K. SKIBIŃSKI
OLITECHNIKI LWOWSKIEJ

RÓWNOWAGA SYPKICH MATERJAŁÓW

LWÓW MCMXXII
NAKŁADEM KSIĘGARNI NAUKOWEJ
POLSKIE TWO PEDAGOG., LWÓW — M. ARCT, WARSZAWA

INŻ. K. SKIBIŃSKI
HON. PROFESOR POLITECHNIKI LWOWSKIEJ

RÓWNOWAGA SYPKICH MATERJAŁÓW

WYDAWNICTWO SUBWENCJONOWANE PRZEZ MINISTERSTWO WYZNAŃ RELIGIJNYCH I OŚWIECENIA PUBLICZNEGO ORAZ MINISTERSTWO ROBÓT PUBLICZNYCH

LWÓW MCMXXII
NAKŁADEM KSIĘGARNI NAUKOWEJ
POLSKIE TWO PEDAGOG. — LWÓW — M. ARCT — WARSZAWA

Na niniejsze dzieło składają się w różnych czasach pisane rozprawy. I. rozdział jest to rozszerzona, przed dłuższym czasem drukiem ogłoszona rozprawa*). II. rozdział, wykończony jeszcze z początkiem 1917 r., nie mógł być ogłoszony z powodu trudności wywołanych wojną. III. rozdział był wykończony w r. 1918.

Na tem miejscu chcę wyraźnie zaznaczyć, jako odpowiedź na wzmiankę uczynioną po ogłoszeniu powyższej rozprawy, że nie ustawiłem nowej teorji parcia ziemi. Rozpatrywałem jedynie stosunki równowagi zespołu kulowego, a na podstawie studjum przeprowadzonego nad doświadczeniami robionemi z piaskiem, badałem o ile wyniki otrzymane przy zespole kulowym dadzą się zużytkować do wyznaczenia parcia ziemi w spokoju.

Te wyniki dały pochop do badania stosunków równowagi materjału spoistego w II., a budowli podziemnych w III. rozdziale.

Jako zastosowanie teorji w tem dziele rozwiniętych ukaże się równocześnie studjum o murach oporowych i podporowych, jakoteż o przyczółkach mostowych.

Lwów 1918 r.

*) Wochenschrift f. d. oeffentl. Baudienst. Zeszyty 48. do 50. z r. 1916 i zeszyt 17. z r. 1917.

ROZDZIAŁ I.

Równowaga materjałów sypkich niespoistych.

Wstęp. Od kilku dziesiątków lat istnieje teorja parcia ziemi, dająca po dzień dzisiejszy podstawę do wykonania znakomitych budowli inżynierskich. Ona jednak nie zadowala, gdyż jej wyniki nie są zgodne z prawami statyki, a tylko w najprostszych przypadkach są zgodne z doświadczeniami, zaś kwestji największego parcia ziemi — parcia w spokoju — nie rozwiązują.

Później pracowali najtężsi teoretycy nad rozwiązaniem tego zagadnienia i ustawili inne teorje, które jednak wykazały jeszcze większą niezgodność, a ich obszar zastosowania był jeszcze bardziej ścieśniony.

Przyczyny tych objawów należy w tem szukać, że materjał sypki chciano uważać jako stan fizyczny, pośredni między stałym a płynnym, dla którego daremnie starano się ustalić prawa międzycząstkowe, zamiast uważać każde ziarno jako ciało stałe i badać jego oddziaływanie na sąsiednie ziarna. W tym celu trzeba dla ziarna przyjąć postać geometrycznie określoną, a na taką nadaje się oczywiście jedynie k u l a. Próby takiego badania nad zbiorowiskiem kul pozostały jednak w stadjum początkowem i tylko dozwalały wnioskować, że tą drogą możnaby dojść do rozwiązania zagadnienia.

Jeszcze bardziej sprawa się zaciemniła, gdy Müller-Breslau w dziele z r. 1906 ogłosił swoje doświadczenia, gdyż one do istniejących dodały nowe niewyjaśnione objawy.

Te doświadczenia*) były głównie powodem, że postanowiłem ponowić badania nad zespołem kul. Te badania, już dla tego zespołu interesujące, mają jeszcze tę ważniejszą wartość, że niejeden objaw z dziedziny parcia ziemi wyjaśniają, a do

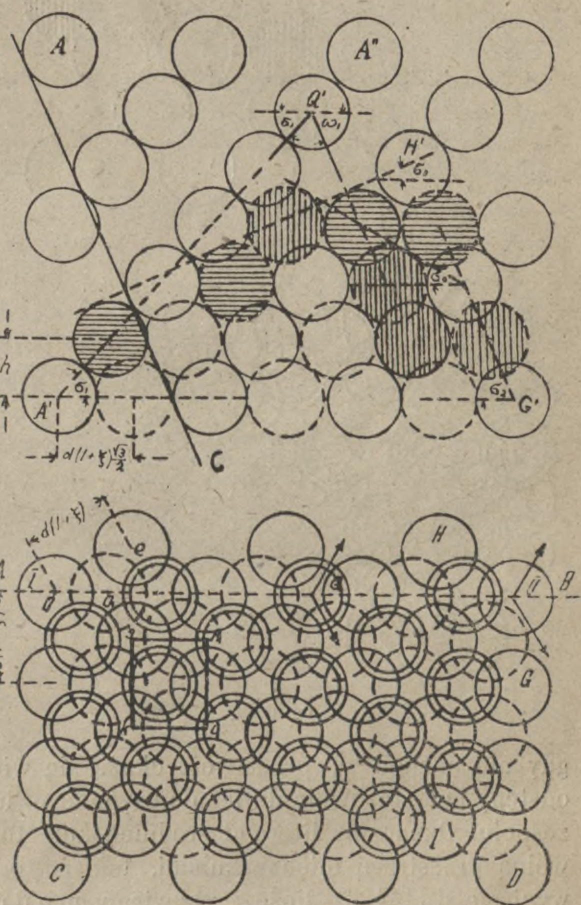
---

*) Niestety nie zostały dotychczas ogłoszone dalsze zapowiedziane doświadczenia.

rozwiązania kwestji największego parcia dopomagają. Badanie rozpocznę nad zespołem kul, poczem przejdę do zespołów ziemnych.

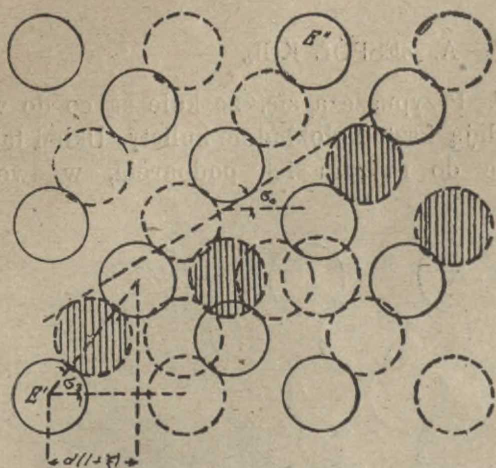
A. ZESPÓŁ KUL.

§ 1. *Układ kul.* Przypuszcza się, że kule są co do wielkości równe i posiadają kształt dokładnie kulisty. Układ takich kul może, stosownie do rodzaju ich podparcia, w dwojaki sposób nastąpić. Zupełnie stały układ tylko wtedy będzie możliwy, jeżeli każda kula jest **przez trzy** kule podparta. Ten na 1. rycinie w rzucie poziomym i w przekroju, a na 2. rycinie o 90^0 obrócony układ będzie nadal oznaczany literą A. W celu dobrego przeglądu poszczególnych warstw, są kule, bez względu na pokrycie, w najniższej warstwie wyciągnięte pełno, w następnej warstwie kreskami, a w trzeciej warstwie przedstawione podwójnemi kołami. Następne trzy warstwy są z dolnemi identyczne, tak że czwarta leży nad pierwszą, piąta nad drugą, szósta nad trzecią.

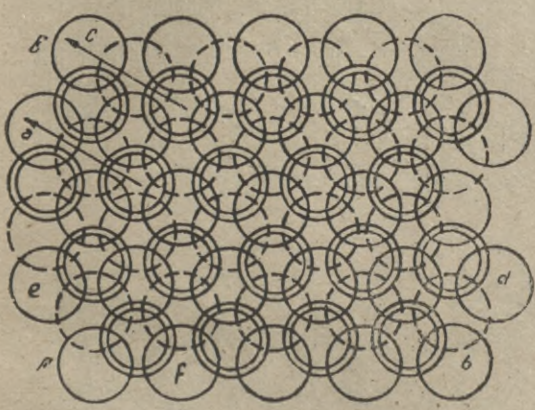


Ryc. 1.

Rycina 3. przedstawia układ B, w którym każda kula jest tylko dwoma kulami podparta. Tu powstają samodzielne rzędy



w kierunku JK. Podług stosunku odległości kul tych rzędów następuje podparcie kul w rzędach JK lub JL. Tylko wtedy, gdy te odległości są równe, następuje układ symetryczny, w którym każda kula na czterech kulach spoczywa. W tym wyjątkowym wypadku jest układ B stały.



Rycina 2.

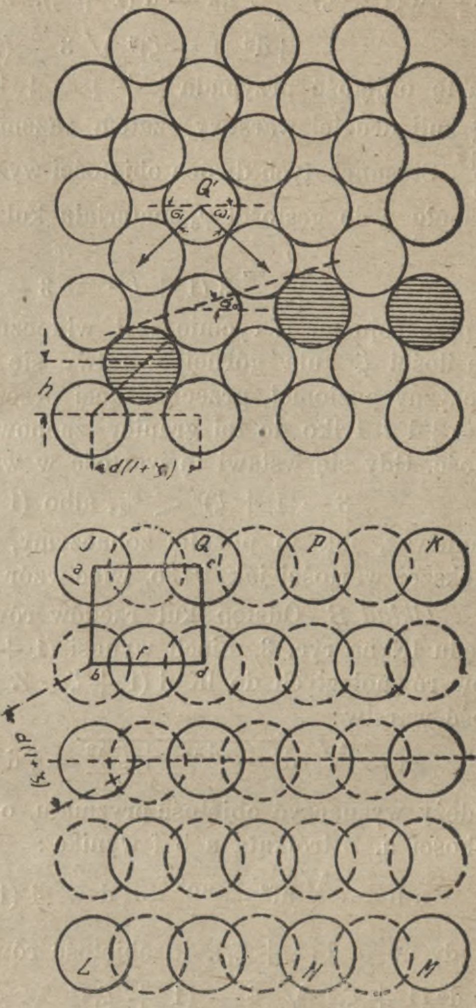
W następstwie oznaczymy układ A jako stały, układ B jako niestały.

§ 2. *Gęstość zespołu.* Tak gęsty układ, żeby wszystkie kule się dotykały, nigdy nie nastąpi *); przeciwnie okażą się większe lub mniejsze odstępy kul, stosownie do luźnie usypanego, lub do zgęszczonego zespołu. Oznaczmy literą d średnicę kul, to ζ d niech oznacza wolną przestrzeń między kulami, tak że odstęp środków kul wyniesie d $(1 + \zeta)$. Ilość ζ nazwiemy modułem gęstości.

---

*) Wspomniana próba badania nad zespołem kul właśnie dlatego nie doprowadziła do możliwego wyniku, że taki gęsty układ wprowadzono.

Jeżeli w zespole, jak przy układzie B, są w dwóch kierunkach różne odstępy kul, to ten drugi odstęp środków kul oznaczymy przez d $(1 + \zeta_1)$.



Ryc. 8.

Moduł gęstości ma miarodajny wpływ na stosunki równowagi zespołu. Później zobaczymy, jaką wartość w danym wypadku dla ζ obrać należy; tymczasem oznaczmy prawdopodobne granice tej ilości. Trudno przypuścić, żeby przy luźnem sypianiu ζ mogło wynosić więcej niż 0·15, zaś przy silnem ubijaniu mniej niż 0·05. W następstwie te granice jeszcze bardziej się zacieśnią.

Na gęstość γ zespołu wpływa tak gęstość γ_0 materjału kul, jak też rodzaj układu.

Układ A. Środki trzech obok siebie położonych kul jednej warstwy tworzą trójkąt równoramienny o długości d $(1 + \zeta)$ boku. Z ryciny 1. wynika wprost:

$$oo_1 = \frac{oe}{2 \cos 30^0} = \frac{d\,(1 + \zeta)}{\sqrt{3}}$$

a wysokość h warstwy:

1. $$h = \sqrt{d^2 - oo_1^2} = \frac{d\sqrt{3 - (1 + \zeta)^2}}{\sqrt{3}}$$

W pryzmacie, którego podstawa g h i k, a wysokość h jest $gh = d\,(1+\zeta)\frac{\sqrt{3}}{2}$, $gk = d\,(1+\zeta)$, zatem objętość pryzmatu

$$\tfrac{1}{2}\, d^3\, (1+\zeta)^2 \sqrt{3-(1+\zeta)^2}$$

Na tę objętość przypada $\frac{1}{4}+\frac{2}{8}=\frac{1}{2}$ kuli najniższej warstwy i $\frac{2}{4}$ kuli drugiej warstwy, zatem razem cała kula o objętości $\frac{\pi d^3}{6}$. Stosunek tych dwóch objętości wyznacza stosunek gęstości zespołu γ do gęstości γ_0 materjału kul, a mianowicie:

$$2. \qquad \frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{\pi}{3\,(1+\zeta)^2 \sqrt{3-(1+\zeta)^2}}$$

Z przekroju na 1. rycinie jest widoczne, że ze zwiększaniem się ilości ζ kula górnej warstwy się obniża, aż dotknie płaszczyzny poziomej, przechodzącej przez środki kul. Wtedy jest $h = \frac{1}{2}\,d$ i tylko do tej granicy zachowuje powyższy wzór ważność. Gdy się wstawi tę wartość w wzór 1, to będzie

$$3-(1+\zeta)^2 \overset{=}{<} {}^3|_4, \text{ albo } (1+\zeta) \overset{=}{<} 1{\cdot}5$$

Ponieważ, jak to później zobaczymy, $(1+\zeta)$ nie przybierze większej wartości jak 1·135, więc wzór 2. będzie zawsze ważny.

Układ B. Odstęp kul rzędów równoległych do ukośnego rzędu IN na ryc. 3, niech wynosi $(1+\zeta)$, zaś odstęp kul rzędów równoległych do IK $d\,(1+\zeta_1)$. Z przekroju wynika wysokość warstw:

$$3. \qquad h = \sqrt{d^2 - \frac{d^2(1+\zeta_1)^2}{4}} = \tfrac{1}{2}\, d \sqrt{4-(1+\zeta_1)^2}$$

Należy wyznaczyć objętość pryzmatu, o podstawie a b c d i wysokości h. Z trójkąta a b f wynika:

$$\overline{ab} = \sqrt{\overline{af}^2 - \frac{\overline{ac}^2}{4}} = \tfrac{1}{2}\, d \sqrt{4\,(1+\zeta)^2 - (1+\zeta_1)^2}$$

a gdy $\overline{ac} = d\,(1+\zeta_1)$, to objętość równa

$$\tfrac{1}{4}\, d^3\, (1+\zeta_1) \sqrt{4-(1+\zeta_1)^2} \sqrt{4\,(1+\zeta)^2 - (1+\zeta_1)^2}$$

Na tę objętość wypada $\frac{2}{8}+\frac{1}{4}$ kuli najniższej i tyleż kuli następnej wyższej warstwy, więc razem jedna kula, zatem

$$4. \qquad \frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{2\,\pi}{3\,(1+\zeta_1)\sqrt{4-(1+\zeta_1)^2}\sqrt{4\,(1+\zeta)^2 - 1 + \zeta_1)^2}}$$

Ten wzór zatrzymuje również ważność do granicy

$$h \overset{=}{>} \frac{d}{2}, \text{ czyli } 1+\zeta, \overset{=}{<} \sqrt{3} \overset{=}{<} 1{\cdot}732$$

Pomiędzy ζ a ζ_1 istnieje zależność. Może być $(1+\zeta_1)^2 \lesseqgtr 2(1+\zeta)^2$. Gdy lewa strona jest mniejszą od prawej, to podparcie kul następuje w rzędach do IK równoległych, a gdy jest większą, to podparcie istnieje w rzędach równoległych do IL. Jeżeli obie strony są równe, to każda kula spoczywa na czterech kulach i wtedy jest układ stały. Dla tego przypadku jest

$$5. \quad \frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{\pi}{3\sqrt{2}(1+\zeta)^2\sqrt{2-(1+\zeta)^2}}$$

Ten wzór wyznacza największą wartość dla układu B, nawet cokolwiek większą, niz wynika z wz. 2, jednakże przy drobnej zmianie ilości ζ_1 wypada gęstość równa lub mniejsza.

§ 3. *Luźne sypanie i zgęszczenie.*

a. Lużno usypane kule. Tak dokładne układy, jak je przedstawiają ryciny 1., 2 i 3. nigdy nie nastąpią w luźnie usypanym zespole. Układy A i B znajdą się pomięszane, przyczem układ A, jako stały, będzie przeważać. Następnie znajdą się próżne miejsca, otoczone niestale ułożonemi kulami, które spowodują mniejszą gęstość niż tę, którą wyznaczają wz. 2. i 4 Ponieważ tworzenie się próżnych miejsc jest przypadkowe, więc tem bardziej będą ilości γ dla tego samego materjału się różnić i mogą być tylko przez pomiar wyznaczone. Stanowczo można tylko twierdzić, że w dolnych warstwach przesypywanych górnemi mniej się znajdzie niestałych układów i próżni, że zatem te warstwy okażą większą gęstość i większe zbliżenie do stałego układu A. Przy sypaniu w ukośnych warstwach niestałe układy i próżnie nie zdołają się wytworzyć, zatem gęstość będzie większa i jednostajniejsza niż przy poziomem usypaniu.

b. Usypanie zgęszczane. Jeżeli każdą warstwę poddamy ubijaniu, to kule górnej warstwy wcisną się pomiędzy kule dolnej, a wtedy odstęp kul ζ d przeważnie zniknie. Ponieważ ani niestałe układy ani próżnie wytworzyć się nie mogą, to wytworzy się przeważnie stały układ A, z wartością ζ mało różniącą się od zera. Tabela I. okazuje, że przez ubijanie można uzyskać 12% zwiększenia gęstości.

§ 4. *Rozkład ciśnień we wnętrzu zespołu. Kąt rozdzielczy τ.* Ciężar kuli rozkłada się przy układzie A symetrycznie na trzy, przy układzie B na dwie składowe na kule podpierające. W ten sposób każda kula otrzymuje od kul górnych trzy, względnie dwie składowe ciężaru kul. Ponieważ przyjmujemy, że te składowe są symetrycznie ułożone, to ich wypadkowa jest pionowa, zaczem w zespole kul górą poziomo odgraniczonym i na wszystkie strony nieograniczonym, przenoszą się tylko pionowe ciśnienia od warstwy do warstwy.

Nachylenie owych składowych ma w następstwie wielkie znaczenie. Kąt, który one zawierają z poziomem, nazwiemy kątem rozdzielczym i oznaczymy go literą τ.

Dla układu A wynika z ryc. 1., że kąt w przekroju oznaczony przez σ_1 równa się kątowi rozdzielczemu. Z warunku, że $\tan \sigma_1 = h : \overline{oo_1}$ wynika

6. $$\text{tang}\, \tau_a = \frac{\sqrt{3 - (1 + \zeta)^2}}{1 + \zeta}$$

Przyjmijmy, że w układzie B podparcie kul następuje w rzędach równoległych do IK, więc jest $(1 + \zeta_1)^2 < 2\,(1 + \zeta)^2$, to w przekroju ryc. 3. jest σ_1 także równe kątowi rozdzielczemu, którego

7. $$\text{tang}\, \tau_b = \frac{\sqrt{4 - (1 + \zeta_1)^2}}{1 + \zeta_1}$$

Dla symetrycznego układu na czterech kulach otrzyma się, po wstawieniu $(1 + \zeta_1) = (1 + \zeta)\sqrt{2}$

8. $$\text{tang}\, \tau_b = \frac{\sqrt{2 - (1 + \zeta)^2}}{1 + \zeta}$$

jako najmniejszą wartość dla układu B; jest ona znacznie mniejszą niż w układzie A.

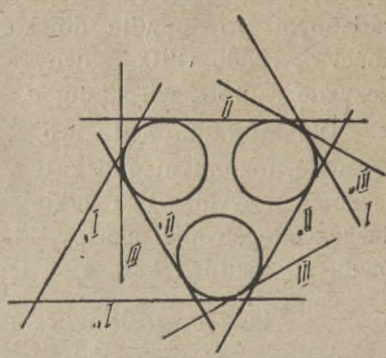
Z powyższego wynika, że wielkość kąta rozdzielczego zależy od rodzaju układu i od ζ.

§ 5. *Skarpa zespołu. Kierunki.* Na równowagę skarpy wpływa: 1. rodzaj układu; 2. moduł gęstości ζ; 3. kierunek stopy skarpy względem układu. Rozpatrzmy na razie ten ostatni wpływ.

Układ A. Jeżeli się przypatrzymy trzem kulom, stanowiącym podporę górnej kuli w układzie A, to zobaczymy na ryc. 4. trzy charakterystyczne położenia stopy skarpy, stycznie do kul poprowadzone, które nazwiemy kierunkami. Prostopadle do trzech osi symetrji, poprowadzonych przez środki kul, przebiega kierunek AI, AI' i AI"; stycznie do dwóch kul kierunki

AII, AII' i AII"; nareszcie kierunek AIII (AIII', AIII") stoi prostopadle do linij łączących środki dwóch kul. Na ryc. 1. spada kierunek stopy skarpy AI z prostą AC po lewej, AII z BD po prawej stronie rzutu układu, zaś na ryc. 2. AIII z prostą EF. Takie same kierunki posiadają proste tworzące z poprzedniemi kąt 120°.

Układ B. Na ryc. 3. spada kierunek BI z prostą JK lub KM, zależnie od tego, czy podparcie kul następuje według prostej prostopadłej do JK lub do KM. Kierunek BII podług LP lub JN.



Ryc. 4.

Możnaby jeszcze odróżnić kierunki JK lub JL, jeżeli podparcie kul w równoległej do tych prostych następuje. Wtedy wytwarzają się jednakże wzdłuż skarpy pionowe odosobnione rzędy, niemożliwe do utrzymania stanu równowagi, dlatego tych kierunków nie uwzględnimy.

§ 6. *Stroma skarpa. Kąt stromości σ.* Gdy na ryc. 1. prostopadle do kierunku AI stopy skarpy wykonamy przekrój I II, to się ukażą ukośne rzędy jak A' A", nachylone pod jednakowym kątem. Jeżeli usuniemy kule nad taką warstwą się znajdujące, to powstanie podług A' A" nachylona skarpa, która utrzyma się w równowadze. Każda na powierzchni tej skarpy położona kula, jak Q, Q', przenosi jedną podług kąta τ nachyloną składową swego ciężaru ku A', zatem wszystkie na powierzchni skarpy leżące kule są pod ciśnieniem, stale ku dołowi wzrastającem.

Taką skarpę nazwiemy s t r o m ą a jej kąt nachylenia do poziomu k ą t e m s t r o m o ś c i, oznaczonym stale literą σ. Dla kierunku AI jest $\sigma_1 = \tau_a$. Dwie pozostałe składowe ciężaru kuli Q, Q'_1 jakoteż każdej kuli na stromej skarpie położonej, przebiegają w wnętrze zespołu.

Dla kierunku AII (ryc. 1.) okażą się dwa względem tego kierunku symetrycznie ułożone, w rzucie poziomym pod kątem 30° nachylone rzędy GH i GJ w rzucie poziomym, a G'H' w rzucie tłowym, zresztą takie same rzędy jak A'A"; w ich kierunkach leżą składowe ciężaru kul. Ponieważ te rzędy są również nachylone pod kątem rozdzielczym τ_a, to w przekroju II I, poprowadzonym prostopadle do kierunku AII, występuje kąt stromości σ_2 rzędu G'H', równy rzutowi kąta τ_a na pionową płaszczyznę rzutów, więc tang σ_2 = tang τ_a sec 60^0 = 2 tang τ_a.

Dla kierunku AIII (ryc. 2.) okazują się rzędy, nachylone w rzucie poziomym pod kątem 60^0 do stopy skarpy, jak E'E" w rzucie tłowym. Dwa takie rzędy, jak a b i e f wyznaczają płaszczyznę stromej skarpy, której nachylenie w przekroju E'E" równa się rzutowi kąta τ_a, więc

$$\text{tang } \sigma_3 = \text{tang } \tau_a \text{ sec } 30^0 = \frac{2 \text{ tang } \tau_a}{\sqrt{3}}$$

Stosunek tang σ_1 : tang σ_2 : tang σ_3 = 1 : 2 : $(2 : \sqrt{3})$.

Dla układu B i kierunku I jest $\sigma_1 = \tau_b$. Dla kierunku BII jest σ_2 rzutem kąta τ_b. A gdy podparcie następuje na czterech kulach, to tang σ_2 = tang $\tau_b \sqrt{2}$.

Jeżeli za tang τ wstawi się wartości z wz. 6. i 8., to się otrzyma następujące wzory:

Układ A:

$$9. \quad \begin{cases} \text{Kierunek I, I' lub I" : tang } \sigma_1 = \dfrac{\sqrt{3-(1+\zeta)^2}}{1+\zeta} \\ \quad\text{„} \quad \text{II, II' lub II" : tang } \sigma_2 = \dfrac{2\sqrt{3-(1+\zeta)^2}}{1+\zeta} \\ \quad\text{„} \quad \text{III, III' lub III" : tang } \sigma_3 = \dfrac{2\sqrt{3-(1+\zeta)^2}}{(1+\zeta)\sqrt{3}} \end{cases}$$

Układ B:

$$10. \quad \begin{cases} \text{Kierunek I, I' : tang } \sigma_1 = \dfrac{\sqrt{4-(1+\zeta_1)^2}}{1+\zeta_1} \\ \text{Układ symetryczny:} \\ \text{Kierunek II, II' : tang } \sigma_2 = \dfrac{\sqrt{2}\sqrt{2-(1+\zeta)^2}}{1+\zeta} \end{cases}$$

Dla układu A obrachowane wartości, są zestawione w III. tabeli.

Skarpa nachylona pod kątem stromości znajduje się teoretycznie w stanie stałej równowagi. Jednakże ukośne na jej powierzchni położone rzędy, znajdują się, jak widzieliśmy, pod ciśnieniem stale ku dołowi wzrastającem, zaczem niedokładny kształt kulisty, lub choćby drobny wpływ zewnętrzny mogą t równowagę zniweczyć. Skarpa stromości znajduje się zatem na granicy równowagi, więc nie może być skarpą stałej równowagi, ma jednak dla zespołu inne bardzo ważne znaczenie.

§ 7. *Skarpa równowagi. Kąt* σ_0. Skarpą równowagi nazwiemy skarpę nachyloną pod największym kątem, pod którym jej zupełna równowaga jest zapewniona. Gdy, jak poprzednio wykazano, stroma skarpa dlatego nie jest stałą, że kule na jej powierzchni znajdują się pod ciśnieniem, to tylko wtedy uzyska się zupełnie stałą skarpę, jeżeli na niej ułożone kule nie będą podlegać żadnemu ciśnieniu, a przytem układ kul będzie taki, żeby trzeba użycia siły zewnętrznej dla naruszenia ich równowagi.

Dla każdego układu, a w nim dla każdego kierunku można taką skarpę wyznaczyć. Ona jest ułożona w stopniach. Jej kąt nachylenia nazwiemy kątem równowagi i oznaczymy literą σ_0. Na ryc. 1. i 2 jest ta skarpa uwydatniona kreskowanemi kulami. Kropkowane wyciągnięte kule na ryc. 1. nie znajdują się w przekroju. Kule skarpy nie doznają żadnego obciążenia, a tylko z wysiłkiem można je ruszyć z miejsca.

Podług rycin wyznaczy się dla kąta σ_0 następujące wartości:

$$11.\quad \left\{\begin{array}{l} \mathrm{AI}: \operatorname{tang}\sigma_0 = 0{\cdot}4 \operatorname{tang}\sigma_1 = \dfrac{0{\cdot}4\sqrt{3-(1+\zeta)^2}}{1+\zeta} \\[2ex] \mathrm{AII}: \operatorname{tang}\sigma_0 = 0{\cdot}25 \operatorname{tang}\sigma_2 = \dfrac{\sqrt{3-(1+\zeta)^2}}{2(1+\zeta)} \\[2ex] \mathrm{AIII}: \operatorname{tang}\sigma_0 = 0{\cdot}5 \operatorname{tang}\sigma_3 = \dfrac{\sqrt{3-(1+\zeta)^2}}{(1+\zeta)\sqrt{3}} \end{array}\right.$$

Stosunek jak 1 : 1·25 : 1·45.

Obrachowane wartości okazuje III. tabela.

Dla BI:

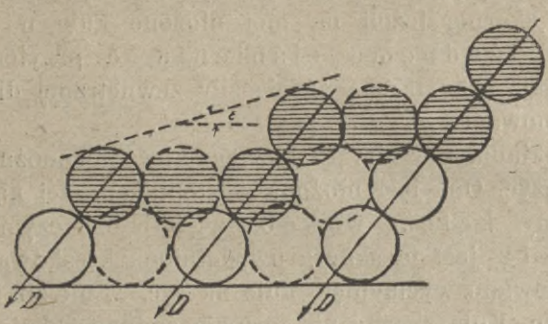
$$11.\,a. \qquad \operatorname{tang}\sigma_0 = \tfrac{1}{3}\operatorname{tang}\sigma_1 = \frac{\sqrt{4-(1+\zeta_1)^2}}{3(1+\zeta_1)}$$

Gdy w wzór 11. wstawi się za ζ powyżej ustanowione wartości dla luźno sypanego i dla zgęszczonego zespołu, to się otrzyma:

dla $\zeta = 0{\cdot}05 : \sigma_0 = 27^\circ 40'$ do $37^\circ 8'$, średnio $32^\circ 24'$
dla $\zeta = 0{\cdot}15 : \sigma_0 = 24^\circ 15'$ do $33^\circ 2'$, średnio $28^\circ 30'$.

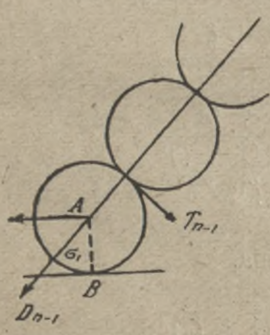
W rzeczywistości może kąt σ_0 otrzymać większą wartość, gdyż dla każdego kąta między tą wartością a kątem stromości jest równowaga możebna, lecz mniej pewna. Tym stromszym skarpom będzie równowaga zapewniona, skoro na powierzchnię skarpy będzie wywarty choćby nie wielki nacisk.

Z powyższego wynika, że na równowagę skarpy wpływa jedynie w z a j e m n y u k ł a d k u l, natomiast jest ona o d k ą t a t a r c i a m a t e r j a ł u k u l z u p e ł n i e n i e z a l e ż n a.



Ryc. 5.

Należy jeszcze zauważyć, że od każdej narożnej kuli stopnia skarpy przebiega jedna składowa (lub dwie przy układzie AII) jej ciężaru aż do podstawy, gdyż brakuje sąsiedniej kuli, której składowa mogłaby dać z nią wypadkowę pionową. Na ryc. 5. jest ta składowa D dla układu AI uwidoczniona.



Ryc. 6.

§ 8. *Równowaga zeskarpowanego zespołu na jego podstawie.* Przystępujemy do zbadania warunków, pod jakimi może istnieć równowaga zeskarpowanego zespołu na podstawie, na której spoczywa. Rozpatrzymy naprzód skarpę stromą.

Na ryc. 6. przedstawiono dolną część stromej skarpy dla układu AI. Jeżeli zespół posiada n poziomych warstw, to na dolną kulę jest wywarte ciśnienie składowych n—1 ciężarów K kul. Kąt stromości σ_1 dla tego układu równa się kątowi rozdzielczemu τ, zaś suma składowych

$$D_{n-1} = \frac{(n-1)K}{3 \sin \sigma_1}$$

Równowaga dolnej kuli może być naruszona albo przez stoczenie się, albo przez przesunięcie.

Stoczenie. Siła D_{n-1} działająca w A wywiera około punktu B moment stoczenia $D_{n-1} \frac{d}{2} \cos \sigma_1$. Temu momentowi przeciwstawia się moment tarcia T_{n-1}. Jeżeli r oznacza spółczynnik tarcia materjału kul, to $T_{n-1} = r D_{n-1}$, zaś ramię momentu tarcia względem B równa się $\frac{d}{2} (1 + \sin \sigma_1)$. Zatem równanie równowagi:

$$D_{n-1} \frac{d}{2} \cos \sigma_1 \overline{\overline{<}} D_{n-1} \frac{d}{2} r (1 + \sin \sigma_1)$$

z którego wynika:

$$12. \quad r \overline{\overline{>}} \frac{\cos \sigma_1}{1 + \sin \sigma_1} = \frac{1 + \zeta}{\sqrt{3} + \sqrt{3 - (1 + \zeta)^2}} \quad \text{(podług wz. 9.)}$$

jako najmniejsza wartość potrzebna dla utrzymania równowagi. Ona jest od ilości warstw niezależna.

Otrzymuje się dla

$$12\,a. \quad \begin{cases} \zeta = 0{\cdot}05 \quad 0{\cdot}10 \quad 0{\cdot}15 \\ r \overline{\overline{>}} 0{\cdot}338 \quad 0{\cdot}358 \quad 0{\cdot}380 \end{cases}$$

Przesunięcie. Jeżeli ciśnienie D_{n-1} w punkcie środka dolnej kuli rozłożymy na pionową i poziomą składową, to pierwsza równa się $\frac{(n-1)K}{3}$, zaś druga równa $\frac{(n-1)K}{3} \text{cotang}\, \sigma_1$ jest siłą, która stara się kulę przesunąć. Jej opiera się pozioma składowa tarcia T_{n-1}, równa $D_{n-1} r \sin \sigma_1 = \frac{(n-1)K}{3} r$ i tarcie na podstawie, pochodzące z powyższej pionowej składowej, zwiększonej o ciężar dolnej kuli. Oznaczmy literą r_1 spółczynnik tarcia między kulą a podstawą, to istnieje warunek:

$$\frac{(n-1)K}{3} \text{cotang}\, \sigma_1 \overline{\overline{<}} \frac{(n-1)Kr}{3} + \left[\frac{(n-1)K}{3} + K\right] r_1, \text{ lub}$$

$$13. \quad r + \frac{n+2}{n-1} r_1 \overline{\overline{>}} \text{cotang}\, \sigma_1$$

Podług tego wzoru otrzyma się przeciw przesunięciu:

$$13\,a. \quad \begin{cases} \text{dla } \zeta = \quad 0{\cdot}05 \quad 0{\cdot}10 \quad 0{\cdot}15 \\ r + \frac{n+2}{n-1} r_1 \overline{\overline{>}} \quad 0{\cdot}762 \quad 0{\cdot}822 \quad 0{\cdot}888 \end{cases}$$

Wzór 13. pokazuje, że równowaga nawet dla $r_1 = o$, to znaczy na zupełnie gładkiej podstawie istnieć może, jeżeli spółczynnik tarcia r kul otrzyma odpowiednio wysokie wartości z wz. 13 a. Natomiast r nie może otrzymać wartości mniejszych, niż wynikają z wz. 12. Jeżeli wartości liczebne wz. 12 a. odejmiemy od wartości wz. 13 a., to przy tych najmniejszych wartościach dla r musi wyraz $\frac{n+2}{n-1} r_1$ otrzymać większe wartości niż

13 b.	dla $\zeta =$	0·05	0·10	0·15
	$\frac{n+2}{n-1} r_1 >$	0·424	0·464	0·508

Jeżeli są tylko dwie warstwy kul ($n = 2$), to dla r_1 wystarczy czwarta część tych wartości; jeżeli zaś n jest wielkie, to wyraz $\frac{n+2}{n-1}$ zbliża się do jedności, a wtedy r_1 otrzyma wartości wykazane wz. 13 b. Gdy r jest większe i wynosi np. dla kwarcu 0·6, wtedy r_1 otrzymuje małe wartości między 0·162 a 0·288.

Powyższe badanie odnosiło się do stromej skarpy. Dla skarpy równowagi (σ_0) wchodzi w grę nacisk tylko jednej kuli (ryc. 5.), to znaczy $n = 2$, więc bardzo korzystne. Przeciw stoczeniu pozostaje wz. 12.

Dla kierunków AII i AIII jest σ większe, zatem stosunki korzystniejsze niż dla AI.

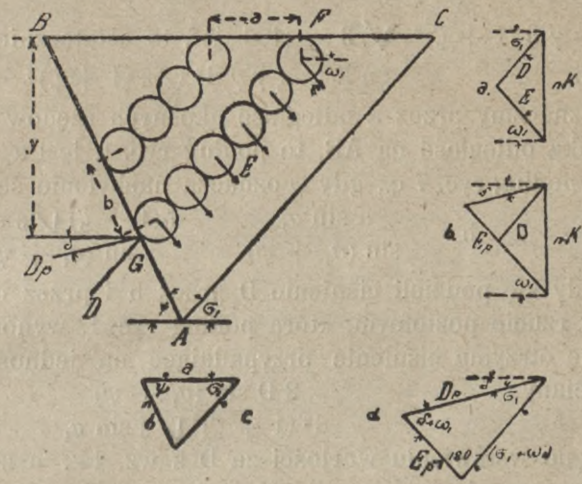
Dla układu B otrzymuje się większe wartości dla r i r_1, lecz ten układ w dolnych warstwach nie może powstać.

Jeżeli podstawa jest o p% na zewnątrz pochylona, to powyżej otrzymane wartości o około p% się zwiększą.

§ 9. *Ciśnienie zespołu kul na ścianę dowolnie nachyloną, przy poziomem odgraniczeniu powierzchni.* Różne układy i różne kierunki, jakie wprowadzono do poprzednich badań, wchodzą także w grę przy wyznaczeniu ciśnienia zespołu na ścianę. Na razie przyjmujemy poziome odgraniczenie powierzchni.

Widzieliśmy, że ciężar każdej kuli rozkłada się na dolne kule podpierające za pomocą składowych nachylonych pod kątem rozdzielczym τ. Te składowe zwiększają się stosownie do ilości warstw. Przeto powstają w kierunku składowych ukośne rzędy kul. W nieograniczonym zespole takie ukośne rzędy nie uwydatnią się, gdyż składowe działające na kulę składają się na pionowe ciśnienie (§ 4.). Jeżeli jednak część zespołu oddzieli się za pomocą ściany, to odpadają kule, które przyjmowały ciśnienie ukośnych rzędów, wtedy to ciśnienie przenosi się na ścianę. Ono jest proporcjonalne do ilości warstw składających się na rząd, zresztą zależne od układu i od wartości ζ. Opór ściany zależy oprócz tego od jego nachylenia do ściany.

Układ A, kierunek I. Ukośny, pod kątem stromości σ_1 nachylony rząd przekroju I II na ryc. 1. jest przedstawiony na FG ryc. 7. Gdy tu jest $\sigma_1 = \tau$, to w ten rząd wpada składowa ciężaru kul. Dalsze dwie składowe każdej kuli rzędu przebiegają aż do stromej płaszczyzny AC. Na każdą kulę tej płaszczyzny działają one parami, symetrycznie względem płaszczyzny pzekroju ułożonemi; one się łączą w wypadkowę (rzut poziomy ryc. 1. koło B), którą nazwiemy p r z e c i w s k ł a d o w ą i oznaczymy literą ω_1 jej nachylenie do poziomu. Z wyznaczenia kąta σ_2 w § 6. wynika, że $\sigma_2 = \omega_1$, że zatem tang $\omega_1 = 2$ tang τ_a.



Ryc. 7.

Jeżeli na wysokość y ściany przypada n warstw, to należy n ciężarów K kul na składowe rozłożyć. Składowa ma wartość $\frac{n\,K}{3 \sin \tau_a}$, a ponieważ $\sigma_1 = \tau_a$, to i D posiada tę samą wartość. Sumę wszystkich rzędowi FG przynależnych przeciwskładowych oznaczmy literą E. Ciężar n K należy na D i E rozłożyć. Z trójkąta sił a. na ryc. 7. wynika:

$$14.\quad D = n\,K \frac{\cos \omega_1}{\sin(\sigma_1 + \omega_1)},\ E = n\,K \frac{\cos \sigma_1}{\sin(\sigma_1 + \omega_1)} = D \frac{\cos \sigma_1}{\cos \omega_1}$$

Inne wyrażenie dla tych ilości można uzyskać z warunku, że D podług $\frac{1}{3}$ n K, zaś E podług $\frac{2}{3}$ n K się obrachowuje:

$$14\text{ a.}\quad D = \frac{n\,K}{3 \sin \sigma_1},\quad E = \frac{2\,n\,K}{3 \sin \omega_1}$$

Porównanie tych dwóch wzorów doprowadza do wyniku powyżej podanego, że tang $\omega_1 = 2$ tang σ_1. Suma ciężarów kul

$n K = \frac{n d^3 \pi \gamma_0}{6} = n d \frac{d^2 \pi \gamma_0}{6}$. Z wz. 1. wynika, że $d = \frac{h\sqrt{3}}{\sqrt{3-(1+\zeta)^2}}$, a gdy $nh = y$, zaś podług wz. 2. $\pi \gamma_0 = \gamma\, 3\,(1+\zeta)^2 \sqrt{3-(1+\zeta)^2}$, to ostatecznie

15. $$n K = \tfrac{1}{2}\, y\, \gamma\, d^2 \sqrt{3}\,(1+\zeta)^2$$

Oznaczmy przez a odległość ukośnych rzędów na BC, przez b taką odległość na AB, to podług ryc. 1. jest $a = d\,(1+\zeta)\sqrt{3}$, a podług ryc. 7 c., gdy ψ oznacza nachylenie ściany do poziomu

$$b = \frac{a \sin \sigma_1}{\sin(\sigma_1 + \psi)} = \frac{d\,(1+\zeta)\sqrt{3}\sin\sigma_1}{\sin(\sigma_1+\psi)}$$

Gdy się podzieli ciśnienie D przez b i przez odległość rzędów w rzucie poziomym, która podług ryc. 1. wynosi $\frac{1}{2}\, d\,(1+\zeta)$, to się otrzyma ciśnienie przypadające na jednostkę kwadratową ściany:

$$\frac{2 D \sin(\sigma_1+\psi)}{d^2 (1+\zeta)^2 \sqrt{3} \sin\sigma_1}$$

a po wstawieniu wartości za D z wz. 14., a za n K z wz. 15. otrzyma się

16. $$y\gamma \frac{\cos\omega_1 \sin(\sigma_1+\psi)}{\sin\sigma_1 \sin(\sigma_1+\omega_1)}$$

Pomnóżmy ten wyraz przez element długości ściany, t. j. przez $\frac{dy}{\sin\psi}$ i zcałkujmy w granicach od zera do całkowitej wysokości ściany H, to otrzymamy całkowite ciśnienie ΣD na jednostkę wgłąb ściany, które nazwiemy X:

17. $$X = \frac{H^2 \gamma}{2} \cdot \frac{\cos\omega_1 \sin(\sigma_1+\psi)}{\sin\sigma_1 \sin(\sigma_1+\omega_1)\sin\psi}$$

Podług wz. 14. jest $\Sigma E = \Sigma D \frac{\cos\sigma_1}{\cos\omega_1}$. Oznaczmy tę sumę na jednostkę ściany wgłąb literą Y, to

17 a. $$Y = X \frac{\cos\sigma_1}{\cos\omega_1}$$

Dolna kula rzędu FG, przylegająca do ściany, postradała przez włączenie ściany podparcie trzecią kulą. To podparcie uskutecznia ściana siłą D_p, działającą w tym punkcie, w którym dolna kula dotyka ściany i pod tem nachyleniem δ do poziomu, które odpowiada elementowi ściany podpierającemu kulę (ob. § 14). Druga podpierająca siła E_p pochodzi od dwóch pozostałych podpierających kul, więc jest podobnie jak siła E nachylona pod kątem ω_1 (rys. 7 b.). Siły D_p i E_p są składowemi ciśnienia D, więc podług trójkąta sił d na rys. 7. jest

$$18. \quad D_p = D \frac{\sin(\sigma_1 + \omega_1)}{\sin(\omega_1 + \delta)}, \quad E_p = D \frac{\sin(\sigma_1 - \delta)}{\sin(\omega_1 + \delta)}$$

Gdy się podstawi ΣD zamiast D, to się otrzyma ΣD_p i ΣE_p, które oznaczymy literami P i Y_p, wtedy

$$19. \quad P = X \frac{\sin(\sigma_1 + \omega_1)}{\sin(\omega_1 + \delta)}, \quad Y_p = X \frac{\sin(\sigma_1 - \delta)}{\sin(\omega_1 + \delta)}$$

gdy X podług wz. 17. P jest szukanem parciem na ścianę, zaś Y_p przezeń wywołanem ciśnieniem dodatkowem, obie rozumiane na jednostkę ściany wgłąb. Można zauważyć, że Y_p zrówna się z zerem, lub nawet będzie ujemne, skoro nastąpi $\delta \geqq \sigma_1$ dla małych wartości kąta ψ.

Układ A II. W przekroju II ryc. 1. jest D pod σ_2 E pod ω_2 nachylone, przytem $\omega_2 = \sigma_1$ a $\sigma_2 = \omega_1$. Zresztą przeprowadzenie w celu uzyskania wzorów jest takie same, tak że wzory 17. i 19. znajdą zastosowanie, gdy się wstawi σ_2 i $\tilde{\omega}_2$ zamiast σ_1 i ω_1.

Układ A III. W § 6. wykazano, że na kule na ryc. 2., przytykające do EF, przenoszą się ukośne ciśnienia w kierunku b a. Ukośne, pod tym samym kątem τ nachylone ciśnienia istnieją także wzdłuż EF. Na pionową ścianę rzędy EF nie wywierają ciśnienia, bo one są ułożone równolegle do ściany. Natomiast na pochylonej ścianie nie mają bocznego oparcia, nie mogą przeto utrzymać się w równowadze. Zatem przy usypywaniu zespołu układ AIII nie może się wytworzyć. Dla jedynego możliwego przypadku ściany pionowej, parcie na ścianę otrzymuje wartość pośrednią między parciem dla AI i AII, zaczem jest także bez znaczenia.

Układ B I. Ściana wzdłuż IL (ryc. 3.), a podparcie kul następuje w rzędach do niej prostopadłych. Przekrój wykazuje ukośne, pod kątem stromości nachylone rzędy. Kąt ω równy kątowi σ. Zresztą wzory 17. i 19. mają i tu zastosowanie. Ponieważ kąty σ i ω są małe, to parcie P i ciśnienie Y_p będzie większe jak w układzie A. Dla układu symetrycznego są te ilości znacznie mniejsze, jednakże ten układ nie wchodzi w grę, z powodu swojej wyjątkowości.

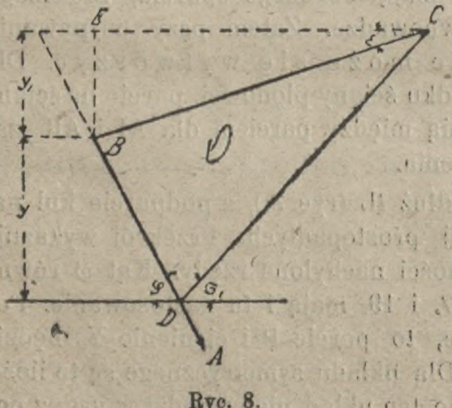
Układ B II. Ściana wzdłuż LP. Tu także istnieją ukośne ciśnienia wzdłuż ściany, więc utworzenie takiego układu jest z tych samych przyczyn niemożliwe, co przy układzie AIII.

Z powyższego przedstawienia wynika, że dla wyznaczenia parcia na ścianę tylko układy AI, AII i BI są ważne, następnie, że dla każdego z tych układów i kierunków inne wartości dla kąta ω wynikają, mianowicie

$$
20.\quad \begin{cases}
\text{dla A, I, I}', \text{I}'': \operatorname{tang} \omega_1 = 2 \operatorname{tang} \tau_a = \dfrac{2\sqrt{3-(1+\zeta)^2}}{1+\zeta} \\[2ex]
\text{dla A, II, II}', \text{II}'': \operatorname{tang} \omega_2 = \operatorname{tang} \tau_a = \dfrac{\sqrt{3-(1+\zeta)^2}}{1+\zeta} \\[2ex]
\text{dla B, I, I}': \quad \operatorname{tang} \omega_1 = \operatorname{tang} \tau_b = \dfrac{\sqrt{4-(1+\zeta_1)^2}}{1+\zeta_1}
\end{cases}
$$

Dalej okazuje się, że dla wszystkich trzech przypadków są ważne wzory 17. i 19. w następującej ogólnej postaci:

$$
21.\quad \begin{cases}
X = \dfrac{H^2 \gamma}{2} \cdot \dfrac{\cos \omega \sin(\sigma + \psi)}{\sin \sigma \sin(\sigma + \omega) \sin \psi}, \quad Y = X \dfrac{\cos \sigma}{\cos \omega} \\[2ex]
Y_p = X \dfrac{\sin(\sigma - \delta)}{\sin(\omega + \delta)} \\[2ex]
P = X \dfrac{\sin(\sigma + \omega)}{\sin(\omega + \delta)} = p\, H^2 \gamma, \\[2ex]
\text{gdy } p = \dfrac{\cos \omega \sin(\sigma + \psi)}{2 \sin \sigma \sin(\omega + \delta) \sin \psi}
\end{cases}
$$



Ryc. 8.

Za σ i ω należy w te wzory wstawić wartości każdemu układowi przynależne podług wzorów 9., 10. i 20., lub też wyjąć z III. tabeli.

Zaznaczyć wypada, że wszystkie ilości w wz. 21. są od spółczynnika tarcia niezależne.

§ 10. ***Parcie na dowolnie pochyłą ścianę, gdy powierzchnia zespołu jest pod kątem ε pochyloną płaszczyzną.*** Nachylona powierzchnia zespołu wykazuje stopnie, więc parcie musi przy zmianie stopnia doznać skoku. Czem mniejsza średnica kul, tem mniej linia stopniowana różni się od prostej. W dalszym ciągu wprowadzimy jako odgraniczenie powierzchni w przekroju zawsze prostą linię.

Ryc. 8. okazuje, że dla wysokości y ściany ciśnienie odnośnego ukośnego rzędu DC jest tak wielkie, jakie odpowiada wysokości ściany $y + y_1$. Otóż jest $CE = y_1 \operatorname{cotg} \varepsilon = y \operatorname{cotg} \psi + (y + y_1) \operatorname{cotg} \sigma$; stąd

$$y_1 = y \frac{\operatorname{cotg} \psi + \operatorname{cotg} \sigma}{\operatorname{cotg} \varepsilon - \operatorname{cotg} \sigma}, \text{ zaś}$$

22. $$y + y_1 = y \frac{\operatorname{cotg} \psi + \operatorname{cotg} \varepsilon}{\operatorname{cotg} \varepsilon - \operatorname{cotg} \sigma} = y \frac{\sin \sigma \sin (\psi + \varepsilon)}{\sin \psi \sin (\sigma - \varepsilon)} = y\,[\varepsilon]$$

Tę wartość należy zamiast y wstawić w wz. 15., czyli n K należy symbolem $[\varepsilon]$ pomnożyć. Gdy podług n K tak D jak X się obrachowuje, to X z wz. 21. przedstawi się jak następuje:

23. $$X = \frac{H^2 \gamma}{2} \cdot \frac{\cos \omega \sin (\psi + \sigma) \sin (\psi + \varepsilon)}{\sin^2 \psi \sin (\omega + \sigma) \sin (\sigma - \varepsilon)}$$

Tę nową wartość należy wstawić w wz. 21., albo też wszystkie ilości tego wzoru, obrachowane dla powierzchni poziomej, pomnożyć symbolem $[\varepsilon]$.

W szczególnym przypadku, gdy powierzchnia zespołu jest nachylona pod kątem równowagi skarpy $\pm \sigma_0$, otrzymuje $[\varepsilon]$ następujące proste wartości:

24.

		$\varepsilon =$	$+\sigma_0$	$-\sigma_0$
dla	AI : $[\varepsilon]$	$=$	$\frac{5}{3}$ (+ 67%)	$\frac{5}{7}$ (— 29%)
„	AII : „	$=$	$\frac{4}{3}$ (+ 33%)	$\frac{4}{5}$ (— 20%)
„	BI : „	$=$	$\frac{3}{2}$ (+ 50%)	$\frac{3}{4}$ (— 25%)

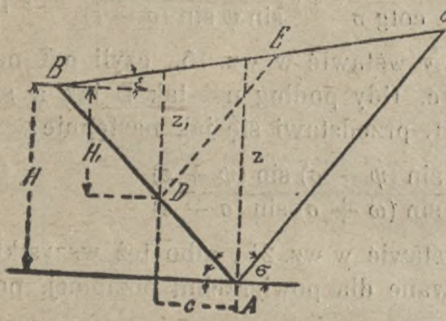
W nawiasach jest zaznaczone zwiększenie lub zmniejszenie ciśnienia przy poziomej powierzchni.

§ 11. *Szczególne przypadki. Parcie gdy kąt ψ jest mały.* Gdy $\psi = 180 - \sigma$, to podług wz. 23. jest $X = o$, więc i $P = o$. to znaczy, że jeżeli ściana jest ku wnętrzu pod kątem stromości σ nachylona, wtedy parcie równe zeru, co jest oczywiste, bo płaszczyzna stroma stanowi granicę równowagi zespołu.

Dla szczególnego przypadku, gdy ściana jest pionowa ($\psi = 90^0$), uproszczą się wzory. Podług wz. 23. i 21.:

$$
25.\quad \left\{
\begin{aligned}
&X = H^2 \gamma \frac{\cos \omega \cos \sigma \cos \varepsilon}{2 \sin (\omega + \sigma) \sin (\sigma - \varepsilon)} \\
&P = H^2 \gamma \frac{\cos \omega \cos \sigma \cos \varepsilon}{2 \sin (\omega + \delta) \sin (\sigma - \varepsilon)} \\
&\text{a gdy } \varepsilon = o: \\
&P = H^2 \gamma \frac{\cos \omega \operatorname{cotg} \sigma}{2 \sin (\omega + \delta)}
\end{aligned}
\right.
$$

Trzeci szczególny przypadek, gdy ψ otrzyma małe wartości, wymaga bliższego rozpatrzenia. Tu powstaje długa ściana; dla $\psi = o$ są długość ściany i parcie nieskończenie wielkie. W zastosowaniu praktycznem rozchodzi się o wyznaczenie parcia tylko na element ściany (ryc. 9). Niech AD będzie tym elementem, odgraniczonym pionowemi z i z_1, o szerokości poziomej c. Ciśnienie X przypadające na element AD otrzyma się, gdy w wz 23. wstawi się $H^2 - H_1^2$ zamiast H^2. Otóż jest



Ryc. 9.

$$z = H (1 + \operatorname{cotg} \psi \operatorname{tang} \varepsilon) = H \frac{\sin (\psi + \varepsilon)}{\sin \psi \cos \varepsilon}$$

a stąd:

$$\frac{H}{\sin \psi} = \frac{z \cos \varepsilon}{\sin (\psi + \varepsilon)}, \text{ więc } \frac{H^2 - H_1^2}{\sin^2 \psi} = \frac{(z^2 - z_1^2) \cos^2 \varepsilon}{\sin^2 (\psi + \varepsilon)}$$

Następnie jest $z - z_1 = c\,(\operatorname{tang} \psi + \operatorname{tang} \varepsilon) = c \dfrac{\sin (\psi + \varepsilon)}{\cos \psi \cos \varepsilon}$

Z górnego wyrazu jest $z^2 - z_1^2 = (z + z_1)(z - z_1)$, a gdy za $z - z_1$ wstawimy powyższą wartość, to będzie

$$\frac{H^2 - H_1^2}{\sin^2 \psi} = \frac{c\,(z + z_1) \cos \varepsilon}{\cos \psi \sin (\psi + \varepsilon)}$$

a ostatecznie podług wz. 23.

$$26.\qquad X = \frac{c\,(z + z_1)\,\gamma}{2} \cdot \frac{\cos \omega \sin (\psi + \sigma) \cos \varepsilon}{\cos \psi \sin (\omega + \sigma) \sin (\sigma - \varepsilon)}$$

Tą wartością obliczy się reszta ilości wz. 21. W szczególności otrzyma się

$$P = \frac{c\,(z + z_1)\,\gamma}{2} \cdot \frac{\cos\omega \sin(\psi + \sigma) \cos\varepsilon}{\cos\psi \sin(\omega + \delta) \sin(\sigma - \varepsilon)}$$

a dla przypadku $\psi = \varepsilon = o$, a $\delta = 90^0$ jest $P = \frac{1}{2}\,c\,(z + z_1)\,\gamma$, tak jak być powinno.

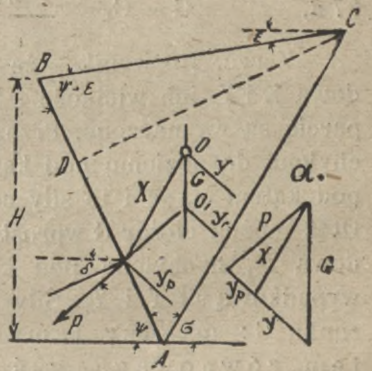
Pionowy odstęp s punktu przyłożenia parcia od dolnej krawędzi ściany wynosi

26 a. $$s = \frac{H^2 + HH_1 - 2\,H_1^2}{3\,(H + H_1)}$$

a gdy H i H_1 zastąpi się ilościami z i z_1:

26 b. $$s = \frac{z^2 + zz_1 - 2\,z_1^2}{3\,(z + z_1)} \cdot \frac{\sin\psi \cos\varepsilon}{\sin(\psi + \varepsilon)}$$

§ 12. *Odmienne pojęcie parcia na ścianę. Równowaga sił. Parcie w spokoju.* Ciśnienie D i E przynależne do ukośnego rzędu kul, są składowemi całkowitego ciężaru kul tego rzędu, zatem sumy X i Y składowych wszystkich rzędów, zawartych między ścianą AB, stromą płaszczyzną AC i powierzchnią zespołu BC (ryc. 10.), są zarazem składowemi całego ciężaru kul, zawartego między temi płaszczyznami, na jednostkę głębokości ściany. W tem pojęciu jest ABC płaszczyzną odłamu. Jeżeliby więc ciężar G pryzmatu odłamu rozłożyło się na takie same składowe X i Y, to one powinne otrzymać te same wartości, jakieśmy przedtem wyznaczyli.



Ryc. 10.

Gdy poprowadzimy CD prostopadle do AB (ryc. 10.), to powierzchnia $ABC = \frac{1}{2}\,\overline{AB}.\overline{CD}$; $\overline{AB} = \frac{H}{\sin\psi}$; $\overline{BC} = \frac{H \sin(\sigma + \psi)}{\sin\psi \sin(\sigma - \varepsilon)}$

$$\overline{CD} = \overline{BC} \sin(\psi + \varepsilon) = H \frac{\sin(\sigma + \psi) \sin(\psi + \varepsilon)}{\sin\psi \sin(\sigma - \varepsilon)},\text{ zatem}$$

27. $$G = H^2\,\gamma \frac{\sin(\sigma + \psi) \sin(\psi + \varepsilon)}{2 \sin^2\psi \sin(\sigma - \varepsilon)} = g\,H^2\,\gamma$$

Składowe X i Y ciężaru G podług trójkąta sił a. na ryc. 10.:

28 a. $$X = G \frac{\cos \omega}{\sin(\omega + \sigma)}, \quad Y = G \frac{\cos \sigma}{\sin(\omega + \sigma)}$$

a przez rozkład siły X na P i Y_p otrzyma się

28 b. $$\left\{ \begin{aligned} P &= X \frac{\sin(\omega + \sigma)}{\sin(\omega + \delta)} = G \frac{\cos \omega}{\sin(\omega + \delta)} \\ p &= g \frac{\cos \omega}{\sin(\omega + \delta)} \\ Y_p &= X \frac{\sin(\sigma - \delta)}{\sin(\omega + \delta)} = G \frac{\cos \omega \sin(\sigma - \delta)}{\sin(\omega + \sigma) \sin(\omega + \delta)} \end{aligned} \right.$$

Jeżeli w wzory 28 a. i b. wstawi się za G wartość z wz. 27., to się otrzyma te same wartości co w wzorze 23. względnie 21.

Dla przypadku przedstawionego na ryc. 9. należy za G wprowadzić różnicę $G - G_1$, jeżeli G_1 oznacza ciężar pryzmatu BDE. Ta różnica zawiera podług wz. 27. ilość $\frac{H^2 - H_1{}^2}{\sin^2 \psi}$ wyrażoną już poprzednio, zaczem

27 a. $$G - G_1 = \frac{c(z + z_1)\gamma}{2} \cdot \frac{\cos \varepsilon \sin(\sigma + \psi)}{\cos \psi \sin(\sigma - \varepsilon)}$$

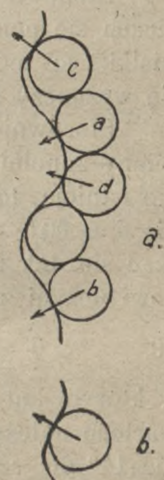
Z ryc. 10. wynika, że przez rozkład ciężaru G na składowe X i Y, ich wielkość i kierunek, jakoteż punkt przyłożenia parcia są wyznaczone. Przez rozkład siły X na składową P, nachyloną do poziomu pod kątem δ i na składową Y_p, nachyloną pod kątem ω, są i te siły co do wielkości i położenia ustalone. Otóż można ciężar G wprost rozłożyć na składową P i na składową Y_r, nachyloną pod kątem ω; wtedy jest Y oczywiście wypadkową sił Y i Y_p. Siły P i Y_r przecinają się w O_1 na kierunku G; między temi trzema siłami istnieje zatem równowaga, zaś o ile kąt δ jest znany, są siły P i Y_r co do wielkości, kierunku i położenia niedwuznacznie ustalone.

Ten ważny wynik uzyskano bez wprowadzenia jakichkolwiek oporów tarcia, zatem parcie w spokoju jest od współczynnika tarcia materjału kul niezależne. Dlatego zowiemy je parciem w spokoju, w przeciwieństwie do parcia wyznaczonego podług istniejącej teorji, która zużytkowuje całkowite tarcie na powierzchni odłamu, zatem przyjmuje tendencję do ruchu.

§ 13. *Usypywanie zespołu w ukośnych warstwach.* W dotychczasowych dociekaniach przypuszczano, że zespoły kulowe są usypywane w poziomych warstwach. Jeżeli tak nie jest, to stosunki równowagi zespołu się zmieniają.

Usypywanie w ukosie jest teoretycznie równoznaczne z przekręceniem poziomo usypanego zespołu o kąt $\pm \varphi$. Stosownie do pochylenia na zewnątrz ($+ \varphi$), czy też na wewnątrz ($- \varphi$), następuje zwiększenie lub zmniejszenie kąta stromości σ o φ. Odwrotnie rzecz się ma z kątem ω. Dla tego samego nachylenia ε naziomu przez zwiększenie kąta stromości zmniejszy się powierzchnia odłamu, a zatem i parcie. To wyniknie wprost z wzorów, skoro się w nie wstawi za σ i ω wartości $\sigma + \varphi$ i $\omega - \varphi$. Przy sypaniu w ukosie od ściany ($- \varphi$) parcie się zwiększy. Czy w zespole, gdzie różne układy i kierunki znajdują się pomięszane, ta zasada teoretyczna znajdzie w całości potwierdzenie, musiałyby wyjaśnić doświadczenia.

§ 14. *Kierunek parcia na ścianę.* Na ścianę zupełnie gładką może kula przenieść ciśnienie tylko prostopadle do niej, dlatego kąt δ, który parcie zawiera z poziomem, jest zawsze równy $90^0 - \psi$. Jeżeli ściana nie jest gładka, a jej nierówności są w stosunku do średnicy kul wielkie, to każda kula znajdzie na ścianie podparcie na inaczej pochylonym elemencie (ryc. 11.). Przeniesione ciśnienie stoi prostopadle na tym elemencie. Kąt δ, który całkowite parcie zawiera z poziomem, jest zatem jakąś przeciętną wartością, której wielkość jest nieoznaczona. To jedno jest pewne, że przy pierwotnie usypanym, zewnętrznym wpływom nie podległym zespole, kierunek parcia jest zupełnie niezależny od kąta tarcia między kulą a ścianą. Oczywiście jest on także niezależny od pochylenia górnego odgraniczenia zespołu, co Müller-Breslau na podstawie własnych doświadczeń skonstatował na str. 152. swego we wstępie podanego dzieła.



Ryc. 11.

Natomiast inne czynniki na kierunek wpływają. Rzut oka na ryc. 11. poucza, że czem większe są nierówności tem większe różnice w nachyleniu podpierających elementów. Kule c i d opierają się tylko o ścianę, a główne ciśnienie przenoszą na kule pod niemi położone, one zatem nie wiele wpływają na kierunek δ. Natomiast są elementy, jak przy a i b, które przyjmują całe ciśnienie ukośnego rzędu; ich nachylenie musi się znacznie różnić od przeciętnego. Takim elementom należy przypisać odchyłkę parcia od prostopadłej do ściany. Kąt δ będzie tem większy niż $90^0 - \psi$, im mniej gładka jest powierzchnia ściany.

Następnie wpływa na wielkość kąta δ pochylenie ściany, gdyż czem mniejszy kąt ψ, tem mniej znajdzie się takich elementów jak przy c i d, tem mniejsza będzie odchyłka parcia od prostopadłej do ściany tak, że dla ściany poziomej ($\psi = o$) przeciętny kierunek parcia chyba nieznacznie się odchyli od pionu.

Poziomy przekrój przez kulę na ryc. 11 b. okazuje, że kierunek ciśnienia także od normalnej płaszczyzny przekroju się odchyli, przeco kierunek i wielkość ciśnienia doznają zmiany.

Niepewność co do kierunku może tylko w ciasnych granicach się pomieścić, a jej wpływ na wielkość parcia nie jest wielki, co można sprawdzić na trójkącie sił ryc. 10 a., jeżeli się wyznaczy P dla nie wiele zmienionego kąta δ.

Stosownie do powyższych rozważań należy przyjąć dla ściany zupełnie gładkiej $\delta = 90^0 - \psi$; gdy jednak takie ściany nie istnieją, to można dla obu rodzajów ścian wprowadzić ogólnie $\delta = 90^0 - \psi + \alpha$, przyczem α powinno stale z ψ zmniejszać się, tak żeby dla $\psi = o$ było także $\alpha = o$. Temu warunkowi uczyni zadosyć wzór

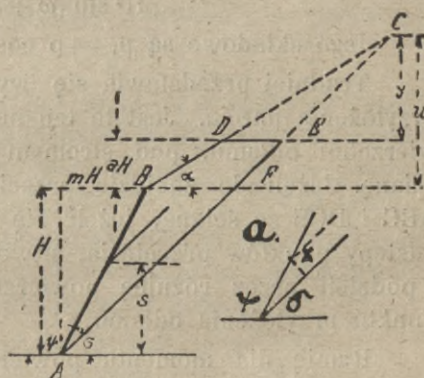
29. $$\delta = 90^0 - \psi + \frac{\psi\alpha}{90} = 90^0 - \psi\,(1 - \frac{\alpha}{90})$$

w którym kąt α jest wyznaczony dla pionowej ściany. Jego wartość należy podług mego zapatrywania przyjąć nie większą niż 14^0 dla szorstkiej ściany, a nie mniejszą niż 5^0 dla gładkiej ściany. Zatem

29 a. $$\begin{cases} \text{dla gładkiej ściany } \delta = 90^0 - \psi\,(1 - \frac{5}{90}) = 90^0 - 0{\cdot}944\,\psi^0 \\ \text{dla szorstkiej ściany } \delta = 90^0 - \psi\,(1 - \frac{14}{90}) = 90^0 - 0{\cdot}844\,\psi^0 \end{cases}$$

§ 15. *Położenie punktu przyłożenia parcia.* Jeżeli się rozważy każdy układ zespołu osobno, to przy płaskiem odgraniczeniu powierzchni leży punkt przyłożenia w dolnej trzeciej części ściany, bo jednostkowe ciśnienie jest do wysokości ściany proporcjonalne. Jednakże w usypanym zespole występują układy pomięszane, większe i mniejsze ciśnienia kolejno się zmieniają, przezco położenie punktu przyłożenia nie jest ściśle określone. Nadto powstają w górnych warstwach przy luźnem sypaniu układy niestałe, wywierające większe ciśnienie, co spowoduje, że punkt przyłożenia jest zawsze ponad dolną trzecią częścią ściany położony. Tylko dla zespołu przez ubijanie należycie zgęszczonego uzyska się prawie dolną trzecią część ściany. Przy wielkich wysokościach ściany następuje także przy luźnem sypaniu zgęszczenie w dolnych i środkowych warstwach, a gdy wpływ górnych warstw jest w tym wypadku mniejszy, to można twierdzić, że położenie punktu przyłożenia tem mniej różnić się będzie od dolnej trzeciej części ściany, im większa jej wysokość.

§ 16. *Parcie na ścianę i punkt przyłożenia przy załamanem odgraniczeniu zespołu.* Ryc. 12. Rozpatrzymy przypadek dla praktyki najważniejszy, jeżeli odgraniczenie nachylonej skarpy BD pod kątem α przechodzi w poziomą DE. Temi linjami, ścianą i stromą skarpą AE jest odłam odgraniczony. Należy przedewszystkiem wyznaczyć jego powierzchnię.



Ryc. 12.

Niech oznacza: H wysokość ściany, mH jej występ, aH wysokość nadsypki, u granicę nadsypki. Następnie podstawmy $\Delta = \operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \sigma$, $\operatorname{cotg} \tau = \operatorname{cotg} \sigma - m$, $y : u = \eta$, $\operatorname{tang} \tau (\operatorname{cotg} \alpha - m) = \beta$. Z rysunku wynika: $u \operatorname{cotg} \alpha = (u + H) \operatorname{cotg} \sigma - mH$, lub $u (\operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \sigma) = H (\operatorname{cotg} \sigma - m)$, zatem $u = H \operatorname{cotg} \tau : \Delta$. Następnie jest

$$\overline{BF} = u (\operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \sigma) = u \Delta; \ \overline{DE} : y = \overline{BF} : u, \text{ zatem}$$

$$\overline{DE} = \overline{BF}.\ y : u = H \eta \operatorname{cotg} \tau$$

Powierzchnia ABC:

$$\frac{1}{2} \overline{BF} (u + H) = \frac{1}{2} H^2 \operatorname{cotgt} \tau \left(1 + \frac{\operatorname{cotg} \tau}{\Delta}\right) = \frac{H^2 \operatorname{cotg} \tau}{2 \Delta} (\operatorname{cotg} \alpha - m).$$

Powierzchnia DEC:

$$\tfrac{1}{2}\,\overline{DE}\,.\,y = \tfrac{1}{2}\,u\,H\,\eta^2 \operatorname{cotg}\tau = \frac{H^2\,\eta^2 \operatorname{cotg}^2\tau}{2\,\Delta}$$

Różnica obydwu powierzchni wyznacza powierzchnię odłamu F:

$$F = \frac{H^2 \operatorname{cotg}\tau}{2\,\Delta}\,(\operatorname{cotg}\alpha - m - \eta^2 \operatorname{cotg}\tau) =$$

$$= \frac{H^2 \operatorname{cotg}^2\tau}{2\,\Delta}\,[\operatorname{tang}\tau\,(\operatorname{cotg}\alpha - m) - \eta^2]$$

30 a. $$\frac{F}{H^2} = \frac{\operatorname{cotg}^2\tau}{2\,\Delta}\,(\beta - \eta^2)$$

Następnie jest $u - y = u\,(1 - \eta) = \dfrac{H \operatorname{cotg}\tau}{\Delta}\,(1 - \eta) = aH$; stąd

30 b. $$\eta = 1 - a \operatorname{tang}\tau$$

Ciężar odłamu wynosi $F\gamma$, zaś podług § 12. parcie ziemi

30 c. $$P : H^2\gamma = p = \frac{F \cos\omega}{H^2 \sin(\omega + \delta)} = \frac{\operatorname{cotg}^2\tau \cos\omega}{2\,\Delta \sin(\omega + \delta)}\,(\beta - \eta^2)$$

Jego składowe są $p_1 = p \cos\delta$ i $p_2 = p \sin\delta$.

Trudniej przedstawia się wyznaczenie położenia punktu przyłożenia parcia. Jest to ten punkt, w którym składowa powierzchni odłamu, pod stromym kątem nachylona, przecina ścianę. Jeżeli się znajdzie przecięcie składowych powierzchni ABC i DCE ze ścianą, jeżeli się pomnoży te składowe przez odstępy punktów przecięcia, utworzy różnice tych iloczynów i podzieli przez różnicę powierzchni, to się otrzyma odstęp punktu przyłożenia odłamu.

Ramię dla momentu powierzchni ABC wynosi $\tfrac{1}{3}H$, więc iloczyn ABC . $\tfrac{1}{3}H = \dfrac{H^3 \operatorname{cotg}\tau}{6\,\Delta}\,(\operatorname{cotg}\alpha - m)$.

Jeżeli się oznaczy odstęp środka ciężkości trójkąta DEC od stromej linji literą x, to $x = \tfrac{1}{3}\,\overline{DE}\,.\,\sin\sigma$, a podług ryc. 12 a. wynosi ramię momentu

$$\frac{x \sin\psi}{\sin(180^\circ - \psi - \sigma)} = \frac{\overline{DE}}{3\,(\operatorname{cotg}\sigma + \operatorname{cotg}\psi)}$$

Ponieważ $\operatorname{cotg}\psi = -m$, a $\operatorname{cotg}\sigma - m = \operatorname{cotg}\tau$; ponieważ $\overline{DE} = H\,\eta \operatorname{cotg}\tau$, to ramię momentu równe $\tfrac{1}{3}H\,\eta$.

Zatem moment powierzchni DEC wynosi $\dfrac{H^3\,\eta^3 \operatorname{cotg}^2\tau}{6\,\Delta}$.

Ostatecznie otrzyma się

$$s = \frac{H}{3} \cdot \frac{\operatorname{cotg} \tau (\operatorname{cotg} \alpha - m) - \eta^3 \operatorname{cotg}^2 \tau}{\operatorname{cotg} \tau (\operatorname{cotg} \alpha - m) - \eta^2 \operatorname{cotg}^2 \tau} =$$

$$= \frac{H}{3} \cdot \frac{\operatorname{tang} \tau (\operatorname{cotg} \alpha - m) - \eta^3}{\operatorname{tang} \tau (\operatorname{cotg} \alpha - m) - \eta^2}, \text{ więc}$$

30 d. $$s = \frac{H}{3} \cdot \frac{\beta - \eta^3}{\beta - \eta^2}, \quad \frac{3\,s}{H} = \frac{\beta - \eta^3}{\beta - \eta^2}$$

Dla pewnej wartości η otrzyma s największą wartość. W tym celu zrównamy pierwszą pochodną ze zerem:

$$\frac{d\left(\frac{3\,s}{H}\right)}{d\eta} = \frac{-3\,\eta^2(\beta - \eta^2) + 2\,\eta(\beta - \eta^3)}{(\beta - \eta^2)^2} = o$$

To doprowadza do równania $\eta^3 - 3\,\beta\,\eta + 2\,\beta = o$, z którego dla s_{max} otrzyma się

30 e $$\eta_m = 2 \sin \varphi \sqrt{\beta}$$

gdy φ z $\sin 3\,\varphi = \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ się wyznaczy. Wartością η_m obrachnje się s_{max} z wz. 30 d.

§ 17. *Obrachowanie do § 16. parcia na ścianę i położenia punktu przyłożenia dla pionowej ściany.* Należy przyjąć usypanemu materjałowi odpowiednią wartość dla ζ, dla niej obrachować parcie ziemi dla kierunków AI i AII i urobić średnię arytmetyczną (ob. § 19.). Zamiast poprzednio wprowadzonej wartości $\zeta = 0{\cdot}13$, przyjmujemy dla późniejszego zastosowania $\zeta = 0{\cdot}135$. Dla tej wartości jest podług III. tabeli:

dla AI : $\sigma = 49^0 04'$, tang $\sigma = 1{\cdot}1528$, $\omega = 66^0 33'$
dla AII : $\sigma = 66^0 33'$, tang $\sigma = 2{\cdot}3056$, $\omega = 49^0 04'$

Tang α przyjęto na 1·5. Podług wz. 30 a. do 30 e., w których podstawiono m = o, a więc $\tau = \sigma$, obrachowano dla różnych wartości a naprzód η, potem p_1, p_2 i s. Obrachowannie dało następujący wynik:

Dla AI : $\eta_m = 0{\cdot}75$, $\left(\frac{s}{H}\right)_{max} = 1{\cdot}1205$, zatem powiększenie ponad $\frac{1}{3}$ H o 12%; przytem a = 0·343. Następnie u : H = 1·37.

Dla AII : $\eta_m = 0{\cdot}70$, $\left(\frac{s}{H}\right)_{max} = 1{\cdot}105$, więc zwiększenie 10·5%; przytem a = 0·122, u : H = 0·407.

Wyniki rachunku okazuje VI. tabela.

§ 18. *Obrachowanie do § 16. parcia na ścianę i położenia punktu przyłożenia dla nachylonej ściany.* W celu późniejszego zastosowania przeprowadzimy obrachowanie dla ściany według 2·5 : 1 (m = 0·4) ku wewnątrz nachylonej. Dla punktu przyłożenia otrzymano:

Dla AI : $\eta_m = 0{\cdot}725$, $\left(\frac{3\,s}{H}\right)_{max} = 1{\cdot}079$, przytem a = 0·2033, zaś u : H = 0·739.

Dla AII pochylenie ściany tak mało się różni od pochylenia stromej skarpy, że parcie można postawić równe zeru. Wtedy należy wprowadzić zamiast średni arytmetycznej parć, tylko połowę parcia przypadającego dla AI.

Wyniki rachunku zestawiono w VII. tabeli.

§ 19. *Ważność wzorów. Najprawdopodobnicjsza wartość parcia na ścianę.* Jeżeli w przekroju I II na ryc. 1., np. w kierunku AC wrysuje się ścianę, to się okaże, że ona jest styczną do dolnych kul wszystkich ukośnych rzędów tego przekroju. Taki przypadek zajdzie w uważanym przekroju tylko dla tang ψ równe ∞, tang ω, $\frac{1}{2}$ tang σ i o. Dla innych pochyleń ściany będą niektóre kule styczne, inne zaś ścianą przecięte. Także nierówności niegładkiej ściany mogą spowodować, że niektóre kule utracą podparcie na ścianie. Zatem mogą zajść przypadki, że warunek dla naszych rozważeń, by dolne kule każdego rzędu przenosiły ciśnienie na ścianę, nie będzie spełniony. W tych wypadkach nastąpi jednakże już podczas sypania zespołu obok ściany jakiś możliwy układ, ograniczony do wązkiego pasu, który nie może mieć żadnego wpływu na prawidłowe wyrobienie się stromej powierzchni, więc przyjęcie ważności wzorów dla wszelkich nachyleń ściany jest dopuszczalne.

To przypuściwszy, przystępujemy do wyznaczenia najprawdopodobniejszej wartości parcia zespołu w spokoju. Trudność przytem występująca polega na tem, że wielkość parcia jest od wielu czynników zależną. Mianowicie od rodzaju układu, a w każdym układzie od „kierunku", następnie od tego, jak te układy są w zespole pomięszane; nareszcie od tego, czy usypanie jest luźne lub zgęszczone, czy nastąpiło w warstwach poziomych czy nachylonych. Oprócz tego znachodzą się próżne miejsca, otoczone kulami w stanie niestałej równowagi; ich wielkość jest zależną od spółczynnika tarcia kul. Otóż jeżeli się usypuje jedną warstwę na drugą, to niestałe układy będą coraz bardziej zanikać; można zatem przypuścić, że w luźno usypanym zespole dolne warstwy wykażą przeważnie stały układ A, a tylko w górnych warstwach znajdzie się układ B i utrzymają się próżnie. Ponieważ każdy układ posiada inną stromą płaszczyznę, a układy są pomięszane, więc zamiast płaszczyzny powstanie stroma powierzchnia, której przebieg wykaże bezładnie zmieniające się kąty stromości. Wypadkowe ciśnienie otrzyma wartość pośrednią układów AI i AII, na którą niestałe układy, znajdujące się tylko w górnych warstwach, wielkiego wpływu mieć nie mogą. Ponieważ nie istnieje przyczyna, dla której układ AI czy AII miałby otrzymać przewagę, przeto wprowadzimy ś r e d n i ę a r y t m e t y c z n ą parć tym układom właściwych. Różnica tych parć zresztą nie jest wielka, gdyż wynosi np. dła $\psi = 90^0$ i $\varepsilon = o$ dla gładkiej ściany ($\delta = 5^0$) 3·6%, zaś dla szorstkiej ściany ($\delta = 14^0$) 10% (ob. tabelę V.); zatem odchylenie od średniej wartości nie przeniesie 3 do 4%. Z tą niepewnością należy się liczyć. Doświadczenia robione z piaskiem wykazują większe różnice. Ob. 7. przypisek.

W zespole przez ubijanie zgęszczonym nie mogą się utrzymać ani niestałe układy, ani próżnie; układ A stosuje się wtedy do całego zespołu, a parcie również podług średniej arytmetycznej będzie obrachowane.

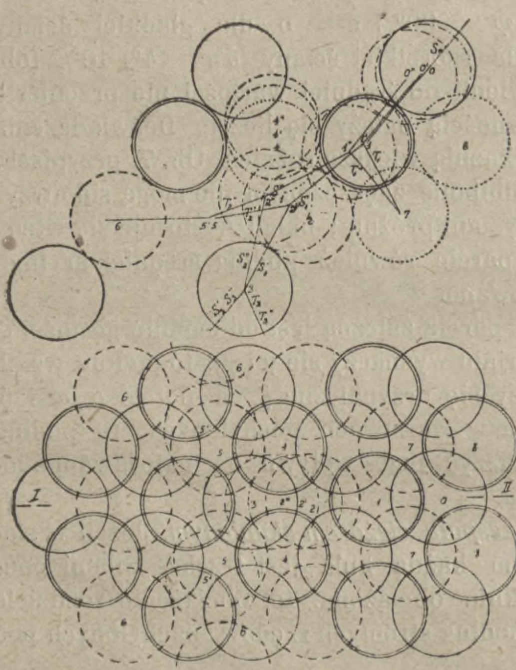
Ponadto wielkość parcia zależną jest od modułu gęstości ζ. Jeżeli dla danego materjału wyznaczy się γ i γ_0, to podług wz. 2. lub z tabeli I. wyznaczy się przynależne ζ, a potem σ, ω i p.

Co do usypywania w warstwach pochylonych, to podług § 13. nie można wyznaczyć jego wpływu na najprawdopodobniejszą wartość parcia.

§ 20. *Obciążenie zespołu ciężarem skupionym.* Jeżeli w stałym układzie, w którym każda kula jest trzema kulami podparta, zostanie jedna kula obciążona, to obciążenie rozdziela się na trzy składowe podług stromych rzędów, nachylonych pod kątem rozdzielczym.

a. *Materjał niesprężysty.* W stałym układzie A przechodzi składowa przez stromy rząd, nie doznając żadnej zmiany. Dlatego nie będzie naruszona równowaga wewnątrz zespołu z powodu obciążenia. Strome rzędy znajdują się jednakże w skrajnym stanie równowagi, który może być wskutek drobnej przyczyny naruszony. Rozważmy przypadek, gdy jedna kula rzędu zostanie wysunięta.

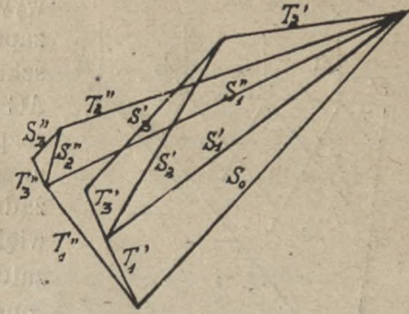
Na ryc. 13. widzimy powtórzenie ryc. 1 z przekrojem I II w rzucie tłowym, gdzie rząd kul 0123 przedstawia stromy rząd. W tym rzucie są kule leżące za lub przed przekrojem, jak 4, 7 i 8, oznaczone linją kropkowaną, gdy kule z pierwotnego położenia przesunięte oznaczono linją perłowaną. Przyjmu emy że kula 2 została z rzędu wysunięta, to ona pod wpływem obciążenia przesunie się w położenie 2', w którem znajdzie opór na dwóch kulach 5 (ob. rzut poziomy). Z powodu tego przesunięcia obsuną się kule 0 i 1 w położenie 0' i 1', gdy przeciwnie kula 4 podniesie się w położenie 4'. Składowa S_0 obciążenia, przechodząca przez górną kulę 0, dozna na kuli 1' rozkładu na składowe S_1' w kierunku 1'2' i na T_1' (nachyloną pod przeciwkątem) w kierunku 1'7 podług dwóch kul 7 podpierających kulę 1. Siła S_1' dozna dalszego rozkładu na składową T_2', jako wypadkową ciśnień wywartych na dwie kule 5 (ob. rzut poziomy), i w kierunek 2'3 wpadającą składową S_2'. Ta doznaje przez kulę 3 dalszego rozkładu na składową S_3',



Ryc. 13.

która wraca w pierwotny kierunek stromego rzędu, i na siłę T_3' wypadkową ciśnień wywartych na dwie kule podpierające 3. kulę. Owe rozkłady sił są uwidocznione na ryc. 13 a.

Jeżeli obciążenie jest większe, to kula 2 przesunie również obie kule 5 w położenie 5′, aż się oprą o kule 6 (ob. rzut poziomy). Wtedy kula 2 przejdzie w położenie 2″, kule 0 i 1 obniżą się do położenia 0″ i 1″, zaś kula 4 (i kule nad nią położone) dozna wzniesienia do położenia 4″. Rozkłady sił nastąpią jak przedtem na składowe S_1'', T_1'', S_2'', T_2'' i S_3'', T_3''.



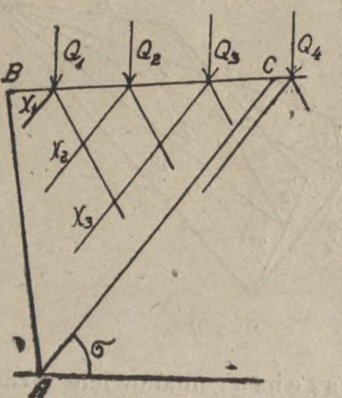
Ryc. 13 a.

Pierwotna składowa S_0 ciężaru doznała przez te rozkłady znacznego zmniejszenia; mianowicie wynosi np. dla wartości $\zeta = 0{\cdot}13$, dla której ryc. 13. została wykonana, $S_3' : S_0 = 0{\cdot}518$, $S_3'' : S_0 = 0{\cdot}104$. Gdy S_0 przenosi jedną trzecią obciążenia, to składowa S_3' przenosi 0·173, a S_3'' tylko 0·035 obciążenia. Suma pionowych składowych sił T_1', T_2' i T_3' lub T_1'', T_2'', T_3'' obejmują zatem 0·161 lub 0·299 ciężaru, który rozpraszają na wewnątrz i na zewnątrz. Ponieważ zmniejszenie składowej S_0 jest zależne od wielkości przesunięcia wysuniętej z rzędu kuli, to w zgęszczonym materjale nastąpi ono powolniej.

Siły T_1' i T_1'' przenoszą się także przez strome rzędy, mogą zatem doznać takich samych rozkładów jak S_0 i rozpraszać ku wnętrzu.

Obok sił pionowych przenoszących obciążenie ku dołowi, wytwarzają takie siły jak T_2', i T_2'' poziome siły rozpierające na zewnątrz i na wewnątrz piramidy składowych ciężaru. Z tych pierwsze mogą być bardzo znaczne, gdyż stosunek poziomej składowej siły T_2' do S_0 wynosi 0·46, zaś siły $T_2'' : S_0 = 0{\cdot}87$, albo 0·21 i 0·39 całego ciężaru. Powyższe przedstawienie daje pojęcie o rozpraszaniu się ciężaru wewnątrz zespołu, gdy jedna kula zostaje obciążona. Należy jeszcze rozpatrzeć działanie ciężaru skupionego na podpierającą ścianę.

Ciężary na ryc. 14. działają na ścianę AB zmniejszonemi składowemi X, a gdy zmniejszenie z głębokością rośnie, t. zn. czem dłuższy jest stromy rząd, to wielkość wpływu ciężaru na ścianę maleje, czem większy odstęp ciężaru od krawędzi B ściany. Podobnie wpływ ciężaru maleje, czem wyższa jest ściana. Natomiast ciężar Q_4, leżący poza pryzmatem odłamu, wywiera jeszcze wpływ o tyle, że zapomocą siły rozpierającej przeszkadza wytworzeniu powierzchni AC odłamu (ob. ryc. 22.). Na boki rozpraszające składowe, jak T_1 i T_3 na ryc. 13. nie wywierają prawie żadnego wpływu na ścianę. Największe parcie na ścianę wywierają zatem ciężary najbliżej niej położone; przy takich ciężarach także i poziome rozparcie jeszcze działa, a to powoduje, że punkt przyczepienia parcia leży p o w y ż e j punktu przecięcia składowej X z ścianą. Ten objaw w połączeniu ze stałem zmniejszeniem się wpływu ciężaru w kierunku od B ku A powoduje, że dla obciążenia jednostajnie wzdłuż BC rozłożonego, p u n k t p r z y ł o ż e n i a p a r c i a w y p a d a p o w y ż e j ś r o d k a ś c i a n y.



Ryc. 14.

b. *Materjał sprężysty.*)* W takim materjale choćby zespół był dokładnie podług układu A ułożony, nastąpi odchylenie składowej S_0 ciężaru, bez wysunięcia kuli z szeregu. Z powodu obciążenia doznają kule sprężyste skrócenia w kierunku stromego rzędu a rozszerzenia w kierunku do tamtego prostopadłym. Skrócenie spowoduje wgłębienie pod ciężarem i w najbliższem otoczeniu, zaś poprzeczne rozszerzenie przeniesie na dwie boczne podpierające kule część ciężaru, tak że z kuli na kulę stromego rzędu przejdzie coraz bardziej zmniejszona składowa ciężaru. Reakcja owych obciążonych kul ułatwi wysuwanie się kul z stromego rzędu, a wtedy okażą się objawy pod a. opisane. Przytem należy zauważyć, że skrócenie stromego rzędu może nastąpić tylko po przezwyciężeniu tarcia, wywołanego obciążeniem owych bocznych kul. Z tego powodu nastąpi pod ciężarem i w jego sąsiedztwie stałe wgłębienie.

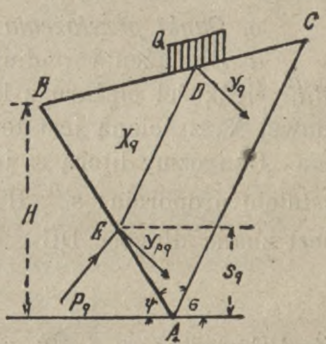
---

*) Interesujące doświadczenia o rozpraszaniu się ciężaru w piasku przynosi Engineering Record, May 30, 1914, str. 608. Distribution of Vertical Soil Pressures. By I. A. Moyer.

c. *Zespół usypany.* Gdy zespół nie był regularnie układany lecz usypany, to zamiast prostolinijnych wytwarzają się strome rzędy o zmiennem nachyleniu. Wtedy każda kula przedstawia się tak, jak gdyby była wysunięta z prostolinijnego rzędu, więc przy k a ż d e j kuli rzędu nastąpi odchylenie składowej ciężaru ze wszystkimi powyżej opisanymi objawami. Dlatego powinno tu zmniejszenie wpływu obciążenia z wzrostem głębokości szybciej nastąpić. Rozpraszanie obciążenia nastąpi we wszystkich kierunkach, tak że ma się tu do czynienia ze s t o ż k i e m r o z p r a s z a j ą c y m.

§ 21 *Obciążenie rozłożone wzdłuż ściany podpierającej.*

a. *Parcie na ścianę.* Obciążenie na ryc. 15. niech wynos Q na jednostkę wgłąb. Ono rozłoży się na składowe podługi tych samych prawideł jak n K na D i E podług wz. 14., lub jak ciężar G odłamu na składowe X i Y podług wz. 28 a. i b. Także rozkład składowej X na parcie P_q i na dodatkową składowę Y_q podpada pod te same prawidła, tak że wielkość składowych ciężaru i parcia na ścianę otrzyma się, jeżeli się wstawi w powyższe wzory Q zamiast G. Dla sumarycznego parcia należy Q + G wstawić w wzór 28 b.



Ryc. 15.

W § 20. udowodniono, że tylko część składowej X ciężaru skupionego działa na ścianę. Przy rozłożonym ciężarze parcie na ścianę skombinuje się ze składowej X_q również zmniejszonej i z rozparcia poziomego zmniejszającego się w miarę oddalenia obciążenia od krawędzi ściany. Z powyższego wynika, że w cytowane wzory należy wprowadzić Q w zmniejszonej wartości, lecz że w i e l k o ś ć t e g o z m n i e j s z e n i a n i e j e s t z n a n a. Tyle tylko jest wiadome, że parcie na ścianę wywołane obciążeniem jest większe dla partji obciążenia bliżej ściany położonych i tem większe im większa gęstość zespołu.

Dla przypadku, gdy cała powierzchnia odłamu jest obciążona, jest wielkość parcia wyznaczona poniżej, wzorami 32 a. i b.

b. *Kąt nachylenia δ parcia na ścianę.* Kąt δ ustalony w § 15 nie dozna z reguły żadnej zmiany w materjale niesprężystym. Tylko nie wiele kul, jak c i d na ryc. 11. może z powodu obciążenia doznać przesunięć w położenie bardziej stałe, co wpłynie na drobne zwiększenie tego kąta. W materjale sprężystym zostaje pod wpływem obciążenia pryzmat odłamu skrócony, przyczem kule przytykające do ściany zabsorbują część tarcia między kulami a ścianą i to tem bardziej, czem szersza jest powierzchnia obłożona obciążeniem. Jeżeli obciążenie rozpościera się na całej szerokości odłamu, może przezto kąt δ znacznie wzrość, szczególnie przy mało sprężystym materjale aż blisko kąta tarcia. Przy silnie sprężystym materjale może być tarcie w znacznej części przezwyciężone, wtedy kąt δ zbliży się do wartości z § 15.

c. *Punkt przyłożenia parcia na ścianę.*

α. Obciążenie podług ryc. 15. Jeżeli D jest przecięciem linji ciężkości ciężaru z linią $\overline{BC}$, to punkt przecięcia E składowej X_q z ścianą jest teoretycznym punktem przyłożenia parcia. Oznaczmy literą s_q jego pionowy odstęp od podstawy, to istnieje proporcja: $s_q : H = \overline{DE} : \overline{BC}$. Dane jest $\overline{BD} = a$, wtedy jest znana długość $\overline{DC} = \overline{BC} - a$, a wtedy z proporcji

$$s_q = H\left(1 - \frac{a}{\overline{BC}}\right)$$

Za $\overline{BC}$ wartość z § 12., wtedy jest

$$30. \qquad s_q = H\left[1 - \frac{a \sin\psi \sin(\sigma - \varepsilon)}{H \sin(\sigma + \psi)}\right]$$

Niech P_p oznacza parcie zespołu, s_p wysokość położenia jego punktu przyłożenia, to otrzyma się ostatecznie dla sumarycznego parcia:

$$31\text{ a.} \qquad s_{pq} = H\,\frac{P_p s_p + P_q s_q}{P_p + P_q}, \text{ lub } s_{pq} = H\,\frac{G s_p + Q s_q}{G + Q}$$

W ten wzór należy wstawić zmniejszone wartości za P_q i Q, natomiast cośkolwiek większą wartość za s_q, w myśl § 20 a. Zatem położenie punktu przyłożenia parcia jest również nieokreślone.

β. Obciążenie jednostajne jest na całej szerokości odłamu rozłożone. Obciążenie, stosownie do wielkości, zgęści górne warstwy kul, przyczem niestałe układy znikną, a punkt przyłożenia zespołu cośkolwiek się obniży. Jeżeli obciążenie na ryc. 16. wynosi q na poziomą jednostkę powierzchni, to $Q = q\,\overline{BD} = q\,\overline{BC} \cos \varepsilon$, a po wstawieniu wartości $\overline{BC}$ podług § 12. otrzyma się

$$Q = H\,q\,\frac{\sin(\psi + \sigma)\cos\varepsilon}{\sin\psi\sin(\sigma - \varepsilon)}$$

Podług wz. 28 b. jest całkowite parcie

$$P_{pq} = (G + Q)\,\frac{\cos\omega}{\sin(\omega + \delta)}$$

a z powyższą wartością Q, a wartością G z wz. 27:

$$32.\quad P_{pq} = \frac{\cos\omega\sin(\psi + \sigma)}{\sin\psi\sin(\omega + \delta)\sin(\sigma - \varepsilon)}\,H\left[H\gamma\,\frac{\sin(\psi + \varepsilon)}{2\sin\psi} + q\cos\varepsilon\right]$$

Zastąpmy obciążenie materjałem zespołu o wysokości h, to $q = h\gamma$; gdy jeszcze literą C oznaczymy wyraz przed H w wz. 32, to otrzymamy nareszcie

$$32\text{ a.}\qquad P_{pq} = C\,H^2\gamma\left[\frac{\sin(\psi + \varepsilon)}{2\sin\psi} + \frac{h\cos\varepsilon}{H}\right]$$

Gdy w uważanym wypadku jest $s_p = \frac{1}{3}H$, s_q teoretycznie równe $\frac{1}{2}H$, to wz. 31 a. się uprości:

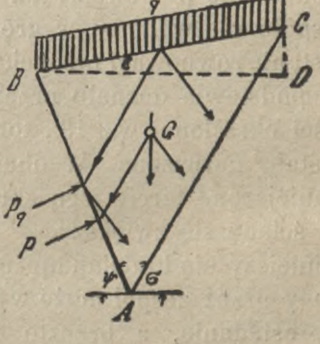
$$31\text{ b.}\qquad \frac{s_{pq}}{H} = \frac{\frac{1}{3}G + \frac{1}{2}Q}{G + Q}$$

Dla poziomego odgraniczenia zespołu, więc dla $\varepsilon = o$ jest

$$P_{pq} = \tfrac{1}{2}\,C\,H^2\gamma\left[1 + \frac{2h}{H}\right]$$

Ponieważ $\frac{1}{2}\,C\,H^2\gamma = P_p$, więc sumaryczne parcie otrzyma się, jeżeli się pomnoży parcie zespołu ilością $\left[1 + \frac{2h}{H}\right]$. Jak wiadomo, jest to ten sam wynik, jaki otrzymujemy dla ziemi podług istniejącej teorji.

Powyższe wzory mają jednakże w myśl poprzednich rozważań tylko przybliżoną wartość, gdyż w rzeczywistości jest P_{pq} mniejsze, zaś s_q więc i s_{pq} większe. (Ob. doświadczenie 6. i 7. M ü l l e r - B r e s l a u'a w § 36. wykazujące, że podług tych wzorów obrachowane parcie jest oczywiście za wielkie.)



Ryc. 16.

§ 22. *Odciążenie zespołu.*

a. *Materjał niesprężysty.* Po zdjęciu obciążenia nie powróci całkiem poprzedni stan zespołu, bo przez obciążenie nastąpiły przesunięcia kul i zwiększyła się gęstość zespołu która spowoduje drobne zmiany w wielkości parcia i w położeniu jego punktu przyłożenia. Zresztą wpływ obciążenia zniknie.

b. *Materjał sprężysty.* Inaczej się przedstawia wpływ odciążenia na materjał sprężysty. W § 20. wspomniano, że skrócenie stromego rzędu nastąpić może tylko po przezwyciężeniu tarcia na kulach podpierających kule rzędu. Po odciążeniu będą skrócone kule dążyć do odzyskania pierwotnego stanu, — zechcą się wyprostować, — czemu jednak stanie na przeszkodzie to samo tarcie, działające teraz w odwrotnym kierunku. Pozostanie zatem część skrócenia, a z nim część parcia wywołanego obciążeniem; także i punkt przyłożenia parcia nie wróci w poprzednie położenie. (Ob. doświadczenie 7 Müller Breslau'a w § 34.)

Prostowanie pryzmatu odłamu wywoła tarcie kul o ścianę, także w odwrotnym kierunku, co znów wpłynie na zmniejszenie kąta δ. (Ob. to samo doświadczenie, które wykazuje zmniejszenie kąta nachylenia parcia z 26°30' na 16°30'.) Zatem stosunki istniejące przed obciążeniem pogorszą się. Ten stan potrwa tak długo, dopóki zewnętrzne wpływy (wstrząśnienia i t. d.) nie dopomogą do nowego układu zespołu.

§ 23. *Wpływ wody.* Woda może zespół zwilżyć lub przepoić. W pierwszym przypadku dozna spółczynnik tarcia zmniejszenia, ale ponieważ, jak widzieliśmy, tarcie dla równowagi zespołu nie wchodzi w grę, więc zwilżenie kul nic nie zmieni w stanie równowagi nieobciążonego zespołu. Tylko jeżeliby tarcie na podstawie doznało przez zwilżenie zmniejszenia poniżej wartości określonej wz. 13., toby równowaga zespołu na podstawie została naruszona. W obciążonym zespole sprężystym ułatwi zmniejszone tarcie jego skrócenie, zaczem działanie obciążenia na ścianę się zwiększy, — natomiast ułatwiając wyprostowanie zmniejszy się to działanie przy odciążeniu. Zresztą przeciekanie wody przez zespół może wywołać ruch kul korzystny ze względu na osiadanie, a przezto przyczynić się do bardziej stałego układu zespołu.

Jeżeli zaś zespół ścianą podparty jest wodą przesiąknięty, to znaczy jeżeli puste miejsca między kulami są wodą wypełnione, to stosunki równowagi się zmienią. Gdy podstawimy podług wz. 2. gęstość $\gamma = a\,\gamma_0$, to gęstość wodą przepojonego zespołu równa się

34. $$\gamma_w = a\,\gamma_0 + (1 - a)$$

Parcie wywołane wodą ma być tak obrachowane, jakby dla gęstości 1 — a wody. Zatem do parcia zespołu należy dodać

35. $$\frac{H^2\,(1 - a)}{2 \sin \psi}$$

Gdy podstawimy p $H^2\,\gamma$ za parcie zespołu, zaś $p'\,H^2$ za parcie wody, to sumaryczne parcie

36. $$P_w = p_w\,H^2 = p\left(1 + \frac{p'}{p\,\gamma}\right) H^2\,\gamma$$

Jeżeli woda sięga tylko do wysokości H_1, to tylko tę wysokość należy w wz. 35. wprowadzić.

Parcie wody jest prostopadle do ściany skierowane, pod kątem $\delta = 90^0 - \psi$, więc na zupełnie gładką ścianę kierunek parcia sumarycznego się nie zmieni, natomiast na niegładkie ścianie dozna kąt δ zmniejszenia. Z równowagi momentów par np. względem dolnej krawędzi ściany wynika dla $H_1 = H$:

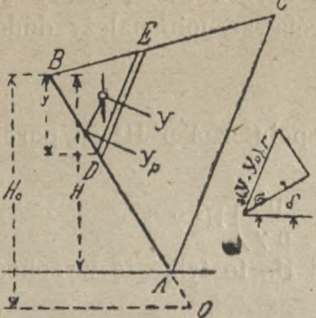
37. $$\sin(\delta_w + \psi) = \frac{p\,\gamma \sin(\delta + \psi) + p'}{p\,\gamma + p'}$$

skąd zmieniony kąt δ_w może być wyznaczony.

Wielkość wpływu przepojenia uwidoczni przykład. Przyjmiemy $\psi = 90^0$, $\delta = 0$ (gładka ściana), γ dla zgęszczonego zespołu 1·65 i $\zeta = 0{\cdot}05$, dla luźnego $\gamma = 1{\cdot}5$, $\zeta = 0{\cdot}13$, $\gamma_0 = 2{\cdot}4$. Dla zgęszczonego zespołu wynosi zatem $a = 0{\cdot}69$, $p' = \frac{1 - a}{2} = 0{\cdot}155$, $p = 0{\cdot}1454$, $1 + \frac{p'}{p\,\gamma} = 1{\cdot}65$. Dla luźnego zespołu $a = 0{\cdot}625$, $p' = 0{\cdot}1875$, $p = 0{\cdot}1852$ a $1 + \frac{p'}{p\,\gamma} = 1{\cdot}67$. Zwiększenie parcia przez przepojenie wynosi zatem średnio 66%. Dla niegładkiej ściany istnieją te same stosunki.

§ 24. *Odpór zespołu.* Pod odporem rozumiemy największy **p r z e d w s z e l k i m r u c h e m**, a więc jeszcze w stanie spokoju objawiony opór zespołu, przeciwstawiony sile z zewnątrz na ścianę działającej. Jest to opór tarcia na tej powierzchni, wzdłuż której najpierwiej ruch by nastąpił, po przezwyciążeniu tarcia.

Jeżeli się przyjmie na razie jeden z układów A lub B, to rzut oka np na ryc. 1. pouczy, że przesunięcie najłatwiej może nastąpić w kierunku ukośnych rzędów, bo tylko na nich jest w razie ruchu jedynie tarcie do przezwyciężenia. Jeżeli DE na ryc. 17. przedstawia taką pod kątem stromości nachyloną warstwę, to na kule pod nią położone działa składowa Y odłamu BDE i dodatkowa składowa Y_p. Tym składowym jest tarcie wprost proporcjonalne. Jeżeli w zespole znajdują się układy pomięszane, to zamiast stromej płaszczyzny utworzy się powierzchnia, która obejmie jej rolę.



Ryc. 17.

Dla praktyki posiada znaczenie przypadek, gdy siła z zewnątrz na ścianę działająca przenosi ciśnienie na zespół zapomocą obrotu około osi poziomej i równoległej do ściany, zresztą dowolnie położonej. Tu rozpatrzymy prostszy przypadek, gdy oś obrotu leży w płaszczyźnie ściany. Ta oś O na ryc. 17. posiada od górnej krawędzi ściany pionową odległość H_0.

Dla dowolnej wysokości y należałoby wprowadzić tarcie na przynależnym rzędzie kul; gdy jednak we wszystkich dotychczasowych badaniach średnica kul nie wchodziła w grę, to przyjmiemy ją nieskończenie małą, czyli innemi słowy wprowadzimy zamiast rzędu kul nieskończenie wąski element DE o pionowej wysokości dy. Jako opór wystąpi różnica tarć między górną a dolną powierzchnią tego elementu. Dla składowej Y odpowiada to tarcie ciśnieniu d Y, wynosi zatem r d Y. Podstawmy $Y = A y^2$, to $r\, d Y = 2 A r y\, dy$. Największy opór otrzyma się, gdy się przypuści na górnej krawędzi ściany całkowite zużycie tarcia, wtedy na elemencie DE wystąpi tylko część tarcia odpowiadająca stosunkowi $H_0 - y$ do H_0, mianowicie

38. $$2 A r y\, dy \left(1 - \frac{y}{H_0}\right)$$

Z tego przypada na jednostkę wysokości

38 a. $$2\,A\,r\,y\left(1 - \frac{y}{H_0}\right)$$

Ten wzór oznacza na ryc. 18 a. parabolę a b c, jako odgraniczenie powierzchni odporu, z największą wartością w środku wysokości H_0. Gdy się zesumuje opory z wz. 38. na całą wysokość ściany H, to się otrzyma opór tarcia całego odłamu:

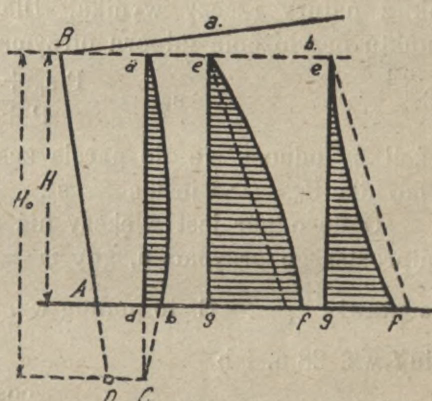
$$2\,A\,r\int_0^H y\left(1 - \frac{y}{H_0}\right)dy = A\,H^2\,r\left(1 - \frac{2\,H}{3\,H_0}\right) = r\,Y\left(1 - \frac{2\,H}{3\,H_0}\right)$$

Y oznacza tu składowę dla całego odłamu.

Gdy się wprowadzi jeszcze dodatkową składowę Y_p i oznaczy $Y + Y_p = B\,H^2$, to całkowity opór wyniesie

39. $$B\,r\,H^2\left(1 - \frac{2\,H}{3\,H_0}\right)$$

Jeżeli H_0 jest nieskończenie wielkie, to przesunięcie ściany nastąpiłoby równolegle do siebie; wtedy opór tarcia równa się $B\,r\,H^2$. Jeżeli oś obrotu spadnie z dolną krawędzią ściany, to $H_0 = H$, a opór tarcia wyniesie $\frac{1}{3}\,B\,r\,H^2$, czyli jedną trzecię poprzedniego.



Ryc. 18.

Opór tarcia może przenieść się na ścianę li tylko zapomocą kul do ściany przylegających. zatem tak samo pod kątem δ jak parcie zespołu. Zaczem wejdzie w działanie tylko składowa tarcia nachylona pod kątem δ. Jeżeli na ten kierunek i na kierunek do niego prostopadły rozłożymy opór tarcia, to ta druga składowa nie działa, zaś pierwsza wyniesie podług ryc. 17 a.

40. $$R = (Y + Y_p)\,r\left(1 - \frac{2\,H}{3\,H_0}\right)\cos(\sigma - \delta)$$

Jeżeli się do tego dosumuje parcie P zespołu, to ostatecznie wyniesie odpór W:

41. $$W = P + R$$

działający na ścianę pod kątem δ, a przedstawiony w efg na ryc. 18 a.

W celu wyznaczenia punktu przyłożenia oporu R utwórzmy moment oporu tarcia przypadającego na wysokość elementu dy względem dolnej krawędzi ściany i zesumujmy go na wysokość H:

$$\frac{2\,B\,r}{H_0}\int_0^H y\,(H_0 - y)\,(H - y)\,dy = \frac{B\,r\,H^3}{6}\left(2 - \frac{H}{H_0}\right)$$

Jeżeli ten moment podzieli się przez cały opór tarcia z wz. 39., to się otrzyma pionowy odstęp s_r punktu przyłożenia od dolnej krawędzi ściany:

42. $$s_r = \frac{H}{2} \cdot \frac{\left(2 - \frac{H}{H_0}\right)}{3 - 2\frac{H}{H_0}}$$

Gdy $H_0 = \infty$ (równoległe przesunięcie ściany), to $s_r = \frac{1}{3}H$, tak jak z natury rzeczy wynika. Dla $H_0 = H$ jest $s_r = \frac{1}{2}H$. Dla punktu przyłożenia odporu otrzyma się

43. $$s_w = \frac{P\,s_p + R\,s_r}{P + R}$$

jeżeli s_p odnosi się do parcia zespołu. Wogóle jest $s_w > s_p$, tylko dla $H_0 = \infty$ jest $s_w = s_p$.

O ile odpór jest większy niż parcie P, okaże rozpatrzenie najprostszego przypadku, gdy $\psi = 90^0$ a $\varepsilon = \delta = o$. Jeżeli się podstawi $\frac{H^2\,\gamma}{2} = C$, to podług wz. 27. jest $G = C \operatorname{cotg} \sigma$, a podług wz. 28 a. i b.

$$P = C \operatorname{cotg}\omega \operatorname{cotg}\sigma,\ Y = C \operatorname{cotg}\sigma\,\frac{\cos\sigma}{\sin(\omega+\sigma)},\ Y_p = C \operatorname{cotg}\omega\,\frac{\cos\sigma}{\sin(\omega+\sigma)},$$

zatem podług wz. 40.

$$R = C\,r\,\frac{\cos^2\sigma}{\sin(\omega+\sigma)}\,[\operatorname{cotg}\sigma + \operatorname{cotg}\omega]\left(1 - \frac{2\,H}{3\,H_0}\right) =$$

$$= C\,r\,\frac{\cos^2\sigma}{\sin\sigma\,\sin\omega}\left(1 - \frac{2\,H}{3\,H_0}\right).$$

Nareszcie

44. $$W = C\,\frac{\operatorname{cotg}\sigma}{\sin\omega}\left[\cos\omega + r\cos\sigma\left(1 - \frac{2\,H}{3\,H_0}\right)\right]$$

W nawiasie należy cos ω do parcia zespołu, więc będzie $W \gtreqless 2\,P$, podług tego, czy $r \cos \sigma \left(1 - \frac{2\,H}{3\,H_0}\right) \gtreqless \cos \omega$. Ponieważ znak $\geqq$ będzie chyba wyjątkowy, to wogóle będzie $W < 2\,P$. Dla luźnego zespołu, więc $\zeta = 0{\cdot}13$ wypada dla średniej układów AI i AII i dla równoległego przesunięcia ściany

gdy $r = 0{\cdot}4$, $W = 1{\cdot}45\,P$
„ $r = 0{\cdot}6$, $W = 1{\cdot}60\,P$

Jeżeli kule nie są sprężyste, to przy wywieraniu ciśnienia na ścianę nie śmie ruch nastąpić, gdyż przy najmniejszym ruchu zostaje całkowity opór tarcia pokonany. Gdy kule są sprężyste, to nastąpi mały ruch, odpowiadający ściśnieniu kul, poczem dopiero wystąpi cały opór tarcia.

Co się tyczy zewnętrznej na ścianę działającej siły, to ona powinnaby działać w tym samym punkcie przyłożenia i w tym samym kierunku co odpór. Jeżeli się jednak przypuści, że ściana jest sztywnie z osią obrotu połączona, to punkt przyłożenia i kierunek siły są obojętne. Dopuszczalną wielkość siły obrachuje się wtedy z równowagi momentów siły i odporu względem osi obrotu.

Odpór wywołała tendencja ściany do ruchu ku wnętrzu zespołu. Gdyby jednak ściana wskutek jakichkolwiek wpływów była zmuszona do ruchu na zewnątrz, czyli jeżeliby ściana się poddała, ale tylko o tyle, o ileby sprężystość kul bez poruszenia się zespołu na to pozwoliła, wtedy opór tarcia działa w odwrotnym kierunku, czyli staje się wobec poprzedniego ujemnym. Otrzyma się więc

$$W = P - R \text{ i } s_w = \frac{P\,s_p - R\,s_r}{P - R}$$

Powierzchnia ciśnień przedstawi się jak efg na ryc. 18 b. Następnie będzie $s_w < s_p$, zatem punkt przyłożenia ciśnienia obniży się wobec punktu przyłożenia pierwotnego parcia zespołu, a parcie zespołu się zmniejszy. Dla powyższego przykładu nastąpi zmniejszenie parcia na $0{\cdot}55\,P$ i $0{\cdot}4\,P$.

§ 25. ***Wpływ poddania się ściany.*** Ten wpływ przy końcu poprzedniego paragrafu rachunkowo przedstawiony rozpatrzymy bliżej dla przypadku, gdy ściana po usypaniu zespołu się podda.

To rozpatrzenie będzie potrzebne dla wytłómaczenia zjawisk, podanych w § 36.

Gdy materjał kul nie jest sprężysty, to przy najmniejszem poddaniu się ściany zesunie się cały odłam. Przy silniejszem poddaniu się utworzy się nowy układ wogóle korzystniejszy, jednakże o parciu nie wiele różniącem się od poprzedniego.

Przy sprężystym materjale wywoła najmniejsze poddanie się ściany zmianę równowagi. W wnętrzu zespołu każda kula doznaje pod wpływem ciśnienia sprężystego ściśnienia. W miarę poddawania się ściany te ściśnienia zmniejszają się, następuje ruch kul, a tarcie między rzędami tym ruchem wywołane absorbuje część ciśnienia działającego na kule, tak że przy najmniejszym ruchu ściany parcie na ścianę raptownie się zmniejsza. Wielkość tego zmniejszenia była już omówiona. Niektóre kule przylegające do ściany znajdą się w położeniu chwiejnem, więc zużytkują do otrzymania równowagi tarcie na ścianie, przezco kąt δ dozna zwiększenia.

Jeżeli ruch ściany jest większy niż wymiar ściśnienia zespołu, co przy górnych, mało ściśnionych warstwach już przy drobnym ruchu ściany nastąpi, to objawi się zsuwanie się rzędów równolegle do stromej powierzchni. Wytwarza się nowy układ. Jeżeli on się ograniczy do górnych warstw, to w miarę poddawania się ściany nastąpi zwiększanie się zmniejszonego parcia, a punkt przyłożenia będzie do pewnej granicy podwyższać się. Ostatecznie poddanie się ściany osiągnie taką wielkość, że cały odłam się zesunie, wtedy nastąpi nowy układ z wyłączeniem niestałych układów, a z parciem wobec pierwotnego jeszcze o tyle mniejszem, o ile zesuwające się kule na opór tarcia natrafiły. Dopiero wstrząśnienia doprowadzą do układu zupełnie nowego, korzystniejszego niż pierwotny, zatem o parciu trochę zmniejszonem.

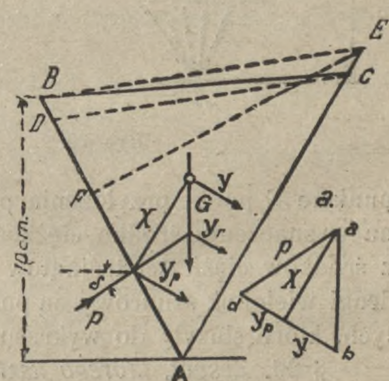
Z powyższego przedstawienia wynika przedewszystkiem objaw, sprawdzony wieloma doświadczeniami robionemi z suchym piaskiem, że po najmniejszem poddaniu się ściany parcie raptownie się zmniejsza, że zatem parcie w spokoju jest największe, jakie zespół jest w stanie na ścianę wytworzyć. Następnie wynika, że poddanie się ściany wpływa korzystnie na stosunki równowagi.

§ 26. *Wpływ osiadania.* Wpływy zewnętrzne, jak wstrząśnienia, obciążenia i przesiąkająca woda, wywołują ruch kul wewnątrz zespołu, którego wynikiem usunięcie niestałych układów i próżni. Gęstość zwiększy się, parcie zmniejszy się a punkt przyłożenia parcia zbliży się do dolnej trzeciej części ściany. Zatem wpływ osiadania jest korzystny.

§ 27. *Wpływ wstrząśnień.* Początkowo wytworzą się podczas wstrząśnień większe parcia, jednakże po wytworzeniu się stalszych układów chyba nie wiele różnić się będą od parcia w spokoju.

§ 28. *Wyznaczenie parcia sposobem wykreślnym.* Najprostsze wykresy uzyska się, jeżeli wszystkie ilości wyznaczy się przez ciężar G odłamu (wz. 27., 28 a. i b.) Gdy $G : H^2 \gamma = g$, to g jest powierzchnią odłamu pomnożoną przez głębokość ściany równą 1, o wysokości H = 1. Tę jednostkę wygodnie jest przyjąć równą 1 dm.

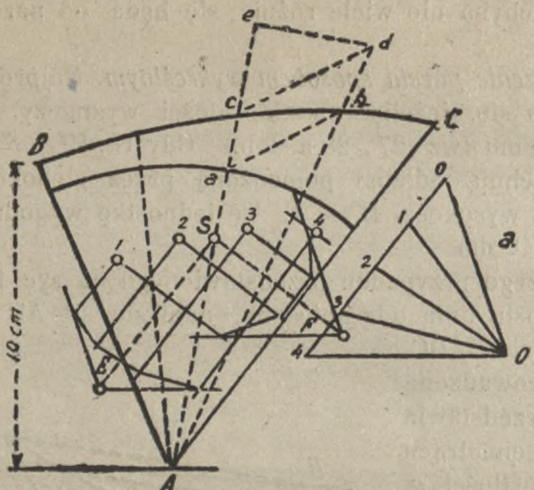
Dla najprostszego przypadku przedstawionego na ryc. 19., gdy zespół jest prostą linią odgraniczony, naniesie się AD = = 1 dm i poprowadzi BE || DC, to prostopadła poprowadzona z E do ściany przedstawia p o d w ó j n ą w decimetrach odczytaną wartość ilości g. Jeżeli połowę tej długości przeniesiemy na ab (ryc. 19 a.), poprowadzimy ac pod kątem σ, bd pod kątem ω, zaś ad pod kątem δ, to $ac = X : H^2 \gamma$, $bc = Y : H^2 \gamma$, $ad = P : H^2 \gamma$, $cd = Y_p : H^2 \gamma$, wszystko odczytane w dm. Kąty σ i ω wyznaczy się stosownie do obranej wartości ζ, δ wyznaczy się z wz. 29.



Ryc. 19.

Dla przypadku przedstawionego na ryc. 9. należy wyznaczyć g i g_1 a różnicę tych ilości przenieść na ab na ryc. 19. W celu wyznaczenia punktu przyłożenia parcia należy od środków ciężkości obydwu odłamów poprowadzić równoległe do AC, a między niemi wykreślić wielobok sznurowy na podstawie wieloboku sił g — g_1, wykreślonego równolegle do AC. Ten wielobok wyznaczy punkt przyłożenia.

Dla krzywolinijnego odgraniczenia zespołu należy w krzywą linję wrysować wielobok a naroża połączyć z punktem A (ryc. 20). Jeżeli z A jako środka zatoczy się łuk koła o promieniu równym 1 dm, to wyznaczy się g np. dla 3. trójkąta, gdy się poprowadzi cd || ab, de ⊥ Ac. Wtedy de wyznacza p o d w ó j n ą wartość g_3. Z wieloboku sił utworzonego z wartości g wszystkich trójkątów wyznaczy się wszystkie ilości jak powyżej. Jeżeli z środków ciężkości 1., 2, 3. trójkątów poprowadzi się rownoległe do AC i wykreśli wielobok sznurowy na podstawie wieloboku sił 04, to się otrzyma w punkcie E punkt przyłożenia parcia. Jeżeliby jeszcze zależało na wyznaczeniu środka ciężkości S odłamu, to się poprowadzi z środków ciężkości trójkątów prostopadłe do AC i wykreśli drugi wielobok sznurowy za pomocą promieni prostopadłych do tych, które służyły do wykresu wieloboku pierwszego.



Ryc. 20.

§ 29. *Zespół, którego kształt ziarna nie jest kulisty.* Jeżeli zespół składa się z elipsoidów dwuosiowych, o pionowej osi wydłużonej lub skróconej, to pionowy przekrój przez zespół może być uważany jako rzut przekroju przez zespół kulowy. Kierunek rzutu wyznaczy się ze stosunku pionowej do poziomej osi elipsoidu. Jeżeli się wprowadzi kąt rozdzielczy τ i kąty σ i ω wynikające z tego rzutu, to wszystkie dla zespołu kulowego ustawione wzory zachowują ważność. Dla elipsoidu o skróconej osi pionowej wypadają powyższe kąty m n i e j s z e niż dla zespołu kulowego, zatem kąt równowagi skarpy σ_0 będzie także mniejszy. Przy wydłużonej osi rzecz się ma odwrotnie.

Jeżeli w zespole obydwa rodzaje elipsoidów się znachodzą, to stosunki równowagi nie mogą wiele się różnić od takich stosunków w zespole kulowym.

B. SYPKA ZIEMIA.

Przystępujemy do rozpatrzenia, o ile wyniki otrzymane przy zespole kulowym mogą mieć zastosowanie dla sypkiej ziemi.

§ 30. *Doświadczenia.* Dotychczas wykonano niestety za mało doświadczeń z piaskiem i nie z taką ścisłością, żeby dozwoliły na wyznaczenie największego parcia wywartego na ścianę. Mimoto doprowadza ich studjowanie do ustawienia pewnych prawideł i do wykazania analogij z zespołem kulowym, które dozwolą niejedno wyświetlić, czego obecną teorją nie da się uskutecznić, a do wartości największego parcia się zbliżyć.

Rozpatrzymy następujące doświadczenia:

1. Darwin'a, opisane w sprawozdaniu „Annales de ponts et chaussées" z r. 1883/2, str. 477 do 487.

2. Gobin'a, „Annales de pont et chaussées" z r. 1883/2, str. 184 do 212.

3. Forchheimer'a, „Zeitschrift des oesterr. Ingenieur- und Architekten-Vereins" z r. 1882 i 1883.

4. Müller-Breslau'a, w jego dziele pt. „Erddruck auf Stützmauern", Stuttgart 1906.

5. Inne odosobnione doświadczenia *).

W celu umożliwienia porównania wartości parcia otrzymanych z doświadczeń, będą one przerachowane na wysokość równą jedności i podzielone przez gęstość γ materjału; nazwiemy je p (ob. wz. 28 b.).

§ 31. *Doświadczenia Darwina z r. 1877.* Darwin użył do swoich doświadczeń kurzu z drogi szutrowanej rogowcem (Silex). Lekko usypany miał wykazał gęstość 1·40, a należycie ubity 1·55. Stosunek obu wynosi 1·107. Gęstość ziarna (γ_0) niestety nie została podana. Przez usypanie skarpy wyznaczony kąt tar-

*) W czasopiśmie „Transactions of the American Society of Civ. Ing." z r. 1911, szuka się za najmniejszą wartością parcia, więc te doświadczenia nie są dla naszych celów przydatne.

cia wynosił 35°, ma być jednakże większy. Podług pana Boussinesq (sprawozdanie str. 498) jest możliwe, że ten kąt wynosił 40°.

Darwin badał li tylko wielkość parcia i tylko na pionową ścianę o wysokości 0·35 m, obracalną o dolną krawędź. Za to stosował sypanie o różnych nachyleniach, a dla każdego sypania wyznaczał parcie dla różnych wysokości ściany. Wyrównująca krzywa dozwoliła na ustawienie wzoru dla wielkości poziomej składowej parcia.

Ściana była ręką przytrzymana za pomocą sznura ułożonego na dwa krążki. W sznur włączono dynamometr. Przy zwalnianiu sznura robiono odczyt na dynamometrze w chwili pierwszego poddania się ściany. Otrzymano dla poziomej składowej parcia p cos δ następujące wartości:

Sypanie poziome, powierzchnia pozioma . . . . . . 0·090
To samo przy ubitym materjale . . . . 0·066
Sypanie od ściany spadające pod kątem tarcia ϱ, powierzchnia pozioma . . . . 0·083
Sypanie od ściany wznoszące się pod kątem tarcia, powierzchnia pozioma . . . . 0·095
Sypanie od ściany spadające pod kątem tarcia, powierzchnia tak samo nachylona . . . . 0·074
Sypanie od ściany wznoszące się pod kątem, powierzchnia tak samo nachylona . . . . 0·146

Te wyniki są o wiele mniejsze niż parcie w spokoju, gdyż nie jest łatwe uchwycenie chwili pierwszego ruchu ściany. Dowodem tego jest czwarty rząd doświadczeń, który wykazał parcie 0·126 dla tego samego przypadku, dla którego przedtem znaleziono 0·095. Te liczby są i z tego powodu za małe, że nie uwzględniono tarcia sznura na krążkach. Chociaż te doświadczenia nie są przydatne do wyznaczenia wielkości parcia, to jednak dają cenne wyniki. Przedewszystkiem należy zauważyć, że po pierwszym ruchu ściany p a r c i e o d r a z u s i ę z m n i e j s z a *), że zatem p a r c i e w s p o k o j u j e s t n a j w i ę k s z e. Drugi objaw, o ile sądzić można skonstatowany, jest wpływ sypania ukośnego po wyrównaniu do poziomu, Parcie jest większe lub mniejsze niż sypanie w poziomych

*) Uzasadnienie tego objawu w § 25.

warstwach, stosownie do ukosu od ściany wznoszącego się, lub spadającego.

§ 32. *Doświadczenia Gobin'a*. Użyto suchego piasku rzecznego, który luźno sypany posiadał gęstość 1·56. Kąt tarcia wyznaczono na 34°. Wielkość parcia wyznaczano podobnie jak Darwin, tylko zamiast dynamometru układano ciężarki na zawieszonej miseczce. Przez odejmowanie ciężarków skonstatowano ten ciężar, przy którym pierwszy ruch ściany nastąpił. Wysokość ściany wynosiła 0·5 m.

1. Dla naszych celów może być uwzględnione drugie doświadczenie (str. 199 i 200), przy którem skonstatowano ledwo dostrzegalne ruchy ściany i uwzględniono tarcie na krążkach i na bocznych ścianach. Ściana była pionowa, piasek poziomo odgraniczony. Poziomą składowę parcia wyznaczono na 25·44 kg. Gdy $\gamma = 1560$, $H = 0{\cdot}50$, szerokość 0·50, należy wyznaczoną wartość podzielić liczbą 195. Zatem $p \cos \delta = 25{\cdot}44 : 195 = 0{\cdot}130$. Ta wartość przekracza przez Darwina otrzymaną o 44% i pewno nie wiele się różni od parcia w spokoju; mimoto sam Gobin przyznaje, że o n o p o w i n n o b y ć j e s z c z e w i ę k s z e, bo pierwszy ruch ściany nie mógł być uchwycony.

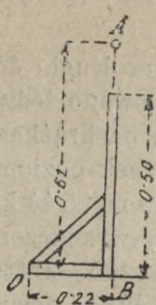
2. Czwarte doświadczenie wykonano z trójkątnym pryzmatem. Ściana była ku wnętrzu odchylona od pionu o 30° (podług naszego oznaczenia wynosiło $\psi = 120°$). Otrzymano $p \cos \delta = 0{\cdot}029$.

3. Piąte doświadczenie (str. 206 i 207) było powtórzeniem interesującego doświadczenia generała Ardant. Pryzmat trójkątny był tak ustawiony, że linja ciężkości przechodziła przez dolną krawędź. Ściana była pochylona pod kątem tarcia $\varphi = 34°$ na zewnątrz. Gdy usypano piasek poziomo aż po górną krawędź ściany, pryzmat pozostał właśnie w równowadze. Ta równowaga mogła być uzyskana przez wyzyskanie prawie całkowitego tarcia na ścianie. W tym wypadku musiał wynosić kąt, który zawierało parcie z prostopadłą do ściany, około 27°.

4. Z doświadczenia przytoczonego w § 5 (str. 207) z tym samym pryzmatem, lecz z gładką ścianą, tylko to przytoczymy, że kąt tarcia na ścianę wynosił trochę mniej niż 24°. Tu było z pewnością całkowite tarcie dla równowagi wyzyskane.

5. Drewniana ściana (ryc. 21.) była około krawędzi O obracalna. Wysokość usypania 0·5 m, $\overline{AB}$ = 0·62 m*), $\overline{OB}$ = = 0·22 m, szerokość ściany 0·47 m. Na sznurze prowadzonym na krążkach była zawieszona miseczka z ciężarkami. C·ężarki ostrożnie zdejmowano, aż się okazał pierwszy ruch ściany.

Wykonano dwa doświadczenia z szorstką i gładką ścianą. Pierwsze wykazało ciężar 0·85 kg, drugie 1·65 kg. Tarcie na krążkach nie było podane; jeżeli się je wprowadzi stosownie do poprzednich doświadczeń równe jednej piątej ciężaru na miseczce, to powyższe ciężary zwiększą się na 1·02 i 1·98 kg. Nie podano ani ciężaru miseczki, ani też wielkości momentu ciężaru ściany o krawędź O. Jeżeli pierwszy oznaczymy przez a, drugi przez A, to cały moment, któremu moment parcia piasku stawia opór, będzie



Ryc. 21.

(1·98 + a) 0·62 + A dla gładkiej ściany

(1·02 + a) 0·62 + A dla szorstkiej ściany

zaś 0·96 . 0·62 = 0·595 kgm jako różnica momentów. Jeżeli podzielimy przez szerokość 0·47 i $H^3 = 0{\cdot}5^3$, to dla H = 1 i szerokości 1 wyniesie różnica momentów Δ M = = 10·0 kgm.

Z tych doświadczeń wynika, podobnie u Darwina, że po pierwszym ruchu ściany parcie się zmniejsza. Następnie otrzymał Gobin bardzo ważny wynik, że p o ł o ż e n i e p o w i e r z c h n i o d ł a m u j e s t d l a w s z y s t k i c h n a c h y l e ń ś c i a n y n i e z m i e n n e. Ten wynik stwierdził Gobin niezbicie wieloma doświadczeniami, przedsiębranemi dwoma różnymi materjałami (str. 187). Nareszcie sprawdził Gobin, że gdy ściana jest pionowa, płaszczyzna odłamu połowi kąt między ścianą a skarpą naturalną. Dla suchego piasku wynosił kąt zawarty między ścianą a płaszczyzną odłamu 61° i 62°.

Niestety nie przeprowadzał Gobin doświadczeń z pochyłem odgraniczeniem naziomu, tak że dla tego przypadku nie można było stwierdzić prawidła stałości położenia płaszczyzny odłamu.

§ 33. *Doświadczenia Forchheimera.* Użyto piasek z Renu o gęstości ziarna 2·65 **), luźnie sypanego piasku 1·445 a silnie

---

*) Wymiar mnie przez p. Gobina podany.

**) Ta liczba jest za wielka wobec gęstości luźnie sypanego zespołu.

ubitego 1·60. Stosunek obu wynosi 1·107, a więc dokładnie tyle, co otrzymał Darwin. Pochylenie skarpy naturalnej wyznaczono na sypanych stożkach 33°40′. Obok piasku stosowano ołowiany śrut o gęstości 6·91 i nachyleniu 26°0′ skarpy naturalnej. Trzeci stosowany materjał, składający się z płytek złota, nie wchodzi tu w rachubę, gdyż okazywał spójność.

Doświadczenia ograniczały się li tylko do położenia powierzchni odłamu dla przypadków, gdy ścianę poddawano ruchom i obrotom w różnych kierunkach. Te bardzo zmyślnie przeprowadzone doświadczenia wykazują ruchy ściany, przeważnie przekraczające znacznie miarę ruchów dla naszych celów rozważanych. Dlatego ich wyniki należy ostrożnie wyzyskać.

a) *Poziome odgraniczenie powierzchni.* Tabela 16 rozprawy Forchheimera pokazuje, że przy wszelkich ruchach pionowej ściany pozostał kąt nachylenia do poziomu płaszczyzny odłamu w ciasnych granicach stały. Wynosił 58 do 62°. W tych granicach jest zawarta wartość $\frac{\varphi + 90^0}{2} = 61^0 50'$, który zawiera z poziomem płaszczyzna połowiąca kąt między ścianą a skarpą naturalną. Szorstkość ściany na ten wynik nie wpływała. Prawie ten sam wynik otrzymano przy przesuwaniu ściany ku dołowi (19 tabela), jak długo przesuwania były drobne. Dla usypania między blisko ustawionemi ścianami otrzymano ten sam wynik (17. tabela).

Przy powyższych doświadczeniach była ściana pionowa. Dla ściany na zewnątrz pochylonej możemy zużytkować tylko przypadek na ryc. 21. rozprawy przedstawiony. Jemu przynależna 20. tabela wykazuje dla wszystkich nachyleń ściany aż do poziomej stały kąt 62°, zgodnie z doświadczeniem Gobina. Dalsze ryciny 22. do 25. przedstawiają ruchy ściany, leżące po za obrębem naszych rozpatrywań, dlatego nie uwzględnimy dotyczących tabel 21. i 22. Zdaje się, że tu wytwarzają się dwie powierzchnie odłamu, z których druga jest bliżej ściany położona. Możliwość takiego objawu nie jest wykluczona, gdyż przy pierwszym najmniejszym ruchu ściany wytworzy się naprzód ta druga powierzchnia, a skoro przy dalszym ruchu materjał wzdłuż tej powierzchni się zesunie, dalsze zesuwanie nastąpi wzdłuż pierwszej powierzchni. Dla parcia w spokoju ta druga powierzchnia oczywiście nie ma znaczenia.

W serji doświadczeń ze ścianą ku wnętrzu pochyloną (24. tabela) okazało się zmniejszanie kąta z 60° na 43°. Ten kąt mniej więcej zgadza się z kątem, który płaszczyzna połowiąca kąt między ścianą a skarpą naturalną zawiera z poziomem.

Ubijany piasek okazał dla pionowej ściany kąt 70°, a dla silnie na zewnątrz pochylonej ściany 74° i 75° (?).

b. *Wznoszące się odgraniczenie powierzchni.* Zestawienie doświadczeń zdaje się na to wskazywać, że trudno dla tego przypadku otrzymać dokładne wyniki Bo jeżeli przy tem samem nachyleniu ściany otrzymuje się kąty 44° i 53° (30. tabela), a między mało różniącemi się nachyleniami kąty 45° i 58° (34. tabela), to niknie zaufanie do doświadczeń. Ale właśnie 30. tabela okazuje zresztą, że nachylenie płaszczyzny odłamu dla wszystkich kątów nachylenia powierzchni ε, jakoteż dla wszystkich nachyleń ściany na zewnstrz, tylko nieznacznie się zmienia. Przy poziomem przesuwaniu ściany jest on mniejszy niż dla poziomego odgraniczenia, jednakże przy przesuwaniu w dół znów otrzymuje się kąt 59° (32. tabela) i to dla wielkiego kąta $\varepsilon = 30°$. W każdym razie jest twierdzenie, jakoby przy pochyleniu odgraniczenia pod kątem tarcia płaszczyzna odłamu spadała ze skarpą naturalną, nieprawdziwe; także nie zgadza się podawana wartość $\gamma = \frac{\nu + \varphi}{2}$ z doświadczeniami (Ob. § 35,3).

c. *Spadające odgraniczenie powierzchni.* Wyniki są zanadto niepewne (34. tabela). Należy jednak stwierdzić, ze przy pionowej ścianie i nachyleniu odgraniczenia pod kątem $\varepsilon = -22°$ uzyskano dla śrutu kąt 58° (34. tabela).

d. *Odpór.* Dotyczące doświadczenia są dla nas zupełnie nieprzydatne. My rozpatrujemy stan poprzedzający wszelki ruch w zespole; tu jednak naciskano na ścianę tak długo, jak długo jeszcze nowe powierzchnie odłamu się tworzyły. Zdarzało się aż do sześciu takich powierzchni, a ich nachylenia schodziły poniżej kąta tarcia.

§ 34. *Doświadczenia Müller-Breslau'a.* Te doświadczenia wykonane doskonałymi przyrządami są jedyne, na których dokładności można polegać. Szkoda tylko, że sypanie piasku uskuteczniano w ukośnych warstwach, przezco wprowadzono niepotrzebną komplikację, ktora i z rzeczywistością nie ma wspólności, gdyż poza murami oporowymi i przyczółkami sypanie poziome i ugniecione środkami transportowymi okazało się najlepsze.

Gęstość stosowanego, lekko usypanego piasku wynosiła 1·58, a wzruszanego 1·60. Ponieważ gęstość w większym zespole bardziej się zbliża do gęstości wzruszanego piasku, to wprowadzimy gęstość 1·60. Kąt skarpy naturalnej wyznaczono na 32^0, kąt tarcia był zdaje się większy.

Właściwości przeprowadzenia doświadczeń będą później omawiane (§ 35,5); na razie podamy tylko wyniki. Wysokość usypanego piasku w skrzyni wynosiła 0·744 m, szerokość 1·015 m. Ciśnienie na 1 m wysokości i szerokości otrzyma się przez podzielenie wyników doświadczeń liczbą $(0·744)^2 . 1·015 . 1600 = 930$. Parcie wyznaczono tylko na pionową ścianę.

1. Doświadczenie (str. 139). Powierzchnia nachylona pod kątem ϱ na wewnątrz ($\varepsilon = -\varrho$). Parcie wyniosło 89 kg + 5 kg dodatku na tarcie o boczne ściany*), razem 94 kg, więc $p = 94 : 930 = 0·101$ kg. Gdy δ wyniosło średnio 27^0, to $p \cos \delta = 0·090$. Dla punktu przyłożenia parcia otrzymano $s = 0·313$ H.

2. Doświadczenie (str. 140). Na poprzednie usypanie nadsypano do $\varepsilon = -\frac{1}{2}\varrho$. Średnio otrzymano 106·5 + 7 kg dodatku, razem 113·5 kg; zatem $p = 0·122$, a dla $\delta = 27^0$, $p \cos \delta = 0·109$ kg; $s = 0·33 1$ H.

3. Doświadczenie (str. 141) Dalej nadsypano do $\varepsilon = o$. Średnia z sześciu odczytów dała 127·3 + 10 kg dodatku, razem 137·3 kg. Jest więc $p = 0·1476$, $p \cos \delta = 0·1313$, $s = 0·352$ H.

Dalsze doświadczenia dla tego przypadku (str. 145 do 148) wykazały 132 do 137 kg bez dodatku; jeżeli stosownie do powyższego wprowadzimy dodatek 10·8 kg, to otrzymamy p między 0·1476 i 0·1580 kg**); $p \cos \delta$ 0·1313 do 0·1406. Średnio $p = 0·153$, $p \cos \delta = 0·136$, $s = 0·354$ H.

4. Doświadczenie (str. 151). Dla przypadku wznoszenia się odgraniczenia powierzchni pod kątem $\varepsilon = +\frac{1}{2}\varrho$ otrzymano 195 kg i $\delta = 27^0$, więc $p = 0·210$, $p \cos \delta = 0·187$, $s = 0·375$ H.

---

*) Obrachowanie tych dodatków jest niepewne. Müller-Breslau zapowiada doświadczenia, w których będzie wyeliminowany wpływ tarcia o boczne ściany (str. 138).

**) Wielka, 7% wynosząca różnica, jest godna zaznaczenia.

5. Doświadczenie (str. 146). Obciążenie ciężarem 314·4 kg. Parcie wyniosło 301·5 kg bez dodatku; p = 0·342, p cos δ = = 0·289, s = 0·464 H.

6. Doświadczenie (str. 146). Obciążenie wyniosło 418·8 kg. Parcie wyniosło 324 kg bez dodatku; p = 0·348, p cos δ = = 0·310, s = 0·438 H.

7. Doświadczenie (str. 149). Obciążenie jednostajne 362 kg|m². Parcie wyniosło 213·5 kg. Jeżeli się doda 17 kg dodatku, obrachowanego stosunkowo podług dodatku z 3. doświadczenia, to parcie wynosi 230·5 kg. δ średnio 26°30'. Zatem p = 0·248, p cos δ = 0·222, s = 0·395 H. Po usunięciu obciążenia pozostało jeszcze ciśnienie 177 + 13 kg dodatku, razem 190 kg, δ średnio 16°30', p = 0·204 kg (o 33% większe niż przed obciążeniem), p cos δ = 0·196, s = 0·371 H.

To samo doświadczenie było powtórzone. Otrzymano parcie 216 kg, dodatek 16 kg, więc razem 232 kg. δ jak pierwiej. Zatem p = 0·250, p cos δ = 0·224 kg, s = 0·414 H. Po odciążeniu: parcie 178 + 13·5 kg dodatku, razem 191·5 kg, δ = 17°40' (większy niż przedtem), p = 0·206, p cos δ = 0·196 kg, s = 0·377 H. Albo średnia z obydwu doświadczeń: p = 0·249, p cos δ = 0·225, s = 0·405; po odciążeniu: p = 0·205, p cos δ = 0·196, s = = 0·374 H.

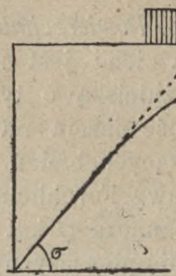
8. Doświadczenie (str. 151). Doświadczenia robione z gładką ścianą wykazały δ = 21° i następujące wyniki:

ε	p	s : H
$-\varrho$	0·097	0·31
$-\frac{1}{2}\varrho$	0·129	0·33
0	0·151	0·38
$+\frac{1}{2}\varrho$	0·215	0·40

Są one o kilka procentów większe niż dla szorstkiej ściany.

9. Doświadczenia fotograficzne (str. 133). One mają na celu skonstatowanie położenia powierzchni odłamu. Ryciny 100 i 102 okazują dla powierzchni od ściany spadającej nachylenia 58° i 59°, więc mniej więcej takie, jak je otrzymali Gobin i Forchheimer dla poziomej powierzchni. Rycina 101 okazuje dla poziomej powierzchni i nachyleniu ściany ku wnętrzu mniejszy kąt, podobnie jak Forchheimer. Ten kąt wynosi około 49°. Rycina 103, reprodukowana na

obok umieszczonej ryc. 22., okazuje pionową ścianę i poziomą obciążoną powierzchnię. Powierzchnia odłamu jest w dolnej części znów pod kątem 59⁰ nachylona, co jest dowodem, że obciążenie nie ma wpływu na jej położenie, a tylko w górnej części odchyla się z powodu, że obciążenie sięga poza odłam. Ten objaw jest omówiony w § 20.



Ryc. 22.

§ 35. *Rozpatrzenie wyników doświadczeń.*

1. *Gęstość materjału.* We wszystkich doświadczeniach wyznaczano gęstość dla zbyt małych ilości piasku, dlatego wypadła za mała. Przyczyna tego leży w próżnych miejscach, które wywierają znaczny wpływ przy małych wymiarach, zaś przy wielkich zespołach są prawie bez znaczenia, gdyż znajdują się tylko w górnych warstwach. Szczególnie wyraźnie okazuje się ten objaw u Forchheimera, u którego dla użytego piasku stosunek $\gamma : \gamma_0 = 0{\cdot}545$ jest mniejszy, niż najmniejszy podług naszej I. tabeli, odpowiadający wartości $\zeta = 0{\cdot}2$. Najbliżej prawdy jest prawdopodobnie gęstość wzruszanego piasku u Müller-Breslau'a. Niestety ani on ani Gobin nie podali gęstości ziarna γ_0.

Podług Darwina i Forchheimera wynosi stosunek gęstości ubitego do luźno sypanego piasku 1·107.

2. *Skarpa naturalna i kąt tarcia.* Od dawna przyzwyczailiśmy się uważać, że kąt nachylenia skarpy naturalnej jest równy kątowi tarcia. Tak jednak nie jest. Skarpa naturalna jest to układ ziarn o tak stałej równowadze, że nawet drobne wstrząśnienia nie są w stanie jej naruszyć (§ 7.). Jeżeli zatem materjał się usypuje aż do wytworzenia najstromszej skarpy, a potem podda się go lekkim wstrząśnieniom, to się otrzyma prawdziwą wartość nachylenia skarpy równowagi, zwanej skarpą naturalną. Na tę skarpę można jednakże nakładać dalszy materjał tak długo, dopóki ziarna na niej leżące potrafią zapomocą tarcia utrzymać się w granicznym stanie równowagi. Kąt nachylenia takiej skarpy jest kątem tarcia. On utrzyma się, jeżeli pełne po brzegi naczynie będzie się powoli nachylało, aż się pokażą pierwsze ruchy piasku. Ponieważ w przytoczonych

doświadczeniach wyznaczenie kąta tarcia uskuteczniano przez usypanie skarpy, to otrzymano kąt tarcia za mały a kąt nachylenia skarpy naturalnej za wielki (Ob. § 36,2).

3. *Powierzchnia odłamu.* Najbardziej sporną kwestją w teorji parcia ziemi jest nachylenie powierzchni odłamu, a zarazem najważniejszą o tyle, że od niej w pierwszym rzędzie zależy wielkość parcia na ścianę. Interesujące zestawienie wyników dotyczących badań wielu teoretyków znajduje się na str. 121. rozprawy Forchheimera, dla poziomej powierzchni. Jeżeli jak tam oznacza φ kąt tarcia, ν kąt nachylenia ściany, γ kąt nachylenia płaszczyzny odłamu do poziomu, to dla pionowej ściany okazuje zestawienie przeważnie $\gamma = \frac{90^0 + \varphi}{2}$, więc mniej więcej zgodnie z doświadczeniem. Natomiast różnią się wartości γ dla ścian pochylonych. Niektórzy autorowie przyjmują $\gamma = \frac{\nu + \varphi}{2}$, inni $\gamma = \frac{90^0 + \varphi}{2}$ dla pewnych wartości ν i φ' (dla tarcia na ścianie); znów inni, jak Mohr, Rankine, Considères i Weyrauch ustanawiają $\gamma = \frac{90^0 + \varphi}{2}$ dla ν między 90^0 a 180^0, więc tak samo jak dla ściany pionowej. Doświadczenia pouczają, że ta stała wartosć jest prawdziwa. Gobin stanowczo twierdzi, że on znalazł tę wartość niezależną od nachylenia ściany. To samo potwierdziły doświadczenia Müller-Breslau'a. Ob. § 14. Z rozlicznych doświadczeń Forchheimera nie można, pomimo niepewności spowodowanej zbyt wielkimi ruchami ściany, wyciągnąć innego wniosku, jak że kąt nachylenia płaszczyzny odłamu dla dowolnie nachylonej powierzchni, jakoteż dla dowolnego nachylenia ściany na zewnątrz posiada stałą wartość między 58^0 a 62^0. Różnica 4^0 od tego zależy, który z układów posiada przewagę w zespole. Dla powierzchni od ściany spadającej i ściany pionowej okazują fotografje Müller-Breslau'a również kąty 58^0 i 59^0.

Na ten kąt nie wpływa obciążenie, a także zdaje się być od materjału niezależny, skoro Forchheimer znalazł dla ołowianego śrutu o bardzo małym kącie tarcia także 58^0. Gdzie ten kąt otrzymał wartości ponad 62^0 był albo wpływ spójności nie wykluczony ($65^0 46'$ dla piaszczystej ziemi, Gobin, str. 187), albo było przy tych wielkich ruchach ściany utworzenie drugiej płaszczyzny odłamu prawdopodobne.

Tylko dla ściany ku wnętrzu pochylonej okazał się podług doświadczeń Forchheimera i fotograficznych zdjęć Müller-Breslau'a kąt zmniejszający się, czem większe nachylenie ściany. Spróbujmy ten objaw wytłómaczyć. W zespole kulowym znajduje się stroma płaszczyzna w granicznym stanie równowagi; jednakże jeżeli ona jest przykryta innym, w stanie równowagi będącym materjałem, to jej równowaga będzie stałą. W zespole piasku powierzchnia stroma nigdy bez przykrycia nie utrzyma się w równowadze. Jeżeli zatem ku wnętrzu nachylona ściana podda się, albo będzie poruszana, to naruszenie równowagi powierzchni odłamu tem łatwiej nastąpi, im ona mniej jest przykryta, to znaczy, im bardziej ściana jest od pionu odchylona. Wtedy musi się utworzyć druga powierzchnia odłamu, o mniejszym kącie nachylenia. To rozumowanie odnosi się tylko do przypadku, gdy ściana się porusza, bo dla stanu spokoju nie istnieje przyczyna do tworzenia się drugiej powierzchni odłamu, skoro pierwsza jest stale przykryta materjałem, znajdującym się przez podpierającą ścianę w stanie stałej równowagi.

Na podstawie powyższych rozważań można zatem przyjąć jako pewnik, że nachylenie powierzchni odłamu mieści się w stanie spokoju między ciasnemi, od układu ziarn piasku zależnemi granicami i nie zależy ani od nachylenia ściany, ani od obciążenia, ani od odgraniczenia powierzchni.

Zdaje się, że ono nie zależy również od kąta tarcia, a zatem od materjału; to jednak należy stwierdzić obszernemi doświadczeniami.

Takie samo nachylenie, jak dla nieograniczonego zespołu wykazały doświadczenia Forchheimera dla zespołu między blisko ustawionemi ścianami (skrzydła równoległe przyczółków). Jest to jeden dowód więcej, że to nachylenie nie jest zależne od kształtu odgraniczenia powierzchni.

Nareszcie okazuje także zdjęcie fotograficzne Müller-Breslau'a, że na jego wielkość nie wpływa obciążenie zespołu.

Dwa doświadczenia Forchheimera wykazały dla silnie ubitego materjału kąt 70°. Powyżej skonstatowana niezmienność nachylenia powierzchni odłamu jest w zupełnej niezgodzie z obecną teorją parcia ziemi, która wykazuje to nachylenie zmienne z nachyleniem ściany i naziomu. Toteż wyniki tej teorji nie mogą być zgodne z rzeczywistością, a nawet są znacznie mniejsze niż wyniki doświadczeń Müller-Breslau'a, pomimo że one jeszcze nie wykazały największych wartości parcia ziemi, z przyczyn pod 5. podanych.

4. *Wpływ ukośnego sypania.* Tylko Darwin badał ten wpływ i znalazł, że parcie jest większe lub mniejsze, stosownie do nachylenia sypania ku ścianie lub od ściany, Jednakże dotyczące doświadczenia nie są bez zarzutu.

5. *Wielkość parcia ziemi i jego punkt przyłożenia.* Doświadczenia Darwina i Gobina wykazują wprost, a Müller-Breslau'a pośrednio, że po pierwszym najlżejszym ruchu ściany parcie raptownie się zmniejsza. Ponieważ nie jest możliwe uchwycenie tego pierwszego ruchu, to wszystkie doświadczenia wykazują mniejsze parcie, niż parcie w spokoju. Największe wartości otrzymał Müller-Breslau; one przenoszą przez Darwina otrzymane o 50%, od Gobina otrzymane w najlepszym razie o 12%; one przekraczają również wartości obrachowane podług istniejącej teorji. Są one zatem jedyne, które dla naszych celów uwzględnić należy, dlatego je bliżej omówimy.

Müller-Breslau przedsięwziął swoje doświadczenia w tym celu, by dojść do największej wartości parcia ziemi, t. j. parcia w spokoju, więc tej wartości, którą pod A wyznaczyliśmy dla zespołu kulowego. Jednakże on nie doszedł do zamierzonego celu, gdyż prawdziwa wielkość najpierwszych odchyleń ściany także w jego doświadczeniach nie mogła być zmierzona. Gdy po tem odchyleniu nastąpiło raptowne zmniejszenie parcia na ścianę, to ściana będąca pod naciskiem sprężyn cofnęła się, a przezto pierwotny wymiar odchylenia zmniejszyła. Z poprzednich rozpatrywań wynika (§ 24 i 25), że zmniejszenie parcia powstało wskutek oporów tarcia, wywołanych ruchem ściany. Jeżeli ściana się cofa, to albo te opory się zmniejszą, tak że pod wpływem pozostałych oporów nastąpi obniżenie punktu punktu przyłożenia parcia aż poniżej trzeciej trzeciej części ściany, — albo też nastąpią inne stosunki, które powodują podniesienie się punktu przyłożenia ponad położenie dla nieobciążonego zespołu (§ 25.). Znamienny jest objaw, że z wzrostem kąta nachylenia powierzchni ε następuje podnoszenie się punktu przyłożenia parcia (§ 34.).

6. *Kierunek parcia ziemi.* Ponieważ przy wszystkich przytoczonych doświadczeniach było wyzyskane tarcie piasku o ścianę, to otrzymano nachylenie parcia większe niż dla parcia w spokoju. To samo dotyczy doświadczeń Müller-Breslau'a, gdyż przy pierwszem poddaniu się ściany, nim jeszcze jej cofnięcie nastąpiło, były na dynamometrach odczyty dobre tylko dla wyznaczenia wielkości parcia, natomiast dla kierunku okazywały stan, który nastąpił po poddaniu się ściany, a zatem podług § 25. za wielki, którego wartość dochodziła prawdopodobnie blisko kąta tarcia. Podany kąt 27° był już mniejszy, gdyż po cofnięciu się ściany zostało wywołane na ścianie tarcie w odwrotnym kierunku, które kąt δ zmniejszyło. Dla parcia w spokoju tarcie w grę nie wchodzi, więc δ jest w rzeczywistości znacznie mniejsze (§ 14.).

Że Müller-Breslau skonstatował niezależność kierunku od pochylenia naziomu, wspomniano w § 14.

7. *Położenie punktu przyłożenia parcia.* W luźno usypanym, płasko odgraniczonym zespole wzniesie się punkt przyłożenia ponad dolną trzecią część ściany, bo górne warstwy posiadające mniejszą gęstość i próżnie wywierają większe parcie. Jednakże przy większych wysokościach ściany ten wpływ jest mały, więc można przyjąć punkt przyłożenia w dolnej trzeciej części ściany.

8. *Obciążenie i odciążenie zespołu.* Doświadczenia z obciążonym zespołem wykonał tylko Müller-Breslau. Z tych doświadczeń należy podnieść, że także ciężar poza obrębem odłamu położony pewien wpływ wywiera (doświadczenie na str. 147), i że po odciążeniu część parcia wywołanego obciążeniem pozostaje, a punkt przyłożenia zmienia swoje położenie. Przyczyny tych objawów w kulowym zespole były omawiane w § 21. i 22.

9. *Odpór.* Doświadczenia z odporem wykonał Forchheimer w sposób nie dający się wyzyskać dla naszych celów. Czy inne doświadczenia z odporem były wykonywane, nie jest mi wiadome.

§ 36. *Porównanie zespołu piaskowego z kulowym.*

1. *Gęstość.* Różna wielkość ziarn piasku spowoduje, że drobniejsze ziarna wypełnią wolne przestrzenie między większemi

ziarnami, wobec czego przy równej wielkości modułu gęstości ζ, gęstość piasku będzie większa niż zespołu kulowego.

Jeżeli się wprowadzi zgodnie z Darwinem i Forchheimerem stosunek gęstości 1·107 zgęszczonego do luźnie usypanego piasku; jeżeli następnie przyjmie się dla zgęszczonego piasku ζ blisko zera, więc około 0·05, to podług I. tabeli $\gamma : \gamma_0 = 0·6896$, a dla luźnego materjału otrzyma się $\gamma : \gamma_0 = 0·6896 : 1·107 = 0·6230$. Tej wartości odpowiada $\zeta = 0·13$. Tę wartość dla ζ w dalszym ciągu wprowadzimy. Dla danego materjału wyznaczy się stosunek $\gamma : \gamma_0$ i znajdzie dokładną wartość ζ podług I. tabeli.

2. *Skarpa naturalna i kąt tarcia.* Podług § 35,2 wykazały doświadczenia za wielki kąt σ_0 skarpy naturalnej. Dla układów AI i AII zespołu kulowego otrzyma ten kąt następujące wartości:

Materjał zgęszczony:	$\sigma_0 = 27^0 4'$ do $33^0 15'$,	średnio	$30^0 30'$
„ luźny:	$\sigma_0 = 24^0 55'$ do $30^0 9'$,	„	$27^0 30'$

Styczne tych kątów 0·59 i 0·52 mieszczą się w granicach pochyleń skarp używanych dla nasypów, mianowicie 2 : 3 = 0·667 i 1 : 2 = 0·50, przyczem zauważyć należy, że z powodu spójności i zgęszczenia spowodowanego ubijaniem przez środki transportowe, skarpy nasypów mogą być stromsze. Dla równowagi zespołu na podstawie mogą być stosowane wzory § 8.

O ile większy może być kąt tarcia niż σ_0, wykaże rozpatrzenie zespołu kulowego. Podług § 7. oznaczyliśmy skarpę równowagi jako taką, na której leżące kule nie doznają żadnego obciążenia. Jeżeli na ryc. 1. (lub 5.) na stopniach tej skarpy ułożymy jeszcze rzędy kul tak, że pierwsza kula każdego stopnia zostanie kulą obciążona, to w piasku ziarno obciążające utrzyma się w równowadze zapomocą tarcia. Dla tego przypadku (układ AI) jest tangens kąta nachylenia skarpy = 0·5 tang σ, zamiast 0·4 tang σ, więc np. dla $\sigma_0 = 28^0$ jest $\varrho = 33^0 37'$. Różnica $5^0 37'$ między ϱ a σ_0 jest znaczna, może być jednak jeszcze większa. (Ob. także § 31.)

3. *Kąt nachylenia płaszczyzny odłamu.* Dla luźno sypanego materjału dały doświadczenia dla tego kąta 58^0 do 62^0. Średnia rachowana dla $\zeta = 0·13$ wyznacza 58^0, sięga jednak dla układu AII powyżej 62^0 (III. tabela). Dla zgęszczonego materjału zna-

lazł Forchheimer 70°; średnia dla $\zeta = 0\cdot05$ daje 61° i dochodzi dla układu AII do 69°. U Forchheimera mogła już wejść w grę spójność materjału. Kąt odłamu będzie większy lub mniejszy, stosownie do przewagi układu AI lub AII. Większe wartości mógłby ktoś chcieć przypisać działaniu tarcia, gdyby nie było dowiedzione doświadczeniem Forchheimera, że dla śrutu, o bardzo małem tarciu, ten kąt wynosił również 58°.

Zgodność zespołu piaskowego z kulowym jest zatem zadowalająca. Jeżeliby można przez doświadczenia jeszcze dowieść, że nachylenie płaszczyzny odłamu jest także od materjału niezależne, toby nachylenie płaszczyzny odłamu w spokoju zależało jedynie od rodzaju układu. Wtedy byłaby zgodność z zespołem kulowym zupełna.

Nareszcie należy podnieść, że w żadnem doświadczeniu nie skonstatowano, żeby powierzchnia odłamu nie była płaską.

4. *Parcie ziemi w spokoju.* Widzieliśmy właśnie, że kąt nachylenia płaszczyzny odłamu piasku jest prawie (a może nawet dokładnie) równy takiemu kątowi w zespole kulowym, przezco powierzchnie odłamów stają się dla obu materjałów równe. Następnie należy zauważyć, co doświadczenia stwierdziły, że przy poddaniu się ściany ziarnka piasku zesuwają się równolegle do powierzchni odłamu, zaś w zespole kulowym ciśnienie na ścianę jest również równoległe do powierzchni odłamu. Gdy zatem w obu zespołach kierunek i wielkość parcia są zgodne, to wolno twierdzić, że parcie w spokoju piasku można obrachować podług wzorów ustawionych dla zespołu kulowego. Również można stosować sposoby wykreślne, podane w § 28., przyczem zauważyć należy, że są one najprostsze ze wszystkich dotychczas używanych.

Kąt δ dla kierunku parcia obierze się na razie podług wz. 29. lub 29 a., nim dokładniejsze doświadczenia jego wielkość ustalą. Jednakże różnica w tym kącie, wynosząca parę stopni, tylko nieznacznie wpływa na wielkość parcia. W zespole przeważy to jeden to drugi układ, co także doświadczenia potwierdzają, gdyż przy powtarzaniu doświadczeń z tym samym materjałem otrzymano w ciasnych granicach różniące się wartości tak dla kąta nachylenia płaszczyzny odłamu, jak dla wielkości parcia. (Ob. przypisek na str. 53).

O ile powyższe przyjęcia służące za podstawę do obrachowania parcia w spokoju, są prawdopodobne, wykażą porównania rachowanych wartości parcia z otrzymanymi z doświadczeń. Rachowane, jako odpowiadające parciu w spokoju, powinny być zawsze większe.

Do § 31. Doświadczenia wykazały zanadto małe wartości. Co do różnicy w wielkości parcia ziemi przy sypaniu ukośnem ku ścianie lub od ściany, to doświadczenia Darwina dały wynik odwrotny niż dochodzenia teoretyczne w § 13. Jednakże wykonanie doświadczeń było zbyt niedokładne, a różnice otrzymane są zbyt małe, aby na ich podstawie można stwierdzić pewne prawidło.

Do § 32,1. Wyznaczono tylko poziomą składową, o której z góry było wiadome, że jest za mała. Z rachunku wypadło $p \cos \delta = 0{\cdot}160$, z doświadczenia $0{\cdot}130$, zatem dał rachunek wynik o 23% większy.

Do 2. Z doświadczenia $p \cos \delta = 0{\cdot}029$. Dla obrachowania odpada układ AII, bo σ jest większe niż nachylenie ściany ku wnętrzu. Jako średnia pozostaje zatem połowa wartości parcia dla AI. Rachunek wykazał $p \cos \delta = 0{\cdot}0333$, więc więcej o 14%. Zatem także dla ściany tak silnie na wewnątrz pochylonej okazało się parcie w spokoju większe, pomimo że doświadczenia wykazały dla takich ścian mniejsze nachylenie powierzchni odłamu.

Do 3. i 4. Dla parcia w spokoju z małym kątem δ nie może istnieć równowaga. Tutaj zapewne nastąpił ruch ściany przed ukończeniem usypania.

Do 5. Przy wartości kąta $\delta = 5^0$ dla gładkiej ściany wynosi moment parcia 0·02547 kgm; dla $\delta = 14^0$ dla szorstkiej ściany moment równy o 0·01809 kgm. Różnica momentów pomnożona przez $\gamma = 1560$ kg wynosi 11·5 kgm, wobec 10·0 kgm otrzymanych z doświadczenia.

Doświadczenia Müller-Breslau'a, podług § 34. Przy porównaniu sypkiej ziemi z kulowym zespołem należy przy tych doświadczeniach zauważyć, że stosownie do poprzednich wywodów dają one za małe parcie a za wielki kąt δ. Stąd tak wielkie różnice pochodzą między wartościami $p \cos \delta$ obrachowanemi (podług $\delta = 14^0$) a otrzymanemi z doświadczeń. Następnie punkt przyłożenia parcia miał inne położenie przy pierwszem poddaniu się ściany, a inne po cofnięciu się ściany, tak że daty odnoszące się do tego położenia również nie mają wartości dla parcia w spokoju.

Do 1. $\varepsilon = -32^0$, $p = 0{\cdot}1180$, o 17% większe niż doświadczenie
$p \cos \delta = 0{\cdot}1145$, o 27% „ „ „
Do 2. $\varepsilon = -16^0$, $p = 0{\cdot}1390$, o 14% „ „ „
$p \cos \delta = 0{\cdot}1349$, o 24% „ „ „
Do 3. $\varepsilon = o$, $p = 0{\cdot}1648$, o 8%*) „ „ „
$p \cos \delta = 0{\cdot}1599$, o 18% „ „ „
Do 4. $\varepsilon = +16^0$, $p = 0{\cdot}2040$, o 3% mniejsze „ „
$p \cos \delta = 0{\cdot}1979$, o 6% większe „ „

W tem ostatniem doświadczeniu jest rachowana średnia p mniejsza niż z doświadczenia. Otóż dla układu AI jest $p = 0{\cdot}2288$, więc o 9% większe niż doświadczenie. Widocznie więc w tym zespole miał układ AI przewagę. Tu było odchylenie ściany znaczne, więc prawdopodobnie cały pryzmat odłamu się zesunął. Nastąpił **nowy układ** i dlatego wartość parcia uzyskana doświadczeniem jest prawdopodobnie do wartości parcia w spokoju bardzo zbliżona.

Do 5. Obciążenie 314·4 kg, $p = 0{\cdot}3559$, większe o 10%, $p \cos \delta = 0{\cdot}3453$, większe o 20%, $s : H = 0{\cdot}493$, wobec 0·464.

Do 6. Obciążenie 418·8 kg, $p = 0{\cdot}4193$, większe o 20%, $p \cos \delta = 0{\cdot}4068$, większe o 31%, $s : H = 0{\cdot}457$, wobec 0·438.

Do 7. Obciążenie całkowite 362 kg/m², $p = 0{\cdot}2930$; większe o 18% niż przy pierwszem, a o 16% niż przy powtórzonem doświadczeniu; $p \cos \delta = 0{\cdot}284$, większe o 27%; $s : H = 0.4063$, wobec 0·395 przy pierwszem, a 0·414 przy powtórnem doświadczeniu.

Doświadczenia 5., 6. i 7. z obciążonym naziomem wykazują większe różnice między rachunkiem a doświadczeniem, pomimo że tu były wielkie odchylenia ściany, przeto bogdaj częściowy nowy układ nastąpił. Dowodzi to słuszności twierdzenia z § 21., że mianowicie **obciążenie należy do rachunku wprowadzić w zmniejszonej wartości**; następnie dowodzą te doświadczenia, że wpływ obciążenia na wartość p maleje w stosunku oddalenia obciążenia od krawędzi ściany, również zgodnie z § 21.

---

*) Właściwie między 11·6 i 4·3%.

W 7. przykładzie mogło być obniżenie punktu przyłożenia, spowodowane wstecznym ruchem ściany, zrównoważone wpływem stożków rozdzielczych, tak że rachowana wartość s zgadza się z uzyskaną z doświadczeń.

Do 8. $\varepsilon = -32^0$, $p = 0{\cdot}1263$, większe o 30%

$\varepsilon = -16^0$, $p = 0{\cdot}1488$, „ „ 15%

$\varepsilon = o$, $p = 0{\cdot}1760$, „ „ 16%

$\varepsilon = +16^0$, $p = 0{\cdot}2175$, „ „ 2%

Do ostatniego doświadczenia odnosi się to samo, co przy 4. doświadczeniu powiedziano.

Także wzniesienie się punktu przyłożenia w 3. i 4. doświadczeniu znajduje uzasadnienie na końcu § 21. Następnie jest przez 7. doświadczenie udowodnione twierdzenie z § 22., że po odciążeniu jeszcze pozostaje zwiększone parcie ziemi.

Powyższe doświadczenia w całości potwierdzają wyniki dochodzeń, zawarte w § 24. i 25.

Dla ściany na zewnątrz pochylonej niema doświadczeń. O ile dla tego przypadku powyższe przyjęcia dadzą się zastosować, muszą dalsze doświadczenia wykazać. Dla odporu także brak doświadczeń.

5. *Wpływy zewnętrzne.* Ponieważ dla tej samej wartości ζ gęstość piasku jest prawdopodobnie trochę większa niż zespołu kulowego, to zwiększenie parcia spowodowane przesiąknięciem wodą może nie osiągnie 66%.

Wyniki innych wpływów zewnętrznych, omawianych dla zespołu kulowego, można wprost do piasku zastosować.

§ 37. *Możliwość wyznaczenia parcia w spokoju przez doświadczenie.* W tych dla parcia w spokoju jedynie do rozpatrywania możliwych doświadczeniach Müller-Breslau'a otrzymano parcie za małe, a kąt δ za duży, bo nie pierwszy ruch ściany był mierzony, lecz po cofnięciu się ściany. Otóż sądzę, że nie byłoby niemożliwe ustalenie pierwszego ruchu ściany, gdyby obok mierników sprężynowych ułożono czopy z tarciem w rurkach się poruszające, któreby wraz ze ścianą się przesunęły, a w wstecznym ruchu nie brały udziału. Podług mierzonych przesunięć czopków obrachuje się wielkość parcia i wyznaczy jego nachylenie. Przytem musiałby wpływ tarcia o boczne ściany skrzyni albo być wyłączony, albo należycie uwzględniony.

§ 38. *Obrachowanie parcia w spokoju.* Porównania przeprowadzone w § 36. dla wszystkich przypadków nieobciążonego i obciążonego zespołu, objętych doświadczeniami, wykazują, że rachowane wartości są większe, tak jak być powinno. One także tłómaczą, dlaczego punkt przyłożenia parcia w nieobciążonym zespole z dolną trzecią częścią się nie zgadza, a w obciążonym zespole doznaje obniżenia. W ten sposób jest dowiedzione, że przyjęcia, na których oparto obrachowanie, są prawdopodobne. Doświadczenia, któreby dozwoliły wprost wielkość parcia w spokoju wyznaczyć, te przyjęcia poprawią; sądzę jednak, że większe różnice się nie okażą.

Przebieg obrachowania parcia w spokoju jest następujący:

Podług § 12. obrachuje się g i p dla układów AI i AII, przyczem należy wprowadzić (luźno sypany materjał)

	dla AI	dla AII
	$\sigma = 49^0 17'$	$66^0 43'$
	$\omega = 66^0 43'$	$49^0 17'$

δ wyznaczy się podług wz. 29 a.

Podług wartości p_I i p_{II} dla obu układów, wyznaczy się $p = \frac{p_I + p_{II}}{2}$.

Dla małych wartości kąta ψ (ryc. 9.) służy wzór 27 a. Do obciążonego zespołu odnoszą się wzory 20. i 21. z uwagą, że obciążenie nie wpływa na wielkość parcia całą swoją wartością. Wpływ przesiąknięcia wodą wyznaczy się podług wz. 23., odpór podług wz. 24.

Nareszcie nadmienić należy, że wyznaczenie parcia w spokoju sposobem wykreślnym podług § 28 jest bardzo proste.

Przypadek, gdy ściana jest ku wnętrzu nachylona ($\psi \overline{\overline{>}} 90^0$), wymaga jeszcze rozpatrzenia. Jeżeli ściana spada ze stromą płaszczyzną układu AII ($\psi = 180^0 - 66^0 43' = 113^0 17'$), to ciśnienie tego układu jest równe zeru; dla większych nachyleń wprowadzi się zatem $p = \frac{p_I}{2}$ (ob. § 36. do § 32,2). Jeżeli ściana spadnie ze stromą płaszczyzną układu AI ($\psi = 180^0 - 49^0 17' = 130^0 43'$), to także $p_I = o$, więc dla większych nachyleń zespół nie wywiera parcia. To się odnosi do luźno usypanego zespołu. Dla ubitego piasku są powyższe kąty ψ mniejsze.

§ 39. *Czy parcie w spokoju ma być wprowadzone do obrachowania wymiarów murów oporowych i przyczółków?* Ziema usypana poza murem doznaje przez dłuższy czas ruchów, spowodowanych jej osiadaniem się. Ponieważ ten proces zużytkowuje tarcie na ścianie, to parcie jest mniejsze niż parcie w spokoju. Po ukończonym procesie osiadania doprowadzę wstrząśnienia do nowego układu zespołu. Ponieważ w tym stanie ściana już się nie podda, to wytwarza się przez dalszy czas istnienia muru parcie w spokoju, chyba że wpływy zewnętrzne ten stan zmienią. To przedstawienie wykazuje dowodnie, że mury należy obrachować podług parcia w spokoju. Za tem przemawia także ta okoliczność, że wzory dla parcia w spokoju ustawione obejmują wszystkie przypadki, jak dowolnego odgraniczenia zespołu, zgęszczenia materjału, nachylenia ściany (na razie także ku wnętrzu), jakoteż obciążenia; w takim zakresie, jak wiadomo, istniejące teorje nie mają zastosowania.

§ 40. *Obrachowanie wymiarów murów oporowych i przyczółków.* Parcie ziemi wyznacza się podług gotowych na istniejącej teorji opartych tabel, np. znanych tabel Ott'a, przyczem nachylenie parcia do prostopadłej do ściany przyjmuje się podług Häselera*) pod kątem tarcia między ziemią a ścianę, podług innych pod mniejszym, zresztą dowolnej wielkości kątem. W doświadczeniach powyżej przytoczonych wynosił kąt tarcia piasku u Gobina 34°, u Müller-Breslau'a 32°. Dla tych kątów i najprostszego przypadku $\psi = 90^0$, $\varepsilon = 0^0$ podaje tabela Ott'a dla p wartość 0·130 i 0·138, wobec 0·1648 kg parcia w spokoju, liczby tabeli są zatem o 27 i 20% mniejsze. Jeżeli się jeszcze uwzględni, że kąt δ prawie zawsze przyjmuje się większy jak w naszych wzorach, to moment parcia ziemi, wprowadzony do obrachowania murów oporowych, znacznie będzie się różnić od momentu parcia w spokoju. Przy tem obrachowaniu stawia się warunek, albo żeby wypadkowa z parcia ziemi i ciężaru muru nie wyszła z środkowej trzeciej części podstawy, albo powierzchnię ciśnienia u podstawy przyjmuje się mniejszą, gdyż żąda się jedynie, żeby „środek ciśnienia działającego na przekrój muru, posiadał od najbardziej ciśnio-

*) Handbuch d. Ing. Wissensch., I. Band, II. Abteilung, Wien 1897, str. 249.

nej krawędzi muru odstęp ζ conajmniej równy $\frac{1}{6}$ d, lepiej $\frac{1}{4}$ d" *), gdy d oznacza grubość muru. Podług tej zasady, w połączeniu z małym momentem parcia, obrachowane mury wydają mi się za słabe. Twierdzeniu, że one przecie utrzymują się w równowadze, trzeba przeciwstawić po pierwsze, że w naturze nie istnieją ziemie pozbawione zupełnie spójności, że zatem natura do ich stałości dopomaga**), a po drugie, że zawalenia się murów oporowych i przybrzeżnych, za słabo obrachowanych, nie są rzadkością. Dowodem tego rozprawa z najnowszych czasów A. Horn'a***), w której przytoczono przypadek zawalenia się wszystkich za słabo wykonanych murów przybrzeżnych, gdy silniej wykonane się ostały. W tej rozprawie także podniesiono, że przy wszystkich budowlach wprowadza się wydatny stopień bezpieczeństwa, tylko nie przy murach narażonych na parcie ziemi.

Z powyższego przedstawienia sprawy dadzą się wysnuć pewne prawidła dla obrachowania murów oporowych i podporowych, przyczółków****) i murów przybrzeżnych; będą one rozpatrywane w osobnej rozprawie.

ROZDZIAŁ II.

ównowaga materjałów sypkich spoistych.

Wstęp. W I. rozdziale rozpatrywano równowagę zespołów, nie posiadających zgoła spójności; obecnie przystępujemy do próby ustalenia warunków równowagi zespołów, posiadających spójność, na podstawie wyników tam otrzymanych.

Podobnie jak w I. rozdziale rozpoczniemy badaniem zespołu kul, poczem przejdziemy na materjał ziemny.

A. ZESPÓŁ KUL.

§ 41. *Określenia.* Przypuszcza się, że kule o dokładnym kształcie kulistym i jednakowe co do wielkości są otoczone

*) Müller-Breslau, Erddruck auf Stützmauern, Stuttgart 1906, str. 152.

**) Przy większej spójności ziemi należałoby mury odpowiednio do zmniejszonego parcia rachować.

***) Wochenschr. f. d. oeffentl. Baudienst, 1914, str. 749.

****) Mianowicie przyczółków z prostopadłemi lub ukośnemi skrzydłami. Przyczółki ze skrzydłami równoległemi powinny być inaczej obrachowane.

spoistą materją, która całkowicie wypełnia próżnie między kulami. Ta materja stawia opór tak wzajemnemu przesunięciu, jak też oderwaniu kul.

Ze skąpych doświadczeń, służących do wyznaczenia spójności materjału ziemnego, nie można wywnioskować, czy obydwa rodzaje oporów są równie wielkie. Wprowadzimy je jako równe, wynoszące c ton na metr kwadratowy; nie ulega wszakże trudności wprowadzić wielkości nierówne.

§ 42. *Układ i gęstość.* W I. rozdziale ustalono trzy układy kul AI, AII i AIII, należące do tego samego układu A, a różniące się kierunkiem stopy skarpy lub ściany. Takie same układy wprowadzimy dla spoistego zespołu. Co do gęstości zespołu, scharakteryzowanej tam modułem ζ, to tę ilość należy przyjąć równą zeru, gdyż podług § 41. przypuszcza się, że próżnie pomiędzy kulami są materją spoistą zupełnie wypełnione. Gęstość, na którą dwa materjały się składają, najlepiej wprost wyznaczyć. Będzie także luźno sypany zespół omawiany, dla którego obierzemy tę samą wartość $\zeta = 0{\cdot}13$ jak w I. rozdziale.

§ 43. *Graniczna powierzchnia równowagi skarpy.* Widzieliśmy w I. rozdziale, że zespół niespoisty utrzyma się w równowadze granicznej podług płaskiej stromej skarpy, której kąt nachylenia σ zawisł od rodzaju układu i jego gęstości. W materjale spoistym występuje skarpa równowagi jako powierzchnia krzywa, w górnej części silniej zakrzywiona i naprzód wysunięta.

W naturze okazuje się ona pięknie i wyraźnie w wilgotnym śniegu, gdy zostaje zawiany do ściany lub żywopłotu, a z powodu przy tem powstałych wirów przyjmie kształt zakrzywionej skarpy. Podobny kształt okazują samopowstałe skarpy gliniastej ziemi, albo zwięzłego żwiru, albo też, i to nieraz szczególnie dobrze wykształcone, wyłuszczenia zbyt stromo założonych skarp przekopów.

Do równowagi takich skarp dopomaga spójność w dwojakim kierunku; mianowicie oporem przeciw przesunięciu warstw i przeciw przełamaniu się wystającej części skarpy.

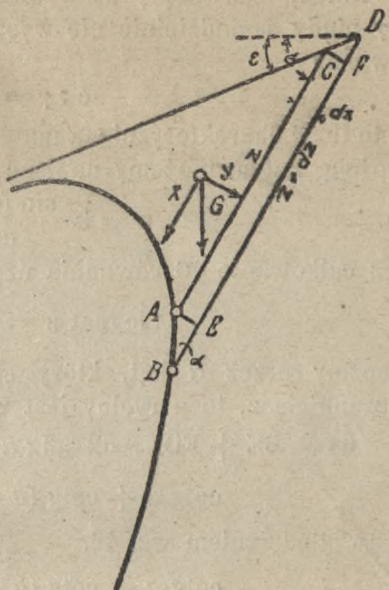
§ 44. *Stan graniczny zespołu przeciw przesunięciu.* Na ryc. 23. jest przedstawiona górna część zakrzywionej skarpy zespołu, odgraniczonego pod kątem ε. W niespoistym zespole występują rzędy nachylone pod kątem stromości σ, jak AC, wytwarzające płaskie warstwy. Na taką warstwę dowolnie nałożony spoisty materjał utrzyma się w równowadze, jeżeli składowa X jego ciężaru G równoległa do AC, będzie zrównoważona spójnością występującą na AC = z.

Drugą, pod kątem ω nachyloną składowę Y przyjmuje zespół (§ 9.). Zatem, na długość jednostki skarpy wgłąb ma być

45. $X = c\,z$

jeżeli c oznacza spójność na metr kwadratowy.

Tu przyjęto, że przesunięcie nastąpi wzdłuż stromych rzędów, **gdyż jedynie w tym kierunku istnieją warstwy płaskie, które gładkie zesunięcie umożliwiają.** W każdym innym kierunku, aż do pionowego, są kule w ten sposób podparte, że zesunięcie wymagałoby wyłamywania poszczególnych kul.



Ryc. 23.

Jeżeli do ciężaru G dodamy element A B C D, to składowa X zwiększy się o składowę ciężaru tego elementu. Jeżeli jego szerokość wynosi dx, gęstość materjału zespołu jest γ, to ciężar elementu równy γ z dx.

Podług § 12. otrzyma się wielkość składowej równoległej do stromej płaszczyzny, gdy się pomnoży ciężar przez cos ω : sin $(\omega + \sigma)$. Zatem dla granicy równowagi wzdłuż BD = z + dz istnieje równanie:

$$X + \gamma\, z\, dx \frac{\cos\omega}{\sin(\omega + \sigma)} = (z + dz)\, c$$

a gdy podług wz. 45. X i zc się znoszą, to pozostanie, gdy jeszcze wyraz stały c sin $(\omega + \sigma)$: γ cos ω oznaczymy stale literą a:

46. $$\frac{dz}{z} = \frac{dx}{a}, \text{ lub } \frac{dz}{dx} = \frac{z}{a}$$

jako wzór zasadniczy dla zakrzywionej skarpy. Ilość a jest długością.

Należy zauważyć, że w dalszem przeprowadzeniu ilości c i γ nigdy samodzielnie nie występują, lecz jako iloraz $c : \gamma$. Nazwiemy

47. $$c : \gamma = k$$

Jest to ilość charakteryzująca materjał zespołu; ona jest również długością. Zatem możemy napisać

47 a. $$a = k \frac{\sin (\omega + \sigma)}{\cos \omega}$$

Przez całkowanie 46 równania uzyska się:

48. $$\text{lognat } z = \frac{x}{a} + C$$

Oznaczmy przez α kąt, który styczna w punkcie B zawiera z kierunkiem z, to z ryciny jest widoczne, że

$$dz = \overline{BE} + \overline{FD} = dx \operatorname{cotg} \alpha + dx \operatorname{cotg} (\sigma - \varepsilon), \text{ lub}$$

$$\operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{cotg} (\sigma - \varepsilon) = \frac{dz}{dx}$$

a z uwzględnieniem wz. 46.

49. $$\operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{cotg} (\sigma - \varepsilon) = \frac{z}{a}$$

Weźmy pod uwagę na ryc. 24. punkt A, dla którego styczna do linji skarpy jest pionowa i nazwijmy jej przynależną a do stromej linji równoległą rzędną literą z_a, to gdy w wz. 49. podstawimy $\operatorname{cotg} \alpha = \operatorname{tang} \sigma$, a za z wstawimy z_a, otrzymamy

50. $$z_a = a \left[\operatorname{tang} \sigma + \operatorname{cotg} (\sigma - \varepsilon)\right] = \frac{a \cos \varepsilon}{\cos \sigma \sin (\sigma - \varepsilon)}$$

Dla pionowego dostępu $AC = \eta_a$ będzie

51. $$\eta_a = z_a \frac{\sin (\sigma - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} = \frac{a}{\cos \sigma}$$

zatem od ε niezależne.

Ten wzór wykazuje znaczenie ilości a, mianowicie jest to długość prostopadłej, poprowadzonej z C na AO.

Gdy się obierze w kierunku z rzędne, a prostopadle do z kierunek odciętych x, i gdy na rzędnej z_a obierze się dowolny punkt D jako początek układu, to dla $z = z_a$ jest $x = o$. Z temi wartościami wynika z wz. 48., że $C = \text{lognat } z_a$, zatem

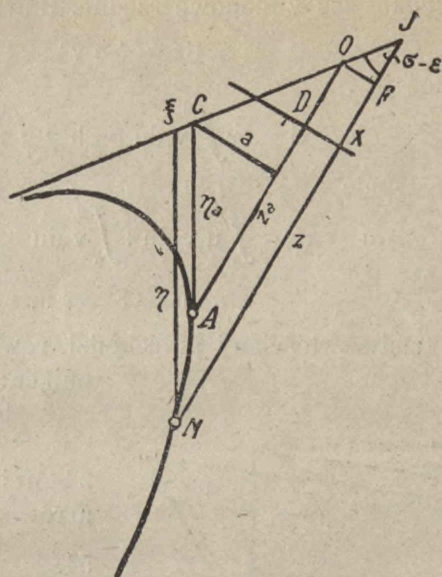
52. $$\operatorname{lognat} \frac{z}{z_a} = \frac{x}{a}$$

a ostatecznie

53. $$z = z_a e^{\frac{x}{a}}$$

jako równanie iinji skarpy.

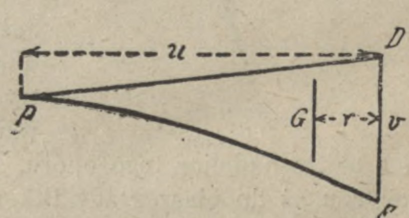
Nadal nazywać ją będziemy linją Z. Jej przebieg jest z jednej strony asymptotyczny do odgraniczenia zespołu, bo dla $x = -\infty$ jest $z = o$, z drugiej strony jest dla $x = +\infty$ także $z = +\infty$ a α równe zeru, to znaczy, że styczna spada z linją stromości, nachyloną pod σ. Dla $c = k = 0$ jest $a = \eta_a = 0$; punkt A przesuwa się do linji odgraniczenia zespołu, a linja Z staje się prostą wychodzącą z A, a nachyloną pod kątem σ.



Ryc. 24.

Gdy a i z_a są funkcjami kątów σ i ω, a te kąty są zależne od układu zespołu, to dla każdego stałego układu AI, AII, AIII istnieją osobne linje Z.

§ 45. *Stan graniczny dla przełamania.* Część zespołu przebiegająca asymptotycznie do górnego odgraniczenia oczywiście nie może istnieć w całej rozciągłości. W stanie granicznym może się wyrobić jedynie jako wyskok, dźwigający swój własny ciężar. Aby w przekroju DE na ryc. 25. nie nastąpiło przełamanie, musi być moment Gr ciężaru występu PDE zrównoważony momentem siły



Ryc. 25.

przylegania w DE. Przytem robimy najprostsze założenie, że natężenia na ciśnienie i ciągnienie są równe. Takie założenie, choćby z rzeczywistością nie było zupełnie zgodne, jest dopuszczalne, bo dokładny kształt występu w dalszym ciągu nie odgrywa roli (ob. § 56.).

Występ dźwigający własny ciężar jest dźwigarem o jednostajnym oporze, a jako taki jest odgraniczony parabolą o równaniu $v = b\,u^2$, jeżeli u oznacza od P rachowane **p o z i o m e** odcięte, zaś v pionowe rzędne. Równanie równowagi opiewa:

$$Gr = \tfrac{1}{6}\,c\,v^2 = \tfrac{1}{6}\,b^2\,c\,u^4$$

Otóż jest

$$G = \gamma\int_0^u v\,du = b\,\gamma\int_0^u u^2\,du = \tfrac{1}{3}\,b\,\gamma\,u^3$$

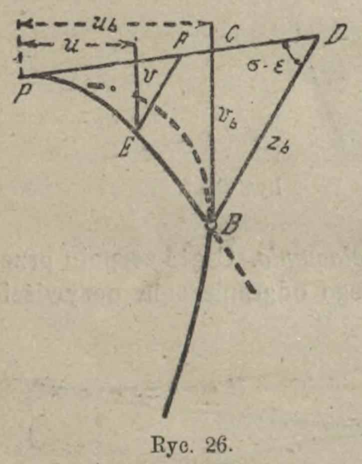
Następnie

$$u - r = \int_0^u u\,v\,du : \int_0^u v\,du = \int_0^u u^3\,du : \int_0^u u^2\,du$$

$$u - r = \tfrac{3}{4}\,u,\quad r = \frac{u}{4}$$

Z temi wartościami przechodzi równanie równowagi w następujące:

$$\frac{b\,\gamma\,u^4}{12} = \frac{c\,b^2\,u^4}{6}$$



Ryc. 26.

z której wynika $b = \gamma : 2c = 1 : 2k$, a równanie paraboli

$$54.\qquad v = \frac{u^2}{2k}$$

Jest ono od nachylenia ε powierzchni niezależne. Dla $k = 0{\cdot}2$ m obrachowane współrzędne paraboli są zestawione w IX. tabeli.

§ 46. *Punkt załomu skarpy.* Jeżeli się zbada dla dowolnego punktu E parabolicznego występu (ryc. 26.) opór przeciw zesunięciu wzdłuż stromej płaszczyzny EF, to się okaże nadmiar tego oporu, zmniejszający się z rosnącą odciętą u aż do płaszczyzny BD, w której ten opór został całkowicie zużyty. Punkt B leży oczywiście na linji Z i jest jej **p u n k t e m z a ł o m u**. Dla niego musi składowa ciężaru partji

BEPD nachylona pod kątem σ równać się oporowi $c\, z_b$. Ten ciężar składa się z ciężaru partji PEBC $= \frac{\gamma\, b\, u_b^3}{3}$ (§ 45.) i BCD, który równa się $\frac{1}{2}\gamma\, v_b$, pomnożone przez długość prostopadłej, poprowadzonej z D na kierunek BC, równej $v_b \cos\sigma \cos\varepsilon : \sin(\sigma - \varepsilon)$. W celu otrzymania składowej równoległej do BC, należy sumaryczny ciężar pomnożyć wyrazem $\cos\omega : \sin(\sigma + \omega) = k : a$ (wz. 47 a.). Gdy się jeszcze podstawi $v_b = b\, u_b^2$ i $z_b = v_b \cos\varepsilon : \sin(\sigma - \varepsilon)$, to się uzyska równanie:

$$\frac{k}{a}\left[\frac{\gamma\, b\, u_b^3}{3} + \frac{1}{2}\gamma\, b^2\, u_b^4 \frac{\cos\sigma\cos\varepsilon}{\sin(\sigma-\varepsilon)}\right] = c\, b\, u_b^2 \frac{\cos\varepsilon}{\sin(\sigma-\varepsilon)}$$

$$u_b^2 + \frac{2\, u_b \sin(\sigma-\varepsilon)}{3\, b\cos\sigma\cos\varepsilon} - \frac{6\, a}{3\, b\cos\sigma} = 0$$

$$55. \qquad u_b^2 = \frac{-\sin(\sigma-\varepsilon) \pm \sqrt{\sin^2(\sigma-\varepsilon) + 18\, a\, b\cos\sigma\cos^2\varepsilon}}{3\, b\cos\sigma\cos\varepsilon}$$

Jest to odcięta punktu załomu. Dla nas tylko znak $+$ przed pierwiastkiem ma znaczenie. Przynależne rzędne są $v_b = b\, u_b^2$ i $z_b = v_b \cos\varepsilon : \sin(\sigma - \varepsilon)$. Zatem punkt załomu jest na obydwu krzywych ustalony.

Na ryc. 27. i 28. są paraboliczne występy PB układów AI i AII dla $k = 0{\cdot}2$ wrysowane.

§ 47. *Współrzędne linji Z.* Wzór 53. linji Z odnosi się do ukośnych współrzędnych x i z. Dla dalszych badań należy przenieść oś odciętych na prostą odgraniczającą zespół, zaś oś rzędnych przyjąć pionową. Jeżeli takie współrzędne oznaczymy, jak dla punktu M na ryc. 24. literami ξ i η, a obierzemy początek odciętych w punkcie O, w którym z A poprowadzona stroma prosta przecina odgraniczenie zespołu, to podług 24. ryciny

$$\xi = \overline{MJ}\,\frac{\cos\sigma}{\cos\varepsilon} - \frac{\overline{FJ}}{\cos(\sigma-\varepsilon)} = z\,\frac{\cos\sigma}{\cos\varepsilon} - \frac{x}{\sin(\sigma-\varepsilon)}$$

$$\eta = z\,\frac{\sin(\sigma-\varepsilon)}{\cos\varepsilon} \text{ lub } z = \eta\,\frac{\cos\varepsilon}{\sin(\sigma-\varepsilon)}$$

Gdy uwzględnimy wz. 51. i 52., to wyniknie

$$\frac{z}{z_a} = \frac{\eta}{\eta_a}, \text{ zaś } x = a \operatorname{lognat}\frac{\eta}{\eta_a}$$

a z górną wartością dla z:

$$\xi = \frac{a}{\sin(\sigma-\varepsilon)}\left(\frac{\eta}{\eta_a} - \operatorname{lognat}\frac{\eta}{\eta_a}\right)$$

Dla $\eta = \eta_a$, to jest dla punktu A jest

56. $$\xi_a = \frac{a}{\sin(\sigma - \varepsilon)}$$

długość CO, zatem równanie linji Z opiewa:

57. $$\xi = \xi_a \left(\frac{\eta}{\eta_a} - \operatorname{lognat} \frac{\eta}{\eta_a} \right)$$

Ilość η_a jest wz. 51. ustalona.

§ 48. *Linje normalne. Wybór układu zespołu.* Wszystkie ilości dla linji Z miarodajne, są do ilości k proporcjonalne. Dla ilości a, z_a, ξ_a i η_a jest to z wzorów 47 a., 50., 51. i 56. wprost widoczne. Ponieważ x jest od k zależne, to x : a i $e^{\frac{x}{a}}$ są od k niezależne, zatem z zależne od z_a jest również do k proporcjonalne. Podobnie istnieje taka proporcjonalność dla współrzędnych ξ i η.

Na podstawie tego wyniku wystarczy dla wszystkich wartości k, gdy się na razie tylko poziome odgraniczenie zespołu uwzględni, wyznaczyć j e d n ą n o r m a l n ą l i n j ę Z dla pewnej wartości k. Dla innej wartości k_1 należy współrzędne krzywej w stosunku k do k_1 odpowiednio zmienić. To samo odnosi się do paraboli.

Ryc. 27.

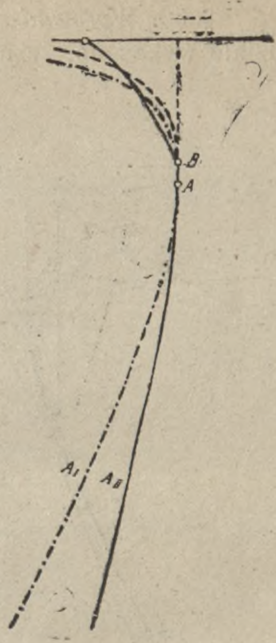
W tym celu, aby wyrysowana linja Z otrzymała wybitne zakrzywienie górnej części, obrano k = = 0·2 m, co odpowiada wartości c = 0·4 t/m² przy $\gamma = 2$ t/m³. Ponieważ w zespole trzy stałe układy występują, to należałoby rysować trzy linje normalne, a przynajmniej dwie dla układów AI i AII jako granicznych. Wszystkie ilości odnoszące się do układu AIII mieszczą się między temi granicami.

Linje normalne powinne być rysowane w podziałce 1 : 10. Ryciny 27. i 28. przedstawiają linje normalne w podziałce 1 : 20 razem z parabolicznemi występami, sięgającymi do punktu załomu B. Dla ich rysowania wprowadzono kąty przynależne podług I. rozdziału do wartości $\zeta = 0{\cdot}0$ (III. tabela):

Układ	AI	AII
$\sigma =$	$54^0 44'$	$70^0 32'$
$\omega =$	$70^0 32'$	$54^0 44'$

Na ryc. 28. są dla porównania obie linje uwidocznione.

§ 49. *Wpływ nachylenia powierzchni.* Wzory poprzednio ustawione uwzględniają nachylenie ε. Ilości a i η_a są od ε niezależne. Odcięta ξ doznaje z rosnącym kątem ε znacznego powiększenia przezto, że w mianowniku dotyczącego wzoru znajduje się $\sin(\sigma - \varepsilon)$. Ryc. 29. okazuje linję normalną wraz z występem dla układu AI, $\zeta = 0{\cdot}0$ i $\varepsilon = 30^0$, a dla porównania linją perłowaną wyciągniętą linję Z dla $\varepsilon = o$. To porównanie okazuje niekorzystny wpływ nachylenia odgraniczenia zespołu. Dla zastosowania wypadałoby dla każdej wartości kąta ε współrzędne obrachować. Tę pracę można znacznie oszczędzić, jeżeli się te współrzędne urobi podług linji Z dla $\varepsilon = o$. Gdy z i z_a odnosi się do nachylenia $\varepsilon = o$, zaś z' i z'_a do nachylenia ε, to podług wz. 50. jest



Ryc. 28.

$$z_a = \frac{a}{\sin\sigma\cos\sigma}, \quad z'_a = \frac{a\cos\varepsilon}{\cos\sigma\sin(\sigma-\varepsilon)}, \text{ więc}$$

$$\frac{z'_a}{z_a} = \frac{\sin\sigma\cos\varepsilon}{\sin(\sigma-\varepsilon)} = \frac{1}{1-\operatorname{cotg}\sigma\operatorname{tang}\varepsilon}, \text{ zatem ilość stała.}$$

Ponieważ ilość a posiada dla obu linji tę samą wartość, więc dla tej samej wartości x ani $\frac{x}{a}$, ani $e^{\frac{x}{a}}$ się nie zmnienią, zatem nastąpi

58. $$\frac{z'}{z} = \frac{z'_a}{z_a} = \frac{1}{1-\operatorname{cotg}\sigma\operatorname{tang}\varepsilon}$$

więc także ilość stała. Jeżeli zatem dla obranej wartości x przynależną rzędnę z przez powyższą stałą ilość się pomnoży, co sposobem wykreślnym da się szybko uskutecznić, to się otrzyma do tej samej wartości x przynależną rzędnę. Podobnie, przez proste mnożenie otrzyma się

$$\xi'_a = \frac{a}{\sin(\sigma - \varepsilon)}, \quad \xi' = \xi \frac{\sin \sigma}{\sin(\sigma - \varepsilon)} \tag{58 a.}$$

§ 50. *Wprowadzenie średniego kąta stromości μ.* W I. rozdziale wykazano, że układy AI i AII wyznaczają graniczne wartości tak dla kąta stromości, jak też dla parcia zespołu na ścianę. Jeżeli się chce znać te graniczne wartości, to trzeba obrachowania dla obu układów przeprowadzić. Dla zastosowania praktycznego wprowadzono średnią arytmetyczną parcia z błędem nie przekraczającym 4%. Dla materjału spoistego jest to tem bardziej usprawiedliwione, że wyznaczenie ilości c jest niepewne. Jeżeli się nadto zważy, że w zespole obydwa układy znajdą się pomięszane, to jest wskazane zamiast kątów σ i ω przynależnych do tych układów, wprowadzić jeden kąt, a tem samem wszelkie obrachowania znacznie uprościć. Ten średni kąt μ został wyznaczony z warunku, że na jego podstawie dla zespołu niespoistego obrachowane parcie na ścianę równa się owej średniej parcia. Niestety okazała się przytem zależność tego kąta od nachylenia ε i od kąta nachylenia ściany ψ. Do dotyczących rachunków wprowadzono za ζ dwie wartości, mianowicie 0·0 i 0·13. Rachunek dał następujący wynik:

Ryc. 29.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{dla } \zeta = 0{\cdot}0 \ : \mu^0 = 62^0 56' + 0{\cdot}0044\, \psi^0 - 0{\cdot}017\, \varepsilon^0 \\ \text{„ } \zeta = 0{\cdot}13 : \mu^0 = 58^0 09' + 0{\cdot}0044\, \psi^0 - 0{\cdot}035\, \varepsilon^0 \end{array} \right. \tag{59.}$$

Przytem przypuszcza się ε nie wiele większe niż 30^0. Dla pionnowej ściany ($\psi = 90^0$) wynosi μ $63^0 20'$ i $58^0 33'$.

Wszystkie poprzednio otrzymane wzory zatrzymują swoją wartość z następującemi zmianami:

$$60. \quad \left\{ \begin{array}{l} a = 2 \text{ k} \sin \mu; \quad \operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{cotg} (\mu - \varepsilon) = \dfrac{z}{a}; \\[2ex] z_a = \dfrac{a \cos \varepsilon}{\cos \mu \sin (\mu - \varepsilon)}; \; \eta_a = \dfrac{a}{\cos \mu} = 2 \text{ k} \operatorname{tang} \mu; \\[2ex] u_b = \dfrac{- m + \sqrt{m^2 + 18 \operatorname{tang} \mu}}{3 b}, \text{ gdy } m = \dfrac{\sin (\mu - \varepsilon)}{\cos \mu \cos \varepsilon}; \\[2ex] \xi_a = \dfrac{a}{\sin (\mu - \varepsilon)} = \dfrac{2 \text{ k} \sin \mu}{\sin (\mu - \varepsilon)}; \; z = \eta \dfrac{\cos \varepsilon}{\sin (\mu - \varepsilon)} \end{array} \right.$$

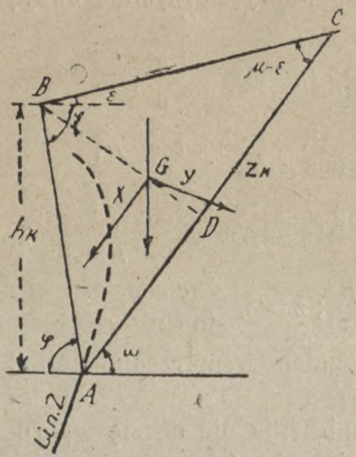
Inne wzory pozostają niezmienione, zatem współrzędne linji Z obrachuje się podług wz. 57.

Linja Z dla nachylonego odgraniczenia nie da się wyprowadzić z linji dla poziomego odgraniczenia, tak jak to w § 49. podano, a także nie zachodzi niezależność ilości η_a od ε, gdyż każdemu nachyleniu ε odpowiada podług wz. 51. inny kąt μ. Dla praktycznego zastosowania obrano $\operatorname{tang} \varepsilon = 0, 0{\cdot}4$ i $0{\cdot}8$ i obrachowano współrzędne dla $\zeta = 0$. Obrachowane współrzędne zestawiono w VIII. tabeli. W dalszym ciągu będzie wyłącznie stosowany kąt μ.

§ 51. *Skarpa naturalna.* Skarpa zakrzywiona podług linji Z znajduje się na granicy równowagi, dlatego na dłuższy przeciąg czasu się nie utrzyma. Definicja skarpy naturalnej, podana w § 7., nie da się zastosować dla zespołu spoistego. W naturze skarpa pierwotnie stromsza staje się z czasem mniej stromą, bo wpływy atmosferyczne zmniejszyły spójność do pewnej głębokości. W zastosowaniu do zespołu kulowego należy prawo linji Z zatrzymać, a tylko mniejszą spójność wprowadzić. Stopień zmniejszenia spójności ma być zastosowany do rodzaju spajającej materji.

§ 52. *Zespół usypany.* Poprzednie rozpatrywania dotyczyły zespołu, w którym spoista materja wypełniała zupełnie próżnie między kulami, więc moduł gęstości ζ obrano równy zeru. W zespole usypanym pozostają próżnie, które z czasem przez osiadanie zespołu się zmniejszają. Dla takiego zespołu należy wprowadzić, podobnie jak dla niespoistego zespołu, $\zeta = 0{\cdot}13$.

§ 53. *Wysokość spójni.* Pod wysokością spójni rozumiemy, jak wiadomo, tę wysokość, w której dowolnie nachylona i pod dowolnem nachyleniem płasko skopana ziemia utrzyma się w granicznym stanie równowagi. W zastosowaniu do zespołu kulowego niech będzie na ryc. 30. AC pod kątem μ nachylona stroma linja, AB pod kątem φ nachylona skarpa, zaś h_K jej przynależna wysokość spójni. Równowaga będzie istnieć, skoro składowa X ciężaru pryzmatu ABC, równoległa do stromej AC, będzie zrównoważona oporem spójności płaszczyzny AC. Jeżeli to nastąpi, to w każdej innej płaszczyźnie równoległej do AC istnieje nadmiar oporu.



Jeżeli BD jest prostopadle do AC poprowadzone, to ciężar G pryzmatu równa się

$$\tfrac{1}{2}\gamma\,\overline{AC}\,.\,\overline{BD} = \tfrac{1}{2}\gamma\,z_K^2\,\frac{\sin(\mu+\varphi)\sin(\mu-\varepsilon)}{\sin(\varphi+\varepsilon)}$$

Składowę X otrzyma się przez pomnożenie ciężaru G przez $\cos\omega : \sin(\sigma+\omega)$, a po wprowadzeniu kąta μ przez $1 : 2\sin\mu$. Rownanie równowagi opiewa:

$$\tfrac{1}{4}\gamma\,z_K^2\,\frac{\sin(\mu+\varphi)\sin(\mu-\varepsilon)}{\sin\mu\,\sin(\varphi+\varepsilon)} = c\,z_K$$

z którego otrzyma się

$$z_K = \frac{4\,k\sin\mu\,\sin(\varphi+\varepsilon)}{\sin(\mu+\varphi)\sin(\mu-\varepsilon)}$$

a gdy $= \overline{AB}\sin\varphi = z_K\,\frac{\sin(\mu-\varepsilon)\sin\varphi}{\sin(\varphi+\varepsilon)}$, to się wyznaczy

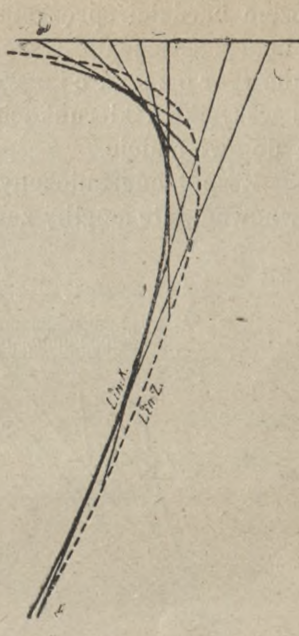
61. $$h_K = \frac{4\,k\sin\mu\,\sin\varphi}{\sin(\mu+\varphi)}$$

Ten wzór okazuje, że wysokość spójni jest od ε niezależna. Dla pionowej skarpy, więc dla $\varphi = 90^0$ jest

62. $$z_K = \frac{4\,k\sin\mu\,\cos\varepsilon}{\cos\mu\,\sin(\mu-\varepsilon)},\quad h_K = 4\,k\,\mathrm{tang}\,\mu$$

Jeżeli ten wzór porówna się z wz. 60., to się okaże, że dla pionowej skarpy jest $z_K = 2\, z_a$, zaś $h_K = 2\, \eta_a$.

Dolny punkt A skarpy na ryc. 30. leży na tej linji Z, która przynależy do odgraniczenia BC, w punkcie o ukośnej rzędnej z_K. Każdemu kątowi φ odpowiada inny punkt na linji Z położony. Dla wyznaczenia tych punktów obierzemy linję Z dla poziomego odgraniczenia ($\varepsilon = 0$) Dla nich jest $\eta = h_K$, zaś ξ obrachuje się podług wz. 57. Jeżeli się wyznaczy kilka takich punktów i od nich na ryc. 31. poprowadzi skarpy pod przynależnym kątem φ, to te skarpy otoczą krzywą linję, l i n j ę K, która ma tę własność, że styczna do niej pod kątem φ poprowadzona wyznacza punkt dolny na linji Z i wysokość spójni. W celu skonstruowania linji K są obrachowane współrzędne spodków skarp dla $\zeta = 0$ i $\varepsilon = 0$ zestawione w XI. tabeli.

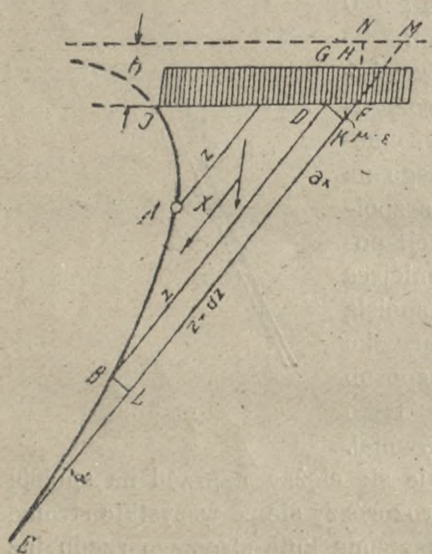


Ryc. 31.

§ 54. *Obciążenie zespołu skupionym ciężarem. Głębokość rozpraszania t. Rozparcie.* W § 20. był omówiony wpływ ciężaru skupionego na niespoisty zespół. W materjale spoistym, w którym podług definicji podanej w § 41. wszystkie puste miejsca pomiędzy kulami są wypełnione spoistą masą, nastąpi przebieg ciężaru ku wnętrzu zespołu w podobny sposób podług stożka rozpraszającego, tylko to rozpraszanie nastąpi intensywniej. Przez kulę obciążoną przeniesie się ciężar naprzód na spoistą masę; on ją zgęści i przez nią rozprószy się na wszystkie strony, nawet ku górze, tak że na następną kulę stromego rzędu już tylko mniejsza część ciężaru się przeniesie. Jeżeli masa spoista jest plastyczna, to rozprzestrzenienie się tego działania będzie mniejsze niż w masie sprężystej. Z powodu tego szybkiego rozprzestrzeniania się nastąpi szybsze zmniejszanie się składowej ciężaru niż w niespoistym materjale, a będzie ono tem szybsze, czem gęstsza i czem bardziej sprężysta jest spoista masa.

W pewnej głębokości nastąpi rozprószenie ciężaru na tak wielką powierzchnię, a jej obciążenie będzie tak nieznaczne (ob. § 20.), że przez ewentualnie wywołane opory wewnętrzne wpływ ciężaru będzie zupełnie pokonany. Tę głębokość nazwiemy głębokością rozpraszania i oznaczymy ją literą t. Ponieważ wewnętrzne opory rosną równomiernie z obciążeniem, to głębokość rozpraszania danego materjalu jest ilością stałą, od wielkości obciążenia niezależną. Podług powyższego jest ta głębokość tem mniejsza, czem gęstsza i czem bardziej sprężysta jest spoista masa. Wywołane obciążeniem zgęszczenie, wespół z poprzecznem odkształceniem kul, stanowi rozparcie wewnątrz zespołu, ktore zatem również we wszystkich kierunkach się rozprzestrzeni i tak samo szybko ku dołowi maleje.

Zespół odgraniczony linją Z znajduje się w skrajnym stanie równowagi, nie mógłby zatem bez odpowiedniego przekształcenia tej linji utrzymać jakikolwiek ciężar. Jeżeli natomiast jest odgraniczony skarpą naturalną, a więc skarpą stałej równowagi, urobionej podług § 51. na podstawie zmniejszonej spójności, to w każdym stromym rzędzie istnieje nadmiar spójności, który dopomoże do dźwigania ciężarów o określonej wielkości. Zresztą ob. § 55.



Ryc. 32.

§ 55. *Wpływ obciążenia na zespół zeskarpowany podług linji Z.* Naprzód rozpatrzymy całkowite jednostajne obciążenie powierzchni zespołu. Na ryc. 32. jest powierzchnia pod ε nachylona, obciążona ciężarem q na jednostkę poziomą długości. Jeżeli to obciążenie zastąpi się materjałem zespołu o wysokości h, to $q = \gamma h$. Dla równowagi części zespołu powyżej BD położonego, musi jej składowa X wraz z obciążeniem na JD równać się c z.

Jeżeli się doda element BDFE o szerokości dx, to powinna składowa X, powiększona o składową ciężaru elementu, wraz z obciążeniem na DF być zrównoważona spójnością na EF $= z + dz$. Składową otrzymamy, gdy ciężar pomnożymy ilością $1 : 2 \sin \mu$, równą $k : a$ (wz. 60.). Otóż $\overline{DF} = dx : \sin(\mu - \varepsilon)$, a obciążenie spoczywające na DF równa się $\gamma h \, dx \cos \varepsilon : \sin(\mu - \varepsilon)$. Z powyższych rozważań wynika równanie

$$X + \gamma z \, dx \frac{k}{a} + \frac{\gamma h \, dx \cos \varepsilon}{\sin(\mu - \varepsilon)} \cdot \frac{k}{a} = c(z + dz)$$

a gdy $X = cz$, to pozostaje

$$\left[z + h \frac{\cos \varepsilon}{\sin(\mu - \varepsilon)}\right] dx = a \, dz$$

Nazwijmy drugi człon w nawiasie literą i, to z trójkąta FNM, w którym $\overline{FN} = h$ wynika, że i jest przedłużeniem rzędnej z przynależnem do wysokości h. Powyższe równanie opiewa teraz $(z + i) \, dx = a \, dz$ zatem

63. $$\frac{dz}{z + i} = \frac{dx}{a}, \text{ więc } \operatorname{lognat}(z + i) = \frac{x}{a} + C$$

64. $$\frac{dz}{dx} = \frac{z + i}{a}$$

Na długość dz składają się długości $\overline{EL}$ i $\overline{KF}$. Gdy znowu kąt przy E oznaczymy literą α, to $\overline{EL} = dx \operatorname{cotg} \alpha$, $\overline{KF} = dx \operatorname{cotg}(\mu - \varepsilon)$, zatem

65. $$\frac{dz}{dx} = \operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{cotg}(\mu - \varepsilon) = \frac{z + i}{a}$$

Dla punktu A ze styczną pionową, więc dla $\alpha = 90^0 - \mu$, niech będzie $z = z_q$, to z wz. 65.

$$\frac{z_q + i}{a} = \operatorname{tang} \mu + \operatorname{cotg}(\mu - \varepsilon) = \frac{\cos \varepsilon}{\cos \mu \sin(\mu - \varepsilon)}, \text{ więc}$$

66. $$z_q = \frac{a \cos \varepsilon}{\cos \mu \sin(\mu - \varepsilon)} - i$$

Gdy się obierze oś x prostopadle do BD z początkiem na z_q, to dla $z = z_q$ jest $x = 0$ a podług wz. 63. $C = \operatorname{lognat}(z_q + i)$, zatem równanie linji skarpy

67. $$\operatorname{lognat} \frac{z + i}{z_q + i} = \frac{x}{a}, \text{ więc } \frac{z + i}{z_q + i} = e^{\frac{x}{a}}$$

Jeżeli się porówna wz. 66. z wz. 50., to się okaże, gdy σ zastąpi się kątem μ, że $z_q + i = z_a$. Następnie wynika z porównania wzorów 67. i 53., że dla tej samej wartości x (a jest także to samo), z + i równa się rzędnej z przy nieobciążonej powierzchni. Pozostaje zatem ta sama linja Z, tylko jej rzędne z są o stały wymiar i skrócone. A ponieważ już poprzednio widzieliśmy, że wymiarowi i w kierunku z odpowiada pionowa wysokość h, to przy obciążeniu pozostaje pierwotna linja Z, tylko linja odgraniczenia obniża się o wymiar h. Stan jest zatem taki, jakoby linja Z była wykreślona dla zespołu o h podwyższonego. Przytem dla większych wartości h zniknie występ.

Ryc. 33.

Gdy powierzchnia jest tylko częściowo obciążona, na długości AB (ryc. 33.), to pomiędzy P i EA wchodzi w działanie linja Z oznaczona przez PEG aż do punktu E. Od tego punktu wchodzi w grę linja JEF, wykreślona dla odgraniczenia o h podwyższonego, aż do punktu F, przynależnego do końca obciążenia. Od F zaczyna się linja Z odpowiadająca odgraniczeniu zespołu, której rzędne z są o stały wymiar FG przedłużone. W ten sposób powstają punkty załomu przy E i F.

Pozostaje jeszcze do zbadania, jaki wpływ wywiera obciążenie na wysokość spójni h_k. Jeżeliby na ryc. 30. BC miało obciążenie $q = \gamma h$ na poziomą jednostkę długości, to należałoby do składowej X dodać składową obciążenia:

$$\tfrac{1}{2} \gamma h z_k \frac{\cos \varepsilon \sin (\mu + \varphi)}{\sin \mu \sin (\varphi + \varepsilon)}$$

Podobnie jak w § 53. wynika równanie:

$$\tfrac{1}{4} \gamma z_k^2 \frac{\sin (\mu + \varphi) \sin (\mu - \varepsilon)}{\sin \mu \sin (\varphi + \varepsilon)} + \tfrac{1}{2} \gamma h z_k \frac{\cos \varepsilon \sin (\mu + \varphi)}{\sin \mu \sin (\varphi + \varepsilon)} = c z_k$$

Z tego równania otrzyma się

$$z_k = \frac{4 k \sin \mu \sin (\varphi + \varepsilon)}{\sin (\mu + \varphi) \sin (\mu - \varepsilon)} - \frac{2 h \cos \varepsilon}{\sin (\mu - \varepsilon)}$$

Drugi wyraz po prawej stronie jest to znana nam długość 2 i, zatem długość z_k zmniejsza się przy obciążeniu o długość 2 i. Podług wzoru poprzedzającego wz. 61. otrzyma się ostatecznie

$$68. \quad h_K = \frac{4\,k \sin \mu \sin \varphi}{\sin (\mu + \varphi)} - \frac{2\,h \sin \varphi \cos \varepsilon}{\sin (\varphi + \varepsilon)}$$

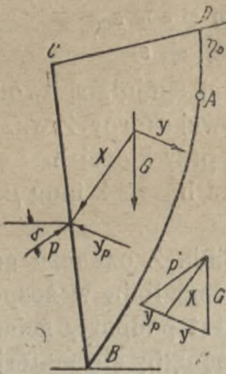
Drugi wyraz oznacza zmniejszenie wysokości spójni, spowodowanej obciążeniem; ona wynosi 2 h dla pionowej skarpy. Z wz. 68. można wyznaczyć tę wysokość obciążenia h, przy której $h_k = 0$. Specjalnie dla $\varphi = 90^0$ i $\varepsilon = 0$ nastąpi to dla $h = 2\,k \tan \mu = \eta_a$ (wz. 60.).

§ 56. *Parcie w spokoju na ścianę.* Linja Z oznacza graniczny stan równowagi, podobnie jak stroma linja w zespole nie posiadającym spójności. Jeżeli zespół jest podparty ścianą, to przy jej poddaniu się tak tu jak tam zesunąłby się materjał, znajdujący się przed temi linjami. Zatem linja Z tworzy podobnie jak stroma linja odgraniczenie odłamu. Ku temu celowi należy linję Z zmodyfikować. Jej górne odgraniczenie tworzy paraboliczny występ, znajdujący się w granicznym stanie równowagi; on załamie się przy najlżejszem wstrząśnieniu i przyczyni się do obciążenia odłamu. Zatem nie należy uwzględniać tego występu przy wyznaczaniu parcia. Wprowadzimy górne odgraniczenie linji Z podług pionowej stycznej w punkcie A, której długość równa się η_a (ob. ryc. 24.). Takie przyjęcie wytworzy stan prawdopodobny, uprości rachowanie i przyczyni się do zwiększenia stopnia bezpieczeństwa.*) Ponieważ układ kul jest taki sam, jak w niespoistym zespole; ponieważ, jak w § 44. wykazano, zesunięcie warstw najłatwiej wzdłuż stromych płaszczyzn nastąpić może, to rozkład ciężaru odłamu na składowe X i Y, a również siły X na składowe P i Y_p nastąpi dokładnie podług § 12. I. rozdziału.

Ryc. 34. okazuje pryzmat odłamu DABC i ten rozkład na składowe X i Y, jak też rozkład siły X na parcie P nachylone do poziomu pod kątem δ i na dodatkową składową Y_p. Zamiast kątów σ i ω wprowadzi się średni kąt μ.

*) Właściwie rzecz się ma inaczej. Odłamanie występu oznaczy ulżenie dla zespołu, które nie może być bez wpływu na przebieg linji Z. Jednakże wywołana zmiana jest tak drobna, że niema praktycznego znaczenia. Z tego powodu, jakoteż dla większego uproszczenia i większej pewności pozostawiamy niezmienioną linję Z.

§ 57. *Wyznaczenie parcia w spokoju przy płaskiem odgraniczeniu zespołu, na pionową ścianę ($\psi = 90^0$).* Jeżeli na ryc. 35. elementy powierzchni o wysokości η i poziomej szerokości $d\,\xi \cos \varepsilon$ zesumujemy w granicach η_a i wysokości ściany H, to uzyskamy powierzchnię F odłamu



Ryc. 34.

$$F = \int_{\eta_a}^{H} \eta \, d\,\xi \cos \varepsilon$$

Otóż podług wz. 57. jest

$$\xi = \xi_a \left[\frac{\eta}{\eta_a} - \text{lognat} \frac{\eta}{\eta_a}\right], \text{ więc}$$

$$d\,\xi = \xi_a \left[\frac{d\,\eta}{\eta_a} - \frac{d\,\eta}{\eta}\right], \text{ zatem}$$

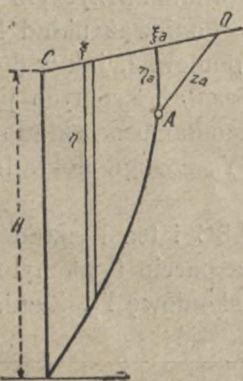
$$F = \xi_a \cos \varepsilon \int_{\eta_a}^{H} \left(\frac{\eta}{\eta_a} - 1\right) d\,\eta =$$

$$= \xi_a \cos \varepsilon \Big/_{\eta_a}^{H} \left(\frac{\eta^2}{2\,\eta_a} - \eta\right) = \xi_a \cos \varepsilon \left(\frac{H^2}{2\,\eta_a} - H - \frac{\eta^2}{2\,\eta_a} + \eta_a\right) =$$

$$= \frac{\xi_a \cos \varepsilon}{2\,\eta_a} (H - \eta_a)^2$$

Jeżeli za ξ_a i η_a wstawi się wartości z wz. 60., to będzie ostatecznie

69. $$F = \frac{\cos \mu \cos \varepsilon}{2 \sin (\mu - \varepsilon)} (H - \eta_a)^2$$



Ryc. 35.

Podług § 12. jest $P = G \frac{\cos \mu}{\sin (\mu + \delta)}$, a ponieważ $G = \gamma\, F$, to parcie na ścianę

70. $$P : \gamma = F \frac{\cos \mu}{\sin (\mu + \delta)} = \pi F \,;\; p = P : H^2 \gamma$$

Dla zespołu niespoistego jest $\eta_a = 0$, zaś

71. $$F_0 = \frac{\cos \mu \cos \varepsilon}{2 \sin (\mu - \varepsilon)} H^2 ;\; P_0 : \gamma =$$

$$= F_0 \frac{\cos \mu}{\sin (\mu + \delta)} = \pi\, F_0 \,;\; p_0 = P_0 : H^2 \gamma$$

zgodnie z wz. 28 b.

Dla odgraniczenia poziomego ($\varepsilon = 0$) będzie prościej:

$$F = \tfrac{1}{2} (H - \eta_a)^2 \operatorname{cotg} \mu \,;\; F_0 = \tfrac{1}{2} H^2 \operatorname{cotg} \mu .$$

§ 58. *Parcie jak przedtem, lecz na ścianę dowolnie nachyloną.* Parcie na ścianę BD nachyloną pod kątem ψ na ryc. 36. o wysokości H sumuje się z parcia na pionową ścianę BC o wysokości η i z parcia pryzmatu BCD. Powierzchnia BCD $=$ $= \frac{1}{2}\eta\, \overline{CD} \cos \varepsilon$, a gdy $\overline{CD} = \eta \frac{\cos\psi}{\sin(\psi + \varepsilon)}$, to powierzchnia

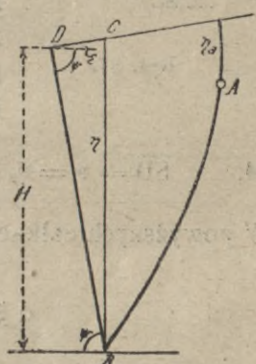
72. $$BCD = \tfrac{1}{2}\eta^2 \frac{\cos\psi \cos\varepsilon}{\sin(\psi + \varepsilon)}$$

Ta powierzchnia ma być zesumowana z powyższemi powierzchniami F lub F_0, w których wysokość H należy zastąpić wysokością η. Ostatecznie należy η przez H wyrazić:

73. $$\eta = \overline{DB} \frac{\sin(\psi + \varepsilon)}{\cos\varepsilon} = H \frac{\sin(\psi + \varepsilon)}{\sin\psi \cos\varepsilon}$$

Wzory na P i P_0 pozostają te same, jeżeli za F lub F_0 wprowadzi się sumaryczne powierzchnie.

§ 59. *Obrachowanie parcia na ścianę.* Dla układów AI i AII przy poziomem odgraniczeniu podług § 48. wykreślone linje normalne wystarczą do rozwiązania wszelkich zagadnień dotyczących parcia na ścianę, i to dla dowolnego nachylenia odgraniczenia zespołu i dla dowolnej wartości k. Jak dla tych ostatnich ma być zużytkowana linja normalna, pouczają § 48 i 49. Jeżeli się wprowadzi k ą t ś r e d n i μ, to podług § 50. trzeba dla każdego nachylenia ε osobną linję Z wprowadzić. Dla p i o n o w e j ściany i nachyleń odgraniczenia tang $\varepsilon = 0{\cdot}0$, $0{\cdot}4$ i $0{\cdot}8$ obrachowano podług wz. 69. i 70. wartości p i zestawiono w X. tabeli. η wyznaczono dla $k = 0{\cdot}2$. W tę tabelę wciągnięto także wartości p_0, obrachowane podług wz. 71. dla niespoistego zespołu i tang $\varepsilon = 0$, jakoteż procentowy stosunek $p : p_0$. To zestawienie okazuje, jak szybko wpływ spójności maleje z rosnącą wysokością ściany.

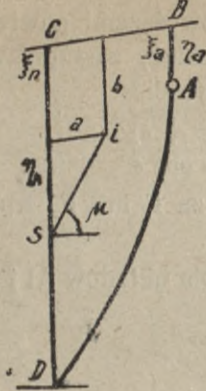


Ryc. 36.

Przytem należy jeszcze zauważyć: parcie na ściany, których wysokość jest równa lub mniejsza niż wysokość spójni

h^k ($= \eta_a$ podług VIII. tabeli) równa się zeru. Jednakże z powodu odgraniczenia linji Z pionową styczną otrzyma parcie dla $H \overline{\overline{<}} h_k$ małe wartości.

§ 60. *Punkt przyłożenia parcia na ścianę.* Wyznaczymy ten punkt naprzód na ścianę pionową. Otrzyma się go, jeżeli z punktu ciężkości i na ryc. 37. figury ograniczonej rzędnemi η_a i η_n poprowadzi się aż do ściany prostę pod kątem μ, zatem równoległą do stromej prostej. Należy zatem przedewszystkiem wyznaczyć długości a i b. Jeżeli F oznacza powierzchnię BCD, to jest



Ryc. 37.

$$a = \int_0^{\xi_n - \xi_a} \frac{(\xi_n - \xi)\, \eta\, d\,\xi \cos \varepsilon}{F};$$

$$b = \tfrac{1}{2} \int_{\xi_a}^{\xi_n} \frac{\eta^2\, d\,\xi \cos \varepsilon}{F}$$

ξ_a i ξ_n oznaczają odcięte punktów B i C. Jeżeli te ilości są obrachowane, to położenie punktu przyłożenia jest określone ilościami

74. $$\overline{SD} = s = \eta_n - \overline{Sc}, \text{ zaś } \overline{Sc} = b + \frac{a \sin(\mu - \varepsilon)}{\cos \mu}$$

W powyższych całkach należy ξ wyrazić przez η podług wz. 13.:

$$d\,\xi = \frac{\xi_a}{\eta} \left(\frac{\eta}{\eta_a} - 1 \right) d\eta$$

$$\int_0^{\xi_n - \xi_a} (\xi_n - \xi)\, \eta\, d\,\xi = \xi_a \xi_n \int_{\eta_a}^{\eta_n} \left(\frac{\eta}{\eta_a} - 1 \right) d\eta -$$

$$- \frac{\xi_a^2}{\eta_a} \int_{\eta_a}^{\eta_n} \left(\frac{\eta}{\eta_a} - \text{lognat} \frac{\eta}{\eta_a} \right) (\eta - \eta_a)\, d\eta$$

Przez częściowe całkowanie i gdy ostatecznie także ξ_n przez η się wyrazi, otrzyma się:

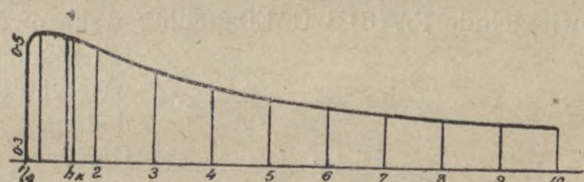
$$
74\ \text{a.}\quad
\begin{cases}
\text{a} \,.\, F = \dfrac{\cos\varepsilon\, \xi_a^2}{12\, \eta_a^2}\Big[2\eta_a^2(8\eta_n - \eta_a) + (2\eta_n - 9\eta_a)(\eta_n^2 + \eta_a^2)\Big] - \\
\qquad - \tfrac{1}{2}\cos\varepsilon\, \xi_a^2\, \eta_a \operatorname{lognat}\dfrac{\eta_n}{\eta_a} \\
\tfrac{1}{2}\displaystyle\int_{\xi_a}^{\xi_n} \eta^2\, d\,\xi \cos\varepsilon = \tfrac{1}{2}\cos\varepsilon\, \xi_a \int_{\eta_a}^{\eta_n}\Big[\frac{\eta^2}{\eta_a} - \eta\Big] d\eta \\
\text{b} \,.\, F = \dfrac{\cos\varepsilon\, \xi_a(\eta_n - \eta_a)}{12\, \eta_a}(2\eta_n^2 - \eta_a\eta_n - \eta_a^2)
\end{cases}
$$

Powierzchnię F wyznaczy się podług wz. 69. W ten sposób są a i b, a podług wz. 74. s wyznaczone.

Jeżeli w ostatnie równanie wzoru 74 a. wstawimy wartość za F, to się otrzyma:

74 b. $$b = \frac{2\eta_n^2 - \eta_a\eta_n - \eta_a^2}{6(\eta_n - \eta_a)}$$

Wartość b jest od ε niezależna. Dla $\eta_n = \eta_a$ jest oczywiście $b = \frac{1}{2}\eta_a$, co także z wzoru 74 b. wynika; w tym przypadku jest także $s = \frac{1}{2}\eta_a$. Z wzrostem η_n wzrasta s silnie ponad wartość $\frac{1}{2}\eta_a$, a po osiągnięciu maximum silnie spada, poczem powoli zmniejsza się ku granicznej wartości $\frac{1}{3}\eta_a$ w nieskończoności. Dla różnych wysokości ścian obrachowane stosunki s : H zawiera tabela X. Te same stosunki odnoszą się także do tang $\varepsilon = 0{\cdot}4$ i $0{\cdot}6$, gdyż rachowane przykłady wykazały, że s, podobnie jak b, jest od kąta ε niezależne. Na ryc. 38. jest linja s : H przedstawiona.

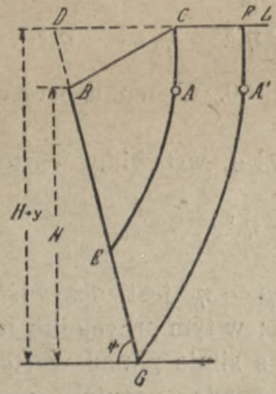


Ryc. 38.

Zamiast rachowania powierzchni F w § 57., a BCD w § 58., można powierzchnię odłamu splanimetrować. Środek ciężkości można albo wprost wykreślnie wyznaczyć, albo też poprowadziwszy np. na ryc. 34. cięciwę DB, rozdzielić powierzchnię odłamu na trójkąt CDB i odcinek DABD. Uważając krzywę DAB jako parabolę, nie trudno dla obu części wyznaczyć środki ciężkości, a z nich środek ciężkości powierzchni odłamu.

Jeżeli ściana jest nachylona, to należy jeszcze wyznaczyć środek ciężkości trójkąta, jak BCD na ryc. 36., poczem z obydwu środków ciężkości wyznaczy się wspólny, który posłuży do ustalenia punktu przyłożenia parcia, sposobem wykreślnym.

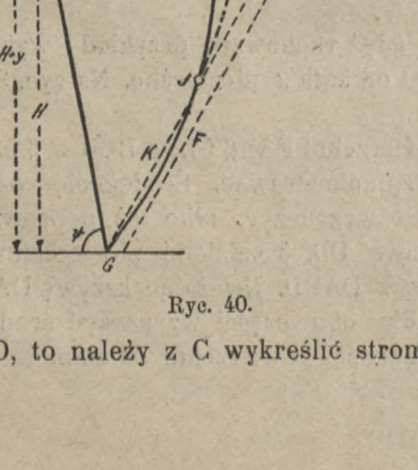
§ 61. *Kierunek parcia.* Ponieważ kule przylegające do ściany przenoszą na nią ciśnienie w ten sposób, jak w niespoistym zespole, to wszystko ma ważność, co w §§ 14. i 20. o kierunku parcia powiedziano.



Ryc. 39.

§ 62. *Parcie na ścianę przy załamanem odgraniczeniu zespołu.* Najprostszy przypadek, gdy od krawędzi ściany wznosząca się skarpa przechodzi w poziom, przedstawiono na ryc. 39. i 40. Tu należy rozróżnić dwa przypadki:

a. Punkt załomu C leży blisko krawędzi ściany (ryc. 39.), tak mianowicie, że linja Z przynależna do odgraniczenia BC trafia ścianę (w E). Dla poziomej części CF przynależna linja Z została wrysowana dla wysokości ściany H + y. Jeżeli się obrachuje powierzchnie FA'GD i CAED podług wskazówek § 56. i 57., to ich różnica wyznaczy powierzchnię FA'GEAC, która dodana do powierzchni CAEB wyznaczy powierzchnię odłamu. Ta powierzchnia pomnożona przez π z wz. 70. wyznaczy parcie $P : \gamma$. Punkt przyłożenia ustali się wykreślnie jak w § 59.

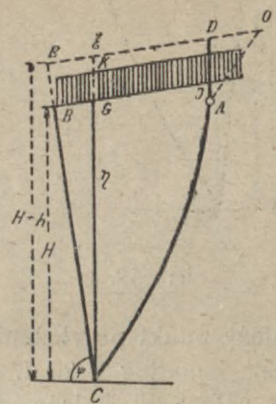


Ryc. 40.

b. Punkt załomu C jest bardziej oddalony od krawędzi ściany. Jeżeli na ryc. 40. wkreśli się linję Z dla odgraniczenia BC i pokaże się, że punkt C leży poza BD, to należy z C wykreślić stromą linję i przekonać się, czy ona przetnie linję Z, czy też wypadnie poza nią. W ostatnim przypadku, jak linja C'F, punkt załomu niema wpływu na parcie. Jeżeli zaś linja stroma trafi linję Z w punkcie J, to należy wykreślić linję Z przynależną do wysokości $H + y$ ściany i poziomego odgraniczenia. Ona musi przejść przez punkt J. Od J począwszy w dół ma ważność ta druga linja. Różnica obu linji w partji JG będzie często tak nieznaczna, że wystarczy pierwsza linja Z.

§ 63. *Parcie przy obciążonym zespole.* W § 54. doszło się do wyniku, że przy obciążeniu zespołu linja Z nie doznaje zmiany, tylko że się dopiero od tego punktu rozpoczyna, w którym o h obniżona linja odgraniczenia ją przecina. W zastosowaniu tego wyniku została na ryc. 41. i 42. linja odgraniczenia o h do EO podniesiona. Jeżeli dla niej wykreślimy linję Z, to ona przetnie się w punkcie J z daną linją odgraniczenia. Dla dalszego rozpatrywania należy dwa przypadki rozróżnić:

a. Punkt J wypada powyżej punktu A (ryc. 41.), więc $h \leqq \eta_a$. Powierzchnia DACK obrachuje się podług wz. 69., w który wstawi się $\eta + h$ zamiast H:



Ryc. 41.

$$\mathrm{DACK} = \frac{\cos\mu\cos\varepsilon}{2\sin(\mu-\varepsilon)}(\eta + h - \eta_a)^2$$

W niej jest już obciążenie na długości GJ uwzględnione. To jest już powierzchnia odłamu dla pionowej ściany o wysokości η. Jeżeli ściana jest nachylona jak na ryc. 41., to należy do powyższej powierzchni dodać

$$\mathrm{GCB} = \frac{1}{2}\eta^2\frac{\cos\psi\cos\varepsilon}{\sin(\psi+\varepsilon)}$$

jakoteż na BG spoczywające obciążenie

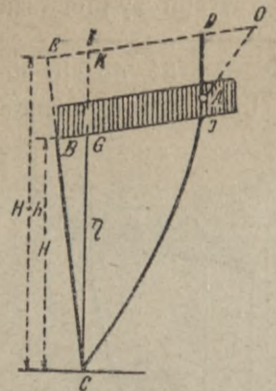
$$\eta\, h\frac{\cos\psi\cos\varepsilon}{\sin(\psi+\varepsilon)}$$

Zatem całkowita powierzchnia odłamu

$$75.\quad F_q = (\eta + h - \eta_a)^2\frac{\cos\mu\cos\varepsilon}{2\sin(\mu-\varepsilon)} + \frac{1}{2}(\eta + 2h)\frac{\cos\psi\cos\varepsilon}{\sin(\psi+\varepsilon)}\eta$$

Na końcu trzeba η wyrazić przez H podług wz. 73. Parcie $P_q : \gamma = \pi F_q$.

b. Punkt J wypada poniżej A, czyli $h > \eta_a$ (Ryc. 42.). Różnica między tym a poprzednim przypadkiem w tem leży, że odgraniczenie odłamu z prawej strony nie tworzy styczna w A, lecz pionowa styczna w J o długości h. Badanie tego przypadku doprowadza do skompłikowanych wzorów*). Jeżeli się jednak zważy, że w praktycznem zastosowaniu przy niezbyt małych wartościach k wymiar $\overline{AJ}$ jest mały, tak że różnica między długościami $\overline{BJ}$ i $\overline{BA}$ jest znikoma (ryc. 41.), to wyniki w przypadku a. otrzymane można także dla przypadku b. zastosować.



Ryc. 42.

Obrachowanie w przypadkach przedstawionych na ryc. 39. i 40., jeżeli obciążenie leży na poziomej CL, nie trudno z poprzedniego wyprowadzić. We wszystkich przypadkach obciążonego zespołu należy punkt przyłożenia parcia wyznaczyć podług wskazówek § 59. i podług § 20 d.

Do § 63. należy zauważyć, że ponieważ wpływ obciążenia ku dołowi i w miarę jego oddalenia od krawędzi ściany maleje, to w rzeczywistości jest parcie na ścianę mniejsze.

§ 64. *Różne wpływy.* W §§ 22, 25, 26 i 27 I. rozdziału omawiane wpływy mogą mieć zastosowanie także dla spoistego materjału, z wyjątkiem tych, dla których opór wytwarza tarcie.

Wpływ poddania się ściany na zmniejszenie parcia będzie tu wogóle większy. Jeżeli w górnej części ściany na wysokość mniejszą lub równą wysokości spójni ruch ściany przekroczy miarę ściśnienia materjału zespołu, to w tej partji będzie parcie

---

*) 76. Mianowicie $F_q = H^2 \frac{\sin(\psi + \mu)}{2 \sin\psi \sin(\mu - \varepsilon)} \left[\frac{\sin(\psi + \varepsilon)}{\sin\psi} + \right.$
$\left. + \frac{2 h \cos\varepsilon}{H} - \frac{2\eta_a}{H} \frac{\cos\mu \cos\varepsilon \sin(\psi + \varepsilon)}{\sin(\psi + \mu)} \right].$

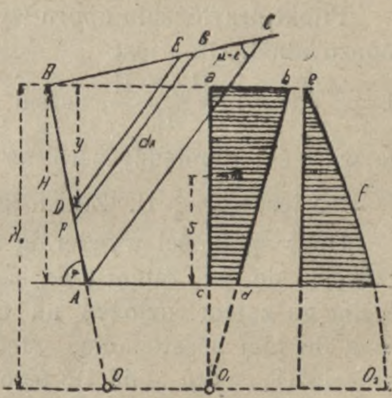
Dla niespoistego materjału jest $\eta_a = 0$, wtedy ten wzór przez $\gamma\pi$ pomnożony zgadza się z wz. 32 a. I. rozdziału, gdy kąty σ i ω zastąpi się kątem μ.

równe zeru, przezco nastąpi nietylko znaczniejsze zmniejszenie parcia, lecz także wydatniejsza zmiana w położeniu punktu przyłożenia parcia.

Osiadanie usypanego materjału będzie silniejsze i dłużej trwałe. Nareszcie wstrząśnienia będą miały mniejszy wpływ.

§ 65. *Wpływ wody.* W zespole kulowym całkiem wypełnionym masą spoistą ($\zeta = 0$), miara przepojenia wodą będzie od rodzaju tej masy zawisła. W wielu przypadkach nastąpi tylko pochłonięcie wody na nieznaczną głębokość; wtedy wpływ wody na stosunki równowagi zespołu nie może być znaczny. Jeżeli jednak masa spoista jest przepuszczalna, jakoteż w zespole usypanym, należy wpływ wody wyznaczyć podług wskazówek § 23. Obecność wody zmniejszy spójność.

§ 66. *Odpór zespołu.* Odpór, podług definicji podanej w § 24., rozpatrzymy dla tego samego przypadku, gdy ściana może się obracać około poziomej, w jej płaszczyźnie położonej osi.


Ryc. 43.

Jeżeli na ścianę AB (ryc. 43.) działa siła zewnętrzna, to przesunięciu elementu DEFG, nachylonego pod stromym kątem, stawi opór spójnością. Różnica oporów w rzędach DE i CF o dx odległych wynosi c ($\overline{FG} - \overline{DE}$). Z tego przychodzi do działania tylko ta część, która odpowiada stosunkowi ($H_0 - y$) : H_0, w przypuszczeniu, że w punkcie B całkowita spójność została wyzyskana. Otóż

$$\overline{FG} - \overline{DE} = dx \left[\operatorname{cotg}(\mu - \varepsilon) - \operatorname{cotg}(\mu + \psi)\right] =$$

$$= dx \frac{\sin(\psi + \varepsilon)}{\sin(\mu - \varepsilon)\sin(\mu + \psi)} \text{*)}$$

Ten wyraz należy przez c ($H_0 - y$) : H_0 pomnożyć, a w celu wyznaczenia oporu na jednostkę wysokości, jeszcze przez dh =

*) Kąt przy F jest $180^0 - (\mu + \psi)$; $\operatorname{cotg}[180^0 - (\mu + \psi)] = -\operatorname{cotg}(\mu + \psi)$.

$= \frac{dx \sin \psi}{\sin (\mu + \psi)}$ podzielić. Zatem opór na jednostkę wysokości wynosi:

77. $$\frac{\sin (\psi + \varepsilon)}{\sin (\mu - \varepsilon) \sin \psi} \cdot c \frac{H_0 - y}{H_0} = m \frac{H_0 - y}{H_0}$$

Wzór okazuje, że ten opór jest ograniczony linją prostą (b O_1 na rycinie); on wynosi m dla punktu B, zaś zero dla O_1. Jeżeli te opory zesumujemy na wysokość H, to otrzymamy całkowity opór spójności

78. $$O_k = \frac{1}{2} m H \left(2 - \frac{H}{H_0}\right)$$

Dla zmiennej wartości H przedstawia ten wzór parabolę (ef O_2) z pionową styczną w O_2. Dla $H_0 = \infty$ (równoległe przesunięcie ściany) jest $O_k = m H$; dla $H = H_0$ jest $O_k = \frac{1}{2} m H$.

Punkt przyłożenia oporu wyznaczymy jako środek ciężkości trapezu abcd. Otóż jest

79. $$\overline{cd} = m \frac{H_0 - H}{H_0}, \text{ zatem } s = \frac{H}{3} \cdot \frac{3 H_0 - H}{2 H_0 - H}$$

Dla wartości H między zero a H_0 jest $s = \frac{1}{2} H$ do $\frac{2}{3} H$; dla $H = \infty$ jest $s = \frac{1}{2} H$. Zatem zawsze $s \geqq \frac{1}{2} H$.

Opór spójności wywierają na ścianę wsparte na niej kule, przenosi się on zatem tak samo jak parcie pod kątem δ. Trzeba go zatem rozłożyć na składową w tym kierunku i na drugą do niej prostopadłą, wtedy opór przeniesiony na ścianę wyniesie $O_k \cos (\mu - \delta)$. Do tego należy doliczyć parcie zespołu. Ponieważ przy obrocie ściany cały pryzmat ABC byłby poruszony, to parcie powinno być rachowane jako P_0 dla niespoistego materjału. Zatem wyniesie odpór dla wysokości H:

80. $$O = P_0 + \frac{\sin (\psi + \varepsilon) \cos (\mu - \delta)}{2 \sin (\mu - \varepsilon) \sin \psi} c H \left(2 - \frac{H}{H_0}\right) = P_0 +$$

$+ K$. W tym wzorze jest $K = O_k \cos (\mu - \delta)$, gdy O_k z wz. 78. Jeżeli s_p oznacza odstęp punktu przyłożenia parcia, zaś s_k punktu przyłożenia oporu spójności, to dla odporu otrzyma się

81. $$s_o = \frac{P_0 s_p + K s_k}{P_0 + K}$$

Dla małych wysokości ścian jest $s_o > \frac{1}{2} H$, dla większych między H i $\frac{1}{3} H$.

K nie jest wprost do H^2 proporcjonalne ani do P_0, dlatego musi być dla każdej wartości H osobno rachowane. Toteż stosunek odporu do parcia P będzie dla każdej wysokości ściany inny.

Przykład. Dla najprostszego przypadku, gdy ściana jest pionowa a odgraniczenie poziome, jest

$$K = \frac{\cos(\mu - \delta)}{2 \sin \mu} \cdot c\, H \left(2 - \frac{H}{H^0}\right)$$

Obieramy $H_0 = \infty$, μ dla $\zeta = 0$, $\delta = 14^0$, $c = 0{\cdot}4$ t|m², $\gamma = 2{\cdot}0$ t|m³, to otrzymamy $K = 0{\cdot}2917\, H$, $s_k = \frac{1}{2} H$, $s_p = \frac{1}{3} H$, $P_0 = 0{\cdot}231\, H^2$. Wartości dla P wyjmiemy z X. tabeli i mnożymy przez $\gamma = 2$. Tabela:

H =	2	4	6	8	10
P_0 =	0·924	3·696	8·316	14·784	23·100
K =	0·583	1·167	1·750	2·334	2·917
O =	1·507	4·863	10·066	17·118	26·017
P =	0·335	2·371	6·255	11·987	19·568
O : P =	4·50	2·05	1·61	1·43	1·33
s_o : H =	0·400	0·373	0·362	0·356	0·352

Ta tabela okazuje szybkie zmniejszenie stosunku odporu do parcia, który już dla H = 8 m spada poniżej takiego stosunku dla zespołu niespoistego, wynoszącego średnio 1·5. Stosunek s : H rośnie ze zmniejszającą się wysokością.

Podobną tabelę zestawiamy dla c = 1·0, aby wykazać wpływ spójności na wielkość odporu.

H =	2	4	6	8	10
P_0 =		jak w powyższej tabeli			
K =	1·458	2·917	4·375	5·835	7·292
O =	2·382	6·613	12·691	20·619	30·392
P =	0	0·922	3·696	8·945	14·786
O : P =	∞	7·17	3·43	2·30	2·05
s_o : H =	0·436	0·407	0·391	0·380	0·373

Stosunek O : P jest znacznie większy niż przedtem.

§ 67. *Zespół o małej spójności.* Parcie zespołu o małej spójności nie wiele się różni od parcia niespoistego zespołu. Tak np. dla c = 0·1 t|m² wynosi parcie dla H = 2 do 12 m, 81 do 97% parcia dla c = 0. Pod innym względem może być taki materjał nawet słabszy niż bez spójności, mianowicie w tych przypadkach, w których spójność ma zastąpić tarcie. W szczeln ości nie jest dopuszczalne, aby opór tarcia sumować z oporem spójności, więc może się zdarzyć, że równowaga zespołu na podstawie da się prędzej utrzymać przy niespoistym zespole. Również odpór będzie mniejszy.

B. MATERJAŁ ZIEMNY.

§ 68. *Wstęp.* W I. rozdziale rozpatrywanie stosunków równowagi zespołu kul nie posiadającego spójności doprowadziło do wyznaczenia skarpy równowagi, największego parcia na ścianę, — parcia w spokoju, — i do wyznaczenia odporu. Studjum nad doświadczeniami, choć niedostatecznemi, robionemi z piaskiem, dozwoliło na wnioskowanie, że wyniki otrzymane dla zespołu kul, mogą być zastosowane do materjału ziemnego. Dla spoistego materjału ziemnego, o ile mi wiadomo, nie istnieją doświadczenia, z wyjątkiem wyznaczenia dla kilka gatunków ziemi wielkości spójności i wysokości spójni. Niektóre wskazówki daje nam natura; pokazuje ona mianowicie, że materjał spoisty może wytworzyć zakrzywioną skarpę równowagi, że posiada pewną wysokość spójni, że nareszcie wywiera na ścianę parcie, zmniejszające się z wzrostem spójności. To wszystko.

Teorja jeszcze mniej przyczyniła się do rozwiązania zagadnień dotyczących takich ziem. Wyznaczenie skarpy równowagi, wysokości spójni i podług niej ustalonej paraboli spójności, uskuteczniono na podstawie równoczesnego działania oporów tarcia i spojności, co, mojem zdaniem, nie jest dopuszczalne, a doprowadza niewątpliwie do zbyt korzystnych wyników. Z tego powodu jest wyznaczenie nachylenia elementów zakrzywionej skarpy z paraboli spójności również niedopuszczalne, tem bardziej, że nie uwzględnia się dodatkowego obciążenia ziemią, leżącą nad elementem. Żmudne teoretyczne badania doprowadziły do rysowania po kawałku linji równowagi skarpy, które wyklucza praktyczne zastosowanie*). Również z wielkim nakładem teorji próbowano ustawić wzory dla parcia ziemi, lecz one także dla praktyki nie są przydatne

*) A. Francke. Die natürliche Böschung von Erdarten starken Zusammenhaltes. Organ f. d. F. im E. 1914. Str. 403.

i prawdopodobnie nigdy nie były stosowane*). Nareszcie nie istnieje teoretyczne badanie równowagi wydrążeń podziemnych. W takim stanie rzeczy nie pozostawało nic innego, jak rozpatrywanie zespołu kul także dla spoistego materjału. Z góry było mi jasnem, że nie jest dopuszczalne, by wyniki stąd otrzymane wprost zastosować do ziemi, gdyż tylko świadome celu i obszerne doświadczenia mogłyby wytworzyć analogje, na których podstawie możnaby rozwiązać zagadnienia dotyczące ziemi spoistej. Mimoto spróbujemy zużytkować, o ile się da, wyniki otrzymane przy zespole kul.

§ 69. *Stroma skarpa, wysokość spójni, parcie ziemi.* Zakrzywiona, na granicy równowagi znajdująca się linja skarpy, — linja Z, — była wyprowadzona z jedynego przyjęcia stałych układów kul AI i AII, które dla piasku okazały się prawdopodobne. Nie jest zatem wykluczone, że takie przyjęcie będzie ważne także dla ziemi spoistej. To przypuściwszy, jest dalszy wniosek prawdopodobny, że linja równowagi skarpy ziemnej pomieści się między granicznemi dla tych układów linjami Z (ob. ryc. 28.). Wprowadzenie średniego kąta stromego (μ) służyło tylko dla uproszczenia badań. Wysokość spójni była obrachowana li tylko na podstawie spójności; ona nie zgadza się z wartością obrachowaną podług istniejącej teorji.

Parcie na ścianę było w ten sposób rachowane, jak dla niespójnego materjału, gdy prostą stromą zastąpiło się linją Z. Jeżeli doświadczenia wykażą, że linja Z może być do ziemi stosowana, to wątpić należy, żeby się okazały większe różnice między parciem zespołu kulowego a p a r c i e m z i e m i w s p o k o j u. Jego obrachowanie mogłoby nastąpić podług wskazówek § 56. do 58., albo zapomocą X. tabeli, jakoteż wykreślnej konstrukcji dla ścian pochylonych i dla wyznaczenia punktu przyłożenia parcia.

§ 70. *Zakończenie.* Brak doświadczeń z materjałem spoistym należy przypisać trudności ich przeprowadzenia. Już wyznaczenie ciężaru własnego i wielkości spójności nie jest bez zarzutu, skoro się nie wykonuje w stanie pierwotnym z zachowaniem naturalnej wilgoci, a przy silnem zgęszczaniu otrzymuje się za wielkie wyniki. Następnie wyznaczenie wysokości spójni przez skopywanie jest bardzo niepewne.

---

*) Np. Boussinesq w Ann. d. p. et. ch.

Jeszcze trudniejsze byłoby wykonanie w rodzimej ziemi skarpy równowagi. Dla jej przebiegu możnaby jednak otrzymać wskazówki, jeżeliby inżynierowie konserwujący drogi i koleje nie szczędzili trudu, by przy każdej nadającej się sposobności dokonywali zdjęć łuszczących się skarp przekopów i usuwisk już osiadłych nasypów. Mogliby także notować spostrzeżenia poczynione przy badaniu murów podporowych; one mogłyby się przyczynić do wyjaśnienia sprawy wielkości parcia ziemi.

ROZDZIAŁ III.

Równowaga podziemnych wydrążeń.

A. W ZESPOLE KULOWYM.

§ 71. *Gęstość i poziome rozparcie.* Pomyślmy sobie górotwór utworzony z kul i rozpatrzmy, jakie zachodzą stosunki równowagi w podziemnej odbudowie takiego górotworu. Przedtem omówimy niektóre górom właściwe objawy.

Przedewszystkiem należy zbadać, jakich z głębokością doznają zmian gęstość i poziome rozparcie. Oboje wzajemnie na siebie wpływają. Gęstość dlatego zwiększa się z głębokością, bo ciśnienie góry wywołuje w pionowym kierunku skrócenie kul i sciskanie materjału otaczającego kule. Jeżeliby obie deformacje były wprost proporcjonalne do głębokości, toby gęstość w znacznych głębokościach była bardzo wielką. Jednakże tak nie jest. Pionowa deformacja wywołuje poprzeczną, a ta nie może się swobodnie rozwinąć, gdyż poziome rozparcie stawia jej opór. Z tego powodu także pionowa deformacja nie osiągnie wartości odpowiedniej do głębokości, zaczem wzrost gęstości będzie powolny. Wzrost będzie szybszy, gdy kule są sprężyste, a masa otaczająca jest plastyczna. Co do poziomego rozparcia, to ono również z głębokością wzrasta, ale ponieważ jest również zależne od powyższych deformacji, więc i jego wzrost będzie powolny.

§ 72. *Rozszerzanie się górotworów.* Innym objawem jest rozszerzanie się (płynięcie), które zawsze występuje, skoro jakaś przestrzeń, np. strop sztolni, odbudowana zostaje. Piasek nie posiadający spójności bezzwłocznie wypłynie, naprzód pomiędzy ścianami nachylonemi pod stromym kątem (σ), poczem nastąpi dalsze spływanie materjału. Materjał spoisty także wypłynie, jeżeli szerokość odbudowanej przestrzeni jest dostatecznie wielka; jeżeli jednak pewnej granicy nie przekroczy, wtedy tylko wystąpi na zewnątrz, poczem nastanie spokój. Taki co do czasu i wielkości ograniczony ruch okaże każdy spoisty materjał, a jego przyczyną jest wspólne działanie pęcnienia i prostowania, lub tylko prostowania.

P ę c n i e n i e jest objawem zwiększenia objętości, spowodowanego wchłanianiem wilgoci, właściwym materjałom gliniastym. Pochłaniane następuje do pewnej ograniczonej głębokości, poczem zwykle ustaje.

P r o s t o w a n i e jest działaniem mechanicznem. Kule znajdujące się ponad odbudowaną przestrzenią, wraz z otaczającym je materjałem, znajdowały się w stanie odkształcenia, spowodowanego obciążeniem góry. W chwili odbudowania będą się starały odkształcone masy odzyskać pierwotny im właściwy stan; one będą się prostować. Prostowanie w kierunku pionowym pociągnie za sobą zwężenie rozszerzenia poprzecznego. Prostowanie będzie sięgać w głąb góry tak daleko, jak na to zezwolą wewnętrzne opory. Także na ukośnych przestrzeniach ten objaw się okaże, lecz w tym mniejszym stopniu, im silniejsze nachylenie. Zanik odkształcenia w poziomym kierunku powoduje w skalistym materjale pionowe rysy, które mogą wywołać kruszenie się skały, mianowicie, jeżeli materjał w znacznej głębokości silnie rozgrzany, zostaje raptownie ochłodzony.

Na pionowych odbudowanych powierzchniach następuje prostowanie w kierunku poziomym, gdyż rozparcie, które nie znajduje przeciwdziałania na odbudowanej powierzchni, stara się kule na zewnątrz wysunąć. Jeżeli ten ruch zostanie również wspomożony szybkiem ochłodzeniem, następuje znany objaw odskakiwania płyt skalnych.

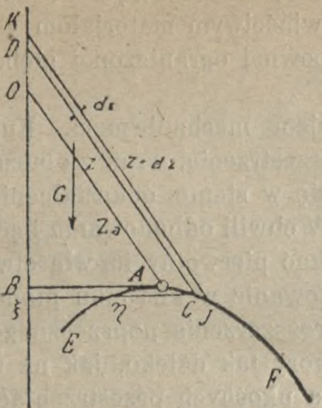
Podobnie jak na stropie okaże się działanie prostowania na spądze.

Tak więc objawy pęcnienia i prostowania okażą się na całym obwodzie odbudowanego wydrążenia. Pęcnienie występuje zwykle silniej na spądze, z powodu większego nagromadzenia wilgoci.*)

*) Niezwykle silne objawy pęcnienia na spądze omawia inż. E. Wiesmann w „Denkschrift über den Bau des Hauenstein-Basistunnels“.

§ 73. *Równowaga wydrążeń w zespole.* W ziemi spoistej można wykonać podziemne wydrążenia, które bez podparcia utrzymują się w równowadze. Ich rozmiary zawisły od wielkości spójności. Spróbujmy zbadać warunki, pod którymi takie wydrążenia mogą się utrzymać w zespole kulowym.

Niech OB na ryc. 44. przedstawia wewnątrz góry pionową oś symetrji. Jeżeli się znów przypuści stały układ kul, to się okażą, podobnie jak na 1. rycinie, wewnątrz zespołu rzędy pod stromym kątem nachylone, jak AO, CD. Partja zespołu ograniczona dwoma rzędami znajdzie w OD oddziaływanie takiej samej symetrycznie ułożonej partji. Jeżeli EAF jest linją wydrążenia dla większej, a zresztą dowolnej wysokości zespołu, to na elemencie AC tej linji tylko wtedy będzie istnieć równowaga, jeżeli siła ciężkości będzie zrównoważona wewnętrznymi oporami, wytworzonymi przez spójność. Przyjmijmy, że ciężar G partji zespołu poniżej CD jest zrównoważony spójnością na CD = z, to także ciężar elementu CDKJ o szerokości dx będzie zrównoważony, jeżeli na to zezwoli opór o c dz zwiększony. Z pierwszego warunku wynika G = c z; drugi warunek doprowadza do równania:



Ryc. 44.

$G + \gamma z\, dx = (z + dz)\, c$, albo ponieważ G i c z się znoszą

82. $$\frac{dz}{z} = \frac{dx}{k};\ \text{lognat}\ z = \frac{x}{k} + C$$

Jeżeli znów kąt przy J pomiędzy styczną a stromą linją oznaczymy literą α i uwzględnimy, że kąt przy K wynosi $90^0 - \mu$, to $dz = dx\,(\text{cotg}\,\alpha + \text{tang}\,\mu)$, zatem z uwzględnieniem wz. 38.

83. $$\text{cotg}\,\alpha + \text{tang}\,\mu = \frac{dz}{dx} = \frac{z}{k}$$

Dla punktu A niech będzie styczna pozioma, więc $\alpha = \mu$, to gdy długość $\overline{AO}$ oznaczymy przez z_a

84. $$\frac{z_a}{k} = \text{cotg}\,\mu + \text{tang}\,\mu = \frac{1}{\sin\mu\cos\mu}$$

Jeżeli punkt początkowy odciętych x obierzemy na z_a, to dla $z = z_a$ jest $x = 0$, a zatem podług wz. 38. jest $C = \text{lognat } z_a$. Z tą wartością opiewa wz. 82.:

85. $\text{lognat } \frac{z}{z_a} = \frac{x}{k}$; $x = k \text{ lognat } \frac{z}{z_a}$; $z = z_a \,.\, e^{\frac{x}{k}}$.

Jest to znów równanie linji logorytmicznej, jak dla linji Z, tylko z innemi stałemi i o położeniu o 90^0 skręconem. T ę l i n j ę r ó w n o w a g i n a z w i e m y l i n j ę T. Część jej AE jest nieskończenie długa, osymptotyczna do pionowej linji symetrji.

Wyznaczmy jeszcze odcięte ξ położone w osi symetrji i prostopadłe do nich rzędne η. Gdy początek dla ξ obierzemy w punkcie O, to dla dowolnego punktu C

$$\xi = z \sin \mu - \frac{x}{\cos \mu}$$

Z ryciny jest widoczne, że $z = \frac{\eta}{\cos \mu}$ i $\frac{z}{z_a} = \frac{\eta}{\eta_a}$, gdy długość $\overline{AB}$ oznaczymy przez η_a. Zatem

$$\xi = \eta \tan \mu - \frac{k}{\cos \mu} \text{ lognat } \frac{\eta}{\eta_a}$$

Otóż jest $\eta_a = z_a \cos \mu = k : \sin \mu$, lub $\sin \mu = k : \eta_a$. Wprowadziwszy tę wartość, otrzyma się

$$86. \quad \left\{ \begin{aligned} &\xi = \frac{k}{\cos \mu} \left[\frac{\eta}{\eta_a} - \text{lognat } \frac{\eta}{\eta_a} \right]; \; \eta = z \cos \mu \\ &\xi_a = \frac{k}{\cos \mu}; \; \eta_a = \frac{k}{\sin \mu}. \end{aligned} \right.$$

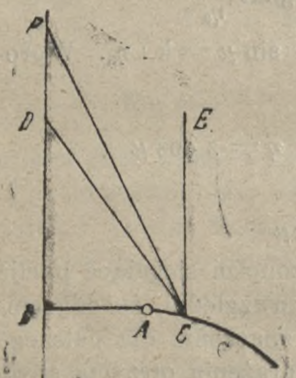
Na poziomej AB wisząca i do nieskończoności sięgająca partja zespołu nie może się ustalić. Jeżeli się uwzględni, że odgraniczenie zespołu po tej stronie niema znaczenia dla dalszego badania, a nadto przy wykonaniu wydrążenia otrzyma strop zawsze poziomy element, to wprowadzimy odgraniczenie linji T podług poziomej AB. Przezto powstanie nieznaczne odciążenie zespołu, to znaczy, że w stromych rzędach spójność nie zostanie zupełnie wyzyskaną.

Z powyższych wzorów wynika przedewszystkiem, że wszystkie wartości są zależne li tylko od ilości k. Otóż $k = c : \gamma$. Z głębokością rośnie gęstość, a zatem γ, ale także rośnie wartość c, więc k nie może znacznie z głębokością się zmieniać. Dlatego jest uzasadnione twierdzenie, że l i n j a r ó w n owagi T tylko w małym stopniu jest zależna od głębokości. Ponieważ wszystkie ilości są do długości k, charakteryzującej materjał zespołu proporcjonalne, zatem także dla linji T może być normalna linja ustalona. Dla niej obieramy tę samą wartość k = 0·2 jak dla linji Z. Obrachowane współrzędne zawiera XII. tabela.

Ta na ryc. 46. w podziałce 1 : 25 przedstawiona linja okazuje jej silne spadanie od punktu A. Kąt, który styczna w dowolnym punkcie do niej poprowadzona zawiera z poziomem, jest mniejszy niż μ, a osiąga tę wartość w nieskończoności.

§ 74. *Równowaga wydrążenia w innych kierunkach.* Poprzednie rozważania odnosiły się do równowagi przeciw oderwaniu się wzdłuż stromych warstw od osi symetrji spadających, wzdłuż których oderwanie najłatwiej nastąpić może. Teraz trzeba zbadać, jak się ukształtują stosunki równowagi wzdłuż innych kierunków.

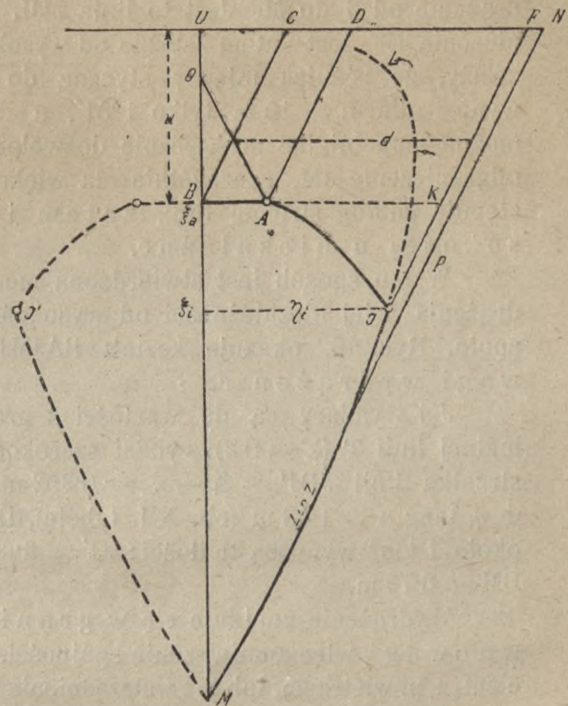
Przypatrzmy się kierunkowi pionowemu CE na ryc. 45., to wiemy, że każda kula w tym przekroju jest podpartą innemi kulami, na które swój ciężar rozdziela. Przeto jest zesunięcie słupa w pionowym kierunku nie łatwo możliwe. To potwierdzają podkopy wykonane w zwięzłym materjale ziemnym, a utrzymujące się bez podparcia.



Ryc. 45.

Dla kierunku CF między pionowym a CD wchodzi w grę oprócz większego oporu spójności z powodu większej długości także ta okoliczność, że oderwanie nie mogłoby gładko nastąpić, bo poszczególne kule musiałyby być wyrywane, przezco opór się zwiększy.

Zupełnie inaczej przedstawiają się stosunki dla stromych rzędów ku osi symetrji spadających. W celu badania tego przypadku odgraniczono zespół na ryc. 46. poziomo, w dowolnej wysokości UF. Nie trudno zauważyć, że partja zespołu BCFJA wzdłuż stromych płaszczyzn BC i FJ częściowo lub w całości może się zesunąć, jeżeli spójność na nich działająca nie da dostatecznego oporu. Dla równowagi musi zatem składowa ciężaru tej partji równoległa do stromej linji równać się c ($\overline{BC}$ + + $\overline{FJ}$). Wyznaczenie rachunkiem punktu J byłoby bardzo mozolne. Jeżeli się jednak nie uwzględni partji AJK, która przy większych wysokościach stanowi tylko małą część ciężaru powyższego, a nadto jest zrównoważona oporem spójności wzdłuż JK, to pozostaje ciężar partji BCFK, równy γ u d. Jego składowa γ u d : : 2 sin μ ma być zrównoważona spójnością wzdłuż BC i KF. Ponieważ BC = KF = = u : sin μ, to będzie



Ryc. 46.

87. $$\frac{\gamma\, u\, d}{2 \sin \mu} = \frac{2\, uc}{\sin \mu}, \text{ a więc } d = 4\,k$$

więc położenie punktu K jest od wysokości obciążenia u niezależne. Punktowi K odpowiada pewien punkt J. Dla linji normalnej (k = 0 2) jest d = 0·8, a spółrzędne punktu J odniesione do początku układu w O wynoszą:

88. $\xi_i = 0{\cdot}77$ m, $\eta_i = 0{\cdot}63$ m

Dokładniej wyznaczono położenie punktu J sposobem wykreślnym i uzyskano

88 a. d = 0·77 m, $\eta_i = 0{\cdot}60$ m, $\xi_i = 0{\cdot}742$ m.

Badanie przeprowadzone dla dwóch różnych wysokości u dało d o k ł a d n i e t e n s a m w y n i k.

Z powyższego rozpatrywania wyprowadza się wniosek, że na linji T położony punkt J, do którego istnieje równowaga przeciw przesunięciu wzdłuż stromych rzędów, jest punktem stałym, tylko od ilości k zależnym.

Od rzędnej JF temu punktowi przynależnej wchodzi w grę dla równowagi przeciw przesunięciu linja Z, która zamyka wydrążenie od J do M. Jest to linja MJL przynależna do odgraniczenia UF, jest zatem zależna od wysokości u. Gdy się jednak zważy, że różnica między styczną do linji Z a stromą linją wynosi dla u = 10 m tylko $1^0 51'$, a dla u = 20 m $0^0 55'$, to można, popełniając praktycznie dozwolony błąd, przypuścić, że odgraniczenie JM, szczególnie dla większych wysokości u, następuje podług stromej linji, zatem jest także od wysokości u niezależne.

W ten sposób jest stwierdzona możliwość równowagi wydrążenia i jej niezależności od wysokości u obciążającego zezpołu. Ryc. 46. okazuje kształt BAJMJ' tej linji równowagi wydrążenia.

Jej wymiary są do wartości k proporcjonalne. Dla normalnej linji T (k = 0·2) wynosi szerokość $\overline{JJ'} = 2\,\eta_i = 1{\cdot}20$ m, strzałka linji JBJ' $= \xi_i - \xi_a = 0{\cdot}302$ m, zaś BM $= \xi_i - \xi_a + \eta_i \operatorname{tang} \mu = 1{\cdot}48$ m (ob. XII. tabelę). Dla k = 0·5, więc dla c około 1 t/m² wynoszą te ilości: JJ' = 3·0 m, $\xi_i - \xi_a = 0{\cdot}755$ m, BM = 3·70 m.

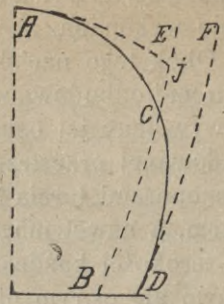
Wydrążenie znajduje się w granicznym stanie równowagi, więc zmniejszenie spójności, spowodowane zetknięciem z powietrzem, lub też wstrząśnienia tę równowagę naruszą.

§ 75 *Linja równowagi wydrążenia, a budowla. Parcie boczne.* Linja równowagi ma zastosowanie do wszystkich materjałów. Dla sztolni o takich wymiarach, że się pomieszczą wewnątrz tej linji, istnieje zatem chwilowa równowaga bez wszelkiego podparcia. Budowle tunelowe o wielkich szerokościach i wysokościach pomieszczą się w obrębie tej linji tylko przy znacznych wartościach spójności. Zresztą wypadnie linja odgraniczająca budowlę po części lub całkowicie poza linję równowagi wydrążenia i przetnie strome rzędy jak JF, QN... na ryc. 46 *). Jeżeli to przecięcie nastąpi np. w punkcie P, to odpadnie opór spójności wzdłuż PQ, który musi zastąpić budowla. To stanowi ciśnienie, które jako parcie boczne objawia się na boki budowli. Czem wyżej to przecięcie nastąpi, czem szersza jest

*) Na ryc. 46. brakuje punkt Q na linji JM.

partja, która takiemi linjami jak BE i DF na ryc. 47. jest odgraniczona, tem większe boczne parcie. Linje (jak PQ na ryc. 46.), na których należy opór zastąpić, będą tem dłuższe, im stromsza linja Z, zatem czem większa wysokość góry, lecz znów nie proporcjonalnie do wysokości, bo z głębokością rośnie gęstość i spójność.

Ryc. 47. okazuje częściowe otoczenie linji budowli linją równowagi, gdyż tylko linja Z swoją częścią od C poniżej znajduje się wewnątrz linji tunelowej. Zatem na przestrzeni AC istnieje równowaga, zaś partja CD jest narażona na boczne parcie. Jeżeli partja BD posiada większą szerokość, wtedy to parcie rzeczywiście wystąpi; przy mniejszej szerókości mogą wzdłuż linji CE i DF wywołane opory znieść działanie parcia.



Ryc. 47.

Gdy spójność jest jeszcze większa (skała), to i linja BJ wypadnie już poza obrębem linji budowli, a wtedy istnieje równowaga na całym obwodzie budowli. Ten przypadek zajdzie, gdy szerokość JJ' linji T (ryc. 46.) osiągnie dla jednotorowego tunelu około 10 m, a dla dwutorowego około 13 m, co odpowiada spółczynnikom spójności 3 i 4 t|m². Te liczby wskazują także, jaki wpływ ma wymiar budowli na stosunek jej równowagi.

§ 76. *Nacisk gór.* Nacisk wywarty na podpory odbudowanej przestrzeni należy w pierwszej linji przypisać tendencji do pęcnienia i prostowania górotworu. Pęcnienie wymaga pewnego czasu do wyrobienia się, poczem może wywrzeć znaczny nacisk, powodujący nieraz pęknięcie części tymczasowej obudowy. Gdy jednak proces pęcnienia ukończył się, wtedy oprócz wystąpienia materjału na zewnątrz nie okażą się inne objawy *),

*) Przy oglądaniu sztolni kierunkowej pewnego tunelu w Karpatach, znalazłem na dłuższej przestrzeni przeważnie popękane podciągi i palowanie. Personal budowy na to nie zważał, gdyż nie zachodziła obawa niebezpiecznych ruchów. Przebijane górotwory składały się z właściwego Karpatom łupku iłowego, silnie pęcniejącego i cienkich warstw piaskowca. Pod silnym naciskiem pęcnienia obudowa się poddała, wtedy mogło pęcnienie swobodnie się rozwinąć, poczem nastąpił stan równowagi. Defektowna obudowa wystarczyła na zrównoważenia jeszcze pozostałego nacisku gór.

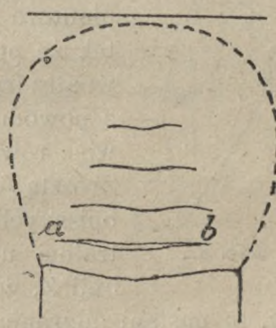
jak długo szerokość odbudowy nie przekroczy pewnego, każdemu górotworowi właściwego wymiaru. Prostowanie będzie wymagało, szczególnie w plastycznym materjale, także pewnego czasu do wytworzenia się. Nacisk przezeń wywarty na jednostkę kwadratową jest przy tej samej głębokości ilością stałą, niezależną od szerokości odbudowy; rośnie jednak z głębokością, lecz nie wprost proporcjonalnie, jak to było omówione w § 72. Zaczem jest nacisk gór wywołany ich prostowaniem tylko nieznacznie zależny od głębokości, w której budowla zostaje wykonana.

Obok tego nacisku wytwarza się inny, spowodowany ciężarem nad odbudowaną powierzchnią wiszącej partji góry, a zatem wywołany jej osiadaniem; ten nacisk rośnie z szerokością odbudowanej przestrzeni. Tendencja do osiadania jest zmniejszona oporami tarcia lub spójności, wywołanymi poziomem rozparciem, a nawet mogą ją całkowicie zrównoważyć. To nastąpi dla szerokości każdemu górotworowi właściwych. Nawet w niespójnym ale ostrym piasku może na niewielką szerokość nastąpić odbudowa zrównoważona, bez nacisku góry. Ta szerokość rośnie szybko z wzrastającą spójnością, a może otrzymać wielkie wymiary, jak tego dowodzą kopalnie soli w Wieliczce, w Slatinie (Węgry), lub wapienne pieczary.

§ 77. *Wpływ osiadania się podpór*. Pomyślmy sobie wykonany przez górę przekrój poziomą płaszczyzną, to na nią działa ciśnienie całej nad nią położonej góry. Jeżeliby część tej płaszczyzny odbudowano i bezpośrednio podparto absolutnie nie poddającą się obudową, to ona musiałaby przyjąć na nią przypadającą część całego ciężaru. Wtedy przybrałby nacisk w wielkich głębokościach tak olbrzymie rozmiary, że wykonanie budowli podziemnych byłoby niemożliwe. Jednakże w rzeczywistości każde podparcie się podda, przezco powstaje wolne miejsce naprzód dla częściowego wyrobienia prostowania się i zmniejszenie nacisku, ponieważ w tem pierwszem poddaniu się powstanie nacisk tylko z powodu tej, obecnie zmniejszonej tendencji do prostowania.

Prostowanie będzie się starało ku górze rozszerzyć, natrafi jednak na wewnętrzne opory. Nadto może wydłużenie pionowe nastąpić tylko przy równoczesnem zwężeniu pioziomem, które również znajdzie opór w warstwie wyżej położonej. Z tych powodów będzie prostowanie ku górze się zmniejszać, aż zaniknie na pewnej warstwie, którą nazwiemy warstwą neutralną, gdyż ona wraz z całą górą nad nią położoną nie wywiera wpływu na odbudowaną przestrzeń. Rozluźnienie materjału, spowodowane prostowaniem, będzie oczywiście mniejsze na końcach odbudowanej przestrzeni, z powodu oporu na przylegającej a nie naruszonej górze, będzie się jednak zwiększać w miarę odległości od końców, a wysokość położenia warstwy neutralnej będzie rość w miarę szerokości odbudowy, aż prawdopodobnie osiągnie pewną wysokość od dalszego rozszerzania odbudowy niezależną.

Taki, jedynie z powodu prostowania występujący nacisk, okaże się tylko w obrębie takich szerokości odbudowy, dla których ciężar wiszącej góry został zrównoważony przez wewnętrzne opory. Przy większych szerokościach nastąpi osiadanie górotworu. W miarę poddania się podpór warstwy naprzód się wygną, materjał wystąpi i wywrze nacisk na podpory. Długość wygiętych warstw będzie z powodu wewnętrznych oporów ku górze maleć, aż zniknie pod warstwą neutralną. Te objawy okażą się jednakże tylko przy niewielkich szerokościach odbudowy, gdyż przy większych dolna warstwa od górnej się odłączy, tak że powstanie rys a b (ryc. 48.). Przezto utworzy się wolne miejsce na dalsze prostowanie, które się posunie ku górze wraz z warstwą neutralną. Przy dalszem poddawaniu się podpór nie utrzyma się ciężar warstwy ponad a b się znajdującej, która również się odłączy, a warstwa neutralna jeszcze bardziej się odsunie. W dalszym przebiegu nastąpi runięcie całej partji góry, przy raptownem a znacznem zwiększeniu nacisku. Rozdrobiony materjał będzie miał większą objętość, przezco nastąpi po pewnym czasie spokój. Wszystkie opisane objawy nastąpią w ograniczonym obszarze. Jego górnem odgraniczeniem będzie warstwa neutralna, zaś boczne odgraniczenie może być tylko takie, które gwarantuje chwilową równowagę, a więc linjami Z, odpowiada-



Ryc. 48.

jącemi wysokości położenia warstwy neutralnej (ryc. 48.). O ile opisane ruchy i objawy nacisku są zawisłe od głębokości, pouczy następujące rozważanie: Widzieliśmy, że z głębokością rośnie powoli tendencja do prostowania, a równocześnie i w tym samym stopniu rośnie rozparcie i wewnętrzny opór, który prostowanie powstrzymuje, tak że wysokość położenia warstwy neutralnej zapewne nie dozna znaczniejszej zmiany. Przeciwnie mogą być w większych głębokościach, przy tej samej szerokości odbudowy, tak wygięcia warstw, jakoteż z tem połączony nacisk gór nawet mniejsze, z powodu zwiększonego rozparcia.

Jeżeli odbudowana powierzchnia jest nachylona, to w miarę pochylania zmniejszy się wpływ pionowego prostowania, aż zniknie na pionowej powierzchni, natomiast zwiększy się nacisk, spowodowany poziomem rozparciem. Na pionową powierzchnię działa tylko to ostatnie. Jeżeli podparcie pionowych boków się podda, to nastąpi parcie kul na zewnątrz, przy równoczesnem zanikaniu poprzecznego odkształcenia. W tym przez to rozluźnionym materjale może także pionowe prostowanie częściowo się rozwinąć, tak że powstaną siły ukośne, prące kule na zewnątrz (ryc. 49.). Ku wnętrzu będzie rozluźnienie z powodu oporów wewnętrznych również maleć, więc również wytworzy się warstwa neutralna. Zresztą okażą się ruchy podobne do powyżej opisanych. Dolne odgraniczenie warstwy neutralnej uskuteczni się prawdopodobnie podług linji Z, gdyż jeżeliby doszło do załamania partji góry, to nastąpi odgraniczenie tej partji podług dwóch linij Z, podobnie jak na ryc. 47.

Ryc. 49.

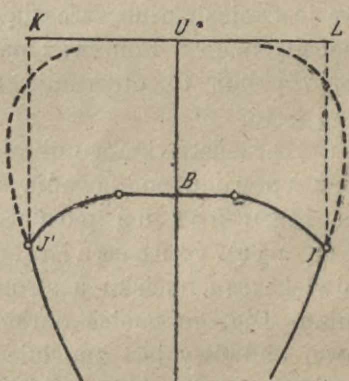
Nareszcie i na spądze okaże się odgraniczenie pionowego prostowania warstwą neutralną.

Materjał skalisty. Powyżej opisane objawy dotyczą łagodnych górotworów. Z wzrostem spójności rosną wewnętrzne opory, wzniesienie warstwy neutralnej, jakoteż nacisk będą mniejsze. Już poprzednio skonstatowano, że w skale znaczne szerokości odbudowanej przestrzeni mogą się utrzymać w równowadze, mimo to podlegają objawom powyżej opisanym. Już w § 72. wspomniano o kruszeniu się skały na stropie, tu dodamy, że tendencja do oddzielania się warstw wiszącej skały doprowadza przy silniejszem oziębieniu do znanego w głęboko położonych tunelach objawu odskakiwania całych płyt. Podobne objawy skonstatowano na bokach tunelu. Również na spądze powstają rysy, a przy silniejszym nacisku spowodowanym bocznem parciem, może nastąpić zgruchotanie warstw tworzących spągę. *)

§ 78. *Tunel.* Jeżeli zastosujemy poprzednie wywody na budowlę tunelową, to okazuje się przedewszystkiem, że ona jest dokoła otoczona warstwą neutralną, odgraniczającą partje gór, wywierających nacisk. Jej położenie, jakoteż wywarty nacisk są mniej zależne od głębokości, w której budowla jest wykonana, jak od postępu poddawania się podpór i z tem związanego osiadania gór. Czem więcej warstw się osiada, tem bardziej oddala się warstwa neutralna. Równocześnie wzmaga się nacisk, szczególnie u stropu, tak że on znacznie przeważa nacisk na reszcie obwodu budowli, a może być bardzo znaczny i może raptownie się zwiększyć.

Na bokach zachodzi przy silniejszem poddaniu się podpór obawa osiadania góry w ukośnym kierunku, a nawet jej załamania, co będzie przyczyną bardzo znacznych nacisków gór. Jest zatem wskazany staranny nadzór tymczasowej obudowy boków, a w razie spostrzeganych jej ruchów należy w czas, a w każdym razie przed rozpoczęciem murowania tunelu, zaciągnąć sklepienie spągowe.

Czem większa masa góry na budowli ciążąca, tem silniejsze poziome rozparcie, tem mniejszych ruchów wewnątrz góry spodziewać się należy. Natomiast p r z y m n i e j s z y c h w y s o k o ś c i a c h ciążącej góry mogą się wywiązać silniejsze naciski. Na ryc. 50. przedstawia partja JLKJ′ dźwigar ziemny, utwierdzony w JL i KJ′, który przy poddaniu się podpór musi własny ciężar utrzymać w równowadze.



Ryc. 50.

*) Jako przykład niech posłuży sztolnia równoległa tunelu przez Simplon. Schweiz. Bauztg. Brandau, t. LIII. i Rothpletz, t. LXIV.

Otóż istnieje pewna wysokość krytyczna h, przy której dźwigar już nie zdoła utrzymać swego ciężaru i załamie się. Wtedy masa góry wywiera nacisk całym swym ciężarem, co wywoła raptowne wystąpienie linji ciśnienia ze sklepienia. W celu uzyskania pojęcia o wielkości krytycznej wysokości, wykonano pobieżne obrachowanie dla jednotorowego tunelu. Otrzymano dla bardzo słabo spoistego materjału o c = 0·4, następnie dla c = 1·0 i c = 4·0 t/m², wartości dla h 35, 16 i 5 m. Przypuściwszy, że tylko środkowa połowa dźwigara się załamie, to powstaje nacisk na sklepienie wynoszący 190, 88 i 44 t na metr bieżący tunelu. Ten ciężar zwiększy się jeszcze przez wsiąkające opady atmosferyczne. W tunelu dwutorowym są wysokości i obciążenia znacznie większe. Powyższe wysokości przytrafią się nad tunelami stokowymi, a jeszcze mniejsze nad portalami tunelów, które już nieraz raptownie się zawaliły.

§ 79. *Nacisk gór na obwodzie tunelu. Profil tunelu.* Widzieliśmy, że silny nacisk u stropu pochodzi od osiadania gór. Od stropu ku bokom kaloty zmniejsza się osiadanie i działa tylko składową ciężaru zmniejszającą się aż do nasady kaloty. Na tej partji działa przeważnie składowa z nacisku wywołanego pionowem prostowaniem i poziomem rozparciem. Na partji przyczółkowej tunelu działa tylko rozparcie, jeżeli poddanie się podpór jest nieznaczne, zresztą powstaje ukośny, nieraz bardzo znaczny nacisk. Ponieważ nacisk przenosi się na budowlę zapomocą kul, to otrzymuje kąt nachylenia δ do poziomu podług § 14.

Z przedstawionego obrazu ruchów, które powstają wewnątrz góry z powodu poddawania się podpór, wynika, że wielkość nacisku gór na podparcie wydrążenia jest ilością niewyznaczalną. Najbardziej dotyczy to właśnie największego nacisku u stropu, który może doznać raptownych zmian. Dlatego nacisk obrachowany z zachowania się tymczasowej obudowy jest zupełnie niepewny, gdyż odpowiada tylko chwilowemu stanowi. Byłoby zatem niebezpiecznie do tego nacisku stosować wymiary grubości sklepienia, tem bardziej, że po usunięciu krążyn może silniejsze osiadanie sklepienia stosunki nacisku gór zupełnie zmienić.

Dla tych samych przyczyn jest niemożliwe ustalenie przebiegu linji ciśnienia w sklepieniu. Można o niej tyle tylko powiedzieć, że jest najostrzej zakrzywiona u stropu, a na bokach kaloty ma przebieg płaski. Na przyczółkach należy odróżnić pomiędzy słabszym a silniejszym materjałem góry. Słabszy materjał wywiera większy nacisk, a przy silniejszem poddaniu się przyczółka mogą się wytworzyć wielkie naciski, które wywołają silne zakrzywienie linji ciśnienia. Z tego powodu powinna być wewnętrzna linja przyczółka zakrzywiona łukiem o małym promieniu. Jego zewnętrzna linja nie musi być pionowa; przeciwnie, jej zakrzywienie wpłynie korzystnie na przebieg linji ciśnienia i ułatwi jej przeprowadzenie do sklepienia spągowego, tak, że będzie możliwe wytworzenie jednej ciągłej linji ciśnienia w całem sklepieniu. Czem silniejszy materjał, tem bardziej płaska ma być linja przyczółka.

§ 80. *Sklepienie spągowe. Wykonanie sklepienia tunelowego.* Przeznaczeniem sklepienia spągowego jest rozłożenie na większą powierzchnię gruntu całego na sklepieniu ciążącego pionowego nacisku wraz z ciężarem własnym sklepienia, a przezto zapobieżenie grzęźnięciu sklepienia, a następnie zrównoważenie bocznego parcia, działającego na przyczółki. Podczas budowy przyczółka rozłoży się jego ciężar na fundament i na grunt pod sklepieniem spągowem. Taki sam rozkład nastąpi całego ciężaru po usunięciu krążyn, przy równoczesnem wytworzeniu się linji ciśnienia w sklepieniu. Jeżeli jednak wykona się sklepienie spągowe dopiero po wykończeniu budowli i usunięciu krążyn, to całe ciśnienie przeniosło się na fundament przyczółków, szkodliwe wgrzęźnięcie przyczyni się do zwiększenia nacisku gór, a sklepieniu spągowemu przypadnie tylko zadanie zrównoważenia składowej bocznego nacisku. Taka jedynie z boku działająca siła bez reakcji gruntu, nie zdoła wytworzyć w sklepieniu spągowem korzystnej linji ciśnienia, co może spowodować jego pęknięcie.

Nad sklepieniem powinny być większe drewna tymczasowej obudowy usunięte, a wolne miejsce między sklepieniem i górą należy starannie kamieniem wyklinować. Te zasady są ogólnie uznawane, lecz nie zawsze przestrzegane. Jeżeli się kamień silnie zaklinuje, to się zgęszcza bezpośrednio przytykająca warstwa góry; to spowoduje o tyle zmniejszenie wpływu osiadania sklepienia, o ile nastąpiło to zgęszczenie.

B. MATERJAŁ ZIEMNY I SKALISTY.

§ 81. *Równowaga podziemnych budowli.* W §§ 71. do 80. dokonano próby rozpatrywania trudnego problemu równowagi budowli, wykonanych w wnętrzu gór. Dla górotworów urobionych z kul ustawiono możliwe warunki równowagi, które można wprost zastosować do ziemi i skały, ponieważ otrzymane wyniki są zgodne z doświadczeniami uzyskanemi przy budowie tunelów. Do tych należą: sztolnie utrzymujące się bez podparcia w równowadze; istnienie warstwy neutralnej; mała zależność od głębokości, w której budowla zostaje wykonana; powolny wzrost gęstości i poziomego rozparcia z głębokością; stałe lub też raptowne zwiększenie nacisku u stropu i na bokach; zmniejszenie ciśnienia od stropu na boki kaloty; pęcnienie i prostowanie spągi; nareszcie niekorzystny wpływ małego wzniesienia góry nad budowlą.

Z powodu trudności ogłaszania drukiem podczas wojny, leżał manuskrypt powyższej pracy przez trzy lata. W tym czasie zapewne niejedna rozprawa o temacie tej pracy się okazała, która mi nie jest znaną, gdyż z powodu wojny zagraniczne druki przeważnie nie były i obecnie jeszcze nie są dostępne. W czasopismach, które miałem do dyspozycji, znalazłem tylko dwie rozprawy, mające związek z powyższą pracą; o nich chcę pokrótce wspomnieć.

Pierwsza p. t. „Ueber Bodensenkungen durch Berg- und Tunnelbau“ von V. Pollack, ogłoszona w Zeitschr. d. oesterr. Ing. u. Arch. V. z r. 1919, jako sprawozdanie z doświadczeń Fayol'a, okazuje potwierdzenie wywodów § 77. mojej pracy, szczególnie w rozdziałach „Setzung und Senkung“, jakoteż „Erfahrungen über Bodenbewegungen“, a przytoczone tam ryciny 18, 19, 20 i 81 okazują tak wybitną analogję z ryc. 48. mojej rozprawy, że mogą służyć za dowód tez wypowiedzianych w § 77.

Druga okazała się w czasopiśmie „Engineering News-Record, September 30. 1920, p. t. „Old Earth-Pressure Theories, and New Test Results, by Dr. Charles Terzaghi“, z powołaniem na moją pracę w wstępie w przypisku zaznaczoną. Autor twierdzi, że wykonał lepsze niż dotychczasowe doświadczenia z wielkością i kierunkiem parcia ziemi w spokoju. Jednakże sposobem przeprowadzenia doświadczeń celu zupełnie nie dopiął, gdyż to, co uzyskał, nie jest ani wielkością, ani kierunkiem parcia w spokoju. Stały stosunek 0·42, istniejący rzekomo między parciem a obciążeniem, jest właściwie stosunkiem między poziomem rozparciem a obciążeniem dla małej wysokości piasku 5 cm, a w tem zrozumieniu jest ta liczba cenna. Studjum trzech faz, które powstają przy poddawaniu się ściany, jest interesujące, ale z wielkością parcia w spokoju niema nic wspólnego.

Trzecia praca p. Boussinesq, ogłoszona w paryskiem Comptes rendus z r. 1917, opiera się całkowicie na tarciu wewnętrznem ziemi, więc w sprawie parcia ziemi w spokoju nie wchodzi w rachubę.

Gdy niniejsza książka była już w druku, znalazłem w czasopiśmie „Zeitschr. des oesterr. Ing. u. Arch. Vereins" z 16. września 1921 r. pracę tego samego p. Terzaghi nad badaniem piasku i gliny. W 11. ustępie, zatyt. „Erddruck von Sand gegen Stützmauern", powiada autor, że mur oporowy 5 m wysoki doznaje 7·9 t parcia piaskiem. Podług mojej tabeli V. dla AI, $\zeta = 0{\cdot}135$ i δ między 5 a 14^0, wynosi p około 0·177, zatem parcie $P = p\,H^2\,\gamma = 0{\cdot}177 \,.\, 25 \,.\, 0{\cdot}18 = 7{\cdot}96$ t, zgodnie z powyższą wartością. Następnie przy poddaniu się tej ściany otrzymał autor $P = 3{\cdot}0$ t; a gdy na końcu § 24. mojej pracy podany jest dla pewnego stadjum spółczynnik zmniejszenia parcia równy 0·4, więc zmniejszone parcie wynosi $7{\cdot}96 \times 0{\cdot}4 = 3{\cdot}18$ t. Są to wyniki, których obecną teorją parcia uzyskać nie można.

Uwaga. Na ryc. 17. siły Y i Y_p nie są prostopadłe do DE, lecz do tej prostopadłej nachylone pod kątem $\sigma + \omega - 90^0$. Prostopadłą do DE składową tych sił otrzyma się, gdy się je pomnoży przez $\cos(\sigma + \omega - 90^0)$. Ponieważ tarcie ma być podług tych składowych obliczone, to we wzory na str. 40 do 43 należy wstawić $r \cos(\sigma + \omega - 90^0)$ za r. Ta zmiana tylko nieznacznie wpłynie na zmniejszenie wyników z wz. 44. i wartości za W, podanych na str. 43.

I. Tabela.

Gęstość (§ 2.).

Układ	Wzór	$\zeta =$	0·00	0·05	0·10	0·13	0·135	0·15
A	1	h : d	0·8165	0·7953	0·7724	0·7579	0·7554	0·7478
	2	$\gamma : \gamma_0$	0·7405	0·6896	0·6469	0·6248	0·6213	0·6114
	Minimum gęstości dla $\zeta = 0{\cdot}414$, $\gamma : \gamma_0 = 0{\cdot}5236$							
B na czterech kulach	3	h : d	0·7071	0·6699	0·6285	0·6012	0·5966	0·5820
	5	$\gamma : \gamma_0$	0·7405	0·7089	0·6885	0·6819	0·6813	0·6802
	Minimum gęstości dla $\zeta = 0{\cdot}155$, $\gamma : \gamma_0 = 0{\cdot}6801$							

II. Tabela.

Kąt rozdzielczy τ (§ 4.).

Układ	Wzór	$\zeta =$	0·00	0·05	0·10	0·13	0·135	0·15
A	6	tang τ	1·4142	1·3114	1·2163	1·1617	1·1528	1·1264
		τ	54°44′	52°40′	50°34′	49°17′	49°04′	48°24′
B na czterech kulach	8	tang τ	1·0000	0·9023	0·8080	0·7525	0·7433	0·7158
		τ	45°00′	42°04′	38°56′	36°58′	36°37′	35°36′

III. Tabela.

Kąt stromości σ (§ 6.), kąt ω (§ 9.), kąt równowagi skarpy σ_0 (§ 7.).

Układ	Wzór	$\zeta =$	0·00	0·05	0·10	0·13	0·135	0·15	
AI	9	tang σ	1·4142	1·3114	1·2163	1·1617	1·1528	1·1264	$=$ tang τ
		σ	54°44′	52°40′	50°34′	49°17′	49°04′	48°24′	$= \tau$
	20	tang ω	2·8284	2·6230	2·4325	2·3234	2·3056	2·2527	$=$ 2 tang τ
		ω	70°32′	69°08′	67°39′	66°43′	66°33′	66°04′	
	11	tang σ_0	0·5627	0·5246	0·4865	0·4647	0·4611	0·4506	
		σ_0	29°30′	27°41′	25°57′	24°55′	24°46′	24°15′	
AII	9	tang σ	2·8284	2 6230	2·4325	2·3234	2·3056	2.2527	$=$ 2 tang τ
		σ	70°32′	69°08′	67°39′	66°43′	66°33′	66°04′	
	20	tang ω	1·4142	1·3114	1·2163	1·1617	1·1528	1·1264	$=$ tang τ
		ω	54°44′	52°40′	50°34′	49°17′	49°04′	48°24′	$= \tau$
	11	tang σ_0	0·7071	0·6558	0 6081	0·5809	0·5764	0·5632	
		σ_0	35°16′	33°15′	31°18′	30°09′	29°55′	29°23′	
AIII	9	tang σ	1·6330	1·5144	1·4044	1·3414	1·3311	1·3006	
		σ	58°31′	56°34′	54°33′	53°18′	53°05′	52°27′	
	20	tang ω	2·4495	2·2714	2·1067	2·0121	1·9966	1·9510	
		ω	67°48′	66°15′	64°36′	63°34′	63°24′	62°52′	
	11	tang σ_0	0 8165	0·7572	0·7022	0·6707	0·6655	0·6503	
		σ_0	39°14′	37°08′	35°04′	33°51′	?3°39′	33°02′	

IV. Tabela.

$g = G : H^2 \gamma$ (§ 12. wz. 27.), dla $\psi = 90^0$, $\varepsilon = 0^0$.

Układ $\zeta =$	0·00	0·05	0·10	0·13	0·135	0·15
AI	0·3535	0·3813	0·4112	0·4304	0·4337	0·4440
AII	0·1768	0·1906	0·2056	0·2152	0·2169	0·2220

V. Tabela.

$p = P : H^2 \gamma$ (§ 12. wz. 28.), dla $\psi = 90^0$, $\varepsilon = 0^0$.

Układ $\zeta =$	0·00	0·05	0·10	0·13	0·135	0·15
			$\delta = 0^0$			
AI lub AII	0·1250	0·1454	0·1691	0·1852	0·1881	0·1971
			$\delta = 5^0$			
AI	0·1217	0·1412	0·1637	0·1792	0·1819	0·1904
AII	0·1182	0·1368	0·1583	0·1729	0·1755	0·1835
			$\delta = 14^0$			
AI	0·1184	0·1368	0·1580	0·1724	0·1750	0·1829
AII	0·1095	0·1259	0·1446	0·1572	0·1594	0·1663
			$\delta = 27^0$			
AI	0·1189	0·1366	0·1569	0·1705	0·1729	0·1804
AII	0·1031	0·1175	0·1337	0·1445	0·1464	0·1523

VI. Tabela.

(§ 17.)

a =	0·0	0·2	0·4	0·6	0·8	1·0	1·37
				AI.			
p_1	0·1698	0·2572	0·2858	0·3289	0·3622	0·3855	0·4026
p_2	0·0423	0·0580	0·0713	0·0820	0·0903	0·0961	0·1004
3 s : H	1·000	1·015	1·192	1·098	1·065	1·032	1·000
				AII.			
p_1	0·1546	0·2013	0·2176	—	—	—	—
p_2	0·0386	0·0502	0·0542	—	—	—	—
3 s : H	1·000	1·040	1·000	—	—	—	—

VII. Tabela.

(§ 18.)

a =	0·0	0·2	0·4	0·6	0·739
			AI.		
p_1	0·0913	0·1232	0·1449	0·1567	0·1591
p_2	0·0228	0·0331	0·0380	0·0395	0·0397
3 s : H	1·000	1·079	1·053	1·012	1·000

VIII. Tabela.

(§ 47.). Współrzędne linji normalnej Z, dla kąta średniego μ, k = 0·2, ζ = 0·0.

η	ξ dla			η	ξ dla		
	tang ε = 0·0	tang ε = 0·4	tang ε = 0·8		tang ε = 0·0	tang ε = 0·4	tang ε = 0·8
0·01	1·756	2·368	3·811	3·5	1·166	1·607	2·633
0·05	1·132	1·524	2·450	4·0	1·363	1·880	3·081
0·1	0·880	1·184	1·901	4·5	1·567	2·161	3·542
0·3	0·541	0·989	1·615	5·0	1·776	2·450	4·015
0·5	0·437	0·852	1·394	6·0	2·206	3·041	4·984
1·0	0·411	0·559	0·905	7·0	2·646	3·648	5·978
1·5	0·500	0·685	1·115	8·0	3·095	4·267	6·990
2·0	0·632	0·874	1·428	9·0	3·550	4·893	8·017
2·5	0·798	1·099	1·798	10·0	4·010	5·527	9·054
3·0	0·976	1·345	2·203	11·0	4·474	6·166	10·099
				12·0	4·942	6·809	11·152
η_a =	0·797	0·784	0·774				
ξ_a =	0·400	0·541	0·874				
h_k =	1·594	1·568	1·548				

IX. Tabela.

Parabola $v = u^2 : 2\,k$ (§ 45.).

u	0·1	0·2	0·3	0·4	0·5	0·6	0·7
v	0 025	0·100	0·225	0·400	0·625	0·900	1·225

X. Tabela.

Parcie na ścianę (§ 59.).

$\eta = H$	tang $\varepsilon = 0{\cdot}0$				tang $\varepsilon = 0{\cdot}4$	tang $\varepsilon = 0{\cdot}8$
	p	s : H	p_0	%	p	p
h_k	0·0288	0·5120		25 0	0·0370	0·0520
2	0·0418	0·4990		36·2	0·0553	0·0835
3	0·0623	0·4597		54·0	0·0816	0·1145
4	0·0741	0 4357		64·4	0·0967	0·1353
5	0 0816	0·4187	0·1155	70·7	0·1063	0·1486
6	0·0869	0·4063		75·2	0·1131	0·1578
7	0·0907	0·3976		78·5	0·1179	0·1645
8	0 0935	0·3903		81·1	0·1217	0·1697
9	0·0960	0·3847		83·1	0·1246	0·1737
10	0·0978	0 3800		84·7	0·1270	0·1770

XI. Tabela.

Do § 53.

φ^0	$\zeta = 0{\cdot}0,\ \varepsilon = 0^0$	
	h_k	ξ_k
60	0·741	0·401
75	1·039	0·415
90	1·593	0·523
100	2·455	0·783
110	5·787	2·113

XII. Tabela.

Do § 73. $\zeta = 0{\cdot}0$, $\eta_a = 0{\cdot}2238$.

$\eta =$	η_a	0·25	0·30	0·35	0·40	0·45	0·50	0·55	0·60	0·65
$\xi =$	0·446	0·449	0·467	0·498	0·538	0·585	0·637	0·695	0·755	0·819
$\eta =$	0·7	0·8	0·9	1·0	1·1	1·2	1·3	1·4	1·5	1·6
$\xi =$	0·886	1 025	1·172	1·324	1·481	1·641	1·805	1·971	2·139	2·309

SPIS RZECZY.

ROZDZIAŁ II.

Równowaga materjałów sypkich spoistych.

A. ZESPÓŁ KUL.

B. MATERJAŁ ZIEMNY.

ROZDZIAŁ III.

Równowaga podziemnych wydrążeń.

A. W ZESPOLE KULOWYM.

Z drukarni i litografji Piller-Neumanna we Lwowie.