

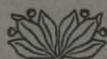






Dr. inż. TADEUSZ ŚWIEŻAWSKI

# TOCZENIE SIĘ KOŁA



Skład główny w Księgarni Michała Götta, Lwów, ul. Kopernika l. 26.

LWÓW 1932.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000297792



Dr. inż. TADEUSZ ŚWIEŻAWSKI

# TOCZENIE SIĘ KOŁA



Skład główny w Księgarni Michała Götta, Lwów, ul. Kopernika l. 26.

LWÓW 1932.

2. 5

Po/4





Dr. inż. TADEUSZ ŚWIEŻAWSKI

# TOCZENIE SIĘ KOŁA



Skład główny w Księgarni Michała Götta, Lwów, ul. Kopernika 1. 26.

LWÓW 1932.

2. 5

P. 10/4

DR. IRENEJ TADEUSZ ŚWIEŻWAŃSKI

# TOCZENIE SIĘ KOŁA

ODBITKA Z „ZASOPISMA TECHNICZNEGO“ 1932 r.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA  
KRAKÓW

II 31428

Skład główny w Nakładzie Michała Ossę, Lwów, ul. Kopernika 1. 26.  
LWÓW 1932.

Akc. Nr.

144 150



## 1. Ogólne określenie tarcia.

Przy przesuwaniu z naciskiem jednego ciała stałego po drugim występują straty energii, a więc opory, które określamy mianem tarcia posuwistego. Ścisłe badania wykazują, że tarcie jest zjawiskiem nader złożonym. Składają się na nie następujące źródła strat energii <sup>1)</sup>:

1. Ścieranie dostrzegalnych lub niedostrzegalnych nierówności powierzchni obu ciał, chociażby powierzchnie były doskonale wygładzone.

2. Drgania sprężyste obu ciał, które występują z rozmaitem natężeniem, zależnie od stopnia chropowatości powierzchni.

3. Przyleganie (t. zw. „adhezja“), t. j. siły molekularne dotykających się cząstek obu ciał w przypadku powierzchni bardzo gładkich.

4. Lepkość, czyli tarcie wewnętrzne powietrza, wody lub innego płynnego ośrodka tworzącego warstwę, która w przypadku powierzchni ciał bardzo gładkich zawsze oddziela obie powierzchnie i podczas ruchu względnego tychże jest zmuszona do płynięcia.

5. Histereza stanu odkształcenia i napięcia obu stykających się ciał. Stan ten bowiem zmienia się ustawnie podczas ruchu, łagodne nierówności powierzchni spłaszczają się i odpłaszczają kolejno, a tarcie wewnętrzne ciał stałych staje się źródłem histerezy, czyli nieodwracalnej straty energii.

Ogólna strata energii daje się przeto zastąpić pracą pewnej pomyślanej siły jako tarcia na drodze ruchu względnego obu ciał.

<sup>1)</sup> M. T. Huber: „Kilka słów o istocie i t. zw. „prawach tarcia“. Lwów, *Czasopismo Techniczne*, r. 1926, str. 314 i 315.

Ta siła tarcia między ciałami stałymi przedstawia się następująco<sup>2)</sup>:

1. nie zależy istotnie od prędkości, ale napewno jest największą przy małych prędkościach;
2. jest proporcjonalną do całkowitego normalnego nacisku pomiędzy obiema powierzchniami;
3. jest niezależna od wielkości ślizgających się powierzchni;
4. zależy istotnie od właściwości ślizgających się powierzchni, ich chropowatości i t. p.

Stwierdzenia powyższe ujął Coulomb w regułę, wyrażaną równaniem:

$$T = \mu \cdot N$$

na siłę tarcia posuwistego podczas ruchu względnego dwóch ciał stałych po sobie, gdzie  $\mu$  jest t. zw. współczynnikiem tarcia, ustalonym dla różnych ciał stałych doświadczalnie, a  $N$  naciskiem normalnym. Siła  $T$ , jako prostopadła do normalnego nacisku, jest skierowana wzdłuż przesuwaną powierzchnię, przeciwnie do kierunku ruchu. Reguła ta jest uzupełniona równaniem:

$$T_0 = \mu_0 N$$

na siłę tarcia podczas spoczynku dwóch ciał stałych, ściskanych siłą normalną  $N$ , gdzie  $\mu_0$  jest współczynnikiem owego tarcia „spoczynkowego“, zwanego nieściśle, ale ogólnie, przyczepnością lub przyleganiem (adhezją). Ten współczynnik  $\mu_0$  ustalony został również doświadczalnie w pewnych określonych warunkach z wystarczającą dla praktyki dokładnością, przyczem jest on większym od współczynnika  $\mu$  tarcia posuwistego podczas ruchu. Siła tarcia spoczynkowego  $T_0$  jest podobnie, jak siła tarcia posuwistego  $T$ , prostopadła do nacisku  $N$ , ale może przyjąć wszystkie kierunki w płaszczyźnie styku obu ciał.

Perry stwierdza również na podstawie doświadczeń Osborne Reynolds'a, że „każde tarcie musi być tarcie płynów“, które jednak przedstawia się całkiem inaczej, niż tarcie ciał stałych, a mianowicie: Siła tarcia pomiędzy płynami:

1. zależy bardzo od prędkości i jest bardzo mała przy bardzo małej prędkości;
2. jest niezawisła od ciśnienia;
3. jest proporcjonalną do zwilżonej powierzchni;

<sup>2)</sup> John Perry: „Angewandte Mechanik“ (deutsche Übers. aus engl. „Applied Mechanic“) von R. Schick, Leipzig u. Berlin B. G. Teubner, 1908.



4. jest przy miernych prędkościach niezależna od właściwości zwilżonych powierzchni.

Stwierdzenia powyższe ujmują prawo Newtona, wyrażające się równaniem:

$$T^h = c \cdot F \cdot \frac{dw}{da},$$

gdzie  $c$  jest bezwzględną lepkością płynu np. w  $kg \text{ sek/m}^2$ ,  $F$  powierzchnią w  $m^2$  dwóch warstw płynu, oddalonych od siebie o  $da$  metrów, a przesuwanych równolegle względem siebie z prędkością  $dw \text{ m/sek}$ , o ile hydrauliczna siła tarcia  $T^h$  ma wypaść w  $kg$ .

Porównanie doświadczalnych reguł siły tarcia według Coulomba dla ciał stałych a według Newtona dla ciał płynnych wykazuje znaczne różnice lub nawet wprost przeciwieństwa. To zmusza do uzgodnień pośrednich, któreby w praktyce technicznej ustalały pewne normy i dawały wskazówki do najsprawniejszych rozwiązań.

Możemy rozróżnić następujące rodzaje tarcia w technice<sup>3)</sup>:

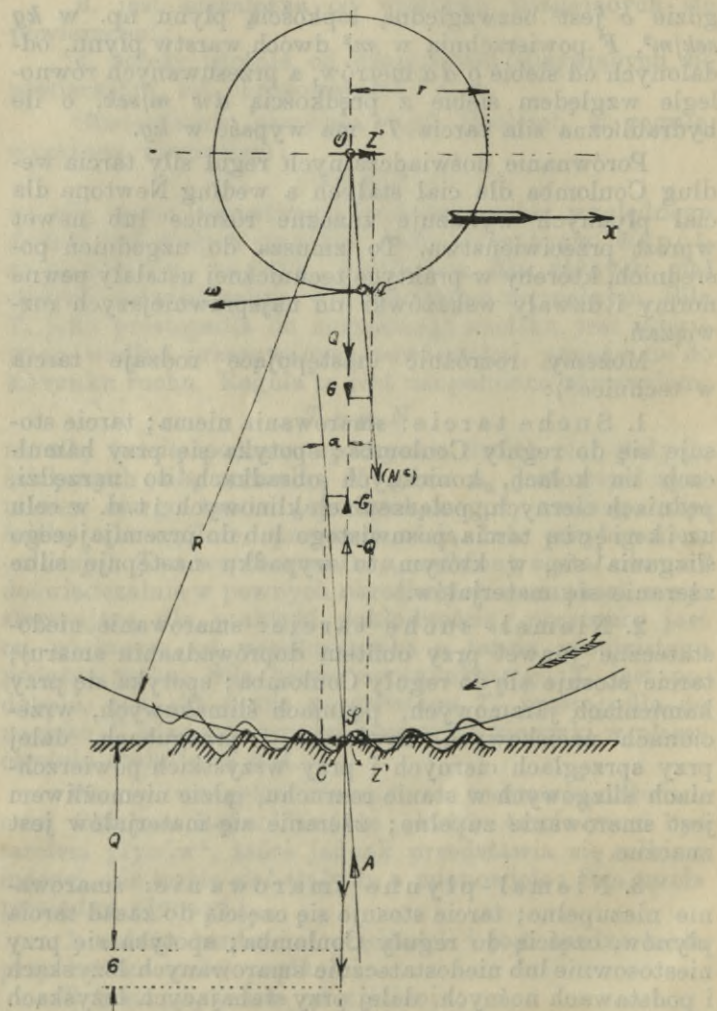
1. Suche tarcie: smarowania niema; tarcie stosuje się do reguły Coulomba; spotyka się przy hamulcach na kołach, konicznych obsadkach do narzędzi, pędniach ciernych, połączeniach klinowych i t. d. w celu uniknięcia tarcia posuwistego lub do przemieszczającego ślizgania się, w którym to wypadku następuje silne zżeranie się materiałów.

2. Niemal-suche tarcie: smarowanie niedostateczne (nawet przy obfitem doprowadzaniu smaru); tarcie stosuje się do reguły Coulomba; spotyka się przy kamieniach jarzmowych, pędniach ślimakowych, wrzecionach naciskowych, zawiasach i przegubach, dalej przy sprzęgłach ciernych i przy wszystkich powierzchniach ślizgowych w stanie rozruchu, gdzie niemożliwym jest smarowanie zupełne; zżeranie się materiałów jest znaczne.

3. Niemal-płynne smarowanie: smarowanie niezupełne; tarcie stosuje się częścią do zasad tarcia płynów, częścią do reguły Coulomba; spotyka się przy niestosownie lub niedostatecznie smarowanych łożyskach i podstawach nośnych, dalej przy wahających łożyskach czopowych, pędniach ślimakowych, kołach zębatych, tłokach i t. d.; zżeranie się jest umiarkowane.

<sup>3)</sup> E. Falz: „Grundzüge der Schmiertechnik“, Berlin, J. Springer, 1926.

4. Płynne tarcie: smarowanie zupełne; tarcie stosuje się do zasad tarcia płynów; spotyka się przy stosownie konstruowanych i celowo smarowanych łożyskach nośnych, łożyskach stopowych, łożyskach osiowo-naciskowych, wodzeniach prostolinijnych, sankach ślizgowych i t. d.; zżeranie się materiałów nie następuje.



Rys. 1.

Zapoczątkowanie toczenia bieżącego koła o sztywnej obręczy po sztywnym podłożu;  $x$  — kierunek postępu.



Zauważyć do tego jeszcze należy, że ściśle rozgraniczenie pomiędzy niemal-płynnym, a niemal-suchem tarcie jest praktycznie niemożliwe.

O ile tarcie posuwiste występuje jako opór, to znakomitym sposobem zmniejszenia tego oporu jest zastosowanie tarcia potoczystego zamiast posuwistego za pomocą kół, rolek lub kulek, jako ciał pośredniczących. W celu poznania zjawisk tarcia potoczystego rozpatrzmy zachowanie się kół z obręczami sztywnymi i sprężystymi przy toczeniu się po podłożach sztywnych, plastycznych i sprężystych. Przytem w każdym wypadku rozróżnimy zachowanie się kół biegowych i kół napędowych. Biegowemi koła są wtedy, kiedy zewnętrzne siły, znajdujące się w płaszczyźnie koła, działają na oś, naokoło której koło może się obracać, a napędowemi są koła wtedy, kiedy zewnętrzne siły znajdujące się w płaszczyźnie koła działają na koło tak, że wywołują moment obrotu koła naokoło jego osi. Ciężar przewożonego kołami ciała spoczywa na osiach i tworzy t. zw. obciążenie osiowe  $Q$ , do którego ciężar  $G$  samego koła nie należy. Skoro przyjmujemy podłoże poziome, to pionowo działające obciążenie osiowe  $Q$  i ciężar koła  $G$  będą prostopadłe do podłoża, i przechodzą przez podparcie koła na podłożu, czyli przez styk koła z podłożem. Skoro zaś podłoże jest nachylone do poziomu pod kątem  $\alpha$ , to prostopadła do podłoża jest tylko składowa  $Q \cos \alpha$ , która działa jako obciążenie osiowe, podczas gdy druga składowa  $Q \sin \alpha$ , równoległa do podłoża, zostaje uwzględniona przy siłach równoległych do podłoża, z odpowiednim znakiem, zależnym od wzniesienia względnie spadku podłoża. Również ciężar własny  $G$  koła podobnie się rozkłada na składową  $G \cos \alpha$ , prostopadłą do podłoża i na składową  $G \sin \alpha$ , równoległą do podłoża. Według takiego zatem rozkładania uwzględnia się obciążenie  $Q$  i ciężar  $G$  przy wypadkach podłoża nachylonego do poziomu w zagadnieniach, poniżej przytoczonych tylko dla poziomego podłoża.

## 2. Koło biegowe o sztywnej obręczy po sztywnem podłożu.

Przyjmijmy środek ciężkości  $G$  koła biegowego (rys. 1) w środku czopa  $O$ , który zbiega się z środkiem panewki koła i koła samego, (przyczem promień  $r$  czopa i panewki są zaznaczone przesadnie wielkie w stosunku do promienia  $R$  koła w celu wyrazistości przedstawienia).

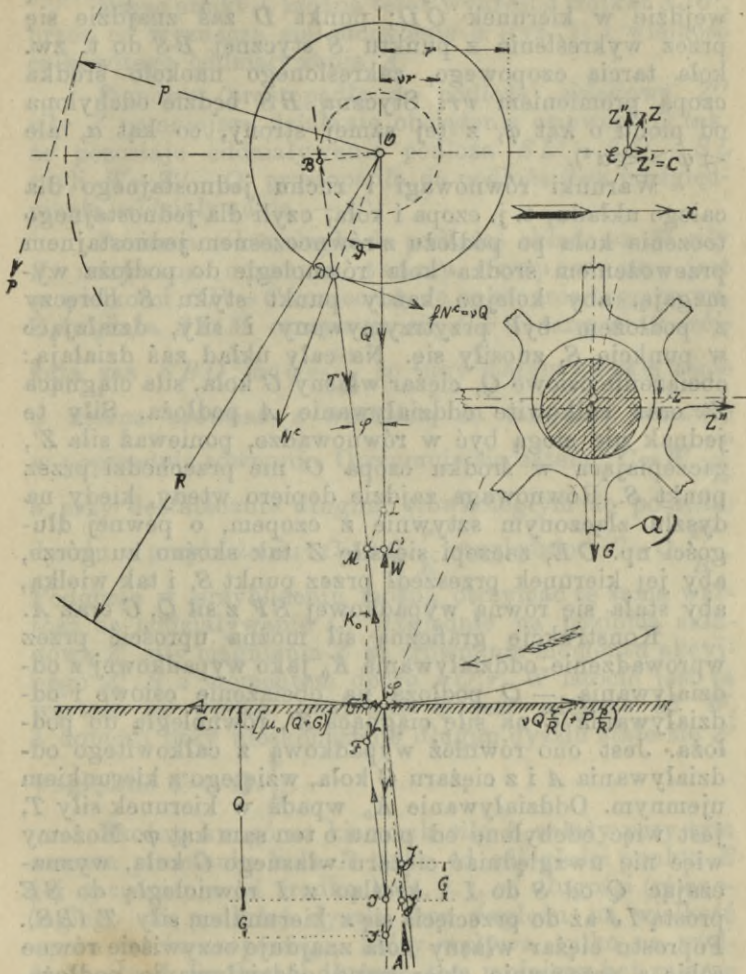


Niech w tym środku zaczepia równoległa do podłoża (pozioma) siła  $Z'$  wielkości  $OZ'$ . Z tego samego środka  $O$  koła działa obciążenie osiowe  $Q$  pionowo w dół i wspólnie z ciężarem własnym  $G$  koła trafia podłoże (poziome) w punkcie styku  $S$  koła z podłożem. Tam znajdują te siły czynne  $Q$  i  $G$  równe, a przeciwnie działające oddziaływanie podłoża na koło w wielkości  $-(Q+G)$ . W tym samym punkcie  $S$  objawi się działanie siły ciągnącej  $Z'$ , ponieważ wskutek sztywności czopa i koła wywiera ona działanie na całość układu, a tylko w punkcie  $S$  znajdzie równe a przeciwnie skierowane oddziaływanie  $C$ . Istnieje zatem możliwość przesuwu całego koła wzdłuż styku z podłożem, t. j. w kierunku działania siły ciągnącej  $Z'$ . Ale takie przesunięcie w najczęstszych wypadkach nie nastąpi wobec tego, że każdorazowe punkty styku  $S$  będą przytrzymywane siłą tarcia spoczynkowego, które jest skierowane przeciwnie do możliwego ruchu posuwowego i może osiągnąć w granicy wielkość  $\mu_0(Q+G)$  według reguły Coulomba.

To przytrzymywanie punktów  $S$  możemy w przybliżeniu wyobrazić nierównościami tak podłoża, jak również obręczy koła w punktach styku, oraz przyleganiem tych nierówności, jakoby zębów, od strony przeciwnej do kierunku toczenia koła, nie zapominając o całości przyczyn powodujących tarcie spoczynkowe.

Siły czynne  $Z'$  i  $(Q+G)$  dają wypadkową ( $N^c$ ) z punktu  $O$ , a siły reakcyjne  $C$  i  $-(Q+G)$  sumują się geometrycznie w punkcie  $S$  w wypadkowe oddziaływanie  $A$ , odchylone o kąt  $\alpha$  od pionu w kierunku przeciwnym do kierunku postępu  $X$ . Wobec tego, że kierunek siły ( $N^c$ ) nie przechodzi przez stały, bo przytrzymywany, punkt  $S$ , nastąpi ruch obrotowy koła naokoło chwilowej osi w punkcie  $S$  tak, jak gdyby przez chwilę obręcz koła wciskała się w podłoże. Wskutek tego ruchu zacznie się panewka koła ślizgać po czopie z przyspieszeniem zależnym od działających sił tak, że w kierunku stycznym do czopa wystąpi pewna prędkość  $w$ . Temu ślizganiu się w kierunku obwodowym przeciwstawi się wywołana siła tarcia posuwistego między czopem a panewką w wielkości  $f \cdot N^c$  (rys. 2), skoro przez  $f$  oznaczy się współczynnik tarcia między materiałami czopa i panewki, a przez  $N^c$  siłę ciśnienia czopa na panewkę. Wobec tego, że  $N^c$  jest większe, niż  $Q$ , to możemy  $f$  pomnożyć przez taką liczbę np.  $\beta$  większą od 1, aby  $f \cdot \beta \cdot N^c = \nu Q$  t. zn. współczynnik tarcia czopowego  $\nu = f \cdot \beta$  jest większy, niż współ-

czynnik tarcia posuwistego prostoliniowego  $f$  tych samych materiałów, (czopu i panewki) po sobie.



Rys. 2.

Toczenie biegowego koła o sztywnej obręczy po sztywnym podłożu;  $x$  — kierunek postępu. a) Ułożenie się ciągniętego czopa w zawiłkiej panewce koła.

Na koło (bez czopa) działają zatem teraz siły  $N^c$  i  $vQ$  oraz  $A$  i  $G$ , które równoważą się, skoro wypadkowa  $T$  z  $N^c$  i  $vQ$  zamknie trójkąt  $SJJ'$ , złożony z sił  $T$ ,  $G$  i  $A$ , obiegających w zgodnym kierunku za sobą



tak, że koło potoczy się ruchem jednostajnym po podłożu (według kreskowanej strzałki na rys. 2). Stanie się to tylko wtedy, kiedy ciśnienie  $N^c$  czopa na panewkę wejdzie w kierunku  $OD$ ; punkt  $D$  zaś znajdzie się przez wykreślenie z punktu  $S$  stycznej  $BS$  do t. zw. koła tarcia czopowego, zakreślonego naokoło środka czopa promieniem  $vr$ . Styczna  $BS$  będzie odchylna od pionu o kąt  $\varphi$ , z tej samej strony, co kąt  $\alpha$ , ale  $\sphericalangle \varphi > \sphericalangle \alpha^4$ .

Warunki równowagi i ruchu jednostajnego dla całego układu, t. j. czopa i koła, czyli dla jednostajnego toczenia koła po podłożu z równoczesnym jednostajnym przewożeniem środka koła równoległe do podłoża wymagają, aby kolejno każdy punkt styku  $S$  obręczy z podłożem był przytrzymywany i siły, działające w punkcie  $S$ , znosiły się. Na cały układ zaś działają: obciążenie osiowe  $Q$ , ciężar własny  $G$  koła, siła ciągnąca  $Z'$  oraz całkowite oddziaływanie  $A$  podłoża. Siły te jednak nie mogą być w równowadze, ponieważ siła  $Z'$ , zaczepiająca w środku czopa  $O$  nie przechodzi przez punkt  $S$ . Równowaga zajdzie dopiero wtedy, kiedy na dyszlu złączonym sztywnie z czopem, o pewnej długości np.  $OE$ , zaczepi się siłę  $Z$  tak skośnie ku górze, aby jej kierunek przeszedł przez punkt  $S$ , i tak wielką, aby stała się równą wypadkowej  $SF$  z sił  $Q$ ,  $G$  oraz  $A$ .

Konstrukcję graficzną sił można uprościć przez wprowadzenie oddziaływania  $K_0$  jako wypadkowej z oddziaływania —  $Q$  podłoża na obciążenie osiowe i oddziaływania  $C$  na siłę ciągnącą  $Z'$ , równoległą do podłoża. Jest ono również wypadkową z całkowitego oddziaływania  $A$  i z ciężaru  $G$  koła, wziętego z kierunkiem ujemnym. Oddziaływanie  $K_0$  wpada w kierunek siły  $T$ , jest więc odchylone od pionu o ten sam kąt  $\varphi$ . Możemy więc nie uwzględniać ciężaru własnego  $G$  koła, wyznaczając  $Q$  od  $S$  do  $I$  i kreśląc z  $I$  równoległą do  $SE$  prostą  $IJ$  aż do przecięcia się z kierunkiem siły  $T$  ( $BS$ ). Poprostu ciężar własny koła znajduje oczywiście równe sobie a przeciwnie skierowane oddziaływanie podłoża, do niego prostopadłe, ale siła ta i jej oddziaływanie wyłącza się z rozważania równowagi toczącego koła, o ile całkowite oddziaływanie  $A$  zostanie zastąpione częściowym oddziaływaniem  $K_0$ . Ciężar musi być jednak

<sup>4)</sup> Obliczenie kąta odchylenia  $\varphi$  kierunku ciśnienia  $N^c$  od pionu wstecz do kierunku postępu, oraz wielkości składowych sił  $Z'$  i  $Z''$  podają E. J. Routh: „Statyka teoretyczna“, tłóm. Z. Straszewicz, Warszawa 1926 (str. 141), na co zwrócił mą uwagę p. Julian Wędrowski.



bezpośrednio uwzględniony w warunku zachodzenia tocznienia t. j. w nierówności  $\mu_0(Q+G) > Z'$ .

Mając punkt  $J$ , można teraz wykreślić trójkąt  $SJJ'$ , przez co wyznacza się odchylenie  $\alpha$  (rys. 1) i wielkość całkowitego oddziaływania  $A$ .

Pionowa (prostopadła do podłoża) składowa  $Z''$  siły  $Z$  pomniejsza działanie obciążenia osiowego  $Q$  tak, że pozostaje oddziaływanie podłoża  $SL' = LL' - SL$  czyli  $W = Z'' - Q$ , prostopadłe do podłoża (bez uwzględnienia oddziaływania  $-G$ ).

Pozioma (równoległa do podłoża) składowa  $Z'$  siły  $Z$ , nazywana oporem tarcia czopowego, jest w wielkości  $SF' = C$  konieczną do pokonania tego oporu. Z trójkąta  $SF'M$  otrzymuje się  $C = W \cdot \text{tang } \varphi$ ; z trójkąta zaś  $SBO$ :  $\sin \varphi = \frac{\nu r}{R}$  co przy małym zwykle kącie  $\varphi$  można zrównać z wartością na  $\text{tang } \varphi$  i wstawić w poprzednie równanie. Otrzymuje się zatem:  $C = W \cdot \frac{\nu r}{R}$  a przy dostatecznie długim, (równoległym do podłoża) dyszlu w przybliżeniu:  $C = \nu Q \cdot \frac{r}{R}$  względnie:  $C = Q \cdot \frac{\nu r}{R}$ .

Podobnie w przybliżeniu można otrzymać tę samą wartość na oddziaływanie  $C$ , względnie na poziomą składową  $Z'$  siły ciągnięcia  $Z$  ze zrównania momentu akcyjnego  $Z' \cdot R$  z momentem oporu  $\nu Q \cdot r$ . W istocie jest ta wartość za wielką, ponieważ  $Q$  jest większe od  $W$ , a dopiero przy nieskończeniu długim dyszlu staje się  $Z'$  względnie  $C = \nu Q \cdot \frac{r}{R}$ .

Skośny ku górze kierunek siły  $Z$  zależy przy tym samym promieniu koła  $R$  tylko od odległości punktu  $E$  jej zaczepienia od środka koła, t. j. od długości (równoległego do podłoża) dyszla, bez względu na wielkość oporu tarcia czopowego, który wpływa tylko na wielkość siły  $Z$ . Im dyszel dłuższy, tem mniejszy kąt zawrze siła  $Z$  z kierunkiem równoległym do podłoża. W wypadku zaczepienia w punkcie  $E$  siły ciągnięcia tak wielkiej, że jej równoległa do podłoża składowa będzie większa od koniecznej  $Z'$  (do pokonania oporu tarcia czopowego), lub wogóle zaczepienia siły ciągnięcia większej od  $Z'$  równoległe do podłoża, nie będzie równowagi, t. j. ruchu jednostajnego, ale ruch przyspieszony, przyczem wielkość przyspieszenia będzie zależeć od masy koła (wraz z masą obciążenia osiowego), oraz od wielkości

różnicy z równoległej do podłoża siły ciągnięcia i oporu tarcia czopowego.

Takie wypadki zachodzą przy poziomem ciągnięciu liną ciężarów, dających się toczyć po poziomej podstawie, skoro linę zaczepimy wprost na czop, naokoło którego daje się ciężar toczyć, lub o krótki dyszel. Wtedy lina, jednostajnie ciągniona, to napina się, to opuszcza, ponieważ toczony ciężar co chwila przyspiesza się i wyprzedza ciągnięcie, aby za chwilę opóźnić się wskutek oporu tarcia czopowego oraz ewentualnie innych napotykanym oporów tak, że musi być znowu pociągnięty.

Podobnie rzecz się ma z wałkiem, który po poziomem podłożu jest popychany poziomo od tyłu sztywnym dyszlem założonym luznemi panewkami na czopach wałka. Występuje wtedy nierównomierne toczenie wałka, chociaż popychamy go stale tą samą siłą. Dopiero, kiedy skierujemy siłę popychającą, zaczepioną na końcu dyszla, na punkt styku wałka z podłożem, nastanie równomierne toczenie wałka najmniejszym wysiłkiem. Oczywiście uniesienie wolnego końca dyszla popychającego i jego skośne pochylenie spowoduje ułatwienie w toczeniu wałka, jak to przy taczkach praktycznie się stosuje.

Tak samo łatwiej będzie potoczyć przodek wozu, skoro odpowiednio do długości poziomego dyszla zaczepimy prostą ciągnięcia skośno ku górze w właściwym kierunku, koniecznym do ustalenia równowagi w punkcie styku kół z podłożem. Np. w zaprzęgu zwierząt pociągowych ustala się skośny ku górze kierunek postronków i ciągnięcia, a poziome lub prawie poziome utrzymanie dyszla naszyjnikami i zaczepienie na końcu dyszla dodatkowego skośnego pociągu.

Pozioma jednak rozwora, która przenosi ruch ciągnięcia na tylne biegowe koła wozu, zmusi je do przyspieszenia się i do zapotrzebowania większej siły pociągowej.

Przy popychanym przodku pojazdu napędem od tyłu nastąpi tem równomierniejszy i tem mniejszej siły napędowej potrzebujący postęp całego pojazdu, im większy będzie rozstęp osi t. j. im dłuższa rozbudowa nadwozia, oraz im niższe w stosunku do wysokości tylnych osi będzie przednie podparcie nadwozia, przy tych samych zresztą warunkach jak wielkość tarcia czopowego i innych.

Równoległa do podłoża składowa  $Z'$  siły ciągnącej  $Z$ , oraz równoczesne z nią i równe jej oddziały-



wanie  $C$  podłoża nie może wzrósć ponad dopuszczalną miarę, aby stałe zachodziło przytrzymywanie kolejno każdego punktu  $S$  styku obręczy z podłożem. Taką dopuszczalnie największą wartością dla oddziaływania wzdłuż podłoża jest wielkość spoczynkowego tarcia  $\mu_0(Q+G)$ , [względnie ściślej  $\mu_0(W+G)$ ], pomiędzy obręczą koła a podłożem. Z chwilą, kiedy nacisk nierówności obręczy koła na takież nierówności podłoża, skierowany w stronę postępu  $x$ , przekroczy wartość  $\mu_0(Q+G)$ , koło pośliznie się po podłożu wprzód, w kierunku siły ciągnącej  $Z'$  bez toczenia się obręczy i bez ślizgania się panewki po czopie. Jest to zjawisko równoznaczne z zerwaniem wytrzymałości na ścięcie występujących nierówności obręczy i podłoża w kierunku ciągnięcia, przedstawia nam zatem istotę tarcia jako problem sprężystości i wytrzymałości materiałów obręczy i podłoża, co przebieg zjawiska znacznie komplikuje, jak poniżej się wykaże.

Ślizganiu się obręczy bez toczenia przeciwstawia się tarcie posuwiste  $\mu(Q+G)$ , skierowane stycznie do obręczy w punkcie styku  $S$  i przeciwnie do ruchu, a więc w tym wypadku wstecz, przeciwnie do kierunku postępu. Okazuje się przytem dalej, że trudniej wstrzymać ślizgające się koło, aby je nadal zmusić do toczenia, niż doprowadzić je do poślizgu, ponieważ poślizgowi przeciwstawia się tarcie posuwiste  $\mu(Q+G)$ , które jest mniejsze, niż tarcie spoczynkowe  $\mu_0(Q+G)$ . Jeżeli  $Q \frac{v^r}{R}$  stało się większe od  $\mu_0(Q+G)$  to tembardziej jest większe od  $\mu(Q+G)$ .

Widoczne jednak wyraźnie, że łatwo doprowadzić do otrzymania i utrzymania możliwie małych współczynników tarcia posuwistego pomiędzy materiałami czopa i panewki przez ich gładkie wytoczenia, doprowadzanie smaru, a więc zmniejszeniem wartości współczynnika  $\nu$  tarcia czopowego przez wytworzenie płynnego lub niemalpłynnego tarcia, oraz dzięki jeszcze redukcji współczynnika przy  $Q$  przez możliwie mały stosunek  $\frac{r}{R}$  t. j. najczęściej przez wielki promień  $R$  koła. Można więc osiągnąć wielkość  $\nu \frac{r}{R}$  znacznie niższą, niż współczynniki adhezji  $\mu_0$ , względnie tarcia posuwistego  $\mu$  pomiędzy obręczem a podłożem. Również własny ciężar  $G$  koła zwiększa adhezję niezależnie od wielkości obciążenia i skutków jego działania.



Oczywiście wartość oddziaływania  $C$ , konieczna w wielkości  $Q \frac{v r}{R} = Z'$  przy właściwym skierowaniu siły  $Z$ , musi się zwiększyć [tylko do granicy równej  $\mu_0 (Q + G)$ ], skoro ciągniemy siłą równoległą do podłoża większą od  $Z'$  i wywołujemy przyspieszenia, chociaż do utrzymania jednostajnej prędkości, wszystko jedno jak wielkiej, potrzeba tylko  $Z' = C = v Q \frac{r}{R}$ .

Zżarcie się panewki i czopa oraz brak smaru spowodują zwiększenie wartości współczynnika  $\nu$ , a więc tem samem będzie musiała również wzrosnąć siła  $Z'$  i oddziaływanie  $C$ .

Konieczna wielkość oddziaływania  $C$  może także stać się większą np. przez wyrobienie panewki i opadnięcie środka czopa poniżej środka panewki o odległość pionową  $z$  (rys. 2 a). Powiększenie wartości oddziaływania wynosi wtedy  $Z' \cdot \frac{z}{R}$ , ponieważ momentem  $Z' \cdot z$  względem środka koła (panewki) przeciwstawia się koło obrotowi w kierunku toczenia. Znamiennem jest przy tem, że czop w zawiętej panewce koła cofa się (zaczepienie siły  $N^c$  w punkcie  $D$ ), chociaż przez czop wywiera się siłę, powodującą postęp. Zachodzi to wskutek przytoczonego powyżej działania tarcia czopowego.

Wreszcie wzrasta siła ciągnąca  $Z'$  i oddziaływanie  $C$  przez opór użytkowy  $P$  na ramieniu  $p$  (rys. 2) o wielkość  $P \frac{p}{R}$ , kiedy koło biegowe ma swem toczeniem napędzać pewien mechanizm.

W najczęstszych wypadkach pozwala niska wartość współczynnika tarcia czopowego  $\nu$  przez skutecznienie tarcia płynnego lub niemal płynnego i wogóle mały opór tarcia czopowego, a dostateczna długość dyszla (z zaczepieniem na jego końcu siły ciągnącej) na przyjęcie w przybliżeniu poziomego (równoległego do podłoża) kierunku siły ciągnącej albo też na zupełne nieuwzględnianie oporu tarcia czopowego wobec innych oporów, podczas toczenia zwykle występujących i stosunkowo znacznie większych.

Przedstawione na rys. 1 i 2 siły czynne są zaopatrzone w strzałki otwarte, a siły reakcyjne w strzałki zamknięte, siły wypadkowe zaś w strzałki z zadziornami. Takie same znaczenie zachowują takie strzałki także w następnych rycinach.

### 3. Koło napędowe o sztywnej obręczy po sztywnym podłożu. (Równowaga samochodu).

W wypadku koła napędowego, rozpatrywanego dla siebie samego, nie byłoby ruchu ciągłego, musimy więc wziąć pod uwagę cały pojazd, samochód, który np. z tyłu będzie napędzany kołami napędowymi, a z przodu będzie podparty kołami biegowymi (rys 3 a i 3 b). Na koła napędowe wprowadzamy z wewnętrznego dla samochodu źródła moment obrotu  $M$  np. działaniem siły  $D_0$  w punkcie  $L_z$  na ramieniu  $O^n L_z$  przez przeniesienie trybem, umieszczonym obrotowo na ramie samochodu, na koło zębate z, złączonym sztywnie z kołem napędowym. Kierunek nacisku zębów trybu na zęby koła jest przytem przyjęty pod kątem  $75^\circ$  do promienia, zgodnie z zwykłą konstrukcją ewolwentowych boków zębów. Na rysunku 3 a siła  $D_0$  zaczepia mniej więcej w takim miejscu wobec całego układu, w jakim zwykle się w praktycznym wykonaniu stosuje, a na rys. 3 b siła napędowa  $D_0'$  jest skierowana równolegle do podłoża. Inne zresztą warunki pozostają w obu rycinach te same. Rama samochodu, t. j. nadwozie spoczywa luźnymi panewkami na czopach kół napędowych i biegowych, wywierając swym ciężarem  $Q$ , jako obciążeniem osiowem, nacisk z góry na czopy. To obciążenie przenosi się pionowo w dół w punktach styku  $S^n$  wzgl.  $S^b$  na podłoże i, jednocząc się z własnymi ciężarami kół  $G^n$  wzgl.  $G^b$ , wywołuje przeciwnie, t. j. ku górze, skierowane oddziaływania podłoża na koła. Równocześnie w punktach styku  $S^n$  kół napędowych wystąpi wskutek dążności obrotu koła napędowego momentem  $M$  odpowiednia siła obwodowa  $U_0$  (rys. 3 a'), która wywoła równe sobie, a wprost przeciwnie skierowane oddziaływanie  $P_0$ . Pionowe i poziome oddziaływania składają się na wypadkowe oddziaływanie  $A_0^n$  (rys. 3 a i 3 b) podłoża na koło w punkcie  $S_n$ , skierowane (pod nieznanym na razie) kątem  $\alpha$  od pionu w stronę postępu samochodu. Tym sposobem zostaje każdorazowy punkt styku  $S^n$  obręczy z podłożem zatrzymywany, co wyobrażamy na rys. 3 a') przesadnie wielkim zazębieniem się wzajemnym nierówności obręczy i podłoża, przyczem boki „zębów“ stykają się od strony kierunku postępu, a zatem przeciwnie, jak na rysunku 1.

Oddziaływanie poziome  $P_0$  (rys. 3 a') w punkcie  $S^n$  wystąpi dzięki sztywności koła w równej wielkości i w tym samym kierunku w środku czopa  $O^n$ , wzglę-







dnie ściślej w miejscu styku czopa koła z panewką ramy, jako siła czynna, powodująca postęp samochodu. Przez przeniesienie siły  $P_0$  z punktu  $S^n$  do  $O^n$  pozostaje para sił, a to: siła  $P_0$  w punkcie  $S^n$  i (nieznaczona na rysunku) siła równa  $P_0$ , a przeciwnie skierowana w punkcie  $O^n$ . Ta para sił wywołuje na koło oporowy moment oddziaływania  $-M = P_0 \cdot R$  naokoło chwilowej osi w punkcie  $O^n$ , równy a przeciwny momentowi działania  $M = U_0 \cdot R$ , gdyż akcja musi znaleźć reakcję, aby objawić swoją czynność. Moment oporowy  $-M$  wpływa na zmianę rozłożenia obciążeń osiowych,  $Q^n$  i  $Q^b$  wobec tego, że środek ciężkości  $S'$  całego układu znajduje się w oznaczonej, równoległej do podłoża odległości np.  $\frac{1}{3}d$  od środka  $O^n$ ; nie wpływa jednak na ruch koła napędowego, który wskutek występywania przytoczonych sił nastąpi, skoro punkt styku  $S^n$  jest przytrzymywany wystarczającą wytrzymałością nierówności obręczy koła i podłoża.

Ruch ten jednak nie będzie jednostajny, ponieważ siły, działające na koło, nie pozostają w równowadze. A sił tych jest pięć: siła czynna  $P_0$  i obciążenie  $Q^n$  w miejscu styku czopa koła z panewką ramy (na górnej części czopa), całkowite oddziaływanie podłoża  $A_0^n$  i własny ciężar  $G^n$  koła w punkcie  $S^n$ , oraz siła napędowa  $D_0$  w punkcie  $L_s$ . Z chwilą jednak ruchu, t. j. drobnego przesunięcia w stronę postępu  $X$  środka naokoło chwilowej osi w punkcie  $S^n$  wystąpi szоста siła, a mianowicie tarcie posuwiste  $f \cdot N_0^c$  czopa po panewce skierowane stycznie do czopa i przeciwnie do kierunku tego zapoczątkowania obrotu wskutek nacisku  $N_0^c$  obciążeniem  $Q^n$  i siłą czynną  $P_0$  w miejscu styku czopa z panewką. Skoro tych sześć sił przetnie się w jednym punkcie, nastąpi równowaga i jednostajny postęp środka czopa koła napędowego oraz całego samochodu wzdłuż podłoża z równoczesnem toceniem się kół po podłożu, o ile każdorazowy punkt styku  $S^n$  będzie przytrzymywany adhezją.

Możemy wyłączyć z rozważania ciężar  $G^n$  przez skojarzenie całkowitego oddziaływania  $A_0^n$  z oddziaływaniem  $-G^n$  na ten ciężar koła tak, że pozostanie w punkcie  $S^n$  oddziaływanie  $K_0^n$  tylko na obciążenie  $Q^n$  i na siłę  $U_0$ . Tam, gdzie przetną się kierunki oddziaływania  $K_0^n$  i siły  $D_0$ , t. j. w punkcie  $F_0$  musi przechodzić także kierunek siły  $T_0$ , wypadkowej z nacisku  $N_0^c$  i tarcia  $f N_0^c$ , a nastanie równowaga koła napędowego. Kierunek więc siły  $T_0$  daje się wyznaczyć, skoro poprowadzi się z punktu  $F_0$  styczną do koła tar-

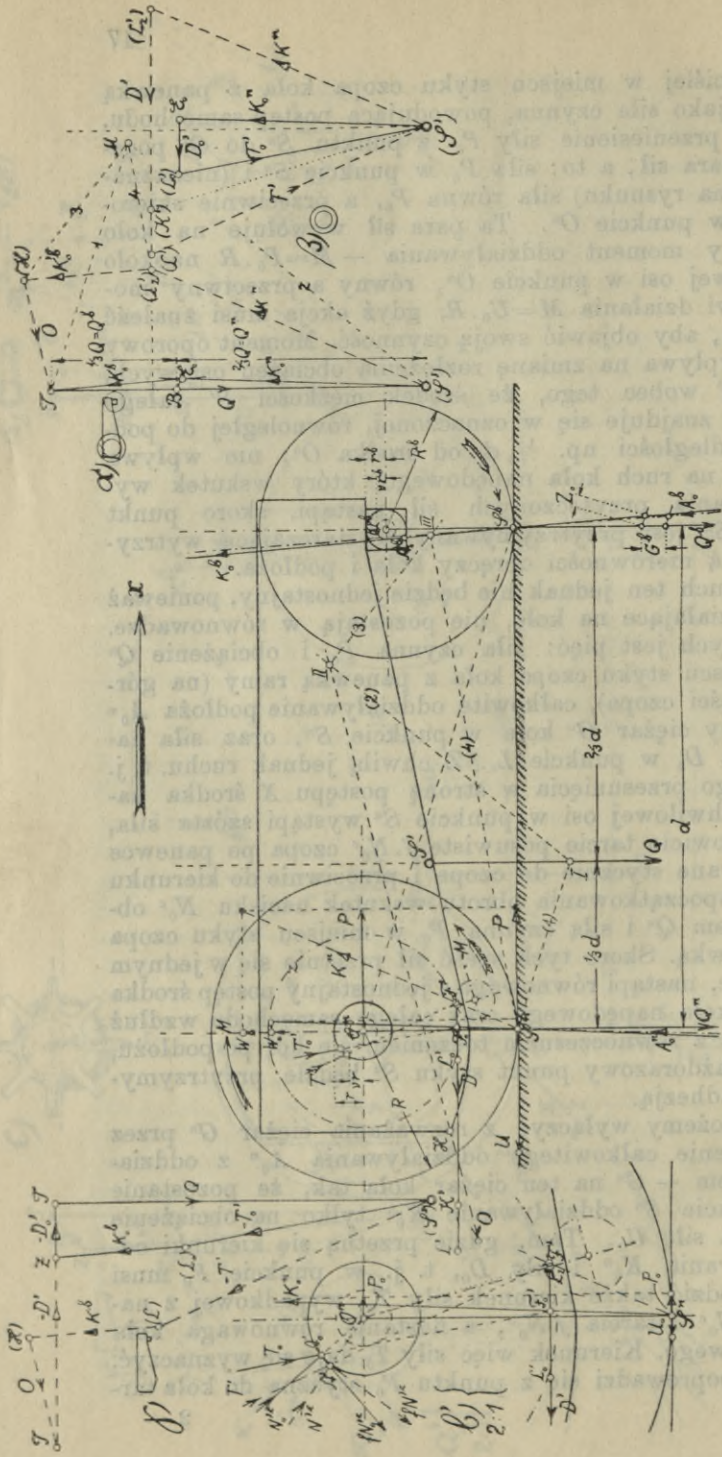


Fig. 3b.

Równowaga samochodu (przy działaniu siły napędowej w kierunku poziomym u dołu wstecz), X — kierunek postępu, b' Siły działające na koło napędowe w podziale na dwa razy większej. a) Równowaga pojazdu całego, β) Równowaga koła napędowego, γ) Równowaga nadwozia.



cia czopowego, zakreślonego naokoło środka  $O^n$  panewki promieniem  $\nu r$ , gdzie  $\nu$  jest współczynnikiem tarcia czopowego, a  $r$  promieniem panewki. Przytem  $\nu$  jest o tyle większym od współczynnika  $f$  tarcia powierzchniowego, żeby  $\nu Q^n = f N_0^c$ . Na przecięciu kierunku siły  $T_0$  z kołem panewki, u góry, znajduje się punkt  $A_0$ , w którym zaczepia nacisk  $N_0^c$  i tarcie  $f N_0^c$ . Pozostaje zatem do wyznaczenia równowagi koła napędowego ustalenie kierunku i wielkości oddziaływania  $K_0^n$ , które wyniknie z równowagi całego samochodu.

Samochód, pozostanie w ruchu jednostajnym, skoro zrównoważą się siły, działające na całkowity układ, a to całkowite obciążenie  $Q$ , zaczepiające w środku ciężkości  $S'$ , ciężary kół, oraz oddziaływania  $A_0^n$  i  $A_0^b$  na koła napędowe i biegowe. Zredukować można ilość tych sił na trzy znowu przez wyeliminowanie, jak powyżej, własnych ciężarów kół i wprowadzenie oddziaływań  $K_0^n$  i  $K_0^b$  zamiast  $A_0^n$  i  $A_0^b$ . Oddziaływanie  $K_0^b$  na koło biegowe daje się wyznaczyć według poprzedniego rozdziału, jako styczna z odpowiedniej strony do koła tarcia czopowego zakreślonego promieniem  $\nu r^b$  z środka  $O^b$  koła biegowego. Wielkość zaś tego oddziaływania  $K_0^b$  wyznaczy się na podstawie ustalenia rozłożenia obciążenia na osie np. w  $\frac{2}{3} Q = Q^n$  na oś napędową, a w  $\frac{1}{3} Q = Q^b$  na oś biegową (bez uwzględnienia dynamicznej zmiany tych składowych obciążeń przez moment oporowy  $-M$ ), oraz przez kierunek siły popychającej  $Z_0$  przodek, która musi z środka osi napędowej przechodzić przez punkty styku  $S^b$  kół biegowych z podłożem. W wieloboku sił pod  $\alpha$  w rys. 3a i 3b są graficznie wyznaczone wielkości oddziaływań  $K_0^n$  i  $K_0^b$ , skoro odcinek  $T(S') = Q$  z podziałem na  $TB = \frac{1}{3} Q = Q^b$  i na  $B(S') = \frac{2}{3} Q = Q^n$ ; prosta  $BE_0$  jest równoległą do siły popychającej  $Z_0$ <sup>5)</sup>.

Z ustaloną wielkością  $K_0^n$  znajduje się z wieloboku sił pod  $\beta$  na rys. 3a i 3b dla równowagi koła napędowego wielkość siły napędowej  $D_0 = L_z L_0$ , koniecznej do jednostajnego postępu samochodu przez

<sup>5)</sup> W podobny sposób podaje graficzne rozwiązanie równowagi zwykłej ciągowki samochodowej Joseph N. Leconte (Uniwersytet kalifornijski) w krótkim przyczynku p. t. „Graficzna analiza ciągowki kołowej“, do rozprawy p. t. „Kinematyka i dynamika ciągowki kołowej“ przez E. G. Mac Kibben'a (Uniw. kalifor.) w „Agricultural-Engineering“ (Michigan U. S. A.) z r. 1927 zeszyt 1 do 7. Kibben rozpatruje analitycznie wpływ sił na ciągowkę rolniczą i pewnych jej wymiarów na równowagę ciągowki.

pokonywanie oporów tarcia czopowego kół napędowych i biegowych.

Zamknięty wielobok sił pod  $\gamma$ ) na rys. 3a i 3b podaje równowagę nadwozia, dla którego kierunki sił  $T_0$  oraz  $D_0$  są przeciwne, jak dla koła napędowego.

Skoro do samochodu, jako ciągowki, np. w punkcie  $H$  zaczepi się opór użytkowy  $O$ , to na cały układ działają 4 siły: opór  $O$ , całkowite obciążenie  $Q$ , oraz, po wyeliminowaniu ciężarów  $G$  kół, obydwie oddziaływania:  $K^n$ , nieznanne co do kierunku i wielkości, a  $K_0'^b$  nieznanne tylko co do wielkości, wobec ustalonego kierunku.

Z wieloboku tych sił pod  $\alpha$ ) na rys. 3a i 3b dla ich równowagi znajduje się naprzód wypadkową  $K^p$  obu oddziaływań w odcinku  $(S')(H)$ , które przebiega przez punkt  $W$  przecięcia się kierunku całkowitego obciążenia  $Q$  z kierunkiem oporu użytkowego  $O$ .

Wypadkowe oddziaływanie można rozłożyć na składowe  $K_0'^b$  i  $K^n$  przez połączenie punktu przecięcia się  $K^p$  i  $K_0^b$  z punktem styku  $S^n$ . Na rysunku nie daje się ten punkt przecięcia wygodnie osiągnąć, posilkujemy się przeto konstrukcją wieloboku sznurowego. W tym celu dowolny biegun  $M$  w wieloboku sił pod  $\alpha$ ) na rys. 3a i 3b łączymy prostą „1<sup>u</sup>” z punktem  $T$ , prostą „2<sup>u</sup>” z punktem  $(S')$ , a prostą „3<sup>u</sup>” z punktem  $(H)$ . Na schemacie zaś samochodu kreślimy równoległe kierunki: (1) z punktem  $S^n$  do przecięcia się w „I<sup>u</sup>” z pionem obciążenia  $Q$ , następnie (2) od „I<sup>u</sup>” do przecięcia się w „II<sup>u</sup>” z kierunkiem oporu  $O$ , oraz (3) od „II<sup>u</sup>” do przecięcia się w „III<sup>u</sup>” z kierunkiem oddziaływania  $K_0^b$ . Skoro połączymy „III<sup>u</sup>” z punktem  $S^n$  prostą (4), a z bieguna  $M$  wieloboku sił wykreślimy do niej równoległą „4<sup>u</sup>”, to przetnie się ta równoległa z kierunkiem  $K_0'^b$  w punkcie  $(L_z)$ , który w połączeniu z  $(S')$  wyznacza kierunek i wielkość oddziaływania  $K^n$ , a na  $K_0'^b$  daje wielkość tego oddziaływania.

Oddziaływanie  $K^n$ , wykreślone w punkcie styczności  $S^n$ , przecina się z kierunkiem siły napędowej  $D$  w punkcie  $F$ , przez który w razie równowagi koła musi przechodzić styczna do koła tarcia czopowego, jako siła  $T$  tj. wypadkowa z obciążenia  $Q^n$ , z siły tarcia czopowego  $\nu Q^n$  oraz z siły postępowej  $P$ . Równoległe do tych kierunków w wieloboku sił pod  $\beta$ ) na rys. 3a i 3b oddają wielkość tych sił przez zamknięcie trójkąta  $(L_z)(L)(S')$  dla równowagi koła napędowego. Zamknięciem wieloboku  $T(S')(L)(H)T'$  pod  $\gamma$ )



na rys. 3 a i 3 b sił, działających na nadwozie, wyraża się równowaga nadwozia.

Oddziaływanie  $K^n$  w punkcie  $S^n$ , rozłożone na kierunek pionowy do podłoża i wzdłuż podłoża, daje całkowite normalne oddziaływanie  $W$ , wywołane przykładowym układem sił, (z pominięciem oddziaływania przez własny ciężar  $G^n$  koła), oraz całkowite oddziaływanie  $P$  wzdłuż podłoża, względnie siłę, równoległą do podłoża, która powoduje postępowanie środka  $O^n$  koła napędowego i postępowanie samochodu.

Znamiennem jest to, że oddziaływanie  $P$  i równemu, a przeciwnie skierowana siła obwodowa  $U$ , (która musi wystąpić, skoro podłoże reaguje wielkością  $P$ ), wypada mniejsza, niżby to wynikało z przeliczenia siły napędowej  $D$  na ramieniu  $O^n L_z$  na siłę obwodową na ramieniu  $R$ , ponieważ część siły napędowej zużywa się na pokonanie tarcia czopowego kół biegowych przez wytwarzanie koniecznej siły popychającej.

Zależnie od składowej prostopadłej do podłoża oporu użytkowego  $O$  i umiejscowienia jego zaczepienia  $H$  względem całego układu, może być prostopadłe do podłoża oddziaływania  $W$ , a więc także nacisk samochodu w punktach  $S^n$  inne, jak udział obciążenia osiowego  $Q$  na oś tylną (bez uwzględnienia własnego ciężaru  $G$  kół oraz dynamicznej zmiany udziałów obciążenia na osie).

Na rys. 3 b są wyznaczone siły równoważące się podczas jednostajnego postępu samochodu pod działaniem siły napędowej  $D'$ , skierowanej równoległe do podłoża. W porównaniu z przykładem na rys. 3 a okazuje się, że w drugim wypadku potrzeba większej siły napędowej  $D_0' = L_z' L_0'$  (tylko do pokonania tarcia czopowego) wobec  $D_0 = L_z L_0$ , względnie  $D' = L_z' L$  (do pociągnięcia oporu  $O$ ) wobec  $D = L_z L$ . Te różnice tłumaczą się mniej korzystnymi warunkami występowania siły  $T_0'$  wzgl.  $T'$ , t. j. zaczepienia jej w punktach czopa kołowego,  $A_0'$  wzgl.  $A'$ , bardziej od pionu oddalonych, niż  $A_0$  wzgl.  $A$  (na rys. 3 a). Jednak tak prostopadłe do podłoża całkowite oddziaływanie  $W_0$  wzgl.  $W$  na koło napędowe, jak i wzdłuż podłoża  $P_0$  wzgl.  $P$ , pozostają tak samo wielkie, jak poprzednio, a więc  $P_0$  wzgl.  $P$  tembardziej mniejsze od siły napędowej, przeniesionej na obwód obręczy koła.

Skoro jednak przyjmiemy tarcie czopowe znikomą małą, to różnice w wielkości sił napędowych  $D = L_z K$  wzgl.  $D' = L_z' K'$  stają się niewielkie, a oprócz tego zbliżają się do wartości sił obwodowych  $U$ , przeniesio-

nych na obwód obręczy w miejscu styku z podłożem. Dopuszczalnem zatem jest zwykle liczenie sił obwodowych, jako wielkości, wywołujących równe sobie, a przeciwnie skierowane oddziaływania wzdłuż podłoża na koła oraz powodujących postęp środków kół napędowych i samochodu, skoro tarcia czopowe wypadają w niewielkich wartościach.

Przy kole napędowym, podobnie jak przy kole biegowym, wskutek tarcia czopowego za wielka panewka nadwozia wyprzedza za mały, chociaż popychający nadwozie, czop kołowy (rys. 3 c).

Stale występujący podczas jednostajnego postępu samochodu przeciwdziałający moment —  $M = PR$  wpływa odciążająco na oś przednią, a obciążająco na oś tylną. Wielkości tych wpływów otrzymuje się z porównania momentów:  $\Delta Q \cdot d = P \cdot R$ , gdzie  $d$  jest rozstawem osi a  $\Delta Q$  odciążeniem przodu, względnie dodatkowe obciążeniem tyłu. W istocie więc należałoby w wielobokach sił na rys. 3 a i 3 b wprowadzić taką wyrachowaną poprawkę w podziale  $Q = T(S')$  na obciążenie przodu i tyłu.

O ile samochód, jako ciągówka, podlega przyspieszeniom, to równowaga całego pojazdu, względnie koła napędowego ustaje, ale szukane wielkości oddziaływań podłoża na koło napędowe znajdują się z wieloboku sił, przez zastosowanie zasady d'Alemberta i wyznaczenie sił masowych w kierunkach przeciwnych do ich działania. Występujące tu siły masowe są dwie, a mianowicie z powodu przyspieszenia  $a$  masy pojazdu  $\frac{Q}{g}$  (gdzie  $g$  jest przyspieszeniem ziemskim), a zatem siła  $\frac{Q}{g} \cdot a$ , oraz z powodu przyspieszenia kąowego  $\frac{d\omega}{dt}$  a zatem oddziaływanie —  $J_k \frac{d\omega}{dt}$  na siłę  $J_k \frac{d\omega}{dt}$ , gdzie  $J_k$  jest momentem bezwładności koła. Uwzględnia się je w wieloboku sił, działających na samochód (rys. 3 a a), jak zewnętrzny opór użytkowy  $O$ , tylko z przeciwnymi znakami. Wtedy przez nowe położenia pomocniczych linii „3'” i (3'), oraz (4') i „4'” otrzymuje się kierunki i wielkości oddziaływań  $K^n$  wzgl.  $K^b$ .

Wielkość oddziaływania  $P_0$  w punkcie  $S^n$ , równą sile  $U_0$ , która je wywołała, nazywamy oporem tarcia czopowego. Przybliżoną wartość tego otrzymuje się podobnie, jak przy kole biegowym, z porównania momentu siły i momentu oporu tak, że  $P_0 = \nu Q^n \cdot \frac{r}{R}$ .



Ślizganiu się obręczy koła napędowego bez toczenia się przeciwstawia się tarcie posuwiste między materiałami obręczy i podłoża aż do wielkości  $\mu_0 (W + G^n)$ , którą w granicy może osiągnąć siła obwodowa  $U$ . Przy występowaniu przyspieszeń wielkość  $W$  powiększa się nieznacznie, podczas gdy  $P$  względnie konieczne  $U$  może wybitnie wzrosnąć.

Z porównania zjawisk toczenia koła biegowego, a toczenie się koła napędowego wynikają następujące różnice. Przy kole biegowym przyczyną jest siła ciągnięcia w środku koła (czopa), a skutkiem przeprowadzenia tegoż środka i obciążenia osiowego w środku koła, pionowo działającym, równoległe do podłoża z równoczesnym toczeniem obręczy koła, o ile tarcie przyczepne na styku obręczy z podłożem nie przekroczy działaniem siły ciągnącej pewnej granicy, zależnej od obciążenia osiowego, ciężaru koła, oraz od właściwości obręczy i podłoża; przy kole napędowym, natomiast przyczyną jest wprowadzony moment obrotu na koło, a skutkiem toczenia się obręczy koła z równoczesnym przeprowadzaniem środka koła (panewki) i obciążenia osiowego równoległe do podłoża przez wywołanie równoległego do podłoża oddziaływania w miejscu styku koła z podłożem, o ile w tym miejscu występuje dostateczny nacisk ciężaru koła wraz z obciążeniem na podłożę i nie zostanie przekroczone graniczne tarcie przyczepne tem równoległym do podłoża oddziaływaniem.

#### 4. Sztywne koło biegowe po plastycznym podłożu.

W tych wstępnych objaśnieniach zjawisk toczenia i toczenia się koła została przyjęta zupełna sztywność obręczy i podłoża. Przyjęcie takie nie jest jednak ścisłe, nie odpowiada bowiem rzeczywistości. W istocie wszystkie ciała są mniej lub więcej podatne, tak, że wskutek działania obciążenia osiowego i reakcji podłoża otrzymujemy w miejscach styku obu ciał odkształcenia, które będą trwałe w wypadkach ciał porowatych i plastycznych, a sprężyste w wypadkach takiej tylko wielkości występujących sił, że odkształcenia w odnośnych ciałach będą odwracalne. Ciałami sprężystymi mogą być obydwa ciała stykające się albo tylko jedno z nich, koło lub podłożę, podczas gdy drugie uznawać będziemy za tak mało sprężyste wobec pierwszego, że będzie się zachowywać jak sztywne. Przy ciałach plastycznych rozpatruje się tylko plastyczne podłożę



wobec sztywnej lub sprężystej obręczy koła, skoro przy trwale odkształcanej obręczy nie zachodziłaby ciągłość zjawisk toczenia i toczenia się.

Przy poziomem przeprowadzaniu pojazdu względnie prostym przykładem skutków działania sił i oddziaływań jest toczenie koła o sztywnej obręczy po zupełnie plastycznym podłożu.

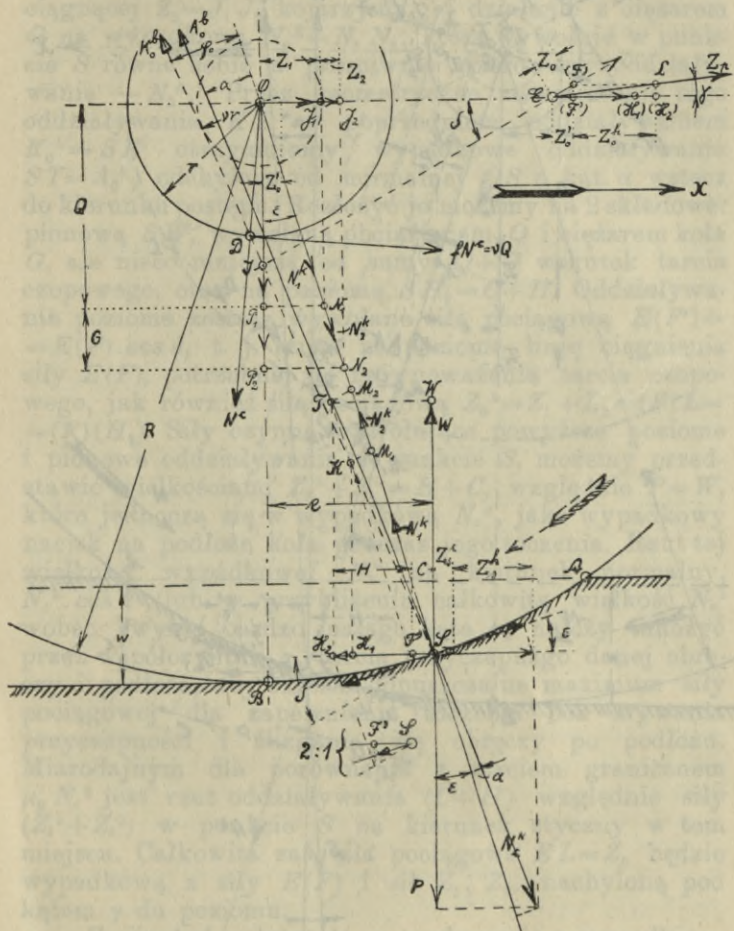
Przyjmijmy najpierw przypadek takiej plastyczności podłoża, że na zagłębioną sztywną obręcz koła oddziaływa podłoże na całej długości łuku styku równomiernie w kierunkach promieniowych, a zatem wypadkowa oddziaływań zaczepiać będzie w środku  $S$  łuku styku.

Taki przypadek jest przedstawiony na rys. 4 (oraz na rys. 5), gdzie sztywne koło zanurzyło się w równomiernie plastycznym podłożu na głębokość  $w$ , stykając się z podłożem na łuku  $\overline{AB}$ . Zgniecione podłoże pozostaje za kołem w płaszczyźnie poziomej, o  $w$  obniżonej w porównaniu do położenia przed zgnieciem, stycznie do ostatniego elementu łuku styku, t. j. w punkcie  $B$  przebiecia się pionu z poziomem.

Niech koło będzie biegowym (rys. 4), to całkowite obciążenie osiowe  $Q$  działa wzdłuż pionu ( $OB$ ) z środka czopa  $O$ , a siła ciągnięcia  $Z_1$  w kierunku poziomego przeprowadzania środka  $O$ . W pewnej podzialej odpowiada obciążeniu  $Q$  długość  $OP_1$ , a sile ciągnącej  $Z_1$  długość  $OJ_1$ . Przyjmijmy najpierw, że tarcie czopowe jest znikomo małe, to siły akcyjne  $Q$  i  $Z_1$ , działające równocześnie na środek  $O$ , dadzą wypadkową  $N_1$  wzdłuż promienia, t. j. normalnej do podłoża na długości  $ON_1$ , odchylonej np. o kąt  $\varepsilon$  od pionu w stronę postępu. Ta wypadkowa trafi podłoże w punkcie  $S$  i wywoła równe sobie, a przeciwnie skierowane oddziaływanie  $-N_1^k$ , które rozłożyć możemy na składową pionową i poziomą. Te składowe okażą się równe, a przeciwnie skierowane do  $Q$  i  $Z_1$ . W tym wypadku nie został jeszcze uwzględniony ciężar koła  $G$ , który również z środka  $O$  działa pionowo w dół o wielkości równej np.  $P_1P_2$ . Wynik zatem w przyjętym przypadku jest błędny. Pozostawiając jednak podane oddziaływanie  $-N_1^k$  wskutek działania sił  $Q$  i  $Z_1$  uwzględnijmy tarcie czopowe. Powstaje ono, jak wiadomo z rys. 2. z powodu ślizgania się panewki po czopie podczas toczenia koła przy równoczesnym nacisku czopa na panewkę siłą  $N^c$ . Wtedy kierunek oddziaływania podłoża na koło przebiega wzdłuż  $SK$ , odchylony o kąt  $\varphi_0$  od normal-



nej wstecz do postępu, a wielkość jego  $K_0^b$  znajdziemy, skoro ustalimy na dyszlu, złączonym z czopem, punkt  $E$  zaczepienia siły ciągnącej, oraz jej kierunek  $IE$ . Tem samym znajdujemy konieczną dla równowagi koła i czopa z dyszlem wielkość tej siły ciągnącej  $E(F)=Z_0$ , która występuje równocześnie z siłą  $Z_1$ , poziomo skierowaną.

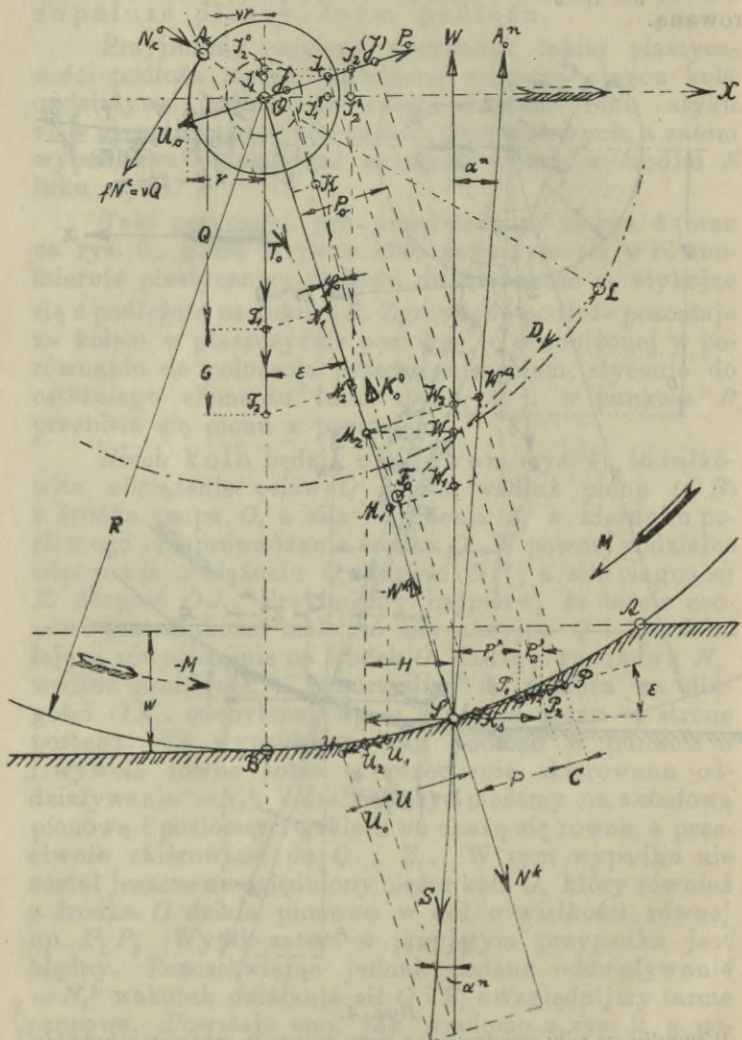


Rys. 4.

Wypadkowe siły występujące przy toczeniu sztywnego koła biegowego po zupełnie plastycznym podłożu. —  $X$  kierunek postępu.

Pozioma składowa  $E(F')=Z_0'$  siły  $E(F)$ , przeniesiona do punktu  $O$ , daje się zastąpić siłą równą

i równoległą  $Z_0^c$  w punkcie  $S$  i parą sił, t. j.  $Z_0'$  w punkcie  $O$  i  $SF' = C$  w punkcie  $S$ . Rzuty sił  $Z_0^c$  i  $C$ , występujących w punkcie  $S$ , na kierunek styczny do obręczy w tym miejscu powodują chwilowe zatrzymanie punktu  $S$ , a para sił na ramieniu  $R$  powoduje toczenie



Rys. 5.

Wypadkowe siły występujące przy toczeniu się sztywnego koła napędowego po zupełnie plastycznym podłożu. —  $X$  kierunek postępu.



koła naokoło każdorazowego położenia środka  $O$ , równocześnie z jego postępowaniem. Siła  $Z_1 = (F')(H_1)$  pokonuje poziome oddziaływanie podłoża  $F' H_1 = Z_1$ .

Tym sposobem rozwiązałoby się zagadnienie, gdyby ciężar koła  $G$  równał się zeru. Wobec tego jednak, że ciężar koła ma oznaczoną wielkość, możemy osobno uwzględnić jego działanie. Zapomocą drugiej części siły ciągnącej  $Z_2 = J, J_2$  kojarzymy jej działanie z ciężarem  $G$  na wypadkową  $N_2^k = N_1, N_2$ , która wywołuje w punkcie  $S$  równe sobie a przeciwnie skierowane oddziaływanie  $-N_2^h$ . Przez geometryczne zesumowanie tego oddziaływania  $KT$ , z poprzednim oddziaływaniem  $K_0^b = SK$  otrzymujemy wypadkowe oddziaływanie  $ST = A_0^b$ , odchylone od normalnej  $OS$  o kąt  $\alpha$  wstecz do kierunku postępu. Rozłożyć je możemy na 2 składowe: pionową  $SW$ , wywołaną obciążeniem  $Q$  i ciężarem koła  $G$ , ale nieco mniejszą od sumy  $Q+G$  wskutek tarcia czopowego, oraz na poziomą  $SH_2 = C+H$ . Oddziaływanie poziome zostaje wywołane siłą pociągową  $E(F') = -E(F) \cdot \cos \delta$ , t. j. rzutu na poziomą linię ciągnięcia siły  $E(F)$ , potrzebnej do zrównoważenia tarcia czopowego, jak również siłą pociągową  $Z_0^h = Z_1 + Z_2 = (F)L = -(F)(H_2)$ . Siły czynne wywołujące powyższe poziome i pionowe oddziaływania w punkcie  $S$ , możemy przedstawić wielkościami  $Z_s^h + Z_s^c = H + C$ , względnie  $P = W$ , które jednoczą się w wypadkową  $N_c^k$ , jako wypadkowy nacisk na podłoże koła podczas jego toczenia. Rzut tej wielkości wypadkowej  $N_c^k$  na kierunek normalny,  $N_c^k \cdot \cos \alpha$  (lub w przybliżeniu całkowitą wielkość  $N_c^k$  wobec zwykle bardzo małego kąta  $\alpha$ ) należy mnożyć przez współczynnik  $\mu_0$  tarcia przyczepnego danej obręczy i podłoża, aby określić dopuszczalne maximum siły pociągowej dla zapewnienia toczenia bez zrywania przyczepności i ślizgania się obręczy po podłożu. Miarodajnym dla porównania z tarcie granicznym  $\mu_0 N_c^k$  jest rzut oddziaływania  $(C+H)$  względnie siły  $(Z_s^c + Z_s^h)$  w punkcie  $S$  na kierunek styczny w tym miejscu. Całkowita zaś siła pociągowa  $EL = Z_p$  będzie wypadkową z siły  $E(F)$  i sił  $Z_1, Z_2$ , nachyloną pod kątem  $\gamma$  do poziomu.

Zauważyć należy, że w porównaniu z wypadkiem, przedstawionym na rys. 2, odchylenie  $\delta$  siły ciągnącej na rys. 4, koniecznej do pokonania tarcia czopowego, jest (przy takich samych zresztą warunkach poza właściwością podatności podłoża) mniejsze, a przez kojarzenie się z poziomą siłą pociągową, potrzebną do pokonania poziomego oddziaływania, zmniejsza ogólnie

odchylenie jeszcze więcej (do kąta  $\gamma$ ). W wypadku za-  
tem rys. 4. nawet stosunkowo krótki dyszel pozwala  
w większem przybliżeniu na przyjęcie całkowitej siły  
pociągowej w kierunku poziomym (równoległym do  
podłoża), niż to zachodziło w wypadku na rys. 2.

Stwierdzić wreszcie należy, że opór tarcia czopo-  
powego wypadnie zwykle bardzo mały wobec oporu  
podłoża spowodowanego występowaniem poziomego od-  
działywania  $H$ . Skoro przyjmiemy opór tarcia czopo-  
wego znikomo mały, to pozostaje tylko opór oddziały-  
waniem  $H$ , nazwany oporem tarcia potoczyste-  
go. Opór ten oblicza się z równania:  $H = (Q + G) \cdot \text{tang } \varepsilon$ ,  
albo przy oznaczeniu poziomej odległości punktu zaczep-  
ienia wypadkowych normalnych akcji i reakcji w  $S$   
od pionu przez  $e$ , a promienia koła przez  $R$ , z równa-  
nia:  $H = (Q + G) \frac{e}{R \cdot \cos \varepsilon}$ <sup>7)</sup>, skoro wówczas pionowa od-  
działywania podłoża  $W = Q + G$ .

W istocie obydwie opory, tarcie czopowe  $C$ , oraz  
poziomy opór podłoża  $H$  przy kole wgłębionem w pod-  
łożę, winne nosić miano oporu tarcia potoczystego, który  
pokonuje siła ciągnąca:

$$Z_p = C + H = \nu Q \frac{r}{R} + (Q + G) \frac{e}{R \cdot \cos \varepsilon}.$$

Poziomy opór podłoża winno się nazwać oporem czo-  
łowym w odróżnieniu od oporu tarcia czopowego  $C$ .

Z poszczególnych składników na całkowity opór  
tarcia potoczystego  $Z_p$  jest wielkość tarcia czopowego  
zależna od wielkości oporu czołowego o tyle, że z ros-  
nącym oporem czołowym rośnie ciśnienie czopa na pa-  
nawkę  $N^c$ , a więc rośnie współczynnik  $\nu$ .

O ile przyleganie obręczy do podłoża istnieje na  
całym lub części łuku styku  $\overline{AB}$ , to koło biegowe pod  
działaniem przytoczonych powyżej sił i oddziaływań  
będzie jednostajnie toczono w stronę kreskowanej  
strzałki na rys. 4. z równoczesnem poziomem przepro-

<sup>7)</sup> W podręcznikach mechaniki technicznej podawana jest  
przybliżona wartość  $H = Q \cdot \frac{e}{R}$  (przyczem  $Q$  jest rozumiane wraz  
z ciężarem koła  $G$ ), która w wielu praktycznych wypadkach  
przy nieznacznych zagłębieniach się koła w podłożę wystarczą.  
W upodobnieniu do reguły Coulomba na tarcie posuwiste można  
tę przybliżoną wartość na tarcie potoczyste przedstawić nastę-  
pująco:  $H \cdot R = Qe$ , wzgl.  $Z \cdot R = We$ , gdzie z lewej strony jest  
moment siły ciągnącej na ramieniu  $R$ , a z prawej oddziaływa-  
nie  $W$  podłoża na obciążenie osiowe  $Q$ , pomnożone przez współ-  
czynnik odpowiednio wielki, a w wymiarze długości.



wadzeniem obciążenia  $Q$  i zgniataniem podłoża zupełnie plastycznego z poziomu poprzedzającego toczono koło do poziomu o  $w$  niższego.

### 5. Sztywne koło napędowe po zupełnie plastycznym podłożu.

Przy sztywnym kole napędowym (rys. 5) w takim samym wypadku równomiernie plastycznego podłoża wprowadzony moment obrotu  $M$  siłą  $D_0$  na ramieniu  $OL$  wytworzy siłę obwodową  $U$ , która zaczepiać będzie w punkcie  $S$ , t. j. w tym punkcie styku obręcza z podłożem, gdzie wystąpi wypadkowy nacisk normalny  $N^k$ . Siła obwodowa  $U$  wywoła równe sobie, a przeciwnie skierowane oddziaływanie  $P$  podłoża na obręcz.

Skoro punkt  $S$  jest przytrzymywany siłą  $U$  i równą jej, a przeciwnie skierowana (tak, jak  $P$ ) siłą tarcia, nie większą od wartości  $\mu_0 N^k$  (ale mniejszą lub równą), to siła  $P$  objawi się także w punkcie  $O$ , jako akcyjna siła  $P_0$ . Przy takim jednak przeniesieniu równoległym musi równocześnie wystąpić w punkcie  $O$  także druga siła  $U_0$ , równa sile  $P_0$ , a przeciwnie do niej skierowana. Siła  $U_0$  na ramieniu  $R$  wywoła przeciwmoment  $-M = -U_0 R = P \cdot R$ , skoro punkt  $S$  jest chwilowo ustalonym środkiem obrotu. Siła zaś  $P_0 = O I_2$  w punkcie  $O$  jednoczy się z obciążeniem  $Q = O T_1$  i z ciężarem koła  $G = T_1 T_2$  w wymieniony wyżej wypadkowy nacisk  $N^k$  na podłoże, który wywołuje równe a przeciwnie skierowane oddziaływanie  $-N^k$  na koło. Rozłożyć je możemy na pionowe oddziaływanie  $W = S W = O T_2 - O I_2''$  oraz na poziome oddziaływanie  $H$ , pokonywane siłą  $(P_1' + P_2') = O I_1' + O I_2'$ .

Normalne oddziaływanie  $-N^k$  wraz z oddziaływaniem  $P$  daje wypadkowe oddziaływanie  $S W'$ , które musi przebiegać wzdłuż pionu (prostopadłej do kierunku postępu) ze względu na równowagę całego pojazdu.

W ten sposób koło napędowe będzie się toczyło, postępując równocześnie poziomo (równoległe do podłoża), o ile tarcie czopowe przyjmujemy znikomo małe, t. j. o wartości zerowej.

W istocie jednak tarcie czopowe występuje w pewnej wielkości i powoduje odchylenie nacisku normalnego  $-N^k$  w stronę postępu o kąt  $\varphi$ , w kierunku  $K_0'$ , który ustalimy z warunku równowagi na cały pojazd (porów. rys. 3) tak co do kierunku, jak i wielkości. Ustalenia tego trzeba jednak dokonać przy wyłączeniu

oporu czołowego, powstałego wskutek zanurzenia obręczy w podłoże w ten sposób, że przyjmie się dla tego celu kierunek styczny w punkcie  $S$ , nachylony pod kątem  $\epsilon$  do poziomu podłoża, jako poziom nowy podłoża dla całego pojazdu, a normalną  $OS$ , jako prostopadłą do kierunku postępu po nowym poziomie. Przytem uwzględnia się jako obciążenie wielkość  $ON_1$ , złożone z obciążenia osiowego i siły  $OI_1$ , działanie zaś ciężaru  $G$  (oraz siły  $I_1, I_2$ ) znosi się równem, a przeciwnie skierowanym oddziaływaniem  $M_1, M_2$  wzdłuż normalnej  $SO$ .

Przypuśćmy, że oddziaływanie podłoża  $K_0'$  wypadnie z równowagi pojazdu równe  $SK$ , to rzut jego na kierunek styczny do obręczy,  $SK_s$ , musimy dodać do poprzednio ustalonego oddziaływania  $SP_2$ , aby otrzymać całkowite styczne oddziaływanie, objawiające się przy toczeniu się koła napędowego w plastycznym podłożu. Musi zatem wprowadzony moment  $M$  być tak wielki, aby w punkcie  $S$  ustaliła się siła obwodowa  $U+U_0=SU$ , która wywoła sobie równe a przeciwnie skierowane oddziaływanie styczne  $SP$ .

Wypadkowa z oddziaływań normalnych —  $N^k$  (powstałych wskutek obciążenia osiowego i ciężaru koła, oraz sił  $OI_1+I_1, I_2$  do pokonania oporu czołowego) i z oddziaływania stycznego  $P_2P$  na przezwyciężenie tarcia czopowego przebiega w kierunku  $A_0^n$  w wielkości  $SW^a$ , odchyłonym pod kątem  $\alpha^n$  od pionu w punkcie  $S$  w stronę postępu środka koła. Odpowiednio do oddziaływań występują w punkcie  $S$  równe, a przeciwnie skierowane działania sił czynnych  $(U+U_0)$  i  $N^k$ , które kojarzą się w wypadkową  $S$ . Rzut siły  $U$  na kierunek poziomy pokonuje opór czołowy  $H$  podłoża przez wywołanie oddziaływania podłoża  $P \cdot \cos \epsilon$ .

Siła obwodowa  $(U+U_0)$  musi zaczepiać oczywiście w punkcie zaczepienia  $S$  wypadkowego normalnego nacisku, ponieważ tylko wtedy może nastąpić równowaga w przebiegu zjawiska.

Z rozpatrywania tego wypadku wynika, że w zwykłych warunkach przy znaczniejszem (w stosunku do promienia  $R$ ) zanurzeniu koła opór tarcia czopowego wypadnie znikomo mały wobec oporu czołowego tak, że pod mianem oporu potoczystego wystarczy zwykle rozumieć tylko opór czołowy podłoża.

Pod działaniem wyżej przytoczonych sił i oddziaływań będzie koło napędowe, zanurzające się na pewną głębokość w plastyczne podłoże, toczyło się z równoczesnym przeprowadzaniem środka koła po równoległej do podłoża, jak długo istnieje przyczepność obręczy do



podłoża na całym lub części łuku  $\overline{AB}$ . Skoro siła obwodowa ( $U+U_0$ ) przekroczy wartość graniczną tarcia przyczepnego  $\mu_0 N^k$ , koło zacznie się ślizgać, obracając się w miejscu i nie przeprowadzając swego środka równoległe do podłoża.

## 6. Zjawisko smykania się wskutek normalnych nacisków.

Naciski na podatne podłoże powodują jednak tak przy kole biegowym, jak również przy kole napędowym, takie skutki, że powyższe przedstawienia zjawisk nie wystarczają. Wyznaczył to jako następstwa zjawisk tarcia Gumbel w rozprawie o „bezpośrednim tarcu ciał stałych“<sup>8)</sup>.

W celu dokładniejszego wglądu w przebieg tych zjawisk rozpatrzmy zamiast wypadkowych sił, jak powyżej, siły cząstkowe, np. przy toczeniu sztywnego biegowego koła po równomiernie plastycznym podłożu według rys. 6. z nieuwzględnianiem oddziaływania obwodowego na pokonanie tarcia czopowego.

Skoro podzielimy łuk styku  $\overline{BA}$  na równe odcinki  $BB_1=B_1B_2=B_2B_3=B_3A$ , to w środku każdego z nich, w  $S_1, S_2, S_3$  i  $S_4$  zaczepiają cząstkowe oddziaływania  $-N_1, -N_2, -N_3, -N_4$  równej wielkości wobec równomiernej plastyczności. Wypadkowe oddziaływanie  $-N$  zaczepia w środku łuku styku w  $S$ , a równe jest sumie wszystkich cząstkowych oddziaływań. Również pionowa składowa  $W$  wypadkowego oddziaływania, równa obciążeniu  $Q$ , jest sumą pionowych składowych  $W_1, W_2, W_3, W_4$  cząstkowych oddziaływań, które są proporcjonalne do dostaw kątów  $\varepsilon$  odchylenia od pionu, a pozioma składowa  $H$  wypadkowego oddziaływania jest sumą poziomych składowych  $H_1, H_2, H_3, H_4$  cząstkowych oddziaływań, które są proporcjonalne do wstaw kątów  $\varepsilon$  odchylenia od pionu. Według rys. 6a przedstawić można te związki następująco:

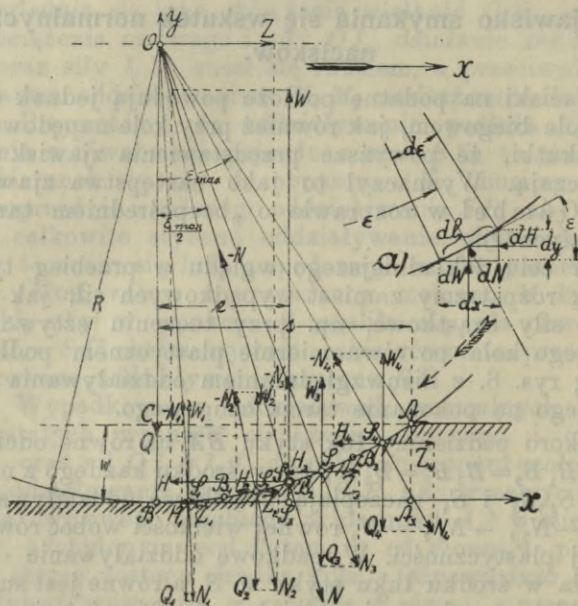
$$dW = dQ = k \cdot dN \cos \varepsilon = k \cdot dl \cos \varepsilon = k \cdot R \cos \varepsilon d\varepsilon, \text{ a}$$

$dH = k \cdot R \cdot \sin \varepsilon \cdot d\varepsilon$ , skoro przez  $k$  oznaczymy współczynnik proporcjonalności łuku  $l$ , względnie promienia  $R$  do sił  $N, W$  i  $H$ .

Skoro weźmiemy pod uwagę przeciwne siły do oddziaływań, t. zn. siły czynne, które działają na pod-

<sup>8)</sup> „Die unmittelbare Reibung fester Körper“, jako uzupełnienie broszury polemicznej p. t. „Wer ist der wirklich Blinde“, Berlin, Vlg. J. Springer 1920.

łoże w równych wielkościach oddziaływaniom w tych samych punktach styku, to stwierdzamy, że pionowe siły cząstkowe  $Q$  zmieniają się wolniej (według  $\cos \varepsilon$  od  $0^\circ$  do  $45^\circ$ ), niż poziome siły cząstkowe  $H$  (według  $\sin \varepsilon$  od  $0^\circ$  do  $45^\circ$ )<sup>9)</sup> i że bliżej punktu wejściowego  $A$



Rys. 6.

Cząstkowe siły występujące przy toczeniu sztywnego koła biegowego po zupełnie plastycznym podłożu. — X kierunek postępu.

<sup>9)</sup> W celu udowodnienia, że funkcja  $\sin x + \cos x$  w granicach od  $0^\circ$  do  $45^\circ$  prędzej wzrasta, aniżeli  $\cos x$  maleje, wystarczy wykazać, że suma  $\sin x + \cos x$  wzrasta w podanych granicach i że jest większa od 1.

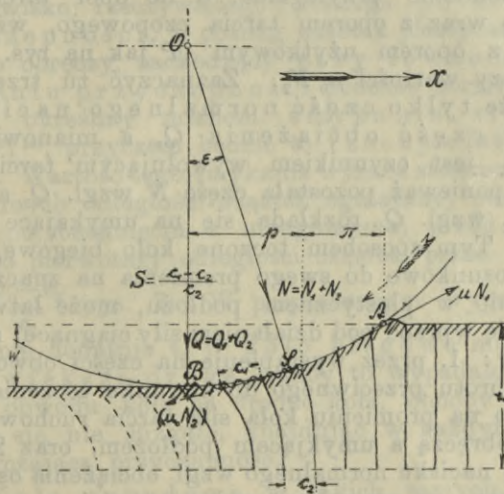
$$\begin{aligned} \text{Przyjmijmy: } y &= \sin x + \cos x \\ &= \sin x + \sin(90-x) \\ &= 2 \sin \frac{x+90-x}{2} \cos \frac{x-90+x}{2} \\ &= 2 \sin 45 \cdot \cos(x-45) \end{aligned}$$

$$= \sqrt{2} \cdot \cos(45-x). \text{ to pochodna } \frac{dy}{dx} = \sqrt{2} \sin(45-x).$$

Prawa strona ostatniego równania jest:  $\sqrt{2} \sin(45-x) = 0$  dla  $x=45^\circ$ , a dla każdego  $x$  od  $0^\circ$  do  $45^\circ$  jest  $[\sqrt{2} \sin(45-x)] > 0$ , to znaczy kąt nachylenia stycznej  $\left(\frac{dy}{dx}\right)$  jest stale większy od 0, czyli  $(\sin x + \cos x)$  wzrasta ze wzrostem  $x$  w wymienionych granicach.



łuku styku te poziome składowe mają stosunkowo do pionowych składowych znaczną wartość, ale maleją w kierunku do punktu wyjściowego  $B$  prędkiej, niż pionowe składowe. Cząstki podłoża, szczególnie w pobliżu punktu wejściowego  $A$ , ugną się pod zgniataniem pionowym w stronę toczenia obręczy, rozsuwając się jednakże równocześnie po toczonej obręczy w kierunku postępu, a więc zaczną się ślizgać po obręczy. W ten sposób może być wywołane, przynajmniej na części obręczy od  $A$  począwszy, tarcie posuwiste w kierunku przeciwnym do kierunku toczenia koła, działając bezpośrednio na obręcz, jako reakcja przeciw działaniu sił czynnych<sup>10</sup>). Prawdopodobny zatem układ cząstek podłoża okazuje rys. 7.



Rys. 7.

Wyobrażenie dodatniego smykania się  $S$  przy sztywnym kole biegowym po zupełnie plastycznym podłożu. —  $X$  kierunek postępu;  $p$  — przyczepność;  $\pi$  — poślizg.

Podobny układ cząstek podatnego podłoża pomiędzy dwoma toczącymi się równoległymi walcami unacz-

<sup>10</sup>) Przedstawienie przebiegu toczenia koła biegowego i rozłożenia nacisków na podłożu z ich skutkami na toczenie jest podane mylnie na rys. 44 pracy autora p. t. „Kołowe pługi motorowe“, Poznań 1928 (str. 67 i 68), a zmiany nacisków poziomych według  $\tan \varepsilon$  są ściśle tylko w porównaniu z różnymi zagłębieniami się koła w podłożu. Również na str. 69 do 72 wymienionej pracy zachodzą nieścisłości, które niniejsza praca prostuje.

nił Kick<sup>11)</sup> przez przewalcowywanie ciastowatej masy, przełożonej barwnymi prążkami, chcąc zbadać układ cząstek rozgrzanego żelaza przy procesie walcowania. W tym wypadku oprócz nacisków normalnych napędzanymi walcami występuje także siła obwodowa walców. (Działanie siły obwodowej przy toczeniu się koła będzie rozpatrywane w dalszym ciągu w związku z przedstawieniem doświadczeń Jahn'a).

Przebieg zjawiska według rys. 7 odbywa się w ten sposób, że na początkowej części łuku styku nastąpi wskutek umykania cząstek podłoża tarcie posuwiste względem obręczy koła, które to tarcie,  $\mu N_1$  skierowane będzie przeciwnie do toczenia koła. Równocześnie na dalszej części łuku styku aż do punktu wyjściowego  $B$  może zachodzić przyleganie, o ile opór tarcia potoczystego wraz z oporem tarcia czopowego, względnie jeszcze z oporem użytkowym ( $P$  jak na rys. 2) nie przekroczy wartości  $\mu_0 N_2$ . Zaznaczyć tu trzeba wyraźnie, że tylko część normalnego nacisku  $N$ , a więc część obciążenia  $Q$ , a mianowicie  $N_2$  wzgl.  $Q_2$  jest czynnikiem wywołującym tarcie przyczepne, ponieważ pozostała część  $N$  wzgl.  $Q$ , a mianowicie  $N_1$  wzgl.  $Q_1$  rozkłada się na umykające cząstki podłoża. Tym sposobem toczono koło biegowe, zagłębiane stosunkowo do swego promienia na znaczniejsze zanurzenie w plastycznym podłożu, może łatwiej pośliznąć się wprzód pod działaniem siły ciągnącej z dwóch powodów: 1. przez wystąpienie na części obwodu momentu obrotu przeciwnego do kierunku toczenia, a wywołanego na promieniu koła siłą tarcia ruchowego pomiędzy obręczą a umykającym podłożem, oraz 2. przez redukcję nacisku normalnego wzgl. obciążenia osiowego, działającego na wywołanie przyczepności.

(Udziały nacisków normalnych  $N$  na strefę przyczepności  $p$ , wzgl. poślizgu  $\pi$ , można w przybliżeniu zastąpić udziałami obciążeń  $Q$ , o ile kąt  $\varepsilon$  jest mały).

Oczywiście w ciągłym ruchu postępowym takiego obciążonego koła biegowego zostanie poślizg koła, powstałego z powyżej podanych powodów, szybko zniesiony nagle wielkim oporem warstwy podłoża przed kołem, mającej być teraz przesuwanej i chyba tylko rozsuwanej na boki, a więc oporem, który spowoduje koło do toczenia w właściwym kierunku.

<sup>11)</sup> Kick: „Dinglers Polyt. Journal“, 1879, str. 349, oraz Rummel: „Richtlinien für die Erforschung der Formänderung bildsamer Körper“, Stahl und Eisen, 1919, str. 240 i nast.



Poślizg koła biegowego, nawet na krótkich odległościach, jest niedopuszczalny, skoro koło swem toczeniem ma pokonywać opory użytkowe ( $P$  na rys. 2.) W tym celu otrzymują koła biegowe występy na obwodzie, zwane ostrogami, które wgłębiają się w podatne podłoże pod działaniem dostatecznie wielkiego obciążenia i zapewniają toczenie znacznym oporem czołowym na wypadek dążności do poślizgu.

W opisanym wypadku cząstki podłoża pod działaniem ślizgania się po obręczy spiętrzą się w wejściowym punkcie  $A$  nieznacznie ponad nawierzchnię podłoża w wolną przestrzeń.

Wobec dwóch innych zjawisk poślizgu, występujących lub mogących wystąpić w powyższym wypadku, zatrzymajmy nazwę poślizgu (niem. „*Gleitung*“) na zjawisko rzeczywistego poślizgu po zerwaniu przyczepności, a poślizg cząstek plastycznego podłoża po obręczy, zachodzący przy równoczesnem istnieniu przyczepności podczas normalnego toczenia, okreśmy mianem smykania się (niem. *Schlupf*)<sup>12)</sup>, przyczem będzie to rzeczywiste smykanie się. Wartość tego smykania wyraża stosunek różnicy wzajemnych odległości cząstek zgniatanej powierzchni styku po rozsunięciu a nieugniatanej przed rozsunieniem do pierwotnej odległości cząstek przed rozsunieniem:  $\frac{e_1 - e_2}{e_2}$  (rys. 7). W przytoczonym wypadku jest

smykanie dodatnie t. j. koło biegowe musi obtoczyć większą drogę, niżby to wypadło z odwinienia obwodu koła na drodze koła, choćby koło zupełnie się nie ślizgało, znajdując w każdym punkcie wystarczającą przyczepność.

Koło napędowe w takich samych, jak powyższych, warunkach [podobnie do prawej strony rys. 9 od  $A$  do  $C$ , z tą różnicą, że punkt  $S$  ustali się pod większym kątem  $\varepsilon$  i zamiast  $\mu Q_1$  i ( $\mu_0 Q_2$ ) będzie  $\mu N_1$  i ( $\mu_0 N_2$ )], wywołuje w odniesieniu do podłoża podobne skutki, jak koło biegowe. Samo jednak podlega dwom przeciwnym sobie w skutkach zjawiskom, a mianowicie tarcie smykającego się podłoża na części łuku styku obręczy przeciwne do kierunku toczenia się, przeciwdziała poślizgnięciu koła na miejscu, podczas gdy zmniejszony dla adhezji udział normalnego nacisku wzgl. ob-

<sup>12)</sup> Termin „smykania się“ w celu wyraźnego odróżnienia od poślizgu można zastąpić określeniem „względny poślizgu“ przy nieusuwanu się cząstek materiałów.

ciężenia łatwiej może dopuścić do poślizgu i krążenia w miejscu. Ponieważ współczynnik tarcia ruchowego jest mniejszy, niż współczynnik tarcia spoczynkowego, to iloczyn z części normalnego nacisku wzgl. obciążenia, przypadającej na ten łuk styku, po którym podłoże się smyka, i z współczynnika tarcia ruchowego musi być mniejszy, niż iloczyn z tej samej części normalnego nacisku wzgl. obciążenia i z współczynnika tarcia spoczynkowego, które występowałyby, gdyby podłoże się nie smykało. A zatem z tego powodu koło napędowe w plastycznym podłożu przy występowaniu smykania łatwiej się poślizgnie w miejscu, zamiast potoczyć się. Przytem jeszcze nie ma pomocy takiej, jak przy kole biegowym, do toczenia w właściwym kierunku przez opór tarcia potoczystego, który koło biegowe wspomaga przy toczeniu, przeciwnie, opór ten utrudni wystąpienie nowej adhezji, działając w kierunku toczenia się w miejscu, chociaż zwiększony nacisk normalny powiększa zdolność przyczepności. N. p. koło napędowe rolniczej ciągowki motorowej tem gorsze ma warunki przyczepności, tem łatwiej ślizgać się będzie w miejscu po podłożu, im więcej zagłębi się w podatnej w stosunku do obciążenia roli, właściwie bez względu na użytkowy opór ciągnięcia, który przy skośnym od dołu ciągnięciu powiększa obciążenie osiowe tylko pionową składową pociągu, zwykle nieznaczną, pomijając większą wtedy potrzebną siłę obwodową i konieczność większego (stycznego) oddziaływania podłoża.

Wskutek działania siły obwodowej  $U$  na cząstki powierzchni podłoża nie wystąpi przy kole napędowym w odróżnieniu do koła biegowego spiętrzenie cząstek podłoża ponad powierzchnię w punkcie wejściowym  $A$ .

## 7. Rozłożenie normalnych oddziaływań plastycznego podłoża na styku.

Zjawiska smykania się podłoża i skutków smykaniem spowodowanych przy pewnem zagłębieniu się koła są prawdopodobnie mało zależne od nierównomierności rozłożenia się normalnych oddziaływań podłoża na łuk styku. Mniejsze bowiem cząstkowe naciski od strony wejściowej ( $A$ ) łuku styku, niż od strony wyjściowej ( $B$ ) działają wprawdzie wogóle słabiej na podłoże, ale naglejsze wzrosty ich pionowych składowych spowodują silniejsze przesuwanie cząstek podłoża przeciwnie do kierunku toczenia względnie toczenia się; większe zaś cząstkowe naciski od strony wejściowej



(np. przy twardszej skorupie wierzchniej wobec podatniejszej warstwy pod nawierzchnią) powiększy tam ucisk na podłoże z większym przeginaniem jego cząstek ku środkowi, ale wolniejsze wzrosty ich pionowych składowych wyrównują poniekąd słabszym przesuwaniem cząstek podłoża po obręczy tamto silniejsze działanie.

Zresztą nierównomierności rozkładania się normalnych oddziaływań podłoża na obręcz kół osiowo obciążonych nie są wzajemnie bardzo różne przy zwykłych średnicach kół i szerokościach ich obręczy, tak stosowanych, aby w podłożach, po których te koła przejeżdżają, nie zagłębiały się za wiele w stosunku do swego promienia. To znaczy różna nośność plastycznych podłoży, praktycznie przypadających pod rozważanie przy toczeniu i toczeniu się kół, rozkłada się po po łukach styku tak, że wypadkowa normalnych nacisków zaczepia w pobliżu środka łuków styku (a rzut punktu zaczepienia wypadkowej na równoległą do podłoża trafia w pobliżu podziału na połowę rzutu całego łuku styku na tę równoległą).

W przytoczonym na rys. 6 przykładzie takiej mało prawdopodobnej równomierności podłoża, że cząstkowe oddziaływania są równe na całym łuku styku, zaczepia wypadkowe oddziaływanie w środku łuku styku, a rzut punktu zaczepienia  $S$  tej wypadkowej  $S_x$  dzieli długość rzutu całego łuku styku  $BA_x = s$ , tak że długość  $e = BS_x$  jest nieco większą od  $\frac{s}{2}$ . Z trójkąta bowiem  $OAC$  otrzymujemy:

$$s^2 = R^2 - (R - w)^2 = R^2 \sin^2 \epsilon_{max}, \text{ tj. } s^2 = 2Rw - w^2;$$

$$\text{a } 2R \sin^2 \frac{\epsilon_{max}}{2} = R(1 - \cos \epsilon_{max}), \text{ czyli } 4R^2 \sin^2 \frac{\epsilon_{max}}{2} = 2Rw,$$

$$\text{zatem } 2Rw = s^2 + w^2, \text{ oraz } R \sin \frac{\epsilon_{max}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{s^2 + w^2} = e, \text{ co}$$

możemy w przybliżeniu podać:  $e = \infty \frac{s}{2}$ , o ile zagłębienie  $w$ , a tembardziej  $w^2$  będzie tak nieznaczone w stosunku do  $R$ , że przyjmiemy  $w^2 = \infty 0$ .

Skoro dla wyrażenia jakości rozłożenia oddziaływania normalnego oraz jego pionowych i poziomych składowych, względnie obciążenia osiowego i siły pociągowej w współrzędnych ortogonalnych oznaczymy w przykładzie rys. 6 jako oś odciętych  $XX$  poziomą podłoża po zgnieceniu, a jako oś rzędnych  $YY$  pionową obciążenia osiowego z środkiem współrzędnych w punk-

cie  $B$ , to równanie dla łuku styku wypada:  $x^2 + y^2 + 2Ry + R^2 = R^2$ .

(Wynika to z środkowego równania koła z początkiem współrzędnych w  $O$ :  $x'^2 + y'^2 = R$  i z transformacji układu do początku współrzędnych w  $B$ , ponieważ  $x = x'$ , a  $y = y' - R$ ).

Z powyższego po przestawieniu:  $y = -R + \sqrt{R^2 - x^2}$ , a po podstawieniu za  $R = \frac{s^2}{2w}$ , z przybliżeniem  $w^2 = 0$ ,

mamy:  $y = \frac{s^2}{2w} \left( -1 + \sqrt{1 - \frac{x^2}{\frac{s^4}{4w^2}}} \right)$ . Przyjmijmy jednost-

kowe obciążenie pionowe w każdym miejscu łuku styku w  $kg$  na  $cm$  bieżący szerokości obręczy,  $q = c(-y)$ , gdzie  $c$  jest stałą w  $kg/cm^2$ , to:

$$q = c \cdot \frac{s^2}{2w} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{\frac{s^4}{4w^2}}} \right),$$

co określa eliptyczne rozłożenie obciążenia, względnie pionowego oddziaływania podłoża, ponieważ w założeniu rys. 6 przyjęliśmy w każdym miejscu łuku styku  $(dN)^2 = (dW)^2 + (dH)^2$ , względnie  $(dN)^2 = (dQ)^2 + (dH)^2$ , odpowiadające równaniu koła:  $x'^2 + y'^2 = R^2$ .

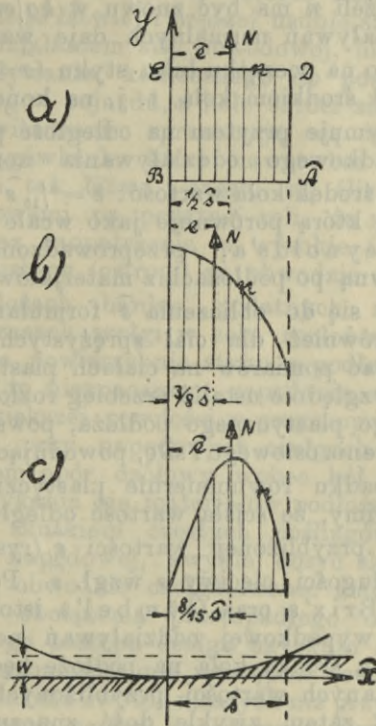
Skoro na osi rzędnych układu prostokątnego naniemy cząstkowe normalne oddziaływania  $n$  na bieżącą szerokość obręczy, a na odciętych  $\widehat{X}$  odwinęcia łuku kołowego rys. 6  $\widehat{AB}$ , to przy przyjęciu równomiernej plastyczności podłoża linja, łącząca końce cząstkowych oddziaływań będzie prostą równoległą do osi odciętych (rys. 8a). Wypadkowa oddziaływań normalnych  $N$  przebiega przez środek ciężkości  $\widehat{BAED}$ , dzieląc oczywiście długość  $\widehat{BA} = \widehat{s}$  na połowę, a więc odległość zaczepienia wypadkowej oddziaływań normalnych od pionu  $\widehat{e} = \frac{\widehat{s}}{2}$ .

W takimsamym układzie przedstawione przyjęcie Brix'a i Gerstner'a, że nacisk jest wprost proporcjonalny do zagłębienia  $w$  obręczy koła, wyobraża (na rys. 8b) linję łączącą końce cząstkowych oddziaływań normalnych, jako parabolę o równaniu:

$$n = c' \cdot w \left( 1 - \frac{\widehat{x}^2}{s^2} \right)$$



(z przybliżeniem  $w^2=0$ , a znowu stałą  $c'$ ), przyczem odległość wypadkowej oddziaływań normalnych od pionu  $\bar{e} = \frac{3}{8}\delta$ .



Rys. 8.

Rozłożenie normalnych oddziaływań na styku koła o sztywnej obręczy z zupełnie plastycznym podłożem.

- a) eliptyczne;
- b) według Brix'a;
- c) według Gumbel'a.

Gumbel słusznie stwierdza nieprawdopodobieństwo takiego rozdzielenia oddziaływań normalnych, gdzie z najwyższej wartości w pionie pod środkiem koła spada się na zerową wartość na początku łuku styku<sup>13)</sup>. Sam jednak podaje również niezupełnie prawdopodobne przyjęcie według równania:

<sup>13)</sup> (j. w.) Gumbel: „Die unmittelbare Reibung fester Körper“ str. 50 i 51.

$$n = c'' w \left( 1 - \frac{\widehat{x}^2}{s^2} \right) x'',$$

(rys. 8c), przyczem  $c''$  musiałyby mieć wymiarowość w  $kg/cm^3$ , jeżeli  $n$  ma być znowu w  $kg/cm$ . Takie rozłożenie oddziaływań normalnych daje wartość zerową na  $n$  nietylko na początku łuku styku ( $\widehat{x} = \widehat{s}$ ), ale także w pionie pod środkiem koła, t. j., na końcu łuku styku ( $\widehat{x} = 0$ ). Otrzymuje przytem na odległość punktu zaczepienia wypadkowego oddziaływania normalnego od pionu przez środek koła wartość:  $\widehat{e} = \frac{8}{15} \widehat{s}$  (z przybliżeniem  $w^2 = 0$ ), którą porównuje jako wcale zgodną z pomiarami Reynolds'a, przeprowadzonymi jednak z rolką żeliwną po podłożach z materiałów sprężystych, a posilkując się do obliczenia  $\widehat{s}$  formułami Hertz'a, ustalonymi również dla ciał sprężystych. Należałoby raczej dokonać pomiarów na ciałach plastycznych, aby sprawdzić, względnie ustalić przebieg rozłożenia oddziaływań danego plastycznego podłoża, powstałych przez nacisk obciążenia osiowego i siłę, powodującą postępek koła.

W wypadku równomiernie plastycznego podłoża (rys. 6) widzimy, że ścisła wartość odległości  $e$  będzie większa od przybliżonej wartości  $\widehat{e}$  (rys. 8a) w stosunku do długości cięciwy  $s$  wzgl.  $\widehat{s}$ . Podobnie przy przyjęciach Brix'a oraz Gumbel'a istotne odległości zaczepienia wypadkowej oddziaływań normalnych od prostopadłej z środka koła na podłożu będą większe od powyżej podanych wartości przybliżonych. Prawdopodobnem jest zatem zwykle dość znaczne odchylenie wypadkowej oddziaływań normalnych przy zupełnie plastycznym podłożu od pionu (tj. dość wielki kąt  $\varepsilon$ , rys. 6 i 7). Wskutek tego może wypaść wcale nie mały udział nacisków normalnych, wzgl. obciążenia osiowego na nieprzylegającą część łuku styku (porów. rys. 7). Z tego powodu może być znaczniejsza strata tego udziału nacisków na wywoływanie adhezji przez wytworzenie niemi momentu obrotu przeciwnego do kierunku toczenia i nieprzyczyniania się tychże do utrzymania przyczepności przy kołach biegowych, a przy kołach napędowych przez mniejszą wartość tarcia posuwistego cząstek podłoża po obręczy, pochodzącą od tego udziału, niż przez możliwe tarcie przyczopne z tych samych nacisków, gdyby nie było smykania dla cząstek podłoża na początkowej części łuku styku.

Co do kół napędowych, to należy jeszcze zauważyć, że tam, gdzie naciski normalne nie wywołują przy-



czepności, nie mogą zaczepiać siły obwodowe, które zatem skupiają się w stosunkowo nadmiernym nasileniu na miejscach przyczepnego styku, pozostających pod wpływem niepełnego w całości nacisku normalnego. Wobec tego łatwiej i prędzej usunie się plastyczne podłoże pod działaniem siły obwodowej, nie mogąc wywołać oddziaływania, koniecznego do postępu środka koła napędowego i pojazdu, a koło obróci się w miejscu. Powyższe stwierdzenia sprawdzają się istotnie przy rolniczych ciągówkach, które nawet bez zaczepienia oporów z tyłu tak łatwo i często się ślizgają swymi kołami napędowymi po podatnej roli, że nie mogłyby postępować bez zaopatrzenia w wysokie i gęsto rozmieszczone występy (ostrogi) na obwodzie obręczy.

Na podłożach bardzo podatnych zastosowano w ostatnich czasach czołgi w celu rozłożenia obciążenia na większe powierzchnie styku z podłożem i osiągnięcia przez to nieznacznego zapadania się pojazdu, a uzyskania większej pewności w przyczepności i w postępie pojazdu przy napędowych czołgach. W istocie zmniejszono tem opór czołowy wobec kół bardzo wydawnie, ale smykania się materiałów podłoża występująco chwila ze skutkiem częstych poślizgów wskutek znacznej siły napędowej, zwykle dosyć skupionej na stykającym się obwodzie czołga, wobec małej wartości jednostkowego obciążenia prostopadłego do podłoża. Pewność ciągłego postępu czołga uzyskuje się również dopiero przez rozmieszczenie występów (ostróg) dostatecznie gęsto, chociaż zwykle niższych niż przy kołach<sup>14)</sup>.

Rozbudowanie czołga napędowego przez załamanie pod rozwartym kątem spodniej powierzchni czołgowej tak, aby pion z środka ciężkości pojazdu trafiał przy pewnych pochyleniach uniesioną część tej spodniej powierzchni, umożliwiło większym wojennym czołgom przetaczanie się przez rowy i wogóle nierówne tereny.

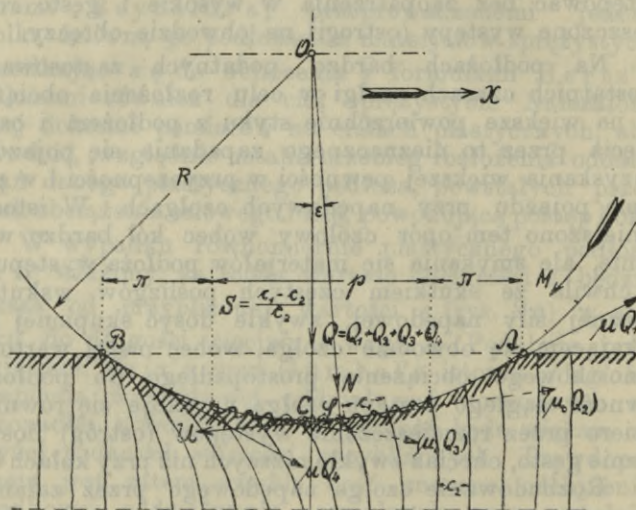
### 8. Sztywne koła po sprężystych podłożach.

Przy ciałach sprężystych zjawiska toczenia i toczenia się kojarzą się również z równoczesnym występowaniem smyknięcia wskutek działania sił normalnych.

W wypadku sztywnego koła napędowego po zupełnie sprężystem podłożu (rys. 9) wy-

<sup>14)</sup> Dr. inż. Tadeusz Świeżawski: „Czołgi rolnicze i ich postęp“ nr. 3—4 (53—54) z r. 1929 mies. „Maszyny rolnicze“. Warszawa.

padkowa z obciążenia osiowego i siły poziomej, popychającej czop koła, a powstałej wskutek oddziaływania podłoża (przyczepnego do obręczy) na siłę obwodową  $U$ , skieruje się pod bardzo nieznacznym kątem  $\varepsilon$  od pionu ku przodowi, tj. kierunkowi postępu, ponieważ poziome składowe normalnych oddziaływań wzajemnie się zniosą tak, że będzie potrzebna siła popychająca tylko do pokonania oporu tarcia czopowego; opór tarcia potocznego (czołowego) w tym wypadku nie występuje. Skutki jednak tarcia potocznego objawią się na początku łuku styku od strony punktu wejściowego  $A$  w smykaniu materiału podłoża po obręczy podobnie,



Rys. 9.

Wyobrażenie dodatniego smykania  $S$  przy sztywnym kole napędowym po zupełnie sprężystym podłożu.  $X$  — kierunek postępu;  $p$  — przyczepność;  $\pi$  — poślizg.

jak przy sztywnym kole po zupełnie plastycznym podłożu, oraz od strony punktu wyjściowego  $B$  ku końcowi łuku styku w ślizganiu się po obręczy odginającego się teraz zupełnie sprężystego podłoża w tym samym kierunku (przeciwnie do kierunku toczenia się), jak w pobliżu punktu  $A$ , a więc w ponownym smykaniu. Po środku łuku styku może pozostać równocześnie wystarczająca do toczenia się przyczepność na rozsuniętej nawierzchni podłoża, jak długo siła  $U$  nie przekroczy wartości  $\mu_0 (Q_2 + Q_3)$ . Zachodzi zatem wypadek regular-



nego toczenia się z równoczesnym występowaniem rzeczywistego smyknięcia dodatniego tak, że koło obtoczy sobie większą drogę, niż długość odwiniętej na podłożu obręczy. Przytem takie koło napędowe łatwiej zerwie przyczepność i poślizgnie się, krążąc na miejscu, niż koło, któreby się toczyło bez smyknięcia materiału podłoża po obręczy, gdyż wielkość  $\mu(Q_1 + Q_4)$  jest mniejsza, niż wartość  $\mu_0(Q_1 + Q_4)$ , a taka wystąpiłaby w sumie z wartością  $\mu_0(Q_2 + Q_3)$ , gdyby obręcz na całym łuku styku przyczepiała się do podłoża.

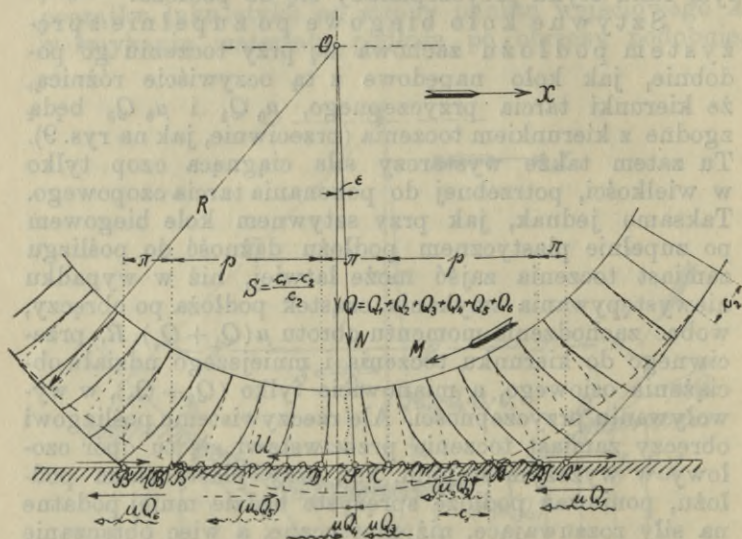
Sztywnne koło biegowe po zupełnie sprężystym podłożu zachowa się przy toczeniu go podobnie, jak koło napędowe z tą oczywiście różnicą, że kierunki tarcia przyczepnego,  $\mu_0 Q_2$  i  $\mu_0 Q_3$  będą zgodne z kierunkiem toczenia (przeciwnie, jak na rys. 9). Tu zatem także wystarczy siła ciągnąca czop tylko w wielkości, potrzebnej do pokonania tarcia czopowego. Taksamo jednak, jak przy sztywnym kole biegowym po zupełnie plastycznym podłożu dążność do poślizgu zamiast toczenia zajść może łatwiej, niż w wypadku niewystępowania smyknięcia cząstek podłoża po obręczy, wobec zachodzenia momentu obrotu  $\mu(Q_1 + Q_4) \cdot R$ , przeciwnego do kierunku toczenia i mniejszego udziału obciążenia osiowego, a mianowicie tylko  $(Q_2 + Q_3)$ , w wywoływaniu przyczepności. Ale rzeczywistemu poślizgowi obręczy zamiast toczenia przeciwstawi się tu opór czopowy w wyższym stopniu, niż przy plastycznym podłożu, ponieważ podłoże sprężyste będzie mniej podatne na siły rozsuwające, niż plastyczne, a więc obtaczanie będzie prędzej powrócone i wogóle więcej zapewnione.

Przy sztywnych kołach po podłożach częściowo plastycznych i częściowo sprężystych, t. zn. z odkształceniem przez zanurzenie się obciążonej osiowo obręczy częściowo tylko odwracalnem, wystąpią również dodatnie rzeczywiste smyknięcia cząstek podłoża po obręczy podczas toczenia względnie toczenia się, które rozmieszczają się po łuku styku zależnie od wychylenia (kąta  $\epsilon$ ) wypadkowej z sił czynnych, t. j. przesunięcia punktu  $S$  albo bliżej punktu wejściowego  $A$  albo bliżej prostopadłej do podłoża. Również skutki smyknięcia będą analogiczne do przytoczonych w skrajnych wypadkach właściwości podłoży.

### 9. Koła o sprężystej obręczy po sztywnych podłożach.

Mogą jeszcze zachodzić toczenia i toczenia się zupełnie sprężystych obręczy kół po sztywnych podłożach.

Wyobrażenie takiego wypadku przedstawia rys. 10, gdzie koło napędowe o zupełnie sprężystej obręczy (np. z gumy) toczy się po sztywnem nieuginalnem podłożu. Wtedy pod działaniem obciążenia osiowego rozplaszcza się podatna obręcz na styku z podłożem tak, że prosta styku rozciąga się od  $A'$  do  $B'$  dla odnośnej odległości punktów  $A$  i  $B$  po łuku podatnej obręczy. Ścisłane cząstki obręczy mogą ustępować wzdłuż prostej podłoża przed obtaczany łuk, wy-



Rys. 10.

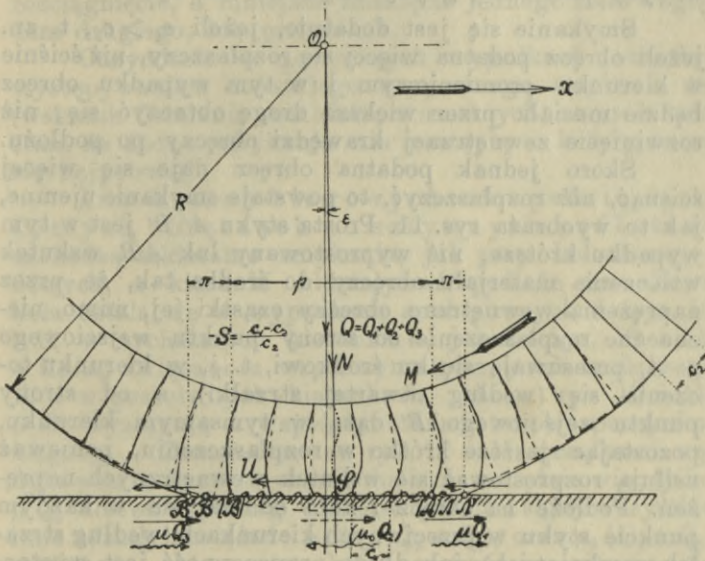
Wyobrażenie dodatniego smykania  $S$  przy zupełnie sprężystej obręczy koła napędowego (względnie koła biegowego) po sztywnem podłożu.  $X$  — kierunek postępu;  $p$  — przyczepność;  $\pi$  — poślizg.

przedzając ku przodowi, oraz za obtaczany łuk, opóźniając się ku tyłowi. Prawdopodobne rozłożenie ciśnień i rozciągnięć w zupełnie sprężystej obręczy przedstawia rys. 10 tak, że zewnętrzna powierzchnia obręczy przesuwając się będzie od punktu  $A$  do punktu  $A'$  (według strzałki otwartej), rozplaszczając się, podczas gdy już rozplaszczona obręcz od punktu  $B'$  dążyć będzie do swego pierwotnego położenia przesuwem od  $B'$  do  $B$ , a więc w tę samą stronę, jak przy części wejściowej.

Pośrodku pod największym naciskiem wypadkową  $N$  z obciążenia osiowego i siły popychającej czop



koła, równej oporowi tarcia czopowego, będą prawdopodobnie musiały cząstki powierzchni obręczy rozsuwać się na obie strony od punktu  $S$ , gdyż następuje tu przeginięcie linii napięć w całym przekroju obręczy w przeciwnym kierunku. Mamy więc przesuw rozplaszczania powierzchni obręczy od punktu  $S$  do  $C$  w tym samym kierunku, jak przy części wejściowej, a od punktu  $S$  do  $D$  w przeciwnym kierunku przez dalsze rozplaszczanie. Na pewnych odległościach rozplaszcz-



Rys. 11.

Wyobrażenie ujemnego smykania  $S$  przy zupełnie sprężystej obręczy koła napędowego (wzgl. koła biegowego) po sztywnym podłożu.  $X$  — kierunek postępu;  $p$  — przyczepność;  $\pi$  — poślizg.

nia np. od  $C$  do  $[A]$  oraz od  $D$  do  $[B]$  nastąpi przyleganie do podłoża, ale w pozostałych odcinkach zachodzi stale przesuw we wskazanych kierunkach cząstek powierzchni obręczy, które przyjmują na siebie (na koło) oddziaływanie podłoża w przeciwnych kierunkach (według strzałek zamkniętych). Oddziaływania te na koło, równe iloczynom z współczynnika ruchowego tarcia posuwistego i z odpowiednich udziałów obciążenia osiowego, będą w przeważnej części ( $\mu Q_1$ ,  $\mu Q_3$ ,  $\mu Q_6$ ) skierowane w stronę toczenia się koła i działania siły obwodowej  $U$ , czyli będą wspomagać dążność do poślizgu w miejscu

przewyciężeniem tarcia przyczepnego ( $\mu_0 Q_2 + \mu_0 Q_5$ ), oraz tarcia ruchowego  $\mu Q_4$ . Przez występywanie smyknięcia materiału obręczy po podłożu nastąpią gorsze warunki toczenia się, ponieważ warunek przytrzymywania każdej chwili punktu  $S$ :

$$\mu_0 (Q_2 + Q_5) - \mu(Q_1 + Q_3 + Q_6 - Q_4) > U$$

trudniej utrzymać, niż na to samo warunek:

$$\mu_0 (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6) > U,$$

któryby zachodził, gdyby smyknięcia nie było.

Smykanie się jest dodatnie, jeżeli  $c_1 > c_2$ , t. zn. jeżeli obręcz podatna więcej się rozplaszczy, niż ściśnie w kierunku promieniowym i w tym wypadku obręcz będzie musiała przez większą drogę obtoczyć się, niż rozwinięcie zewnętrznej krawędzi obręczy po podłożu.

Skoro jednak podatna obręcz daje się więcej ścisnąć, niż rozplaszczyc, to powstaje smykkanie ujemne, jak to wyobraża rys. 11. Prosta styku  $A'B'$  jest w tym wypadku krótsza, niż wyprostowany łuk  $AB$  wskutek wtłoczenia materiału obręczy do środka tak, że przez naprężenia wewnętrzne obręczy cząstki jej, mimo nieznaczne rozplaszczanie od strony punktu wejściowego w  $A$ , przesuwają się ku środkowi, t. j. w kierunku toczenia się (według otwartej strzałki), a od strony punktu wejściowego  $B'$  dążą w tym samym kierunku, pozostając jeszcze krótko w rozplaszczeniu, ponieważ usiłują rozprostować się wskutek wewnętrznych naprężeń. Podłoże na obręcz i koło oddziałują w każdym punkcie styku w przeciwnych kierunkach (według strzałek zamkniętych), jak długo przyczepność jest wystarczająca:

$$\mu_0 Q_2 + \mu(Q_1 + Q_3) > U.$$

Z tego jednak widoczne, że także w tym wypadku ujemnego smyknięcia, kiedy obręcz mniejszą drogę obtoczy i koło mniej obrotów wykona, niżby to wynikało z rozwinięcia zewnętrznego obwodu po prostym podłożu, łatwiej o zerwanie przyczepności, niż bez smyknięcia przy warunku:  $\mu_0 (Q_1 + Q_2 + Q_3) > U$ , gdyż  $\mu_0$  jest większe od  $\mu$  i kiedy całkowite obciążenie osiowe  $(Q_1 + Q_2 + Q_3) = Q$  występuje w pomnożeniu przez ten współczynnik  $\mu_0$ , jako tarcie przyczepne.

W porównaniu z występywaniem smyknięcia dodatniego jest przecież smykkanie ujemne mniej niebezpieczne na wywołanie poślizgu w miejscu. W praktycznym zastosowaniu przy pneumatycznych obręczach na kołach napędowych wynika zatem, że taka obręcz



na obszarym terenie łatwiej się ślizga w miejscu, o ile jest za słabo powietrzem wypełniona i przeciwnie, mniej znajdzie sposobności do poślizgu, skoro mocniej będzie naprzężona.

Skoro tak podłoże, jak i obręcz są zupełnie sprężyste, to należy każdym razem ustalić, czy zajdzie dodatnie, czy ujemne smykanie wskutek działania sił normalnych ( $N$ ), zależnie od naprężeń wewnętrznych, powstałych w obu ciałach, a pozwalających na większe rozciągnięcie, a mniejsze ściśnięcie jednego ciała względem drugiego, lub przeciwnie.

Oczywiście w powyższych wypadkach pomiędzy występowaniem dodatniego a ujemnego smykania się (wskutek działania nacisków normalnych) zajdzie taki stan, że żadne smykania nie nastąpią i koła potoczą się najpewniej.

Przy kołach biegowych o zupełnie sprężystych obręczach po sztywnych podłożach zachodzą takiesame smykania, jak przy kołach napędowych, a kierunki oddziaływań podłoża na obręcz koła ustalą się w wypadkach analogicznych do rys. 10 i 11 w tychsamych kierunkach, jak na rys. 10 i 11, o ile są związane z współczynnikiem tarcia ruchowego  $\mu$ , a w przeciwnych kierunkach, jak na rys. 10 i 11, o ile występują z współczynnikiem tarcia spoczynkowego  $\mu_0$ . (Zaznaczone na rys. 10 i 11 strzałkami wężykowemi). Przy smykanii dodatniem będzie więc tylko  $\mu Q_4$  ułatwiać poślizg w miejscu, podczas gdy wszystkie inne udziały obciążeń:  $\mu(Q_1 + Q_3 + Q_6)$ , oraz  $\mu_0(Q_2 + Q_5)$  wspomogą obtaczanie, które oczywiście odbywa się wtedy na dłuższej drodze od odległości rozwinięć zewnętrznego obwodu obręczy po prostem podłożu<sup>15)</sup>. Przy smykanii ujemnem będą obydwie skrajne udziały obciążeń  $\mu(Q_1 + Q_3)$  przeciwdziałały obrotowi, który dochodzi do skutku tylko przez występowanie  $\mu_0 Q_2$ , przyczem oczywiście obręcz mniejszą drogę obtoczy, niż jej odwinięcie na podłoże<sup>16)</sup>.

W praktycznem zastosowaniu przy pneumatycznych obręczach na kołach biegowych wynika zatem przeciwnie, jak z kołami napędowemi, a mianowicie pneumatyczna obręcz koła biegowego na obszarym terenie winna być słabiej naprzężona, jeżeli ma się mniej ślizgać ruchem posuwowym w kierunku ciągnięcia

<sup>15)</sup>  $\mu_0(Q_2 + Q_5) + \mu(Q_1 + Q_3 + Q_6) - \mu Q_4 > C$  wobec  $\mu_0(Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6) > C$ .

<sup>16)</sup>  $\mu_0 Q_2 - \mu(Q_1 + Q_3) > C$  wobec  $\mu_0(Q_1 + Q_2 + Q_3) > C$ .

(względnie popychania). Poślizgów takich przy kołach biegowych popychanych (t. j. kiedy koła napędowe są z tyłu), należy szczególniej unikać, ponieważ wtedy łatwo skręcają się te koła w bok i wytwarzają znacznie większy od normalnego opór czołowy.

Skoro zachodzą wypadki niskich wartości współczynników tarcia  $\mu_0$  oraz  $\mu$ , np. po lodzie, należy stale dążyć do wyzyskania ich jak najpełniej, a więc znowu pneumatyczne koła napędowe mocniej naprężyć, podczas gdy pneumatyczne koła biegowe popychane słabiej powietrzem wypełnić. Ze względu na boczne usuwanie się kół gumowych lepiej będzie jednak rozmięścić obciążenie na większych powierzchniach styku, co zachodzi przy słabiej naprężonych obręczach pneumatycznych, nie należy więc kół napędowych tak silnie powietrzem rozprężyć, jakby to był wskazane ze względu na unikanie poślizgu w kierunku toczenia się.

### 10. Pozorne smykanie.

W rozważaniach toczenia i toczenia się ciał sprężystych wzajemnie po sobie oprócz skutków działania sił normalnych musi się jeszcze uwzględnić skutki działania sił stycznych do obwodu w miejscach styku, ponieważ wywołują one pozorne smykania, ułatwiające występowanie rzeczywistych smykań i poślizgów. Takie siły obwodowe zachodzą w miejscach styku koła z podłożem przez wprowadzenie momentu obrotu na koła napędowe, albo też przy kołach biegowych przez występowanie oporu przeciw tarcia czołowemu i tarcia potoczystemu.

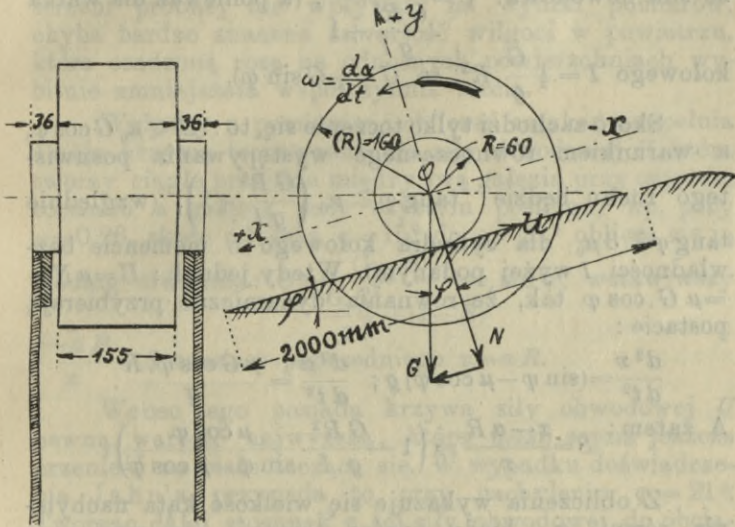
Zachodzenie pozornych smykań przy toczeniu kół napędowych wykazał doświadczalnie Jahn<sup>17)</sup>.

Użył do tego ciężkiego ( $G=107,26$  kg) wałka z stalowego wału śruby okrętowej, którego końce obtoczone zostały na mniejsze czopy, jak to rys. 12 wraz z wymiarami wałka podaje. W ten sposób uzyskał ciężkie ciało o znacznym momencie bezwładności, którego prędkości i przyspieszenia przy toczeniu się po równi pochyłej utrzymywały się w granicach łatwej obserwacji. Równię pochyłą tworzyły dwie szyny żelazne, na ścia-

<sup>17)</sup> Prof. J. Jahn (Danzig): „Die Beziehungen zwischen Rad und Schiene hinsichtlich des Kräftespiels und der Bewegungsverhältnisse“. *Zeitschr. d. Vereines deutscher Ingenieure*. Berlin, 1918, str. 121 i dalsze. Polemika z dr. inż. Heyn'em na tle sprawozdania prof. Jahn'a jest zawarta w dopiskach do Redakcji *Z. d. V. d. Ing.* w tym samym roczniku (1918) str. 651-654.



nach blaszanych umocowane, a dające się pochylać pod dowolnym kątem  $\varphi$  zapomocą śruby. Tor przed równią zaczynał się kołowym łukiem, aby toczenie wprowadzało się wolno z możliwością wykluczenia zewnętrznych sił, trudnych do pomierzenia. Koniec równi był wzniesiony dla części środkowej ciała toczącego się, aby zatrzymywało się ono działaniem swego ciężaru i z pomocą deski hamującej.



Rys. 12.

Schemat urządzenia Jahn'a na wykazanie dodatniego smykania się wskutek działania siły obwodowej.

Po ustaleniu bardzo znikomego tarcia potoczystego (czołowego) z możliwością nieuwzględniania go i po ustaleniu przy zastosowanym materiale czopów i szyn współczynników tarcia spoczynkowego i ruchowego:  $\mu_0 = \mu = \tan 12,8^\circ$  do  $14,5^\circ = \infty 0,22$  do  $0,26$  dokonał Jahn pomiarów przy takim nachyleniu równi, przy którym występuje obok ruchu toczenia także ruch posuwisty. Objawia się to znaczeniem toczącego się cylindra (zapomocą znacznika i naciągniętego paska papieru) większej drogi  $x$  od odnośnej części obrotu  $aR$ , czyli z powodu rzeczywistych smykań:  $S = \frac{x - aR}{x}$ , jako miary tych różnic. Te wartości rzeczywistych smykań dają się również obliczyć na podstawie następujących zależności:

Z porównania równań dynamicznych dla prostoliniowego i obrotowego ruchu otrzymuje się:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{G \sin \varphi - U}{G} g \text{ (ryc. 12); } \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \frac{U \cdot R}{I},$$

(gdzie  $I$  jest momentem bezwładności) i z uwzględnienia równania  $\frac{d^2 x}{dt^2} = R \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2}$ , ponieważ  $R\alpha = x$ , wynika, że siła obwodowa:  $U = \frac{G \sin \varphi}{\frac{GR^2}{gI} + 1}$ ; (a ponieważ dla wałka kołowego  $I = \frac{1}{2} \frac{G}{g} R^2$ , to  $U = \frac{1}{3} G \sin \varphi$ ).

Skoro zachodzi tylko toczenie się, to:  $U < \mu_0 G \cos \varphi$ , a warunkiem równoczesnego występowania posuwistego ruchu będzie:  $\tan \varphi \geq \mu_0 \left( \frac{GR^2}{gI} + 1 \right)$ , (względnie  $\tan \varphi \geq 3\mu_0$  dla cylindra kołowego o momencie bezwładności  $I$  wyżej podanym). Wtedy jednak:  $U = \mu N = \mu G \cdot \cos \varphi$  tak, że równania dynamiczne przybierają postacie:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = (\sin \varphi - \mu \cos \varphi) g; \quad \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \frac{\mu G \cos \varphi \cdot R}{I}.$$

$$\text{A zatem: } S = \frac{x - \alpha R}{x} = \left( 1 - \frac{GR^2}{g \cdot I} \cdot \frac{\mu \cos \varphi}{\sin \varphi - \mu \cos \varphi} \right).$$

Z obliczenia wykazuje się wielkość kąta nachylenia równi,  $\varphi_0$ , kiedy oprócz toczenia się występuje równocześnie poślizg, w granicach:  $\varphi_0 = \text{od } 16^\circ 40'$  do  $18^\circ 40'$  stosownie do chwiejnych wartości dla  $\mu$ . Teoretyczne wielkości smykań  $S$  dla ustalonych współczynników  $\mu$  rosną bardzo prędko z nachyleniem równi, począwszy od zera przy kącie  $\varphi_0$ . Tymczasem pomiary objawiły osobliwe i wybitne odstępstwa od obliczonych wartości. Stwierdzono przedewszystkiem wyraźnie smykania już przy  $7^\circ$  nachylenia równi, a zauważono je już nawet przy  $2^\circ$ . Przy nachyleniu pod kątem około  $13^\circ$  wystąpiło silne rozrzucenie pomierzonych wartości tak, że tylko częściowo dają się ustalić pewne średnie. Ciągłość takiej średniej krzywej smykań prowadzi jakby do styczności z teoretyczną krzywą dla  $\mu = 0,26$  przy  $\varphi = 21^\circ$ .

Stwierdzono dalej, że współczynnik tarcia nie zależy od prędkości staczania się, a brak starannego oczyszczania do suchości i z usunięciem tłuszczu szyn i czopów wałka lub niestaranne oczyszczanie spowodowało



wuje zwiększanie smykań. Przy powtarzaniu zaś staczania raz za razem w krótkich odstępach czasu smykania stale maleją, nawet przy takich powtarzaniach po starannem oczyszczeniu. Skoro znowu po miesiącach przerwy oczyszczono szyny i czopy wałka pobieżnie z kurzu, to smykania występowały mniejsze prawdopodobnie wskutek małego nalotu rdzy. Wogóle różnice temperatur i wilgotności powietrza w przestrzeni próbnej nie wpływały na wyniki pomiarów, chyba bardzo znaczna zawartość wilgoci w powietrzu, która osadzoną rosą na odnośnych powierzchniach wybitnie zmniejszała współczynnik tarcia.

Wykresy z pomiarów i obliczeń smykań uzupełnia Ja h n krzywą teoretyczną dla siły obwodowej  $U$ , która tworzy ciągle przejście między swą gałęzią przy czystym toczeniu a gałęzią przy czystym poślizgu, np. przy  $\mu=0,26$ , skoro od kąta  $\varphi=15^\circ$  do  $\varphi=21^\circ$  oblicza się ją według równania:  $U = \frac{(1-S)G}{\frac{GR^2}{gI} + (1-S)} \cdot \sin \varphi$ , wstawivszy  $\frac{x-aR}{x} = S$  zamiast poprzedniego  $x=aR$ .

Wobec tego posiada krzywa siły obwodowej  $U$  pewną wartość najwyższą, którą może szyna jeszcze przenieść na ciało toczące się. W wypadku doświadczenia Ja h n'a przypada to przy nachyleniu  $\varphi=21^\circ$ . Tworząc dalej stosunek z tej siły obwodowej do obciążenia szyny, zmiennego według iloczynu  $G \cos \varphi$ , otrzymuje wartość  $f$ , stosowaną np. w kolejnictwie, jako współczynnik adhezji, równy stosunkowi z siły ciągnienie do obciążenia osiowego. Kreśląc dalej w wykresie wartości  $f$ :

$$\frac{\text{siła obwodowa}}{\text{nacisk na szynę}} = f = \frac{U}{G \cos \varphi}$$

i porównując z krzywą pracy, jaką szyna przenosi na ciało toczące się z uwzględnieniem smykania, wylicza sprawność przeniesienia siły pomiędzy ciałem toczącym się a szyną:

$$\eta = 100 \frac{\frac{U}{G \cos \varphi} \left(1 - \frac{x-aR}{x}\right)}{\frac{U}{G \cos \varphi}}$$

Sprawność ta jest w oczywistej zależności od smykania tak, że stwierdza Ja h n jako słuszne, jeżeli obiera się  $f=0,15$  do  $0,165$  w kolejnictwie niemieckim

i austriackiem, chociaż najwyższa wartość  $f_{max}$  osiąga wielkość  $\mu=0,26$ :

$$f_{max} = \frac{\mu G \cos \varphi}{G \cos \mu} = \mu.$$

Podobnie jak z ciężkim ciałem toczącym się, dokonał Jahn pomiarów z lekkim ciałem, z wynikami podobnymi co do przebiegów zjawisk i występowania smykań. Tem lekkim ciałem była rura ze zlewnego żelaza, która toczyła się po tychsamych żelaznych szynach walcowanych. Doświadczenia Jahn'a dotyczyły zatem ciał zupełnie sprężystych, podlegających prawu Hooke'a.

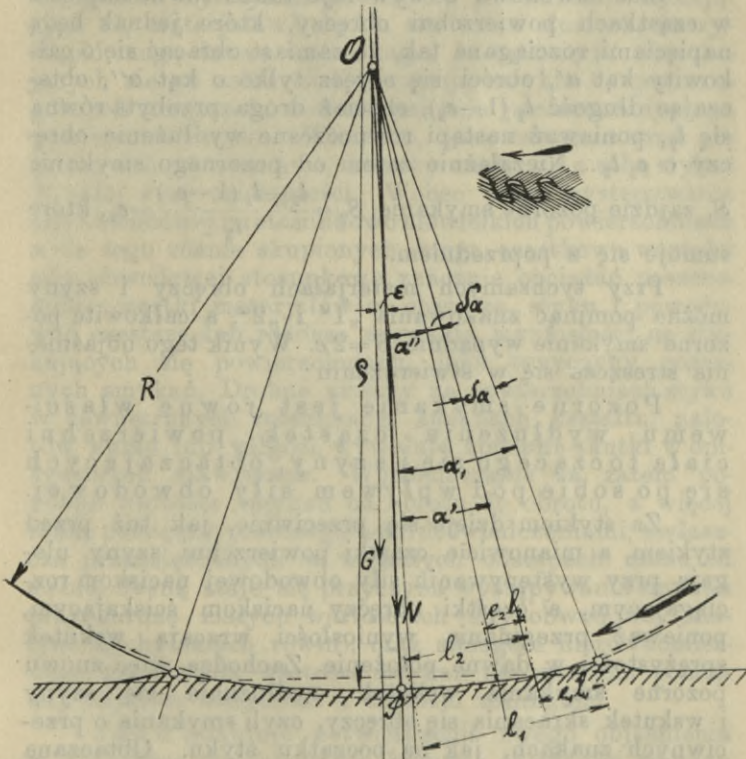
Wyniki swych doświadczeń, szczególnie występowanie smykań znacznie wcześniej, niż na granicy zachodzenia przesuwu równocześnie z toceniem się, smykań nieregularnych, ale nierosnących przed wymienioną granicą, a więc niezmnieszenia się współczynnika tarcia ruchowego  $\mu$  podczas toczenia się, tłumaczy Jahn odkształceniem sprężystem, jakim oddziaływują na siebie wzajemnie koło i szyna. Siła obwodowa na obręczy koła występuje w chwili i w punkcie wejścia obręczy w styk z szyną, ponieważ znajdzie tam oddziaływanie szyny na koło, równe sile obwodowej, a przeciwnie skierowane. Tuż przed stykiem cząstki powierzchni szyny ulegną zatem napięciu ścisakającemu, ponieważ na szynie kierunki siły obwodowej i oddziaływania spotykają się naprzeciw siebie. Cząstki zaś obręczy koła ulegną tuż przed stykiem napięciu rozciągającemu, ponieważ na kole kierunki oddziaływania i siły obwodowej rozchodzą się od siebie.

Objaśnienia Jahn'a można uzupełnić obrazowo w ten sposób, że wyniosłości koła i szyny zachodzą na siebie jak zęby, które jednak pod działaniem siły obwodowej przeginają się tak, że cząstki szyny na powierzchni skracają, ponieważ przeginają „zęby“ szyny w kierunku toczenia, a cząstki obręczy wydłużają, ponieważ „zęby“ obręczy odginają je w kierunku przeciwnym do toczenia, t. zn. w kierunku postępu (rys. 13 u góry po prawej).

Jahn przedstawia zjawiska przy przetaczaniu się obręczy po takich skracanych cząstkach powierzchni szyny jako złożone z dwóch poszczególnych przebiegów. Skoro tocząca się obręcz osiągnie pierwszą cząstkę szyny, to ta cząstka zostanie skrócona pod działaniem siły  $U o e_1 l_1$  (rys. 13), przyczem  $l_1$  jest długością cząstki w stanie wolnym od napięcia, a  $e_1$  małym



ułankiem, wyrażającym jednostkowe wydłużenie według znanego związku  $e_1 = \frac{\lambda_1}{l_1}$ . Początek cząstki ustępuje zatem o  $\lambda_1 = e_1 l_1$ . O tę zatem wielkość  $s_{II} = e_1 l_1$  następuje obręcz tocząca się za tem sprężystem przesunięciem jej podłoża bez toczenia się wtedy. To jest pierwsza część ruchu. Druga zachodzi przez zwykle przeto-



Rys. 13.

Wyobrażenie pozornych smykań dodatnich wskutek siły obwodowej przy sprężystem obręczy koła napędowego po sprężystem podłożu.

czenie się poprzez ściśniętą cząstkę. Wielkość tego ruchu, odbytego toczeniem, równa się długości ściśniętej cząstki, a więc  $s_{II} = l_1 (1 - e_1)$ . Do tego musi obręcz odbyć obrót o kąt  $\alpha' = \frac{s_{II}}{R} = \frac{l_1 (1 - e_1)}{K}$ . Całkowita liniowa droga obrę-

cza jest:  $x = s_1 + s_{II} = e_1 l_1 + l_1(1 - e_1) = l_1$ . Równoczesny jednak obrót  $\alpha'$  nie jest równy  $\frac{l_1}{R}$ , jak wypadłoby przy czystym toczeniu ale tylko  $\frac{l_1(1 - e_1)}{R}$ . Przez to powstaje pozorne smykanie:  $S_1 = \frac{x - \alpha' R}{x} = \frac{l_1 - l_1(1 - e_1)}{l_1} = e_1$ .

Siła obwodowa  $U$  wywołuje także równe napięcia w cząstkach powierzchni obręczy, które jednak będą napięciami rozciągane tak, że zamiast obracać się o całkowity kąt  $\alpha'$ , obróci się obręcz tylko o kąt  $\alpha''$ , obtaczając długość  $l_2(1 - e_2)$ , chociaż droga przebyta równa się  $l_2$ , ponieważ nastąpi równoczesne wydłużenie obręczy o  $e_2 l_2$ . Niezależnie zatem od pozornego smykania  $S_1$  znajdzie pozorne smykanie  $S_2 = \frac{l_2 - l_2(1 - e_2)}{l_2} = e_2$ , które sumuje się z poprzednim.

Przy tychsamyach materiałach obręczy i szyny można pominąć znakowania „1<sup>a</sup>” i „2<sup>a</sup>”, a całkowite pozorne smykanie wypadnie  $S = 2e$ . Wynik tego objaśnienia streszcza się w stwierdzeniu:

Pozorne smykanie jest równe właściwemu wydłużeniu cząstek powierzchni ciała toczącego się i szyny, obtaczających się po sobie pod wpływem siły obwodowej.

Za stykiem dzieje się przeciwnie, jak tuż przed stykiem, a mianowicie cząstki powierzchni szyny ulegają przy występowaniu siły obwodowej naciskom rozciągającym, a cząstki obręczy naciskom ściskającym, ponieważ przeginań wyniosłości wracają wskutek sprężystości w dawne położenie. Zachodzą więc znowu pozorne smykania wskutek wydłużania się szyny i wskutek skracania się obręczy, czyli smykania o przeciwnych znakach, jak na początku styku. Obtaczana długość drogi pozostanie takasama, jakgdyby smykania nie występowały. Skoro jednak napięcia, wywołane smykaniem, przekroczą granice sprężystości, względnie płynności przekształów, to wsteczne odginanie wyniosłości nie nastąpi, droga będzie większa, niż rozwinięte długości obwodu, nastąpić mogą rzeczywiste smykania i poślizgi, materiał powierzchni szyny i obręczy będzie ponad miarę zużywany, nieproporcjonalnie do przewidywanych skutków zwykłego toczenia się koła po szynie.

Żelazo zlewne ma granice wytrzymałości na rozrywanie przy rozciągnięciu 200—300‰. Przy 350‰ zaś



obszaru smykania dołącza się krzywa smykań, doświadczalnie wyznaczona przez Jahn'a, stycznie do krzywej smykań obliczonej, co odpowiada rozciąganiu się cząstek szyny i ciała toczącego się po  $\frac{350}{2} = 175\%$ , a więc niedaleko przekraczania granicy rozrywania.

Dlaczego jednak wystąpią wskutek siły obwodowej tak wielkie naprężenia, że spowodują przekroczenia granic wytrzymałości cząstek powierzchni stykających się materiałów? Jahn stwierdza słusznie, że wystąpić mogą łatwo wobec tego, że zetknięcia obtaczających się po sobie ciał następują zwykle na poszczególnych miejscach, nierównomiernie porzrzucanych po powierzchni styku. Wiadomo, jak starannie musi się polerować powierzchnie, któreby miały się z sobą stykać w całej swej rozciągłości. Wobec więc występowania siły obwodowej na stosunkowo niewielkich powierzchniach a do tego różnie skupionych, mogą cząstkowo wartości siły obwodowej stosunkowo znacznie obciążać poszczególne cząstki materiałów w obszarze styku i powodować częstsze lub rzadsze zrywania wyniosłości na stykających się powierzchniach, jako przyczyny pozornych smykań. Drobne zmiany na powierzchniach styku w zewnętrznych stosunkach, zmianach kształtu, nalotów kurzu lub wilgoci wywołują zmienne skutki w opisywanych zjawiskach. Wytłómaczalne są zatem podobne wartości smykań od obrotu do obrotu, a więcej różne pomiędzy poszczególnymi doświadczeniami, zwłaszcza przedsiębranych w większych odstępach czasu od siebie. Jasną staje się przyczyna występowania smykań przy bardzo małych wartościach siły obwodowej (małych nachyleniach równi), oraz silnego i nierównomiernego rozrzucenia wartości smykań na przejściu pomiędzy czystym toceniem a czystym ześlizgiem.

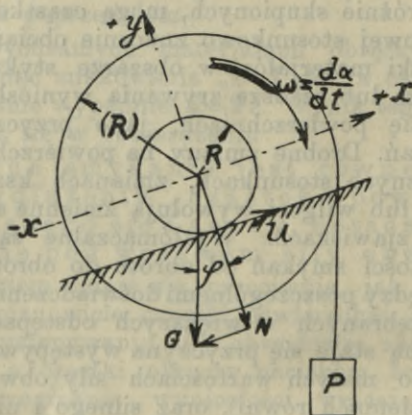
Jahn znajduje potwierdzenie swego objaśnienia w znacznym podobieństwie krzywej zależności smykań i sił obwodowych do krzywej na rozrywanie prętów w zależności wydłużeń od sił rozrywających, chociaż korzysta z swych doświadczeń, przyjmując tylko przeciętne wartości smykań.

Zmniejszanie się smykań w doświadczeniach następujących bezpośrednio po sobie a na szynach umyślnie niepolerowanych tłómaczy się jasno tem, że ciała obtaczające się same się wygładzają. Smykania są to drobne poślizgowe ruchy, które działają na powierzchnie styku wyrównywująco, jako szlifowanie i doprowadzają styk

na większych powierzchniach z następstwem występowania mniejszych napięć, wydłużeń i smykań. O ile doświadczenia rozdziela dłuższy przeciąg czasu, smykania wzmagają się, ponieważ wypolerowane dawniej cząstki powierzchni zostają częściowo zniszczone przez oksydację.

Płyny, przyczepiające się do żelaza, jak oliwa, powodują również mniej zupełne stykanie się ciała obtaczanego i szyny, ograniczają więc styk na mniejsze lub na mniej cząstek powierzchni. Wskutek tego powiększa się pozorne smykanie tak, jak rzeczywiste przez zmniejszenie współczynnika tarcia.

Pozorne smyknięcia spowodują także tarcia, które są stratą i niszczą materiał wydatnie, co można spostrzegać np. na szynach kolejowych, na drogach betonowych, na ścieraniu się pneumatyków, na wygładzaniu się dróg asfaltowych i t. p.



Rys. 14.

Schemat urządzenia Jahn'a na wykazanie ujemnego smykania się wskutek działania siły obwodowej.

Jahn przytacza jeszcze, że tarcie potoczyste rośnie z siłą obwodową z powodu pozornych smykań, mając na myśli tylko skutki, spowodowane siłą obwodową, jakkolwiek stwierdza, że jego doświadczenia nie ustalają jeszcze wielkości tej zależności tarcia potoczystego i siły obwodowej.

Pomiary dodatnich smykań i przypuszczenia, co do powstawania i przebiegu smykań, skontrolował Jahn na dalszem doświadczeniu i pomiarach ujemnych



smykań pozornych zapomocą toczenia tegosamego wałka ( $G=107,26 \text{ kg}$ ) na czopach w górę po równi pochyłej wskutek działania ciężaru  $P (=12,7 \text{ kg})$  (rys. 14). Ujemne smyknięcia powstają przez wydłużanie się cząstek powierzchni szyn tuż przed stykiem i przez skracanie się cząstek powierzchni obręczy przed stykiem, ciało toczące się odbywa zatem krótszą drogę, niż odwiniecie jego obwodu. W istocie druga serja doświadczeń Jahn'a wykazały te właśnie wyniki i sprawdziły dokładnie przyczyny tych zjawisk według podanego opisu, tembardziej, że przy drugiej serji pomiarów największe smyknięcia występowały przy małych prędkościach obwodowych ciała toczącego się w przeciwnieństwie do poprzednich pomiarów dodatnich smykań.

Przy badaniach ujemnych smykań ustalili Jahn czyste toczenie przy kącie nachylenia  $\varphi = -4^\circ$ , tj. przy nieznacznym przeciwnym nachyleniu równi, kiedy tak ciężar własny toczącego się ciała, jak i wprowadzony moment obrotu ruch powodował.

Słusznie podkreśla dalej Jahn, że występowanie pozornych smykań tworzy ciągle przejście do rzeczywistych smykań i poślizgów, wobec czego należy pozostawać przy kołach napędowych w stosunku

$$f = \frac{\text{siła obwodowa}}{\text{nacisk na podłoże}}$$

możliwie daleko od wartości krańcowej tj. od zdecydowanego poślizgu.

Jahn przytacza wreszcie znamienny przykład z praktyki na jednej rosyjskiej lokomotywie ustroju Mallet-Rimrott, podany Jahn'owi przez dr. inż. Helmholtz'a (z Monachium). Takie lokomotywy mają dwa zupełnie niezależne wzajemne mechanizmy napędowe z kołami napędowymi o równych średnicach. Jeden mechanizm jest napędzany z cylindra wysokiego ciśnienia, a drugi z cylindra niskiego ciśnienia. Wobec tego, że jedna lokomotywa takiego ustroju wykazywała niezwykle wysokie zużycie pary, a żadne zabiegi na stawidłach, czy inne środki, nie pomagały, policzono obroty kół napędowych. Otóż przekonano się, że mechanizm napędzany z cylindra niskiego ciśnienia miał więcej obrotów, które nie zdradzały się niczem na zewnątrz, a przez pozorne smyknięcia wytwarzały dłuższe drogi przebywane obręczą koła, niż jego obwód i były przyczyną nadmiernego zużycia pary.



Podobne doświadczenia do badań Jahn'a przeprowadził G. Sachs<sup>18)</sup>, z stwierdzeniem takichsamyh zjawisk rzeczywistych i pozornych smykań. Teoretyczne zaś ustalenia zależności smykań od sił normalnych, oraz od napięć w kołach ciernych, obtaczających się po sobie z przenoszeniem momentu obrotu (sił obwodowych) podał H. Fromm<sup>19)</sup>, który w wypadku tychsamyh materiałów ciał obtaczających się obliczył wartości smykań, porównując je z doświadczalnemi wynikami Jahn'a. Przystępniej od Fromm'a przedstawił te teoretyczne rozważania R. Lorenz<sup>20)</sup>, który uwzględnia oprócz właściwych wydłużeń także właściwe posunięcia, powstające przez poślizgi i twierdzi, że one razem są przyczyną występywania smykań. W sporze<sup>21)</sup> co do tej zasady z Fromm'em, który uznaje tylko właściwe wydłużenia, poleca Lorenz przeprowadzenie wyczerpujących doświadczeń w celu rozstrzygnięcia odmiennych zapatrywań, ale obliczenia Lorenz'a zgadzają się więcej z pomiarami Jahn'a.

Przed wymienionymi dowiódł teoretycznie istnienie smykania (zowiąc je względnym poślizgiem) Z. Fuchs<sup>22)</sup>, który wymienia jeszcze wpływ hysterezy sprężystej na zjawiska przy obtaczaniu się ciał sprężystych.

Dociekania Fuchsa, Fromm'a i Lorenz'a opierają się na ścisłej teorii elastyczności ciał podlegających prawu Hooke'a, w szczególności na teorii Hertza i pozwalają na przybliżone ilościowe ustalenia wielkości smykań przy kołach ciernych, co przy szczególnym wypadku szyn kolejowych i kół wagonowych względnie kół lokomotygowych ma ważne praktyczne zastosowanie. Doniosłem również byłoby dla praktyki teoretyczne i doświadczalne ustalenie smykań i poślizgów przy kołach zębatych w celu orientacji, jakie krzywizny za-

<sup>18)</sup> G. Sachs: „Versuche über die Reibung fester Körper an zylindrischen Reibungstrieben“, Dissert. Berlin, 1923, oraz *Zeitschr. für angewandte Mathematik u. Mechanik*, 1924. Heft 1.

<sup>19)</sup> Hans Fromm: „Berechnung des Schlupfes beim Rollen deformierbarer Scheiben“ Dissert. Berlin, 1926 und *Zeitschr. f. angew. Mathem. u. Mechanik* 1927. Heft 1.

<sup>20)</sup> Dr. Rudolf Lorenz: „Schiene und Rad, Werkstoffbeanspruchung und Schlupf bei Reibungsgetrieben“, *Zeitschr. d. Vereines deutscher Ingenieure*, 1928. Nr. 6.

<sup>21)</sup> „Zuschriften an die Schriftleitung von H. Fromm und R. Lorenz“, *Zeitschr. d. Vereines deutscher Ingenieure*, 1928. Nr. 51.

<sup>22)</sup> Zygmunt Fuchs: „Przyczynek do teorii oporu przy ślizganiu i toczeniu się ciał stałych“, Lwów 1922.



zębień i przy jakich stosunkach przeniesień dawałyby najmniejsze straty w ruchu.

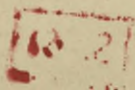
### Zestawienie.

Na podstawie ścisłego rozpatrzenia sił czynnych i oddziaływań przy obtaczaniu i toczeniu się kół biegowych oraz napędowych ustala się przyczyny i skutki tych zjawisk, a określa się jakościowe wielkości tarcia czopowego i tarcia potoczystego w przypadkach sztywnych kół po sztywnem podłożu, sztywnych kół po zupełnie plastycznym podłożu, sztywnych kół po zupełnie sprężystem podłożu i zupełnie sprężystych obręczy kół po sztywnem podłożu.

W szczególności bada się warunki, przy których występują poślizgi, stwierdzając zachodzenie rzeczywistych smykań wskutek usuwania się cząstek materiałów, obtaczających po sobie, pod działaniem sił normalnych, oraz pozornych smykań według doświadczeń Jahn'a wskutek właściwych wydłużeń cząstek powierzchni ciał obtaczających się pod wpływem sił obwodowych.

---

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA  
KRAKÓW









Biblioteka Politechniki Krakowskiej



II-31428

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000297792