu podwójnego). Jako sygnałów używa się cienkich tyczek z pionami (fig. 82), umieszczonych w trójnóżkach. Przy bardzo krótkich celowych (20 do 50 *m*) należy użyć pionu, zawieszzonego na trójnóżku i celować do sznurka.







## B) Pomiar boków.

Boki polygonów mierzy się na terenie poziomym lub słabo pochyłym, taśmą stalową (20-to metrową), na terenie pochyłym i falistym, łałtami (5-cio metrowemi).

Przy polygonach głównych, a także drugorzędnych, mierzonych łałtami, należy wypiąć sznur wzdłuż mierzonego boku celem uniknięcia bocznych odchyłków.

Taśma powinna być napinana jednostajnie i trzymana poziomo, uważać też należy na dokładne odpionowywanie końców taśmy, bo od tego jest zależną dokładność pomiaru. Przy pochyłym terenie mierzy się po ukosie i redukuje na poziom (gdy teren jest równy), albotież mierzy się schodkami.

Przed pomiarem i w ciągu tegoż, sprawdza się narzędzia przez porównanie z miarą porównawczą, której długość wyznaczono przez porównanie z miarą normalną.

Każdy bok mierzy się najmniej 2 razy w kierunkach przeciwnych — odczytuje się metry, decymetry i centymetry. Jeżeli długość boku znajduje się w granicach 100—200 m, to mierzy się 4 razy (z tego powodu że błąd pomiaru długości rośnie z długością).

Instrukcja katastralna austriacka każe boki mierzyć 2 razy; oba pomiary mogą się różnić co najwięcej o ilość

$$\Delta s = 0.0006s + 0.02 \sqrt{s},$$

którą dla różnych długości  $s$  boków polygonów, wyjąć można z tabeli I. instrukcyi (str. 192). Przy pomiarze w korzystnych warunkach należy granicę błędu  $\Delta s$  zmniejszyć o 20%, w niekorzystnych warunkach można ją przyjąć większą o 20%.

Na podstawie tego otrzymamy następujące wzory:

a) dla warunków korzystnych  $\Delta s = 0.0005s + 0.015 \sqrt{s},$

b) „ „ „ średnich  $\Delta s = 0.0006s + 0.020 \sqrt{s},$

c) „ „ „ niekorzystnych  $\Delta s = 0.0007s + 0.025 \sqrt{s},$

Wartości  $\Delta s$ , obliczone dla różnych  $s$ , zestawione są:

$s =$	20	30	40	50	100	150	200	250	300 m
a)	0.08	0.10	0.12	0.13	0.20	0.26	0.29	0.35	0.41
b)	0.10	0.12	0.15	0.17	0.26	0.33	0.40	0.46	0.53
c)	0.12	0.15	0.18	0.21	0.32	0.40	0.51	0.57	0.65

Gdy różnica pomiarów wynosi więcej niż  $\Delta s$ , należy pomiar powtórzyć. Ustawa niemiecka (Anweisung IX., str. 20) podaje następujące wzory:

a) dla terenu korzystnego  $\Delta s = 0.01 \sqrt{4s + 0.005s^2},$

b) „ „ „ średniego  $\Delta s = 0.01 \sqrt{6s + 0.0075s^2},$

c) „ „ „ niekorzystnego  $\Delta s = 0.01 \sqrt{8s + 0.01s^2}.$



Wyniki pomiarów wpisuje się w protokole dla pomiaru długości odrazu atramentem (wzór XVI instrukcyi). Do protokołu zapisuje się całą ilość pojedynczych taśm 20 m lub łąt 5 m a osobno długość dopełniającą. W protokole notuje się także różne okoliczności dotyczące pomiaru i wyniki sprawdzania narzędzi.

Przy obliczaniu średnich z pomiarów boków polygonów, opuszcza się milimetry, gdy ilość ich jest mniejszą od 5, dodaje zaś 1 cm, gdy ilość milimetrów jest  $\geq 5$ .

Jeżeli przy pomiarze kątów wyznacza się tachymetrycznie długości boków i względne wysokości punktów, to ustawia się obok tyki łątę tachymetryczną i odczytuje 3 nitki na łącie, oraz kąt pionowy. Boki dłuższe od 100 m podzielić można na dwie części i wyznaczyć długości ich z obu wierzchołków. Do obliczenia służą wzory

$$D_h = Kl \cos^2 \alpha + k \cos \alpha,$$

$$H = \frac{1}{2} Kl \sin 2 \alpha + k \sin \alpha,$$

(patrz Tachymetria).

W trudnych warunkach dokładny pomiar tachymetryczny może dać lepsze wyniki niż pomiar bezpośredni, wymaga jednak dobrej lunety z cienkimi nitkami, dokładnej łąty i odpowiedniego sposobu postępowania. Dokładność wyniku zależy tu głównie od dokładności wyznaczenia odcinka na łącie (odczyty powinny być dokładne na milimetry). Dokładność wyznaczenia kąta pionowego ma znacznie mniejszy wpływ na dokładność wyniku, bo zwykle mamy bardzo małe pochylenia osi celowej.

### §. 33. Wyrównanie i obliczenie polygonu zamkniętego.

#### 1. Wyrównanie kątów.

W zamkniętym polygonie o  $n$  wierzchołkach wynosi suma kątów

$$S = (n \mp 2) 180^\circ$$

znak — odnosi się do kątów wewnętrznych,  
 $n$  +     $n$      $n$      $n$      $n$     zewnątrznych.

$S$  można wyjąć z następujących tabliczek:

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$n$	$S$	$n$	$S$	$n$	$S$
3	180	9	1260	15	2340
4	360	10	1440	16	2520
5	540	11	1620	17	2700
6	720	12	1800	18	2880
7	900	13	1980	19	3060
8	1800	14	2160	20	3240



$$S = (n + 2) \cdot 180^\circ$$

<i>n</i>	<i>S</i>	<i>n</i>	<i>S</i>	<i>n</i>	<i>S</i>
3	900	9	1980	15	3060
4	1080	10	2160	16	3240
5	1260	11	2340	17	3420
6	1440	12	2520	18	3600
7	1620	13	2700	19	3780
8	1800	14	2880	20	3960

Odchyłka *w* sumy kątów mierzonych (*S*) od sumy prawdziwej *S* nie powinna przekraczać wartości  $\pm 75'' \sqrt{n}$ , mamy więc

$$(S) - S = w,$$

$$w < \pm 75'' \sqrt{n}.$$

Wartości  $75'' \sqrt{n}$ , odpowiadające różnym *n*, zestawiono poniżej (patrz także tabela II. instrukcyi).

<i>n</i>	$75'' \sqrt{n}$		<i>n</i>	$75'' \sqrt{n}$		<i>n</i>	$75'' \sqrt{n}$	
	'	''		'	''		'	''
3	2	10	9	3	45	15	4	50
4	2	30	10	3	57	16	5	00
5	2	48	11	4	09	17	5	09
6	3	04	12	4	20	18	5	18
7	3	18	13	4	30	19	5	27
8	3	32	14	4	41	20	5	35

Większe odchyłki (aż do  $1\frac{1}{2}$  krotności) dozwolone są tylko wyjątkowo, gdy ustawienie przyrządu nie było dość stałe, lub gdy nie można było celować na spód tyki.

Jeżeli boki polygonu są w przybliżeniu równe lub gdy stosunek boku najkrótszego do najdłuższego nie przekracza wartości  $\frac{1}{4}$  (podług instrukcyi z r. 1887), to rozdzielamy *w* równo na wszystkie kąty. Poprawka wynosi więc

$$c = \frac{-w}{n}$$

Jeżeli zaś stosunek boku najkrótszego do najdłuższego jest większy niż  $\frac{1}{4}$ , to rozdzielamy *w* na poszczególne kąty proporcjonalne do sumy odwrotności ramion, więc w stosunku

$$\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{s'}\right) : \left(\frac{1}{s'} + \frac{1}{s''}\right) : \dots\dots$$

Ażebymy uniknąć ułamków mnożymy wszystkie wyrazy przez 1000 i zaokrąglamy na liczby całe.

Przykład. W polygonie 1 2 3 4 (Fig. 84) mamy:

$$(S) = (1) + (2) + (3) + (4) = 360^\circ 1' 20'',$$

$$S = 360^\circ, \text{ więc}$$

$$w = (S) - S = + 1' 20''.$$

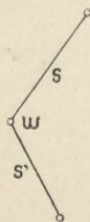


Fig. 83.

Dozwolona odchyłka dla  $n = 4$  wynosi  $2' 30''$ , więc można wy-



równać. Stosunek boku najkrótszego do najdłuższego wynosi  $\frac{50}{300} = \frac{1}{6}$ , kąty wyrównamy zatem proporcjonalnie do sumy odwrotności długości ramion:

Długości boków	Liczby stosunkowe
$s_{12} = 50$	$\left( \frac{1000}{50} + \frac{1000}{100} \right) = 20 + 10 = 30,$
$s_{23} = 100$	
$s_{34} = 150$	$\left( \frac{1000}{100} + \frac{1000}{150} \right) = 10 + 7 = 27,$
$s_{41} = 300$	
$s_{12} = 50$	$\left( \frac{1000}{150} + \frac{1000}{300} \right) = 7 + 3 = 10,$
	$\left( \frac{1000}{300} + \frac{1000}{50} \right) = 3 + 20 = 23,$
	Suma = 80.

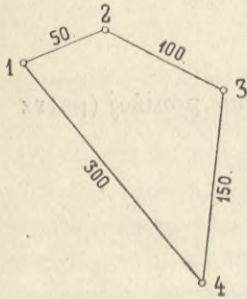


Fig. 84.

Poprawki kątów	
$c_1 = \frac{-1'20''}{80} \cdot 30 = -30''$	
$c_2 = \frac{-1'20''}{80} \cdot 27 = -27''$	
$c_3 = \frac{-1'20''}{80} \cdot 10 = -10''$	
$c_4 = \frac{-1'20''}{80} \cdot 23 = -23''$	
$[c] =$	$-80'' = -w.$

Kąty wyrównane będą więc:

$$1 = (1) + c_1 = (1) - 30'',$$

$$2 = (2) + c_2 = (2) - 28'',$$

$$3 = (3) + c_3 = (3) - 10'',$$

$$4 = (4) + c_4 = (4) - 23'',$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 360^0.$$

## 2. Obliczenie i wyrównanie spólrzędnych.

Po wyrównaniu kątów oblicza się azymuty wszystkich boków na podstawie danych azymutów.

Do obliczenia służą wzory 12) na stronie 6.

Mając dany azymut pewnego boku, obliczamy kolejno azymuty wszystkich innych boków, aż do boku od którego wyszliśmy włącznie, obliczony azymut tego boku powinien równać się danemu azymutowi.

Następnie obliczamy

$$[s \cdot \cos a] = s_1 \cos a_1 + s_2 \cos a_2 + \dots,$$

$$[s \cdot \sin a] = s_1 \sin a_1 + s_2 \sin a_2 + \dots$$

W zamkniętym polygonie powinno być:

$$[s \cdot \cos a] = 0 \text{ i}$$

$$[s \cdot \sin a] = 0,$$

zamiast tego otrzymamy zwykle

$$[(s \cdot \cos a)] = f_x, *$$

$$[(s \cdot \sin a)] = f_y.$$

\*)  $(s \cdot \cos a)$  i  $(s \cdot \sin a)$  oznaczają wartości otrzymane po wstawieniu spostrzeżeń.



Jeżeli  $f_x$  i  $f_y$  nie przekraczają dozwolonych granic, można przeprowadzić wyrównanie w następujący sposób:

Według instrukcyi z r. 1887 nie powinna wartość

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

przekraczać błędu dozwolonego dla sumy długości wszystkich boków, więc

$$f_s < \Delta s, \text{ przyczem}$$

$$\Delta s = 0.0006 [s] + 0.02 \sqrt{[s]}.$$

Gdy ten warunek jest spełniony, to rozdzielamy  $f_x$  i  $f_y$  na poszczególne  $s \cdot \cos a$  i  $s \cdot \sin a$  proporcjonalnie do długości boków.

Otrzymamy więc następujące poprawki:

dla $s \cdot \cos a$ :	dla $s \cdot \sin a$ :
$c_1^x = \frac{-f_x}{[s]} \cdot s_1$	$c_1^y = \frac{-f_y}{[s]} \cdot s_1$
$c_2^x = \frac{-f_x}{[s]} \cdot s_2$	$c_2^y = \frac{-f_y}{[s]} \cdot s_2$
$\vdots$	$\vdots$
$c_n^x = \frac{-f_x}{[s]} \cdot s_n$	$c_n^y = \frac{-f_y}{[s]} \cdot s_n$
$[c^x] = -f_x$	$[c^y] = -f_y$

Wyrównane  $s \cdot \cos a$  i  $s \cdot \sin a$  są:

$s_1 \cos a_1 = (s_1 \cos a_1) + c_1^x,$	$s_1 \sin a_1 = (s_1 \sin a_1) + c_1^y,$
$s_2 \cos a_2 = (s_2 \cos a_2) + c_2^x,$	$s_2 \sin a_2 = (s_2 \sin a_2) + c_2^y,$
$\vdots$	$\vdots$
$s_n \cos a_n = (s_n \cos a_n) + c_n^x.$	$s_n \sin a_n = (s_n \sin a_n) + c_n^y,$
$[s \cdot \cos a] = 0,$	$[s \cdot \sin a] = 0.$

W końcu obliczamy wyrównane współrzędne wszystkich wierzchołków

$x_1$ dane	$y_1$ dane
$x_2 = x_1 + s_1 \cos a_1,$	$y_2 = y_1 + s_1 \sin a_1,$
$x_3 = x_2 + s_2 \cos a_2,$	$y_3 = y_2 + s_2 \sin a_2,$
$\vdots$	$\vdots$
$x_n = x_{n-1} + s_{n-1} \cos a_{n-1},$	$y_n = y_{n-1} + s_{n-1} \sin a_{n-1}$
$x_1 = x_n + s_n \cos a_n,$	$y_1 = y_n + s_n \sin a_n.$

Ostatnie wartości powinny równać się pierwszym.

## §. 34. Wyrównanie polygonu między punktami tryangulacyjnymi.

### 1. Wyrównanie kątów.

W polygonie  $A 14 13 12 B$  (Fig. 85) pomierzono kąty  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$ ;  $A, B, II, IV$  są punkty tryangulacyjne.

Azymuty  $a_{AII}$  i  $a_{BIV}$  są wiadome (obliczone ze współrzędnych punktów tryangulacyjnych).

Wychodząc od kierunku  $A II$  obliczyć możemy w znany sposób azymuty boków polygonu i azymut kierunku  $B IV$ . Jeżeli otrzymamy wartość  $(a_{BIV})$ , różną od  $a_{BIV}$  i

$$a_{BIV} - (a_{BIV}) < 75'' \sqrt{n},$$

to rozdzielamy tę różnicę na poszczególne kąty tak, jak w polygonie zamkniętym (patrz strona 73).

W przeciwnym razie szukamy błędu grubego ewentualnie powtarzamy pomiar.

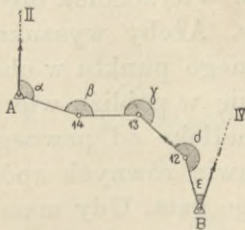


Fig. 85.



## 2. Obliczenie i wyrównanie spółrzędnych.

Po wyrównaniu kątów obliczamy wyrównane azymuty a następnie  $s \cdot \cos a$  i  $s \cdot \sin a$  dla wszystkich boków polygonu i spółrzędne punktu  $B$  ze spółrzędnych punktu  $A$ .

$$(x_B) = x_A + [(s \cdot \cos a)],$$

$$(y_B) = y_A + [(s \cdot \sin a)].$$

Zwykle otrzymamy wartości odmienne od  $x_B$  i  $y_B$ ; to znaczy zamiast punktu  $B$  otrzymamy inny punkt ( $B$ ).

Nazwijmy

$$(x_B) - x_B = f_x,$$

$$(y_B) - y_B = f_y,$$

to jeżeli  $f_x$  i  $f_y$  nie przekraczają dozwolonych granic, można przeprowadzić wyrównanie.

Instrukcja z r. 1887 normuje sprawę tę następująco:

Różnica długości  $AB = L$ , obliczonej ze spółrzędnych punktów  $A$  i  $B$ , i długości  $A(B) = L'$ , obliczonej ze spółrzędnych punktów  $A$  i ( $B$ ), nie powinna przekraczać błędu dozwolonego dla sumy wszystkich boków, t. j.

$$L - L' < 0.0006 [s] + 0.02 \sqrt{[s]}.$$

Różnica zaś azymutów kierunków  $AB$  i  $A(B)$  nie powinna przekraczać wartości  $\frac{2([s] + 100)}{L}$ , wyrażonej w minutach, t. j.

$$a_{AB} - a_{A(B)} < \frac{2([s] + 100)}{L} \text{ minut.}$$

Jeżeli  $a_{AB} - a_{A(B)} < 1'$ , to rozdzielamy  $f_x$  i  $f_y$  na poszczególne  $s \cdot \cos a$  i  $s \cdot \sin a$  proporcjonalnie do długości boków (patrz wyrównanie polygonu zamkniętego). Gdy  $a_{AB} - a_{A(B)} > 1'$ , rozdzielamy w inny sposób (patrz instrukcja z r. 1887 str. 159 i następne).

## §. 35. Wykrycie grubych błędów w polygonach.

Gruby błąd kątowy okazuje się w polygonie zamkniętym przy tworzeniu sumy kątów, w polygonie między punktami tryangulacyjnymi przy obliczaniu azymutu ostatniego kierunku (patrz §. poprzedni).

Gruby błąd długości okazuje się dopiero po utworzeniu  $[s \cdot \cos a]$  i  $[s \cdot \sin a]$ .

### 1. Gruby błąd kątowy.

Zakładamy, że tylko jeden kąt pomierzono błędnie. Wierzchołek błędnego kąta wyznaczyć można graficznie lub analitycznie. Ażeby wyszukać błędny kąt graficznie, to nanosimy go, wychodząc z pewnego punktu w obie strony, przez co otrzymamy dwa polygony, przecinające się w pobliżu wierzchołka błędnego kąta. Obliczając zaś spółrzędne wierzchołków od pewnego punktu w obie strony, otrzymamy tylko dwie pary prawie równych spółrzędnych, t. j. te, które odpowiadają wierzchołkowi błędnego kąta. Gdy mamy wielobok między punktami tryangulacyjnymi, to tak samo postępujemy, wychodząc od punktów tryangulacyjnych.



Wykrywszy błędny wierzchołek sprawdzamy protokół, ewentualnie pomierzemy kwestyonowany kąt znów.

### 2. Gruby błąd długości.

Zakładamy, że tylko jeden bok jest błędny. Następstwem tego jest przesunięcie polygonu w kierunku błędnego boku o odstęp równy błędowi boku. Wykreśliwszy więc polygon, oznaczymy ten bok jako błędny, który jest równoległy do prostej zamykającej.

Analitycznie postępujemy tak: wychodząc od punktu o znanych współrzędnych, obliczamy współrzędne wszystkich wierzchołków, a następnie azymut prostej zamykającej. Bok, mający azymut, równy azymutowi zamykającej, lub różny od niego o  $180^\circ$ , jest błędny. W pierwszym razie bok jest za krótki, w drugim za długi o długość zamykającej.

Jeżeli po obliczeniu współrzędnych okażą się różnice  $\delta_y$  i  $\delta_x$ , to popełniono prawdopodobnie błąd równy okrągło

$$\sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2}$$

w tym boku, którego azymut jest dany przez

$$\text{tang } a = \frac{\delta_y}{\delta_x}.$$

### 3. Błędy rachunkowe.

W zamkniętym polygonie wykryć można (lecz nie zawsze) błędy rachunkowe według następującej tabliczki:

1. $\delta_y = 0, \delta_x \neq 0$	Błędny znak u $\Delta x$ ! jeżeli $\Delta x = \frac{1}{2} \delta_x$
2. $\delta_y \neq 0, \delta_x = 0$	" " " $\Delta y$ ! " $\Delta y = \frac{1}{2} \delta_y$
3. $\delta_y \neq 0, \delta_x \neq 0, \delta_y + \delta_x = 0$	Zamieniono $\Delta y$ na $\Delta x$ lub odwrotnie
4. " $\delta_y - \delta_x = 0$	Jak pod 3., nadto błędny znak!
5. " $\text{tang } a = \frac{\delta_y}{\delta_x}$	Tu należy rozróżnić dwa wypadki: a) $2s = -\frac{\delta_y}{\sin a} = -\frac{\delta_x}{\cos a} = \sqrt{\delta_y^2 + \delta_x^2}$ błędny znak u $\Delta y$ ! i $\Delta x$ ! b) $\Delta s = \frac{\delta_y}{\sin a} = \frac{\delta_x}{\cos a} = \sqrt{\delta_y^2 + \delta_x^2}$ pewna długość o $\Delta s$ błędna, azymut tej długości jest $a$ lub $a \pm 180^\circ$ , przyczem $\text{tang } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\delta_y}{\delta_x}$ .
6. " $\text{tang } \frac{a_2 - a_1}{2} = \frac{\delta_x}{\delta_y}$	Boki, których azymuty są $a_2$ i $a_1$ , są błędne i to tak, że jeden jest o $\Delta s$ za długi, a drugi o $\Delta s$ za krótki.
7. " $\frac{\Delta x_1 - \Delta x_2}{-\Delta y_1 + \Delta y_2} = \frac{\delta_y}{\delta_x}$	Azymut boku, do którego należą $\Delta x_1$ i $\Delta y_1$ jest o $\Delta a$ za duży, a azymut boku, do którego należą $\Delta x_2$ i $\Delta y_2$ , o $\Delta a$ za mały albo odwrotnie



Wzory powyższe łatwo wyprowadzić — okażemy to na wzorze ostatnim. Równania  $[\Delta y] = 0$  i  $[\Delta x] = 0$  przedstawić możemy następująco

$$\left. \begin{aligned} [\Delta y]' + s_1 \sin a_1 + s_2 \sin a_2 &= 0, \\ [\Delta x]' + s_1 \cos a_1 + s_2 \cos a_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 1)$$

Jeżeli zamiast azymutów  $a_1$  i  $a_2$  wstawimy azymuty błędne  $a_1'$  i  $a_2'$  to otrzymamy

$$\left. \begin{aligned} [\Delta y]' + s_1 \sin a_1' + s_2 \sin a_2' &= \delta_y, \\ [\Delta x]' + s_1 \cos a_1' + s_2 \cos a_2' &= \delta_x. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 2)$$

Odejmijmy od tego układu równań układ poprzedni, to wypadnie

$$\left. \begin{aligned} s_1 (\sin a_1' - \sin a_1) + s_2 (\sin a_2' - \sin a_2) &= \delta_y, \\ s_1 (\cos a_1' - \cos a_1) + s_2 (\cos a_2' - \cos a_2) &= \delta_x. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 3)$$

Przyjmijmy dalej, że

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a_1' - \Delta a, \\ a_2 &= a_2' + \Delta a, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 4)$$

to

$$\begin{aligned} \sin a_1 &= \sin (a_1' - \Delta a) = \sin a_1' - \cos a_1' \cdot \Delta a, \\ \sin a_2 &= \sin (a_2' + \Delta a) = \sin a_2' + \cos a_2' \cdot \Delta a, \\ \cos a_1 &= \cos (a_1' - \Delta a) = \cos a_1' + \sin a_1' \cdot \Delta a, \\ \cos a_2 &= \cos (a_2' + \Delta a) = \cos a_2' - \sin a_2' \cdot \Delta a, \end{aligned}$$

a stąd

$$\left. \begin{aligned} \sin a_1' - \sin a_1 &= \cos a_1' \cdot \Delta a \\ \sin a_2' - \sin a_2 &= -\cos a_2' \cdot \Delta a \\ \cos a_1' - \cos a_1 &= -\sin a_1' \cdot \Delta a \\ \cos a_2' - \cos a_2 &= \sin a_2' \cdot \Delta a \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 5)$$

Wstawivszy wartości układu 5) w równania 3) otrzymamy:

$$\begin{aligned} s_1 \cos a_1' \cdot \Delta a - s_2 \cos a_2' \cdot \Delta a &= \delta_y \\ -s_1 \sin a_1' \cdot \Delta a + s_2 \sin a_2' \cdot \Delta a &= \delta_x. \end{aligned}$$

Po podzieleniu tych równań wypadnie:

$$\frac{s_1 \cos a_1' - s_2 \cos a_2'}{-s_1 \sin a_1' + s_2 \sin a_2'} = \frac{\delta_y}{\delta_x}$$

$$\frac{\Delta x_1 - \Delta x_2}{-\Delta y_1 + \Delta y_2} = \frac{\delta_y}{\delta_x}$$

Przykład do przypadku 1.

Wartości błędne

Wartości poprawione

Wartości błędne		Wartości poprawione	
+ $\Delta x$	- $\Delta x$	+ $\Delta x$	- $\Delta x$
	- 12·35	+ 12·35	
+ 14·75	- 22·72	+ 14·75	- 22·72
	- 20·34		- 20·34
+ 15·80		+ 15·80	
+ 30·55	- 55·41	+ 42·90	- 43·06
- 55·41		- 43·06	
$\delta_x = [\Delta x] = - 24·86$		$f_x = [\Delta x] = - 0·16$	
$\frac{1}{2} \delta_x = - 12·43$			



### Kontrola obliczeń.

Ażeby uniknąć błędów rachunkowych, które wychodzą zwykle na jaw dopiero przy końcu obliczenia, robimy przed obliczeniem wykres poligonu w skali 1:1000 na podstawie danych boków i kątów oraz danego azymutu jednego boku. Wykres ten okaże grube błędy popełnione w pomiarze a gdy tych nie było ewentualnie błędy rachunkowe. Z wykresu otrzymać można przybliżone azymuty, wartości  $s \cdot \sin a$  i  $s \cdot \cos a$ , oraz spólrzędne wierzchołków poligonu i każdą obliczoną ilość skontrolować.

### Wykaz spólrzędnych i mapa siatki polygonalnej.

Wyniki obliczenia spólrzędnych punktów polygonalnych wpisuje się w odpowiednim protokole (wzór XIV. instrukcyi). Obliczone punkty nanosi się zapomocą spólrzędnych w skali 1:10000 lub większej i otrzymuje się mapę siatki polygonalnej (wzór XV. instrukcyi).

### §. 36. Przykład obliczenia poligonu zamkniętego.

W poligonie przedstawionym na Fig. 86 pomierzono kąty 3, razy, boki 2 razy, średnie pomiarów wypisano na rysunku.

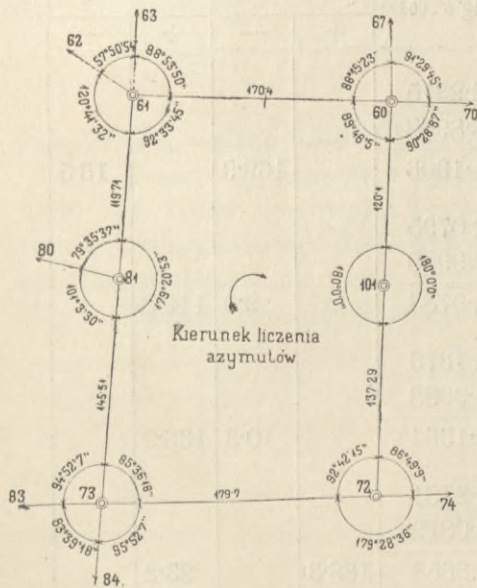


Fig. 86.

### 1. Wyrównanie kątów.

Punkt	Kąt zmierzony	Poprawka	Kąt wyrównany
61	(92° 33' 45")	+ 7"	92° 33' 52"
60	(89 46 5)	+ 7	89 46 12
101	(180 0 0)	+ 8	180 0 8
72	(92 42 15)	+ 7	92 42 22
73	(85 36 18)	+ 7	85 36 25
81	(179 20 53)	+ 8	179 21 1
Sumy	(719° 59' 16")	+44"	720° 0' 0"
	-720°		

$$w = -44''$$

Dozwolony błąd dla  $n = 6$  wynosi  $3' 4''$  (patrz str. 73),  $w < 3' 4''$ , można więc wyrównać. Ponieważ stosunek boku najkrótszego do najdłuższego  $\frac{119.71}{179.70} > \frac{1}{4}$ , rozdzielamy  $w$  równo na wszystkie kąty:  $c = \frac{-w}{n} = \frac{+44''}{6} = +7\frac{1}{3}''$ ; ażeby uniknąć ułamków sekundy, dajemy 4 kątom poprawkę  $+7''$  a 2 kątom poprawkę  $+8''$ .

### 2. Sprawdzenie poligonu.

Azymut boku 61—60 niech będzie dany, to azymuty innych boków obliczymy następująco:

$$\begin{aligned} \text{azymut } (61-60) &= 265^\circ 27' 25'' \\ +180^\circ - 89^\circ 46' 12'' &= +90 \ 13 \ 48 \end{aligned}$$



azymut (60—101) = **355 41 13**  
 +180—180 0 8 =— 0 0 8  
 azymut (101—72) = **355 41 5**  
 +180—92 42 22 =+ 87 17 38  
 azymut (72—73) = **82 58 43**  
 +180—85 36 25 =+ 94 23 35  
 azymut (73—81) = **177 22 18**  
 +180—179 21 1 =+ 0 38 59  
 azymut (81—61) = **178 1 17**  
 +180—92 33 52 =+ 87 26 8  
 azymut (61—60) = **265 27 25"!**

Ostatnia liczba kontroluje dokładność całego rachunku.  
 Spółrzędne punktu 61 przyjmijmy na razie:

$$y_{61} = 0, \quad x_{61} = 0.$$

Wartości względne  $\Delta y = s \cdot \sin a$  i  $\Delta x = s \cdot \cos a$  obliczamy zapomocą logarytmów 4-o cyfrowych według poniższego szematu:

Bok	Długość $s$	Azymut $a$	$\log s$	$\log s$	$s \cdot \sin a$		$s \cdot \cos a$	
			$\log \sin a$	$\log \cos a$	+	—	+	—
61—60	170·40	265° 27' 27"	2·2315 9·9986 <i>n</i>	2·2315 8·8988 <i>n</i>				
			2·2301 <i>n</i>	1·1303 <i>n</i>		169·9		13·5
60—101	120·10	355 41 13	2·0795 8·8761 <i>n</i>	2·0795 9·9988				
			0·9556 <i>n</i>	2·0783		9·0	119·8	
101—72	137·29	355 41 5	2·1376 8·8765 <i>n</i>	2·1376 9·9988				
			1·0141 <i>n</i>	2·1364		10·3	136·9	
72—73	189·70	82 58 43	2·2781 9·9967	2·2781 9·0872				
			2·2748	1·3653	188·3		23·2	
73—81	145·51	177 22 18	2·1629 8·6644	2·1629 9·9995 <i>n</i>				
			0·8243	2·1624 <i>n</i>	6·7			145·4
81—61	119·71	178 1 17	2·0781 8·5382	2·0781 9·9997 <i>n</i>				
			6·6163	2·0778 <i>n</i>	4·1			119·6
					199·1	189·2	279·9	278·5
					—182·2		—278·5	
					+9·9		+1·4	
					powinno być 0·0		0·0	
					błędy są: $\delta_y = +9·9$		$\delta_x = +1·4$	



Popelniono tu stanowczo gdzieś gruby bład.

Ponieważ kąty mierzone 3 razy a długości tylko 2 razy, należy więc szukać błędu przedewszystkiem w długościach. Mamy tu:

$$\operatorname{tang} a = \frac{\delta_y}{\delta_x} = \frac{9.9}{1.4},$$

$$a = 82^\circ 57',$$

taki azymut ma bok 72—73, dalej jest

$$\sqrt{\delta_y^2 + \delta_x^2} = \sqrt{9.9^2 + 1.4^2} = \sqrt{99.97} \doteq 10.$$

Po bliższem zbadaniu całej sprawy w protokole znaleziono bład w odpisywaniu długości tego boku, wynosi ona 179.70 a nie 189.70.

Po poprawieniu otrzymamy:

72—73	179.70	82° 58' 43"	2.2546	2.2546				
			9.9967	9.0872				
			2.2513	1.3418	178.4		22.0	
						s. sin a	s. cos a	
						+	—	
					189.2	189.2	278.7	278.5
					-189.2		-278.5	
					0.0		+0.2	
					Sumy są teraz:			
					powinno być: 0.0			
					błędy są: $f_y = 0.0$ ,		$f_x = +0.2$ ,	
					$f_s = \sqrt{f_y^2 + f_x^2} = 0.2,$			

[s] = 872.71, według tabeli I. instrukcyi  $\Delta s = 1.21$ ,  $f_s < \Delta s$ , można więc wyrównać.

Przed wyrównaniem należałoby przeliczyć cały polygon logarytmami 6-cio lub 7-mio cyfrowymi i wyznaczyć wartości s. sin a i s. cos a z dokładnością centymetrową. Ponieważ jednak rozchodzi się tu tylko o pokazanie sposobu postępowania, więc wyrównamy wartości otrzymane powyżej.

Zaokrąglone długości są:

$$\begin{aligned} 61 - 60 &= 170 \\ 60 - 101 &= 120 \\ 101 - 72 &= 137 \\ 72 - 73 &= 180 \\ 73 - 81 &= 146 \\ 81 - 61 &= 120 \end{aligned}$$

$$[s] = 873,$$

$$\frac{-f_y}{[s]} = 0, \quad \frac{-f_x}{[s]} = -0.00023.$$

Poprawki wartości  $\Delta y$  są = 0,

" "  $\Delta x$  są następujące:

$$\begin{aligned} -0.00023 \times 170 &= -0.04 \\ -0.00023 \times 120 &= -0.03 \\ -0.00023 \times 137 &= -0.03 \\ -0.00023 \times 180 &= -0.04 \\ -0.00023 \times 146 &= -0.03 \\ -0.00023 \times 120 &= -0.03 \end{aligned}$$

$$\text{Suma} = -0.20 = -f_x.$$



Bok	Wyrównane $\Delta y$		Wyrównane $\Delta x$	
61— 60		-169.9		-13.54
60—101		9.0	+119.77	
101— 72		10.3	136.87	
72— 73	+178.4		21.96	
73— 81	6.7			145.43
81— 61	4.1			119.63
Sumy .	+189.2	-189.2	+278.60	-278.60
	-189.2		-278.60	
	$[\Delta y]=0.0$		$[\Delta x]=0.0$	

Wyrównane spólrzędne są\*):

$y_{61} = 0.0 \text{ m}$	$x_{61} = 0.0 \text{ m}$
$y_{60} = -169.9$	$x_{60} = -13.5$
$y_{101} = -178.9$	$x_{101} = +106.2$
$y_{72} = -189.2$	$x_{72} = +243.1$
$y_{73} = -10.8$	$x_{73} = +265.1$
$y_{81} = -4.1$	$x_{81} = +119.6$
$y_{61} = 0.0$	$x_{61} = 0.0$

### §. 37. Siatka normalna.

Punktem trygonometrycznym nazywamy:

1. każdy dany punkt katastralny,
2. każdy punkt polygonalny, który obliczyć można niezależnie najmniej dwa razy z punktów katastralnych.

Punktem azymutalnym nazywamy taki punkt trygonometryczny, z którego jest możliwą celowa do punktu trygonometrycznego.

Punktem węzłowym nazywamy taki punkt, w którym przecinają się poligony.

Oznaczmy dane punkty katastralne przez I, II, III, ..., punkty polygonalne, posiadające własność wymienioną pod 2., przez A, B, C, ..., a punkty polygonów I-go rzędu przez 1, 2, 3, ..., to na Fig. 87 są I, II, III, IV, V, VI, A, B, C punktami trygonometrycznymi. (Punkt A wyznaczyć można za pomocą wcinania

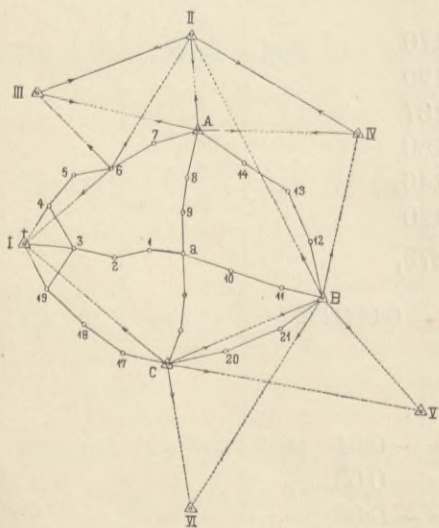


Fig. 87.

ktami trygonometrycznymi. (Punkt A wyznaczyć można za pomocą wcinania

\* ) Cały rachunek zestawiamy w jednym szemacie, podanym poniżej (patrz str. 84 i 85).



wprzód 3 razy i za pomocą wcinania wstecz raz; punkty *B* i *C* zapomocą wcinania wstecz 4 razy).

Punkt polygonalny 6 nie jest punktem trygonometrycznym, gdyż można go tylko raz wyznaczyć wcinaniem wstecz.

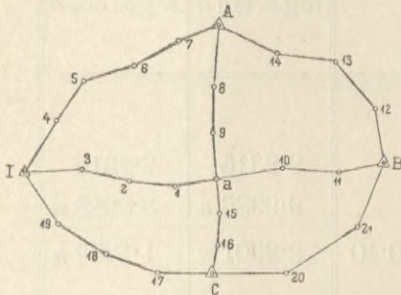


Fig. 88.

Punkty II, III, IV, *A*, *B*, *C* są także punktami azymutalnymi. Punkt *a* jest punktem węzłowym.

Ponieważ punkt I jest niedostępny, więc długości I 4 i I 19, oraz kąty 4 I 3 i 3 I 19 wyznaczyć trzeba z polygonu (4, 3, 19. I).

Po opuszczeniu celowych do punktów trygonometrycznych, otrzymamy siatkę, przedstawioną na Fig. 88.

W siatce tej dane są wszystkie kąty i boki, oraz spólrzędne punktów I, *A*, *B*, *C*, które muszą pozostać niezmiennie przez dalszy tok rachunku.

Siatkę tego rodzaju nazywamy siatką normalną.

Polygony, tworzące siatkę, mogą być:

1. proste, n. p. I, 4, 5, 6, 7, *A*,
2. przecinające się, np. I, 3, 2, 1, *a*, 10, 11, *B* i *A*, 8, 9, *a*, 15, 16, *C*.

W pierwszych nie ma wcale punktów węzłowych.

Polygon może być:

- |  |   |                      |
|--|---|----------------------|
| α) obustronnie ograniczony . . . . .   | } | punktem azymutalnym. |
| β) jednostronnie ograniczony . . . . . |   |                      |
| γ) nieograniczony . . . . .            |   |                      |

Polygon *A*, 14, 13, 12, *B* jest n. p. polygonem prostym, obustronnie ograniczonym, bo nie ma w nim punktów węzłowych, a z punktów *A* i *B* są celowe do punktów trygonometrycznych.

Polygon I, 4, 5, 6, 7, *A* jest tylko jednostronnie ograniczonym, gdyż z punktu I niema celowych do punktów trygonometrycznych, bo punkt ten jest

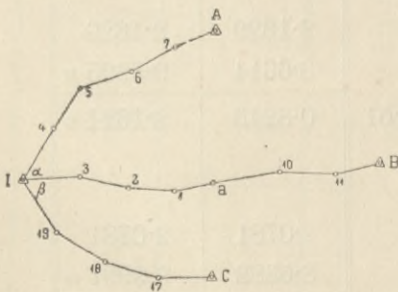


Fig. 89.

wieżą kościoła. Przy wyrównaniu siatki należy przedewszystkiem wyrównywać azymuty polygonów obustronnie ograniczonych według sposobu podanego w §. 36. W ten sposób trzeba więc wyrównać azymuty polygonów *AB*, *AC* i *BC*, nie zważając przytem na to czy polygony przecinają się, czy nie.

Polygony jednostronnie ograniczone *AI*, *BI* i *CI* należy wyrównywać inaczej.

W punkcie I schodzą się trzy polygony *AI*, *BI*, *CI*, więc otrzymamy trzy niezależne azymuty (I 4), (I 3), (I 19). Ponieważ dane są kąty  $\alpha$  i  $\beta$ , które powinny równać się różnicy co dwóch azymutów, więc dla każdego azymutu otrzymamy trzy wartości, n. p. dla najmniejszego azymutu I 4 będą one następujące:

$$(I 4), (I 3) - \alpha, (I 19) - (\alpha + \beta).$$

Wagi tych wartości zależą od odległości punktów *A*, *B*, *C* od punktu I.



Nr. polygonu	Punkt	Kąt polygonu			Azymut $a$			Długość $s$	log $s$	log $s$
		o	'	"	o	'	"		log sin $a$	log cos $a$
								log $s \cdot \sin a$		log $s \cdot \cos a$
II.	61	92	33	+7 45	265	27	25	170·40	2·2315	2·2315
									2·2301 $n$	1·1303 $n$
	60	89	46	+7 5	355	41	13	120·10	2·0795	2·0795
									0·9556 $n$	2·0783
	101	180	0	+8 0	355	41	5	137·29	2·1376	2·1376
								1·0141 $n$	2·1364	
72	92	42	+7 15	82	58	43	179·70	2·2546	2·2546	
								2·2513	1·3418	
73	85	36	+7 18	177	22	18	145·51	2·1629	2·1629	
								0·8243	2·1624 $n$	
81	179	20	+8 53	178	1	17	119·71	2·0781	2·0781	
								0·6163	2·0778 $n$	
Sumy		719	59	16				[s]=872·71		

powinno być 720

błąd  $w = -44''$

poprawka =  $\frac{+44}{6} = +7 \frac{1}{3}''$



Różnica rzędnych <i>s. sin a</i>		Różnica odciętych <i>s. cos a</i>		Poprawiona różnica rzędnych <b>Rzędna <i>y</i></b>	Poprawiona różnica odciętych <b>Odcięta <i>x</i></b>	Punkt
+	—	+	—			
				<b>0·0<sub>m</sub></b>	<b>0·0<sub>m</sub></b>	61
	169·9		-0·04 13·5	-169·9	-13·54	
				<b>-169·9</b>	<b>-13·54</b>	60
	9·0	-0·03 119·8		-9·0	+119·77	
				<b>-178·9</b>	<b>+106·23</b>	101
	10·3	-0·03 136·9		-10·3	+136·87	
				<b>-189·2</b>	<b>+243·10</b>	72
178·4		-0·04 22·0		+178·4	+21·96	
				<b>-10·8</b>	<b>+265·06</b>	73
6·7			-0·03 145·4	+6·7	-145·43	
				<b>-4·1</b>	<b>+119·63</b>	81
4·1			-0·03 119·6	+4·1	-119·63	
+189·2	-189·2	+278·7	-278·5	[Δ <i>y</i> ]=0·0	[Δ <i>x</i> ]=0·0	

-189·2

0·0

powinno być 0·0

błędy:  $f_y = 0·0$ ,

-278·5

0·2

0·0

$f_x = +0·2$ .

$$\sqrt{f_y^2 + f_x^2} = 0·2 \text{ m,}$$

$$\Delta s = 1·21 \text{ m.}$$

$$\frac{-0·2}{873} = -0·00023.$$



Jeżeli długości boków polygonów mało się różnią, to wagi azymutów przyjąć można odwrotnie proporcjonalne do ilości boków:

waga azymutu (I 4)	równa się więc	$\frac{1}{5}$ ,
"	"	(I 3) " " " $\frac{1}{7}$ ,
"	"	(I 19) " " " $\frac{1}{4}$ .

Wyrównany azymut (I 4) jest:

$$\{ I 4 \} = \frac{(I 4) \cdot \frac{1}{5} + \{ (I 3) - \alpha \} \cdot \frac{1}{7} + \{ (I 19) - (\alpha + \beta) \} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{4}}$$

a wyrównane azymuty (I 3) i (I 19) są:

$$(I 3) = (I 4) + \alpha,$$

$$(I 19) = (I 4) + (\alpha + \beta).$$

Jeżeli różnica między azymutem (I 4) i  $\{ I 4 \}$  nie przekracza wartości  $75'' \sqrt{n}$ , to rozdzielamy ją równo na wszystkie azymuty.

Mając wszystkie azymuty, przystępujemy do obliczenia spólrzędnych pojedynczych punktów polygonalnych. Najpierw obliczamy i wyrównujemy polygony proste, według sposobu podanego w §. 36, następnie przystępujemy do wyrównania polygonów przecinających się.

### §. 38. Punkty węzłowe.

Wychodząc od punktów I, A, B i C (Fig. 88), obliczyć można spólrzędne punktu a 4 razy. Otrzymamy każdym razem inne wartości, które dadzą 4 punkty:  $a_1 (x_1 y_1)$ ,  $a_2 (x_2 y_2)$ ,  $a_3 (x_3 y_3)$ ,  $a_4 (x_4 y_4)$  (Fig. 90).

Jeżeli wagi tych punktów są

$$p_1, p_2, p_3, p_4,$$

to średnie wartości spólrzędnych, czyli spólrzędne punktu P są:

$$x = \frac{[px]}{[p]}, \quad y = \frac{[py]}{[p]}.$$

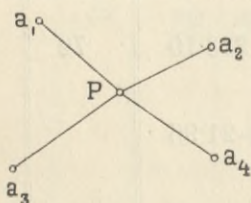


Fig. 90.

Rozchodzi się teraz o wyznaczenie wag. Im odleglejszy jest punkt polygonalny od punktu trygonometrycznego, tem większą będzie niedokładność w jego wyznaczeniu, tem mniejsza jego waga.

Waga wyznaczenia punktu jest więc odwrotnie proporcjonalną do sumy długości boków między punktem trygonometrycznym a punktem węzłowym.

Jeżeli długości boków polygonów są prawie jednakowe, to wagi są odwrotnie proporcjonalne do ilości boków w poszczególnych polygonach.

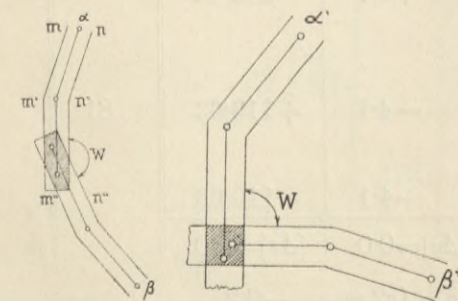


Fig. 91.

Uwzględnić należy także kąt przecięcia się polygonów. Jeżeli strefa  $m, n, m', n', m'', n''$  Fig. 91 oznacza granice, w których polygon  $\alpha$  leżeć musi i jeżeli skonstruujemy podobne granice dla polygonów  $\beta, \alpha', \beta'$ , to w przestrzeni



nakrycia się stref szukać należy miejsca punktu węzłowego. Rysunki na Fig. 91. okazują wpływ kąta przecięcia się  $W$  na położenie punktu węzłowego.

Według instrukcyi z roku 1887 powinno się obliczać wagi z następujących wzorów:

waga dla  $y$ :

$$p_y = \frac{C}{[s](1 + \sin^2 R)},$$

waga dla  $x$ :

$$p_x = \frac{C}{[s](1 + \cos^2 R)},$$

w których  $C$  oznacza stałą dowolną,  $[s]$  sumę długości boków,  $R$  azymut prostej, łączącej punkt początkowy polygonu z punktem końcowym.

W tabeli IV instrukcyi zestawione są wartości

$$\frac{C}{1 + \sin^2 R} \text{ i } \frac{C}{1 + \cos^2 R}$$

dla stałej  $C = 5000$  i wartości  $R$  od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ .

Wagi otrzymujemy, dzieląc ilości wyjęte z tabeli przez  $[s]$ .

Wzorów tych można tylko wtedy używać, gdy polygony odchylają się nieznacznie od kierunku prostego — w przeciwnym razie przyjmować należy wagi odwrotnie proporcjonalne do sumy długości boków.

### §. 39. Założenie siatki linii pomiarowych.

Dla zdjęcia parcel zakłada się pomiędzy polygonami siatkę linii pomiarowych, przy pomocy których zdejmuje się granice parcel metodą spółrzednych, przedłużeń lub w inny sposób. Podobnie jak przy siatce polygonalnej rozróżniamy i tu główne i boczne linie pomiarowe. Główne linie pomiarowe wychodzą z punktów trygonometrycznych, polygonalnych albo z punktów leżących na bokach polygonów i do takichże punktów nawiązują się. W podobny sposób nawiązują się do głównych boczne linie pomiarowe.

Punkty końcowe linii pomiarowych, o ile nie są punktami polygonalnymi, nazywają się punktami posiłkowymi (Bindepunkte). Linie pomiarowe obierać się powinno równocześnie z projektowaniem siatki polygonalnej.

Ze względu na cel, do którego służą, prowadzić je należy w pobliżu granic parcel, domów, dróg, rzek i t. d.). Przy parcelach wstęgowych (o równoległych granicach) powinny linie pomiarowe przecinać granice, ale nie pod zbyt ostrym kątem.

Proste, łączące graniczniki i przecinające parcele w poprzek, mogą służyć za linie pomiarowe.

W pobliżu linii sekcyjnych powinno się tak obierać linie pomiarowe, by mogły być użyte w przyległych sekcjach. Przy wyborze sekcji pomiarowych zważać trzeba na to, by daty, zebrane w ciągu pomiaru, użyte być mogły do obliczenia powierzchni parcel.

Punkty posiłkowe powinno się dalej tak obierać, by ile możności służyć mogły dla kilku linii pomiarowych.



### Zaznaczenie punktów posiłkowych.

Punkty posiłkowe zaznacza się podobnie, jak punkty polygonalne II-go rzędu.

W miastach, gdzie to zaznaczenie połączone jest z trudnościami, ograniczyć się trzeba tylko do zaznaczenia pierwszorzędných punktów posiłkowych.

### Przedstawienie siatki linii pomiarowych.

Równocześnie z wytyczaniem nanosi się linie pomiarowo do szkicu siatki polygonalnej. Punkty posiłkowe numeruje się cyframi arabskimi — zaczynając od 1.

### Pomiar siatki linii pomiarowych.

Położenie linii pomiarowych wyznacza się z reguły przez pomiar długości — rzadziej przez pomiar kątów.

## §. 40. Niektóre zadania, odnoszące się do linii pomiarowych.

1. Dane są spółrzedne punktów  $A$  i  $B$  (Fig. 92):

$$A \begin{cases} x_A \\ y_A \end{cases}, \quad B \begin{cases} x_B \\ y_B \end{cases},$$

znaleść spółrzedne punktu  $C$ , leżącego na prostej  $AB$ , tak, że  $AC=p$ ,  $CB=q$ .

Z rysunku widać

$$\frac{x_C - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y_C - y_A}{y_B - y_A} = \frac{p}{p + q}.$$

Stąd otrzymamy

$$x_C = x_A + \frac{p}{p + q} (x_B - x_A),$$

$$y_C = y_A + \frac{p}{p + q} (y_B - y_A),$$

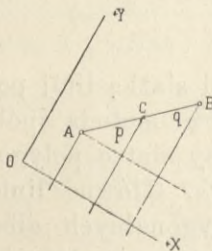


Fig. 92.

albo po uporządkowaniu

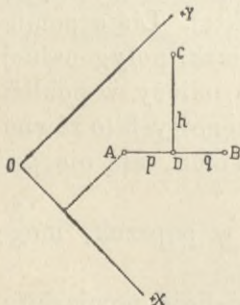


Fig. 93.

$$x_C = \frac{x_A \cdot q + x_B \cdot p}{p + q},$$

$$y_C = \frac{y_A \cdot q + y_B \cdot p}{p + q}.$$

Dane są spółrzedne punktów  $A$  i  $B$ , oraz wartości  $AD=p$ ,  $DB=q$ ,  $DC=h$ , ( $DC \perp AB$ ): obliczyć spółrzedne punktu  $C$ . (Fig. 93).

Na podstawie zadania poprzedniego otrzymamy następujące spółrzedne punktu  $D$ :

$$x_D = \frac{x_A \cdot q + x_B \cdot p}{p + q},$$

$$y_D = \frac{y_A \cdot q + y_B \cdot p}{p + q}.$$



Azymut kierunku  $DC$  różni się o  $90^\circ$  od azymutu kierunku  $AB$ , więc można go łatwo wyznaczyć, znając  $a_{DC}$  i  $h$  otrzymamy

$$\begin{aligned}x_C &= x_D + h \cdot \cos a_{DC}, \\y_C &= y_D + h \cdot \sin a_{DC}.\end{aligned}$$

Możemy także wyprowadzić inne wzory. Ponieważ

$$a_{DC} = a_{AB} \pm 90^\circ,$$

to

$$\sin a_{DC} = \pm \cos a_{AB} = \pm \frac{x_B - x_A}{p + q},$$

$$\cos a_{DC} = \mp \sin a_{AB} = \mp \frac{y_B - y_A}{p + q},$$

zatem

$$x_C = \frac{x_B \cdot p + x_A \cdot q}{p + q} \mp h \cdot \frac{y_B - y_A}{p + q},$$

$$y_C = \frac{y_B \cdot p + y_A \cdot q}{p + q} \pm h \cdot \frac{x_B - x_A}{p + q},$$

albo

$$x_C = \frac{(x_B - x_A) \cdot p + x_A(p + q)}{p + q} \mp h \cdot \frac{y_B - y_A}{p + q},$$

$$y_C = \frac{(y_B - y_A) \cdot p + y_A(p + q)}{p + q} \pm h \cdot \frac{x_B - x_A}{p + q},$$

a stąd

$$x_C = x_A + \frac{p \cdot (x_B - x_A) \mp h(y_B - y_A)}{p + q},$$

$$y_C = y_A + \frac{p \cdot (y_B - y_A) \pm h(x_B - x_A)}{p + q}.$$

3. Dane są spólrzędne punktów  $A$  i  $B$  oraz długości  $a$ ,  $b$ , obliczyć spólrzędne punktu  $C$  (Fig. 94).

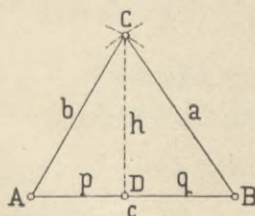


Fig. 94.

Zadanie to sprowadzić możemy do poprzedniego przez wyznaczenie  $p$ ,  $q$  i  $h$ .

Do tego służą następujące równania:

$$\frac{1}{2}(p + q) = \frac{1}{2} \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2},$$

$$\frac{1}{2}(q - p) = \frac{1}{2} \frac{a^2 - b^2}{p + q} *),$$

$$h = \sqrt{b^2 - p^2} = \sqrt{a^2 - q^2}.$$

Kontrolę rachunku stanowią równania:

$$\sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = a,$$

$$\sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = b.$$

\*) Jest bowiem

$$h^2 = b^2 - p^2 = a^2 - q^2,$$

zatem

$$q^2 - p^2 = a^2 - b^2 \text{ i t. d.}$$



### §. 41. Wyznaczenie punktów przecięcia się boków polygonów z liniami sekcyjnymi.

Wyznaczenie to koniecznem jest ze względu na wrysowanie polygonów w sekcye szczegółowe i nie przedstawia żadnych trudności, wymaga bowiem obliczenia czwartej proporcjonalnej z danych ilości.

Wyznamy n. p. położenie punktu *A* na Fig. 95 i 96:

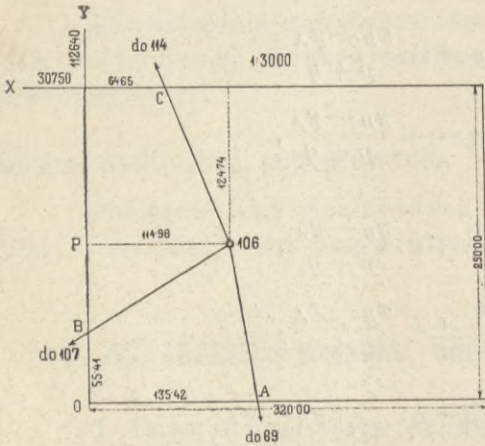


Fig. 95.

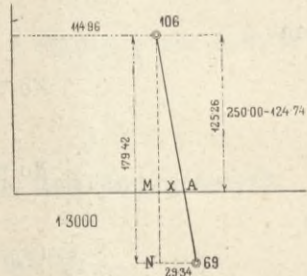


Fig. 96.

Mamy tu

$$OA = P106 + MA = 114.96 + x,$$

zatem

$$x : N69 = M106 : N106$$

i stąd

$$x = \frac{M106}{N106} \cdot N69,$$

jest ale

$$M106 = x_{69} - x_{106} = 31054.13 - 30874.71 = 179.42,$$

$$N69 = y_{69} - y_{106} = 211784.25 - 112754.91 = 29.34,$$

więc

$$x = \frac{179.42}{29.34} \cdot 29.34 = 20.46,$$

$$OA = 114.96 + 20.46 = 135.42.$$

### §. 42. Kosztorys.

Przyjąwszy, że stosunek wielkości parcel budowlanych do parcel gruntowych równa się 1:1, obliczyć można koszt zdjęcia, wykonanego ściśle podług instrukcyi katastralnej z r. 1887, za pomocą następujących wskazówek: Tryangulacya. Na każdy hektar powierzchni liczyć należy 1 dzień pracy geometry i 3 dni pracy figuranta w polu, 1 dzień pracy geometry w biurze. Za zaznaczenie punktów. Na 10 punktów: 1 dzień pracy geometry i 4 dni pracy figuranta.

\*) Przykład powyższy wzięto z obliczenia zdjęcia miasta Tarnopola, przy którym wymiary sekcji szczegółowej wynoszą: długość 320 m, wysokość 250 m.



Pomiar kątów (podwójny). Na 50 celowych: 1 dzień pracy geometry, 3 dni pracy figuranta.

Pomiar długości (podwójny). Na 2 *klm*: 1 dzień pracy geometry, 2 dni pracy figuranta.

Obliczenie. Na 10 punktów: 1 dzień pracy geometry.

Zdjęcie szczegółowe. Na 1 hektar powierzchni można w ogóle liczyć 2 dni pracy geometry i 4 dni pracy figuranta w polu, 3 dni pracy geometry w biurze.

Niwelacja: Na 1 hektar powierzchni: 1 dzień pracy geometry i 3 dni pracy figuranta.

Stosunek całkowity pracy polowej do pracy biurowej jest w przybliżeniu 3:2, przy założeniu, że rysujemy w skali 1:1000.

Koszta zdejmowania miast zależą od stosunku wielkości parcel budowlanych do parcel gruntowych i wynoszą średnio 50 do 100 koron na 1 hektar powierzchni, gdy rysujemy w skali 1:1000.

Przykład. Na zdjęcie miasta o powierzchni 250 hektarów należy liczyć 500 dni pracy geometry i 1000 dni pracy figuranta w polu,

750 " " " w biurze.

### §. 43. Przykłady obliczenia spólrzędnych.

Przykład 1. Weinanie wprzód. (I. Zadanie główne). (Patrz §. 3. strona 6.).

Dane są spólrzędne dwóch punktów

$$\begin{aligned} A \text{ (Tarnopol)} & \begin{cases} x_A = + 31685 \cdot 83, \\ y_A = - 112317 \cdot 92, \end{cases} \\ B \text{ (Szlacheńce)} & \begin{cases} x_B = + 27203 \cdot 47, \\ y_B = - 119308 \cdot 67 \end{cases} \end{aligned}$$

z których celowano do punktu *C* i otrzymano kąty

$$\begin{aligned} \alpha &= \sphericalangle CAB = 67^\circ 27' 23''2, \\ \beta &= \sphericalangle ABC = 54^\circ 59' 43''7. \end{aligned}$$

Obliczyć spólrzędne punktu *C*.

Mamy tu przedewszystkiem

$$\gamma = 180 - (\alpha + \beta),$$

więc

$$\gamma = 57^\circ 32' 53''1.$$

Oznaczmy dalej azymuty boków przez

$$a_{AB}, \quad a_{BC}, \quad a_{AC},$$

a ich długości przez

$$s_{AB} = \overline{AB}, \quad s_{BC} = \overline{BC}, \quad s_{AC} = \overline{AC},$$

to do rozwiązania tego zadania służą wzory:

$$tg \, a_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \dots \dots \dots 7)$$

$$tg \, (a_{AB} + 45^\circ) = \frac{\Delta x + \Delta y}{\Delta x - \Delta y} = \frac{S}{D} \dots \dots \dots 19)$$



$$\left. \begin{aligned} a_{AC} &= a_{AB} - \alpha, \\ a_{BC} &= a_{AB} + \beta + 180^\circ \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 16)$$

$$s_{BC} = \frac{s_{AB}}{\sin \gamma} \sin \alpha, \quad s_{AC} = \frac{s_{AB}}{\sin \gamma} \sin \beta,$$

$$\left. \begin{aligned} x_C &= x_A + s_{AC} \cos a_{AC} = x_B + s_{BC} \cos a_{BC} \\ y_C &= y_A + s_{AC} \sin a_{AC} = y_B + s_{BC} \sin a_{BC} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 17)$$

Rachunek przeprowadzamy jak poniżej:

$x_B$	+	27203·47		$\log \operatorname{tg} (45 + a_{AB})$	0·6602862
$y_B$	—	119308·67		$45 + a_{AB}$	<b>282° 19' 57"5</b>
$y_A$	—	112317·92			
$x_A$	+	31685·83		$\log \Delta y$	3·8445298 <i>n</i>
$S_B = x_B + y_B$	—	92105·20		$\log \sin a_{BA}$	9·9252184
$S_A = x_A + y_A$	—	80632·09		$\log \Delta x$	3·6515067 <i>n</i>
$D = S_B - S_A$	—	<b>11473·11</b>		$\log \cos a_{AB}$	9·7322014
$\Delta y = y_B$	—	6990·75		$\log \operatorname{tg} a_{AB}$	0·1930171
$\Delta x = x_B$	—	4482·36		$a_{AB}$	<b>237° 19' 57"5</b>
$S = \Delta x' + \Delta y$	—	<b>11473·11</b>		$\log s_{AB}$	<b>3·9193054</b>
$\Delta = \Delta x' - \Delta y$	+	2508·39		$\log \sin \gamma$	9·9262611
				$\log \sin \alpha$	9·9654785
$\log S$		4·0596813 <i>n</i>		$\log \frac{s_{AB}}{\sin \gamma}$	3·9930443
$\log \Delta$		3·3993951		$\log \sin \beta$	9·9133405
$a_{AB}$		<b>237° 19' 57"5</b>		$180 - a_{AB}$	<b>57° 19' 57"5</b>
+ $\alpha$		<b>67° 27' 23"2</b>		— $\beta$	<b>54° 59' 43"7</b>
$a_{AC}$		<b>304° 47' 20"7</b>		$a_{BC}$	<b>2° 20' 13"8</b>
$\log \sin a_{AC}$		9·9144796 <i>n</i>		$\log \sin a_{BC}$	8·6104464
$\log s_{AC}$		3·9063848		$\log s_{BC}$	3·9585229
$\log \cos a_{AC}$		9·7562991		$\log \cos a_{BC}$	9·9996384
$\log (s_{AC} \sin a_{AC})$		3·8208644 <i>n</i>		$\log (s_{BC} \sin a_{BC})$	2·5689693
$\log (s_{AC} \cos a_{AC})$		3·6626839		$\log (s_{BC} \cos a_{BC})$	3·9581613
$y_A$	—	112317·92		$y_B$	— 119308·67
$s_{AC} \sin a_{AC}$	—	6620·10		$s_{BC} \sin a_{BC}$	+ 370·65
$y_C$	—	<b>118938·02!</b>		$y_C$	— <b>118938·02!</b>
$x_A$	+	31685·83		$x_B$	+ 27203·47
$s_{BC} \cos a_{BC}$	+	4599·22		$s_{BC} \cos a_{BC}$	+ 9081·58
$x_C$	+	<b>36285·05!</b>		$x_C$	+ <b>36285·05!</b>



Przykład 2. Wyrównanie weinania wstecz (II. zadanie główne).

A. Metoda logarytmiczna.

Z punktu  $A$  którego przybliżone spólrzędne są:

$$(x) = -1992.0 m, \quad (y) = -1144.0 m,$$

celowano do pięciu punktów o znanych spólrzędnych w celu dokładnego obliczenia jego spólrzędnych. Spostrzegane kierunki i dane spólrzędne są:

Punkt	Kierunek	Spólrzędne	
		$x$	$y$
1	0° 0' 0"	0.0	0.0
2	184 1 41.5	-4228.2	-2646.9
3	190 44 18.0	-2450.1	-1536.8
4	280 41 38.6	+ 949.8	-4581.4
5	312 47 12.3	- 100.2	-1735.4

Oznaczywszy wyrównane spólrzędne punktu  $A$  przez

$$x = (x) + \Delta x \text{ i } y = (y) + \Delta y,$$

napisać możemy pięć następujących równań fundamentalnych:

$$ty(a_1 + \Delta a_1) = \frac{+ 1144.0 - \Delta y}{+ 1992.0 - \Delta x},$$

$$ty(a_2 + \Delta a_2) = \frac{- 2646.9 + 1144.0 - \Delta y}{- 4228.2 + 1992.0 - \Delta x},$$

$$ty(a_3 + \Delta a_3) = \frac{- 1536.8 + 1144.0 - \Delta y}{- 2450.1 + 1992.0 - \Delta x},$$

$$ty(a_4 + \Delta a_4) = \frac{- 4581.4 + 1144.0 - \Delta y}{+ 949.8 + 1999.2 - \Delta x},$$

$$ty(a_5 + \Delta a_5) = \frac{- 1735.4 + 1144.0 - \Delta y}{- 102.2 + 1992.0 - \Delta x}$$

Podstawiając

$$\Delta x = 0, \quad \Delta y = 0,$$

tak iż

$$\Delta a_1 = \Delta a_2 = \Delta a_3 = \Delta a_4 = \Delta a_5 = 0,$$

otrzymamy

$$a_1 = 29^{\circ} 52' 7''0,$$

$$a_2 = 213 \quad 54 \quad 15''0,$$

$$a_3 = 220 \quad 36 \quad 41''7,$$

$$a_4 = 310 \quad 33 \quad 7''4,$$

$$a_5 = 342 \quad 38 \quad 34''4.$$

Dalej powinno być:

$$a_2 + \Delta a_2 - a_1 - \Delta a_1 = 184^{\circ} 1' 41''5,$$

$$a_3 + \Delta a_3 - a_1 - \Delta a_1 = 190 44 18''0,$$

$$a_4 + \Delta a_4 - a_1 - \Delta a_1 = 280 41 38''6,$$

$$a_5 + \Delta a_5 - a_1 - \Delta a_1 = 312 47 12''3,$$



albo po wstawieniu wartości za  $a_1, a_2$

$$\left. \begin{aligned} \Delta a_2 - \Delta a_1 &= -26''5 \\ \Delta a_3 - \Delta a_1 &= -16''7 \\ \Delta a_4 - \Delta a_1 &= +38''2 \\ \Delta a_5 - \Delta a_1 &= +44''9 \end{aligned} \right\} 1).$$

Ażeby wartości

$$\Delta a_1, \Delta a_2, \dots, \Delta a_5,$$

zastąpić przez

$$\Delta x \text{ i } \Delta y$$

zlogarytmujemy równania fundamentalne.

Z pierwszego wypadnie

$$\log \operatorname{tg} (29^\circ 52' 7'' 0 + \Delta a_1) = \log (1144 \cdot 0 - \Delta y) - \log (1992 \cdot 0 - \Delta x).$$

Jeżeli oznaczymy różnicę logarytmiczną przy tang  $a_1$ , odpowiadającą jednej sekundzie, przez  $T$ , to znaczy, gdy położymy

$$\log \operatorname{tg} (29^\circ 52' 7'' 0) - \log \operatorname{tg} (29^\circ 52' 6'' 0) = T_1,$$

to otrzymamy

$$\log \operatorname{tg} (29^\circ 52' 7'' 0 + \Delta a_1) = \log \operatorname{tg} 29^\circ 52' 7'' 0 + \Delta a_1 \cdot T_1.$$

Położmy dalej

$$\log 1144 \cdot 0 - \log 1143 \cdot 0 = Y_1,$$

$$\log 1992 \cdot 0 - \log 1991 \cdot 0 = X_1,$$

to

$$\log (1144 \cdot 0 - \Delta y) = \log 1144 \cdot 0 - \Delta y \cdot Y_1,$$

$$\log (1992 \cdot 0 - \Delta x) = \log 1992 \cdot 0 - \Delta x \cdot X_1.$$

Wstawivszy to do zlogarytmowanego równania fundamentalnego, dostaniemy:

$$\Delta a_1 \cdot T = -\Delta y Y_1 + \Delta x X_1.$$

Z tablic logarytmicznych wyjmujemy:

$$\log \operatorname{tg} (29^\circ 52' 7'' 0 + \Delta a_1) = 9 \cdot 7591367 + 0 \cdot 0000049 \Delta a_1$$

$$\log (1144 \cdot 0 - \Delta y) = 3 \cdot 0584260 - 0 \cdot 0003795 \Delta y,$$

$$\log (1992 \cdot 0 - \Delta x) = 3 \cdot 2992893 - 0 \cdot 0002180 \Delta x,$$

więc

$$49 \Delta a_1 = -3795 \Delta y + 2180 \Delta x,$$

albo

$$\Delta a_1 = -77 \Delta y + 44 \Delta x.$$

Postępując podobnie z pozostałymi czterema równaniami, otrzymujemy

$$\Delta a_2 = +63 \Delta y - 41 \Delta x,$$

$$\Delta a_3 = +258 \Delta y - 220 \Delta x,$$

$$\Delta a_4 = -29 \Delta y - 34 \Delta x,$$

$$\Delta a_5 = -99 \Delta y - 31 \Delta x.$$

Po wstawieniu wartości tych w równaniu 1), wypadnie ostatecznie:

$$-26 \cdot 5 = 140 \Delta y - 85 \Delta x,$$

$$-16 \cdot 7 = 335 \Delta y - 264 \Delta x,$$

$$+38 \cdot 2 = 48 \Delta y - 78 \Delta x,$$

$$+44 \cdot 9 = -22 \Delta y - 75 \Delta x.$$



B) Metoda zwykła (Patrz §. 4, strona 12).

Na podstawie wzoru 25) otrzymamy:

$$\Delta a_k'' = 206265'' \left\{ -\frac{\Delta y}{s_k} \cos a_k + \frac{\Delta x}{s_k} \sin a_k \right\},$$

albo

$$\Delta a_k'' = 206265'' \left\{ -\frac{\Delta y}{x_k - (x)} \cos^2 a_k + \frac{\Delta x}{y_k - (y)} \sin^2 a_k \right\}$$

przyczem

$$k = 1, 2, 3, 4, 5.$$

Położmy

$$\frac{206265''}{s_k} \cos a_k = 206265'' \frac{\cos^2 a_k}{x_k - (x)} = b_k,$$

$$\frac{206265''}{s_k} \sin a_k = 206265'' \frac{\sin^2 a_k}{y_k - (y)} = a_k,$$

to

$$\Delta a_k = -b_k \Delta y + a_k \Delta x.$$

Spółczynniki  $a_k$  i  $b_k$  obliczyć można według następującego szematu:

Punkt	1	2	3
$x_k - (x)$	+1992	-2236	-458
$y_k - (y)$	+1144	-1503	-393
$\log(x_k - (x))$	3·2993	3·3495 <i>n</i>	2·6609 <i>n</i>
$\log 206265$	5·3144	5·3144	5·3144
$\log(y_k - (y))$	3·0584	3·1770 <i>n</i>	2·5944 <i>n</i>
$\log \sin a_k$	9·6972	9·7465 <i>n</i>	9·8135 <i>n</i>
$\log \cos a_k$	9·9381	9·9191 <i>n</i>	9·8803 <i>n</i>
$\log \sin^2 a_k$	9·3944	9·4930	9·6270
$\log \frac{206265}{y_k - (y)}$	2·2560	2·1374 <i>n</i>	2·7200
<b><math>\log a</math></b>	<b>1·6504</b>	<b>1·6304 <i>n</i></b>	<b>2·3470 <i>n</i></b>
$\log \cos^2 a_k$	9·8762	9·8382	9·7606
$\log \frac{206265}{x_k - (x)}$	2·0151	1·9649 <i>n</i>	2·6535 <i>n</i>
<b><math>\log b</math></b>	<b>1·8913</b>	<b>1·8031 <i>n</i></b>	<b>2·4141 <i>n</i></b>

Otrzymamy więc

$$\Delta a_1 = - 76 \Delta y + 45 \Delta x,$$

$$\Delta a_2 = + 63 \Delta y - 43 \Delta x,$$

$$\Delta a_3 = + 259 \Delta y - 222 \Delta x,$$

· · · · ·



Ważną rzeczą jest kontrola obliczonych współczynników  $a$  i  $b$ . Z równań dla  $a$  i  $b$  otrzymamy

$$b \{ x_k - (x) \} + a \{ y_k - (y) \} = 206265",$$

albo

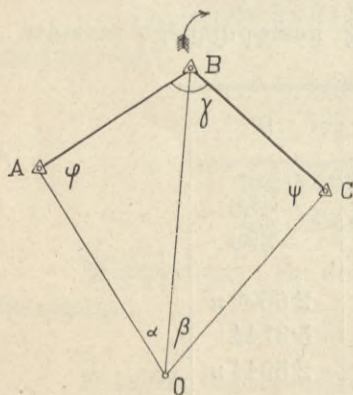
$$\operatorname{tg} a_k = \frac{a}{b}.$$

Stosując równanie to do tabliczki poprzedniej, dostaniemy:

$\log \frac{a_k}{b_k}$	9.7591	9.8273	9.9329
$\log \operatorname{tg} a_k$	9.7591	9.8274	9.9332

Przykład 3. **Weinanie wstecz. (III. Zadanie główne).** (Patrz §. 5, strona 14).

Z danych współrzędnych punktów



$$A. \text{ (Kutkowiec) } \begin{cases} x_A = + 29638.16, \\ y_A = - 109212.19, \end{cases}$$

$$B. \text{ (Wołowa dolina) } \begin{cases} x_B = + 26540.52, \\ y_B = - 113265.84, \end{cases}$$

$$C. \text{ (Szlachcińce) } \begin{cases} x_C = + 27203.47, \\ y_C = - 119308.67, \end{cases}$$

oraz kątów

$$\alpha = 67^\circ 2' 27'' 2,$$

$$\beta = 46^\circ 53' 38'' 7,$$

obliczyć współrzędne punktu O.

Tu rachuje się najpierw

$$\operatorname{tg} a_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A},$$

$$\operatorname{tg} a_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B},$$

$$s_{AB} = \frac{y_B - y_A}{\sin a_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{\cos a_{AB}},$$

$$s_{BC} = \frac{y_C - y_B}{\sin a_{BC}} = \frac{x_C - x_B}{\cos a_{BC}},$$

z kontrolami jak przy zadaniu I i

$$\sphericalangle \gamma = 180^\circ - (a_{BB} - a_{AB}).$$

Dalej rachujemy

$$\operatorname{ctg} \mu = \frac{s_{BC}}{s_{AB}} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \quad 0 < \mu < 90^\circ,$$

$$\frac{1}{2} (\varphi + \psi) = \frac{1}{2} \{ 360 - (\alpha + \beta + \gamma) \},$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\varphi - \psi) = \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\varphi + \psi) \operatorname{ctg} (45^\circ + \mu).$$

$$s_{AO} = \frac{s_{AB}}{\sin \alpha} \sin (\varphi + \alpha),$$

$$s_{BO} = \frac{s_{AB}}{\sin \alpha} \sin \varphi = \frac{s_{BC}}{\sin \beta} \sin \psi,$$

$$s_{CO} = \frac{s_{BC}}{\sin \beta} \sin (\varphi + \beta),$$



$$\begin{aligned} a_{AO} &= a_{AB} + \varphi, \\ a_{OB} &= a_{OA} + \alpha = a_{OC} - \beta, \\ a_{CO} &= a_{CB} - \psi. \end{aligned}$$

Wreszcie

$$\begin{aligned} x_0 &= x_A + s_{AO} \cos a_{AO} = x_B + s_{BO} \cos a_{BO} = x_C + s_{CO} \cos a_{CO}, \\ y_0 &= y_A + s_{AO} \sin a_{AO} = y_B + s_{BO} \sin a_{BO} = y_C + s_{CO} \sin a_{CO}. \end{aligned}$$

Schemat rachunku jest następujący:

	<i>y</i>	<i>x</i>
<i>A</i>	— 109212·19	+ 29638·16
<i>B</i>	— 113265·84	+ 26540·52
<i>C</i>	— 119308·67	+ 27203·47
<i>B — A</i>	— 4053·65	— 3097·64
<i>C — B</i>	— 6042·83	+ 562·95
<i>A — C</i>	+ 10095·48	+ 2434·69.

$$\text{Próba: } (B - A) + (C - B) + (A - C) = 0.$$

log <i>y<sub>B</sub> — y<sub>A</sub></i>	3·6078462 <i>n</i>	log <i>y<sub>C</sub> — y<sub>B</sub></i>	3·7812404 <i>n</i>
log sin <i>a<sub>AB</sub></i>	9·9001304 <i>n</i>	log sin <i>a<sub>BC</sub></i>	9·9974020 <i>n</i>
log <i>x<sub>B</sub> — x<sub>A</sub></i>	3·4910209 <i>n</i>	log <i>x<sub>C</sub> — x<sub>B</sub></i>	2·8214808
log cos <i>a<sub>AB</sub></i>	9·7833151 <i>n</i>	log cos <i>a<sub>BC</sub></i>	9·0376424
log tg <i>a<sub>AB</sub></i>	0·1168153	log tg <i>a<sub>BC</sub></i>	0·9597596 <i>n</i>
log <i>s<sub>AB</sub></i>	3·7077158	log <i>s<sub>BC</sub></i>	3·7838384
log sin <i>α</i>	9·9641575	log sin <i>β</i>	9·8633774
<i>a<sub>BC</sub></i>	276° 15' 38" 9	log <i>s<sub>AB</sub> : sin α</i>	3·7435583
<i>a<sub>AB</sub></i>	232° 36' 51" 7	log <i>s<sub>BC</sub> : sin β</i>	3·9204610
<i>a<sub>BC</sub> — a<sub>AB</sub></i>	43° 38' 47" 2	log tg <i>μ</i>	9·8230973
<i>γ</i>	136° 21' 12" 8	<i>μ</i>	33° 38' 26" 4
<i>β</i>	46° 53' 38" 7	<i>μ</i> + 45	78° 38' 26" 4
<i>α</i>	67° 2' 27" 2	cotg ( <i>μ</i> + 45)	9·3029731
<i>α</i> + <i>β</i> + <i>γ</i>	250° 17' 18" 7	tg $\frac{1}{2}(\varphi + \psi)$	0·1524478
360 — ( <i>α</i> + <i>β</i> + <i>γ</i> )	109° 42' 41" 3	tg $\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$	9·4554209
	$\frac{1}{2}(\varphi + \psi)$	54° 51' 20" 6	
	$\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$	15° 55' 39" 3	
<i>φ</i>	70° 46' 59" 9	<i>ψ</i>	38° 55' 41" 3
<i>α</i>	67° 2' 27" 2	<i>β</i>	46° 53' 38" 7
	<i>φ</i> + <i>α</i>	137° 49' 27" 1	
	<i>ψ</i> + <i>β</i>	85° 49' 20" 0	
	<i>γ</i>	136° 21' 12" 8.	



200,00

Próba:  $(\varphi + \alpha) + (\psi + \beta) + \gamma = 359^{\circ} 59' 59'' 9$

$\log \sin \varphi$	9.9751010	$\log \sin \psi$	9.7981983
$\log s_{AB} : \sin \alpha$	3.7435583	$\log s_{BC} : \sin \beta$	3.9204610
$\log \sin (\varphi + \alpha)$	9.8269863	$\log \sin (\psi + \beta)$	9.9988445
$\log s_{AO}$	3.5705446	$\log s_{CO}$	3.9193055
$\log s_{BO}$	<b>3.7186593</b>	$\log s_{BO}$	<b>3.7186593</b>
$a_{AB}$	232° 36' 51"7	$a_{CB}$	+ 96° 15' 38"9
+ $\varphi$	70° 46' 59"9	- $\varphi$	- 38° 55' 41"3
$a_{AO}$	303° 23' 51"6	$a_{CO}$	57° 19' 57"6
$a_{OA}$	123° 23' 51"6	$a_{OC}$	237° 19' 57"6
+ $\alpha$	67° 2' 27"2	- $\beta$	46° 53' 38"7
$a_{OB}$	<b>190° 26' 18"8</b>	$a_{OB}$	<b>190° 26' 18"9</b>
$\log \sin a_{AO}$	9.9216190 n	$\log \sin a_{BO}$	9.2581126
$\log s_{AO}$	3.5705446	$\log s_{BO}$	3.7186593
$\log \cos a_{AO}$	9.7407153	$\log \cos a_{BO}$	9.9927522
$\log (y_o - y_A)$	3.4921636 n	$\log (y_o - y_B)$	2.9767719
$\log (x_o - x_A)$	3.3112599	$\log (x_o - x_B)$	3.7114125
$\log \sin a_{CO}$	9.9252186	$\log \sin a_{CO}$	9.9252186
$\log s_{CO}$	3.9193055	$\log s_{CO}$	3.9193055
$\log \cos a_{CO}$	9.7322010	$\log \cos a_{CO}$	9.7322010
$\log (y_o - y_C)$	3.8445241	$\log (y_o - y_C)$	3.8445241
$\log (x_o - x_C)$	3.6515065	$\log (x_o - x_C)$	3.6515065
$y_o - y_A$	- 3105.73	$y_o - y_B$	+ 947.92
$y_A$	-109212.19	$y_B$	-113265.84
$y_o$	<b>-112317.92</b>	$y_o$	<b>-112317.92</b>
$y_o - y_C$	+ 6990.75	$y_o - y_C$	+ 6990.75
$y_C$	-119308.67	$y_C$	-119308.67
$y_o$	<b>-112317.92</b>	$y_o$	<b>-112317.92</b>
$x_o - x_A$	+ 2047.67	$x_o - x_B$	+ 5145.32
$x_A$	+ 29638.16	$x_B$	+ 26540.52
$x_o$	+ <b>31685.83</b>	$x_o$	+ <b>31685.84</b>
$x_o - x_C$	+ 4482.36	$x_o - x_C$	+ 4482.36
$x_C$	+ 27203.47	$x_C$	+ 27203.47
$x_o$	+ <b>31685.83</b>	$x_o$	+ <b>31685.83</b>

—•••••—

~~BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA  
KRAKÓW~~

5.61







200.00

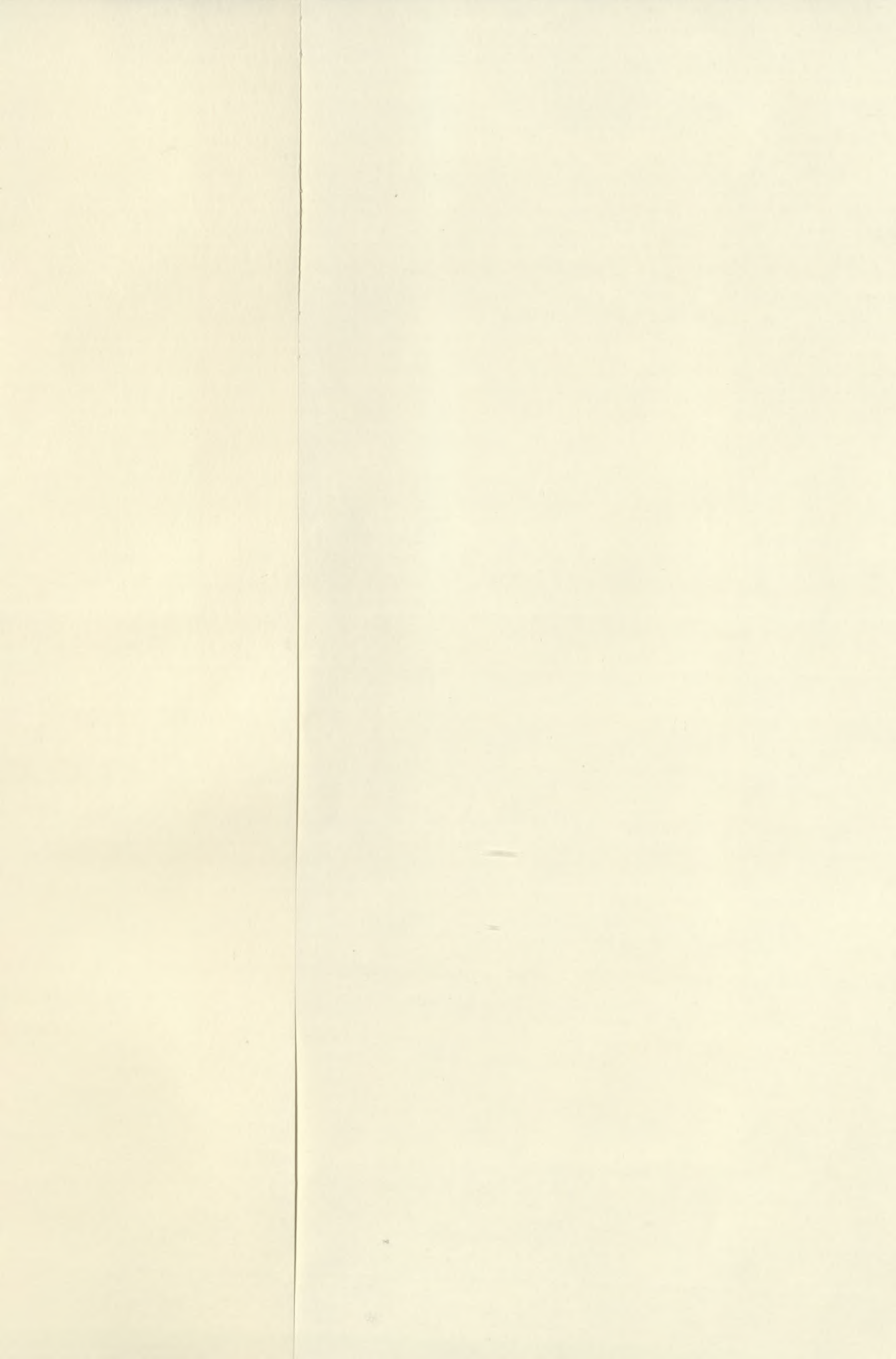
Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000249942

X

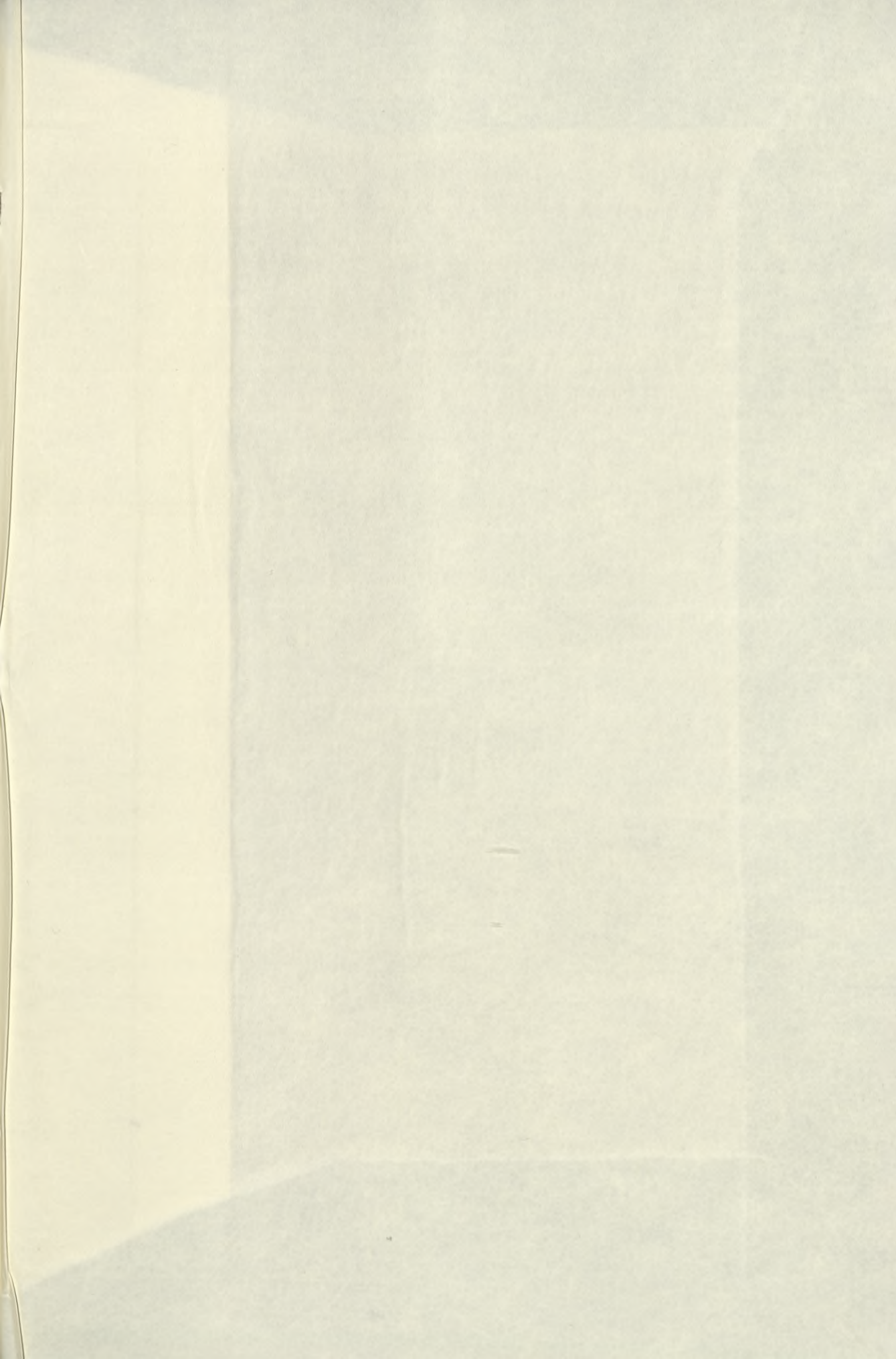














Biblioteka Politechniki Krakowskiej



**III-305109**

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



**100000249942**