

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

L. inw.

147

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000231580





PODREĆCZNIK  
BUDOWLANY

Tom II



INŻ. WŁADYSŁAW SKWARCZYŃSKI

# PODREČZNIK BUDOWLAN Y

WRAZ Z

## ANALIZĄ CEN

WYDANIE DRUGIE

ZNACZNIE POMNOŻONE I PRZEROBIONE. Z LICZNYMI  
TABLICAMI I PRZESZŁO 140 RYSUNKAMI W TEKŚCIE

TOM II  
CZĘŚĆ TRZECIA



LWÓW I WARSZAWA 1925

NAKLADEM KSIĘGARNI POLSKIEJ B. POŁONIECKIEGO

1-301242

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA  
KRAKÓW

~~T 147~~

WYKONANIE  
KOPII

ZRU-3-432/2016

Akc. Nr.

~~594~~ ~~98~~



Część trzecia  
POMOC TECHNICZNA  
I PRZEPISY.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
LIBRARY

## A. ZARZĄD I AKTA TECHNICZNE BUDOWY.

### I. Zawiązek budowy.

#### 1. Właściciel budowy.

Budowa powstaje za wolą i kosztem właściciela budowy, który z natury rzeczy ma ważny głos rozstrzygający, o ile tem nie narusza istniejących praw i przepisów.

Właścicielem budowy może być jedna lub więcej osób, jedna lub kilka władz razem, albo też osoba zbiorowa, czyli osoba jury styczna (korporacja, stowarzyszenie, towarzystwo, instytucja publiczna itp.). Zastępstwo osoby zbiorowej, co do uprawnień jej, jako właściciela budowy przenosi się na komitet budowy jeżeli budowa ma wybitniejsze znaczenie. Komitet taki składa się zazwyczaj z osób, wybranych z grona członków zarządu stowarzyszenia, i z wybitnych zawodowców w dziedzinie budownictwa, których spóldziałanie jest pożądane. Należy też zaraz z góry ustalić dokładnie, wyczerpująco i jasno zakres uprawnień i działania komitetu budowy dla uniknięcia i szkodliwych nieporozumień i rozbieżnych zapatrywań co do kompetencji w tym kierunku.

Jeżeli budowa jest małoznaczna, porucza się zastępstwo właściciela budowy tylko jednej zaufanej osobie.

W każdym razie jednak techniczny zarząd i nadzór nad wykonaniem, oraz samo wykonanie budowy musi spoczywać w ręku ludzi, posiadających stosowne uzdolnienie zawodowe i uprawnienie.

#### 2. Kierownictwo budowy.

Do nadzorowania, by roboty budowlane wykonano dobrze, z dobrych i celowi odpowiednich materiałów, oraz do kierowania całym technicznym i ekonomicznym przeprowadzeniem budowy powołuje właściciel budowy — niezależnie od wykonawcy czyli przedsiębiorcy budowy — jednego lub kilku odpowiedzialnych znawców i porucza im kierownictwo budowy, na którego czele stoi kierownik budowy. Ten kierownik naczelny ma obowiązek zastępowania właściciela budowy w sprawach ściśle technicznych wobec władz policyjno budowniczych.

Prywatny właściciel budowy — zwykłej zresztą — ze względów oszczędnościowych nie ustanawia kierownika budowy; w tym razie musi zatem polegać na sumiennosci i zdolności zawodowej przedsiębiorcy budowy. Do znacznych wszakże budowli powinien on w dobrze zrozumianym własnym interesie ustanowić niezależnie od przedsiębiorcy — kierownika budowy, posiadającego stosowne uprawnienie i uzdolnienie zawodowe budownicze.

Kierownictwo budowy państwowej o wybitniejszej wartości architektonicznej składa się w regule z kierownika budowy artystycznego, oraz z technicznego kierownika, czyli inspicjenta budowy; pierwszy wypracowuje szczegółowe plany architektoniczne i przestrzega strony piękna, drugi sprawuje właściwe kierownictwo budowy pod względem technicznym i ekonomicznym.

Rozległe bardzo budowle (budowa kolei itp.) dzieli się na odcinki budowy i sekcje, a kierownictwo powierza się poszczególnym losowym, względnie sekcyjnym kierownikom budowy z naczelnym dyrektorem budowy nad wszystkimi.

Do kierownictwa budowy należy przestrzeganie, by przedsiębiorca wykonywał budowę zgodnie z planami i warunkami budowy, nie używał lichych materiałów budowlanych, a obróbkę ich, oraz wykonanie poszczególnych części budowy przeprowadził prawidłowo według zasad sztuki budowniczej; by ugodzone terminu wykończenia dotrzymał, i dopełnił jak najściślej wszystkich z moey kontraktu przyjętych na się obowiązków.

Kierownictwo budowy wogóle ma czuwać, aby roboty budowlane pod względem staranności i dokładności wykonania były bez zarzutu; powinno przeprowadzać, względnie sprawdzać wytyczenia i pomiary, zdejmować rozmiary robót wykonanych, sprawdzać rachunki budowlane i asygnować zarachowane w nich należności, odbierać roboty wykonane po poprzednim ich sprawdzeniu i ostatecznie oddać wykończoną budowę właścicielowi.

Często ma także kierownictwo budowy obowiązek wypracowania projektu i szczegółowych rysunków, rozpisanie licytacji i oddanie w wykonanie robót i dostaw.

Co do każdego ważnego układu, zawartego dodatkowo z przedsiębiorcą, powinno kierownictwo spisać protokół; chociaż najczęściej — zamiast tego — wystarczy zapisanie sprawy w dzienniku budowy. W ten sposób należy utrwalić oddanie przedsiębiorcy miejsca pod budowę, dokonanie wytyczeń, odbiór części budowy, stan robót w odniesieniu do ugodzonych terminów wykończenia,

sprawdzenie i odbiór wykonanych robót, zdjęcie rozmiarów, których później nie będzie można pomierzyć, jak n. p. niwelacja miejsca budowy, rozmiary fundamentów itd.

Wszelkie zresztą pomiary powinien kierownik budowy lub jego zastępca przeprowadzać w obecności przedsiębiorcy i zażądać od niego pisemnego oświadczenia protokolarnego lub w dzienniku budowy, czy się zgadza z wynikiem.

### 3. Wykonawca czyli przedsiębiorca budowy.

Jeżeli właściciel budowy nie ma chęci, lub uprawnienia do samoistnego wykonywania budowy, to musi je poruczyć przedsiębiorcy uprawnionemu, czyli wykonawcy budowy pod własny nadzór i odpowiedzialność.

Ten ustawia potrzebne rusztowania, dostarcza przybory, narzędzia, maszyny itd., wypłaca robotników budowlanych i ich organa nadzoreze, odpowiada za ścisłe dopełnienie przepisów ustawy budowniczej, postanowień konsensu i za wszelkie następstwa, wynikłe z nieodpowiedniego prowadzenia robót budowlanych, z niedbałego i nieoględnego postępowania lub z użycia lichych materiałów. Do niego należy ścisłe przestrzeganie zasad i warunków, tycezących się ochrony zdrowia i życia robotników w przemyśle budowlanym pracujących.<sup>1</sup>

Jego rzeczą jest nadto: donieść wezas władzy budowniczo policyjnej o rozpoczęciu budowy, wzdłuż budowy od strony drogi publicznej ustawić znaki ostrzegające miejsca składu materiałów lub przyborów na ulicy oświetlić w noey w miarę potrzeby latarniami pod dozorem, wykopy przy drogach i ulicach zabezpieczyć zupełnie ochronnie, a w razie potrzeby wysunąć oparkanie budowy w ulicę, które w regule niepowinno sięgać dalej niż 2 m poza linię regulacyjną, o ile zresztą władza budownicza inaczej nie postanowiła. W razie potrzeby zajęcia na skład materiałów itd. miejsca z obszaru publicznego miejskiego, należy postarać się u władzy policyjno budowniczej o wyznaczenie takiego miejsca.

### 4. Kierownik budowy z ramienia przedsiębiorcy.

Przedsiębiorca na każdej budowie utrzymuje własnego technika budowlanego jako swego zastępcę, któremu w miarę potrzeby przydziela pomocników. Jeżeli wszakże przedsiębiorca posiada kon-

<sup>1</sup> Zob. niżej w oddziale B: rozdz. IV. „Przepisy ochronne w przemyśle budowlanym“.

cesję do prowadzenia przedsiębiorstw budowlanych, ale niema koncesji do samoistnego wykonywania przemysłu budowlanego, to musi utrzymywać własnego kierownika budowy, posiadającego taką koncesję. Do tego należy prowadzenie budowy i nadzorowanie podmajstrzych, oraz wszystkich innych organów nadzorczych i robotników. On też w regule powinien wykonywać plany i szczegóły dla podmajstrzych, oraz statyczne obliczenia, załatwiać zakupna i zamówienia, spowodować rozpoczęcie robót we właściwym czasie, doglądać ich stale i starannie, dbać o szybki i nieprzerwany ich postęp, sprawdzać dostawy co do rozmiarów i dobroci, starać się o nadejście ich we właściwym czasie, przedsiębrać wytyczenia oraz pomiary wykonanych robót, utrzymywać styczność z dostawcami i podprzedsiębiorcami, sprawdzać listy tygodniowe i rachunki, należności do wypłaty przedstawiać, dozorować wypłat robotniczych, prowadzić dziennik budowy, a ważne zlecenia wydawać zawsze na piśmie. Wszystkie plany, rysunki, szkice itd. dla podmajstrzych i zawodowców powinien zaopatrzyć podpisem i datą i kopje z nich przechować w kancelarji.

Zwykle kopje uzyskuje się drogą odbitki świetlnej a aktów pisemnych dokonuje się zapomocą maszyny do pisania lub księgi kopjowej.

## 5. Podmajstrzy.

W razie nieobecności wykonawcy budowy czyli przedsiębiorcy i jego kierownika budowy ustanawia przedsiębiorca podmajstrzego, jako zastępcę na miejscu budowy, który ma obowiązek kierowania chwilowo i nadzorowania robót. Do niego należy przyjmowanie i wydalenie robotników, przydzielanie im roboty, kierowanie nimi i dopilnowanie godzin roboty dziennej; on rozporządza, którą robotę należy wprzód rozpocząć, utrzymuje spokój i porządek na budowie, dba o szybki jej postęp, odbiera i sprawdza dostawy, wytycza szczegóły i musi starać się nieprzerwanie o zachowanie środków potrzebnych na miejscu budowy do ochrony zdrowia i życia robotników.

Główny podmajstrzy ma do dyspozycji więcej podmajstrzych do poszczególnych robót, a mianowicie: podmajstrzego murarskiego, kamieniarskiego, ciesielskiego, rusztowaniowego itp.

## 6. Pisarz budowlany.

Do załatwiania manipulacyj kancelaryjnych i czynności pisarskich na miejscu budowy utrzymuje przedsiębiorca pisarza budowlanego.

## II. Uprawnieni do przemysłu budowlanego.

Sprawy uprawnienia do przemysłu budowlanego jeszcze w Polsce nie uregulowano jednolicie własną ustawą; obowiązują nadal przepisy b. państw zaborezych.

### 1. B. zabór austriacki.

Ustawa z 26. grudnia 1893, Dz. u. p. Nr. 193, reguluje koncesjonowany przemysł budowlany z jego działami: budowniczych, majstrów murarskich, kamieniarskich, ciesielskich i studniarskich.

Rozporządzenie ministerjalne z 27. grudnia 1893, Dz. u. p. Nr. 195, reguluje sprawę egzaminów i świadectw dla ubiegających się o koncesję na jeden z działów przemysłu budowlanego.

Rozporządzeniem Namiestnictwa z 22. lipca 1909, Dz. u. kraj. Nr. 101, wprowadzono w życie koncesje pod lżejszymi warunkami dla murarzy, kamieniarzy, cieśli i studniarzy, z wyłączeniem Lwowa i Krakowa, oraz 29 miast objętych ustawą budowniczą z 28. kwietnia 1882, Dz. u. kr. Nr. 77. (Wystareza dowód wyuczenia się przemysłu odnośnego oraz uzdolnienia praktycznego przez pracę najmniej czteroletnią w tym przemyśle.)

Rozporządzenie ministerjalne z 7. maja 1913, Dz. u. p. Nr. 77, reguluje autoryzowanie techników cywilnych. Istnieje ich 9 kategorii, z których druga (inżynierowie cywilni dla architektury i budownictwa lądowego) ma pełne uprawnienie do wykonywania przemysłu budowlanego.

### 2. B. zabór rosyjski.

Dekret z 7. lutego 1919, Dz. u. p. Nr. 14, postanawia w artykule 2:

Minister robót publicznych może udzielać prawa prowadzenia robót budowlanych i sprawowania technicznego nad nimi dozoru poza osobami, posiadającymi już takie prawa na zasadzie dotychczasowych przepisów, również i osobom, które zostaną zakwalifikowane przez urzędującą w Ministerstwie robót publicznych komisję kwalifikacyjną. Skład pomienionej komisji, instrukcję dla niej, regulamin egzaminów i wykaz wyższych uczelni, których dyplomy zwalniają od egzaminów, zatwierdza Minister robót publicznych.

### 3. B. zabór pruski.

Dotychczasowe przepisy pozostały w mocy.

### III. Praca techniczna i akta budowy.

#### 1. Miejsce budowy.

Jeżeli miejsce budowy nie jest dane i trzeba wybrać — rozumie się — najodpowiedniejsze, to rozstrzyga w tym wyborze: cena kupna, położenie względem centrum miasta, głównych dzielnic, głównych dróg, ulic, kolei, drogi wodnej, miejsc mniej lub więcej zaludnionych; położenie w kolejowym rejonie ogniowym, w pobliżu obszaru fortecznego, w dzielnicy przeznaczonej dla budowy wil, fabryk itp., właściwość gruntu pod budowę, i stosunki wody zaskórnej, otwartej, stojącej (staw, jezioro), płynącej.

Ważne jest także położenie linii regulacyjnej i wysokość niwelacyjna chodnika, co trzeba ściśle stwierdzić.

Skoro miejsce pod budowę zostało na podstawie wyniku badań w kierunku wyżej poszczególnionym przeprowadzonych uznane za najodpowiedniejsze i wybrane, albo jeżeli jest już z góry dane, to należy je zdjąć i sporządzić plan sytuacyjny w skali 1:360 lub 1:720, oraz plan z przekrojami niwelacyjnymi w skali długości 1:360 lub 1:720, i wysokości 1:72 lub 1:144, przeprowadzić zbadanie wytrzymałości gruntu pod budowę, zbadanie stosunków wodnych, obciążenia serwitutami, prawami sąsiadów itp.; stwierdzić możliwy sposób odwodnienia, odprowadzenia wód opadowych, nieczystości płynnych i kloacznych, zaopatrzenia wodą do picia i mycia, oraz dojazdami, o ile są potrzebne.

Rozumie się, że wszelkie te czynności i badania należy przeprowadzić jeszcze przed zakupieniem miejsca budowy.

#### 2. Program budowy.

Program budowy stanowi podstawę do wypracowania projektu i całego przeprowadzenia budowy; dla tego też właściciel budowy, względnie jego zastępca, powinien przedstawić projektantowi jasno i dokładnie swoją wolę i wskazówki, odpowiadające wielkości i znaczeniu zamierzonej przez się budowy, i ustalić wspólnie cały program, a głównie co do ilości, wielkości, wzajemnego położenia i przeznaczenia poszczególnych izb i przestrzeni, oraz ilości i wysokości piątr.

Jeżeli budowa ma służyć dla zakładu publicznego większego znaczenia, wówczas prócz właściciela budowy i projektanta trzeba powołać do ułożenia programu także osoby interesowane, oraz



wybitnych znawców zamierzonego zakładu i sposobu jego urządzenia. W tym składzie należy wypracować program budowy starannie i zestawić na podstawie wyniku wszystkich prac i badań przygotowawczych. Musi on być zupełnie wykończony, krótki, zwięzły, jasny, niedwuznaczny, bez żadnych zresztą rozwickłości w opisywaniu i stylizacji.

Program powinien obejmować: przyczyny i cel budowy, stosunki terenowe i miejscowe, określenie linii regulacyjnej i jej stanu niwelacyjnego, własności gruntu budowlanego, stosunków wodnych, miejsca budowy, jego otoczenia; dopuszczalny sposób zabudowania i inne wyniki robót przygotowawczych; nadto potrzebną ilość i rodzaj zabudowań, ich układ i położenie na miejscu budowy z uwidocznieniem w planie sytuacyjnym, właściwość, wielkość i liczbę potrzebnych przestrzeni w każdym zabudowaniu z wzajemnem ich położeniem, uszeregowaniem i połączeniem, liczbę i wysokość pięt każdego zabudowania, sposób ich wykonania i wewnętrznego uposażenia, o ile można najszczegółowiej, wreszcie potrzebne połączenie z istniejącymi drogami.

### 3. Szkic.

Zadaniem szkicu jest przedstawienie w ogólnych zarysach projektu budynku, wraz z układem w nim izb i innych przestrzeni, odnośnie do warunków w programie ustanowionych. Dla tego też szkic, jako rysunek, nie potrzebuje staranności, ale powinien obejmować rzut poziomy sutereu (piwnic), parteru, wszystkich pięt, z uwzględnieniem grubości murów — i widok główny budynku (fasadę główną); wszystko w skali 1:200 lub 1:400 w razie potrzeby.

Grubości murów nie wpisuje się, tylko najgłówniejsze rozmiary budynku, jego izb, przestrzeni i osi okien.

Na podstawie tak sporządzonego szkicu daje się obliczyć powierzchnia zabudowana zamierzonego budynku, a następnie jego koszt przybliżony w sposób, niżej w poddziale 8. (str. 898—903) określony.

Często wystarcza przedstawienie szkicu całkiem tylko szematycznie, z oznaczeniem murów pojedynczemi linjami.

Rysuje się zresztą także tylko rzut poziomy parteru i odbija od niego na przezroczysty papier resztę rzutów z wkreśleniem odnośnych zmian.

### 4. Projekt.

Gdy szkic został przez właściciela budowy przyjęty, wypracowuje się na tej podstawie dokładne plany projektu, które muszą

się składać z tylu rzutów poziomych, przekroi i widoków, aby niezachodziła najmniejsza wątpliwość, co do żadnej części budynku, tak pod względem rozmiarów, jak i zasadniczych konstrukcji.

W szczególności projekt musi zawierać:

a) Rzut poziomy fundamentów, piwnie, parteru i wszystkich pięter w skali 1:100;

b) rzut poziomy murów strychowych, kominowych i więzby dachu w skali 1:100;

c) widok wszystkich różnych stron budynku w skali 1:100 lub 1:50;

d) wszystkie te przekroje, które są niezbędne do uwidocznienia i zrozumienia konstrukcji całej budowy w skali 1:100;

e) plan sytuacyjny większych przestrzeni w skali 1:1000, zaś mniejszych 1:500;

f) przekroje niwelacyjne w skali długości 1:500 lub 1:1000, a wysokości 10 razy większej;

g) plany dla podmajstrzego najczęściej w skali 1:100, lub gdy tego dokładność wymaga 1:50, muszą zawierać wszystkie szczegóły, aby mógł według nich budowę wykonywać; głównym warunkiem jest tu staranne, wyczerpujące, sumienne kotowanie;

h) szczegółowe plany i konstrukcyjne w skali 1:50, 1:25, 1:20 i 1:10, 1:5, 1:2 i 1:1 w miarę potrzeby.

Poszczególne plany, jakoteż i plany wszelkich innych robót budowlanych należy nałożyć barwami powszechnie przyjętymi a mianowicie: mur istniejący stary bladym tuszem, mur przeznaczony do rozebrania jasną żółtą farbą (gummigutta), mur nowy czerwoną farbą (karminem); toż samo tyczy się i konstrukcji drewnianej.

We wszystkich planach należy wpisać wyraźnie i czytelnie wszelkie potrzebne rozmiary i podziałkę wskazać, a nadto rysunki dokładnie według podziałki narysować, aby tam, gdzie nie ma wpisanych rozmiarów, zdjąć je można z pomocą podziałki.

Jest wreszcie rzeczą pożądaną ze względów praktycznych, aby w planach projektu wszelkie znamiona niwelacji terenu, jakoteż głębokości fundamentów, piwnie i rozmiary wysokości budynku odnosiły się do podłogi parteru, jako płaszczyzny porównawczej ze znakiem + lub —, w miarę tego, czy wysokość leży wyżej lub niżej tej podłogi.

## 5. Szczegóły.

Podezas wykonania budowy potrzeba niezbędnie sporządzić plany i rysunki na wszelkie te części składowe budynku i konstrukcje, których nie oznaczono bliżej w projekcie.

Rzecz ta jest bardzo wielkiej wagi, a odpowiednie jej rozwiązanie wymaga wiele praktyki zawodowej, znajomości przedmiotu, rozważności i oględności.

Tu należą np. szczegóły na urządzenia ześrodkowanych (centralnych) ogrzewań z przewietrzaniem, przekroje szablonowe gzymsów i przedmiotów roboty kamieniarskiej w naturalnej wielkości, rysunki dla cieśli na krążyny i wiązania dachowe, dla stolarza, ślusarza itd.

## 6. Opis budowy.

Opis budowy powinien zawierać możliwie krótko i zwięźle te tylko uzupełnienia budowlane, które ani w planach, ani w żadnym innym akcie budowy nie dały się przedstawić, a są konieczne do oceny całego założenia budowy. Przedmiotem opisu zresztą jest właściwość i sposób wykonania poszczególnych części budowy i rodzaj ich materiałów, co wszystko razem daje podstawę do zestawienia dalszych aktów technicznych budowy.

## 7. Kosztorys szczegółowy.

Stosownie do tego, jakiej dokładności wymaga się co do obliczenia kosztów pewnej budowy, kosztorys może być albo szczegółowy albo przybliżony.

Na podstawie planów projektu oblicza się w kosztorysie szczegółowym wymiary wszelkich działów robót sposobem i порядkiem wskazanym. Analizą cen w części drugiej niniejszego dzieła, a następnie, na podstawie sumiennie i dokładnie zbadanych cen miejscowych, wyznacza się z pomocą tejże „Analizy cen“ ceny jednostkowe dla oddzielnych grup robót, wpisuje się je w kosztorys i oblicza koszt każdej z nich z osobna i wszystkich razem.

Podezas sporządzania kosztorysów szczegółowych należy przestrzegać następujących punktów wytycznych.

a) Kosztorys powinien obejmować wszelkie roboty, które w danym razie przewidzieć można. A oprócz robót ściśle budowniczych, powinno się w nim także znajdować wszystkie te urządzenia, które są stałe z budynkiem gwoździami lub nitami spojone, albo zostają z nim w ścisłym związku, jak: założenie parku przy budynku, lub

ogrodu, uporządkowanie i splanowanie podwórza, dojazdu, urządzenia gazo i wodociągów, centralnego sposobu ogrzewania, studni itp.

Naostatek wstawia się koszta za sporządzenie projektu, i za wszelkie prace techniczne w czasie budowy, t. zw. koszta zarządu.

Jeżeli fundamentowanie przedstawia się jako niezwykle trudne, to trzeba na nie sporządzić osobny kosztorys.

b) Porządek robót w kosztorysie powinien odpowiadać ile możliwości rzeczywistemu i naturalnemu porządkowi rzeczy podczas wykonania, jak to zresztą Analiza cen (część druga dzieła) wskazuje.

c) Wzajemny związek robót należy w kosztorysie wyraźnie określić tak, aby niezego ani się domyslać, ani szukać nie było potrzeba.

d) Każdą robotę należy z wszelką możliwą dokładnością i szczerogółowością tak jasno opisać, ażeby niezachodziła najmniejsza wątpliwość, ani co do jej wymiarów, ani co do sposobu jej wykonania, ani też co do jakości i rozmiarów odnośnych materiałów. Ten sposób opisania właśnie stanowił myśl przewodnią we wszystkich pozycjach rzeczonyj Analizy cen.

e) Każdą robotę trzeba uzasadnić należycie, jeżeli nie wypływa ze związku z innemi.

f) Koszta robót należy zestawić na podstawie dokładnego i sumiennego zbadania warunków, wpływających na ceny jednostkowe w danej miejscowości i na podstawie przyjętych w tym celu zasad Analizy cen.

g) Podczas obliczania kosztów w kosztorysie opuszcza się wszystkie dziesiętne części jednego feniga względnie halerja aż do 0,5 włącznie; wszystkie zaś wyższe dziesiętne od 0,5 počawszy liczy się za 1 *f* względnie 1 *h*; wyjątek od tej reguły stanowią te wypadki, w których podobne zaokrąglenie wartości cen jednostkowych spowodowałoby znaczniejsze różnice w obliczeniu kosztów.

h) Wszelkie wymiary i rozmiary długości, powierzchni i objętości w kosztorysie liczy się z reguły tylko na dwie cyfry dziesiętne, a wagi na jedną dziesiętną; drobne długości np. przekroje drewnianych belek, desek, lat itp. oznacza się z wyklę w centymetrach, długość konstrukcji żelaznych w milimetrach; wyjątek z tego czyni się jednak tam, gdzie ten sposób liczenia spowodowałby znaczne niedokładności lub różnice w kierunku dodatnim lub ujemnym (np. objętość przedmiotów roboty kamieniarskiej liczy się zwykle na trzy dziesiętne, gdyż cena jednostkowa jest bardzo wysoka).

Części składowe cen jednostkowych według Analizy cen oblicza się na cztery dziesiętne, suma zaś ich, czyli cena jednostkowa zaokrągla się na dwie dziesiętne według zasady wyżej pod *g*) wyrażonej.

i) (dla b. dzielnicy austr.) Podczas sporządzania kosztorysów tyczących się budowli kościelnych, t. zw. konkurencyjnych, t. j. takich, co do których Skarb państwa jako patron kościoła spółdziela tylko w pewnej części kosztów, potrzeba kosztu szczegółowe i ogólne rozłożyć w osobnych kolumnach a) na wydatki za pomoc pieszą i zaprzęgową, b) na wydatki w gotówce; gdyż według § 5. ustawy konkurencyjnej z dnia 15. sierpnia 1866, Dz. u. kr. Nr. 28, cz. XIV), patron kościoła ponosi  $\frac{1}{6}$  wydatków w gotówce.

Do wydatków za pomoc pieszą i zaprzęgową zalicza się koszt pomocników, zaprzęgów, piasku, gliny i dowozu materiałów budowlanych; do wydatków zaś w gotówce zapłata dzienna rzemieślników, koszt materiałów budowlanych. 10% za nadzór i narzędzie i koszt zarządu.

Rozkład kosztów w powyższym kierunku można tylko dokonać zapomocą Analizy cen, jak to wyjaśnia przykład następujący:

Liczba bieżąca	Przedmiot	Wydatki	
		za pomoc	w gotówce
		K	K
1.	Metr sześć. muru z cegieł na zaprawie wapiennej w parterze:		
	7.5 godz. murarza po 0.50 K . . . . .	.	3.75
	10.5 godz. pomocnika po 0.30 K . . . . .	3.15	.
	10% za nadzór i narzędzie . . . . .	.	0.69
	300 cegieł od 1000 po 60 K . . . . .	.	18.00
	0.09 m <sup>3</sup> wapna gaz. po 15 K . . . . .	.	1.35
	0.18 m <sup>3</sup> piasku po 3 K . . . . .	0.54	.
	0.27 m <sup>3</sup> wody po 1 K . . . . .	0.27	.
	dowóz 300 cegieł na miejsce budowy od 1000 po 10 K	3.00	.
	dowóz 0.09 m <sup>3</sup> wapna po 5 K . . . . .	0.45	.
	Razem okrągło .	7.41	23.79

j) W kosztorysach na przebudowania starych budynków należy przyjąć na roboty nieprzewidziane 10 do 15% z ogólnej sumy kosztów obliczonych.

Jeżeli przebudowanie musiałoby spowodować potrzebę rozebrania  $\frac{1}{3}$  murów starych, to w takim razie korzystniej jest zwalić stary, a postawić nowy budynek.

Uwaga. Na te punkta zwraca się z naciskiem szczególną uwagę, bo chociaż projekt jest najlepszy, a kosztorys niedokładny, to podczas budowy powstają weale niepożądane zatargi i niesnaski z przedsiębiorcą, kończące się zawsze ze szkodą dla budowy i jej funduszu.

k) W kosztorysach na roboty zachowawcze (konserwacyjne) należy roboty i naprawy grupować nie według ich jednorodności, lecz tylko według poszczególnych izb budynku tak, by wszelkie

potrzebne różnorodne roboty i naprawy w każdej izbie tworzyły dla siebie osobną grupę; gdyż w przeciwnym razie podczas zamawiania, prowadzenia, sprawdzania, a szczególnie kolaudacji robót trzeba by dla każdej różnorodnej grupy obchodzić ponownie wszystkie izby i robić uciążliwe wyciągi i porównania, co prowadziłoby do niedokładności i pomyłek z niepotrzebną stratą czasu.

## 8. Kosztorys przybliżony.

Jeżeli zachodzi potrzeba szybkiego zorientowania się co do kosztów zamierzonej budowy bez względu na ścisłą dokładność, to sporządza się kosztorys przybliżony. Zestawienie tego rodzaju kosztorysu wymaga jednak dokładnej znajomości miejscowych stosunków i wiele praktycznej wiedzy zawodowej.

Osobliwszą trudność przedstawiają kosztorysy przybliżone w ogóle na wszelkie roboty w starych budynkach, a w szczególności na przeistoczenia; dla tych nawet kosztorysy szczegółowe bywają bardzo często tylko przybliżonymi i to w dość obszernych granicach.

Najczęściej w takich wypadkach nie pozostaje nic innego, tylko oszacować lub obliczyć w przybliżeniu wymiary poszczególnych działów robót po cenach jednostkowych, albo też wskazać wszelkie zmiany w plan starego budynku, i ze stosunku zamierzonych zmian, do niezmienionej reszty budynku, wyprowadzić sumę kosztów przybliżoną, licząc np. od  $1m^2$  powierzchni zabudowanej zmienionej.

Dokładniej i stosunkowo łatwiej dają się obliczać koszty zamierzonych nowych budowli, a podstawę do tego tworzy szkic w skali 1:200 lub 1:400, albo też i sam program budowy. Natomiast sposoby obliczenia, oparte zresztą na doświadczeniu, mogą być rozmaite, a mianowicie.

### a) Kosztorys przybliżony według zabudowanej powierzchni.

W tym razie uwzględnia się wyłącznie tylko zabudowaną powierzchnię parteru, do której nie wlicza się podwórzy, podwórek świetlnych większych, niż  $6m^2$ , ani niskich przybudówek, jak otwarte schody, wysoki, filary podporowe itp.

Poszczególne części budynku o różnych wysokościach należy liczyć każdą jako osobną zabudowaną powierzchnię parterową, rozumie się ze stosowną ceną jednostkową od  $1m^2$ .

W niniejszym sposobie obliczania mogą zajść dwa wypadki: albo znana jest zabudowana powierzchnia zamierzonej budowy, albo też jest dany tylko sam program budowy, w którym to razie potrzeba wyznaczyć najpierw przybliżoną powierzchnię zabudowaną.

Jeżeli zatem  $P_a$  jest powierzchnia miejsca budowy,  $P_p$  podwórzy i podwórek,  $P_z$  powierzchnia zabudowana,  $k$  przeciętna cena jednostkowa od  $1m^2$  zabudowanej powierzchni, obejmująca koszt od podszwy fundamentu aż po szczyt dachu, to będzie

$$P_z = P_a - P_p \quad 1$$

przybliżony zaś koszt budowy

$$K = P_z k = (P_a - P_p) k \quad 2$$

W czasie przedwojennym przeciętna cena  $k$  od  $1m^2$  budynków okazalszych mieszkalnych i skromniejszych monumentalnych mieściła w sobie koszt:

- a) fundamentu i piwnie . . . . . 45 K,
- b) parteru względnie każdego dalszego piętra . . . . . 75 „
- c) murów strychowych i dachu z kominami . . . . . 30 „

Stąd cena od  $1m^2$  zabudowanej powierzchni parterowego budynku podpiwniczonego będzie  $k = 45 + 75 + 30 = 150$  K, do której za każde dalsze piętro dolieża się po 75 koron.

Tak np. metr kwadr. zabudowanej powierzchni dwupiętrowego budynku mieszkalnego lub monumentalnego z piwnicami będzie kosztować w przybliżeniu po  $150 + 2 \times 75 = 300$  K, a jeżeli jego powierzchnia zabudowana  $P_z = 1600m^2$ , więc według wzoru  $2 K = P_z k = 1600 \times 300 = 480.000$  K.

Cenę jednostkową  $k$ , złożoną ze składników wyżej pod *a*), *b*), *c*) poszczególnionych obniża się o 20%, gdy budynek jest na ogół w sposób prostszy wyposażony.

Gdy jest dany sam tylko program budowy, t. j. bez szkicu lub planów projektu i bez określenia powierzchni izb, wówczas całe zadanie wymaga najpierw wyznaczenia domniemanej powierzchni zabudowanej, poczem koszt przybliżony oblicza się sposobem i po cenach wyżej wskazanych.

Cheąc obliczyć w przybliżeniu powierzchnię zabudowaną litylko z samego programu budowy, który zazwyczaj — prócz ilości piątr — nie zawiera powierzchni podłogi izb, tylko ogólne określenie ich wielkości, przyjmujemy w myśl tego określenia stosowną powierzchnię dla każdej izby, poczem z podzielenia sumy powierzchni wszystkich izb przez ilość piątr otrzymujemy w przybliżeniu sumę powierzchni podłóg  $\Sigma p$ , wszystkich izb przypadających na jedno piętro, a więc i na zabudowaną powierzchnię. Według doświadczenia suma powierzchni kurytarzy, sieni, schodów i wychodków jest prawie tak wielką, jak  $\frac{1}{3} \Sigma p$  do  $\frac{1}{2} \Sigma p$  zależnie od tego, czy zamierzony budynek jest mieszkalny lub przeznaczony na szkołę, urząd itp.

z obszernymi kurytarzami, westybilem itd.; doświadczenie nadto wykazuje, iż z ogólnej powierzchni zabudowanej  $P_z$  zajmują mury około  $\frac{1}{4} P_z$ ; stąd wynika zatem  $P_z = \Sigma p + \frac{1}{4} \Sigma p + \frac{1}{4} P_z = \frac{5}{4} \Sigma p + \frac{1}{4} P_z$ ,  $P_z - \frac{1}{4} P_z = \frac{4}{4} \Sigma p$ ; ostatecznie domniemalna zabudowana powierzchnia budynku mieszkalnego:

$$P_z = \frac{16}{9} \Sigma p = 1.78 \Sigma p \quad 3$$

zaś budynku publicznego szkolnego itd.:

$$P_z = \frac{12}{6} \Sigma p = 2 \Sigma p \quad 4$$

Tym więc sposobem daje się obliczyć przybliżona powierzchnia zabudowana, a stąd dalej wyznacza się łatwo powierzchnię gruntu, potrzebnego pod budowę i na podwórza, powierzchnię podióg, objętość murów, względnie ilość potrzebnej cegły, wapna, piasku itd., nareszcie powierzchnię dachu według nachylenia, przez dodanie do powierzchni zabudowanej 25%, — rozumie się pod tym założeniem, że nachylenie dachu wynosi  $\frac{1}{3}$  szerokości budynku.

Metr kwadr. zabudowanej powierzchni budynkiem drewnianym mieszkalnym, parterowym, o ścianach wyprawionych z podmurowaniem, stropem i dachem liczone przed wojną po 25 do 35 koron.

Powyższych uwag o przybliżonych kosztorysach nie należy uważać za regułę, dają one wszakże dostateczne wskazówki, jak w danym razie znawca ma sobie radzić.

#### PRZYKŁAD.

Dany program na budowę sądu powiatowego wraz z aresztami obejmuje:

A) Budynek dla biór, który powinien mieścić w sobie duży pokój z przedpokojem dla naczelnika sądu, 3 większe pokoje dla 3 adjunktów, 2 mniejsze dla 2 auskultantów, jeden dla kancelisty, salę rozpraw, poczekalnię dla stron, 2 pokoje dla ksiąg gruntowych, mały pokój dla protokołu, dużą izbę dla ekspedytu i 3 duże pokoje na registraturę.

B) Budynek aresztów powinien mieć jedną ciemnicę, 2 separatki, 4 kaźnie, każda na 6 więźni, kuchnię więzienną, mieszkanie dozorey, złożone z pokoju i kuchni.

C) Obszerne podwórze, komórki na drzewo i podwórze dla więźni, wychodki itp.

Tu w pierwszej linii należy wyznaczyć, jak wielkiej w przybliżeniu potrzeba powierzchni gruntu pod budowę, a następnie, jak wielką będzie powierzchnia zabudowana. Zmierzając ku temu celowi, potrzeba przyjąć przedewszystkiem, że budynek dla pomieszczenia



biur będzie jednopiętrowy, a dla aresztów parterowy; następnie dla każdej izby stosowną powierzchnię i tak:

W budynku sądowym odnośnie do A):

1. dla naczelnika sądu pokój duży . . . . .	30 m <sup>2</sup>
„ „ „ przedpokój . . . . .	15 „
„ 3 adjunktów 3 izby duże po 25 m <sup>2</sup> . . . . .	75 „
„ 2 auskultantów 2 izby po 20 m <sup>2</sup> . . . . .	40 „
„ kancelisty . . . . .	20 „
sala rozpraw . . . . .	50 „
poczekalnia . . . . .	25 „
dla ksiąg gruntowych 2 izby . . . . .	50 „
„ protokołu . . . . .	20 „
„ ekspedytu pokój duży . . . . .	45 „
„ registratury 3 duże pokoje . . . . .	90 „

2. razem . . . . . 460 m<sup>2</sup>

3. Ponieważ budynek ten według programu budowy ma być piętrowy, więc przypadnie na parter około połowa z wyżej otrzymanej sumy, będzie więc

$$\Sigma p = \frac{460}{2} = 230 \text{ m}^2,$$

4. a stąd w niniejszym wypadku wynika przybliżona zabudowana powierzchnia według wzoru 4.

$$P_z = 2\Sigma p = 2 \times 230 = 460 \text{ m}^2$$

W budynku dla aresztów odnośnie do B):

5. jedna ciemnica . . . . .	10 m <sup>2</sup>
dwie separatki po 12 m <sup>2</sup> . . . . .	24 „
4 kaźnie po 25 m <sup>2</sup> . . . . .	100 „
kuchnia więzienna . . . . .	26 „
mieszkanie dozorecy . . . . .	50 „

6. razem . . . . . 210 m<sup>2</sup>

7. gdy zaś według programu budynek aresztów ma być parterowy więc  $\Sigma p = 210 \text{ m}^2,$

8. a stąd w tym przypadku przybliżona zabudowana powierzchnia według wzoru 4.  $P'_z = 2\Sigma p = 2 \times 210 = 420 \text{ m}^2.$

9. Powierzchnia miejsca pod budowę wraz z podwórzami itp.:

a) budynek sądowy pod A) i aresztowy pod B) zajmą  $460 + 420 = \dots \dots \dots 880 \text{ m}^2$

b) zaś na podwórza, dojazdy itp. co najmniej 4 razy  $\text{tyle } 4 \times 880 = \dots \dots \dots 3520 \text{ „}$

10. razem miejsce budowy około . 4400 m<sup>2</sup>

Oznaczywszy przybliżoną powierzchnię potrzebnego gruntu pod budowę i powierzchnię zabudowaną, oblicza się kosztą mniej lub więcej zbliżone do rzeczywistości, w następujący sposób.

Kosztorys przybliżony na zamierzony budynek sądowy murywany wraz z aresztami.

1. Zabudowana powierzchnia piętrowego budynku dla biur przeznaczonego, jak wyżej pod poz. 4. wynosi  $460 m^2$ , za fundament i piwnice, parter, I. piętro i strych z dachem odnośnie do zestawionej wyżej ceny jednostkowej pod 1 a), b), c), na str. 899 od  $1 m^2$  po  $45 + 2 \times 75 + 30 = 225$  koron . . . . . 103.500 K

2. Zabudowana powierzchnia budynku parterowego aresztowego jak pod poz. 8. wynosi  $420 m^2$ , za fundamenta, parter i strych z dachem, odnośnie do rzeczonyj właśnie zasadniczej ceny ale zmniejszonej o 20%, od  $1 m^2$  po  $45 + 75 + 30 - (45 + 75 + 30) \times 0.2 = 120$  koron . 50.400 „

3. Powierzchnia potrzebnego pod budowę gruntu j. w. pod poz. 10. wynosi  $4400 m^2$  po 6 koron . . . . . 26.400 „

4. Splanowanie i obrukowanie podwórza jak pod poz. 9 b) wynosi  $3520 m^2$  po 6 koron . . . . . 21.120 „

5. Suma kosztów właściwych . . . . . 201.420 „

6. Koszt zarządu, t. j. sporządzenie planów projektu, prowadzenie budowy itd. około 3% z tej sumy kosztów pod poz. 5,  $201.420 \times 0.03$  okrągło . . . . . 6.080 „

Ogółem . . . . . 207.500 K.

#### b) Kosztorys przybliżony według zabudowanej objętości.

Ten sposób przybliżonego obliczenia kosztów nadaje się do budowli publicznych, jak szkoły, urzęda, instytucje, teatru, kościoły itd.

Zabudowana objętość jest tu iloczynem zabudowanej powierzchni przez wysokość od odsadki fundamentowej aż do górnej krawędzi gzymsu głównego. Części budowy różnej wysokości oblicza się każdą z osobna; tak samo osobno liczy się części nie podpiwniczone, a osobno podpiwniczone.

Nieznaczne występy, małe schody wolne i balkony nie wchodzi w rachubę; natomiast większe schody wolne, dobudówki, wykusze, werandy, kryte świetlnie małe w ogóle, kryte świetlnie duże (pasaże) wystawnie wyposażone itp. dolicza się do objętości. Krytych świe-

tni dużych (pasaży) bezozdobnych nie uwzględnia się tylko liczy się koszt ich posadzki i dachu.

Jeżeli  $H$  jest wysokość od odsadki fundamentowej budynku aż do górnej krawędzi gzymsu głównego,  $P_z$  powierzchnia zabudowana, to objętość zabudowana

$$O_z = P_z H \quad 5$$

zaś przybliżony koszt budowy według  $1 m^3$  zabudowanej objętości

$$K = O_z k_o = P_z H k_o. \quad 6$$

Cena przedwojenna  $k_o$  od  $1 m^3$  zabudowanej objętości:

a) budynków mieszkalnych wynosiła . . . . .	18 do 20 K,
b) pałaców . . . . .	30 „ 35 „
c) szkół ludowych i wydziałowych, gimnazjów i in- nych szkół średnich wyposażonych:	
α) najwytworniej . . . . .	16 „ 20 „
β) w sposób prostszy . . . . .	14 „ 18 „
d) budynków uniwersyteckich . . . . .	20 „

#### e) Kosztorys przybliżony według jednostek użytkowania.

Często wystarcza przybliżone obliczenie kosztów według ilości jednostek użytkowania, a mianowicie: szkół według ilości uczniów, kościołów według ilości parafian, teatrów według ilości miejsc do siedzenia, szpitali według ilości łóżek itd.

Oдноśna cena  $k_u$  od jednostki użytkowania musi opierać się na kosztach licznych budowli odnośnych, już wykonanych.

Profesor inż. Hermann Daub w IV. tomie swego dzieła „Hochbaukunde“ podaje ceny jednostkowe przedwojenne:

- dla szkół  $k_u = 250 K/\text{uczni}$ a;
- „ szpitali  $k_u = 3500$  do  $4500 K/\text{łożko}$ ;
- „ spichlerzy najlepiej wykonanych na zboże, cukier, kawę itp.  
 $k_u = 1.80$  do  $2 K/q$ .

W tym IV. tomie dzieła znajduje się uwidocznione niżej tabelarne zestawienie wykazujące, jaki udział procentowy zajmują poszczególne roboty budowlane w odniesieniu do ogólnych kosztów budowy, wykonanej masywnie, to jest z materiału twardego.

R o b o t y	Koszta robót wyrażone procentami od ogólnych kosztów budynku				
	1 lub 2 piętrowego		więcej piętrowego		
	z wyposażeniem				
	zwykłym	lepszym	zwykłym	lepszym	monumentalnym
pomocnicze i murarskie . . .	35 do 40	36	45	35	30
kamieniarskie . . . . .	5 do 10	10 do 20	8 do 18	10 do 20	20 do 30
ciesielskie . . . . .	20	15	15	14	8 do 10
krycia dachu i blacharskie .	10	5 do 6	3 do 8	5	3
stolarskie, ślusarskie i szklarskie . . . . .	10	12	7 do 10	13	15
lakiernicze, malarskie i tapeciarskie . . . . .	10	12	8	13	12
na cele ogrzewania . . . . .	.	.	5	5	6
wodociągowe i gazociągowe	.	.	2	5	6

## IV. Zabezpieczenie i wykonanie budowy.

### 1. Licytacja.

Dobrze zrozumiany interes własny tak przedsiębiorcy, jakoteż i właściciela budowy wymaga, aby celem zabezpieczenia wykonania nowych budynków, lub wogóle robót budowlanych wypracowano — oprócz najdokładniejszych planów i kosztorysów — stosowne opisanie budowy, jako uzupełnienie planów oraz kosztorysów i ułożono starannie obmyślane i dokładnie, a zrozumiale opisane warunki budowy ogólne i szczegółowe.

Na podstawie tak opracowanych planów, kosztorysów, opisu budowy, i ogólnych i szczegółowych warunków, przeprowadza się licytację celem oddania budowy w przedsiębiorstwo.

Sposób przeprowadzenia licytacji bywa następujący.

Na kilka, lub kilkanaście dni (zawisło to od wielkości robót) przed terminem licytacji zaprasza się do niej najmniej dwóch przymyślowców budowlanych, znanych w kołach technicznych z sumienności i z uzdolnienia zawodowego i równocześnie udziela się każdemu osobno:

a) wzór oferty;

b) cennik, obejmujący zestawienie jednostkowe: każdej różnorodnej roboty odnośnej z dokładnym i szczegółowym jej opisem

według Analizy cen, dniówek wozów, pomocników i robotników zawodowych, oraz materiałów budowlanych atoli wszędzie z opuszczeniem cen;<sup>1</sup>

c) Kosztorys sumaryczny, obejmujący sumaryczne wymiary wszelkich robót z ich opisem, jednakże bez cen jednostkowych i obliczonych kosztów.

Każdy z zaproszonych winien wpisać w cennik pod b) swoje własne ceny liczbami i słowami, a następnie obliczyć według nich w kosztorysie sumarycznym pod c) koszt całej budowy.

Przedsiębiorcom daje się do przejrzenia przed licytacją wszystkie plany, opisy i warunki ogólne i szczegółowe, z wyjątkiem kosztorysu szczegółowego i ewentualnej analizy cen.

Po uznaniu jednej z ofert za najkorzystniejszą i przyjęciu jej, należy na podstawie wszystkich aktów licytacji i przyjętej oferty zawrzeć z oferentem formalną ugodę pisemną czyli kontrakt co do wykonania robót budowlanych, stanowiących przedmiot licytacji.

Ze względu na własny interes i dobro swoje nie powinni właściciele budowy poruczać przedsiębiorcom ani wypracowania planów i kosztorysów, a co najważniejsza, ani technicznego kierownictwa budowy (prowadzenia budowy i nadzoru), ani też kolaudacji, tylko osobno do tego celu ugodzonym technikom, znanym z uzdolnienia i rzetelności, a posiadającym odnośne uprawnienie.

Często i z dotkliwą nieraz szkodą wydarzające się nieporozumienia tam, gdzie przedsiębiorca jest zarazem i autorem projektu i kierownikiem budowy, usprawiedliwiają aż nadto tę przestrożę.

Zabezpieczenie i przeprowadzenie wykonania państwowych budynków nowych i restauracji starych dokonuje się z wszelką możliwą ścisłością w myśl wypowiedzianych wyżej uwag. W prywatnych warunkach nie można mówić o tem, aby poszczególny właściciel, rozporządzający małymi funduszami, mógł wykonanie zamierzonej budowy tak ściśle zabezpieczyć i przeprowadzić. W każdym razie jednak może on i powinien zabezpieczyć się przed możliwym wyzyskiem i niesumiennością przedsiębiorcy budowlanego i oprzeć się chociażby w najogólniejszym zarysie na odnośnych zasadach ochronnych, oraz zawrzeć pisemną umowę na podstawie najgłówniejszych i najniezbędniejszych warunków.

Do zorientowania się pod tym względem niechaj więc służyć następujące niżej warunki budowy ogólne i szczegółowe, stosowane

<sup>1</sup> Zob. rozdz. XI. w części drugiej (str. 878).

do budowy państwowych na podstawie rozporządzenia wszystkich Ministerstw z 3. kwietnia 1909, Dz. u. p. Nr. 61, w b. zaborze austriackim.

## 2. Ogólne warunki budowy.<sup>1</sup>

§ 1. Przedmiotem niniejszych warunków jest wykonanie robót:

.....  
które do przeprowadzenia budowy .....  
będą potrzebne i w załączonym zestawieniu sumarycznym są poszczególnione,  
łącznie z dostarczeniem wszelkich do tych robót potrzebnych materiałów, rusztowań,  
narzędzi, pomocy i nadzoru podczas wykonania.

§ 2. Wykonanie robót niniejszych poruczy. Namiestnictwo drogą publicznej rozprawy ofertowej temu oferentowi, którego ofertę uzna za najkorzystniejszą, zastrzegając sobie co do wyboru między oferentami zupełną swobodę i nie wiążąc się kwotą oferowaną.

§ 3. Do oferty, którą należy sporządzić według udzielonego formularza, należy oSTEMPLOWAĆ i opieczęTLOWAĆ, należy dołączyć sumaryczne zestawienie robót, sporządzone na udzielonym blankiecie, w którym preliniowana ilość każdej kategorii robót jest poszczególniona. W tym blankiecie wpisze oferent literami i cyframi żądane ceny jednostkowe pod każdą pozycją, tudzież kwoty wypadające z pomnożenia podanej ilości z ceną jednostkową. Suma tych kwot przedstawia ogólny koszt robót preliniowanych, które do wykonania drogą przedsiębiorstwa zosną oddane.

W ofercie należy podać imię i nazwisko, zatrudnienie i miejsce pobytu oferenta, tudzież oświadczenie, iż tenże ogólnym i szczegółowym warunkom, służącym za podstawę niniejszej rozprawy, poddaje się bez jakiegokolwiek zastrzeżenia.

§ 4. Do oferty winien oferent dołączyć wadium w kwocie, równającej się  $\frac{1}{30}$  części całej z jego oferty wypływającej sumy kosztów wszystkich preliniowanych robót, a to w gotówce albo też w stosownych papierach wartościowych.

§ 5. Przedsiębiorcę obowiązuje jego oferta od chwili jej przyjęcia przez władzę przeprowadzającą rozprawę licytacyjną, skarb Państwa zaś przyjmuje na siebie to zobowiązanie dopiero od chwili zatwierdzenia oferty przez właściwą władzę.

§ 6. Po zatwierdzeniu oferty oznaczy się przedsiębiorcy w ciągu odpowiedniego czasu termin do zawarcia kontraktu. Jako kaucję za należyte wykonanie robót tych ustanawia się . . . . . odsetek od sumy oferowanej.

Przed podpisaniem kontraktu ma przedsiębiorca uzupełnić złożone wadium do wysokości ustanowionej kaucji, bądź w gotówce, bądź w publicznych papierach kredytowych, podług kursu giełdowego obliczać się mających. Wyjątkowo tylko i to za szczególnem pozwoleniem Namiestnictwa może być przyjęta kaucja hipoteczna lub za odpowiednią poręką.

Osoba trzecia, za przedsiębiorcę poręczająca, winna przyjąć wszelkie zobowiązania się jego wobec skarbu w najobszerniejszem znaczeniu §§ 891 i 1347 powszechnej ustawy cywilnej i odpowiadać za to solidarnie.

<sup>1</sup> Wzór kontraktu na przeprowadzenie państwowych budowy przez prywatnego przedsiębiorcę wedle przepisów b. zaboru austriackiego. Analogiczne przepisy na b. zaborze pruskim zawarte są w rozporządzeniu minist. pruskim z 17. stycznia 1900: „Allgemeine Vertragsbedingungen für die Ausführung von Leistungen und Lieferungen.“

Jeżeliby przedsiębiorca w oznaczonym dniu się nie stawił, albo mimo swego przybycia kaucji przepisanej nie złożył, natenczas utracą połowę ze złożonego wadium.

Po pierwszym niezjawieniu się przedsiębiorcy wyznacza właściwy urząd do ukończenia układu inny dzień, w którym, gdyby przedsiębiorca znowu nie stanął lub stanawszy kaucji nie złożył, traci już i drugą połowę wadium. W takim razie zachowuje sobie Rząd swobodę wykonania robót w sposób, jaki uzna za stosowny.

Na wypadek, gdyby więcej przedsiębiorców, jako spółka, występowało, to muszą do zawarcia umowy i następnych legalnych czynności wymienić z pomiędzy siebie jednego jako pełnomocnika, atoli z solidarnem poręczeniem wszystkich spółników.

§ 7. Oferentom, których oferty nie uwzględniono, zostaną po zatwierdzeniu rozprawy ofertowej zwrócone wadja, gdy złożą nieostemplowane potwierdzenie ich odbioru.

§ 8. Zdanie roboty lub części jej na kogo innego, może nastąpić tylko za zezwoleniem Namiestnictwa.

Jeżeli przedsiębiorca podjętą robotę bez zezwolenia właściwej władzy opuszcza, będzie uważany jak gdyby tę robotę zupełnie zaniechał, a kierownictwo budowy będzie wtedy upoważnione postąpić sobie według § 26 niniejszych warunków.

§ 9. Czas wyznaczony do rozpoczęcia wykonania robót poczyna się z dniem protokolarnego ich oddania, a liczy się bez przerwy i bez zastrzeżeń w bezpośrednio po sobie następujących dniach lub miesiącach . . . . .

W myśl tego postanawia się, że wszystkie roboty najdalej . . . . . w zdolnym do kolaudacji stanie mają być wykonane. Jeżeli przedsiębiorca nie potrafi usprawiedliwić zwłoki w wykonaniu budowy, wtedy jako najmniejszą karę pieniężną za niedotrzymanie terminu ma ponosić kosztą nadzoru i kierownictwa budowy, niemniej kosztą komisji, wysłanej na miejsce budowy z powodu opieszałego jej wykonywania. Nadto przedsiębiorca zwlekający roboty podpada karze konwencjonalnej, która wynosi za każde 15 dni przekroczonego terminu budowy . . . . . ; kara ta będzie mu potrącona na rzecz funduszu budowy z wynagrodzenia podczas najbliższej należącej mu się wypłaty.

§ 10. Czas rozpoczęcia budowy ma stwierdzić kierownik budowy protokołem oddania, spisany z przedsiębiorcą.

W tym protokole potwierdzi przedsiębiorca, że w miejscowości dokładnie się rozpatrzył, że wytyczenie przedmiotu budowy według możności uskutecznił, i że czas wyznaczony do wykonania robót ma się liczyć od chwili podpisania protokołu oddania budowy.

Protokół ten należy sporządzić w dwóch egzemplarzach, które powinien podpisać kierownik budowy, inspicjent i przedsiębiorca. Jeden egzemplarz tego protokołu oddania należy przedłożyć bezzwłocznie najwyższej budowniczej krajowej władzy (Namiestnictwu).

Przedsiębiorca ma na każde wezwanie kierownika budowy bezpłatnie dostarczyć wszystkich do wytyczania potrzebnych materiałów, narzędzi i pomocy.

§ 11. Przedsiębiorcy robót nie wolno czynić w protokole oddania żadnych zastrzeżeń lub zarzutów, wyjąwszy takich, które się odnoszą do dostrzeżonych podczas wytyczania rzeczywistych faktów, stojących w sprzeczności ze ścisłym rozumieniem szczególnych warunków budowy.

W takim razie, o ile potrzeba się okaże, należy przeprowadzić odpowiednie zbadanie spornej okoliczności, a wynik wciągnąć do protokołu, który służyć będzie za podstawę do dalszych orzeczeń władzy; przedsiębiorca ma jednak w niez-

kwestjonowanych częściach robotę podług możności dalej prowadzić, wstrzymując wykonanie zakwestjonowanych części, dopóki nie nastąpi orzeczenie wspomnianej władzy.

§ 12. Jeżeli dzień do objęcia robót zawczasu przedsiębiorcy oznaczono, wówczas staje się on odpowiedzialnym za wszelką z powodu spóźnionego objęcia i rozpoczęcia budowy wynikłą szkodę, tak wobec skarbu jak i wobec innych interesowanych i będzie do wynagrodzenia szkody obowiązany. Nadto wyznaczy kierujący budową ponowny termin do oddania jej w wykonanie z uwagą, że gdyby przedsiębiorca i do tego rozporządzenia się nie zastosował, będzie uważany nadal za zrywającego ugodę i prócz kaucji utraci przedsiębiorstwo.

W tym ostatnim przypadku wyda władza zarządzenia, jakie uzna za stosowne, w celu doprowadzenia robót do skutku.

§ 13. Przedsiębiorca jest obowiązany plac budowy oparkanic i w razie potrzeby ułożyć wzdłuż parkanu prowizoryczny chodnik i chodnik ten własnym kosztem przez cały czas trwania budowy w porządku i dobrym stanie utrzymywać.

Obowiązkiem przedsiębiorcy będzie dostarczyć kierownictwu odpowiedniego pomieszczenia, składającego się z jednego większego lub dwu mniejszych pokoi i zaopatrzyć je osobnym wychodkiem.

Gdyby na miejscu budowy znajdowały się stare budynki, dające się użyć — wedle uznania kierownictwa budowy — na kancelarję, powinien przedsiębiorca zaraz po zatwierdzeniu oferty oświadczyć stanowczo, czy chce urządzić w starym istniejącym budynku kancelarję dla kierownictwa budowy i poczynić takie adaptacje i naprawy, jakie dla umieszczenia dogodnego tej kancelarji będą potrzebne, a przez kierownika budowy wymagane, lub też, czy woli postawić na ten cel nowy prowizoryczny budynek.

Kancelarję kierownictwa budowy — winien przedsiębiorca własnym kosztem zaopatrzyć w biurka, stoły, szafy, krzesła, umywalnie tudzież utrzymywać porządek, oświetlać i ogrzewać aż do zupełnego ukończenia budowy.

Nadto będzie przedsiębiorca obowiązany natychmiast po objęciu placu budowy postarać się o urządzenie w kancelarji kierownictwa budowy stacji telefonicznej, o ile to jest w danej miejscowości budowy możliwe, i ponosić z własnych funduszów opłatę abonamentową przez cały czas trwania budowy.

Dla utrzymania porządku na placu budowy i wewnątrz budynku powinien przedsiębiorca swoim kosztem ustanowić nadzór jakoteż własnym kosztem urządzić wychodki dla swoich i innych robotników zatrudnionych na budowie.

Wychodki te należy w porządku utrzymywać i często desinfekcjonować.

§ 14. Wszelkie rusztowania ma przedsiębiorca wykonać własnym kosztem silnie i odpowiednio wymogom bezpieczeństwa, w dobrym stanie je utrzymywać i innym przedsiębiorcom do użytku dla ich robót pozostawić, bez wynagrodzenia tak długo, jak tego wymagać będzie potrzeba.

§ 15. Przedsiębiorca jest obowiązany do odpowiedniego zabezpieczenia — bez osobnego wynagrodzenia — wszystkich części budynku, któreby w czasie zimy mogły uleść zepsuciu lub zawilgoceniu, a mianowicie: do opierzenia deskami lub założenia ceglami otworów okiennych, do odprowadzenia wody od budynku, do zmiatania śniegu itp. robót własnym kosztem i do przestrzegania wogóle, by żadna część budynku przez śnieg lub wodę nie ucierpiała. Toż samo leży w obowiązku przedsiębiorcy zabezpieczenie wszelkich części kamiennych i drzewnych zapomocą opierzeń drewnianych przed uszkodzeniem podczas budowy.



§ 16. Wszelkie uszkodzenia robót już wykonanych, wyrządzone przez robotników, czy to własnych, czy też innych ma przedsiębiorca swoim kosztem bez regresu do funduszu budowy naprawić.

Przyśłuża mu jednak prawo regresu do tego, który spowodował uszkodzenia bądź przez nieuwagę, bądź też umyślnie.

Wszystkie roboty muszą być w zupełnie czystym stanie oddane, a zatem oczyszczenie wszelkich robót bez różnicy będzie rzeczą przedsiębiorcy. Wszelkie bielienie ścian i sklepień, gdzie tego zajdzie potrzeba — chociaż nie jest szczegółowo wymienione w zestawieniu sumarycznym —, zawarte jest już w cenach murów a względnie wypraw i nie będzie osobno wynagrodzone.

Niedokładności, któreby się okazały z powodu osiadania murów lub innych jakichkolwiek przyczyn na robotach kamieniarskich, ma przedsiębiorca usunąć w zupełności bez żadnego osobnego wynagrodzenia.

§ 17. Kierujący, a względnie inspicjent budowy, prowadzić będzie dziennik budowy, w którym mają być zapisywane następujące szczegóły:

1. Wszystkie na postęp budowy wpływ wywierające okoliczności i najważniejsze momenta, dotyczące się postępu robót.

2. Wszystkie wymiary, wagi i szczegółowe dyspozycje, które do obliczenia wartości robót wykonanych i należności przedsiębiorcy są potrzebne, a z planów szczegółowych nie mogą być bezpośrednio powzięte, ani też bez trudności na miejscu sprawdzone.

3. Wszystkie zamówienia robót, czas w którym zostały wydane i termin, w którym mają być wykonane.

4. Wszystkie zarządzenia co do sposobu wykonania poszczególnych robót, ewentualne zmiany, tudzież protokoły ugody robót nieprzewidzianych.

5. Wszystkie uiszczone wypłaty, poszczególnione według rodzaju robót.

Dziennik ten będzie dla lepszej ewidencji podzielony na odpowiednie działy, a zapiski które wymagają poświadczenia przedsiębiorcy, celem uniknięcia jakiego późniejszego sporu, powinny być w każdej poszczególniej rubryce przez przedsiębiorcę podpisane.

W szczególności co do zamówień postanawia się, że będą zaopatrzone potrzebnymi planami szczegółowymi, szkicami i opisami nie pozostawiającymi żadnych wątpliwości co do sposobu i wymiarów wykonać się mających robót, z odwołaniem się do pozycji kosztorysu, w którym były przewidziane, a w razie gdyby nie były kosztorysem przewidziane do protokołów ugody.

Wszystkie zamówienia będą przez kierownika w takim czasie wydane, tudzież terminy wykonania tak ustanowione, ażeby regularny postęp budowy w niczem nie ucierpiał.

Zamówienia te z planami mają być przez przedsiębiorcę skopjowane i kierownictwu bezzwłocznie zwrócone.

Kierownik odpowiada za wydanie w odpowiednim czasie zamówień, przedsiębiorca za ich zwrot w stanie nie uszkodzonym i wykonanie w terminie.

Nie zastosowanie się do tych postanowień, pociągnie za sobą wstrzymanie wypłaty należności.

§ 18. W ciągu budowy może nastąpić potrzeba zmiany ilości projektowanych robót, zupełnego zaniechania jakiej roboty, albo wykonania roboty całkiem nieprzewidzianej.

W takim razie musi się przedsiębiorca poddać dyspozycjom kierownictwa, a względnie władzy administracyjnej i ewentualną większą ilość robót wykonać po

cenach kontraktem ustanowionych, zaś w razie zmniejszenia ilości lub zaniechania robót nie może przedsiębiorca rościć sobie żadnych pretensji do odszkodowania z powodu utraty zysku. W każdym wypadku więc wynagrodzenie nastąpi tylko według ilości istotnie wykonanych robót, po cenach kontraktem oznaczonych.

W razie zarządzenia robót, których ceny nie były ustanowione, będą one z przedsiębiorcą protokolarnie ugodzone przez kierownika wspólnie z inspicjentem budowy. Zatwierdzenie tych cen zastrzega sobie władza administracyjna. Za dyrektywę podczas ugody tych cen dodatkowych służyć mają zawsze ceny kontraktem ustanowione tych robót, które są najpodobniejsze i najczęściej zbliżone do mającej się ugodzić roboty; w pierwszym rzędzie należy tu uzasadnić i według zachodzących propozycji obliczyć te współczynniki, które z powodu zmiany roboty lub materiału na obniżenie lub podwyższenie ustanowionej ceny wpływają.

Gdyby przedsiębiorca jednak nie zgodził się na cenę przez kierownictwo ustanowioną, natenczas co do tej ceny rozstrzyga Namiestnictwo względnie Ministerstwo, a przedsiębiorca jest obowiązany decyzji tej władzy poddać się bezwarunkowo. W tym razie nie wolno jednak przedsiębiorcy wstrzymywać wykonania zarządzanej roboty, lecz pomimo zachodzącej różnicy co do ceny winien postępywać tak, jakby cena została ugodzoną; z wyjątkiem tylko, gdyby kierownictwo uznało za stosowne, robotę, której ceny z przedsiębiorcą ugodzić nie mogło, oddać innemu przedsiębiorcy do wykonania.

Gdyby zaszła potrzeba wykonania roboty, której z góry ocenić nie można, to taką robotę przeprowadzi się na dniówkę.

W tym razie należy zastosować ceny robót i materiałów, które na końcu kosztorysu sumarycznego przez przedsiębiorcę zostały podane.

Do kosztów roboty bez materiałów doliczy się na narzędzia i nadzór 10 od sta, nie wolno jednak przedsiębiorcy doliczać do płacy robotników, wynagrodzenia podmajstrzych lub pisarzy.

Dzień roboczy liczy się po 10 godzin pracy dziennej, a zmniejszenie lub powiększenie czasu roboczego pociągnie stosunkowe zmniejszenie lub powiększenie płacy.

W razie potrzeby wykonania robót takich nocną porą powiększy się płacę dzienną o . . . . .

Co do wszystkich tych na dniówkę wykonanych robót, będzie przedsiębiorca prowadził osobną listę robót i materiałów na dwie ręce i przedłoży oba jej egzemplarze po upływie każdego tygodnia inspicjentowi budowy do sprawdzenia i podpisania.

Jeden egzemplarz tej listy zatrzymuje kierownictwo, drugi wręcza się przedsiębiorcy.

§ 19. Gdyby podczas wykonania roboty, nadzwyczajne elementarne zdarzenia, jakoto powódź, gromy, orkany, widocznie uszkodziły jakąś jej część wykonaną, ma kierujący budową w obecności przedsiębiorcy lub jego pełnomocnika tę szkodę zbadać, obliczyć w celu wynagrodzenia roboty nadkosztorysowej, jeżeli przedsiębiorca nie dopuścił się takiej opieszałości, bez której owe uszkodzenia nie byłyby nastąpiły, albo byłyby nastąpiły, jednak w mniejszym rozmiarze. Zwykłe ewentualne uszkodzenia przez mróz, śnieg, pożar, grad lub słońce nie będą wynagrodzone. Dlatego jest rzeczą przedsiębiorcy, zaasekurować przedmioty ulegające spaleni w jakim towarzystwie aż do czasu kolaudacji.

§ 20. Przedsiębiorca jest obowiązany albo sam przebywać ciągle w miejscu budowy, albo udzielić pełnomocnictwo osobie posiadającej odpowiednią zdolność do

zadosyćczenia wszelkim obowiązkom przedsiębiorstwa bez jakichkolwiek zastrzeżeń, szczególnie zaś do prowadzenia z zawarowaną dokładnością zakontraktowanych robót.

W akcie oddania należy podać imię i nazwisko zastępcy.

Do nadzoru budowy mają być z ramienia przedsiębiorcy ustanowieni odpowiedni fachowi ludzie (podmajstrzowie), znani z rzetelności i uzdolnienia. Przedsiębiorca ma obowiązek dodać bezpłatnie potrzebnych a zręcznych pomocników do wytyczania budowy i do wszelkich podczas budowy i kolaudacji zarządzonych pomiarów, niemniej dostarczyć wszelkich do pomiaru i odważenia przedmiotów potrzebnych instrumentów i przyborów i utrzymywać je w dobrym stanie.

Jeżeli zastępca lub jaki robotnik, albo którykolwiek od przedsiębiorcy zależny funkcjonariusz okaże się niezdolnym lub niesfornym, ma go przedsiębiorca na piśmie wezwanie kierownictwa z roboty wywalić i w odpowiedni sposób zastąpić.

§ 21. Przedsiębiorca jest obowiązany wykonać roboty starannie i z wszelką dokładnością, według prawideł uznanych praktycznie za najstosowniejsze.

W tym celu ma on się zastosować do poleceń, nie tylko w szczegółowych postanowieniach objętych, lecz i do takich, jakie mu kierownictwo budowy każdorazem udzieli.

Użyteczność materiałów, tak pojedynczych jak i złożonych ma być przed ich użyciem przez kierownictwo budowy zbadane: w razie gdyby przedsiębiorca złych materiałów użył albo ogólnie robotę źle wykonał, będzie musiał, tak wykonaną część robót rozebrać i na swój koszt ponownie odpowiednio wykonać.

§ 22. Za dobroć użytych materiałów, niemniej jak za trwałość wykonanej roboty ręczy przedsiębiorca jeszcze przez . . . . . od dnia oddania budowy do użytku, a to co do wszystkich robót.

§ 23. Jeżeli kierownictwo budowy lub komisja kolaudacyjna znajdzie podczas odbioru uzasadniony powód do wnioskowania, że przedsiębiorca wykonywał roboty nie według osnowy kontraktu i albo nieprzydatnego użył materiału, albo roboty źle wykonał, wówczas owym organom rządowym przysługuje prawo w celu stwierdzenia istoty czynu, zarządzić wszelkie potrzebne badania i rozburzenia na koszt przedsiębiorcy, któremu nie wolno temu postanowieniu się sprzeciwiać lub rościć sobie z tego tytułu jakichkolwiek pretensji.

§ 24. Obowiązkiem przedsiębiorcy będzie robotników odpowiednio porozdzielać i im nie tylko takie roboty poprzydzielać, do których są uprawieni, lecz nadto ma im potrzebnych dostarczyć materiałów i narzędzi, nad nimi czuwać, jak niemniej zawsze odpowiednie zarządzić środki w celu, aby nie byli wystawieni na uszkodzenie ciała lub niebezpieczeństwo życia, a to w myśl przepisów ochronnych o wykonywaniu przemysłu budowlanego, wydanych rozporządzeniem Ministerstwa handlu w porozumieniu z Ministerstwem spraw wewnętrznych z 7. lutego 1907, Dz. u. p. Nr. 24 z r. 1907.

Każda wina w tym względzie spada na przedsiębiorstwo i jego organa.

§ 25. Podczas budowy ma przedsiębiorca przepisów budowniczo policyjnych bacznie przestrzegać, niemniej starać się o nieprzerwane utrzymanie bezpiecznej komunikacji, albowiem w razie uchybienia tym przepisom za wszelkie stąd wynikłe niedogodności i szkody uznaje go się odpowiedzialnym i do wynagrodzenia szkód obowiązany.

Gdyby przedsiębiorca wystosowanemu ze strony nadzoru budowy w tym względzie pisemnemu lub w obecności świadków uczynionemu ustnemu wezwaniu nie

chciał zadość uczynić, wtedy nadzór budowy upoważniony jest do zarządzenia odpowiednich środków na stratę i koszt przedsiębiorcy.

Powstałe stąd wydatki zostaną ściągnięte z należności przedsiębiorcy.

§ 26. Gdyby się zdarzyło, że przedsiębiorca robotę prowadzi mniejszymi siłami od tych, jakie są niezbędnie potrzebne do ich wykończenia w oznaczonym terminie, lub że ukończenie robót zwleka z innej jakiegokolwiek przyczyny, w takim razie kierownictwo budowy ma obowiązek pisemnie zwrócić jego na to uwagę i żądać od przedsiębiorcy stwierdzenia doręczenia mu tego zawiadomienia, w którym mają być oznaczone wszystkie te roboty, jakie dla powetowania zwłoki przez niego muszą być wykonane.

Jeżeli przedsiębiorca wezwaniu temu w oznaczonym terminie zadość nie uczyni, wtedy ma kierownictwo budowy zdać o tem sprawę swej bezpośrednio przełożonej władzy, która zbada stan rzeczy przez komisję rzeczoznawców z udziałem kierownictwa budowy i zalecającego do tego przedsiębiorstwa.

Gdyby to przedsiębiorstwo do tej komisji nie przystąpiło lub przynajmniej nie było zastąpione w sposób prawnie wymagany, wówczas zostanie zarządzone protokolarnie zbadanie stanu rzeczy, przeciw czemu, jako istocie czynu, żadne odwołanie się miejsca mieć nie może. Wynik tego zbadania ma służyć za podstawę do następujących orzeczeń.

Na podstawie takiego zbadania ma komisja, w razie grożącego niebezpieczeństwa, natychmiast zarządzić stosowne według jej zdania środki do skutecznego prowadzenia dalej budowy, w razie zaś dopuszczalnej zwłoki mają być odpowiednie wnioski za pośrednictwem dotyczącej władzy Namiestnictwu przedłożone.

Zarządzenia te ze strony komisji nabiorą ważności nieodwołalnej po zatwierdzeniu przez Namiestnictwo, które o powyższym rozstrzygnięciu przedłożonych wniosków odpowiednio władzę zawiadomi.

Gdyby jednak normalny postęp budowy doznał przeszkody z powodu ogólnej zimy którejkolwiek kategorii robotników budowlanych, przysłuży przedsiębiorcy prawo żądania przedłużenia terminu wyznaczonego mu do ukończenia tych robót, jeżeli o znowie robotników zawiadomił pisemnie kierownictwo budowy zaraz po jej wybuchnięciu.

§ 27. Jeżeli zwłoki w wykonaniu budowy nie może przedsiębiorca usprawiedliwić, wtedy jako najmniejszą karę pieniężną za niedotrzymanie terminu ma ponosić kosztą nadzoru i kierownictwa budowy, niemniej i komisji wysłanej na miejsce z powodu opieszalego wykonania budowy.

Gdyby atoli przez opóźnienie roboty powstały jakie szkody lub gdyby się okazała konieczność zwolnienia przedsiębiorcy z kontraktu, a przeprowadzenia reszty roboty w inny sposób, wtedy ma przedsiębiorca nie tylko rzeczony szkody wynagrodzić, lecz nadto z powodu przewłoki wynikłe większe koszty wykończenia budowy ponosić.

W tym celu ustanawia się warunek ugody, że zalegająca jeszcze kwota wynagrodzenia, jak również i złożona kaucja będą zatrzymane w depozycie dla pokrycia jakiegokolwiek niedoboru.

§ 28. W zachodzących wątpliwościach i różnicach w zdaniu między kierownictwem budowy a przedsiębiorcą, co do doniosłości znaczenia i zastosowania któregośkolwiek artykułu niniejszych lub szczegółowych warunków, lub też ugody, należy w ich tłumaczeniu mieć baczną uwagę na cel i na należyte wykonanie robót.

Rozstrzygnięcie w takich punktach spornych przysłuży w pierwszej instancji . . . . ., w drugiej Namiestnictwu, a w trzeciej i ostatniej dotyczącemu Ministerstwu.

Po ostatecznem rozstrzygnięciu pozostawia się przedsiębiorcy drogę prawa.

W takim razie zrzeka się on prawa zarzutu przeciw sprawdzonemu przez organa budownicze stanowi rzeczy, i owszem ten ostatni stanowi przeciw niemu dowód zupełny.

§ 29. Postanawia się za obopólnem porozumieniem, że . . . . .  
 prokuratorj . . . . . skarbow . . . . . będzie upoważniona we wszystkich z ugody niniejszej powstających sporach prawnych, w których Skarb państwa jako powód występuje, jakoteż w celu wyjednania odpowiednich środków zabezpieczających i egzekucyjnych wytoczyć sprawę przed tym sądem, który się w jej siedzibie znajduje i który byłby powołany do rozstrzygania takich sporów prawnych jakoteż i przyzwalania na środki zabezpieczające i egzekucyjne, jak gdyby oskarżony w . . . . . miał swoją siedzibę.

§ 30. Wyплаты należitości nastąpią na podstawie obrachunków z rzeczywiście uskuteczniionych czynności przedsiębiorcy w okresach . . . . .

Podczas każdej wypłaty potrąci się z należitości przypadających za dostarczone roboty 5% na utworzenie raty kolaudacyjnej, która to rata dopiero po zatwierdzeniu aktu kolaudacyjnego wyasygnowana zostanie. Raty kolaudacyjne mogą być na żądanie przedsiębiorcy ulokowane na zysk i stratę przedsiębiorcy w kasie oszczędności.

Obrachunki częściowe powinien przedsiębiorca sporządzić osobno dla każdego obiektu poszczególnych kategorii robót według zasad technicznych z dołączeniem szczegółowych planów i kierownikowi budowy do sprawdzenia przedkładać. Jeżeli pewna kategoria robót pojedynczego obiektu nie będzie wykończoną, natenczas może przedsiębiorca zamieścić w rachunku wykonaną ilość roboty w przybliżeniu. Po ukończeniu każdego obiektu ma przedsiębiorca ogólny rachunek wszystkich robót kierownictwu przedłożyć.

§ 31. Skoro przedsiębiorca zgodnie z kontraktem roboty wykończy, otrzyma od kierującego budową poświadczenie: że przedmiot budowy może być technicznie sprawdzony.

Odpis tego poświadczenia należy posłać Namiestnictwu drogą urzędową.

O przedsięwzięcie kolaudacji powinien przedsiębiorca wnieść prośbę do Namiestnictwa, zaopatrzoną powyższem poświadczeniem. Skutkiem tej prośby będzie zarządzone o ile możności rychłe wyznaczenie komisji kolaudacyjnej i ostateczne zatwierzenie aktu kolaudacyjnego.

§ 32. Komisja kolaudacyjna uznać może wykonanie robót za nieodpowiadające kontraktowi z dwóch przyczyn:

1. jeżeli robotę nie wykonano według określeń kontraktu, albo
2. jeżeli w czasie między rzeczywistem wykończeniem a techniczem robót sprawdzaniem z jakichkolwiekby powodów nastąpiły uszkodzenia.

Jeżeli wyklnięte usterki w wykonanej robocie nie dotyczą głównego zadania i systemu konstrukcji, słowem, jeżeli nie istotne jej części składowe są niedokładne, wtedy komisja przystąpi do sprawdzenia technicznego i udzieli stosowną wskazówkę, jakie roboty uzupełniające mają być natychmiast uskutecznione i przez kierującego budową poświadczeniem dodatkowem stwierdzone.

Wskutek takiego poświadczenia kolaudacja będzie uważana za ukończoną.

Gdyby usterki były tej doniosłości, iżby robota nie mogła być skołaudowaną, wtedy komisja kolaudacyjna sprawdzi protokolarnie stan robót, opisze usterki i orzecze, czy one pochodzą z niedokładnego wykonania albo niewykończenia roboty, lub też czy dopiero po ukończeniu roboty, z przypadkowych powstały przyczyn.

Wskaże się także co czynić należy i oznaczy termin potrzebny do usunięcia usterek.

Skoro kierujący budową potwierdzi, że usterki uchylono, ma komisja kolaudacyjna robotę ponownie obejrzeć i sprawdzenie techniczne przedsięwziąć.

Do wzięcia udziału w kolaudacji ma być przedsiębiorca w czas wezwany, z oznajmieniem mu daty, kiedy się kolaudacja odbędzie. Jeżeliby przedsiębiorca do tej czynności nie przystąpił, zbadanie stanu rzeczy mimo tego się przeprowadzi, a przedsiębiorcy pozostawi się wolność wniesienia swych uwag do protokołu kolaudacyjnego.

§ 33. Przedsiębiorca jest obowiązany pod utratą możliwości uwzględnienia, podać do protokołu podczas kolaudacji swoje wszelkie należycie uzasadnione pretensje, które z powodu tej budowy rości sobie do Skarbu, wyjąwszy gdyby je już był podniósł w ciągu budowy w podaniach do władz właściwych lub w uwagach w dzienniku budowy.

§ 34. Jeżeli wykonanie robót przez komisję kolaudacyjną bez żadnych zastrzeżeń uznane zostanie za zupełnie zgodne z kontraktem, wtedy — w oczekiwaniu potwierdzenia odbioru tychże od wyższej władzy — mogą być przedsiębiorcy wypłacone dwie trzecie ostatniej raty.

Skoro operat kolaudacyjny ostatecznie potwierdzonym zostanie, otrzyma przedsiębiorca pozostałą trzecią część ostatniej raty, ludzież zwróconą mu zostanie ustanowiona § 30 rata kolaudacyjna.

Po upływie czasu poręki w myśl § 22 niniejszych warunków nastąpi ponowna kolaudacja (rekolaudacja), a według wyniku tejże nastąpi rozstrzygnięcie, co ze wspomnianą kaucją zrobić należy.

§ 35. Należące się przedsiębiorcy kwoty pieniężne przekazane będą do wypłaty podług istniejących prawideł obrachunkowych, a wydanie odnośnych rozporządzeń nastąpi z możliwym pośpiechem.

§ 36. W razie śmierci przedsiębiorcy może władza prowadząca licytację kontrakt rozwiązać, przekazać do wypłaty sukcesorom przypadające mu wynagrodzenie za dokonane roboty i dostarczone materiały, jakie do użytku podczas dalszego prowadzenia robót według warunków kontraktu okazać się przydatne.

§ 37. Wszelkie należności stemplowe do zawarcia kontraktu, jak również i wszelkie podatki ma przedsiębiorca opędzić własnym kosztem.

### 3. Szczegółowe (techniczne) warunki budowy. (Wzór.)

1. Kamień łamany do robót murarskich użyty, musi być twardy, łożysty, nie zwietrzały i nie ulegający zwietrzeniu, bez pęknięć, w takim gatunku, by tworzył z zaprawą dobre i trwałe połączenie a wielkość poszczególnych kamieni musi odpowiadać zasadom dobrego wiązania.

2. Cegła ma posiadać rozmiary przepisane, a mianowicie 29 *cm* długości, 14 *cm* szerokości i 6.5 *cm* grubości; powinna być równą, niepopękaną, bez domieszek organicznych, bez kamyków, grudek wapna lub marglu, dobrze wyrobioną i wypaloną. Przełom powinna mieć jednolity i drobnoziarnisty, bez rys lub innych błędów, a zanurzona w wodzie nie powinna jej chłonać więcej, niż 15 % własnego ciężaru.

Do murów suterenowych, zewnętrznych murów parteru i wszelkich słabszych filarów, oraz sklepień wystawionych na większe ciśnienie, a wreszcie do kanałów i dołów kloacznych należy używać cegły wyłącznie najlepszej jakości i najlepiej

wypalanej. Decyzja, do których murów lub ich szęści trzeba użyć cegły doborowej należy wyłącznie do kierownictwa budowy, a przedsiębiorca musi zastosować się do jego zarządzeń.

Do zewnętrznej okładziny fasad i do murów kominowych ponad dachem należy użyć cegły pierwszej jakości o zupełnie równych i czystych krawędziach i powierzchni, oraz o jednostajnej barwie.

3. Piasek służący do zaprawy wapiennej lub cementowej musi być czysty, t. j. bez domieszek ziemnych lub organicznych, kwarcowy, gruboziarnisty i ostry, tudzież bez kamyczków przeszkadzających prawidłowemu wykonaniu robót.

Ewentualne użycie piasku wydobytego na miejscu budowy zależy od zezwolenia kierownictwa budowy.

4. Wapno ma być najlepszego gatunku czyste, dobrze wypalone i należyście zgaszone.

5. Wapna hydraulicznego i cementu portlandzkiego należy używać tylko najlepszej jakości a przedsiębiorstwo ma obowiązek dostarczenia tych materiałów z takich fabryk, których wyroby poddane próbie przepisanej przez stowarzyszenie inżynierów i architektów we Wiedniu, zostały uznane za zupełnie dobre.

6. Gips użyty do budowy musi być świeżo palony i miałko zmielony.

Gipsu, który po zarobieniu okaże się popielato szary, nie wolno używać.

7. Kierownictwo budowy oznaczy stosunek mieszaniny zwykłej zaprawy wapiennej, oparty — w razie potrzeby — na dokładnych próbach, które samo wykona.

Do tych prób ma przedsiębiorca obowiązek dostarczenia odpowiednich materiałów, przyrządów i ludzi, bez osobnego wynagrodzenia.

Stosunku mieszaniny przez kierownictwo oznaczonego należy ściśle przestrzegać.

Zaprawę należy tak zarobić, aby poszczególne składniki mieszaniny nie dały się rozróżnić. Do muru z kamienia łamanego powinna być zaprawa gęściejsza, do muru zaś ceglanego i do wyprawy rzadsza.

8. Części składowe zaprawy hydraulicznej do murów lub wyprawy należy w małych ilościach, w suchym stanie wymieszać i podczas powolnego dodawania czystej wody w ten sposób zarabiać, by powstała masa nie była zbyt płynną.

Zarobioną zaprawę należy natychmiast użyć.

Stosunek mieszaniny, przez kierownictwo budowy wyznaczony, należy ściśle zachować.

9. Beton ma być mieszaniną wykonaną w stosunku ustanowionym przez kierownictwo budowy.

Do betonu należy użyć tylko tłuczenia z kamienia twardego z wykluczeniem wapieni lub żwiru rzecznoego; wielkość poszczególnych kamyków oznaczy kierownictwo budowy.

Przed użyciem należy tłuczeniec (szuter) z ziemnych części oczyścić i czystą wodą zwilżyć.

Beton musi być zawsze świeżo zarobiony i natychmiast w warstwach 15—20 cm należyście ubijany.

Każda warstwę należy wyrównać a następnie zlać wodą.

10. Wodę ma przedsiębiorca dostarczyć czystą własnym kosztem; a zatem musi potrzebną studnię i pompę własnym kosztem wykonać i w dobrym do użytku stanie utrzymywać.

W razie gdyby projekt budowy obejmował także i studnię i gdyby ją podczas budowy wykonał, wolno mu będzie z niej korzystać, jednak potrzebną na swój cel pompę ma własnym kosztem sprawić i utrzymywać przez cały czas budowy.

11. Wszelkie materiały, do budowy użyte, muszą być najlepszej jakości; kierownictwu będzie wolno przeprowadzać z nimi dowolne próby, przedsiębiorstwo zaś będzie obowiązane do prób tych dostarczyć potrzebnej pomocy.

Materiały uznane przez kierownika budowy za nieodpowiednie, ma przedsiębiorca usunąć z placu budowy, a na ich miejsce dostarczyć innych żądanej jakości.

Gdyby przedsiębiorca wzbraniał się usunąć materiałów za nieodpowiednie uznanych, przysłuży kierownictwu budowy prawo skutecznie to na rachunek i niebezpieczeństwo przedsiębiorcy.

12. Po wyznaczeniu czasu rozpoczęcia robót odda kierownictwo budowy przedsiębiorcy grunt pod budowę w myśl ogólnych warunków budowy i spisie odnośny protokół.

Z chwilą oddania gruntu pod budowę rozpoczyna się dla przedsiębiorcy obowiązek wypełnienia kontraktem zastrzeżonych warunków.

Przed rozpoczęciem budowy przeprowadzoną zostanie wspólnie z przedsiębiorcą dokładna niwelacja gruntu, do której potrzebnych instrumentów, narzędzi, kołków itp. oraz wszelką pomoc ma dostarczyć przedsiębiorca.

Po oddaniu gruntu pod budowę ma przedsiębiorca lub jego zastępca ze udziałem lub pod kontrolą kierownika budowy wytyczyć budynek i wykonać wszelkie potrzebne pomiary. Podczas wytyczenia należy naroża budynku oznaczyć i ustalić t. zw. rusztowaniem sznurowem, a dalsze części budowy pokładem z desek.

Po przeprowadzeniu niwelacji i sporządzeniu odnośnego planu oraz po wytyczeniu budynku, oznaczy kierownictwo przysyłu układ powierzchni terenu całego miejsca budowy względem poziomu wszystkimi potrzebnymi punktami cechującymi i w ten sposób określi nasypy i skopania, jakoteż wyznaczy dokładnie poziom podłogi parteru.

Wszelkie znamiona niwelacyjne należy odnieść do pewnego stale i widocznego oznaczonego punktu na miejscu budowy.

13. Objęcie kosztorysem skopanie ziemi i uregulowanie terenu odnosi się do takiego obszaru, jaki się okaże potrzebnym do dokładnego uregulowania terenu na podstawie szczegółowych planów przez kierownictwo budowy wydanych.

Wykop ziemi dla piwnic i rowów fundamentowych należy wykonać ze ścianami pionowymi w miarę potrzeby odpowiednio rozpartymi. Gdyby jednak okazała się konieczna potrzeba wybierania ziemi ze skarpmi, może je przedsiębiorca wykonać, nie otrzyma jednak żadnego większego wynagrodzenia ponad to, które mu się będzie należało za wybieranie ziemi ze ścianami pionowymi.

W cenach wykopu zawiera się już także i czerpanie w razie potrzeby wody zaskórnej lub deszczowej — o ile tego osobno w kosztorysie, względnie w sumarycznym zestawieniu nie uwzględniono.

Głębokość wykopu ziemi pod fundamenta, zawisłą od jakości gruntu, oznaczy kierownictwo budowy.

Podczas wykopu i skopywania należy na zarządzenie kierownictwa pokłady ziemi urodzajnej złożyć osobno; to samo tyczy się piasku uzyskanego z wykopu, tudzież kamienia do robót budowlanych przydatnego.

Wszelkie nasypy ma przedsiębiorca wykonać warstwami i starać się, aby już podczas wykonania należycie się ugniatyły; w szczególności zaś podczas nasypów wewnątrz budynku pomiędzy murami należy materiał ziemny w równych warstwach układać i dokładnie ubijać.

Zasypanie ziemią między pionowymi ścianami wykopu a murami fundamentowymi lub piwnicznymi nie będzie osobno liczone, zatem wynagrodzenie za tę robotę ma się zawierać w cenie dotyczącego wykopu.



14. Wszystkie roboty murarskie należy według reguł sztuki murarskiej jak najlepiej czysto i starannie wykonać.

Każdą nieprawidłową lub też z nie należytego materiału wykonaną robotę musi przedsiębiorstwo usunąć i powtórnie bez żadnych rozszczeń skutecznie nawet wtenczas, gdy owo wadliwe wykonanie spostrzeżono później i gdyby je już w częściowym rachunku policzono i zapłacono.

Mury z kamienia łamanego należy wykonywać w możliwie poziomych warstwach, kamienie układać szczelnie największymi płaszczyznami do spodu, a szczeliny między nimi wypełniać drobnymi kamieniami i zalać zaprawą przepisaną.

Zaprawienie spoin czołowych równocześnie z wyprowadzeniem murów może nastąpić tylko za zezwoleniem kierownictwa budowy.

Cegły do murów ceglanych należy przed użyciem w wodzie zanurzyć lub wodą dostatecznie zlać a następnie stosownie do postaci muru należy je obrobić i całkowicie w zaprawie ułożyć.

Cegły należy układać w dokładnie poziomych warstwach, a wszystkie spoiny między ceglami należy już podczas murowania zaprawą całkowicie wypełnić, wiązanie zupełnie prawidłowo przeprowadzić; i tu wyraźnie zastrzega się, że na wszelkie przewody kominowe, przewody dla ciepłego powietrza lub wentylacji należy urządzić odpowiednie formy z desek ostruganych, a same przewody wykonać z wszelką starannością i z zastosowaniem się do zarządzeń kierownictwa.

Z wyprowadzeniem murów należy postępować równomiernie; a zaprzestanie roboty jakiegokolwiek muru lub pewnej części budowy może nastąpić tylko za wiedzą kierownictwa budowy.

Bez zezwolenia kierownictwa budowy nie wolno żadnego muru wyprawić.

W szczególności postanawia się, że wszelkie gzymsy, wysoki, nóżki i opory tak łęków jak i sklepień należy wysadzić i dokładnie wykonać według odnośnych szablonów — względnie według promienia odpowiedniej krzywizny.

Wykonanie fasad lub kominów, które mają pozostać niewyprawione — jak to już z istoty samej roboty wynika — należy przeprowadzić z wszelką starannością i ścisłością. Poszczególne cegły trzeba tak układać, aby tworzyły spoiny równej i jednostajnej grubości, pionowe spoiny wymienne wpadały dokładnie nad sobą, a wiązanie cegieł odpowiadało zupełnie zasadom wzorowego murowania.

Testowanie (odznaczenie) spoin cementem ma być gładkie, jednostajne, równe i czyste; spoiny widocznych sklepień nad otworami, wnękami, w ozdobnych łukach, mają być równe i zbiegać się w odpowiednich środkach.

15. Sklepienia, łęki wogóle i łęki okienne oraz dziwowe należy wykonać z cegieł doborowych, należy je wiązać z wykluczeniem t. zw. kominowego sposobu wiązania.

Przed rozpoczęciem muru sklepieniowego należy opory i wysklepki, wykonane równocześnie z murami pionowymi starannie oczyścić i zwilżyć.

Na rozpiętość do 2:50 m można sklepić na jednej krążynie; gdy rozpiętości większe, należy sklepić na krążynach opierzonych.

Po wykonaniu sklepień należy grzbiet dobrą zaprawą zalać i pachy zamurować. Gdyby się po zdjęciu rusztowania sklepienie więcej niżeli 1 cm na 1 m rozpiętości osiadło, należy je na koszt przedsiębiorcy rozebrać i na nowo wykonać.

Zasklepienie lokali wolno wykonywać dopiero po przykryciu budynku dachem.

16. Przed wykonaniem wyprawy należy mury zwilżyć a spoiny wyczyścić.

Wyprawę murów należy nakładać w trzech warstwach i gładko zatrzeć w ten sposób, że pierwsza ma być narzutem zaprawy rzadkiej, druga narzutem zaprawy z piaskiem gruboziarnistym, a trzecia właściwą wyprawą z zaprawy z piaskiem drobnoziarnistym, gładko zatartą.

Przewody wentylacyjne należy z reguły wyprawiać zaprawą cementową.

Gzymyści-ciągnięte winny mieć ostre krawędzie i czyste profile; w tym celu szablon do ciągnięcia muszą być okute blachą a łaty kierownicze, po których się szablon posuwa, ostrugane i bez sęków.

Wewnątrz budynku wolno do wyciągania gzymśów i do wyprawy sufitów używać gipsu, zaś do wyprawy fasad użycie gipsu jest stanowczo wykluczone.

U sufitów wyprawianych zaprawą gipsową na otrzciniowaniu należy żdźbła trzciny, zaciągane w odległościach nie większych jak 10 mm, przymocować drutem dobrze wyżarzonym w odległościach 15 cm i w takich samych odległościach do podsiębitek przytwierdzonym. Trzcina musi być należycie oczyszczona z liści i szypulek i należy ją przybijać w poprzek podsiębitek.

Wszelkie odlewy należy czysto na podstawie modeli naturalnej wielkości ze znajomością odnośnych postaci wykonać.

Na każdy odlew należy przedłożyć kierownictwu model, a dopiero po uznaniu modelu za odpowiedni, wolno odlewy wykonać.

Przedsiębiorca ma obowiązek część gzymśu głównego, lub — w miarę uznania kierownictwa — także innych ciągniętych członów architektonicznych w modelu gipsowym wykonać i na budynku osadzić, a kierownictwu będzie przysługiwało prawo w wykonanych modelach poczynić zmiany, które przedsiębiorca musi wykonać.

17. Wszelkie nasypy pod podłogi i posadzki należy wykonać z czystego i suchego piasku, albo z okruchów ceglanych lub też rumowiska murowego.

Użycie innego nasypu jest wykluczone. Gruz nie może bezwarunkowo zawierać w sobie trzasek, odpadków trzciny itp. W razie użycia piasku należy szczeliny w powale wylepić gliną, za którą to robotę wynagrodzenie objęte jest w cenie nasypu.

W razie gdyby dostarczone rumowisko nie było dostatecznie suche, suszenie a względnie urządzenie na strychu prowizorycznego pomostu, na którym rumowisko ma się ułożyć i przegartywać, będzie obowiązkiem przedsiębiorcy, który z tego powodu żadnych pretensji do wynagrodzenia stawiać nie może.

Układania niezupełnie suchego rumowiska do suszenia na sklepieniach i powalach zabrania się stanowczo. Nasypy wolno wykonywać dopiero po sprawdzeniu przez kierownictwo budowy, iż sklepienia, względnie konstrukcja drewniana i gruz zupełnie są suche.

18. Skopania, wykopy i wywóz ziemi obliczać się będzie według objętości ziemi przed jej wykopaniem, a nie według objętości po jej wydobyciu, a więc bez uwzględnienia zwiększenia się objętości ziemi rozpułchnionej wykopaniem.

Nasypy oblicza się według objętości ziemi ubitej.

Ilość ziemi przeznaczanej do wywozu poza obręb miejsca budowy wynika z odjęcia objętości nasypów od objętości wykopów, bez względu na zwiększenie się objętości ziemi wskutek wykopania.

Głębokość wykopów dla piwnic i murów liczy się od powierzchni naturalnej gruntu tam tylko, gdzie powierzchnia ta leży poniżej powierzchni terenu splanowanego; gdzie zaś grunt naturalny będzie leżał wyżej, to rzeczoną głębokość policzy się od powierzchni terenu splanowanego a wszelki wykop ponad tą powierzchnią liczy się do skopywania.

Wykopy dla suterenów i piwnic liczy się łącznie z przynależnymi murami, przy czym ewentualne rozparcie ścian ziemnych zawiera się już w cenie wykopu; a zatem zewnętrzną granicę objętości tego wykopu stanowią płaszczyzny pionowe, przeprowadzone przez zewnętrzny obwód budynku, mierzony w podstawie fundamentu.

To samo odnosi się i do wykupu rowów fundamentowych, których szerokość mierzy się również w podstawie fundamentu.

19. Wszelkie wymiary murów w planach uwidocznione, odnoszą się do murów w stanie niewyprawionym i stanowią podstawę do obliczania ich objętości.

Gdyby więc ceny murów i sklepień zawierały w sobie wyprawę, to w obliczaniu ich objętości nie uwzględnia się grubości wyprawy.

Grubość murów ceglanych liczy się z reguły jako wielokrotność z 15 *cm*; a zatem 15, 30, 45, 60, 75 *cm* itd., nawet wówczas, gdyby czasami ze względu na niedokładność wymiaru cegieł i spoin muru zachodziły małe różnice co do grubości. Skoroby jednak miejscami ze względu na architekturę lub na wymagania konstrukcji inne rozmiary muru, niezawisłe od powyższej wielokrotności, okazały się nieuniknione, to będą policzone według rzeczywistego wykonania.

Wysokość poszczególnych pięter liczy się od 15 *cm* poniżej podłogi jednego piętra, do 15 *cm* poniżej podłogi piętra następnego, bez względu na to, czy wysokość ta dochodzi lub nie dochodzi do 5 *m*. Jako wysokość jednego piętra takich murów, które nie są podłogami przedzielone, liczyć się będzie 5 *m*.

Mury strychowe i kominowe stanowią bez względu na ich wysokość, osobną i ostatnią wysokość piętrową budynku.

Otworów drzwi i okien nie potrąca się ani z objętości murów, ani z powierzchni ich wyprawy lub testowania, (zaprawienia) spoin, jeżeli otwory te w wymiarze swoim w świetle mają mniej jak 4 *m*<sup>2</sup> powierzchni. Ten sposób obliczania murów nie tyczy się jednak otworów takich, które powstały przez urządzenie filarów ściennych przy murach bądź dla przerwania ich ciągłości, bądź też dla wzmocnienia muru, lub zmniejszenia rozpiętości, a to nawet i wtenczas, gdyby otwory te miały mniej niż 4 *m*<sup>2</sup> w świetle i gdyby nawet później wstawiono w nich drzwi, ścianki lub okna. We wszystkich tych wypadkach liczy się mury z potrąceniem otworów, a zatem uwzględnia się osobno sklepienia nad temi przerwami czyli otworami i wyprawę ich szpalet, przyczem za powyższe sklepienie przyznane będzie wynagrodzenie od *m*<sup>2</sup>, równające się różnicy między ceną muru a ceną sklepienia w dotyczącej kondygnacji.

Za policzenie otworów okien i drzwi niżej 4 *m*<sup>2</sup> w świetle jako murów pełnych, obowiązany jest przedsiębiorca do wykonania tamże wszelkich osadzeń drewnianych i żelaznych części jako to: klocków w szpaletach, ościeni, ram, krat okiennych, drzwi żelaznych itp., do przeklepienia wszystkich tych otworów i do wykonania w nich szpalet wraz z gładką i czysto zatartą wyprawą, bez osobnego za to wynagrodzenia.

Osadzenie żelaznych kotwi w murach zawiera się już w cenie tych murów i nie będzie osobno wynagrodzone.

Przewody kominowe i wentylacyjne liczy się jako mury pełne, zato jednak przedsiębiorca jest obowiązany wyprawic je wewnątrz gładko z czystym zatarciem, tudzież osadzić tamże wszelkie drzwiczki kominowe i wentylacyjne.

Na żądanie kierownika budowy jest przedsiębiorca obowiązany do urządzenia strzepów w murach celem późniejszego osadzenia niektórych przedmiotów, lub części składowych konstrukcyjnych, albo też celem przemurowania opuszczonych na razie ścian, bez prawa do rozszczenia sobie jakiej pretensji z tego powodu, że części tych nie mógł osadzić odrazu podczas murowania.

Objętości kamiennej odzieży cokołowej, obliczonej według lica muru, w którym ta odzież jest osadzona, a więc obliczonej bez względu na tę ewentualność, czy ta odzież wystaje lub się cofa od lica muru, nie strąca się z objętości powyższego muru, natomiast osadzenie tej odzieży nie będzie osobno wynagrodzone.

To samo dotyczy osadzenia oddzielnych narożników cokołowych, tudzież osadzenia odzieży kamiennej wykonanej na innych piętach.

Do osadzenia odzieży kamiennej należy używać zaprawy składającej się z wapna, cementu i piasku w stosunku jak 1:1:5 bez względu na to, czy sam mur ma być wykonany na zaprawie wapiennej i z tego powodu nie może przedsiębiorca żądać dodatkowego wynagrodzenia.

Gdyby się okazała potrzeba wykonania łęków odciążających nad otworami w murach, przedsiębiorca musi je wykonać bez osobnego wynagrodzenia.

20. Sklepienia w ogóle liczy się według ich objętości na podstawie przyjętych powszechnie wzorów, przyczem się zaznacza, że w tym sposobie obliczenia jest już zawarte wszelkie potrzebne pogrubienie w oporach i całe nadmurowanie w miarę potrzeby i wymagania aż do poziomu klucza.

Objętości lunet, które nie sięgają do zwornika sklepienia nie uwzględnia się w żadnej postaci sklepienia.

21. Wyprawy w ogóle oblicza się według rzeczywiście wykonanej powierzchni, jednak bez uwzględnienia małych wysoków, jak pilastrów, lizen, boń itp.

Wyprawa sklepień kolebkowych liczy się według ich powierzchni  $P$  na podstawie wzoru  $P = D(S + W)$ , gdzie  $S$  oznacza rozpiętość,  $W$  strzałkę,  $D$  długość sklepienia.

Zaokrąglenia pionowych kątów ściennych, gdzieby one były żądane, nie wynagradza się osobno ani u murów, ani u wypraw.

Fasadowanie, t. j. wyładowanie i wyprawa wszelkich gzymsów, boń, lizen, pilastrów, opasek okiennych itp. łącznie z wyprawą lub wytestowaniem spoin fasady z dostarczeniem i osadzeniem wszelkich architektonicznych odlewów z wapna hydraulicznego, z dostarczeniem żalaznych haków potrzebnych do przymocowania powyższych odlewów, oraz wszelkie wyprawy ozdobne, płacone według powierzchni, liczy się wedle wymiarów prostych fasady od krawędzi do krawędzi, bez uwzględnienia wysoków i wklęsłości i bez potrącania otworów niżej  $4 m^2$  w świetle; jednakże z potrąceniem na wysokość tych gzymsów i wypraw, które osobno zostały policzone i wynagrodzone.

Żadnych wysoków fasady, wystających przed lice muru, nie wlicza się do objętości murów, zaczem wynagrodzenie za ich wyładowanie wraz z materiałem musi zawierać się już w cenie fasady.

Wszelkie gzymsy fasadowe i poszury, z wyłączeniem głównego gzymsu koronacyjnego, należy pokryć blachą cynkową Nr. 12, za którą to robotę nie przyzna się osobnego wynagrodzenia, gdyż to wynagrodzenie ma być już zawarte w cenie powyższego fasadowania.

Wysokość fasady liczy się prostopadle bez żadnych wysoków i wklęsłości.

Wyprawy sufitowe liczy się według rzeczywistej powierzchni zastropowanej ubikacji, bez żadnego dodatku na kąłę, gdyż wynagrodzenie za wykonanie kali jest już w cenie wyprawy sufitowej zawarte.

Długość gzymsów — o ile będą osobno policzone i wynagrodzone — liczy się zawsze gdy zwroty wklęsłe po brzegu wewnętrznym, t. j. po licu muru, a gdy zwroty wypukłe po zewnętrznym brzegu gzymsu.

22. Rodzaj kamienia, do robót kamiennarskich przeznaczonego, określa szczegółowo „Zestawienie sumaryczne“, a przedsiębiorca ma obowiązek dostarczenia tego kamienia wyłącznie w najlepszej jakości.

W szczególności zastrzega się, by kamień był jednostajny, twardy i na wpływy atmosferyczne zupełnie wytrzymały.

Kamienie, z których mają być wykonane kolumny lub filary, muszą być równej gęstości i struktury, a warstwowanie kamienia powinno być równoległe do podstawy.

Lasowate, niedokładne, uszkodzone lub składane z części kamienie nie będą przyjęte.

23. Każdy oferent ma przedłożyć wraz z ofertą próbki kamieni, które po zatwierdzeniu oferty będą zatrzymane aż do ukończenia budowy celem zbadania, czy tego samego gatunku kamienia użyto do budowy.

Gdyby która bryła kamienia na pozór wydawała się dobrą, a po obrobieniu wykazała pewne braki, nie będzie przyjęta i należy ją bezzwłocznie usunąć z miejsca budowy.

24. Wszystkie kamienie, t.j. tak ciosy, jak płyty i stopnie muszą mieć dokładne rozmiary przez kierownictwo budowy zamówione i być według prostych kątów i szablonów starannie obrobione.

Kierownik wskaże, które płaszczyzny należy tylko dziobem obrobić, które grozskować, a które oglądzić; zastrzega się jednak, że wszystkie naroża muszą być równe i ostre, spoiny równe i niepodcinane, a łożyska w całej powierzchni należy obrobić tak, by wszelkie podbijanie kamieni na łożyskach było zbyteczne. Gdzie należy wykuć dziury na dyble, klamry, kraty żelazne itp. wskaże kierownik budowy; wykucie tych dziur zawiera się już w cenie roboty kamieniarskiej i nie będzie osobno płacone.

25. Osadzenie przedmiotów roboty kamieniarskiej — o ile robota jest w związku z robotami murarskimi — jest wprowadzić rzeczą murarską, musi się jednak wykonywać z pomocą kamieniarzy, a wynagrodzenie za tę pomoc mieści się już w cenie roboty kamieniarskiej. Gdyby do osadzenia pewnych części kamiennych potrzeba było, oprócz materiałów murarskich, innych jeszcze materiałów, jak: siarki, ołowiu itp., to dostarczenie ich należy do przedsiębiorcy robót kamieniarskich bez osobnego wynagrodzenia.

Przedsiębiorca robót kamieniarskich ręczy za wszelkie szkody, któreby spowodował podczas osadzenia tak na swoich, jak i na innych robotach.

26. Roboty rzeźbiarskie należy wykonać według modeli sporządzonych na podstawie planów i wskazówek udzielonych przez kierownictwo budowy.

Koszta sporządzenia tych modeli zawierają się już w cenie odnośnej roboty rzeźbiarskiej.

27. Ciosy w ogóle liczy się według rzeczywistej objętości po obrobieniu.

Szablonowe gzymsy, węgarty, pilastry, kolumny, filarki itp. policzone w koszcie według miary sześcienniej, oblicza się według wymiarów najmniejszego sześciianu, potrzebnego do wykonania każdej takiej jednostki.

28. Wszelki materiał ciesielski musi pochodzić z pni prostych, ma posiadać ostre krawędzie i planem oraz kosztorysem przepisane rozmiary; musi być całkiem suchy i w zimie ścięty przynajmniej na rok przed użyciem, a w masie swej powinien być gęsty, zdrowy i bez pęknięć.

Materiał tarty musi być osnowiony.

29. Wszelkie roboty ciesielskie należy wykonać prawidłowo, z materiału należyście obrobionego, a wszelkie połączenia starannie i dokładnie.

Wymiary dachu i stropów winien sobie przedsiębiorca sam zdjąć na miejscu, a więźbę dachową w całości na placu dowolnym przyrządzić.

Obrobianie i przyrządzanie materiału do związania na strychu budynku jest niedopuszczalne.

Gdyby na placu budowy znajdowało się miejsce, stosowne do przysposobienia więźby dachowej; w takim razie wolno przedsiębiorcy je do tego celu użyć.

Belki stropowe drewniane między dźwigarami żelaznymi należy na końcach przystosować odpowiednio do profilu dźwigaru, spody belek opuścić poniżej dolnego pasu dźwigaru na grubość klamer, a dla klamer wydlótować odpowiednie żłobki.

Wszelkie klamry, śruby, gwoździe, strzemiona itp. żelaziwo do więzby dachu i stropów potrzebne, należy dostarczyć w odpowiedniej ilości, rozmiarze i jakości. wynagrodzenie zaś za wszelkie to żelaziwo zawiera się już w cenach odnośnej roboty ciesielskiej.

Podczas wykonania ma przedsiębiorca zastosować się do planów i szczegółowych dyspozycji kierownictwa budowy.

Opieranie stropów może nastąpić dopiero po ukończeniu dachu.

Przedsiębiorca robót ciesielskich ma obowiązek zbadać materiał na nasypkę przeznaczony i orzec, czy ze względu na odpowiedzialność za swoje roboty uważa materiał nasypowy za odpowiednio suchy.

Opinię tę do dziennika budowy wpisaną podpisze przedsiębiorca robót murarskich i ciesielskich.

Przedsiębiorca jest obowiązany wszelki materiał drzewny, dostarczony na plac budowy, złożyć własnym kosztem w suchych miejscach i ile możności ochraniać przed szkodliwymi wpływami atmosferycznymi.

Wszelkie materiały i konstrukcje drzewne, podpadające zniszczeniu przez ogień, ma przedsiębiorca na swój koszt zabezpieczyć aż do czasu oddania budowy, albowiem za wszelkie szkody stąd powstałe on sam odpowiada.

30. Wszelkie konstrukcje dachowe liczy się według powierzchni poziomego rzutu dachem istotnie zajętej.

31. Opierzenia, łączenia i ścianki z łąt liczy się według rzeczywistej powierzchni, bez żadnych dodatków na narożnikach, ścięciach itp., ale też bez potrącenia otworów poniżej 1 m<sup>2</sup>; otwory te winien przedsiębiorca wykonać bez żadnego wynagrodzenia.

32. Wszelkie stropy, powały i podsiebitki mierzy się w powierzchni podłogi rzeczywiście zastropowanego dolnego lokalu, a zatem bez względu na łożyska w murach będące i bez względu na powierzchnię zajęta przez dźwigary, gdyby te wchodziły w skład konstrukcji stropowej.

Powierzchnia stropów dyblowanych liczy się w pełnym wymiarze, t. j. powierzchnia przez belki stropowe rzeczywiście zajęta.

33. Żelazo lane, użyte do zamówionych robót, powinno posiadać drobny jednolity przełom o siwej barwie i dawać się obrabiać dłutem lub pilnikiem.

34. Wszelkie rodzaje żelaza wałkowanego lub kutego muszą w każdej rozciągłości dokładnie odpowiadać przypisanym rozmiarom i przekrojom, muszą być czysto wałkowane lub wykute, bez żadnych skaz lub błędów.

35. Kierownictwo budowy uwiadomi przedsiębiorcę pisemnie w należyłym czasie o terminach, w których poszczególne roboty mają być wykonane.

Przedsiębiorca jest obowiązany terminów tych ściśle przestrzegać i roboty tak prowadzić, by nie spowodować opóźnienia lub przerwy w robotach innych, w przeciwnym bowiem razie postąpi się z nim według odnośnych postanowień ogólnych warunków.

Odpowiedzialność za dotrzymanie terminów, przez kierownictwo budowy oznaczonych, pozostaje dla przedsiębiorcy nawet wtedy w mocy, gdyby mu kierownictwo budowy całą dostawę lub część takowej jako nieodpowiednią odrzuciło.

Dostawa dźwigarów i podkładów odbywać się będzie partjami w miarę potrzeby, a na dostawę każdej partji wydane będzie osobne zamówienie, z zastrzeżeniem, że podane w zestawieniu ofertowym ilości lub rozmiary dźwigarów i podkładów mogą podczas zamówienia uleść zmianie, do której przedsiębiorca winien się zastosować.

Zamówienia będą wydawane w ten sposób, by każda partja obejmowała ile możności pełne ładunki wagonowe.

Po wydaniu zamówienia należy dźwigary najpóźniej do 4 tygodni na miejsce budowy dostarczyć.

36. Części lane muszą być zupełnie czyste, o tryum zarysie postaci, bez dziur, pęcherzów, skaz, nierówności i innych wad, wplawających na stałość lub dobry wygląd. Części widoczne lub dekoracyjne należy oczyścić dłutem i pilnikiem ze wszelkich przylepek i szwów, powstałych podczas odlewania.

Wszelkie dźwigary mają być z reguły minjowane i na każdym końcu zaopatrzone dwiema dziurami o średnicy 20 mm wierconymi w odstępach 150 mm od końca dźwigaru i między sobą.

Podkłady również mają być minjowane. Tak dźwigary jak i płyty należy zaopatrzyć białą lakierowanymi literami w zamówieniu wyrażonemi, odpowiadającymi takim samym znakom w planach.

37. Obliczenie wykonanych robót nastąpi podług opisu w kosztorysie od jednostki albo według wagi.

W obliczeniu na jednostki zawierają się już w cenie odnośnej wszystkie roboty pomocnicze i części konstrukcyjne, jak: śruby, gwoździe, kłamry itp., potrzebne do zupełnego wykończenia i umocowania poszczególnych części.

38. Co do przedmiotów według wagi obliczanych i placonych, jest przedsiębiorca obowiązany przedłożyć kierownictwu kwit wagi miejskiej względnie poświadczenie wagi, wystawione przez kolej.

Przed nadejściem każdej partji dźwigarów winien przedsiębiorca zawiadomić o tem wczas kierownika budowy, aby on mógł zarządzić sprawdzenie ciężaru na wadze kolejowej, jeśli by to uznał za potrzebne, a koszta z tego wynikające pokryć ma przedsiębiorca bez regresu do Skarbu państwa.

Nadwyżka wagi przedmiotów z lanego żelaza, ugodzonych od wagi, oraz dźwigarów wałkowanych i podkładów będzie wynagrodzona co najwyżej do 5% wagi normalnej przez kierownictwo budowy podanej.

## 4. Szczegółowe warunki co do robót betonowych. (Wzór.)

### § 1.

a) Do sporządzania konstrukcji dźwigających żelazno betonowych, względnie betonowych należy używać wyłącznie cementu portlandzkiego, zawierającego nie więcej niż 5% magnezji i stosunek ciężaru części składowych hydraulicznych do wapna (CaO) — co najmniej jak 1:1.7. Innych cementów albo hydraulicznych połączeń wiążących będzie wolno użyć do konstrukcyj betonowych w danym razie jedynie za wyjątkowem zezwoleniem.

b) Cement powinien zachowywać stałą objętość tak na wolnym powietrzu jak i pod wodą i w regule należeć do kategorii cementów powoli wiążących. Jako powoli wiążący uważa się cement, który zarobiony wodą (25—30%) daje masę nie twardniejącą przed upływem 30 minut i wymagającą co najmniej  $3\frac{1}{2}$  godziny do związania. Cementów szybciej wiążących wolno użyć do konstrukcyj z betonu ubijanego dla szczególnych celów, lecz tylko za wyjątkowem zezwoleniem.

c) Cement ma być mialko zmielony i odpowiadać ściśle przepisom wydanym przez Ministerstwo robót publicznych rozporządzeniem z 15. czerwca 1911, l. 42/30 IXa 1911, o których winien się przedsiębiorca — przed wniesieniem oferty — należycie poinformować.

## § 2.

Piasek służący do sporządzania betonu ma być drobny, czysty, ostroziarnisty, o ziarnkach nierównomiernych, wolny od domieszek ziemnych — jak il, glina — i innych nieczystości.

## § 3.

Kamyczki do betonu (żwir rodzimy lub łuczeniec) mają być czyste, odporne na wpływy atmosferyczne, o ziarnach nierównej wielkości i wytrzymałości na ciśnienie conajmniej 300 *kg* na 1 *cm*<sup>2</sup> i nie powinny nasiąkać więcej wody niż 10% swego ciężaru.

Do betonu ubijanego należy używać żwiru względnie łuczenia grubszego, którego największe ziarna przechodzą w każdym położeniu przez otwory 6 *cm* w kwadrat a najmniejsze pozostają na siatce o otworach 7 *mm*, zaś do konstrukcji żelazno-betonowych należy używać żwiru drobniejszego, którego największe ziarna przechodzą w każdym położeniu przez siatkę o otworach 30 *mm*, a najmniejsze pozostają na siatce o otworach 7 *mm*.

Na żądanie obowiązany jest przedsiębiorca dostarczyć siatek potrzebnych do prób i kontroli.

## § 4.

Woda użyta do sporządzania betonu musi być czysta i bez żadnych składników, utrudniających twardnienie betonu.

Woda bagienna jest od użycia wykluczona.

## § 5.

a) Cement należy podczas sporządzania betonu odmierzać z reguły według wagi. Odmierzanie może się odbywać także zapomocą naczyń i w tym razie cement należy wsypywać z lekka, bez wstrząśnień z niewielkiej wysokości, wyrównując powierzchnię wypełnionych naczyń. Do przeliczania stosunku mieszaniny według wagi na stosunek objętościowy, należy przyjąć 1400 *kg* jako ciężar 1 *m*<sup>3</sup> lekko usypanego cementu portlandzkiego. W razie wyjątkowego użycia innego cementu należy dotyczący jego ciężar jednostkowy ustalić przez odważenie.

b) Do konstrukcji żelazno-betonowych należy używać betonu lepkiego (plastycznego) zaś do konstrukcji z betonu ubijanego wolno także używać betonu sypkiego, t. j. o wilgotności naturalnej uprawnej ziemi. Dodatek wody należy — odpowiednio do stosunków atmosferycznych i naturalnej wilgotności piasku i żwiru — tak odmierzać, by beton lepki mógł być jeszcze ubity i mimo tego pozostał lepkiem, zaś beton sypki (o wilgotności ziemi) dał się ugniatać w ręce, pozostawiając na niej wilgoć; działanie ciężkości nie powinno jednak powodować oddzielania się zaprawy od żwiru.

c) Mieszanie cementu, piasku i żwiru ma się tak odbywać, by podczas tej czynności można było stwierdzić ilość każdego z tych składników.

d) Mieszanie składników należy z reguły dokonywać zapomocą maszyn; do robót drobniejszych wolno mieszać sposobem ręcznym.

e) Mieszanie powinno początkowo odbywać się na sucho, następnie wśród powolnego dolewania wody bez przerwy tak długo, aż się cała ilość użytego żwiru jednostajnie rozdzieli w masie i zostanie ołoczona zaprawą cementową ze wszystkich stron.

f) Beton należy zużyć w ciągu godziny po ukończeniu mieszania.

g) Beton należy sporządzać tylko w ilości odpowiadającej zapotrzebowaniu.



## § 6.

Po sześciogodniowym teźeniu na wolnem powietrzu ma beton ubijany wykazywać przynajmniej następujące wytrzymałości na ciśnienie w *kg* na  $1\text{ cm}^2$  w kierunku prostopadłym do ubijania;

w stosunku mieszaniy na  $1\text{ m}^3$  piasku i kamyków:

a) 470 <i>kg</i> cementu portlandkiego . . . . .	170
b) 350 " " " . . . . .	150
c) 280 " " " . . . . .	130
d) 230 " " " . . . . .	110
e) 160 " " " . . . . .	75
f) 120 " " " . . . . .	50

W razie zastosowania innych stosunków mieszaniy, jak wyżej podano, należy żadaną wytrzymałość oznaczyć zapomocą interpolacji w stosunku prostym.

## § 7.

a) Celem zbadania żadanej wytrzymałości betonu należy dla mieszaniy w stosunkach, podanych w § 6. pod a), b), c), d), z reguły — zaś w innych stosunkach mieszaniy na żądanie — sporządzić na placu budowy ciała próbne w postaci kostek o rozmiarze boków  $20\text{ cm}$  i oddać je urzędowej stacji doświadczalnej do wypróbowania, albo wypróbować na miejscu budowy zapomocą odpowiednich maszyn. Sporządzanie ciał próbnych i dostarczanie potrzebnych do prób maszyn, należy do obowiązków przedsiębiorcy.

b) Ciała próbne należy wykonywać równocześnie z tej samej mieszaniy i ubijać w jednaki sposób w formach żelaznych składanych.

c) Ciała próbne powinny otrzymać napisy, wykazujące rodzaj budowy, stosunek mieszaniy, czas ich sporządzania i kierunek ubijania betonu i aż do czasu prób należy je przechowywać w miejscu zabezpieczonem od mrozu, upału i wiatru pod warstwą wilgotnego piasku.

d) Ilość ciał próbnych należy tak oznaczyć, by do  $200\text{ m}^3$  i na każdych  $200\text{ m}^3$  betonu wypadło po 6 próbek. Jako wytrzymałość przyjmuje się średnią arytmetyczną z otrzymanych wyników prób; beton, którego wytrzymałość w ten sposób obliczona jest więcej niż o  $20\%$  niższa od odnośnej wytrzymałości, podanej w § 6., należy wykluczyć od użycia.

## § 8.

a) Roboty betonowe i żelazno betonowe powinni wykonywać jedynie robotnicy biegli w tych robotach i to pod ciągłym nadzorem osób, które udowodniły niewątpliwie, że z robotami betonowymi są gruntownie obeznane.

b) Potrzebne do wykonania robót betonowych opierzenia i rusztowania muszą być przynajmniej tak silne, by warstwowe układanie i ubijanie betonu mogło się odbywać prawidłowo, bez wstrząśnień; przed rozpoczęciem układania betonu należy je zwilżyć odpowiednio do istniejących stosunków atmosferycznych.

c) Podczas sporządzania opierzeń i rusztowań należy uwzględnić ich osiadanie się pod ciężarem betonu i z tego względu podwyższyć je odpowiednio.

d) Rozpoczęcie robót betonowych dźwigających, względnie żelazno betonowych może nastąpić dopiero wtedy, gdy będą do dyspozycji wyniki badań i prób poszczególnych składników dokonanych po myśli przepisów, podanych w §§ 1, 2, 5, 6, 7, 9. Próby te zatem powinny być tak weześnie dokonane, by przed rozpoczęciem robót można było na podstawie ich wyników niewątpliwie rozstrzygnąć, czy materiały jako składniki konstrukcji nadają się do dalszego użytku

e) Beton syпки o wilgoci naturalnej uprawnej ziemi należy układać w warstwach najwyżej 15 cm grubości, zaś beton lepki (plastyczny) w warstwach co najwyżej 20 cm grubości.

Każdą warstwę należy ubijać z osobna stosownie do ilości dodanej do betonu wody.

Beton wolno zrzucać na miejsce przeznaczenia jedynie do głębokości 3 m; na większe głębokości należy go spuszczać zapomocą naczyń lub stosownych urządzeń, niedopuszczających do rozluźnienia jego składników.

f) Ewentualnie użyte wkładki żelazne należy poprzednio ułożyć stosownie do potrzeby i w tem położeniu tak umocnić, by wskutek następnego układania i ubijania betonu nie mogły zmienić swego położenia i postaci; wkładki żelazne, narażone na ciągnięcie należy ze wszystkich stron otoczyć odpowiednio delikatniejszą zaprawą betonową (z wykluczeniem grubszego żwiru).

g) Podczas układania nowej warstwy betonu na poprzedniej, jeszcze nie stężalej, należy tę ostatnią zwilżyć; przed dalszem betonowaniem na warstwie już zupełnie związanej należy tę ostatnią poprzednio przez nasiekanie uczynić chropawą, na czysto zamieść i powlec płynną zaprawą cementową w stosunku cementu i piasku jak 1 : 1, lub zwilżyć mlekiem cementowem.

h) W temperaturze niżej 0° C wolno betonować jedynie wówczas, gdy zarządzone odpowiednio ostrożności wykluczają szkodliwe działanie mrozu. Zamarzniętego piasku, kamyków ani betonu nie wolno użyć w żadnym wypadku.

Po upływie okresu mrozów wolno układać nowe warstwy na gotowym betonie dopiero wówczas, gdy powierzchnia betonu ogrzeje się dostatecznie.

i) Po ukończonem betonowaniu należy aż do dostatecznego stężenia utrzymywać konstrukcje w odpowiedniej wilgoci i chronić je przed wstrząśnieniami, uszkodzeniami, silnymi przeciągami, jak również przed wpływem promieni słonecznych i mrozu.

k) Uzbrojonych konstrukcyj nie wolno bezwarunkowo poddawać żadnym obciążeniom przed upływem 4 dni po ukończeniu ubijania.

l) Usuwanie rusztowań podpierających może nastąpić dopiero po należytem stężeniu betonu, z reguły nie prędzej jak w 4 tygodnie po ukończeniu ubijania. Boczne nie podpierające opierzenia wolno usuwać po upływie 4 dni od ukończenia ubijania betonu. Jeżeli rozpiętości lub przekroje są większe, jak również jeżeli zachodzą stosunki utrudniające tężenie, należy powyższe terminy odpowiednio przedłużyć.

m) Podczas usuwania rusztowań i opierzeń należy unikać wszelkich wstrząśnień.

n) Przed upływem 6 tygodni od ukończenia ubijania, względnie przed upływem ewentualnych dłuższych terminów, przewidzianych w ustępie l), nie wolno narażać konstrukcji na większe obciążenia.

o) Konstrukcje należy w razie potrzeby ochraniać w odpowiedni sposób przed wtargnięciem wód opadowych.

p) Użycie poszczególnych części konstrukcyjnych, jak np. belek, płyt, słupów, stopni itp. niewykonanych na placu budowy, zależne jest w każdym poszczególnym wypadku od osobnego zezwolenia władzy kierującej budową.

## § 9.

a) Żelazne lub stalowe części składowe konstrukcyj żelazno betonowych muszą być wolne od rdzy i wszelkich nieczystości i odpowiadać przepisom wydanym przez Ministerstwo spraw wewnętrznych rozporządzeniem z 16. marca 1906, l. 49898 z r. 1905, co do swej jakości i sposobu użycia.

b) Dowody jakości żelaza i stali należy z reguły przeprowadzać zapomocą prób na placu budowy, lub zapomocą potwierdzenia urzędowej stacji doświadczalnej, a na osobne żądanie także zapomocą prób na miejscu ich wyrobu.

c) Żelazo sztabowe do prób na ciągnięcie należy przygotować w sztabach o przekroju okrągłym, kwadratowym lub prostokątnym, mierzącym najwyżej  $6 \text{ cm}^2$  powierzchni w tym stanie, w jakim wychodzą z walcowni (z łuską na powierzchni), bez dalszej obróbki; jeżeli przekroje są większe, to w tym wypadku należy zastosować przepisy, wymienione w ustępie a).

d) Części składowych żelaznych, które według projektu mają być z jednego kawałka, nie wolno bez osobnego zezwolenia wytwarzać z kilku kawałków zapomocą spajania lub nitowania.

e) W razie konieczności łączenia ze sobą poszczególnych części żelaznych, należy je na miejscach zetknięcia w ten sposób ze sobą związać, by natężenia w tych miejscach nie przekraczały wartości podanych w § 10. Spajani należy dokonywać z całą ostrożnością, bez przegrzania i tylko w takich miejscach, w których odnośna wkładka żelazna nie bardzo jest narażona na natężenia.

f) Zagięcia okrągłe (haki) u prętów okrągłych nie powinny mieć mniejszego promienia wewnętrznego, niż półtrzeciokrotny rozmiar średnicy pręta, zaś zgięcia mają mieć promień nie mniejszy, jak pięciokrotna średnica pręta; zagięcia prostokątne i ostrokątne muszą wykazywać długość równą co najmniej trzykrotnej średnicy pręta. Dla innych rodzaj żelaza sztabowego ważne są analogiczne przepisy i w tym razie w miejsce średnicy służyć ma za podstawę odnośny rozmiar przekroju.

g) W zimnym stanie z żelaza upostaconego (formowego) wolno sporządzać haki jedynie do  $15 \text{ mm}$  grubego, a odgięcia jedynie do  $25 \text{ mm}$  grubego.

h) Części żelazne, które mają być zupełnie zabetonowane, należy pozostawić z łuską i przed zabetonowaniem należy je oczyścić.

i) Żelazne lub stalowe części składowe konstrukcji, łączone nitami lub śrubami, należy po wykończeniu w warstwach i po oczyszczeniu lecz przed zabetonowaniem poleć rozcieńczoną zaprawą cementową.

k) Części żelazne lub stalowe, które nie mają być w konstrukcji całkowicie zabetonowane, należy na miejscach wolno wystających z konstrukcji dwukrotnie polakierować stosownie do przepisów, wymienionych w ustępie a).

l) Konstrukcje lub oddzielne ich części mają być z reguły betonowane w jednym ciągu bez przerwy; w wypadkach wyjątkowych można betonowanie przerwać tylko w takich miejscach, w których beton w ukończonej konstrukcji jest narażony na stosunkowo nieznaczne natężenia.

m) Uzbrojone konstrukcje w czasie tężenia betonu (co najmniej 4 tygodnie) wolno po upływie pierwszych czterech dni (§ 8, k) wyjątkowo tylko wówczas obciążyć, np. ścianami, słupami, filarami itp., gdy podpierające rusztowania i opierzenia są dostatecznie silne a konstrukcje tak stężałe, że prócz ciężaru własnego mogą bezpiecznie i bez szkodliwych odkształceń konstrukcji przyjąć wymienione obciążenia.

n) Rusztowania i opierzenia płyt stropowych poniżej  $8 \text{ cm}$  grubości wolno usuwać z reguły po upływie 10 dni od ukończenia ubijania betonu.

#### § 10.

Największe natężenia dopuszczalne w  $\text{kg}$  na  $1\text{-cm}^2$  nie powinny przekraczać następujących wartości:

1. dla żelaza spawalnego:	
a) na ciągnięcie i ciśnienie . . . . .	900
b) na ścinanie z wyjątkiem nitów . . . . .	500
c) " " nitów . . . . .	600
d) " ciśnienie na ścianki dziury . . . . .	1400
2. dla żelaza zlewego:	
w przypadku a) . . . . .	1000
" " b) . . . . .	600
" " c) . . . . .	700
" " d) . . . . .	1600
3. dla leizny (żelaza lanego):	
a) na ciśnienie . . . . .	700
b) na centryczne ciągnięcie . . . . .	200
c) na ciągnięcie przy zginaniu . . . . .	250
4. dla stali zlewnej:	
na ciągnięcie i ciśnienie . . . . .	1200

## § 11.

Największe obliczone dla betonu natężenia dopuszczalne nie powinny przekraczać podanych granic:

Rodzaj betonu.	Natężenie dopuszczalne w $kg/cm^2$				
	w r a z i e			ściera- jące, ści- nające i główne ciągnące	średnie przy- czepno- ści
	zginania i eks- centrycznego ciśnienia		centry- cznego ciśnienia		
	cisnące	ciągnące	cisnące		
A) Konstrukcje z żelbetonu w stosunku do $1 m^3$ mieszanki piasku i kamyków:					
a) 470 <i>kg</i> cementu portland. . . . .	42	25	28	4·5	5·5
b) 350 " " " . . . . .	37	24	25	4·0	5·0
c) 280 " " " . . . . .	32	22	22	3·5	4·5
B) Konstrukcje z betonu ubijanego w stosunku do $1 m^3$ mieszanki piasku i kamyków:					
a) 470 <i>kg</i> cementu . . . . .	33	2·5	22	3·5	.
b) 350 " " . . . . .	30	2·5	20	3·5	.
c) 280 " " . . . . .	26	2·0	17	2·5	.
d) 230 " " . . . . .	21	2·0	14	2·0	.
e) 160 " " . . . . .	13	.	9	.	.
f) 120 " " . . . . .	9	.	6	.	.

W razie użycia innego stosunku mieszanki dla betonu należy oznaczyć natężenie dopuszczalne zapomocą interpolacji w stosunku prostym.

Do konstrukcyj żelazno betonowych nie wolno używać stosunku mieszaniny odpowiadającego mniejszej ilości cementu portlandzkiego, niż 280 kg na 1 m<sup>3</sup> piasku i kamyków, zaś w konstrukcjach betonu ubijanego ma przypadać conajmniej 120 kg cementu portlandzkiego na 1 m<sup>3</sup> piasku i kamyków.

#### § 12.

a) Prócz prób betonu według § 7. należy na żądanie wykonać próby obciążenia całej konstrukcji żelbetonowej, względnie betonowej, lub poszczególnych jej części.

b) Obciążen próbnych nie wolno wcześniej przeprowadzać, jak po upływie 6 tygodni po ukończeniu robót.

c) Ciężar użyć się mający do obciążenia próbnego samoistnych, w związku z innemi nie stojących konstrukcji żelbetonowych, względnie betonowych i ich części składowych — należy tak wymierzyć, by konstrukcje były narażone całkowicie na działanie ciężaru własnego i innych stałych obciążeń, oraz ciężaru użytkowego.

Co do konstrukcyj, stojących z innemi w takim związku, że częściowe współdziałanie tych ostatnich podczas obciążenia jest spodziewane, należy w razie, gdy tylko jedna konstrukcja lub jedna jej część składowa ma być poddana próbie, przyjąć obciążenie użytkowe w półtorakrotnej (1.5) wysokości. Wchodzący ewentualnie w rachubę ciężar śniegu należy podczas obciążenia próbnego konstrukcji w ten sam sposób uwzględnić, jak ciężar użytkowy.

d) Ciężar próbny należy rozłożyć ściśle według obliczenia statycznego i zostawić na konstrukcji tak długo, aż odkształcenia się ustalą, t.j. ustaną ich dalsze zwiększania się.

e) Pod działaniem obciążenia próbnego nie powinny występować szkodliwe dla konstrukcji rysy, wybożenia ściskanych części lub inne zwracające uwagę objawy; spożreżone elastyczne ugięcia nie powinny przekraczać o 20% wyników obliczenia statycznego dla tych ugięć pod działaniem obciążenia próbnego.

Ugięcia stałe nie powinny przenosić jednej trzeciej części obliczonych ugięć elastycznych. Podczas rozstrzygania wyników prób należy również uwzględnić wpływ zmian temperatury.

f) Podczas prób na złamanie należy obciążanie konstrukcji zwiększać stopniowo aż do złamania. Ciężar wywołujący złamanie konstrukcji musi odpowiadać conajmniej sumie potrójnego ciężaru użytkowego, podwójnego ciężaru własnego konstrukcji i potrójnego innego stałego obciążenia. Ewentualny ciężar śniegu należy uwzględnić w ten sam sposób, jak ciężar użytkowy.

g) Przed użyciem części konstrukcyjnych, nie wykonanych na placu budowy (§ 8 p) należy na żądanie 3% ich ilości poddać próbom po myśli ustępów b) do f); jeżeli ilość tych części konstrukcyjnych nie osiąga 100, wybiera się ich do próby trzy, jak od pełnych 100.

W razie ujemnego wyniku prób co do jednej jednostki należy poddać próbom uzupełniającym dalszych 5 jednostek z tych samych ilości ogólnych. Gdyby i z pomiędzy tych prób jedna nie odpowiadała wymaganiom, należy dotyczących 100 jednostek od użycia wykluczyć; ta sama zachodzi ewentualność, gdy z pierwotnie wybranych 3 jednostek więcej niż jedna nie odpowiada przepisom.

#### § 13.

W sprawach wątpliwych, lub w niniejszych warunkach bliżej nie omówionych obowiązują przepisy rozporządzenia ministerjalnego, wymienionego w § 1.

## § 14.

Za trwałość robót betonowych ręczy przedsiębiorca po myśli ogólnych warunków budowy przez przeciąg dwu lat od czasu oddania budowy, względnie robót betonowych do użytku.

## § 15.

O ile w warunkach ogólnych nie przewidziano kary konwencjonalnej za niedotrzymanie ustanowionych terminów wykończenia robót, podpada przedsiębiorca — w razie przekroczenia przepisanego dla robót betonowych szczegółowego terminu ukończenia — karze konwencjonalnej w wysokości . . . za każdy dzień zwłoki.

## 5. Prowadzenie budowy.

Prowadzenie czyli kierownictwo budowy porucza się technikowi znanemu z uzdolnienia i doświadczenia w zawodzie budowniczym, energicznemu, ogłędnemu i zasługującemu na zaufanie.

Do kierownika budowy należy w ogóle przestrzeganie dobra właściciela budowy; w tem więc leży ezuwanie w pierwszej linii, ażeby budynek był wykonany ściśle według planu i kosztorysu, z zachowaniem prawidłowej oszczędności i z używaniem tylko doborowych materiałów budowlanych.

Kierownik budowy nie może samowolnie zarządzać żadnych zmian projektu, bez względu na to, czy pociągną one za sobą przekroczenie kosztów lub nie; w razie niezbędnej potrzeby powinien rzecz całą przedstawić właścicielowi budowy ze stosownem umotywywaniem i dopiero za jego zezwoleniem zmiany przedsięwziąć.

Kierownik budowy musi osobiście nadzorować i dopilnować wytyczenia budowy nie tylko w ogólności, ale i we wszystkich szczegółach; powinien sam zniwelować dokładnie całe miejsce budowy i wyznaczyć wysokość podłogi parterowej; do niej bowiem, jako do płaszczyzny porównawczej, odnosić należy wszelkie rozmiary wysokości budynku. Jest więc rzeczą wskazaną i potrzebną, ażeby już podczas sporządzania planów projektu odnoszono znamiona niwelacyjne gruntu, wszelkie rozmiary głębokości fundamentów, piwnic, tudzież inne wysokości budynku, do podłogi parteru jako do porównawczej płaszczyzny.

Szczególłą baczność i troskliwość nieprzerwaną musi zwracać kierownik budowy przez cały czas zakładania fundamentów, gdyż od nich zawisła jedynie trwałość i wartość przyszłego budynku.

Do niego należy wydawanie w czasie stosownym wszelkich zamówień i zawieranie ugód z rzemieślnikami — za wiedzą i wolą właściciela — na te roboty, które zostały wyłączone od ogólnego przedsiębiorstwa.

On musi czuwać i odpowiada za to, aby wszelkie szczegóły i szablony były wezas wykończone i dostarczone. On sprawdza z obowiązku częściowe rachunki przedsiębiorcom i prowadzi ewidencję wypłaconych przedsiębiorcom sum pieniężnych tak, aby mógł każdej chwili wiedzieć, w jakim stanie znajdują się fundusze budowy. Przekroczenie sumy kosztorysowej nie powinno mieć miejsca, wyjąwszy pewne nieuniknione wypadki. Kierownik budowy musi prowadzić dziennik budowy, w którym są zaznaczone pismem i szkicami te najważniejsze momenta budowy, które po wykonaniu stwierdzić się już nie dadzą.

Kierownik budowy odpowiada wreszcie za dopilnowanie terminu wykończenia budowy.

Naostatek, po ukończeniu budowy, musi kierownik sporządzić akt wykonania, o ile tego obowiązku nie nałożono na przedsiębiorcę warunkami ugody. Akt ów ma obejmować plany i kosztorys według rzeczywistego wykonania z wykazaniem wszelkich zmian, tudzież najważniejszych momentów budowy i stanu funduszu budowy.

Według ustawy budowniczey żadnego budynku murowanego piętrowego nie wolno zamieszkać w tym samym roku, w którym budowa jego została rozpoczęta. Ten więc racjonalny i prawidłowy czas trwania budowy został określony w naszych warunkach klimatycznych w regule od lutego jednego roku do lipca lub sierpnia roku następnego.

W prawidłowym toku budowy powinien kierownik wyznaczyć i przestrzegać następującego porządku.

1. Wycięcie drzew, rozebranie starych budynków, oczyszczenie miejsca budowy i ogrodzenie, niwelacja, wytyczenie budowy, urządzenie studni, wykopanie wapiarek i postawienie baraku z wychodkami, powinno trwać 2 do 3 tygodni (od 15. do końca lutego, o ile warunki klimatyczne zezwalają).

2. Gaszenie wapna, dowóz materiałów i roboty ziemne — 4 tygodni (cały marzec).

3. Wykończenie robót ziemnych, dowóz materiałów, czerpanie wody i murowanie fundamentów — 2 tygodnie (do 15. kwietnia).

4. Mury piwniczne i suterenowe, kanały, osadzenie w nich ciosów, założenie okien piwnicznych, oporów sklepień, wyciorów kominowych i innych otworów, jak: dla rur gazowych, wodociągowych, ześrodkowanego ogrzewania itp., osadzenie ości drzwi piwnicznych i założenie warstwy izolacyjnej — 2 tygodnie (do końca kwietnia).

5. Wyprowadzenie murów ponad poziom, osadzenie cokołu, pachółków, krat piwnicznych, przesklepienie łęków (gurtów) piwnicznych, osadzenie ościeni bram wchodowych lub wjazdowych, stawianie londyn rusztowaniowych — 2 tygodnie (do 7. maja).

6. Mury parterowe, filary ciosowe, osadzenie ciosów pod belki żelazne, konzol czyli sterczyn pod balkony, dalsze rusztowania — 3 tygodnie (do końca maja).

7. Założenie murnie (ław murowych, murlat), wyciąganie i osadzanie wszelkich belek stropowych i kotwiowanie ich — 1 tydzień (do 7. czerwea).

8. Mury 1. piętra, wyciąganie i osadzenie wszelkich belek stropowych i kotwiowanie ich — 4 tygodnie (do 7. lipca).

9. Mury 2. piętra, wyciąganie i osadzenie wszelkich belek stropowych, z kotwiowaniem ich — 4 tygodnie (do 7. sierpnia).

10. Mury 3. piętra, wyciąganie belek stropowych, osadzenie ich i kotwiowanie, podmurowanie murów aż pod murnice więzby dachowej — 3 tygodnie (do końca sierpnia).

11. Ustawienie więzby dachowej, ołączenie, opierzenie i pokrycie, tudzież wyprowadzenie ścian działowych — 2 tygodnie (do 15. września).

12. Mury strychowe, ogniowe i kominowe, prowizoryczne odprowadzenie wody z dachu, przybicie powal i podsiębitek stropowych — 2 tygodnie (do końca września).

13. Sklepienie piwnie, osadzenie stopni kamiennych, rur gazowych, wodociągowych, nasypywanie rumowiska na strychu — 2 tygodnie (do 15. października).

14. Posadzka na strychu, osadzenie drzwiczek kominowych, nasyp rumowiska na piętrach, gaszenie wapna do wyprawy na rok przyszły — 2 tygodnie (do końca października).

15. Zabezpieczenie budynku na zimę, zasypianie jam wapna piaskiem i zakończenie robót — do końca listopada.

Uwaga. W razie niezbędnej potrzeby można murować zwykłym wapnem nawet wśród kilku stopni (najwyżej  $-5^{\circ}$  C) mrozu; murowanie cementem już przy  $0^{\circ}$  jest chybione, gdyż cement już nie wiąże, tylko się rozsypuje. <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Według rozporządzenia Magistratu miasta Lwowa z 20. października 1911, oparte go na § 38 ustawy budowniczey dla miasta Lwowa z 21. kwietnia 1885, Dz. u. kr. Nr. 31, niewolno bez względu na porę kalendarzową wykonywać żadnych robót murarskich na otwartem powietrzu, skoro temperatura zejdzie niżej  $-4^{\circ}$  C. Równocześnie zakazał Magistrat rozpoczynania jakichkolwiek nowych budowli w czasie od 15. listopada do końca lutego każdego roku.



16. Odkrycie otworów okiennych, trzeźnowanie i wyprawa sufitów, począwszy od najwyższego piętra, rusztowanie do fasady, ułożenie legarków i ślepych podłóg pod parkiety, lub pod posadzkę deszczulkową, — 2 tygodnie (od 15. do końca kwietnia).

17. Wsadzenie, ciągnięcie gzymsu głównego i osadzanie gzymsów blaszanych, lub płyt wiszących, osadzanie przedmiotów roboty rzeźbiarskiej, wyprawa gładka ścian począwszy od najwyższego piętra, osadzanie okien, — 2 tygodnie (do 15. maja).

18. Dalsza wyprawa fasady i osadzanie przedmiotów roboty rzeźbiarskiej, krycie gzymsów blachą, wykończenie wyprawy wewnątrz, urządzenie kanałów dołu kloaczego i wychodków, ułożenie podłóg, posadzek i parkiet, — 2 tygodnie (do końca maja).

19. Wykończenie wyprawy fasady, stawianie pieców i kuchni, kucie drzwi i okien, szklenie, lakierowanie i uprzątnienie rusztowania, — 2 do 3 tygodnie (do 15. lub 21. czerwca).

20. Wykończenie robót stolarskich i ślusarskich, poprawki wyprawy, roboty lakiernicze, malarskie i dekoracyjne, oczyszczenie całego budynku i wszystkich części składowych, splanowanie i brukowanie podwórza, — 2 do 4 tygodnie (do końca czerwca lub lipca).

## 6. Kolaudacja czyli odbiór budowy.

Skoro budowę ukończono, następuje techniczne jej odebranie czyli kolaudacja na podstawie wypracowanych planów i kosztorysu według wykonania, oraz wszelkich innych aktów budowy.

W interesie budowy leży, aby kolaudację przeprowadził technik, który nie miał żadnej styczności z tą budową (t. j. nie był ani przedsiębiorcą, ani dostawcą, ani kierownikiem), a który znany jest z uzdolnienia i z doświadczenia w zawodzie budowniczym, oraz z sumienności i zasługuje na zaufanie.

Z chwilą, kiedy kolaudantowi doręczono akt wykonania, i wszelkie inne akta budowy, przechodzi kierownik budowy, a z nim pośrednio i przedsiębiorca pod jego zwierzchnictwo i pozostaje w tym stosunku przez cały czas kolaudacji. Kierownik budowy jest obowiązany brać udział i pomagać kolaudantowi we wszelkich czynnościach, ułatwiać je, a na żądanie dawać stosowne wyjaśnienia lub uzasadnienia.

Ze swojej zaś strony musi kolaudant poznać się przede wszystkim w ogóle ze wszystkimi aktami budowy, a następnie dopełnić następujących powinności:

a) Zbadać, czy budynek w ogóle i we wszystkich swych szczegółach odpowiada planom pierwotnym i kosztorysowi; jeżeli dostrzeże zmiany, musi orzec na podstawie aktów budowy lub wyjaśnień kierownika, czy są uzasadnione lub nie.

b) Przeprowadzić dokładne zbadanie, czy budowa tak co do jakości robót, jakoteż i materiałów, tudzież co do wymiarów odpowiada zawartej ugodzie. Badania te może posunąć on bardzo daleko; i tak, jeśli ma uzasadnione podejrzenia, może zażądać odkrycia fundamentów, zerwania miejscami podłogi, posadzki, lub użyć innych środków celem przeświadczenia się o prawdzie.

c) Po tem zbadaniu przystępuje do sprawdzenia kosztorysu o ile wymiary w nim odpowiadają rzeczywistości, a koszta warunkom ugody.

d) Wynik kolaudacji w wyżej wskazanym kierunku należy spisać w protokole, który powinien podpisać kolaudant, kierownik budowy i przedsiębiorca.

W protokole kolaudacyjnym przedstawić powinien kolaudant krótki opis powstania (zezwoenie, projektowane koszta, przyzwolone zmiany itp.) budowy; następnie opisać, jaki był rezultat przeprowadzonych badań j. w. pod a) i b); dalej zestawić ogólną należytość przedsiębiorcy, na podstawie sprawdzenia kosztorysu j. w. pod c) i wykazać jasno i dokładnie, ile przedsiębiorca już pobrał tytułem zaliczek, a ile mu jeszcze pozostaje do wypłacenia; wreszcie zrobić wniosek, czy resztę tę można wypłacić, lub czy należy ją zatrzymać, z powodu braków dostrzeżonych w wykonaniu, które na tem miejscu należy dokładnie opisać i poszczególnić.

Jeżeli przedsiębiorca nie zgadza się z wynikiem kolaudacji i podnosi jakie pretensje, lub czyni jakie zarzuty, to podczas podpisywania protokołu kolaudacji powinien to pisemnie zrobić; potem powinien zażądać kolaudant co do tego opinji kierownika budowy również pisemnej do protokołu, a ostatecznie ją ocenić i postawić własny wniosek.

Gdyby kolaudant zauważył również jakie nieprawidłowości w wykonaniu budowy, może wezwać kierownika do pisemnego tłumaczenia się w protokole kolaudacyjnym, a następnie powinien je ocenić na tej podstawie i na podstawie zbadania na miejscu.

W ogóle, w protokole kolaudacyjnym musi być cała sprawa wykonania budowy, pod względem technicznym, ekonomicznym i administracyjnym tak jasno przedstawioną, ażeby niezachodziła najmniejsza wątpliwość w tych kierunkach.

## 7. Inwentarz budowy.

Spisywanie inwentarza budynku ma wówczas miejsce, jeżeli właściciel sprzedaje, wynajmuje, lub oddaje w używanie cały budynek, lub znaczną część jego na dłuższy szereg lat. Z inwentarza ma właściciel budynku tę korzyść, że po upływie czasu używania lub najmu, uszkodzenie jego własności ponad zwykłą miarę może być odszkodowane; stronę zaś może chronić inwentarz od nieuzasadnionych wymagań właściciela w powyższym kierunku.

Do inwentarza potrzeba przedewszystkiem sporządzić szkic linearny całej realności (rozumie się w miarę potrzeby) i wszystkich piątr budynków, z uwidocznieniem w nich rozkładu izb. Opis zaś inwentaryczny poczynać można albo od piwnicy, a skończyć na strychu, albo przeciwnie; w każdym razie inwentarz ma być dokładny i jasny.

Inwentarz powinien obejmować:

a) Ogólny opis budynku, t. j. czy budynek murowany lub drewniany, ile ma piątr, ile zabudowań podrzędnych, czy ma podwórze, bruki, studnie, oparkanie itp., z podaniem szczegółowego opisu każdego z wymienionych przedmiotów, rozumie się o ile to dostrzec można.

b) Szczegółowy opis wnętrza budynku, w którym kolejno należy zapisać — odnośnie do numerów w szkicu linearnym wpisanych — każdą izbę i przestrzeń budynku, jej przeznaczenie i części jej składowe stałe z budynkiem związane, o ile pod oczy podpadają; a zatem podłogi, ściany, sufit, drzwi, okna, okucia, lakierowania, piece, kuchnie ze szczegółami itp.

Wymiarów lub rozmiarów nie potrzeba do inwentarza, te bowiem należą do planów i kosztorysów; pożądaną jest wszakże rzeczą, ażeby inwentarz zawierał także uwagę, w jakim stanie znajdują się poszczególne przedmioty lub składowe części budynku w inwentarzu spisane, a mianowicie: co do każdej zużytej lub nowej dodać należy czy jest zniszczoną lub nową; a jeżeli są w miernie dobrym stanie, nie robi się żadnej uwagi.

### PRZYKŁAD.

#### Inwentarz

realności pod l. k. . . . . przy ulicy . . . . . l. or.  
 . . . . we Lwowie, należącej do . . . . .  
 a przeznaczonej na pomieszczenie szkoły wydziałowej miejskiej.

## A) Opis ogólny realności.

### Podwórze z zabudowaniami.

#### (Szkic sytuacyjny Nr. I.)

Realność wyżej poszczególniona składa się z nowo postawionego budynku głównego murowanego, dwupiętrowego, zwróconego frontem, architektonicznie wyposażonym, do ulicy. Za budynkiem w tyle znajduje się obszerne podwórze, nowo wybrukowane kostkami kamiennymi, z należytymi ściekami i dwoma wylotami kanałowymi, z żelaznymi kratami i ze studnią nową, zaopatrzoną żelazną pompą.

Całe podwórze jest otoczone nowym parkanem ze słupami, kapturami i podwalinami dębowymi, opierzonym deskami leżącymi miękkimi, w żłobki słupów wsuniętymi.

Na podwórzu stoi nowozbudowana komórka drewniana, z dachem pokrytym tekturą asfaltową; do niej wiodą drzwi jednoskrzydłowe, miękkie, na szpagach<sup>1</sup> dębowych, okute dwonra zawiasami pasowemi z krukami i zamkiem nasadzonym z kluczem i dwoma żelaznymi klamkami.

Strop w komórce ze zwykłych belek i ścielą powalową, od spodu widoczną; jedno okno dwuskrzydłowe małe, pojedyncze, oszklone, okute czterema francuskimi zawiaskami, dwoma nasadzonymi zasuwkami i ośmioma kątownikami.

## B. Budynek główny.

### 1. Piwnice (szkic Nr. II).

*Piwnica l. 1.* Z sionki l. 10, drzwiami, — jednoskrzydłowymi, miękkimi, na otoczniny i wnęki, olakierowanymi na kolor dębowy z fładrowaniem, okutymi trzema francuskimi zawiasami, zamkiem wpuszczonym z kluczem i dwoma żelaznymi klamkami i rozetami, — schodzi się po 20 stopniach kamiennych do piwnicy l. 1.

Tu posadzka ceglana, ściany i sklepienie chropawo wyprawione; jeden otwór mały okienny, z drzewczkami żelaznymi z zameczkiem i kluczem zegarowym.

Stąd wiodą do piwnicy następnej drzwi, jednoskrzydłowe, miękkie na szpagach dębowych, okute dwiema pasowemi zawiasami z krukami, skoblem, kłódką i kluczem.

*Piwnica l. 2.* Posadzka, ściany, sklepienie, dwa okna i drzwi do następnej piwnicy, jak w piwnicy l. 1. opisano.

*Piwnica l. 3. itd.* . . . . .

### 2. Parter (szkic Nr. III).

*Sień główna l. 15.* Z ulicy po trzech stopniach kamiennych wiodą do sieni drzwi dębowe, okazale, na otoczniny i wnęki, opokostowane, z nadedrzwiami łukowem, oszklonem w ramie dębowej i zaopatrzonym ozdobnie wykonaną kratą żelazną, okute . . . . .

*Izba l. 16.* Z sieni tej wiodą drzwi dwuskrzydłowe, na otoczniny i wnęki, z okładzinami szpalet i z obustronnemi opaskami profilowanymi, olakierowane od sieni na kolor dębowy z fładrowaniem, a od wnętrza na kolor perłowy; okute sześcioma francuskimi zawiasami, zamkiem wpuszczonym, z kluczem; z dwoma mosiężnymi klamkami i rozetami i dwoma zasuwkami.

Podłoga zwykła z desek miękkich, we fryzach dębowych; ściany i sufit omalowane jednym patronem.

<sup>1</sup> Szpagami nazywają listwy wsunięte w wycięcie w poprzek desek.

Dwa okna podwójne, czteroskrzydłowe, z ościeniem z drzewa miękkiego, do wnętrza otwierane, oszklone i olakierowane od wnętrza kolorem perłowym, od strony zewnętrznej dębowym z fladrowaniem, każde okute 32ma kątownikami, 20ma zawiasami francuskimi, dwoma parami wpuszczonych zasuwek spanioletowych, dwoma zakrętkami i dwoma zastawkami w oścień wpuszczonemi.

Nad drzwiami umieszczony jest dzwonek elektryczny z drutami przewodzącemi, w ścianie zaś widoczne są drzwiczki żelazne wentylacyjne.

Piec kamienny na nóżkach toczonych, z żelaznemi drzwiczkami lanemi, hermetycznemi, do paleniska podwójnemi i popielnika pojedyncznemi, z rurą dymową z mosiężnemi drzwiczkami wyciorowemi.

Stąd wiodą drzwi . . . . .

## V. Ocena wartości budowli.

### 1. Pogląd ogólny.

Budynek choć zbudowany najlepiej z materiałów najwyborniejszych i celowi najodpowiedniejszych nie trwa wiecznie. Jak wszystko bowiem tak też i wszelkie budowle względnie ich materiał wskutek przeróżnych wpływów, idących z użytkowania, z mechanicznych uszkodzeń i z chemicznych działań, ulegają z biegiem czasu pewnym rozkładom i przeobrażeniom i dochodzą ostatecznie do takiego stanu, w którym już żadne roboty zachowawcze ani odbudowawcze nie prowadzą do celu i nie opłacają się już, a budowla staje się bezwartościową.

Czas poczynszy od wykończenia i oddania budowli do użytku aż do kresu takiego zużycia, nazywa się trwaniem budynku. Długość tego trwania zależy głównie od klimatu, od położenia, przeznaczenia i użycia budynku; od dobroci materiałów budowlanych, od rodzaju konstrukcji, sposobu obchodzenia się z budynkiem i staranności nadzoru domowego.

Z biegiem lat ulega zatem budynek czem raz większemu zużyciu i odwartoszczeniu, które postępuje jednostajnie lub niejednostajnie w miarę, czy materiały w skład budynku wchodzące są jednolite lub różnorodne. Wartość nowego budynku stanowią koszty budowy, a zużywanie się budynku jest stopniowem zmniejszaniem tej jego wartości pierwotnej i daje się wyrazić tą właśnie kwotą, o którą zmniejszyła się wartość nowego budynku. W ten sposób zużycie cyfrą wyrażone i odjęte od kosztów nowej budowy daje resztę, która jest wartością czasową budynku i odpowiada jego danemu wiekowi.

Ponieważ — jak widać — włożony w budowę pierwotny kapitał zanika z biegiem lat i u kresu trwania budynku schodzi ostatecznie

do zera, więc słuszną jest i godziwą rzeczą, by właściciel budowy podczas wyznaczania wysokości czynszu policzył w nim — obok oprocentowania kosztów budowy i wszelkich innych bez wyjątku wydatków rocznych, złączonych z istnieniem budynku w stanie używalności, — także i pewną nieoprocentowaną kwotę  $r$  roczną, mającą za cel zamortyzowanie kosztów budowy, czyli zwrot ich właścicielowi z chwilą, gdy budynek dojdzie do kresu swego trwania i trzeba go nowym zastąpić.

Jeżeli  $K_b$  jest kosztem budowy czyli wartością nowego budynku, a domniemalne trwanie jego wynosi  $N$  lat, to roczne zużycie  $z$ , względnie odwartoszczenie, będące zarazem roczną kwotą amortyzacyjną, będzie

$$z = r = \frac{K_b}{N} \quad 7$$

Zdarza się jednak bardzo często, zwłaszcza w większych miastach zwartych, że właściciel z jakiegokolwiek korzystnego dla siebie powodu nie czeka aż budynek dojdzie do kresu swego trwania  $N$  lat, lecz go zwali weześnie, aby wybudować na tem samym miejscu gmach okazalszy, większy, odpowiadający nowożytnym wymaganiom i rentowniejszy. Z tego powodu trwanie budynku bywa w praktyce wcale znacznie dłuższe od tego okresu czasu, w ciągu którego postanowiono już z góry zamortyzować koszt  $K_b$  budowy odnośnego budynku rocznymi ratami  $r$  na procent składany. Właściciel budynku bowiem idzie tu za utartym zwyczajem, według którego przyjmuje się czas trwania amortyzacji budynków lepszego rodzaju; w zwartych miastach na 120 do 130 lat, w obszarach nizinnych 80 do 100 lat, w górach 60 do 80 lat.

Do obliczenia w ten sposób pojętej amortyzacji kosztów nowej budowy  $K_b$ , trwającej  $n$  zamiast  $N$  lat, gdy  $n < N$ , służy znany wzór rachunku procentu składanego na wyznaczenie końcowej wartości  $K_b$ , urosłej z rat  $r$  składanych na procent  $p$  od procentu przez  $n$  lat z końcem każdego roku, a mianowicie:

$$K_b = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad 8$$

Z wzoru tego wynika na odwrót roczna rata amortyzacyjna

$$r = K_b \cdot \frac{q - 1}{q^n - 1} \quad 9$$

gdzie stopą procentową jest  $q = 1 + \frac{p}{100}$ .

Mając do oceny wartość budynku, który stoi już  $m$  lat, musi oceniiciel przede wszystkim zbadać dokładnie i wyczerpująco w jaki sposób i z jakich materiałów jest zbudowany, jakie ma położenie i w jakich warunkach znajduje się; następnie zapomocą wywiadu, oraz stosownie do innych podobnych budynków starych w pobliżu stojących wysnuć na podstawie wskazówek praktycznych wniosków co do domniemanej ilości  $N$  lat jego trwania, obliczyć w kosztorysie szeregółowym lub przybliżonym (od  $1 m^2$  zabudowanej powierzchni) koszt  $K_b$  nowego budynku po cenach miejscowych istniejących w czasie oceny jego wartości, wyznaczyć zapomocą wzoru 7 zużycie, czyli odwartoszczenie  $Z$  w ciągu jego wieku  $m$  lat obejmującego, według łatwo zrozumiałego wzoru

$$Z = z m = m r = m \frac{K_b}{N} \quad 10$$

i po potrąceniu tego odwartoszczenia  $E$  od kosztów nowego budynku obrać ostatecznie czasową jego wartość

$$W_c = K_b - Z = K_b - m r \quad 11$$

Zresztą pewien pogląd na czasową wartość budynku daje także czysty dochód czynszowy roczny, który to pogląd jest w niektórych wypadkach oceny nawet koniecznym.

Czynsz uiszczany właścicielowi domu przez czynszowników nazywa się czynszem całkowitym, czyli czynszem zeznanym i mieści w sobie obok czystego dochodu także sumę wszelkich wydatków, idących z potrzeby utrzymania budynku w dobrym i używalnym stanie i opłacania obowiązujących podatków.

Po potrąceniu z czynszu całkowitego wszelkich dopuszczalnych wydatków — z wyjątkiem jednak opłat podatkowych — pozostała reszta jest czynszem sprostowanym.

W razie potrącenia z czynszu całkowitego wszelkich bez wyjątku dopuszczalnych wydatków wraz z podatkami, pozostała reszta jest czystym dochodem.

#### Podatki w b. Galicji.

Budynki, które przynoszą dochód w monecie brzączącej, lub które oddano do użycia wolnego osobom trzecim jako wynagrodzenie *in natura* w zamian za wykonywaną pracę, podlegają podatkowi domowo czynszowemu, o ile leżą w obrębie miast: Lwów, Kraków, Brody.

We wszystkich innych tu niewymienionych miejscowościach obowiązuje podatek domowo klasowy.

Podatek domowo czynszowy istnieje w trzech stopniach.

#### A. Podatek pełny, obejmujący:

a) podatek państwowy, wynoszący  $26\frac{2}{3}\%$  od sprostowanego czynszu po odjęciu od niego  $15\%$  na utrzymanie budynku (zob. uwagę końcową pod C);

b) dodatek krajowy  $20\%$  i miastowy  $21\%$  od podatku państwowego pod a);

c) podatek szkolny 9·25% i dodatek wojskowy 0·1% od sprostowanego czynszu.

Wszystko to zredukowane do sprostowanego czynszu czyni razem ogólny wydatek, wynoszący 41·3099% od sprostowanego czynszu.

#### B. Uwolnienie od podatku na 12 lat:

Ta ulga podatkowa odnosi się do wszystkich nowych budowli, dobudówek, przebudówek, i polega na tem, że podatek państwowy pod A. a) nieobowiązuje, natomiast trzeba opłacać wszystkie dodatki podatkowe pod A. b) i A. c) poszczególnione w wysokości tam określonej, a mianowicie:

a) dodatek krajowy 20% i miastowy 21% od pomyślanego (idealnego) podatku państwowego;

b) podatek szkolny 9·25% i dodatek wojskowy 0·1% od sprostowanego czynszu;

c) podatek dochodowy 5% od sprostowanego czynszu po odjęciu od niego 15% na utrzymanie budynku.

Wszystko to razem w odniesieniu do sprostowanego czynszu wynosi 22·8933%.

#### C. Uwolnienie od podatku na 18 do 20 lat:

Ulga tu przyznana wyklucza podatek państwowy, krajowy i miastowy; obowiązuje zatem jedynie:

a) podatek szkolny 9·25% i wojskowy 0·1% od sprostowanego czynszu:

b) podatek dochodowy 5% od sprostowanego czynszu po odjęciu od niego 15% na utrzymanie budynku;

c) dodatek krajowy 25% od podatku dochodowego pod b);

d) dodatek miastowy 21% od podatku dochodowego pod b).

Wszystko to razem odniesione do sprostowanego czynszu wynosi 15·555%.

Uwaga. Ustawa z 10. sierpnia 1905, Dz. u. p. Nr. 133 (cz. Ll) dopuszcza w szeregu lat od r. 1906 do 1920 włącznie stopniowe coroczne obniżenie podatku państwowego pod A. a) z 26 $\frac{2}{3}$ % na 26% począwszy z rokiem 1906, aż do 20% w r. 1920 w Krakowie.

Miarą oceny wartości budynku nie są wyłącznie rozmiary, lecz także racjonalność i celowość układu jego wnętrza, położenie, stan, koszt utrzymania, wielkość czynszu, podatków i innych opłat, oraz warunki miejscowe.

Kto więc przeprowadza ocenę wartości budowli, musi oprócz wielkiego i wielostronnego uzdolnienia zawodowego posiadać przeorność, oględność i sumienność, gdyż chodzi tu zawsze o bardzo ważne interesy pieniężne.

Obowiązkiem oceniciela w ogóle jest bezwarunkowo bezstronne, rzetelne i sprawiedliwe postępowanie w wyszukaniu, zastosowaniu i zestawieniu wszelkich szczegółów, wpływających na wartość przedmiotu oceny, oraz wszelkich miarodajnych pod tym względem okoliczności; a w imię moralności, sprawiedliwości i sumienia nie powinien dać się powodować żadnymi uczuciami przyjaźni lub niechęci, ani litością, ani darami, obietnicami, nadziejami lub ja-



kimkolwiek korzyściami do zejścia z drogi obowiązku, lecz ocenę przeprowadzić zawsze tylko według swej najlepszej wiedzy i woli.

Zależnie od celu oceny wartości budynku w danym okresie jego trwania czyli wieku, odróżniamy ocenę wartości asekuracyjnej i wartości hipotecznej budynku.

## 2. Ocena wartości asekuracyjnej budynku.

Ponieważ towarzystwa asekuracyjne zwracają tylko tę wartość budynku, którą miał w swoim bezpośrednim stanie przed pożarem, więc zadanie oceniciela ogranicza się tylko do obliczenia w sposób ściśle zawodowy i prawidłowy kosztów nowej budowy domu spalonego według cen miejscowych istniejących w czasie oceny, oraz do odjęcia od tych kosztów części ich już zamortyzowanej wskutek zużycia wiekiem dotychczasowym.

W szczególności czynność tego rodzaju oceny rozpada na 3 części:

a) Ustalenie według możności dokładne rozmiarów przedmiotu oceny i obliczenie wymiarów po sporządzeniu szkiców;

b) Obliczenie wartości nowego budynku z uwzględnieniem stosunków i cen miejscowych istniejących;

c) Wyznaczenie wartości zużycia czyli odwartoszczenia, która musi równać się zamortyzowanej już części kosztów nowej budowy.

Czynności pod a) a osobliwie pod b) przeprowadza się sposobem szczegółowym, albo przybliżonym, jak to wyżej w rozdz. III., poddz. 7., względnie 8., bliżej określono.

Do obliczenia zużycia pod c) istnieje około dziewięć różnych metod, które dają bardzo znacznie różniące się wartości. Według doświadczeń porobionych przez wybitnych znawców technicznych, najprostszą i najwięcej odpowiadającą istotnemu stanowi rzeczy jest następująca niżej metoda proporcjonalności, którą D. V. Junk przyjął w podręczniku swoim „Wiener Bauratgeber“ i uzupełnił nadto własnymi poglądami.

Jeżeli  $N$  jest ilość lat całkowitego trwania budynku,  $m_1$  pewna ilość lat w okresie tego trwania, czyli wiek budynku,  $m_2$  wiek przyszły budynku,  $K_b$  koszt nowego budynku,  $Z$  zużycie czyli odwartoszczenie, odpowiadające wiekowi  $m_1$  lat budynku,  $W_c$  wartość czasowa ze względu na przyszłe trwanie przez  $m_2$  lat budynku, to będzie

$$m_1 = \frac{N Z}{K_b} \quad 12$$

$$Z = m_1 \frac{K_b}{N} \quad 13$$

$$m_2 = \frac{N W_c}{K_b} \quad 14$$

$$W_c = K_b - Z = m_2 \frac{K_b}{N} \quad 15$$

$$m_1 + m_2 = N \quad 16$$

Trwanie domów mieszkalnych, o miernej jakości wykonania przyjmuje się w ogóle na 100 do 120 lat; koszt utrzymania na 1 do 1·5<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, a amortyzacja 1·25 do 1<sup>0</sup>/<sub>0</sub> kosztów nowej budowy  $K_b$ .

Budynki dobrze zbudowane z materiału doborowego, z ochroną od wilgoci gruntowej, stojące na silnym gruncie, trwają 150 do 200 lat, koszt utrzymania wynoszą 0·75 do 0·67<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, a amortyzacja 0·9 do 0·85<sup>0</sup>/<sub>0</sub> kosztów nowej budowy  $K_b$ .

Prosty rachunek procentowy wykazuje, że ekonomicznie jest stawiać budynki gospodarskie konstrukcji lepszej, a zatem tańsze.

Budynki o ścianach ryglowych, jako mieszkania, magazyny i stajnie dla drobiu, trwają 80 lat, a koszt utrzymania wynoszą 1<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, — jako stodoły trwają 80 lat z kosztami utrzymania 1·4<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, — jako stajnie dla koni i bydła, oweznarnie, trwają 70 lat z kosztami utrzymania 1·5<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, jako chlewy trwają 50 lat z kosztami 2·2<sup>0</sup>/<sub>0</sub> kosztów budowy  $K_b$ .

Jeżeli budynki są zawsze jednostajnie dobrze utrzymywane, to stopień zużycia ich nie jest w tym samym stosunku, jak wiek budynku do jego trwania; dla tego też wartości w tym wypadku obliczone z wzoru 13. na  $Z$  należy brać z następującymi współczynnikami:

dla wieku od	0	do	4 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	trwania budowy $N$	. . . . .	$\frac{9}{8} Z$
"	"	"	5	"	"	$\frac{9}{10} Z$
"	"	"	11	"	"	$\frac{6}{7} Z$
"	"	"	21	"	"	$\frac{5}{6} Z$
"	"	"	31	"	"	$\frac{4}{5} Z$
"	"	"	41	"	"	$\frac{3}{4} Z$
"	"	"	71	"	"	$\frac{1}{1} Z$
"	"	"	81	"	"	$\frac{2}{3} Z$
"	"	"	91	"	"	$\frac{1}{1} Z$

Te współczynniki stosują się także do  $Z$  obliczonego w tabelicy niżej umieszczonej pod założeniem tem samym, że utrzymanie budowli jest należyte; w przeciwnym bowiem razie zwiększają się rzezone współczynniki aż do podwójnej swej wartości.

Oznaczenie wysokości tych współczynników w każdym razie należy do oceniciela.

Zawarte w tabelicy niżej przedstawionej przeciętne roczne koszty utrzymania budynku  $U$  w procentach od kosztów budowy  $K_b$ , w rzeczywistości nie rozdzielają się jednak na wszystkie lata trwania budowy, tylko w ten sposób, że

dla wieku od 0 do	10%	trwania budowy $N$ wypada . . .	$\frac{1}{4} U$
" " " 11 "	25%	" " " . . .	$\frac{1}{3} U$
" " " 26 "	40%	" " " . . .	$\frac{1}{2} U$
" " " 41 "	60%	" " " . . .	$\frac{1}{1} U$
" " " 61 "	80%	" " " . . .	$\frac{3}{4} U$
" " " 81 "	100%	" " " . . .	$\frac{7}{4} U$

Ocena wartości budynku dla celów asekuracji ma zwyczajnie ważność na przeciąg jednego roku; wszakże dla ubezpieczeń na okres czasu wieloletni ważność ocenionej wartości budynku nie powinna nigdy trwać dłużej, niż pięć lat.

D. V. Junk w jednym z przedwojennych wydań swego podręcznika „Wiener Bauratgeber“ zestawił przeciętne na doświadczeniu oparte cenne daty co do kosztów budowli od 1 m<sup>2</sup> zabudowanej powierzchni, co do trwania, odwartosczenia czyli zużycia i kosztów utrzymania budowli w następującej tabelicy.

Tablica I.

Koszt, czas trwania, zużycie i utrzymanie budynków i maszyn.

Przedmiot i jakość budowli	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania budowy w latach	Odwartosczenie czyli zużycie (amortyzacja) coroczne w procentach od $K_b$	Utrzymanie coroczne w procentach od $K_b$
	parteru	każdego piętra			
	$K_b$				
<b>A. Domy mieszkalne.</b>					
Dom mieszkalny lepszej jakości, murowany z kamienia i cegły:					
a) w zwartych miastach z dachem ognioodpornym . . . . .	180	85	250	0·4	0·266
b) w okolicach nizinnych z dachem jak pod a) . . . . .	120	60	200	0·5	0·375
c) w górach z dachem nieognioodpornym . . . . .	105	45	160	0·625	0·5

Przedmiot i jakość budowl	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania budowy w latach	Odwartożenie czyli zużycie (amortyzacja) coroczne w procentach od K <sub>6</sub>	Utrzymanie coroczne w procentach od K <sub>6</sub>
	parteru	każdego piętra			
	K <sub>6</sub>				
Dom średniej jakości, murowany j. w.:					
a) w zwartych miastach z dachem ogniotrwałym . . . . .	110	60	200	0·5	0·332
b) w okolicach nizinnych z dachem ogniotrwałym . . . . .	105	45	160	0·625	0·468
c) w górach z dachem nieogniotrwałym . . . . .	72	29	120	0·833	0·666
Dom zwyczajnej jakości, murowany j. w.:					
a) w zwartych miastach z dachem ogniotrwałym . . . . .	105	45	150	0·666	0·444
b) w okolicach nizinnych z dachem nieogniotrwałym . . . . .	72	29	100	1·0	0·75
c) w górach z dachem nieogniotrwałym . . . . .	48	24	80	1·25	1·0
d) w górach mieszany, t. j. drzewo i mur, z dachem nieogniotrwałym . . . . .	36	19	70	1·43	1·192
Kasarnie dla robotników:					
a) murowane, z dachem ogniotrwałym . . . . .	38	19	60	1·666	1·25
b) mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	26	14	40	2·5	2·0
c) drewniane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	17	10	25	4·0	3·333
Domy wiejskie, z przybudowaniami stajniami, komorami, lub stodołami:					
a) murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	34	24	100	1·0	0·8
b) mieszane, z dachem nieogniotrwałym . . . . .	24	14	70	1·43	1·0
c) drewniane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	14	10	50	2·0	1·5
<b>B. Budynki gospodarskie.</b>					
Stajnie dla koni i bydła:					
a) murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	48	24	150	0·666	0·4
b) mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	36	19	120	0·833	0·58

Przedmiot i jakość budowli	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania budowy w latach	Odwartożenie czyli zużycie (amor- tyzacja) coroczne w procentach od K <sub>6</sub>	Utrzymanie coroczne w procentach od K <sub>6</sub>
	parteru	każdego piętra			
	K <sub>6</sub>				
c) drewniane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	24	14	70	1.43	1.1
Owczarnie:					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	43	.	140	0.715	0.45
b) mieszane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	34	.	80	1.25	0.9
Chlewy:					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	36	.	100	1.0	0.75
b) mieszane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	26	.	60	1.666	1.25
Kurniki dla robiu:					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	38	19	170	0.588	0.4
trwałym . . . . .	29	17	110	0.909	0.65
Rzeźnie:					
a) w miastach, murowane z da- chem ogniotrwałym . . . . .	46	.	100	1.0	0.6
b) na wsi, mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	31	.	70	1.43	0.97
Pralnie, murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	36	14	90	1.111	0.5
Mleczarnie i dojnie murowane z dachem nieogniotrwałym . . .	41	17	120	0.833	0.45
Piekarnie, suszarnie owoców itp. murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	50	.	80	1.25	0.7
Zabudowanie dla wag pomosto- wych, murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	120	.	40	2.5	0.3
Stodoły z młocarniami:					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	38	19	160	0.625	0.5
b) mieszane z dachem ognio- trwałym . . . . .	26	.	100	1.0	0.75
c) drewniane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	14	.	75	1.333	1.0

Przedmiot i jakość budowli	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania budowy w latach	Odwartożenie czyli zużycie (amorty- zacja) coroczne w procentach od K <sub>0</sub>	Utrzymanie coroczne w procentach od K <sub>0</sub>
	parteru	każdego piętra			
	K <sub>0</sub>		N	Z	U
Stodoły i zamknięte szopy na skład drzewa, słomy, siana, mie- rzwy itp.:					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	29	19	150	0.666	0.55
b) mieszane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	19	.	85	1.176	0.95
c) drewniane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	12	.	50	2.0	1.33
Wozownie i szopy otwarte:					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	24	14	100	1.0	0.6
b) drewniane, z dachem nieognio- trwałym . . . . .	10	.	30	3.333	2.5
Magazyny na zboże i mąkę:					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	60	36	140	0.715	0.5
b) mieszane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	36	22	90	1.111	0.8
Zabudowania roślinne i szklarnie w ogrodach:					
a) murowane z dachem oszklonym ogniotrwałym . . . . .	41	.	60	1.666	1.0
b) mieszane z dachem oszklonym nieogniotrwałym . . . . .	34	.	40	2.5	1.8
Wychodki wolno stojące:					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	36	.	100	1.0	0.6
b) mieszane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	29	.	60	1.666	1.25
c) drewniane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	19	.	30	3.333	2.5
Kanalizacja . . . . .	.	.	100	1.0	0.33
Mosty na gościńcach:					
a) murowane . . . . .	105	.	75	1.333	1.0
b) drewniane . . . . .	36	.	40	2.5	2.0
Mosty dla pieszych drewniane .	17	.	50	2.0	2.0
Ogrodzenia od 1 m:					
a) murowane . . . . .	29	.	200	0.5	0.5
b) żelazne . . . . .	33	.	80	1.25	1.0
c) drewniane . . . . .	7	.	15	6.666	3.0

Przedmiot i jakość budowli	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania budowy w latach	Odwartożenie czyli zużycie (amortyzacja) coroczne w procentach od K <sub>6</sub>	Utrzymanie coroczne w procentach od K <sub>6</sub>
	parteru	każdego piętra			
	K <sub>6</sub>				
Wodociągi drewniane . . . . .	.	.	4	25.0	.
" ołowiane . . . . .	.	.	100	1.0	0.1
" kamionkowe . . . . .	.	.	120	0.83	.
" żelazne . . . . .	.	.	80	1.25	.
<b>C. Zabudowania przemysłowe.</b>					
Zakład apretury dla materyj wełnianych:					
a) murowany z dachem ogniotrwałym . . . . .	43	24	60	1.666	1.2
b) mieszany z dachem nieogniotrwałym . . . . .	29	17	40	2.5	2.0
Zakład apretury dla materyj białych:					
a) murowany z dachem ogniotrwałym . . . . .	48	29	50	2.0	1.83
b) mieszany z dachem nieogniotrwałym . . . . .	34	22	20	5.0	3.0
Fabryka wstążek:					
a) murowana z dachem ogniotrwałym . . . . .	53	29	100	1.0	0.8
b) mieszana z dachem nieogniotrwałym . . . . .	36	19	70	1.43	1.0
Fabryka towarów włazanych:					
a) murowana z dachem ogniotrwałym . . . . .	34	19	90	1.111	0.9
b) mieszana z dachem nieogniotrwałym . . . . .	24	14	60	1.666	1.0
Bielarnie (plócien):					
a) murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	41	.	50	2.0	2.0
b) mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	29	.	35	2.857	2.9
c) drewniane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	17	.	20	5.0	6.0
Gorzelnie:					
a) murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	31	.	75	1.333	0.8
b) mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	24	.	50	2.0	1.2

Przedmiot i jakość budowl	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania, budowy w latach	Odwartożenie czyli zużycie (amortyzacja) coroczne w procentach od K <sub>0</sub>	Utrzymanie coroczne w procentach od K <sub>0</sub>
	parteru	każdego piętra			
	K <sub>0</sub>				
<b>Brówar:</b>					
a) słodownia murowana z dachem ogniotrwałym . . . . .	48	29	100	1·0	0·5
b) chłodzarnia mieszana z dachem nieogniotrwałym . . . . .	34	.	60	1·666	1·3
c) piwnica murowana z dachem nieogniotrwałym . . . . .	74	.	300	0·333	0·15
Fabryka brykietów . . . . .	25	.	80	1·25	0·7
Drukarnia murowana z dachem ogniotrwałym . . . . .	41	26	100	1·0	0·65
Fabryka cerezyny . . . . .	25	.	150	0·67	0·75
<b>Fabryki chemiczne:</b>					
a) murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	48	26	60	1·666	1·5
b) mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	36	22	40	2·5	2·5
Fabryka wazeliny . . . . .	32	.	80	1·25	1·0
Fabryka cykorji lub czekolady, murowana z dachem ogniotrwałym . . . . .	33	22	80	1·25	0·75
Fabryka papy dachowej . . . . .	22	11	40	2·5	1·33
<b>Kominy wysokie fabryczne od 1 m średnicy w świetle i 1 m wysokości:</b>					
a) murowane . . . . .	.	240	100	1·0	0·05
b) blaszane . . . . .	.	132	30	3·333	0·1
Wałkownia . . . . .	23	.	80	1·25	0·9
Drućnia murowana z dachem ogniotrwałym . . . . .	19	.	80	1·25	0·58
<b>Fabryka druków czyli odcisków:</b>					
a) murowana z dachem ogniotrwałym . . . . .	46	24	100	1·0	0·8
b) mieszana z dachem nieogniotrwałym . . . . .	36	22	70	1·43	1·1
<b>Huty żelazne, wałkownie, lejarnie:</b>					
a) murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	24	.	80	1·25	0·9
b) mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	19	.	50	2·0	1·3



Przedmiot i jakość budowli	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania budowy w latach	Odwartożenie czyli zużycie (amorty- zacja) coroczne w procentach od K <sub>0</sub>	Utrzymanie coroczne w procentach od K <sub>0</sub>
	parteru	każdego piętra			
	K <sub>0</sub>				
Elektrownia . . . . .	52	.	120	0·83	0·65
Fabryka mebli żelaznych mu- rowana z dachem ogniotrwałym	34	19	65	1·539	1·0
Fabryka lodu . . . . .	24	.	40	2·5	2·5
Fabryka octu, mieszana z da- chem nieogniotrwałym . . . . .	24	.	40	2·5	2·0
Fabryka farb:					
<i>a)</i> murowana z dachem ognio- trwałym . . . . .	29	.	70	1·43	0·85
<i>b)</i> mieszana z dachem nieognio- trwałym . . . . .	22	.	45	2·222	1·5
Farbiarnie:					
<i>a)</i> murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	36	.	50	2·0	1·5
<i>b)</i> mieszane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	24	.	30	3·333	2·0
Fabryka beczek . . . . .	35	21	40	2·5	1·5
Fabryka furnierów, mieszana z dachem nieogniotrwałym . . . . .	26	17	80	1·25	0·75
Garbarnie murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	31	.	70	1·43	1·0
Gazownie:					
<i>a)</i> zabudowanie dla retort, muro- wane z dachem ogniotrwałym . . . . .	19	.	60	1·67	0·4
<i>b)</i> zbiornik gazowy murowany z dachem ogniotrwałym . . . . .	36	.	40	2·5	0·25
Lejarnie dzwonów, murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	17	.	80	1·25	0·6
Fabryki i wypalnice naczyń z porcelany i gliny, muro- wane z dachem ogniotrwałym . . . . .	43	26	60	1·666	0·95
Cegielnia z piecem kręgowym	98	12	50	2·0	1·3
Cegielnia z piecem polowym	35	6	25	4·0	1·0
Huty szklane:					
<i>a)</i> murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	29	17	50	2·0	1·0
<i>b)</i> mieszane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	19	12	30	3·333	1·5

Przedmiot i jakość budowli	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania budowy w latach	Odwartożenie czyli zużycie (amortyzacja) coroczne w procentach od K <sub>6</sub>	Utrzymanie coroczne w procentach od K <sub>6</sub>
	parteru	każdego piętra			
	K <sub>6</sub>				
Fabryki gumy i kauczuku:					
a) murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	48	29	100	1·0	0·5
b) mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	36	22	70	1·43	0·7
Fabryka żywicy . . . . .	30	.	40	2·5	2·0
Fabryki dla wyrobów z materji drzewnej, mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	24	.	50	2·0	1·5
Fabryki mebli drewnianych, mieszane z dachem ogniotrwałym . . . . .	19	12	80	1·25	0·6
Zakład impregnacyjny . . . . .	41	.	100	1·0	0·5
Fabryki instrumentów fizycznych, muzycznych albo chirurgicznych, murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	38	24	80	1·25	0·56
Fabryka zegarów . . . . .	37	21	60	1·67	1·10
Wypalnie wapna, fabryki cementu, mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	24	14	60	1·666	1·0
Fabryka cementu ogniotrwała . . . . .	42	.	80	1·25	1·0
Mydlarnie i wyrobnie świec, mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	36	22	40	2·5	2·0
Fabryka waty . . . . .	46	28	60	1·67	1·1
Fabryki sztucznej wełny:					
a) murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	43	26	80	1·25	0·75
b) mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	34	19	60	1·666	1·0
Fabryki laku murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	29	.	70	1·43	0·8
Lakiernie murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	36	.	60	1·666	0·67
Fabryki lamp, mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	26	22	50	2·0	0·8
Fabryka kleju . . . . .	25	12	50	2·0	1·0

Przedmiot i jakość budowli	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania budowy w latach	Odwartożenie czyli zużycie (amor- tyzacja) coroczne w procentach od K <sub>0</sub>	Utrzymanie coroczne w procentach od K <sub>0</sub>
	parteru	każdego piętra			
	K <sub>0</sub>		N	Z	U
<b>Młyny i krupiarnie:</b>					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	29	17	100	1·0	0·5
b) mieszane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	22	12	75	1·333	0·75
<b>Fabryki maszyn:</b>					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	24	.	100	1·0	0·4
b) mieszane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	17	.	80	1·25	0·65
Fabryka narzędzi . . . . .	35	17	70	1·43	1·2
<b>Olejnie, rafinerje olejów:</b>					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	26	.	80	1·25	1·0
b) mieszane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	19	.	50	2·0	1·5
<b>Papiernie:</b>					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	29	17	60	1·666	0·9
b) mieszane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	22	12	40	2·5	1·3
Fabryka celulozy . . . . .	35	29	50	2·0	1·5
<b>Fabryki parkietów:</b>					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	26	17	70	1·43	0·7
b) mieszane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	22	12	50	2·0	1·0
Fabryki parafiny, oleju skal- nego i fotogenu, murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	31	.	50	2·0	0·7
Warzelnie potasu i saletry, murowane z dachem ogniotrwałym	26	.	30	3·333	2·0
Fabryka prochu . . . . .	28	.	20	5·0	2·0
<b>Tartaki:</b>					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	43	.	50	2·0	0·5
b) mieszane z dachem ognio- trwałym . . . . .	36	.	40	2·5	0·75
c) drewniane z dachem nieognio- trwałym . . . . .	24	.	25	4·0	1·0

Przedmiot i jakość budowli	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania budowy w latach	Odwartożenie czyli zużycie (amortyzacja) coroczne w procentach od K <sub>6</sub>	Utrzymanie coroczne w procentach od K <sub>6</sub>
	parteru	każdego piętra			
	K <sub>6</sub>	N			
Fabryka szamoty . . . . .	35	.	50	2.0	0.9
Jedwabiarnie, murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	38	22	80	1.25	0.6
Założenie Shedowe, murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	58	.	65	1.539	1.0
Fabryki zwierciadeł, jak poprzednie . . . . .	29	.	100	1.0	0.4
Przędzalnie:					
a) murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	48	29	60	1.666	1.0
b) mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	36	24	45	2.222	1.5
Fabryki spirytusu, murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	38	22	50	2.0	1.2
Fabryki spodjum, jak poprzednie . . . . .	34	.	20	5.0	5.0
Fabryki krochmalu, murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	29	.	40	2.5	1.25
Fabryka tapet . . . . .	29	16	60	1.67	0.9
Fabryki dywanów, jak poprzednie . . . . .	43	24	60	1.666	1.0
Teatr wraz ze stałym urządzeniem wewnętrznym:					
a) murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	142	58	100	1.0	1.0
b) mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	132	48	60	1.666	1.5
Fabryki mazi, cerezyny i asfaltu, mieszane z dachem ogniotrwałym . . . . .	31	.	150	0.666	0.7
Stolarnie, mieszane z dachem ogniotrwałym . . . . .	36	24	50	2.0	1.4
Fabryka wozów i wagonów . . . . .	41	21	60	1.67	1.25
Fabryki sukna i materij wełnianych, murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	41	29	60	1.666	1.5
Fabryki tiulu itp. lekkich materij, murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	43	26	80	1.25	1.0

Przedmiot i jakość budowli	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania budowy w latach	Odwartoszczenie czyli zużycie (amor- tyzacja) coroczne w procentach od K <sub>6</sub>	Utrzymanie coroczne w procentach od K <sub>6</sub>
	parteru	każdego piętra			
	K <sub>6</sub>				
Fabryki płótna woskowa- nego, mieszane z dachem ognio- trwałym . . . . .	22	.	45	2.222	1.5
Tkalnie murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	41	26	75	1.333	1.0
Cukrownie murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	58	31	50	2.0	1.5
Fabryki nici murowane z da- chem ogniotrwałym . . . . .	43	24	70	1.43	1.0
<b>D. Zabudowania kolejowe.</b>					
Dworzec kolejowy murowany z dachem ogniotrwałym:					
a) na stacjach głównych . . . . .	132	84	100	1.0	0.83
b) na stacjach pośrednich . . . . .	98	70	90	1.111	0.75
c) na przystankach . . . . .	72	48	80	1.25	0.7
Dom mieszkalny . . . . .	115	70	100	1.0	0.83
Werandy żelazne z dachem ogniotrwałym . . . . .	60	.	150	0.666	0.4
Domek strażniczy . . . . .	55	.	50	2.0	1.33
Wychodki osobno stojące:					
a) dla podróżnych, murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	53	.	60	1.666	0.8
b) dla robotników, mieszane z da- chem ogniotrwałym . . . . .	34	.	40	2.5	1.2
Śmieciarki mieszane z dachem nieogniotrwałym . . . . .	10	.	20	5.0	1.0
Magazyny towarowe:					
a) murowane z dachem ognio- trwałym . . . . .	89	.	80	1.25	0.5
b) mieszane z dachem ognio- trwałym . . . . .	58	.	65	1.583	0.65
c) drewniane z dachem ognio- trwałym . . . . .	43	.	50	2.0	0.9

Przedmiot i jakość budowli	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania budowy w latach	Odwartośczenie czyli zużycie (amortyzacja) coroczne w procentach od K <sub>z</sub>	Utrzymanie coroczne w procentach od K <sub>z</sub>
	parteru	każdego piętra			
	K <sub>z</sub>				
Ładownice od 1 m, murowane . . . . .	96	.	200	0·5	0·05
Szopy na węgle drewniane z dachem ogniotrwałym . . . . .	26	.	40	2·5	1·0
Waga pomostowa mieszana z dachem ogniotrwałym po odjedynki . . . . .	7200	.	100	1·0	0·3
Budynek dla zbiorników wodnych, murowany z dachem ogniotrwałym, od zbiornika po . . . . .	6480	.	120	0·83	0·5
Żuraw wodny murowany z dachem ogniotrwałym od jedynki po . . . . .	1800	.	200	0·5	0·08
Jamy opróżne murowane od jedynki . . . . .	2880	.	250	0·4	0·05
Remizy dla lokomotyw, od jednego stanowiska:					
a) murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	8640	.	80	1·25	0·5
b) mieszane z dachem ogniotrwałym . . . . .	7200	.	40	2·5	0·75
Remizy dla wagonów:					
a) murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	50	.	125	0·8	0·4
b) mieszane z dachem ogniotrwałym . . . . .	38	.	80	1·25	0·6
c) drewniane z dachem ogniotrwałym . . . . .	29	.	50	2·0	1·0
Zabudowanie warsztatowe murowane z dachem ogniotrwałym dla lokomotyw i wagonów . . . . .	60	.	75	1·333	1·0
Składy kolejowe murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	72	.	60	1·666	1·25
Obrotnice od 1 m średnicy, murowane z dachem ogniotrwałym . . . . .	900	.	100	1·0	0·1

Przedmiot i jakość budowli	Koszt w koronach nowej budowy od 1 m <sup>2</sup> zabudowanej powierzchni		Czas całkowity trwania budowy w latach	Odwartosczenie czyli zużycie (amortyzacja) coroczne w procentach od K <sub>6</sub>	Utrzymanie coroczne w procentach od K <sub>6</sub>
	parteru	każdego piętra			
	K <sub>6</sub>		N	Z	U
<b>E. Maszyny.</b>					
Koła wodne:					
a) drewniane wyłącznie . . . . .	.	.	20	5·0	1·0
b) drewniane i żelazne . . . . .	.	.	40	2·5	0·5
c) żelazne . . . . .	.	.	60	1·666	0·25
Turbiny . . . . .	.	.	50	2·0	0·5
Kotły parowe . . . . .	.	.	12	8·333	1·5
Maszyny parowe . . . . .	.	.	40	2·5	1·0
Lokomobile . . . . .	.	.	25	4·0	2·5
Przenośnie (transmisje) . . . . .	.	.	50	2·0	1·0
Rzemienie . . . . .	.	.	5	20·0	40·0
Pasy . . . . .	.	.	4	25·0	50·0
Przewody rurowe . . . . .	.	.	75	1·333	1·0
Maszyny robocze:					
a) dla obróbki drzewa . . . . .	.	.	15	6·666	4·0
b) " " żelaza . . . . .	.	.	33	3·0	2·0
c) " " innych metali . . . . .	.	.	20	5·0	2·0
d) " przędzalni i tkalni . . . . .	.	.	25	4·0	3·0
e) " apretury, bielenia i farbowania . . . . .	.	.	17	5·882	4·0
f) dla papierni . . . . .	.	.	20	5·0	4·0
g) " drukarni . . . . .	.	.	40	2·5	1·5
h) " artykułów chemicznych . . . . .	.	.	16	6·25	5·0
i) " młynarstwa . . . . .	.	.	24	4·166	3·0
j) " browarstwa i gorzelnictwa . . . . .	.	.	25	4·0	3·0
k) " celów gospodarstwa . . . . .	.	.	10	10·0	5·0
l) " fabrykacji celulozy . . . . .	.	.	15	6·67	6·0
ł) " cukrowni . . . . .	.	.	5	20·0	10·0
m) " gazowni . . . . .	.	.	18	5·5	3·0
n) " narzędzi i rekwizytów . . . . .	.	.	5	20·0	10·0

Uwaga. Jeżeli wartość zużycia Z budowli, czyli amortyzacja dojdzie do 65% kosztów K<sub>6</sub> nowej budowy, to przeprowadza się zupełną rekonstrukcję budowli, wskutek której wartość jej podniesie się prawie do kosztów K<sub>6</sub> nowej budowy.

Tablica II.

Czas trwania, zużycie i utrzymanie roczne krycia dachów.

Krycie dachu	Trwanie krycia lat	Roczne	
		zużycie	utrzymanie
		w procentach od kosztów krycia	
Blachę miedzianą . . . . .	300	0·33	0·20
Blachę cynkową . . . . .	60	1·66	1·00
Blachę żelazną pocynkowaną . . . . .	30 do 40	3·33 do 2·50	.
Blachę żelazną czarną . . . . .	20 do 30	5·00 do 3·33	0·50
Łupkiem . . . . .	200	0·50	0·50
Gąsiorkami . . . . .	80	1·25	0·80
Dachówką żłobkową . . . . .	80	1·25	0·80
Karpiówką . . . . .	50	2·00	1·20
Dachówką cementową . . . . .	50	2·00	1·20
Papą asfaltową . . . . .	20	5·00	3·00
Cementem drzewnym . . . . .	50	2·00	0·00
Gontami . . . . .	20	5·00	.
Gontami drobnymi . . . . .	15	6·66	.
Słomą . . . . .	15	6·66	.
Trzcina . . . . .	10	10·00	.
Deskami . . . . .	10	10·00	.

Roczne utrzymanie krycia cementem drzewnym nie wymaga prawie żadnych kosztów, a po upływie czasu trwania zużycie materiału wynosi w najgorszym razie 30% kosztów krycia.

Krycie papą asfaltową, gontami, słomą, trzcina, deskami, jako złożone z materiału jednolitego pozostaje w dobrym stanie przez czas właściwego sobie trwania i nie wymaga żadnych prawie kosztów utrzymania; poczem jednak psuje się równocześnie tak, że trzeba je całe odnowić.

W ocenie wartości dachów należy oceniać osobno krycie, a osobno więźbę dachu.

Drewniana więźba dachu trwa około 150 lat.



### 3. Ocena wartości hipotecznej budynku.

Ocena wartości realności, względnie budowli w sprawach hipoteki, ksiąg gruntowych lub kupna obejmuje ocenę czasowej wartości budowlanej budynku, z doliezeniem jednakże wartości gruntu budowlanego i wszelkich innych gruntów w skład realności wchodzących, oraz ocenę dochodowej wartości budynku na podstawie czystego dochodu rocznego, jaki pozostaje właścicielowi po pokryciu wszelkich niezbędnych wydatków.

Wartość zatem hipoteczna  $W_h$  budynku, względnie realności jest średnią arytmetyczną z czasowej wartości budowlanej  $W_b$  i z wartości dochodowej  $W_d$ , jak to zresztą wyraża wzór

$$W_h = \frac{W_b + W_d}{2} \quad 16a$$

Czasowa wartość budowlana  $W_b$  wyznacza się w sposób wyżej w poddziale 2 (str. 941) dla celów asekuracji szczegółowo przedstawiony; a więc oblicza się najpierw koszt nowego budynku po cenach bieżących, następnie zużycie zwyczajne w sposób poprzednio wskazany, oraz zużycie nadzwyczajne zapomocą kosztorysu na usunięcie widocznych braków, a stąd wreszcie czasową wartość budowlaną z doliezeniem wartości przynależnych gruntów.

Wszakże w ocenie wartości gruntów należy uwzględnić wszelkie ich korzystne i niekorzystne warunki, a mianowicie: położenie, dobroć i własność gleby pod względem geologicznym i wysokościowym, panujący kierunek wiatrów, sposób otoczenia itp.

Wyznaczenie rocznego czystego dochodu z budynku na podstawie zeznanego w urzędzie podatkowym całkowitego czynszu  $C$ ; można tu zresztą oprzeć się na znanej wysokości czynszów danej miejscowości właściwych.

Od stwierdzonego czynszu całkowitego w ten sposób należy odjąć wydatki roczne, a mianowicie: podatki i wszelkie daniny odnośne, zwykle utrzymanie budynku, koszt czyszczenia kominów, kanałów i kloaki, koszt oświetlenia i utrzymania czystości, premie asekuracyjne, utrzymanie zarządu domowego i stróża, koszt amortyzacji, czynsz ewentualny za portal, za telegraf domowy, za wodę itp., wreszcie ekwiwalent należytościowy.

Co do opodatkowania należy zawsze uwzględniać, czy i jak długo budynkowi przysłuży prawo wolności od podatku.

Bez względu wszakże na to wyznacza się roczny dochód z budynku na podstawie pełnego opodatkowania, a jeżeli

budynkowi przysłuża prawo wolności od podatku przez pewien jeszcze szereg lat, to dolieża się — jako osobny dochód roczny — kwotę zaoszczędzonego podatku, powstałą z różnicy między dochodem rocznym w latach wolnych od podatku, a dochodem w latach pełnego podatku.

Roczny czysty dochód  $r$  każdej z tych dwu kategorii, składany na  $p$  procent od procentu przez odnośny szereg  $n$  lat z końcem każdego roku, uczyni z końcem ostatniego roku sumę  $R_n$ , dającą się obliczyć z wzoru 8. po wstawieniu jej zamiast  $K_b$ . Gdy zaś zadaniem niniejszej oceny jest wyznaczenie dzisiejszej wartości tej sumy  $R_n$ , to jest wyznaczenie takiej jej wielkości  $W_d$ , która złożona dziś na ten sam procent  $p$  od procentu urosłaby po upływie pozostałych jeszcze  $n$  lat trwania budynku do sumy  $R_n$ , więc w tym celu trzeba się posłużyć znanym z rachunku procentu składanego wzorem, który po podstawieniu przyjętych wyżej oznaczeń przybierze postać

$R_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = W_d \cdot q^n$ , a stąd dzisiejsza wartość dochodowa budynku

$$W_d = R_n \cdot \frac{1}{q^n} \left[ \frac{1}{q - 1} - \frac{1}{q^n (q - 1)} \right] \quad 16 b$$

W miastach cena gruntu wzrasta rocznie o 4%, a koszt budowy jest 3 do 5 razy większy od ceny gruntu; metr kwadratowy zabudowanej powierzchni kosztuje prawie tyle co sążeń kwadratowy gruntu.

Z reguły zabudowuje się 75% powierzchni gruntu, a 25% pozostawia na podwórze, gdyż większe podwórze zwiększa koszt.

Największe zaludnienie na 100 m<sup>2</sup> powinno wynosić około 600 ludzi i ta zasada służy do wyznaczenia wysokości domów i szerokości ulic.

W obliczeniach wartości realności — o ile opierają się na wzorach z rachunku procentu składanego — należy ze względu na godziwy i słuszny zarobek właściciela realności przyjmować zawsze kapitalizację niemniej, ale też i nie więcej, niż na 5%.

#### PRZYKŁAD. (Ceny przedwojenne.)

Ocenić wartość hipoteczną budynku murowanego, ogniotrwale przed 12 laty zbudowanego, dwupiętrowego, miernej dobroci, o zabudowanej powierzchni 895 m<sup>2</sup>, z podwórzem 455 m<sup>2</sup> powierzchni, z wolnością od podatków przez 18 lat. Trwanie domniemalne budynku wyniesie około 130 lat.

Wartość gruntu obejmującego  $895 + 455 = 1350 m^2$  powierzchni od  $1 m^2$  po 50 koron 67.500 K.

Koszt nowego budynku licząc według zabudowanej powierzchni  $895 m^2$  od  $1 m^2$  po cenie bieżącej 300 koron wynosi 268.500 K. od tego odjąć zużycie według wzoru 13.

$$Z = m_1 \frac{K_b}{N} = 12 \times \frac{268500}{130} = 268500 \times 0.0923076 = 24.785 \text{ K}$$

zostaje wartość czasowa (dzisiejsza) budynku

$$K_b - Z = 268500 - 24785 = 243.715 \text{ K.}$$

Razem czasowa czyli dzisiejsza wartość budynku i gruntu  $W_b = 67.500 + 243.715 = 311.215 \text{ K.}$

Czynsz fasjonowany wynosi . . . . . 29.560 K  
od tego 5% z powodu próżnego stania . . . . . 1.478 „  
zostaje czynsz brutto jako podstawa rachunku . . . . . 28.082 „

#### Wydatki.

a) W ciągu pozostałych jeszcze wolnych od podatku  $18 - 12 = 6$  lat:

Dodatki podatkowe łącznie z podatkiem gruntowym (bez podatku wodociągowego i grosza czynszowego) rocznie 3.987.65 K.

Zwykle roboty konserwacyjne, oraz wszelkie koszty zarządu budynku (czyszczenie kominów i kanałów, oświetlenie, premia asekuracyjna itp.) około 0.85% kosztów nowego budynku  $268500 \times 0.0085 = 2.282.25 \text{ K.}$

Rata amortyzacyjna  $r$  kosztów nowego budynku składana na 4% od procentu przez 130 lat według wzoru 9.

$$r = K_b \cdot \frac{q - 1}{q^n - 1} = 268500 \cdot \frac{1.04 - 1}{1.04^{130} - 1} = 268510 \cdot \frac{0.04}{162.8057} = 65.97 \text{ K}$$

na wydatki nieprzewidziane i zaokrąglenie 64.13 K.

Razem roczne wydatki w ostatnich 6 latach wolnych od podatków  $3987.65 + 2282.25 + 65.97 + 64.13 = 6.400 \text{ K.}$

b) Pełny podatek w okresie czasu  $130 - 18 = 112$  lat od zeznanego czynszu łącznie z podatkiem gruntowym 11.232.80 K.

Inne opłaty i wydatki jak pod a)  $2282.25 + 65.97 + 64.13 = 2.412.35 \text{ K.}$

Roczne wydatki razem w latach pełnego podatku  $11232.80 + 2412.35 = 13.645.15 \text{ K.}$

## Czysty dochód roczny.

c) W okresie pozostałych jeszcze 6 lat wolnych od podatku wynosi  $28082 - 6400 = 21.682$  K.

d) W okresie pełnych podatków, poczynając się po upływie owych 6 lat, a obejmującym  $130 - 18 = 112$  lat wynosi  $28082 - 13645 \cdot 15 = 14.436 \cdot 85$  K.

Zaoszczędzona roczna kwota podatkowa w okresie 6 lat wolnych od podatku, w porównaniu do okresu 112 lat, pełnego podatku wynosi  $11232 \cdot 80 - 3987 \cdot 65 = = 21682 - 14436 \cdot 85 = 7.245 \cdot 15$  K.

Czysty dochód roczny pod c) w kwocie 21.682 koron można dla uproszczenia rachunku — celem obliczenia dzisiejszej wartości naszej realności — rozłożyć na dwie części, a mianowicie: na 14436·85 i na 7245·15 K, z których pierwsza równa się czystemu dochodowi rocznemu w okresie lat pełnego podatku, druga zaś rocznemu zaoszczędzeniu podatku w okresie 6 lat wolnych jeszcze od podatku. Pierwszą też część będziemy uważać za dochód roczny z okresu pełnego podatku, gdyby on zamiast 112 obejmował  $112 + 6 = 118$  lat; druga zaś część będzie służyć za osobną podstawę do wyznaczenia dodatkowej wartości dochodowej, którą doliczymy następnie do wartości poprzedniej.

Końcowa wartość rocznego czystego dochodu  $r$ , składanego w okresie pełnego podatku przez 118 lat z końcem każdego roku na 5% od procentu będzie odnośnie do wzoru 8.

$$R_n = r \frac{q^n - 1}{q - 1} = 14436 \cdot 85 \cdot \frac{1 \cdot 05^{118} - 1}{1 \cdot 05 - 1} = 14436 \cdot 85 \times \\ \times \frac{316 \cdot 4735 - 1}{0 \cdot 05} = R_{118} = 14436 \cdot 85 \times 6309 \cdot 47 = 9108871 \cdot 9695 \text{ K.}$$

Z sumy tej  $R_{118}$  daje się wyznaczyć dzisiejsza wartość dochodowa  $W'd$  naszej realności, która to wartość złożona dziś na 5% od procentu urosłaby po 118 latach do sumy równej  $R_{118}$ ; będzie więc według wzoru 16 b

$$W'd = \frac{R_{118}}{q^{118}} = \frac{9108871 \cdot 9695}{316 \cdot 4735} = 287824 \cdot 65 \cong 287825 \text{ K}$$

albo dla kontroli

$$W'd = r \left[ \frac{1}{q} - \frac{1}{q^n (q - 1)} \right] = \\ = 14436 \cdot 85 \left[ \frac{1}{0 \cdot 05} - \frac{1}{1 \cdot 05^{118} \times 0 \cdot 05} \right] \cong 287 \cdot 825 \text{ K.}$$

Zaoszczędzona roczna podatkowa kwota 7245·15 koron w okresie wolnym od podatku, składana przez 6 lat z końcem każdego roku na 5% od procentu, urośnie według wzoru 8. do sumy

$$R_6 = 7245 \cdot 15 \times \frac{1 \cdot 05^6 - 1}{1 \cdot 05 - 1} = \frac{1 \cdot 340095 - 1}{0 \cdot 05} \times \\ \times 7245 \cdot 15 = 49280 \cdot 785785 \text{ K.}$$

Dzisiejsza zaś wartość  $W''_d$  tej drugiej części dochodu realności według wzoru 16 b będzie

$$W''_d = \frac{49280 \cdot 785785}{1 \cdot 05^6} = 7245 \cdot 15 \left[ \frac{1}{0 \cdot 05} - \frac{1}{1 \cdot 05^6 \times 0 \cdot 05} \right] = \\ = 7245 \cdot 15 \times 5 \cdot 075685 \quad W''_d = 36774 \cdot 10 \cong 36774 \text{ K.}$$

Całkowita dzisiejsza wartość dochodowa realności

$$W_d = W'_d + W''_d = 287825 + 36774 = 324599 \text{ K.}$$

Wreszcie wartość hipoteczna naszej realności, jako średnia arytmetyczna między dzisiejszą wartością budowlaną i wartością dochodową będzie według wzoru 16 a

$$W_h = \frac{W_b + W_d}{2} = \frac{311215 + 324599}{2} = \frac{635814}{2} = 317 \cdot 907 \text{ K.}$$

## VI. Zasady wynagrodzenia prac architektów i budowniczych.<sup>1</sup>

### § 1.

Podstawę do obliczenia wynagrodzenia za prace architektów i budowniczych stanowi pewna odsetka od ogólnej sumy kosztów danego budynku, obliczonej według kosztorysu.

Na wysokość tej odsetki wpływa:

a) Wyższy lub niższy stopień rodzaju budowli to znaczy, że za budowlę stopnia wyższego, odsetka będzie wyższą, a stopnia niższego, niższą, chociażby nawet koszt obu był jednakim.

b) Rozmiar budowli, oznaczony wielkością sumy kosztorysowej i to w ten sposób, że od budowli tego samego stopnia ale mniejszego rozmiaru będzie odsetka większą, a większego rozmiaru mniejszą.

c) Rodzaj pracy, wykonanej w ten sposób, iż odsetka, przypadająca za całą pracę, będzie sumą odsetek za poszczególne rodzaje prac.

### § 2.

Dzielimy budowle, pod względem ich rodzaju, na następujących pięć stopni:

#### Stopień I.

1. Budowle gospodarcze wszelkiego rodzaju.

2. Budynki o wielkich wnętrzach jak: składy, bazyry, koleje, ujeżdżalnie, magazyny, sale gimnastyczne, budynki wystawowe prowizoryczne itp., o najprostszej konstrukcji i urządzeniu.

<sup>1</sup> Normy przyjęte przez Krakowskie Towarzystwo techniczne i przez Polskie Towarzystwo politechniczne we Lwowie.

3. Budynki fabryczne o wielkich wnętrzach, salach roboczych najprostszej konstrukcji, np. przędzalnie, fabryki cukru, szkła, porcelany, odlewnie, warsztaty mechaniczne itp.

Pod fabryką rozumie się tu tylko budynek bez maszyn.

4. Najprostsze budynki mieszkalne wiejskie i miejskie, a więc domy kmiecio, robotnicze itp.

#### Stopień II.

1. Stajnie itp., jako części składowe wili, stajnie dla koni zbytkowych, wyścigowych itd.

2. Budynki stopnia I. pod 1, 2, 3, jednak o trudniejszej konstrukcji, zawilszym rozkładzie, bogatszym przybraniu, zwyczajne ciepłarnie.

3. Zwykłe dwory, domy wiejskie, np. plebanie, wile skromne, domy czynszowe, skromne domki rodzinne, także domy zajezdne, oberże itd.

4. Budynki publiczne, jak: szkoły ludowe, szkoły średnie, kościoły, zakłady dobroczynne, łaźnie, pralnie, szpitale, domy karne, dworce, budynki dla władz niższych, jak: starostwa, sądy, urzędy cłowe, pocztowe itp., o najskromniejszym architektonicznym wyposażeniu.

#### Stopień III.

1. Bogatsze domy wiejskie i wile z architektonicznie wyposażonym wnętrzem (klatki schodowe, westybule), werandy ozdobniejsze, ciepłarnie, domy (letnie), ogrodowe.

2. Wszystkie według stopnia II. pod 2 i 4 wymienione budowle publiczne, jeżeli są bogato architektonicznie przyozdobione, lub jeżeli obejmują urządzenia, wymagające mozolnych i długich studjów, jak np. urządzenia do ogrzewania, wentylacji itp.

3. Wszystkie inne budowle publiczne, jak budynki dla szkół wyższych, kościoły, kaplice, biblioteki, muzea, domy centralne i ozdobne podcienia w zakładach zdrojowych, bazy, domy dla resurs, lokale wystawne, służące do zabaw, jak: sale balowe, kawiarnie, teatru, giełdy, dworce, budynki dla władz wyższych, ratusze, gmachy sejmowe itp., tak zewnątrz jak i wewnątrz architektonicznie wyposażone.

#### Stopień IV.

Domy mieszkalne, wile, budowle publiczne, urządzone z przepychem, a więc: zamki, pałace, kościoły, teatru itp.

#### Stopień V.

1. Dekoracje wnętrza i zewnątrz budynków.

2. Ołtarze, kazalnice, chrzcielnice, nagrobki, studnie, altany itp.

#### § 3.

Rozmiar budynków wedle sumy kosztorysowej dzieli się jak następuje:<sup>1</sup>

1. Budowle od . . . . .	2.400 do	6.000 K
2. " " . . . . .	6.001 "	12.000 "
3. " " . . . . .	12.001 "	24.000 "
4. " " . . . . .	24.001 "	48.000 "
5. " " . . . . .	48.001 "	72.000 "
6. " " . . . . .	72.001 "	120.000 "
7. " " . . . . .	120.001 "	300.000 "
8. " " . . . . .	300.001 "	600.000 "
9. " " . . . . .	600.001	wyżej.

<sup>1</sup> Ceny przedwojenne.

## § 4.

Rodzaje pracy projektowania i wykonywania budowli dzielą się w następujący sposób:

a) Wypracowanie szkicu, wykonanego według podziałki, obejmującego ogólny rozkład i widok budynku, jak również przybliżoną sumę kosztów.

b) Wypracowanie projektu dokładnego we wszystkich potrzebnych rzutach poziomych, widokach i przekrojach, z oznaczeniem sumy kosztów w przybliżeniu.

c) Wypracowanie wszystkich planów i szczegółów potrzebnych do wykonywania budowli.

d) Sporządzenie szczegółowego kosztorysu.

e) Prowadzenie budowy: zawieranie umów z rzemieślnikami, ogólny nadzór i kierownictwo nad wykonaniem budowy, jednakże bez utrzymywania pomocniczego nadzoru.

f) Kolaudacja: sprawdzenie i zatwierdzenie rachunków, jednakże tylko na podstawie odnośnych planów.

## § 5.

Odsetki za ogólną pracę oblicza się według następującej tablicy:

Sto- pień bu- dowy	Wynagrodzenie w odsetkach od sumy kosztorysowej w koronach								
	2.400 do 6.000	6.001 do 12.000	12.001 do 24.000	24.001 do 48.000	48.001 do 72.000	72.001 do 120.000	120.001 do 300.000	300.001 do 600.000	600.001 wyżej
I.	5·0	4·6	4·2	3·8	3·4	3·0	2·6	2·2	2·0
II.	6·5	6·0	5·5	5·0	4·5	4·0	3·6	3·3	3·0
III.	8·0	7·2	6·6	6·0	5·5	5·0	4·6	4·3	4·0
IV.	9·5	8·9	8·3	7·7	7·1	6·5	6·0	5·5	5·0
V.	11·0	10·2	9·6	9·0	8·4	7·8	7·2	6·6	6·0

Gdy sumy kosztorysowe są niższe od 2.400 koron, to odsetki rosną w odwrotnym stosunku dla każdego 600 koron, aż do ostatniej sumy niżej 300 koron.

Jeżeli przebudowa wymaga osobnego projektu, to należy się wynagrodzenie o 25% wyższe od tego, jakoby przypadalo za odpowiednią budowę zupełnie nową: w razie zaś, gdy nie trzeba projektu, należy się wynagrodzenie o 25% niższe.

Za przedmioty stopnia V. należy się tylko wówczas wynagrodzenie, gdy nie są częściami składowymi wykonywanej budowli. W razie zamówienia kilku przedmiotów naraz, wynagrodzenie należy się za każdy przedmiot z osobna.

Wszystkie wydatki potrzebne do wykonywania prac objętych § 4. jak: wynagrodzenie rysowników, materiały rysunkowe i pisemne, utrzymywanie biura itp., ponosi projektujący, względnie prowadzący budowę (artystyczny kierownik budowy).

Właściciel budowy zaś ponosi koszt personalu dogląającego wykonania i kosztu biurowe tegoż personalu.

Inspicjent budowy, płatny przez właściciela, jest obowiązany — oprócz szczegółowego dozoru nad robotnikami, — prowadzić dziennik budowy, sprawdzać rachunki, co do wymiarów rzeczywistych, co do wagi i ścisłości obliczenia.

W razie, jeżeli prowadzący budowę (artystyczny kierownik) w braku inspicjenta budowy, zająć się musi pomiarem robót wykonanych, powinien właściciel pracę tę osobno mu wynagrodzić.

Za sporządzenie sądowego aktu oceny wartości przez architektów lub budowniczych, jako w sztuce biegłych, bez szczegółowego planu lub kosztorysu, liczy się połowa odsetki, przypadającej według § 6. za sporządzenie szczegółowego kosztorysu.

## § 6.

Całe odsetki, zestawione za ogólną pracę w tablicy § 5., składają się z częściowych odsetek za poszczególne prace, które oblicza się według następującej tablicy:

Sto- pień bu- dowli	Rodzaj pracy	Wynagrodzenie w odsetkach od sumy kosztorysowej w koronach								
		2,400 do 6,000	60,001 do 12,000	12,001 do 24,000	24,001 do 48,000	48,001 do 72,000	72,001 do 120,000	120,001 do 300,000	300,001 do 600,001	600,001 wyżej
I.	Szkie . . . . .	0.7	0.6	0.5	0.5	0.4	0.3	0.3	0.25	0.2
	Projekt . . . . .	1.0	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.4
	Szczegóły . . . . .	1.0	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.55	0.5	0.4
	Kosztorys . . . . .	0.6	0.5	0.5	0.4	0.4	0.4	0.3	0.25	0.2
	Prowadzenie . . . . .	1.2	1.1	1.0	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.6
	Kolaudacja . . . . .	0.5	0.4	0.4	0.3	0.3	0.3	0.25	0.2	0.2
	Razem . . . . .	5.0	4.6	4.2	3.8	3.4	3.0	2.6	2.2	2.0
II.	Szkie . . . . .	1.1	0.9	0.7	0.6	0.5	0.4	0.4	0.3	0.25
	Projekt . . . . .	1.2	1.2	1.1	1.0	0.9	0.8	0.7	0.7	0.6
	Szczegóły . . . . .	1.4	1.4	1.3	1.2	1.1	1.0	0.9	0.9	0.8
	Kosztorys . . . . .	0.7	0.6	0.6	0.5	0.5	0.4	0.35	0.3	0.25
	Prowadzenie . . . . .	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.1	1.0	0.9	0.9
	Kolaudacja . . . . .	0.5	0.4	0.4	0.4	0.3	0.3	0.25	0.2	0.2
	Razem . . . . .	6.5	6.0	5.5	5.0	4.5	4.0	3.6	3.3	3.0
III.	Szkie . . . . .	1.4	1.1	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.4	0.3
	Projekt . . . . .	1.4	1.4	1.3	1.2	1.1	1.0	0.9	0.85	0.8
	Szczegóły . . . . .	2.0	1.9	1.8	1.7	1.6	1.5	1.4	1.4	1.3
	Kosztorys . . . . .	0.7	0.6	0.6	0.5	0.5	0.4	0.4	0.3	0.25
	Prowadzenie . . . . .	2.0	1.8	1.7	1.5	1.4	1.3	1.2	1.1	1.1
	Kolaudacja . . . . .	0.5	0.4	0.4	0.4	0.3	0.3	0.3	0.25	0.25
	Razem . . . . .	8.0	7.2	6.6	6.0	5.5	5.0	4.6	4.3	4.0



Sto- pień bu- dowl i	Rodzaj pracy	Wynagrodzenie w odsetkach od sumy kosztorysowej w koronach								
		2,400 do 6,000	6,001 do 12,000	12,001 do 24,000	24,001 do 48,000	48,001 do 72,000	72,001 do 120,000	120,001 do 300,000	300,001 do 600,000	600,001 wyżej
IV.	Szkie . . . . .	1·7	1·4	1·2	1·0	0·8	0·6	0·5	0·5	0·4
	Projekt . . . . .	1·6	1·6	1·5	1·4	1·3	1·2	1·1	1·0	0·9
	Szczegóły . . . . .	2·9	2·9	2·8	2·7	2·6	2·5	2·3	2·1	1·9
	Kosztorys . . . . .	0·7	0·6	0·6	0·5	0·5	0·4	0·4	0·3	0·3
	Prowadzenie . . . . .	2·1	1·9	1·8	1·7	1·6	1·5	1·4	1·3	1·2
	Kolaudacja . . . . .	0·5	0·5	0·4	0·4	0·3	0·3	0·3	0·3	0·3
	Razem . . . . .	9·5	8·9	8·3	7·7	7·1	6·5	6·0	5·5	5·0
V.	Szkie . . . . .	2·0	1·6	1·3	1·1	0·9	0·7	0·6	0·5	0·5
	Projekt . . . . .	1·7	1·7	1·65	1·6	1·5	1·4	1·3	1·2	1·0
	Szczegóły . . . . .	3·7	3·7	3·7	3·6	3·5	3·3	3·1	2·9	2·6
	Kosztorys . . . . .	0·8	0·7	0·6	0·5	0·5	0·5	0·4	0·3	0·3
	Prowadzenie . . . . .	2·2	2·0	1·9	1·8	1·7	1·6	1·5	1·4	1·3
	Kolaudacja . . . . .	0·6	0·5	0·45	0·4	0·3	0·3	0·3	0·3	0·3
	Razem . . . . .	11·0	10·2	9·6	9·0	8·4	7·8	7·2	6·6	6·0

## § 7.

Za prace, których nie można podciągnąć pod sumę kosztorysową, tj. za prace w domu lub poza domem, jak: szacowania, ocena lub odbiór prac technicznych itp., należą się djety.

## § 8.

Wyplata należności powinna się odbywać w miarę postępu prac, według podanej w § 6. tablicy.

## § 9.

Przekroczenie sumy kosztorysowej według wykonania nie wpływa na powiększenie wynagrodzenia. Powiększenie to tylko wówczas ma miejsce, jeżeli budowa została wykonaną na większy rozmiar, niż pierwotnie projektowano.

W razie, gdyby kosztorys nie został był sporządzony, podstawę do wynagrodzenia stanowi ogólna suma rzeczywistych kosztów.

## § 10.

Wszystkie rysunki są własnością projektanta.

Właścicielowi przyszuła prawo żądania kopji; nie wolno mu jednak robić z nich użytku do żadnej innej budowy.

## B. USTAWY I PRZEPISY ADMINISTRACYJNO TECHNICZNE.

### I. Budownicze ustawy i rozporządzenia.

Ogólnej polskiej ustawy budowniczej jeszcze niema. Obowiązują nadal ustawy i rozporządzenia b. państw zaboreznych.<sup>1</sup>

#### 1. B. zabór austriacki.

W b. Galicji, obecnej Małopolsce, obowiązuje wyszczególnionych niżej pięć ustaw budowniczych, a wszystkie już przestarzałe i nieodpowiadające przeważnie dzisiejszemu stopniowi rozwoju budownictwa lądowego i przemysłu budowlanego, jak świadczą o tem liczne ustawy dodatkowe czyli nowele do tych ustaw budowniczych.

Co się tyczy rozporządzeń i instrukcyj, odnoszących się do poszczególnych kategorii budynków i przedmiotów budownictwa lądowego względnie ich położenia, to zestawia się je niżej stosownie do przedmiotów, których się tyczą.

#### a) Ustawa budownicza dla królewskiego stołecznego miasta Lwowa z 21. kwietnia 1885, Dziennik ustaw krajowych Nr. 31.

Ustawę tę uzupełniają:

α) Ustawa z 25. listopada 1900, Dz. u. kr. Nr. 16. z r. 1901, wprowadzająca przymus połączenia domów z wodociągiem miejskim;

β) ustawa Dz. u. kr. Nr. 139. z r. 1903, tycząca się połączenia kanałów domowych z kanałem miejskim i rozporządzenie wykonawcze z 1918;

γ) nowela z 26. lipca 1909, Dz. u. kr. Nr. 111, uchyla § 21. ustawy budowniczej, normującej wysokość budynków mieszkalnych, a w nowym brzmieniu tego paragrafu zezwala także na budynki czteropiętrowe pod warunkami zresztą szczegółowo określonymi.

#### b) Ustawa budownicza dla królewskiego stołecznego miasta Krakowa z 18. lipca 1883, Dz. u. kr. Nr. 63.

Ustawa uległa zmianie na mocy noweli z 28. marca 1905, Dz. u. kr. Nr. 57, co do § 33., tyczącego się grubości murów, oraz na

<sup>1</sup> Dosłowne brzmienie ustaw i rozporządzeń niżej przytoczonych znaleźć można w odnośnych Dziennikach ustaw b. państw zaboreznych.

mocy noweli z 28. marca 1910, Dz. u. kr. Nr. 89., eo do § 16., tyczącego się linii regulacyjnej ulic, w miejsce którego wprowadza: § 16. (linja regulacyjna), § 16. *a* (koszta budowy, urządzenia i regulacji ulic), § 16. *b* (chodniki), § 16. *c* (budowy przy ulicach nieotwartych), § 16. *d* do 16. *i* (parcelacja) i § 16. *k* (koszta komisyjne).

**c) Ustawa budownicza dla 29 miast większych z 28. kwietnia 1882, Dz. u. kr. Nr. 77.**

Miasta te są: Biała, Bochnia, Brody, Brzeżany, Buczacz, Drohobycz, Gorlice, Gródek Jagielloński, Jarosław, Jasło, Kołomyja, Krosno, Nowy Sącz, Podgórze, Przemyśl, Rzeszów, Sambor, Sanok, Śniatyn, Sokal, Stanisławów, Stryj, Tarnopol, Tarnów, Wadowice, Wieliczka, Zaleszczyki, Złoczów, Żółkiew.

Nowela z 15. maja 1907, Dz. u. kr. Nr. 55., zmieniła §§ 15., 21., 42., 44., 45., 46., 54., 62., 63., 64., 72., 73., 75., 76., 77., 79. i 82.

**d) Ustawa budownicza dla 131 miast małych i miasteczek z 4. kwietnia 1889, Dz. u. kr. Nr. 31.**

Nowela z 14. lipca 1898, Dz. u. kr. Nr. 70., zmieniła §§ 73. i 74. i rozszerzyła obszar działania do 154 miast małych i miasteczek, a mianowicie:

Andrychów, Baranów, Barysz, Belz, Biecz, Bircza, Błażowa, Bóbrka, Bohorodeczany, Bolechów, Bolszowce, Borszczów, Brzesko, Brzostek, Brzozów, Budzanów, Bursztyn, Busk, Chodorów, Chorostków, Chrzanów, Chyrów, Cieszanów, Ciężkowice, Czortków, Dąbrowa, Delatyn, Dębica, Dobezyce, Dobromil, Dolina, Dubiecko, Dukla, Dynów, Gliniany, Głogów, Grybów, Grzymałów, Halicz, Horodenka, Husiatyn, Jagielnica, Janów (powiat Gródek), Jaryczów Nowy, Jaworów, Jazłowiec, Jezierzany, Jordanów, Kalwarja, Kałusz, Kamionka Strumiłowa, Kańczuga, Kęty, Kolbuszowa, Komarno, Kopeczyńce, Kosów, Kozowa, Krakowice, Krystynopol, Kulików, Kutry, Leżajsk, Limanowa, Lisko, Lubaczów, Łańcut, Łopatyn, Łysiec, Maków, Mielec, Mielnica, Mikołajów (powiat Żydaczów), Mikulińce, Monasterzyska, Mościska, Mosty Wielkie, Muszyna, Myślenice, Nadwórna, Niemirów, Niepołomice, Nisko, Niżniów, Niżankowice, Nowy Targ, Obertyn, Olesko, Oświęcim, Otynia, Peczeniżyn, Pilzno, Pistryń, Piwniczna, Podhajce, Podkamień (powiat Brody), Podwoleczyska, Pomorzany, Potok Złoty, Przemyślany, Przeworsk,

Radomyśl (powiat Mielec), Radymno, Radziechów, Rawa Ruska, Rohatyn, Ropezyce, Rozdół, Rozwadów, Roźniatów, Rudki, Rudnik (powiat Nisko), Rymanów, Sasów, Sądowa Wisznia, Sędziszów, Sieniawa, Skala, Skalat, Skawina, Skole, Sokołów (powiat Kolbuszowa), Sołotwina, Stara Sól, Stare Miasto, Stary Sącz, Strusów, Strzyżów, Sucha, Szczakowa, Szezerzec, Tarnobrzeg, Tłumacz, Toporów, Trembowla, Tuchów, Turka, Tyczyn, Tyśmienica, Uhnów, Ulanów, Ustrzyki Dolne, Wilamowice, Wiśnicz Nowy, Wojnicz, Zabłotów, Załóżce, Zator, Zbaraż, Zborów, Żmigród, Żurawno, Żydaczów, Żywiec.

Wreszcie nowela z 15. maja 1907, Dz. u. kr. Nr. 56., uchyliła §§ 15., 19., 20., 24., 25., 45., 46., 47., 48., 56., 61., 64., 72., 73., 74., 75., 76., 77., 79. i 82. obu poprzednich ustaw, a natomiast wprowadziła nowe postanowienia odnośne.

**e) Ustawa budownicza z 13. października 1899, Dz. u. kr. Nr. 133, dla wszystkich miejscowości, nieobjętych poprzednimi ustawami budowniczymi.**

Nowela z 15. maja 1907, Dz. u. kr. Nr. 57., uchyliła §§ 7., 12., 14., 17., 18., 20., 32., 36., 40. i 55. zacytowanej właśnie ustawy, a natomiast wprowadziła inne odmiennie brzmiące postanowienia.

Wreszcie nowelą z 22. czerwca 1909., Dz. u. kr. Nr. 91., uchylono ustępy 3. do 8. w § 20. ustawy budowniczej w brzmieniu poprzedniej noweli, a natomiast wprowadzono odmiennie brzmiące postanowienia.

**f) Niektóre szczegółowe przepisy uzupełniające.<sup>1</sup>**

α) Budowa w kolejowym rejonie ogniowym: Ustawa z 26. grudnia 1882, Dz. u. kr. Nr. 3. z r. 1883; rozporządzenie (szczełogłowe przepisy) z 12. sierpnia 1882, Dz. u. kr. Nr. 79.; rozporządzenie minist. handlu, tyczące się zakładów przemysłowych w rejonie kolejowym ogniowym, z 12. stycznia 1909, l. 22329.

β) Kominy murowane wysokie fabryczne. Instrukcja wydana rozp. Min. Spraw Wewn. z 24. marca 1902.,<sup>2</sup> l. 38290 (okólnik Nam. lwowskiego z 30. kwietnia 1902, l. 44641).

<sup>1</sup> Przepisy te mogą dostarczyć wskazówek technicznych także na terenach innych dzielnic, gdzie one nie obowiązują.

<sup>2</sup> Instrukcję tę przetłumaczyłem na język polski w pierwszej części pracy mojej „Wysokie kominy fabryczne“, wydanej nakładem Towarzystwa politechnicznego we Lwowie w roku 1903.

Druga część tej pracy wyszła również nakładem tegoż Towarzystwa w roku 1908. (Przypisek autora.)

## γ) Użytkowy obszar kościoła.

Dekret Kancelarii nadwornej z 18. grudnia 1840, l. 37773, zawiera co do sposobu wyznaczenia użytkowego obszaru kościoła następujące postanowienia.

1. Jeżeli w danej parafii spełnia funkcje duchowne jeden ksiądz tylko, to przyjąć należy, że z całkowitej ilości  $D$  parafian uczęszcza rzeczywiście do kościoła  $\frac{2}{3} D$ , z dodatkiem 10% tych rzeczywiście uczęszczających.

Największa zatem ilość parafian, która w tym razie może przypuszczalnie zapełnić kościół równocześnie, będzie

$$J_1 = \frac{2}{3} D + 0.1 \times \frac{2}{3} D = 0.6667 D + 0.0666 D = 0.7333 D \quad 17$$

2. Jeżeli jednak czynności kościelne ma spełniać dwu lub więcej duchownych, to największą przypuszczalnie ilość parafian uczęszczających równocześnie do kościoła należy obliczać według wzoru

$$J_2 = \frac{\frac{2}{3} D + 0.1 \times \frac{2}{3} D}{2} + 0.1 \times \frac{\frac{2}{3} D + 0.1 \times \frac{2}{3} D}{2} = 0.4033 D \quad 18$$

W każdym razie wyżej pod 1. i 2. przewidzianym należy przyjąć jak zwykle, że na 1 sążeń kwadratowy posadzki kościoła przypadnie 9 osób, czyli na 1  $m^2$  około 2.5 osób; stąd też obszar użytkowy kościoła w metrach kwadratowych wypadnie

w razie pod 1.:

$$O_1 = \frac{J_1}{2.5} \quad 19$$

a w razie pod 2.:

$$O_2 = \frac{J_2}{2.5} \quad 20$$

## PRZYKŁAD.

Jeżeli w projektowanym kościele ma spełniać czynności kościelne dwu duchownych a ilość całkowita parafian  $D = 3000$ , jak wielki ma być użytkowy obszar kościoła?

Odnosnie do wzoru 18. największa przypuszczalna ilość parafian równocześnie

$$J_2 = 0.4033 \times 3000 \cong 1210,$$

a stąd użytkowa powierzchnia posadzki zamierzonego kościoła w metrach kwadratowych według wzoru

$$O_2 = \frac{1210}{2.5} = 484 m^2.$$

## 2. Przepisy budowlane, obowiązujące na obszarach b. zaboru rosyjskiego

opracował i przepisy Ustawy budowlanej z rosyjskiego przełożył  
G. Szymkiewicz, referent Departamentu budowlanego Ministerstwa  
Robót Publicznych.<sup>1</sup>

### a) Przepisy obowiązujące na terenie b. Królestwa Polskiego.

*Przepisy ogólne policji budowniczej dla miast w Królestwie  
Polskiem z dnia 26. września 1820. r.*<sup>2</sup>

... 5. Dachy słomiane na domach, egzystujących po miastach, mają być wszędzie zniesione, a natomiast, jeśli związanie dosyć jest mocne, dachówką pokryte; na zabudowaniach zaś, niedostatecznie umocowanych, pokrycie deskami lub gontami, albo wreszcie dachówką, z słomy i gliny lepioną, może być dozwolonem. Kominy drewniane, gliną wylepione, podobnież znieść należy, a na ich miejsce można stawiać tylko murowane, choćby z surówki.

6. Stodoły nowe blisko mieszkalnych domów i wśród miasta stawiane być nie mogą, lecz za miastem i to w pewnej odległości; te zaś, które już egzystują, zwolna znoszone być powinny.

7. Suszarnie siodu pod żadnym pozorem na górach pod dachem drewnianym lub prostym słomianym nie mogą być zakładane, zakłady podobne cierpiane być mogą tylko wtenczas, kiedy zabudowania, jako to: browary i gorzelnie, całkowicie będą murowane, dachówką paloną albo blachą kruszeową kryte i od miasta odległe. Wszelkie zatem zabudowania, tak niebezpieczeństwem ognia grożące, jako też sprawujące nieczystość, dym i szkodliwy zdrowiu ludzkiemu swąd, jako to: suszarnie, browary, gorzelnie, szmelcownie, smolarnie, mydlarnie, rzeźnie itd., poza miastem zakładane być mają. Browary i gorzelnie zakładane być powinny, ile możności, przy wodzie bieżącej lub tam, gdzie odchód nieczystości najłatwiej będzie mógł być urządzony.

<sup>1</sup> Dział niniejszy stanowi wyciąg z książki „Przepisy budowlane obowiązujące w Państwie Polskiem“, która ma wyjść z druku w początku 1923 r. i obejmie: 1. ustawy i rozporządzenia, wydane do dnia ukończenia druku i obowiązujące bądź w całym państwie bądź w poszczególnych dzielnicach, oraz 2. przepisy, wydane przez władze rosyjskie i niemieckie, obowiązujące w b. zaborze rosyjskim. Prawa autorskie co do przekładu i układu zastrzega się. Rozporządzenia, technicznie częściowo przestarzałe, a jednak jeszcze prawnie w mocy, podane są w dosłownem tłumaczeniu tekstu rosyjskiego.

<sup>2</sup> Wyciąg ze zbioru Przepisów Administracyjnych Królestwa Polskiego. Cz. I. Gospodarstwo miejskie. Tom II. wyd. 1866 r., str. 327. i nast.

9. Każda budowla frontem do ulicy stawianą być musi, tak, aby się prostemi szczytami z domami sąsiedzkimi stykała, przez co zapobieży się potrzebie urządzenia między domami rynien od ścieków.

Oficyny zaś, stawiane w podwórzu, jeśli jedną ścianą plaen sąsiedzkiego dotykają, winny mieć dachy półszczytowe, t. j. aby w każdym przypadku ściek z dachów odbywał się na podwórze właściciela tegoż domu.

12. Dla bezpieczeństwa od ognia między domami znajdować się musi ściana przedziałowa, murowana lub z pizy, przynajmniej łokieć jeden lub  $\frac{3}{4}$  gruba, w miarę szerokości budowli, t. j. szczyty z sobą stykające winny być przynajmniej po  $\frac{1}{2}$  łokcia grube, aby się nie wolnego między domami nie znajdowało.

13. Równie ogniska pieców, do sieni wychodzące, w stosownej od schodów odległości mają być zakładane.

Piece, wśród pokojów stawiane, muszą o jeden lub przynajmniej pół łokcia od ściany odstawać. Przepis ten odnosi się do wszystkich forsztowań w kuchni lub mieszkaniach, blisko ognia położonych, któreby wzniesienie pożaru ułatwić mogły.

14. Ponieważ zakładanie krętych, niewłaściwie położonych i szczyplwych dymów w kominach, najczęściej przez zebranie się sadzy, do wzniesienia pożaru staje się powodem, stanowi się przeto niniejszem, iż dym czyli otwór w kominach, dla każdego ogniska osobny, musi mieć przynajmniej w świetle  $\frac{3}{4}$  łokcia w kwadrat obszerności, tak, aby wycieranie sadzy zupełnie było łatwe. Oprócz tego spędzania dymów na poddasze, zwłaszcza mające pokład drewniany, jako sposób budowania najniebezpieczniejszy, niniejszem się zakazuje.

15. Do stawiania nowych domów tylko materiał dobry używanym być może; przeto w razie budowania domu z cegły palonej, urząd miejscowy poliejny dopilnować powinien, aby cegła i dachówka miały przepisaną miarę, aby z dobrej gliny były wyrobione i należycie wypalone; doświadczenie bowiem uczy, iż cegła, z niedobrej gliny wyrobiona, albo niedopalona, gorsza jest od cegły surowej; przeto również i cegielnie miejscowe baczności władz miejscowych uchodzić nie powinny.

16. Uporządkowanie miast, nawet co do ich wyglądu, jest jednym z pierwszych obowiązków; przeto gustowne pofarbowanie domów od ulicy i w kolorze przyjemnym następować powinno; do tego najstosowniejszym jest kolor kamienny, żółty, blade zielonkawy itd., nigdy zaś brudno granatowy lub ciemno czerwony, ani żadne jaskrawe, — czego przestrzeżenie urzędom miejscowym jest polecane.

17. Ogradzania domów od frontu wśród trotuarów zupełnie się zabrania, również schody przed domami, wnijścia zewnętrzne do piwnic, jako niedogodność i niebezpieczeństwo dla przechodniów sprawujące, cierpiane być nie mogą, a przynajmniej znacznie występować na trotuar nie powinny; przy sporządzaniu lub rewizji rysunku domów, które mają być wzniesione, na te niedogodności baczność mieć należy.

18. Ktokolwiek przedsiębrać będzie jakąkolwiek odmianę frontu lub środka domu, powinien urzędowi miejscowemu komunikować swe zamiary, dla przekonania się, za przyzwaniem biegłych, czyli takowa odmiana bez zepsucia proporcji albo zrządzenia niebezpieczeństwa w układzie struktury, będzie mogła być uskutecznią.

19. Szerokość ulic stanowić będzie zatwierdzony plan miasta, do którego zupełnie stosować się należy.

20. Z każdej strony ulicy, przed domami w miastach pomniejszych, założonym być ma trotuar brukowany, nie mniej jak  $1\frac{1}{2}$  sążnia aż do rynsztoku szeroki; w miastach zaś wojewódzkich i innych znaczniejszych nie mniej jak 2 sążnie szerokości. Założenie takowych trotuarów i onych wybrukowanie nastąpić ma kosztem właściciela domu, przed którym są położone, od czego pod żadnym pozorem uwolnionym być nie może.

21. Wybrukowanie ulic ułatwionem być ma przez stosowną niwelację i uregulowanie spadku; spadek takowy wynosić winien  $\frac{1}{4}$  lub  $\frac{1}{3}$  część cala na sążeń; samo zaś wygórowanie czyli obłąkowatość bruku w pośrodku ulicy 15 do 25 cala i na 5 do 10 sążni szerokości ulicy wynosić będzie; do podobnego uregulowania bruku właściciele stosować się mają w uregulowaniu przed swemi domami trotuarów, których podniesienie ma być w równi ze środkową obłąkowatością bruku ulicy i w kształcie grandusu przy rynsztoku zakończone.

22. Rynsztoki główne komunikacyjne w miejscach przecinających ulice winny być nakryte mostkami rynsztokowemi.

23. W miastach znaczniejszych i tam, gdzie kanały uprowadzające z rynsztoków wodę są lub będą musiały być urządzone, od których ściek przez wewnętrzny otwór się odbywa, powinny być mocnem opatrzone nakryciem, dla zaslonienia przechodniów od przypadku.

24. Studnie, na placach publicznych, bądź w środku zabudowań położone, ogródkami 2 łokcie wysokimi opatrzone być powinny, oprócz potrzebnych przyrządów do wyciągania wody i upiększenia onych.



26. Żaden rzemieślnik, mianowicie mularz lub cieśla, nie może skutecznie roboty, nie tylko co do całkowitej budowy domu, lecz nadto co do odmian frontu, bez przekonania się, że właściciel domu zezwolenie policji uzyskał. . .

*Postanowienie Komisji Rządowej Spraw Wewnętrznych i Duchownych z dnia 13. marca 1849 r.*

. . . Przy rynku i główniejszych ulicach, gdzie już są lub gdzie powinny być w przyszłości stosownie do obowiązujących przepisów wznoszone same jedynie murowane domy, nie należy dopuszczać stawiania budowli gospodarskich drewnianych, inaczej jak na podmurowaniu w słupy murowane i z dachami blachą lub dachówką krytymi.

*Postanowienie Komisji Rządowej Spraw Wewnętrznych i Duchownych z dnia 6. lipca 1858 r.*

. . . Przy budowie domów drewnianych zaleca się pod surową odpowiedzialnością zachowanie następujących ostrożności:

a) aby frontowe drewniane zabudowania mieszkalne i ogniska mające stawiano w odległości jedne od drugich najmniej o sażeńów trzy;

b) jeżeliby dla szczupłości miejsca zabudowania drewniane w przepisanej powyżej odległości stawianemi być nie mogły i wypadło je budować jedne przy drugich lub w mniejszej od trzech sażeńów odległości, w takim razie na zasadzie art. 12. przepisów Policji budowniczej, w dniu 26. września 1820 roku zatwierdzonych przez Radę Administracyjną, należy urządzać między nimi ściany przedziałowe murowane, najmniej półtora stopy grube, czyli tak zwane brandmury, o cali dwanaście wyżej nad dachy wyprowadzone;

c) przy budowie zaś samych domów należy ściśle przestrzegać, aby belki do kominów nie dotykały.

W miastach, szczególnież też uległych klęsce pogorzeli, ważną jest bardzo rzeczą niwelacja, regulacja i szerokość ulic.

Ulice główne, najwięcej zamieszkałe, winny być szerokie najmniej sażeńów osiem.

Ulicom bocznym starać się nadawać takąż szerokość, — w razach tylko niemożności dozwalać na szerokość onych przynajmniej na sażeńów sześć.

Rozszerzenie takie ulic dokonywać należy nie tylko w miastach uległych klęsce pogorzeli, ale i w innych, gdzie tego zachodzić będzie potrzeba i gdzie miejscowe położenie na to pozwoli. . .

Starać się należy, aby ulice były jak najszersze, oraz zachęcać mieszkańców, aby przed domami zakładali ogródki z drzewami, ogrodzone sztachetkami; to bowiem znacznie wpływa na oczyszczenie powietrza i zapobiega szerzeniu się pożarów. . .

Ważną także jest rzeczą, aby przy każdym domu tak murowanym, jak i drewnianym, znajdowało się podwórko obszerne, budowlami gospodarskimi niezacieśnione, tudzież, aby przystęp czyli wjazd do tegoż podwórza był dogodny, żeby na wypadek pożaru z sikawką można było wjechać i dogodnie nawrócić.

Należy więc przy budowie nowych lub przy gruntownej restauracji istniejących domów frontowych przystęp taki urządzić, w domach większych przez zrobienie bramy wjazdnej, w mniejszych zaś przez zrobienie sieni na wylot domu, najmniej stóp sześć w świetle szerokiej, która koniecznie szerszą być powinna, jeżeliby urządzano w niej schody, przejście ścieśniające. Podwórko między zabudowaniami powinno być w świetle szerokie i długie najmniej na stóp 20; starać się zaś należy, aby było, ile możliwości, większe, bo w takim razie i ratunek na przypadek pożaru jest łatwiejszy, powietrze będzie zdrowsze, mury i mieszkania parterowe więcej od wilgoci ochronione.

Zabudowania, w podwórkach stawiane, powinny być również z odstępami 3 sażenowemi, a w razie niemożności winny być przedzielone brandmurami, jak ad a) i b). . .

#### *Postanowienie Komisji Rządowej Spraw Wewnętrznych i Duchownych z dnia 18. lutego 1859 r.*

Przy układaniu planów architektonicznych na nowe domy mieszkalne, projektujący takowe budowniczowie winni mieć na szczególnym względzie:

1. Aby odpowiednio do § 14. przepisów poliej budowniej dawano nigdzie krętych i niewłaściwie połączonych rur dymowych, tudzież aby kominy na pokładach drewnianych nie były spędzane, jak najmniej, aby obszerność rur dymowych w świetle stosowana była do miejscowej potrzeby, t. j. do przeznaczenia ogniska.

Przyczem, a mianowicie przy samem wykonaniu robót, należy mieć na szczególnej uwadze rozporządzenie Komisji Rządowej z dnia 31. lipca 1855 r., wskazujące odległość belek od rur dymowych, sposób przedzielania tych belek od rur pomienionych, oraz wekslowania onych około kominów.

2. Jeżeli budowa, oprócz zwykłych mieszkań, mieści w sobie zakłady fabryczne, wymagające użycia ognia, wówczas zakłady te powinny być od części mieszkalnych oddzielone murem ochronnym (brandmurem) na stopę nad powierzchnię dachu wyprowadzonym, o jakim powyżej już była mowa.

Pożądane także jest, aby nawet w domach zwyczajnych mieszkalnych znacznej długości, poddasza również murami ochronnymi poprzedzielane i drzwiami żelaznymi opatrzone były.

3. Ściany przedziałowe wewnątrz budowli, dotykające pieców, kominków lub kuchni, powinny być koniecznie murowane, wyjąwszy na piętrach, gdzie ściana taka na ścianie murowanej lub arkadzie, poniżej znajdującej się, wyprowadzić się nie da. W podobnym wypadku jedynie może być dozwolonem zrobienie ściany drewnianej, która wszakże od pieców na jedną, a od kominków lub kuchni przynajmniej na 2 stopy ścianką murowaną przegrodzona być winna.

*Postanowienie Rady Administracyjnej Królestwa z dnia 4. kwietnia 1837 r.<sup>1</sup>*

1. Domów mieszkalnych, bądź to z kamienia, bądź z cegły palonej lub surowej, nie wolno jest w tym samym roku, w którym ściany wyprowadzone zostały, ani wewnątrz, ani zewnątrz tynkować, lecz po wyprowadzeniu ścian pod dach należy otynkowanie onych odłożyć do roku następnego.

2. Jednak w domach mieszkalnych, murowanych z cegły palonej i bez żadnego piętra, gdzie konieczna potrzeba wymaga ich ukończenia w jednym roku, otynkowanie w tymże samym roku dozwolone być może, jeżeli właściciel złoży władzy policyjnej świadectwo, że ściany przed dniem 1. lipca już pod dach były wyprowadzone i że zatem między wymurowaniem ścian, a ich otynkowaniem upłynęło przynajmniej dwa miesiące czasu.

3. Od powyższego zakazu wyjęte są domy mieszkalne, których ściany są z drzewa wiązane i otwory zamurowane, czyli tak zwane mury pruskie.

*Rozporządzenie Komisji Rządowej Spraw Wewnętrznych i Duchownych z dnia 31. grudnia 1842 r.*

... Należy przyjąć za prawidło, iżby w domach, budujących się na 2 piętra i wyżej, koniecznie chociaż jedno ze schodów były kamienne...

<sup>1</sup> Zbiór przepisów administracyjnych Królestwa Polskiego. Wydział Spraw Wewnętrznych i Duchownych. Cz. I. Gospodarstwo miejskie. Dodatek do tomu II., wyd. 1867 r., str. 155. i nast.

*Ukaz z Senatu Rządzącego z dnia 4. czerwca 1845 r.*

... Najjaśniejszy Pan rozkazać raczył, iżby we wszystkich zakładach fabrycznych, działających zapomocą ognia, wszystkie schody były nieodzownie kamienne.

*Ukaz z Senatu Rządzącego z dnia 30. lipca 1845 r.*

... Najjaśniejszy Pan raczył zwrócić uwagę, iż zewnątrz mury domów obywatelskich urządzone są przystawki drewniane, dla pomieszczenia schodów, przejść i galeryj, które nie tylko psują widok, lecz nadto zagrażają niebezpieczeństwem w razie pożaru; wskutek czego rozkazać raczył: nie dozwalać obywatelom miejskim urządzania podobnych przystawek, rozciągając tę zasadę do wszystkich wogóle miast.

*Ukaz z Senatu Rządzącego z dnia 24. kwietnia 1847 r.*

... Najjaśniejszy Pan rozkazać raczył: nie dozwalać nadal urządzania po ulicach na trotuarach, przy wejściach do domów, stałych zamkniętych tamburów, nie wzbraniając zresztą, jeżeli właściciele domów będą o to prosić, stawiania żelaznych parasoli z kolumnami odlewanymi z surowca.

*Ukaz z Senatu Rządzącego z dnia 14. stycznia 1848 r.*

... Najjaśniejszy Pan rozkazać raczył: przyjąć za ogólne prawo, aby przy urządzaniu w domach prywatnych balkonów i teras używane były do nich nadal poręcze żelazne lub z surowca odlewane.

*Rozporządzenie Komisji Rządowej Spraw Wewnętrznych i Duchownych z dnia 31. lipca 1855 r.*

... 1. Budowniczey, sporządzając projekt na budowę domu mieszkalnego lub restaurację już istniejącego, albo wreszcie na jakikolwiek budynek z ogniskami, powinien wyprowadzenie rur dymowych między pokładami belek na planie dokładnie wskazać; same zaś pokłady belek i wywekslowanie onych koło rur dymowych oznaczyć kropkami.

2. Odległość rury dymowej od belek lub jakiego bądź drzewa do muru wpuszczonego wynosić powinna najmniej jedną stopę.

3. Pomiędzy dwoma belkami, zwykle około trzech stóp od siebie oddalonymi, nie więcej, jak jedna rura dymowa, wyprowadzoną być winna, a wiązanie cegły powinno być tak wykonane, aby żadna szpara (sztosfuga), przy rurze dymowej znajdująca się, nie komunikowała jej bezpośrednio z belkami.

4. Jeżeli zajdzie potrzeba wyprowadzenia dwóch rur dymowych obok siebie, wtenczas należy belkę jedną wywekslować, celem oddalenia jej na odległość należytą od rury; weksle zaś nie powinny dotykać do muru, a tem samem do rur dymowych, lecz winny być oddalone najmniej na trzy cale od muru.

5. Po wymurowaniu ścian każdego piętra do połowy ich wysokości, cieśla na ścianach oznaczyć powinien pokład belek piętowych lub dachowych; mularza zaś obowiązkiem będzie rury dymowe tak wyprowadzić, iżby odległość ich od belek z obydwu stron była równa.

6. Celem ścisłego wykonania niniejszych przepisów, obowiązkiem będzie budowniczego, budowę prowadzącego, po zaciągnięciu każdego pokładu belek, tak piętowych jak i dachowych, naocznie przekonać się o odległości rur dymowych od belek lub jakiegokolwiek bądź drzewa do muru wpuszczonego,\* oraz o sposobie obmurowania onych; poczem budowniczy tudzież majstrowie mularski i ciesielski spiszą protokół z poświadczeniem, jako rury dymowe wyprowadzone zostały zgodnie z zatwierdzonym przez władzę planem i niniejszemi przepisami.

W razach zaś, gdzieby budowniczy nie był do prowadzenia robót użyty, jak to może mieć miejsce po miastach prowincjonalnych, odpowiednie w tej mierze świadectwo przez majstra mularskiego i ciesielskiego wydane. Burmistrz miejscowy z przybranym biegłym na gruncie sprawdzi i rzetelność onego poświadczy.

7. Pomiędzy dowodami, wskazanemi przepisami, dla uzyskania od władzy policyjnej zezwolenia na zamieszkanie lub użytkowanie tak nowo wzniesionej jak i wyrestaurowanej budowli z ogniskami, również i powyższy protokół lub świadectwo składane być winny.

Przy budowlach zaś rządowych, miejskich, instytucyjnych lub gminnych, pod kierunkiem budowniczego rządowego wykonywanych, protokoły, o których mowa, dołączone być winny do protokołów rewizyjno odbiorezych wykonywanych robót.

### *Wznoszenie i remont kościołów na obszarach b. Królestwa Polskiego.*

Tryb postępowania oraz zakres działania dozorów kościelnych i władz administracyjnych przy budowie, odbudowie i remoncie kościołów i zabudowań kościelnych na obszarach b. Królestwa Polskiego zostały ustalone: 1. Ukazem z dnia 20. stycznia 1863 r. „rozszerzającym atrybucję dozorów kościelnych i władz administracyjnych w zarządzaniu budową i reparaacją kościołów i innych zabudowań kościelnych“; 2. Postanowieniem Rady Administracyjnej Królestwa z dnia 27. marca

1863 r., wydanem w wykonaniu cytowanego Ukazu, oraz 3. „Instrukcją o budowie, restauracji i reparacji kościołów i innych zabudowań parafialnych w parafiach rzymsko katolickich i grecko unickich“, zatwierdzoną przez Radę Administracyjną Królestwa dnia 17. marca 1863 r., ogłoszonymi w Dzienniku praw, tom. 61.

### *Stawianie budowli i urządzanie ulic w niektórych osadach b. Królestwa Polskiego.*

W artykułach 235—242 Ustawy budowlanej b. cesarstwa rosyjskiego są podane przepisy, dotyczące stawiania budowli i urządzania ulic w niektórych osadach b. Królestwa Polskiego. Przepisy te stanowią, że: 1. budowle drewniane, wznoszone od innych zabudowań w bliższej odległości niż o 3 sażeny, winny być pokryte materiałem niepalnym i oddzielone od innych budowli murem ogniochronnym (art. 238.); 2. na rynkach i ulicach głównych wszystkie budowle winny być kryte materiałem niepalnym (art. 235), w pozostałych zaś częściach gontem (art. 236.); 3. budowle gospodarsko rolne, niemieszkalne, odległe co najmniej o 50 sażenów od mieszkalnych i o 4 sażeny od niemieszkalnych budowli, mogą być kryte słomą (art. 237.); 4. kominy we wszystkich domach winny być murowane od podstawy (art. 239.); 5. ulice główne powinny być rozszerzone do 8 sażenów, pozostałe do 6 sażenów (art. 240.).

### *Przepisy dla Kalisza.*

W czasie okupacji niemieckiej przez naczelnika powiatów kaliskiego i tureckiego dnia 10. listopada 1917 r. została wydana „Ustawa budowlana dla Kalisza (śródmieścia)“, która została ogłoszona w „Dzienniku rozporządzeń ces. niem. naczelnika powiatów kaliskiego i tureckiego“ — dodatek nadzwyczajny Nr. 150. z dnia 10. listopada 1917 r. Przepisy te na mocy dekretu z dnia 7. lutego 1919 r. „w przedmiocie tymczasowych przepisów budowlanych na obszarach b. zaboru rosyjskiego“ tymczasowo mają moc obowiązującą na terenie Kalisza. (Dziennik praw Nr. 14., poz. 176. z 1919 r.)

### **b) Przepisy obowiązujące na terenach b. zaboru rosyjskiego poza obszarem b. Królestwa Polskiego i w Warszawie.**

#### *Ustawa budowlana b. cesarstwa rosyjskiego.*

(Zbiór ustaw b. cesarstwa rosyjskiego tom. XII., cz. 1., wydany 1900 r. i uzupełnienia z 1906, 1908, 1909, 1910 i 1912 r.). (Wyciąg.)

Art. 163. Budynki drewniane, dla użytku publicznego przeznaczone, teatry i eyrki, ze względu na ich specjalne przeznaczenie mogą być powyżej sażenów 20 długie i szerokie; najwyższa dopuszczalna długość szop dla widowisk 25 sażenów, a szerokość, wewnątrz pomiędzy ścianami, 8 sażenów; poza tem pomiędzy szopami powinna być zachowana co najmniej 10-sażenowa odległość.

Art. 165. Fabryki i zakłady przemysłowe, sprawujące nieczystość powietrza, nie mogą być wznoszone w miastach oraz na brzegu rzek i ich odnóg powyżej miast.

Art. 166. Do budowli przemysłowych i fabrycznych nie mają zastosowania przepisy o elewacjach, wysokości dachów i innych architektonicznych zewnętrznych szczegółach, ponieważ wygląd ze-

wewnętrzny tych budowli winien być zastosowany do wewnętrznego rozplanowania, zależnego od potrzeb budowli.

Art. 168. Objęty artykułem 199. przepis o długości budowli drewnianych do budowli fabrycznych niema zastosowania.

Art. 170. We wszystkich fabrycznych i przemysłowych budowlach murowanych, z wyjątkiem gorzelnii, schody winny być z materiału niepalnego: kamienia, cegły, żeliwa lub żelaza, poza tem każdy budynek, mający więcej niż parter oraz dłuższy od 12 sażeń od frontu powinien być zaopatrzonej conajmniej w dwie klatki schodowe. Schody te mogą być urządzone tak wewnątrz budynków, jak również w przybudówkach na końcu lub z boku. Przepis eo do ilości schodów stosuje się również do fabrycznych i przemysłowych budynków drewnianych, w tym wypadku jednak mogą być stawione schody z drzewa.

Art. 173. Łaźnie publiczne winny być wznoszone w miastach w pobliżu wody i w miejscach dogodnych, ażeby bezpieczeństwu budowli miejskich nie zagrażały. Łaźnie te powinny posiadać dwa oddziały, a mianowicie: dla mężczyzn i dla kobiet, zaopatrzone w napisy i wejścia osobne.

Art. 174. Nie wolno stawiać przy sklepach murowanych przybudówek i schodów drewnianych.

Art. 175. Młyny i tamy należy wznosić w ten sposób, aby woda spiętrzona nie zalewała wyżej położonych młynów tudzież pól, roli i łąk sąsiednich. Również przy wznoszeniu młynów i tam należy przestrzegać, aby woda spiętrzona nie zalewała dróg do przejazdu lub brodu. Kto chce taką tamę lub młyn wzniesić, lubo może tego dokonać, winien jednak wzamian starych urządzeń na swojej ziemi w pobliżu starej nową drogę, w miejscach zaś, gdzie był bród, most dogodny lub prom.

Art. 176. Przy wznoszeniu we wsiach zakładów, działających zapomocą wody lub ognia, należy ściśle dopilnować, aby te zakłady nie zalewały pól sąsiednich oraz osiedlom nie zagrażały pożarem.

Art. 192. Budowle murowane mogą być wznoszone w sposób zwarty bez odstępów, z zachowaniem warunku, aby na strychach w obrębie dachu były wzniesione mury ogniochronne, oddzielające sąsiednie domy, oraz aby na domach wielkich, których długość wynosi więcej jak 12 sażeń, było wzniesionych kilka murów ogniochronnych na ścianach głównych w zależności od długości budynku.

Uwaga. Za mur ogniochronny należy uważać ścianę murowaną bez otworów, drzwi i okien, sięgającą ponad dach.

Art. 193. Budowle murowane wewnątrz podwórz mogą być wznoszone z zachowaniem co najmniej 2-sażenowej wzajemnej odległości.

Art. 194. Zabrania się wznoszenia od strony zewnętrznej domów, murowanych w miastach, przybudówek drewnianych dla schodów, przejść, galerji, pomimo oszpecenia grożących niebezpieczeństwem ognia.

Art. 195. Nie wolno w miastach przed upływem roku po ukończeniu budowli zewnątrz tynkować domów murowanych, wzniesionych w ciągu jednego lata; również poleca się przestrzegać i inne zasady budownictwa, mające na celu osuszanie nowych ścian. Przepis ten stosuje się również do budowli państwowych. Architekci, wykonawcy robót i obywatele są obowiązani do przestrzegania przepisu niniejszego; policja zaś winna ściśle tego dopilnować.

Art. 196. Należy przestrzegać, aby poręcze balkonów i werand, urządzanych przy domach prywatnych, były z żelaza lub żeliwa.

Art. 199. Budowle drewniane winny być wznoszone w odległości co najmniej 4 sażenów od lewej granicy i 2 sażenów od tylnej granicy posesji. Mieszkalne i niemieszkalne budowle drewniane, z wyjątkiem fabrycznych, nie mogą być dłuższe od 12 sażenów.

Art. 200. Piętrowe domy drewniane oraz parterowe z facjatami lub półpiętami winny być wznoszone na murowanych piwnicach lub lochach, albo też na murowanych fundamentach bez przerw pod ścianami zewnętrznymi domów, przyczem wysokość budowli od poziomu ziemi do początku dachu nie powinna być większa od 4 sażenów.

Art. 201. Piętrowe domy z parterem murowanym a piętrem drewnianem mogą być wznoszone, lecz bez facjat i wysokości nie większej, niż 4 sażeny od poziomu ziemi do początku dachu.

Art. 202. Na budowlach parterowych mogą być urządzone mieszkalne poddasza; natomiast nie wolno urządzać mieszkalnych poddaszy nad piętami i facjatami domów drewnianych.

Art. 203. W budowlach, posiadających nad parterem drewniany lokal mieszkalny, winny być najmniej dwie klatki schodowe, przyczem schody te w części murowanej budowli winny być z materiału niepalnego.



Art. 204. We wszystkich domach z piętrami drewnianymi przy piecach winny być urządzone kominy, postawione na osobnych fundamentach i izolowane murem od drewnianych ścian, forszto-towań, podłóg oraz sufitów.

**c) Przepisy obowiązujące na całym obszarze b. zaboru rosyjskiego.**

*Plany zabudowy.*

Dnia 8. kwietnia 1916 r. przez b. general-gubernatora warszawskiego zostało wydane „Rozporządzenie, dotyczące rozszerzenia warszawskiego okręgu miejskiego i sporządzenia planu zabudowania m. stoł. Warszawy”. Dnia 29. listopada 1916 r. przez tego general-gubernatora zastało wydane „Rozporządzenie, dotyczące sporządzenia planów zabudowy”, które obowiązywało we wszystkich osiedlach b. general-gubernatora warszawskiego. (Dziennik rozporządzeń z 1916 r., Nr. 58.) Wymienione rozporządzenie z dnia 29. listopada 1916 r. Dekretem Naczelnika Państwa z dnia 7. lutego 1919 r. zostało rozciągnięte na cały obszar b. Królestwa Polskiego. (Dziennik praw z 1919 r., Nr. 14., poz. 176.) Powyższy dekret rozporządzeniem Rady Ministrów z dnia 17. listopada 1921 r. został rozciągnięty na obszary, przyłączone na podstawie umowy o preliminaryjnym pokoju i rozejmie, podpisanej w Rydze dnia 12. października 1921 r. (Dziennik ustaw z 1921 r., Nr. 99., poz. 713.)

*Budowle drewniane w miastach.*

*Rozporządzenie Ministra robót publicznych z dnia 3. marca 1922 r. w sprawie wznoszenia i naprawy budowli drewnianych w dzielnicach miast, przeznaczonych pod budowle murowane (Dz. ust. Nr. 22., poz. 191.) (wyciąg).*

§ 2. Na całym terenie b. zaboru rosyjskiego zezwala się aż do odwołania w dzielnicach miejskich, przeznaczonych pod budowle murowane, po uzyskaniu pozwolenia właściwego urzędu: 1. dokonywać wszelkich napraw i przeróbek budynków drewnianych, 2. wznosić budowle drewniane przy zachowaniu obowiązujących przepisów tam, gdzie rady miejskie powezną odnośną uchwałę.

§ 3. Wznoszone na terenie b. Królestwa Polskiego budowle drewniane mieszkalne: 1. nie mogą posiadać więcej, niż dwie kondygnacje z możliwością wykorzystania poddaszy na mieszkania, 2. winny posiadać kominy murowane od fundamentu.

*Wysokość budowli w miastach.*

*Rozporządzenie Ministra robót publicznych z dnia 3. marca 1922 r. w sprawie wysokości budowli na terenie b. zaboru rosyjskiego (Dz. ust. Nr. 17., poz. 141.) (wyciąg).*

§ 2. Na terenie b. zaboru rosyjskiego: 1. Wysokość domu frontowego z reguły nie może przekraczać szerokości przylegającej ulicy. Budynek, znajdujący się na rogu ulic różnej szerokości,

może zachować od strony ulicy węższej wysokość, dozwoloną od strony ulicy szerszej, lecz podwyższenie to może się rozciągnąć najwyżej na długość, równającą się półtora raza wziętej szerokości ulicy węższej. 2. Wysokość domu od strony podwórza nie może przewyższać półtora raza więcej odległości domu od przeciwległej ściany lub od granicy sąsiada. O ile nieruchomości ma zastrzeżone hipotecznie prawo światła na sąsiednią posesję, wysokość domu lub oficyny będzie obliczona w stosunku odległości od przeciwległej ściany sąsiada. 3. Absolutna wysokość domów frontowych i oficyn z reguły nie może przekraczać 22 metrów i liczyć się będzie od poziomu chodnika do wierzchu górnego gzymsu. 4. Powierzchnia świetlików w planie musi mieć przynajmniej 8 m<sup>2</sup>, przy czem odległość dwóch przeciwległych ścian nie może być mniejsza nad 2,5 metra; na świetliki mogą wychodzić tylko okna przedpokojów, korytarzy, klozetów i łazienek, a w żadnym razie pokoiów mieszkalnych i kuchen. 5. Przy urządzeniu lokali mieszkalnych na poddaszach powyżej dopuszczalnej wysokości domów, nachylenie dachu od ulicy nie może przekraczać 45°, a od podwórza 60°, suma zaś szerokości występów okiennych poddaszy nie może przekraczać połowy długości odnośnego frontu budynku. 6. Do czasu wypracowania przez gminy miejskie i zatwierdzenia w należytych trybie planów zabudowania miast i związanych z nimi przepisów budowlanych, określających dopuszczalne wysokości w poszczególnych dzielnicach, władze budowlane mają prawo czynienia ograniczeń oraz zezwalania na przekroczenie wysokości, określonych w punkcie 1. i 2., w każdym poszczególnym wypadku, o ile warunki sytuacyjne, oraz względy higieniczne i estetyczne nie stoją temu na przeszkodzie.

### *Przepisy dla wsi.*

Dnia 20. listopada 1917 r. przez b. generał-gubernatora warszawskiego zostało wydane „Rozporządzenie budowlano-policyjne dla wsi“ (Dziennik rozporządzeń z 1917 r., Nr. 99.). Cytowane rozporządzenie Dekretem Naczelnika Państwa z dnia 7. lutego 1919 r. (Dziennik Praw z 1919 r., Nr. 14., poz. 176.) zostało rozciągnięte na cały obszar b. Królestwa Polskiego, a Rozporządzeniem Rady Ministrów z dnia 17. listopada 1921 r. na obszary, przyłączone na podstawie umowy o preliminarjnym pokoju i rozejmie, podpisanej w Rydze dnia 12. października 1921 r. (Dziennik ustaw z 1921 r., Nr. 99., poz. 713.).

### *Budowle w pobliżu kolei żelaznych.*

Przy wznoszeniu budowli w pobliżu kolei żelaznych powinny być przestrzegane obowiązujące na mocy Dekretu Naczelnika Państwa z dnia 7. lutego 1919 r. (Dziennik praw Nr. 14., poz. 176.) „Przepisy w przedmiocie stawiania budowli, urządzania składów, prowadzenia robót ziemnych oraz osadzenia drzew i krzewów w pobliżu

kolei żelaznych<sup>4</sup>. (Załącznik do art. 153. ogólnej ustawy kolei żelaznych b. cesarstwa rosyjskiego, Zbiór ustaw b. cesarstwa rosyjskiego, — tom. XII., cz. 1., wyd. 1906 r.).

### *Budowle w pobliżu dróg publicznych.*

Budowle wznoszone przy drogach publicznych podlegają przepisom, zawartym w ustawie z dnia 7. października 1921 r. o przepisach porządkowych na drogach publicznych. (Dziennik ustaw z 1921 r., Nr. 89., poz. 656.)

### *Budowle fabryczne i przemysłowe.*

Budowle fabryczne i przemysłowe, wznoszone na obszarach b. zaboru rosyjskiego, podlegają przepisom, zawartym w ustawie budowlanej oraz w ustawie o przemyśle fabrycznym b. cesarstwa rosyjskiego (Zbiór ustaw b. cesarstwa rosyjskiego, tom. XI. cz. 2., wyd. 1913 r.) oraz „Przepisom w przedmiocie bezpieczeństwa robót w zakładach fabrycznych“, zatwierdzonym przez Ministra handlu i przemysłu b. cesarstwa rosyjskiego w dniu 31. marca 1913 r. Do zakładów górniczych ma zastosowanie ustawa górnicza b. cesarstwa rosyjskiego (Zbiór ustaw b. cesarstwa rosyjskiego, tom. VII., wyd. 1912 r.). Kociołownie podlegają przepisom, zawartym w rozporządzeniach Ministra przemysłu i handlu: „w przedmiocie przepisów o budowie, ustawianiu i dozorze kotłów parowych, używanych na łądzie“ z dnia 8. listopada 1921 r. (Dziennik ustaw, Nr. 103., poz. 744.) oraz „w sprawie urządzania wyjść w nowobudowanych kociołniami“ z dnia 21. czerwca 1922 r. (Dziennik ustaw Nr. 51., poz. 461.).

### *Uprawnienia do prowadzenia robót budowlanych.*

Na mocy art. 35. przytoczonej wyżej Ustawy Budowlanej b. cesarstwa rosyjskiego do prowadzenia robót budowlanych w miastach są upoważnione tylko osoby, uprawnione do tego z tytułu posiadanych przez nich dyplomów i świadectw. Do uprawiania przemysłu budowlanego przepisy obowiązujące specjalnego uprawnienia nie wymagają.

### *Tryb postępowania przy wydawaniu pozwoleń na budowę i nadzór policyjno budowlany.*

Przepisy w przedmiocie trybu postępowania przy wydawaniu pozwoleń na budowę oraz w przedmiocie nadzoru policyjno budowlanego zawarte są w Ustawie Budowlanej b. cesarstwa rosyjskiego, której wyciąg w części, dotyczącej przepisów materialnych, został wyżej podany, oraz w Rozporządzeniu tymczasowym Ministerstwa Robót Publicznych dla organów służby budowlanej na terenie b. zaboru rosyjskiego z dnia 7. lipca 1919 r. (Monitor polski Nr. 158. z 1919 r.).

### *Organizacja władz budowlanych.*

W przedmiocie organizacji władz budowlanych na obszarach b. zaboru rosyjskiego obowiązują następujące ustawy i rozporządzenia: a) Ustawa o organizacji i zakresie działania Ministerstwa Robót Publicznych z dnia 29. kwietnia 1919 r. (Dziennik praw Nr. 39., poz. 283); b) Rozporządzenie Ministra Robót Publicznych z dnia 1. października 1916 r. w przedmiocie tymczasowej organizacji Okręgowych Dyrekcji Robót Publicznych (Monitor polski Nr. 260. z 1919 r.), które na mocy art. 3. Ustawy tymczasowej z dnia 2. sierpnia 1919 r. o organizacji władz administracyjnych II. instancji (Dziennik praw Nr. 65., poz. 395) weszły w skład województw; c) Rozporządzenie Ministra Robót Publicznych z dnia 11. lutego 1921 r., wydane w porozumieniu z Ministrem Spraw Wewnętrznych w przedmiocie instrukcji

dla Wojewódzkich Okręgowych Dyrekcji Robót Publicznych (Monitor Polski Nr. 47 z 1921 r.); d) Rozporządzenie wykonawcze Rady Ministrów z dnia 13. listopada 1919 r. do rozporządzenia z dnia 28. sierpnia 1919 r. o tymczasowej organizacji władzy administracyjnej I. instancji na obszarze b. zaboru rosyjskiego (Dziennik Ustaw Nr. 90., poz. 489.). Poza tem na mocy Ustawy Budowlanej b. cesarstwa rosyjskiego magistraty miast, w których miała zastosowanie rosyjska ustawa o samorządzie miejskim, są uprawnione do wydawania pozwoleń na budowę i sprawowania nadzoru policyjno budowlanego, w granicach ustalonych odnośnymi artykułami ustawy budowlanej.

### 3. B. zabór pruski.

Na terenie b. zaboru pruskiego obowiązują nadal niezmiennione ustawy i rozporządzenia pruskie.

### 4. Nowe przepisy polskie.

**Budynki szkolne.** Rozporządzeniem Ministerstwa z dnia 5. kwietnia 1922, Dz. u. r. p. Nr. 45., wydano przepisy co do wymiarów i liczby pomieszczeń w budynkach publicznych szkół powszechnych i domach mieszkalnych dla nauczycieli.

**Przepisy ulgowe.** Ustawą z dnia 26. września 1922, Dz. U. Nr. 87., upoważniono Ministra Robót Publicznych do wydawania dla miast przepisów ulgowych w dziedzinie budownictwa.

**Ułgi budowlane.** (Rozporządzenie Ministra Robót Publicznych z dnia 21. kwietnia 1923 r.)

§ 1. 1. Budynki parterowe mogą być wznoszone przy wszystkich ulicach.

Również przy wszystkich ulicach mogą być wznoszone budynki o dwóch kondygnacjach (parter i jedno piętro).

Inne budynki frontowe mogą posiadać wysokość nieprzekraczającą półtora raza wziętej szerokości ulicy, przy której są położone.

2. Budynki na rogu ulic różnej szerokości mogą mieć od strony ulicy węższej wysokość dozwoloną od strony ulicy szerszej, lecz w tej wysokości sięgać mogą w ulicę węższą, mierząc od rogu, na odległość nie przekraczającą dwa razy wziętej szerokości tej ulicy.

3. Jeżeli front budynku jest cofnięty od linii zabudowy ulicy, wielkość tego cofnięcia może być przy ustalaniu dopuszczalnej wysokości takiego budynku dolizczoną do szerokości ulicy.

4. Wysokość budynku od strony podwórza może wynosić półtora raza wziętą odległość tego budynku od przeciwległej ściany na tejże posiadłości lub od przeciwległej granicy sąsiada.

Jeżeli budynek, względnie odnośny grunt ma prawnie zapewnione korzystanie ze światła na przeciwległej posiadłości sąsiada, wysokość budynku lub oficyny może wynosić półtora raza wziętą odległość od przeciwległej ściany sąsiada.

5. Gdy budynek usytuowany jest przy wolnym placu lub w głębi posiadłości, władza budowlana II. instancji może zezwolić na przekroczenie przepisanej wysokości odnośnego budynku, tak od strony ulicy, jak i od podwórza.

Wysokość budynku mierzy się od górnej krawędzi gżemsu wieńczącego do najwyższego punktu przyległego terenu.

§ 2. Przy użyciu cegły palonej normalnych wymiarów grubość ścian zewnętrznych pomieszczeń mieszkalnych nie może być mniejszą od  $1\frac{1}{2}$  cegły.

Grubość ścian winna jednak czynić zadość wymaganiom konstrukcyjnym (statycznym) i termicznym, odpowiednio do materiałów użytych do budowy.

§ 3. Wiązania dachów mogą być oparte na belkowaniach stropowych.

Żadne drewniane części konstrukcji dachów nie mogą jednak być wpuszczane w mur ogniochronny.

§ 4. W murowanych, względnie ogniotrwałych domach jednorodzinnych zezwala się na urządzenie schodów i przykrycie klatki schodowej z materiału nieogniotrwałego.

§ 5. W domach jednorodzinnych, wznoszonych w miastach na obszarze województw: krakowskiego, lwowskiego, tarnopolskiego i stanisławowskiego piwnice pod budynkami mogą być niesklepione i mogą posiadać drzwi leżące, prowadzące bezpośrednio z pomieszczeń przyziemia.

§ 6. Zezwala się na częściowe lub całkowite przykrycie szklanym dachem podwórza w parterze, o ile przystęp światła i powietrza do lokali mieszkalnych w podwórzu nie będzie uszczuplony i względy bezpieczeństwa ogniowego nie będą stać temu na przeszkodzie.

§ 7. 1. Zezwala się na urządzenie lokali mieszkalnych w suterenach w wypadkach, gdy naturalna spadziłość terenu wymaga budowy suteren wzniesionych znacznie ponad poziom.

2. W domach istniejących, jak i nowowznoszonych, bez względu na warunki terenowe, mogą być czasowo aż do odwołania, również urządzone w suterenach lokale mieszkalne. Zarówno w wypadkach pod 1. jak i 2. winny być zachowane następujące warunki:

a) co najmniej połowa wysokości sutereny, w której ma być urządzony lokal mieszkalny, winna znajdować się pod przyległym terenem, okna zaś winny mieć w świetle futryny co najmniej 1 metr wysokości ponad przyległy teren i posiadać powierzchnię równą przynajmniej  $\frac{1}{10}$  powierzchni podłogi izby mieszkalnej;

b) spód ziemny suteren winien być suchy, mury przylegające do ziemi jako też podłogi winny być izolowane i od zawilgocenia skutecznie zabezpieczone;

c) każdy pokój mieszkalny w suterenach musi mieć komin wentylacyjny ssący, wyprowadzony ponad dach;

d) drzwi suteren mieszkalnych nie mogą być urządzone bezpośrednio na ulicę.

§ 8. Zezwala się na urządzenie mieszkań w poddaszach, przy zachowaniu jednak niezbędnych ostrożności na wypadek pożaru. Jeżeli takie poddasza będą urządzone powyżej dopuszczalnej wysokości domów, nachylenie dachu nie może przekraczać  $60^\circ$ , suma zaś szerokości występów okiennych poddaszy nie może przekraczać połowy długości odnośnego frontu budynku.

§ 9. Zezwala się aż do odwołania na wznoszenie budowli drewnianych w dzielnicach przeznaczonych pod budowle murowane, względnie budowle ogniotrwałe. Takie budowle drewniane jednak nie mogą mieć więcej niż 2 kondygnacje, winny być pokryte ogniotrwałe i winny posiadać kominy murowane od fundamentów. Inne przepisy przeciwogniowe winny być zachowane.

§ 10. W miastach na obszarze b. zaboru rosyjskiego w wypadkach, gdy budowla została wzniesiona w miesiącach letnich, lub zastosowano sztuczne środki osuszania, zezwala się na zewnętrzne i wewnętrzne tynkowanie budowli mieszkalnych w tym samym roku kalendarzowym, w którym ściany budowli zostały wyprowadzone pod dach. Pozwolenia na takie tynkowanie udziela władza budowlana I. instancji.

§ 11. Przepisy paragrafu 1. z wyłączeniem ustępu drugiego punktu 1., oraz punktu 5. tego paragrafu, tudzież przepisy paragrafu 7., punkt 2., i paragrafu 9. mogą być całkowicie lub w ściślejszych granicach stosowane tylko po zapadnięciu odpowiednich uchwał rad miejskich, względnie gminnych.

§ 12. W dzielnicach o charakterze zabytkowym możność korzystania z ulg przewidzianych w paragrafie 1. niniejszego rozporządzenia uzależnia się od zgody władzy konserwatorskiej.

§ 13. Przepisy niniejsze mają zastosowanie :

a) w miastach, w których obowiązują „przepisy ogólne policji budowniczej dla miast w Królestwie Polskiem“ z dnia 26. września 1820 r. (Zbiór Przepisów Administracyjnych Królestwa Polskiego, Wydział Spraw Wewnętrznych i Duchownych. Cz. I. Gospodarstwo miejskie. Tom II. wyd. 1866 r.);

b) w miastach, w których obowiązuje ustawa budowlana b. cesarstwa rosyjskiego (Zbiór Ustaw b. cesarstwa rosyjskiego, tom XII., cz. I., wyd. 1900 r. i uzupełnienia z 1906, 1908, 1909, 1910 i 1912);

c) w miastach: Lwowie i Krakowie;

d) w miastach, w których obowiązuje ustawa z dnia 28. kwietnia 1882 r., zawierająca przepisy budownicze dla gmin miejskich (Dz. U. i Rozp. kr. dla Kr. G. i L. z W. Ks. Kr. Nr. 77.);

e) w miastach, w których obowiązuje ustawa budownicza z dnia 4. kwietnia 1889 r. dla znaczniejszych miejscowości w Królestwie Galicji i Lodomerji wraz z Wielkiem Księstwem Krakowskiem (Dz. U. i Rozp. kr. dla Kr. G. i L. W. Ks. Kr. Nr. 31.).

§ 14. Rozporządzenie niniejsze wchodzi w życie z dniem ogłoszenia.

Z dniem tym tracą moc obowiązującą :

1. punkty 3., 5., 6., 7., 8., 9. załącznika do artykułu 185. ustawy budowlanej b. cesarstwa rosyjskiego (Zbiór ustaw b. cesarstwa, tom XII., część 1., wydanie 1900 r.);

2. § 2., punkt 2., i § 3. rozporządzenia Ministra Robót Publicznych z dnia 3. marca 1922 r. w sprawie wnoszenia i naprawy budowli drewnianych w dzielnicach miast przeznaczonych pod budowę murywane (Dz. U. R. P. Nr. 22., poz. 191.);

3. § 2., punkt 5., rozporządzenia Ministra Robót Publicznych z dnia 3. marca 1922 roku w sprawie wysokości budowli na terenie b. zaboru rosyjskiego (Dz. U. R. P. Nr. 17, poz. 141.);

4. § 20., ustęp 5., zdanie 2., §§ 33. i 34., § 41. punkty c, d, e, f, § 47. ustęp 1., oraz § 63. ustawy budowniczej dla królewskiego stołecznego miasta Lwowa z dnia 21. kwietnia 1885 r. (Dz. U. i Rozp. kr. dla Kr. G. i L. z W. Ks. Kr. Nr. 31.);

5. § 33., ustęp 4., oraz działy A i B ustawy budowniczej dla królewskiego głównego miasta Krakowa z dnia 17. lipca 1882 r. w brzmieniu ustawy z dnia 28. marca 1905 r. (Dz. U. i Rozp. kr. dla Kr. G. i L. z W. Ks. Kr. Nr. 57.); oraz § 42. ustawy budowniczej dla królewskiego głównego miasta Krakowa z dnia 17. lipca 1882 r. (Dz. U. i Rozp. kr. dla Kr. G. i L. z W. Ks. Krak. Nr. 63.);

6. § 22., ustępy 2., 3., 4., 5.; §§ 27., 30., 48. i 55. ustawy z dnia 28. kwietnia 1882 r., zawierającej przepisy budownicze dla gmin miejskich (Dz. U. i Rozp. kr. dla Kr. G. i L. z W. Ks. Kr. Nr. 77.);

7. § 25., ustępy 3., 4., 5., 6.; §§ 30., 33., 50. i 57. ustawy budowniczej z dnia 4. kwietnia 1889 r. dla znaczniejszych miejscowości w Królestwie Galicji i Lodomerji wraz z Wielkiem Księstwem Krakowskiem (Dz. U. i R. kraj. dla Kr. G. i L. z W. Ks. Kr. Nr. 31) odnośnie do miast.

## II. Przepisy ochronne.

Wobec braku nowych jednolitych polskich ustaw i rozporządzeń podaje się w rozciągłości obowiązujące jeszcze w b. zaborze austriackim przepisy, które jednocześnie służyć mogą pod względem technicznym jako wzory na terenach, gdzie one nie obowiązują ustawowo.

### 1. Ochrona w przemyśle budowlanym.<sup>†</sup>

#### I. Przepisy dla zapobieżenia wypadkom.

##### 1. Fundamenta.

§ 1. Podczas kopania fundamentów, jakoteż podczas robót ziemnych wogóle należy dbać ze szczególną starannością o bezpieczne rozparcie. Podkopywanie ścian wykopu jest niedopuszczalne. Brzegów wykopu na szerokość co najmniej pół metra od krawędzi mierząc niewolno obciążać ziemią, materiałem itp.

Gdy nastanie słońca należy przed rozpoczęciem i w czasie roboty badać ściany wykopu, względnie rozparcie co do wytrzymałości i w miarę wyniku zastosować potrzebne środki zabezpieczające.

Obok budowli istniejących, mających fundamenta płytsze, niż zamierzona budowa wolno wykonywać nowe fundamenta i potrzebny do tego wykop ziemi jedynie częściowo, a mianowicie w długościach niewiększych, niż po 2 m.

##### 2. Wykopy studzienne, kanałowe i kloaczne.

§ 2. Wykopy czyli szyby studzienne kwadratowe należy w każdym razie opierzyć. Kągle szyby wolno pogłębiać bez omurowania jedynie w zupełnie twardym gruncie.

Jeżeli opierzenie wykopu studni składa się z dyli poziomych, to podczas omurowania studziennego wolno usuwać naraz tylko po jednym dylu i to niepierwej, aż przestrzeń między omurowaniem a ścianą wykopu otrzyma zapelnienie silnie ubite po dolną krawędź tegoż dyla. Gdy ziemia jest bardzo sypka, żwirowa itp., niewolno wogóle w obrębie całej głębokości warstwy sypkiej usuwać opierzenia, ale raczej należy je zapelnąć od tyłu nasypką. Jeżeli opierzenie składa się z desek wbijanych, to należy w pierw wykonać zapelnienie od tyłu jednego pola omurowania aż po najbliższy wieniec, zanim się przystąpi do usuwania wbitych desek pionowych.

Zapelnienie poza omurowaniem należy zawsze silnie ubić.

W szybie studziennym należy tuż nad głową robotników urządzić nakrycie ochronne, pod które robotnicy mogliby się schronić przed spadającymi przedmiotami.

§ 3. Przed zjazdem lub wlezieniem do studni albo do wykopu studziennego — bez względu na mniejszą, czy większą głębokość —, należy właśnie tak, jak przed wlezieniem do używanego już dołu kloaczego i do starych kanałów stwierdzić, czy nie znajduje się tam powietrze duszące. To stwierdzenie trzeba przeprowadzić zapomocą powolnego spuszczenia zwykłej latarni z płonącym światłem lub zresztą w inny jaki niezawodny sposób.

Skoro zagaśnięcie światła lub inna jaka przedsięwzięta próba stwierdzi obecność gazów duszących, należy je usunąć pompami powietrznymi lub wentylatorami,

<sup>†</sup> Rozporządzenie b. austr. Ministra handlu z 7. lutego 1907, Dz. u. państw. Nr. 24.

a w braku ich wlewaniem wody gorącej lub spuszczeniem wiader z niegaszonem, przedtem wodą polanem wapnem.

Gdy zachodzi przypuszczenie, że w szybie znajdują się gazy eksplodujące, to nie wolno przedsiębrać próby z płonącym światłem.

Próbę powietrza należy w każdym razie powtarzać aż do osiągnięcia wyniku bez zarzutu.

### 3. Jamy na wapno i inne wgłębienia.

§ 4. Jamy na wapno i inne wgłębienia narażające bezpieczeństwo ruchu na miejscu budowy należy przykryć w sposób wykluczający załamanie się, albo oporęczyć dostatecznie silnie.

### 4. Rusztowania.

#### a) Wogóle.

§ 5. Każde rusztowanie należy sporządzić według zasad sztuki-budowlanej w sposób bezpieczny, odpowiadający postępowi budowy, z drzewa zdrowego i wskutek poprzedniego używania w przekroju swym nieosłabionego.

Do rozbierania rusztowań należy zastosować odpowiednie urządzenia, by belki, dyle, rozpory, klamry i wszelkie inne duże i ciężkie części składowe rusztowań można bezpiecznie liną spuścić, lub w inny sposób nadół usunąć bez narażenia osób, znajdujących się pod rusztowaniem.

Wystające gwoździe z drzewa należy według możliwości jeszcze przed zniesieniem, a w każdym razie przed dalszem użyciem tego drzewa pousuwać lub pozaginać.

Materiał składany na rusztowaniach należy tak rozmieścić, aby ruch niedoznał przeszkody wskutek tego.

#### b) Rusztowania stojakowe.

§ 6. U rusztowań stojakowych muszą stojaki („londyny“) otrzymać silne oparcie a rygle poprzeczne bezpieczną podporę; w razie bocznego obciążenia rusztowania całego lub poszczególnych jego części, należy zastosować dostatecznie silne rozparcie krzyżowe. Nadzwyczajne rusztowania, na przykład dla wież, dla rozległych osadzań itp., należy związać według zasad sztuki budowlanej.

Na wszystkich piętrach rusztowania należy ułożyć odpowiednio szczelny, silny i szeroki pokład z desek, których końce nie powinny wolno zwisać. Do zabezpieczenia od spadnięcia ludzi, materiału lub narzędzi należy urządzić dopiersie, a od strony zewnętrznej ochronne dyle stopowe.

Dostęp do rozmaitych pięter rusztowania, oraz z piętra na piętro należy urządzić zapomocą pomostów, schodów i drabín, ale w ten sposób, by rusztowania były dostępne tylko z piętra na piętro.

#### c) Rusztowania wysunięte.

§ 7. U rusztowań wysuniętych, czyli balkonowych należy belki jednym końcem na zewnątrz wysunięte przytrzymać od wnętrza zapomocą bezpiecznego zaparcia, albo podeprzeć od zewnątrz dostatecznie silnymi zastrzałami od muru idącymi; należy także zapobiec bocznemu wychyleniu się zapomocą odpowiednich usztywnień.

#### d) Rusztowania drabinowe.

§ 8. Rusztowania drabinowe należy usztywnić przekątnie skrzyżowanemi łatanami, a celem zabezpieczenia od spadnięcia zamknąć dopiersiem (oporęczeniem) od strony zewnętrznej i tak samo od strony wewnętrznej, jeżeli przestrzeń między pokładem rusztowania a ścianą budynku jest szersza niż 0.40 m.

Deski do chodzenia powinny spoczywać na szczelkach i powinny poza nie występować oboma końcami conajmniej 0.2 m.



Połączenie drabin z belkami wysuniętymi, oraz desek dopiersia czyli oporęczenia z półdrabkami należy wykonać w sposób bezpieczny i wytrzymały.

*e) Rusztowania wiszące.*

§ 9. Rusztowania wiszące wolno zawieszać jedynie zapomocą lin na dostatecznie silny i bezpiecznie przymocowanych belkach wysuniętych. Do montowań wolno zamiast lin użyć także łańcuchów i sztywnych trzonów żelaznych, dostatecznie wytrzymałych.

Największą dopuszczalną liczbę robotników, oraz najmniejszą dopuszczalną grubość liny zawieszenia należy na rusztowaniach wiszących uwidocznnić trwale i czytelnie.

Każdą windę należy zaopatrzyć zapadką i hamulcem, a zębaty popęd okryć osłoną ochronną.

Każde rusztowanie wiszące należy zapomocą stosownych przyrządów zabezpieczyć od chwiania się.

*f) Rusztowania na kozłach, czyli na kobylnicach.*

§ 10. Kozły czyli kobylnice są bez podłużnego usztywnienia niedopuszczalne; takie usztywnienie należy przeprowadzić przynajmniej zapomocą zastrzałów zawieszonych klamrami.

Pod kozły czyli kobylnice na ziemi należy ułożyć dostatecznie silny podkład; na rusztowaniach nie wolno nigdy ustawiać kobylnic bezpośrednio na belkach, tylko na szczelnym, dostatecznie wytrzymałym pokładzie dyłowym.

Jeżeli rusztowanie kobylnicowe jest 1-9 m lub więcej wysokie, oraz jeżeli dwa rusztowania kobylnicowe stoją na sobie, należy pokład zamknąć ochronnym dylem słopowym, a prócz tego urządzić dopiersie.

*g) Rusztowania postatnicze.*

§ 11. Rusztowania postatnicze<sup>1</sup> — prócz ściśle zawodowej konstrukcji — powinny otrzymać odpowiednie zabezpieczenie wyłazów i miejsc roboczych na rusztowaniu. Także wybijanie czyli zwalnianie rusztowań postatniczych wolno przeprowadzać jedynie pod kierownictwem zawodowem.

*h) Badanie rusztowań.*

§ 12. Rusztowania należy przynajmniej co 14 dni, a szczególnie po burzy i po każdej dłuższej przerwie w budowie poddać zawodowemu zbadaniu co do jego prawidłowego stanu budowlanego; rusztowania wiszące należy badać przed każdym użyciem, a umocowanie belek ich wysuniętych codziennie. Dostrzeżone braki należy usunąć przed zaczęciem roboty.

*i) Obciążenie rusztowań.*

§ 13. Rusztowania obciążać wolno jedynie w sposób odpowiadający rodzajowi ich budowy. Rusztowań wysuniętych, drabinowych i wiszących wolno tylko wtedy używać do montowania zespołów żelaznych i drewnianych, jeżeli konstrukcja ich odpowiada takiemu szczególnemu obciążeniu. Zresztą rusztowań tych wolno używać tylko do takich robót, które nie wymagają nagromadzenia robotników i skupienia materiałów, więc tylko do robót lakierniczych, malarskich itp.

*k) Otwory rusztowaniowe.*

§ 14. Otwory rusztowaniowe, potrzebne na poszczególnych piętrach do wyciągania materiałów należy otoczyć opierzeniami z desek tak, aby utworzyły pomiędzy

<sup>1</sup> Rusztowania te służą do nadania właściwej postaci niektórym częściom budowy, jak na przykład sklepieniom itp. i dlatego nazywam je rusztowaniami postatniczemi. Przepisek autora.

piętrami szyb, który powinien sięgać aż do najniższego końca urządzenia wyciągowego i tak tu, jak i na piętrach posiadać otwory tylko w tych miejscach, w których się odbywa każdorazowe ładowanie lub wyładowanie dobra wyciąganego. Również wolno pozostawić bez ogrodzenia tylko miejsce u najwyższego otworu rusztowania, służące do odbioru wyciąganego materiału.

### 5. Drabiny i schody.

§ 15. Drabiny i schody należy przed użyciem badać co do ich bezpieczeństwa. Dostrzeżone braki trzeba natychmiast usunąć. Brakujących szczebli nie wolno zastępować łątami, przybitemi gwoździami.

Jeżeli wzajemne połączenie piątr budowli kilkupiętrowej urządzi się zapomocą drabin, to należy je zawsze ustawiać parami, jedną do wyłazenia, drugą do złączenia według możności tak, aby podczas wyłazenia, czy złączenia zwrot odbywał się zawsze w tę samą stronę; muszą one także być tak długie, by przewyższały pokład piętrowy, do którego wiodą, co najmniej o 1·5 m w kierunku drabiny mierząc.

Drabin nie wolno w ten sposób jedną nad drugą ustawiać, by spadające przedmioty mogły trafić drabinę niżej położoną.

Drabiny należy ustawić silnie na ziemi, a nadto przymocować dobrze klamrami do rusztowania. Na rusztowaniach wolno ustawiać drabiny tylko na pokładzie z dyli co najmniej 5 cm grubych.

W razie użycia drabin poza piętrami rusztowania stojących i wprost na jedno z tych piątr wiodących, należy postarać się o dostatecznie szerokie i bezpieczne wejście, względnie zejście.

Drabiny podwójne (malarskie, schodowe i stopniowe drabiny) należy zaopatrzyć przyrządem przeciw przypadkowemu rozsunięciu się.

### 6. Pochylnia.

§ 16. Pochylnie, czyli pomosty pochyłe należy według możności zakładać tak szerokie, by pozwalały na wyminięcie się dwu osób.

Wznios pomostów powinien według możności wynosić 1 : 3 lub mniej, nie powinien być jednak w żaden sposób większy niż 1 : 2.

Powierzchnia pochylni, służąca do chodzenia, powinna otrzymać w całej szerokości listwy stopnicze na długość kroku wzajemnie odległe, a gdy ośliżnie, należy ją posypać popiołem, piaskiem itp.

Każdą pochylnię od strony zewnętrznej, oraz od strony przyległych otworów okiennych i drzwiowych — gdyby się znajdowały — należy zaopatrzyć poręczami; również i stronę wewnętrzną trzeba oporęczyć, jeżeli pochylnia odstaje od muru więcej niż 0·4 m.

### 7. Liny i łańcuchy.

§ 17. Do budowy wolno — prócz łańcuchów — używać jedynie plecionych lin konopnych, bawełnianych lub drucianych.

Nienagannosc własności i wytrzymałość lin i łańcuchów należy sprawdzać od czasu do czasu zapomocą zawodowych badań. Uszkodzone łańcuchy i liny trzeba natychmiast sposobem zawodowym ponaprawiać, a gdy to nie da się zrobić z dostateczną pewnością, wymieniać.

Niedostatecznie wytrzymałe łańcuchy i liny należy wykluczyć z użycia.

Do podawania materiałów zapomocą naczyń podawczych nie wolno używać lin z pojedynczymi hakami.

8. Wyciągi i wydzwigi.<sup>1</sup>

## a) Wogóle.

§ 18. Wyciągów materiałowych nie wolno używać do podnoszenia i spuszczenia ludzi. Jedyne do budowy studzien i wysokich kominów zezwala się na używanie wyciągów także i do ruchu osobowego, jeżeli pod tym względem przedstawiają dostateczne bezpieczeństwo.

§ 19. Otwory do ładowania i wyładowania należy u wszelkich wyciągów materiałowych odpowiednio zabezpieczyć, by spadnięcie ludzi lub materiałów było wykluczone, oraz dostatecznie oświetlić i oświetać. Każdy taki otwór należy zaopatrzyć wyraźną i widoczną przestrogą, tyczącą się zapobieżenia i zakazu używania wyciągu do ruchu osobowego.

§ 20. Mechanizmy popędowe wyciągów, przenośnic bez końca, żórawi itp. należy ogrodzić w razie, gdy już samo ich położenie nie daje im ochrony. Wszelkie zabezpieczenia kołowe, położone w obrębie ruchu budowy lub wystawione na mimowolne dotknięcia należy osłonić.

W razie zastosowania wyciągów elektrycznych należy przewody elektryczne, a tak samo i przyrządy zabezpieczyć w sposób pewny, by dotknięcie ich przez osoby nie powołane było niemożliwe.

Wyciągi, przenośnice bez końca i wszelkie tego rodzaju przyrządy do podnoszenia należy tak urządzić, aby narażenie osób na dole zajętych, wskutek spadnięcia materiałów było wykluczone; na piętrze najniższym należy urządzić odpowiednio silny dach ochronny.

§ 21. Popod ciężarami wolno zwisającymi należy ograniczyć ruch do miary bezwarunkowo niezbędnej.

## b) Wyciągi zaprawy.

§ 22. Wał zwykłych wyciągów zaprawy (koło na wale z dwoma na linach wiszącymi naczyniami podnośnemi) powinien znajdować się tak wysoko ponad stanowiskiem robotników, aby nawet wyciągniętymi rękami nie mogli go dosięgnąć, albo wał ten należy tak osłonić, by robotnicy nie mogli go dotknąć.

Przed otworem wyciągowym należy do pokładu rusztowania poprzybijać gwoździamiłaty stopnicze, a w wysokości piersi przymocować przejmę lub poręczkę, których mogliby trzymać się wolną ręką robotnicy, prowadzący linę.

## c) Żórawie i windy.

§ 23. Żórawie i windy należy zaopatrzyć zapadką i hamulcem pasowym, albo innymi niezawodnie działającymi przyrządami hamowniczymi. Jeżeli przedmiot trzeba spuszczać własnym ciężarem, należy urządzić zapadki dla ruchu w dwojakim kierunku celem zapobieżenia powstaniu samoczynnego szybkiego ruchu.

Żórawie przenośne, na których znajdują się robotnicy, należy zaopatrzyć oporęczonymi pomostami, czyli galerjami w ten sposób, aby zabezpieczyły dostatecznie ludzi i materiał przed spadnięciem.

Na każdym żórawiu należy wyraźnie uwidocznnić jego zdolność udźwigu w kilogramach.

## 9. Urządzenia przenośnicze.

## a) Służba przesuwnicza.

§ 24. Do przesuwania wozów kolejowych na torach ruchu zapomocą siły ludzkiej lub zwierzęcej należy przesuwaczom dostarczyć drągów hamulcowych, trzewików hamulcowych, klinów podkładowych itp. Jeżeli na tym samym torze poruszają się równocześnie jeszcze inne wozy zapomocą siły ludzkiej, to należy utrzymywać

<sup>1</sup> Wyciągi (Aufzüge), wydzwigi (Hebezeuge).

w pogotowiu robotnika, który ma iść przed wozem do przesuwania przeznaczonym i baczyć na to, by odnośna przestrzeń była wolna i bezpieczna dla ruchu.

Do przesuwania zapomocą zwierząt zaprzęgowych należy używać łańcuchów lub lin zaprzęgowych co najmniej 2·5 m długich. Jeżeli przesuwanie takie odbywa się na torach w spadku założonych, to oprócz woźnicy należy mieć w pogotowiu jeszcze przynajmniej jednego robotnika, który ma w razie potrzeby wozy w ruchu będące zatrzymać zapomocą stosownych środków.

W razie, gdy przesuwanie odbywa się zapomocą siły motoru, należy zastosować te urządzenia, które są potrzebne do prawidłowego ruchu na kolejach.

§ 25. Na kolejach materiałowych w spadku założonych należy postarać się o niezawodne hamowanie, polegające na dostarczeniu dostatecznej ilości wozów hamownych.

§ 26. Obrotnice i przesuwnice powinny dawać się ustalić w swem właściwym położeniu zapomocą odpowiednich przyrządów.

#### b) Przenoszenie wielkich ciężarów.

§ 27. Przenoszenie jakoteż ładowanie i wyładowanie wielkich ciężarów powinno odbywać się pod nadzorem zawodowym. O bezpieczny stan: środków do przenoszenia i ładowania, przyrządów do przewożenia i podnoszenia, torów i tym podobnych należy starać się w ten sposób, by ani bezpieczeństwo ruchu, ani też bezpieczeństwo robotników lub obcych osób nie było narażone.

Użyte do ładowania lub wyładowania szyny ześlizgowe lub dyle ześlizgowe należy zabezpieczyć od przypadkowego przesunięcia się lub skrawczenia, a w ziemie oczyścić z lodu i posypywać piaskiem, popiołem itp. Wózki należy zabezpieczyć stosownymi przyrządami od przewrócenia się.

§ 28. Wózki wywrotne należy zaopatrzyć niezawodnymi, w obsłudze bezpiecznymi sprzęgłami.

§ 29. Podczas przenoszenia wałków, rur, cylindrów, beczek itp. należy zastosować odpowiednie środki ochronne od stoczenia się tych przedmiotów.

### 10. Zarządzenia wewnątrz budowli.

§ 30. Celem ochrony robotników od niebezpieczeństwa spadnięcia wewnątrz budynku należy albo belki stropowe (trawersy, belki drewniane) bezpośrednio po ułożeniu zupełnie pokryć, albo otwory w ścianach obwodowych, wiodące do nieprzykrytych belek stropowych, a tak samo i otwory, prowadzące bezpośrednio w podwórza, szyby i niewykończone klatki schodowe, w sposób bezpieczny odgradzić.

Skoro schody zostaną osadzone, to jak długo nie będą miały stałych poręczy, powinny otrzymać tymczasowe oporęczenie ochronne.

Połączenia (przejścia, schody) idące popod przestrzeniami niezastropowanymi należy zaopatrzyć przykryciem, chroniącym od spadających przedmiotów.

Jeżeli na powale ma się odbywać przenoszenie lub składanie materiałów, to należy w tym celu urządzić przejścia, lub pełny pokład z dyli.

### 11. Roboty dachowe i inne podobnie niebezpieczne.

§ 31. Do robót niebezpiecznych, a mianowicie: do krycia dachu i zrzucania śniegu, do instalacji odgromów, do niebezpiecznych robót blacharskich i szklarskich należy robotników zaopatrzyć pasem bezpieczeństwa i sznurem.

Podczas nowego krycia dachów szklanych należy pod nimi ustawić rusztowanie z silnym pokładem deskowym, a odpadki szkła natychmiast usuwać.

### 12. Rozbierania.

§ 32. Podczas rozbierania jest wywracanie całych części muru w regule niedopuszczalne.

Jedynie wolno stojące: mury, ściany szczytowe, kominy itp. — jeżeli są odosobnione — wolno pod stałym kierownictwem zawodowca wywierać lub rozsadać.

Także rozbieranie (wyłamanie, wyburzenie) sklepień wolno wykonywać jedynie pod stałym kierownictwem zawodowca. Przestrzeń znajdującą się pod sklepieniem do rozebrania przeznaczonem należy zamknąć i — jeżeli konstrukcja sklepienia wymaga — podeprzeć w odpowiedni sposób.

Budowle, które wskutek rozebrania przypierających innych budowli tracą swą podporę, należy w sposób zawodowy zabezpieczyć.

Celem zapobieżenia wywiązywaniu się uciążliwego kurzu należy mury i rumowisko często skrapiać, a do spuszczenia rumowiska używać drewnianych przewodów (trąb), których dolny koniec wchodzi do otwartego worka.

### 13. Dalsze przepisy bezpieczeństwa.

§ 33. Podczas godzin pracy dokonywanej w ciemności należy miejsca robocze i dojścia do nich dostatecznie oświetlić; tak samo należy się postarać o odpowiednie oświetlenie wszelkich niedostatecznie oświetlonych miejsc roboczych.

Druły przewodowe elektrycznego oświetlenia należy wszystkie zizolować celem ochrony od dotknięcia. Lampy dla łatwo ułotnego ciała palnego z palnikiem, umieszczonym niżej zbiornika paliwa świetlnego, należy nadto w ten sposób zawieszać, aby można uniknąć silniejszego rozgrzania zbiornika. W przestrzeniach, w których robotnicy stale przebywają, nie wolno przechowywać takich lamp, ani potrzebnego dla nich paliwa.

§ 34. Do robót, które mogą narazić wzrok, należy zaopatrzyć robotników okularami ochronnymi, daszkami ochronnymi lub maskami. Celem ochrony innych w pobliżu zajętych robotników należy w miarę potrzeby urządzić ochronne ściany lub ochronne siatki.

Robotników, których zajęcie naraża w szczególny sposób na zamakanie albo uszkodzenie nóg, należy zaopatrzyć odpowiedniemu obuwiem.

Robotnikom, zajętych przenoszeniem przedmiotów o ostrych brzegach lub kółkach, należy dostarczyć silnych skórzanych nosideł ręcznych, albo rękawice z materiału wytrzymałego.

§ 35. Przerzucanie materiału budowlanego jest tylko w parterze dopuszczalne. Podawanie cegły przez robotników stojących na drabinach jest dozwolone co najwyżej z piętra na piętro.

§ 36. Gdzie materiały w większej ilości układają w stopy, należy się postarać o stosowne środki ochronne, zapobiegające zwaleniu się dobra złożonego.

§ 37. Naprawy na budynkach (wyprawianie, narzucanie, powlekanie zewnętrznych ram okiennych itp.) wolno wykonywać na pojedynczych drabinach jedynie wtedy, gdy budynki są parterowe lub jednopiętrowe; gdy budynki są więcejpiętrowe, należy zastosować rusztowania wysunięte, rusztowania drabinowe albo rusztowania wiszące.

§ 38. Wszelkie do robót budowlanych używane sprzęty robocze i urządzenia maszynowe należy zawsze utrzymywać w dobrym i do użytku przydatnym stanie.

§ 39. Wszelkim w budowie niezatrudnionym osobom należy jak najostrej zakazać wchodzenia na rusztowania, na przykład celem przynoszenia jadła lub napojów.

§ 40. Osób znanych pracodawcy, jako cierpiących na padaczkę, kurcze, czasowe napady omdlenia, zawroty głowy, głuchotę lub na inne cięlesne niedomagania lub ułomności w takim stopniu, iż podczas pewnych robót byłyby narażone na niezwykajne niebezpieczeństwo, nie należy używać do tego rodzaju robót. Pianych należy wogóle niedopuszczać do robót.

Kobiet poważnie brzemiennych wolno używać tylko do lekkich robót, nigdy jednak na drabinach i na wyciągach materiałowych.

## II. Przepisy dla ochrony zdrowia.

§ 41. Na miejscach budowy, gdzie pracuje więcej niż dziesięciu robotników, a stosunki przestrzenne pozwalają, należy urządzić izbę odpoczynkową, stosownie do ilości robotników wielką, - w miarę potrzeby ogrzewalną i poczynić w niej zarządzenia potrzebne do przeprowadzenia pierwszej pomocy ratunkowej.

§ 42. Na każdym miejscu budowy należy się postarać o dostateczną ilość świeżej wody do picia, wraz z dostarczeniem naczyń do picia i to na wszystkich piętrach, na których odbywa się robota.

§ 43. Na każdym miejscu budowy należy urządzić wychodki, odpowiadające ilości robotników i przepisom zdrowotnym. Wychodki trzeba tak urządzić, aby z zewnątrz nie można do nich wglądać; należy je podzielić według płci robotników i podzielić ten napisami uwidocznnić, w razie zatrudniania więcej niż dziesięć osób.

Wychodki i pisoary należy utrzymywać w czystym i według możliwości nieczuchającym stanie, a w miarę potrzeby desynfekcjonować.

§ 44. Przestrzeni osuszanych przyrządami, opalonymi bez odprowadzania dymu, nie wolno przeznaczać robotnikom ani do pracy, ani do pobytu.

§ 45. Na miejscach budowy zatrudniających ponad dziesięciu robotników, oraz na miejscach budowy odległych więcej niż kilometr od najbliższej apteki bez względu na ilość pracujących robotników, należy dla pierwszej pomocy w nieszczęśliwych przypadkach utrzymywać w pogotowiu skrzynki ze środkami krew tamującymi i antyseptycznymi, oraz z potrzebnymi bandażami i środkami trzeźwiącymi.

§ 46. Nazwiska lekarzy kasy chorych i ich miejsca zamieszkania należy oznajmić robotnikom zapomocą przybitych ogłoszeń na miejscu budowy.

## III. Przepisy końcowe.

§ 47. Następujące niżej przepisy co do zachowania się należy robotnikom podać do wiadomości w dosłownem brzmieniu zapomocą wyraźnego i przejrzystego ogłoszenia trwale przynajmniej w jednym dla wszystkich dostępnem miejscu budowy, a w miarę potrzeby także i w kilku miejscach.

Na punkt 22. (doniesienie o nieszczęśliwych wypadkach) należy szczególnie zwrócić uwagę każdego robotnika zaraz podczas przyjęcia do roboty.

1. Nie wolno z rusztowań lub zresztą z budowli zrzucić na dół narzędzi, drzewa, cegieł, kamieni i wszelkich jakichkolwiek ciężkich przedmiotów.

2. Odejmuwanie klamer należy w ten sposób przeprowadzać, by nie mogły odskoczyć lub doznać odrzucenia.

3. Zakazuje się wszelkiego samowolnego usuwania części rusztowania, drabin, dyli, rozpornic, klamer, kobylic, pokładów itd., jakoteż wogóle wszelkiego samowolnego zmieniania urządzeń budowlanych.

4. Podczas wyciągania i spuszczenia rusztowań wiszących należy windy tak równomiernie prowadzić, aby rusztowania nie mogły zająć położenia ukośnego. Korby wind należy ustalić lub pozdejmuować, gdy nie są w użyciu.

5. Pozostawianie na rusztowaniach podczas pory objadowej jest - z wyjątkiem wysokich rusztowań wieżowych i kominowych - niedopuszczalne.

6. Poniżej otworów rusztowania przeznaczonych dla wyciągów materiału nie wolno nikomu zatrzymywać się, gdy wyciąg jest w ruchu. - Podczas gdy taki wyciąg spoczywa, szyb jego musi być zupełnie zamknięty.

7. Podczas obsługi przyrządów podnoszących należy ciężar starannie i niezawodnie przymocować, względnie tak ułożyć, aby nie mógł spaść.

Naczyń podnoszących nie należy do tego stopnia wypełniać, aby podczas chwiania się materiał wyciągany spadał lub przelewał się.

8. Wlewanie zaprawy do skrzyż lub beczek powinno odbywać się w ten sposób, aby bryzganie według możliwości dało się uniknąć.

9. Podczas spuszczenia ciężaru zapomocą żórawi i wind wolno hamulec otworzyć dopiero po odjęciu korb, albo gdzie to niemożliwe, dopiero po usunięciu się robotników na stronę.

Chwytaanie w ruchu będących korb windy jest niedopuszczalne.

Podczas windowania ciężarów w górę powinna zapadka pozostawać ciągle w kole zamykowym.

10. Podczas przesuwania wagonów kolejowych powinni robotnicy posługiwać się dostarczonymi hamulcowymi drągami, hamulcowymi trzewikami, klinami podkładowymi itp.

Jeżeli przesuwanie dokonuje się siłą ludzką, to przesuwacze nie powinni nigdy z przodu przesuwac i nigdy po szynach chodzić. Gdy na tym samym torze poruszają się równocześnie jeszcze inne wagony, to przesuwacze powinni stąpać jedynie po stronie podłużnej wozów, a nie pomiędzy nimi.

Zwierzęta użyte do przesuwania należy zawsze ręką prowadzić i to według możliwości po zewnętrznej stronie toru.

11. Obrotnice i przesuwnice należy wprzód ustalić we właściwym położeniu, zanim się przez nie przejedzie.

12. Stożące spokojnie na torach wozy kolejowe należy tak ustalić, aby same przez się nie mogły przejść w ruch.

13. Przewóz wielkich ciężarów na torach w spadku założonych i w obrębie miejsc budowy należy przeprowadzać ze szczególną ostrożnością.

14. Robotnicy są obowiązani do używania dostarczonych im pasów bezpieczeństwa i sznurów podczas niebezpiecznych robót, mianowicie podczas krycia dachów i zgartywania śniegu, podczas instalacji odgromowych i podczas niebezpiecznych robót blacharskich i szklarskich. Takie sznury — o ile niema osobnych urządzeń na pokryciu dachowem do ich przymocowania — należy w sposób bezpieczny przymocować do rusztowań drabinowych, używanych zwykle w przemyśle budowlanym.

15. Wechodzenie do nieoświetlonych przedmiotów budowy jest niedopuszczalne.

16. Lamy świecące łatwo lotnymi ciałami palnymi z palnikami, umieszczonymi poniżej zbiornika z ciałem świecącym, należy tak zawieszać i nosić, aby nie mogło nastąpić silniejsze rozgrzanie tego zbiornika. Do przestrzeni, w których przechowują takie lamy, oraz przeznaczoną dla nich materję palną, wolno wchodzić tylko na czas krótki.

17. Do przestrzeni, osuszanych ogrzewalnikami bez odprowadzenia dymu, wolno wchodzić tylko podczas otwartych drzwi lub okien i to jedynie na czas wcale krótki.

18. Podczas robót mogących wzrok uszkodzić, powinni robotnicy używać dostarczonych okularów ochronnych, daszków ochronnych lub masek.

19. O każdym uszkodzeniu lub podejrzanym objawie na urządzeniach ruchu należy natychmiast donieść organowi, któremu przedsiębiorca powierzył nadzór.

20. Używanie przyrządów roboczych i ochronnych do innych celów, aniżeli przeznaczone, jest niedopuszczalne.

21. Robotnikom nie wolno zajmować się takimi przyrządami roboczymi, urządzeniami maszynowemi, elektrycznymi przewodami itp., których obsługa, używanie lub utrzymywanie w należyłym stanie do nich nie należy, i narażać siebie lub drugich na niebezpieczeństwo przez czynności sprzeczne z celami ruchu budowy, przez bawienie się, droczenie się, sprzecznianie i jakiegobądź inne swawolne działania.

22. O każdym nieszczęśliwym wypadku powinien poszkodowany, lub gdyby nie był w stanie, to powinni świadkowie wypadku nieszczęśliwego natychmiast donieść przełożonemu organowi nadzorcemu.

## 2. Ochrona w kamieniołomstwie i kopaliskach.<sup>1</sup>

§ 1. Przepisy niniejszego rozporządzenia odnoszą się do wszystkich sposobem przemysłowym prowadzonych w odkrywece nawierzchniej kamieniołomów, oraz do kopalisk gliny, piasku i kamyków.

### Odkrywka.

§ 2. W kamieniołomach i kopaliskach gliny, piasku i kamyków należy przed rozpoczęciem wydobywania materiału uzyskowego usunąć nakrywającą go nawierzchnię i zwietrzały lub do użytku nieprzydatny materiał, tworzący warstwę nad materiałem do wydobywania przeznaczonym.

Odkrywkę należy prowadzić stale w dalszym ciągu w miarę postępu wydobywania.

§ 3. Między podnożem warstwy odkrywkowej a wierzchnią krawędzią odstąpionego materiału uzyskowego należy pozostawić wolną przestrzeń, której szerokość — o ile chodzi o sypką ziemię lub warstwy piaskowe — powinna wynosić połowę wysokości całej odkrywki, najmniej jednakże 1 m; jeżeli wysokość odkrywki jest większa niż 6 m, to wystarczy wolna przestrzeń 3 m szeroka.

§ 4. Skopywanie odkrywki należy prowadzić w skarpie pod kątem, odpowiadającym naturalnemu nachyleniu materiału.

Jeżeli warstwa odkrywki jest tak znaczną i składa się z takiego materiału, który o zwykłej skarpie mógłby się zwałić skutkiem zewnętrznych wpływów (wstrząśnienia wywołane rozsadzaniem, wpływ opadów itp.), to skopywanie należy prowadzić sposobem piętrowym. Jeżeli odkrywkę tworzy materiał sypki, to należy ten sposób skopywania zastosować już od 6 m włącznie jej grubości.

§ 5. Wysokość i szerokość należy dać taką poszczególnym piętrům odkrywki w miarę właściwości ich materiału, aby stoczenie się lub zwałenie się materiału z jednego piętra na drugie dało się skutecznie powstrzymać.

Między poszczególnymi piętrami należy urządzić połączenie, umożliwiające przejście.

Piętra muszą otrzymać zeskarpowanie, odpowiadające spoiwości materiału.

§ 6. Odkopywanie odkrywki musi postępować z góry na dół. Podkopywanie stromych ścian pozwala się jedynie wyjątkowo, a to jeżeli z powodu właściwości materiału (np. ziemi silnie zamarłej) zachodzi bezwarunkowo potrzeba prowadzenia odkopu w ten sposób, aby masy oddzielać zapomocą podkopania i odklinowania. Wolno tylko podkopywać ściany nieprzekraczające 2 m wysokości i to tylko w tak małych częściach, by podkopywanie można z boku wykonywać. W tym razie należy z obu stron pozostawić filary podporowe, których podkopanie wolno przedsięwziąć dopiero bezpośrednio przed odklinowaniem i to również tylko z boku.

Dopiero po ukończeniu podkopywania, — i gdy robotnicy wydalili się z obrębu zwałenia się, — wolno materiał z góry wbijanymi klinami oddzielić. Odklinowany materiał wolno wtedy dopiero uprzątnąć, jeżeli nie można już więcej oczekiwać zwałenia się materiału.

§ 7. Jeżeli warstwa odkrywkowa okazuje znamiona usuwiska, to w pasie wolnym między podnożem odkrywki a wierzchnią krawędzią uzyskanego materiału należy urządzić ścianę ochronną (wał ochronny) z ziemi, kamieni, plecionek lub dyli. Dalej należy w terenie usuwiskowym wykonać skarpowanie z odpowiednio słabem nachyleniem, a piętra względnie stopnie odpowiednio niskie a dostatecznie szerokie.

<sup>1</sup> Rozporządzenie minist. austr. z 29. maja 1908. Dz. u. państ. Nr. 116. Patrz wstęp do rozdziału III., str. 1015.



Jeżeli prowadzenie odkrywki ma doznać przerwy a utworzona ściana musi z tego powodu stać przez czas dłuższy, to trzeba w terenie grożącym niebezpieczeństwem postarać się o odpowiednie odwodnienie powierzchni usuwiska.

Gdy materiał odkrywki jest niepewny, to po większych opadach atmosferycznych, jako też po nastaniu odwilży, a zwłaszcza, jeżeli powierzchnia usuwiska daje się przewidzieć lub stwierdzić, należy w czas usunąć masy, które stały się sypkie i grożą niebezpieczeństwem.

§ 8. Odkop odkrywki wolno tylko tak daleko prowadzić, aby między granicami gruntów sąsiedzkich a wierzchnią krawędzią odkopu pozostał wolny nienaruszalny pas ochronny, którego odpowiednią szerokość ma wyznaczyć władza przemysłowa.

W tym razie władza przemysłowa powinna wziąć pod ścisłą rozwagę znajdujące się w pobliżu połączenia kolejowe, wody płynące, gościńce publiczne lub silnie uczęszczane drogi prywatne i stojące w bliskości przedmioty budowlane.

Ścianę zamykającą odkop od strony wolnego pasu ochronnego należy odpowiednio do poprzednich przepisów wykonać ze stosownem nachyleniem i nie wolno jej skopać pionowo pod żadnym warunkiem. Ścianę tę, gdy materiał jest niepewny, należy obsadzić gałązkami wierzby, odarniować, lub w inny celowy sposób zabezpieczyć.

§ 9. Odsypiska odkopu należy zakładać z zachowaniem naturalnego kąta skarpy, właściwego materiałowi odkrywki.

Podnóże miejsca odsypiska musi znajdować się względem granic obcych gruntów w stosownej odległości. Jeżeli odsypiska odkopu wypadnie założyć w pobliżu połączeń kolejowych, publicznych komunikacyj lub wód płynących, to władza przemysłowa powinna wyznaczyć rozmiar tej odległości.

O odprowadzenie wód opadowych od miejsc odsypiskowych potrzeba postarać się należyście.

### Wydobycie materiału.

§ 10. Wydobywanie materiału uzyskowego należy prowadzić w sposób terasowy, lub stopniowy czyli schodowy.

Przybliżoną wysokość i szerokość terasy i stopni powinna przepisać władza przemysłowa z uwzględnieniem geologicznych własności terenu wydobywania, miejscowych zresztą stosunków i sposobu prowadzenia wydobywania.

Powinna tu obowiązywać ta reguła, że gdy materiał jest zbity i uwarstwiony w grubych pokładach, można pozostawić wyższe terasy ze ścianami w odsadach założonych, natomiast gdy materiał jest rozpadlinowy i uwarstwiony w cienkich pokładach, należy zaprowadzić wydobywanie w niskich terasach, lub wydobywanie zwykłe w stopniach.

Wysokość i szerokość stopni należy tak wyznaczyć, aby ściany wydobywania osiągnęły nachylenie odpowiadające właściwości materiału. W każdym razie należy dać odsadom taką szerokość, by w razie niespodzianego usunięcia się poza podnóże naturalnej skarpy materiału, pozostało jeszcze wolne przejście na odsadzie co najmniej 1 m szerokie.

§ 11. Jeżeli miejsca do obróbki będą urządzone na terasach, to szerokość ich musi odpowiadać ruchowi zakładu, zwłaszcza jeżeli wielkie ciosy będą wyłamywane i obrabiane i urządzenia do ich przenoszenia zaprowadzone, albo jeżeli miejsca obróbki będą założone jedno nad drugim.

Podczas zakładania teras i stopni należy postarać się o to, by można dostać się bezpiecznie z jednej odsady odkopu do drugiej. W tym celu należy wykonać od-

powiednie schody, lub zastosować liny do łożenia, których bezpieczne i silne przy-mocowanie należy przeprowadzić poza krawędzią zeskarpowania. Jeżeli ruch odbywa się na rozległym obszarze, należy zastosować więcej lin, wzajemnie odległych w przy-bliżeniu co 50 m.

§ 12. Jeżeli ściany wyłomu lub wykopu zawierają tylko w poszczególnych częściach materiał uzyskowy tak, że tylko te użytkowe części trzeba wydobywać, to pozo-stawienie części nieużytkowych będzie wtedy tylko dopuszczalne, gdy warstwy ich będą odpowiednio grube i nie będą dawać powodu do przypuszczeń co do niebez-pieczństwa zwalenia się.

§ 13. Inny sposób wydobywania aniżeli w stopniach lub terasach jest tylko wy-jątkowo dopuszczalny i to jedynie wtedy, jeżeli przedmiotem wydobywania są masy kamienia, których wydobyć — z powodu naturalnego uwarstwienia lub małej wartości materiału, dającego użyć się tylko jako tłuczeniec czyli kamyki, lub jako kamień łamany, — opłaca się jedynie w takim razie, gdy można zwalić naraz całe ściany materiału. W obu razach jest ten sposób wydobywania dopuszczalny tylko w zbitych i nieporozpadanych masach kamienia.

Wydobywanie należy przeprowadzać wtedy albo zapomocą podminowania ścian i rozsadzenia pozostawionych przy nich filarów podporowych, albo zapomocą rozsa-dzenia minami komorowemi.

§ 14. Jeżeli całe ściany doprowadza się do zwalenia zapomocą podminowania, to należy podminowanie w ten sposób wykonać, by pozostały filary oporowe zupełnie wytrzymałe i dostatecznie silne, oraz by ściana kamienna we właściwym czasie i jeszcze przed nastaniem obniżenia się otrzymała wzmocnienie podporami w ilości i sile odpowiadającej jej wielkości. Potrzebne dla min i filarów oporowych wy-wierły należy wykonywać już podczas roboty podminowania w miarę jej postępu.

Robotnikom zatrudnionym w obszarze minowania, oraz i tym, którzy ładują i przewożą bryły wyłomu, należy wskazać kierunek, w którym mają uciekać przed grożącym niebezpieczeństwem. Przed ścianą skały i jej domniemalnym obszarem zwalenia się należy zatrudniać według możliwości mało robotników.

Po każdym rozsadzeniu należy zbadać stan ściany skały i obszaru podminowania, poczem dopiero wolno usuwać wyłom.

Jeżeli podminowanie postąpiło dosyć daleko, to należy ostatnie miny popędowe i miny filarów podporowych równocześnie nabić i podpalić.

Jeżeli zwalenie się ściany nie nastąpi po rozsadzeniu filarów, to należy ścianę przez cały 24 godzin obserwować i dopiero potem do zbadania przystąpić. Do ściany w ruchu będącej nie wolno przystąpić i należy obszar jej zwalenia się zam-knąć. Po każdym zwaleniu ściany należy sąsiednie części skały zbadać co do ich stałości i wzruszone części od świeżych powierzchni wyłomu poodbijać.

§ 15. Miny komorowe wolno tylko tam zastosować, gdzie żadne publiczne gościńce, drogi lub inne przedmioty nie mogą ponieść szkody wskutek wstrząśnień. W każdym razie należy miny komorowe tak zakładać, aby przeznaczona do zwalenia ściana uległa rozsadzeniu według możliwości aż do pewnej oznaczonej rozpadliny. Sztolni doprowadzających nie wolno wykonywać w prostym kierunku i należy je po doko-nanem naładowaniu komory zamurować.

Przedsiębiorca powinien władzę przemysłową zawiadomić wczas przed przedsię-wzięciem każdego rozsadzenia zapomocą miny komorowej.

§ 16. Podkopywanie ścian skalnych celem ich odklinowania jest zakazane.

§ 17. Podczas robót łożbienia w kruchych masach skalistych należy postarać się o rozparcie wyłożbionych styków.

§ 18. Podczas wyłomu ścian zamykających należy stopnie wykonać z tak szerokiemi conajmniej ławami, aby usunięcie wzruszonych części materiału było łatwomżliwe. Ściany zamykające muszą otrzymać stosowne nachylenie.

Pionowe wykonanie ściany zamykającej jest jedynie wtedy dopuszczalne, jeżeli materiał jest tak jednolity, zbitý i w ten sposób uwarstwiony, że w żadnym razie nie można obawiać się zwaleni i jeżeli dalej żadne względy publiczne przeciw temu rodzajowi wyłomu nie przemawiają.

§ 19. Niebezpieczne miejsca w kamieniołomach i kopaliskach należy zamknąć i oznaczyć tablicami w stosownych miejscach.

§ 20. W kamieniołomach i kopaliskach przypierających w ten sposób do stoku góry, że wody tające i opadowe ściekają ku łomowi lub kopalisku i mogą tem spowodować oberwanie się materiału, należy postarać się o stosowne środki zapobiegawcze.

§ 21. Kamieniołomy i kopaliska należy ogrodzić w sposób bezpieczny celem zabezpieczenia ludzi i zwierząt od spadnięcia. Sposób ogrodzenia musi stosować się do położenia i otoczenia miejsca wydobywania.

### Rozsadzanie.

§ 22. Co do posiadania, przechowywania, składania, opakowania i użytkowania środków rozsadzających, jakoteż silnych zapalników wybuchowych i preparatów wybuchowych należy zastosować się do postanowień rozporządzenia ministerjalnego z 2. lipca 1877, Dz. u. p. Nr. 68, w zmienionej osnowie rozporządzeniem min. z 22. września 1883, Dz. u. p. Nr. 156, dalej do przepisów rozporządzeń min. z 4. sierpnia 1885, Dz. u. p. Nr. 135, z 19. maja 1899, Dz. u. p. Nr. 95, i z 19. maja 1899, Dz. u. p. Nr. 96.

§ 23. Do rozsadzania wolno używać środków wybuchowych tylko w postaci patronów; wyjątek stanowią tu jedynie strzały komorowe.

§ 24. Miny wiercone należy tak zakładać, by ładunek przypadł w masę kamienną zwartą. Strzały rozpadlinowe są dopuszczalne tylko w bardzo zbitym kamieniu celem wyłomu dużych brył skały.

§ 25. Odstępý czyli zapory ładunku nie powinny wynosić mniej, niż połowę głębokości wywiertu. Wzajemna odległość dwu min w ścianie musi równać się przynajmniej długości jednej zapory, jeżeli zapalenie ma nastąpić z każdą miną osobno, a jeżeli równocześnie, to najmniej półtora długości zapory.

§ 26. Wysokość względnie długość ładunku nie powinna przekraczać jednej trzeciej części głębokości wywiertu. Wielkość ładunku należy tak wyznaczyć, by kamień wskutek wybuchu został tylko rozsadzony. Zawsze trzeba starać się o to, aby rozrzucanie rozsadzonych kawałków zostało według możności ograniczone.

§ 27. Przygotowane do strzału miny wiercone należy przykryć jedną, ewentualnie w miarę wielkości ładunku kilkoma warstwami ułożonych nad sobą, krzyżujących się faszyn, worów z piaskiem, gałęzi itp., celem przeszkodzenia rozrzuceniu odłamków rozsadzonych; tego przykrycia nie wolno nigdy obciążać kamieniami.

§ 28. Żagiew dla każdego strzału musi otrzymać taką długość, która powinna zapewnić dostateczne trwanie palenia się, umożliwiające ukrycie się osobom, zajętem zapaleniem.

§ 29. Gdy mina wiercona jest gotowa do strzału, to osobistość nadzorcza do tego ustanowiona powinna dać umówiony znak, na który robotnicy mają udać się do zabezpieczonych schronisk poprzednio wyznaczonych. Dopiero potem wolno miny zapalać.

Podczas strzałów komorowych wolno wywierć dopiero po upływie 15 minut ponownie naładować.

Jeżeli poszczególne wystrzały zawiodły, to schronisk nie wolno opuszczać przed upływem kwadransu. Strzały, które zawiodły, należy jako takie oznaczyć.

§ 30. W razie zastosowania elektrycznego zapalania powinien miniarz, zajmujący się ładowaniem strzałów, oraz ułożeniem i połączeniem przewodów drutowych, nosić z sobą korbę maszyny do zapalania i dopiero bezpośrednio przed spowodowaniem wystrzałów założyć na wał korbowy. Natychmiast po zapaleniu należy druty przewodowe wyłączyć w sposób zupełnie bezpieczny.

§ 31. Jeżeli kamieniołomy leżą w pobliżu publicznych komunikacyj, to stosownie do miejscowych warunków powinna władza przemysłowa w porozumieniu z odpowiednimi zarządami — o ile się znajdują — postarać się o odpowiednie zamknięcie odpowiednich komunikacyj podczas rozsadzań.

W tym celu należy dokładnie oznaczyć punkta końcowe przestrzeni przeznaczonych do zamknięcia.

§ 32. Co się tyczy dróg przeznaczonych do zamknięcia, to przed rozpoczęciem rozsadzania powinni dwaj robotnicy z czerwonymi chorągwkami wyjść ze środka przeznaczonej do zamknięcia przestrzeni ku obu jej punktom końcowym, spowodować pasantów do rychłego opuszczenia tej drogi i po zupełnem jej opróżnieniu dać umówiony znak kierownikowi rozsadzań. Ci strażnicy powinni tak długo pozostać na końcach przestrzeni zamkniętej, dopóki nie otrzymają sygnału o ukończeniu rozsadzania.

Także i w kamieniołomach nie leżących przy komunikacjach publicznych należy oznajmiać poprzednio rozsadzanie zapomocą odpowiednich sygnałów słuchowych, by ludzie znajdujący się w otoczeniu kamieniołomu mogli oddalić się dość wcześnie. Znaczenie tych sygnałów słuchowych należy wyjaśnić tablicami ostrzegającymi, wpadającymi w oczy na drogach tworzących dostęp.

§ 33. Czasy rozsadzania powinna władza przemysłowa ustanowić stosownie do wielkości ruchu w kamieniołomie i stosunków uczęszczania w jego otoczeniu. Pod tym względem należy starać się, by publiczne komunikacje nie doznawały przerw dłuższych, niż kwadrans.

§ 34. Do przeprowadzania rozsadzeń, to jest do ładowania, przybijania i zapalania min wolno używać tylko szczególnie doświadczonych i niezawodnych robotników.

Co do robotników używanych do minowania należy każdym razem prowadzić osobny spis ewidencyjny, który ma znajdować się w dostępnem miejscu zakładu.

### **Szczegółowe przepisy co do ochrony zdrowia i życia robotników.**

§ 35. Miejsca robocze na dnie wyłomu względnie wykopu i na terasach należy tak zakładać i urządzić, aby zajęci tam robotnicy mieli ochronę od staczającego się materiału.

§ 36. Drogi przewozowe lub tory należy zakładać we właściwej odległości od brzegów skarp. Dróg w łomie, wiodących do miejsc roboczych, nie wolno zakładać na niebezpiecznym terenie usuwiskowym. Strome ich brzegi i mosty należy zabezpieczyć poręczami lub linami. Należy unikać zbyt silnych spadków i nagłych zmian spadków, jakoteż ostrych zakrętów.

Na torach prowadzących blisko miejsc roboczych lub urwisk, albo na torach, które znajdują się w położeniu nietrwałem i niepewnem, wolno w ogóle wozy tak tylko poruszać, by natychmiastowe ich wstrzymanie było możliwe każdej chwili.

§ 37. Poruszanie wózków własnym ich ciężarem wolno jedynie wtedy przeprowadza, jeżeli posiadają łatwo władalne i niezawodnie działające przyrządy hamulcowe; wózki, u których władalność przyrządem hamulcowym jest możliwą z samego wozu, należy zaopatrzyć platformą do stania.

Wózki odstawiłone należy zabezpieczyć od potoczenia się zapomocą ściągnięcia hamulców lub podłożenia drzew hamulcowych.

Łączenia wózków nie wolno nigdy dokonywać podczas jazdy.

§ 38. Wózki wywrotne należy zaopatrzyć niezawodnymi i dającymi się bezpiecznie obsługiwać przyrządami zastawkowymi.

§ 39. Obrotnice i przesuwnice muszą dawać się ustalić w swem właściwym położeniu zapomocą stosownych przyrządów.

§ 40. Przenośne pomosty zsuwowe należy dostatecznie silnie zespolić i jak inne równie pochyłe do transportu uzyskanego materiału przeznaczone, tak założyć, aby materiał nie mógł staczać się, ani wypaść, ani wyskoczyć.

§ 41. Używanie pomostów wiszących w kamieniołomach jest tylko wyjątkowo dopuszczalne, a mianowicie, jeżeli skała jest pewna i silna, a konstrukcja i przymocowanie bezpieczne.

Największą dopuszczalną na pomoście wiszącym ilość robotników i najmniejszą dopuszczalną grubość lin zawieszenia należy uwidocznnić na pomostach wiszących trwale i wyraźnie czytelnie.

Każdą winę należy zaopatrzyć zapadką i hamulcem a każdy popęd zębaty nakryć osłoną ochronną.

Każdy pomost wiszący należy zabezpieczyć od kołysania się zapomocą stosownych przyrządów.

§ 42. Żórawie i windy należy zaopatrzyć zapadką i hamulcem pasowym, lub innymi niezawodnie działającymi przyrządami hamowniczymi. Jeżeli ładunek zjeżdża własnym ciężarem z możliwością dwojakiego biegu, to należy umieścić zapadkę, zapobiegającą samoczynnemu powstaniu szybkiego biegu.

Żórawie jezdne, na których znajdują się kierownicy żórawia, powinny otrzymać dostatecznie bezpieczne i oporczone pomosty lub galerje, chroniące od spadnięcia ludzi i materiału. Wszelkie dostępne pędnie kół zębatych należy ochronnie osłonić.

Na każdym żórawiu należy wyraźnie oznaczyć jego udźwig w kilogramach.

Wszystkie na natężenie narażone części składowe tych przyrządów do podnoszenia należy przynajmniej raz do roku poddać próbie co do ich wytrzymałości, podczas której to próby dla żórawi o użytkowym ciężarze do włącznie 25 ton należy zastosować, obciążenie próbne o 25% większe, a dla żórawi o większym udźwigu, próbne obciążenie o 10% większe od ciężaru użytkowego. Co do przeprowadzonych prób należy prowadzić zapiski.

§ 43. Wyciągi pochyłe należy urządzić zapomocą stosownych przyrządów, wózków do nasadzania, zamknięć, podwójnych lin, chwytów itp. w ten sposób, aby znajdujące się u podnóża osoby nie były narażone na niebezpieczeństwo wskutek staczających się wózków. Przyrząd hamulcowy czyli hamowadło powinno być tego rodzaju, aby hamulec w czasie spoczynku był zamknięty, a otwierał się tylko podczas jazdy.

§ 44. Drabiny drewniane powinny być ze zdrowego, wytrzymałego materiału; szczeble należy zapuścić w półdrabki w sposób nieporuszalny; przybite gwoździemi deski lub listwy są jako szczeble niedopuszczalne.

Drabiny do użytku przeznaczone należy tak ustawiać, aby szczeble odstawały od ścian dostatecznie daleko.

§ 45. Jeżeli robotnicy pracują na brzegu stromego urwiska albo na stromych pochyłościach, należy ich przywiązać liną lub przynajmniej umieścić linę bezpieczeństwa w obrębie ich ręką osiągalnym. Liny do uwiązania służące należy zakotwić w sposób niezawodny.

§ 46. Robotnicy, których zajęcie jest tego rodzaju, że zachodzi możliwość uszkodzenia wzroku drobnymi okruchami czyli odpryskami, powinni otrzymać okulary ochronne lub daszki ochronne. Dla ochrony reszty robotników należy w razie potrzeby ustawić ściany ochronne lub siatki ochronne.

§ 47. W każdym zakładzie, w którym pracuje pięciu lub więcej robotników, należy urządzić izbę odpoczynkową, zaopatrzoną przynajmniej jednym pościaniem i jedną umywalnią. Jeżeli ruch zakładu ma trwać także i w miesiącach zimowych, to należy tę izbę urządzić do ogrzewania.

§ 48. W każdym zakładzie musi znajdować się materiał potrzebny do pierwszej pomocy ratunkowej (materiał do bandażowania, środki do tamowania krwi, do trzeźwienia, desinfekcji itd. oraz środki do przenoszenia); organy nadzorcze i część robotników powinna być obznajomiona z zastosowaniem tego materiału.

§ 49. W każdym zakładzie należy się postarać o istnienie wody do picia i do mycia.

§ 50. W każdym zakładzie należy urządzić odpowiednie wychodki z uwzględnieniem liczby osób w nim zatrudnionych.

§ 51. Podczas silnej mgły należy zaprzestać robót odkrywki lub wydobywania.

§ 52. Osób, o których wiadomo, że cierpią na padaczkę, kurcze, czasowe napady omdlenia, zawrót głowy, ciężki słuch, lub inne cielesne niedomagania albo ułomności w takim stopniu, iż podczas robót w miejscach wydobywania byłyby wskutek tego narażone na nadzwyczajne niebezpieczeństwo, nie wolno używać do tego rodzaju robót. Pianych nienależy w ogóle dopuszczać do roboty. Kobiet w późnym stadium brzemienności nie wolno zatrudniać.

§ 53. Podczas wydarzających się wypadków w zakładzie należy postarać się o natychmiastową pomoc lekarską.

§ 54. Przed każdorazowym rozpoczęciem roboty, jakoteż nadto po odtajaniu i opadach deszczowych, podczas nastania mrozu, oraz po większych rozsadzaniach, wreszcie przed ponownem rozpoczęciem ruchu po dłuższej przerwie, powinien właściciel zakładu albo jedna z osób, ustanowionych do tego z jego ramienia, codziennie a w miarę potrzeby i kilkakrotnie obejść miejsca pracy; gdy grozi niebezpieczeństwo zwalenia się, należy zarządzić natychmiast potrzebne środki zapobiegawcze i ewentualnie wstrzymać ruch na zagrożonych miejscach.

### Postanowienia końcowe.

§ 55. Na wielu stosownych i łatwo dostępnych miejscach w zakładzie należy przybić w sposób trwały krótki wyciąg, zawierający najważniejsze postanowienia niniejszego rozporządzenia. Każdego robotnika podczas przyjęcia do pracy należy zrobić szczególnie uważnym na to przybite ogłoszenie.

§ 56. Postanowienia niniejszego rozporządzenia stosują się tak do istniejących już jakoteż i do zamierzonych (nowych lub zmienionych) zakładów nawierzchnich odkopowych w § 1 niniejszego rozporządzenia oznaczonych z tem zastrzeżeniem, że te postanowienia niniejszego rozporządzenia, które wymagałyby zmiany zakładu już prawomocnie konsensowanego należy o tyle tylko stosować, o ile temu nie stanęłyby na przeszkodzie jakie prawa konsensem nabyte.

### 3. Przepisy ogólne dla ochrony zdrowia i życia robotników.<sup>1</sup>

#### I. Pracownie.

##### a) Rozmiary przestrzeni.

1. Wszystkie pracownie powinny być takie, by na każdą z osób w nich zatrudnionych przypadało najmniej 10 metrów sześciennych przestrzeni powietrza, a najmniej 2 metry kwadratowe powierzchni podłogi. W ruchach fabrycznych o szkodliwym pyłe, gazach lub parach należy te najmniejsze wymiary według potrzeby odpowiednio powiększyć.

2. Wysokość pracowni powinna wynosić najmniej 3 metry, w lokalach suterenowych przeciętna wysokość najmniej 2·8 metra, a na poddaszach przynajmniej dla połowy płaszczyzny podłogi 2·9 metra, o ile ustawa budownicza innych postanowień nie zawiera.

W istniejących budynkach mogą być także mniejsze wysokości, niż wyżej podane, nigdy jednak niżej 2·6 metra, jeżeli rodzaj ruchu, wskutek wywiązywania się pyłu, ciepła, par itp., nie wymaga większej wysokości i jeżeli na jedną osobę przypadająca przestrzeń powietrza (punkt 1.) wynosi co najmniej 15 metrów sześciennych.

##### b) Jakość budowy.

3. W pracowniach, w których podłoga jest z kamienia, betonu albo z glinianej polepy, należy stałe miejsca robocze — o ile zachodzi potrzeba — opatrzyć podkładką z drzewa lub innego materiału źle przewodzącego ciepło, jeżeli to z powodu niebezpieczeństwa ognia nie jest wykluczone.

4. W pracowniach, w których manipuluje się wielkimi ilościami płynów, należy urządzić podłogę nieprzemakalną z taką kanalizacją, względnie z takim nachyleniem, ażeby ciecz łatwo spływać mogła. Stałe miejsca robocze należy według możliwości wyłożyć ruszlami z lat.

5. Naokoło ognisk i otwartych palenisk, jakoteż naokoło otworów do palenia w piecach, należy podłogę przynajmniej na szerokość 60 centymetrów urządzić ogniotrwale.

6. Używanie lokali suterenowych i poddaszy na pracownie jest tylko wtedy dopuszczalne, gdy dotyczące przestrzenie odpowiadają odnośnym postanowieniom ustawy budowniczej.

Jeżeli ustawa budownicza nie zawiera żadnych postanowień o lokalach suterenowych, natenczas lokali takich można używać jako pracowni tylko wtedy, jeżeli nie znajdują się w gruncie wodnistym, nie są narażone na niebezpieczeństwo powodzi, a także zabezpieczone są od wilgoci gruntowej, dalek jeżeli są sklepienie i przynajmniej z tej strony całkiem wolne, skąd światło pada, względnie jeżeli przylegają do rowu świetlnego co najmniej 1 m szerokiego, lub też jeżeli klucz sklepienia znajduje się najmniej 60 centymetrów ponad najwyższym położonym miejscem przyległego terenu (poziomu ulicy), a podłoga leży nie głębiej, niż 2·5 m pod tem miejscem. Takie przestrzenie powinny być nadto należyście wentylowane i suche.

Przeźwyczeni strychowych wolno używać jako pracowni — o ile ustawa budownicza żadnych postanowień o tem nie zawiera — tylko wtedy, jeżeli znajdują się bezpośrednio nad ostatnim piętrzem i w ogólności pod względem wykonania odpowiadają przepisom ustawy budowniczej co do przestrzeni mieszkalnych na piętrach.

<sup>1</sup> Rozporządzenie b. austr. Ministerswa handlu z 23. listopada 1905. Dz. u. państw. Nr. 176. Patrz zresztą rozdz. III., poddział 2., str. 1015.

Podłoga musi być ogniotrwale izolowaną od znajdującej się pod nią konstrukcji pował ostatniego piętra. Dach powinien być tak sporządzony, by nie przepuszczał ciepła.

### c) Komunikacje.

7. Drzwi prowadzące z pracowni na wolne powietrze należy urządzić do otwierania na zewnątrz; drzwi prowadzące na korytarze lub do klatek schodowych powinny być również otwieralne na zewnątrz lub w razie potrzeby wsuwalne, we wielkich zaś przestrzeniach należy drzwi w ten sposób urządzić, by zatrudnione w tych przestrzeniach osoby w chwili niebezpieczeństwa opuścić je mogły szybko i bezpiecznie. Drzwi prowadzące do klatek schodowych muszą być w ten sposób urządzone, by otworzone, nie zastawiały zejścia ze schodów. W pracowniach, w których się używa lub mogą się znajdować materje wybuchowe, łatwo zapalne gazy, pary lub ciecze, drzwi i odrzwia powinny być ogniotrwale.

8. W ruchach fabrycznych, w których w razie niebezpieczeństwa opróżnienie przestrzeni i zabudowań przewidzianymi zwyczajnymi wyjściami nie może się obyć bez niebezpiecznego tłoku, zwłaszcza gdzie są łatwo zapalne materje lub gazy, należy urządzić wyjścia ratunkowe. W tym razie co do ogólnej liczby wyjść i ich rozmiarów ma obowiązywać zasada, by jedno wyjście przypadało dla nie więcej niż 50 osób i miało szerokości w świetle co najmniej 1·20 metra, a dla większej ilości osób znajdowało się stosunkowo więcej takich wyjść.

Wyjścia ratunkowe należy jako takie oznaczyć; jeżeli podczas zwyczajnego ruchu pozostają one zamknięte, musi klucz znajdować się obok drzwi w miejscu dla wszystkich dostępnem, względnie wisieć pod szklanem lub plombowem zamknięciem i być oznaczony napisem „klucz do ratunkowego wyjścia“.

9. Jeżeli ustawa budownicza nie zawiera żadnych postanowień co do zakładania schodów, to należy w każdym piętrowym budynku przemysłowym zbudować ogniotrwale przestrzamienne schody w murowanej klatce z ogniotrwałą powalą, któremi ze wszystkich lokali budynku możnaby dostać się bezpośrednio na wolne powietrze.

W rozległych zakładach przemysłowych należy więcej takich schodów zbudować i to w ten sposób, ażeby żaden punkt zabudowań nie był od schodów więcej oddalony jak 40 metrów.

Jeżeli schody takie służyć mają dla nie więcej niż 50 osób, natenczas muszą mieć szerokość przynajmniej 1·25 metra; dla każdego 50 osób więcej należy dodać po 50 centymetrów szerokości, albo stosunkowo więcej schodów urządzić.

10. Tam, gdzie osobliwsze stosunki miejscowe wymagają urządzenia ratunkowych schodów, można zapobiedz tej potrzebie umieszczając na zewnętrznej stronie budynku żelazne, przestrzamienne schody lub też w razie małej ilości robotników, żelazne drabiny ratunkowe, które zapomocą wyraźnie oznaczonych i wygodnie dostępnych wyjść muszą być połączone z pracowniami.

11. Główne przejścia we wszystkich pracowniach powinny mieć najmniej 1 metr używalnej szerokości, nie zajętej słupami, przewodami pasów, przestawkami, wałami itp., zaś potrzebne przejścia pomiędzy maszynami powinny być 60 centymetrów szerokie. Tam gdzie niebezpieczeństwo maszyn roboczych, rozmiary obrabianych przedmiotów lub ilość odpadków tego wymaga, należy szerokość przejść odpowiednio powiększyć.

Dojście do pracowni na strychu nie powinno wieść przez otwarte przestrzenie strychowe, lecz musi być zamknięte ogniotrwałymi ścianami i łączyć się bezpośrednio z głównymi ogniotrwałymi schodami.



## d) Oświetlenie.

12. Okien i górnych świetlni powinno we wszystkich pracowniach być tyle, ażeby stosownie do wykonywanych w nich robót były dostatecznie jasne. W zamkniętych pracowniach należy zapobiegać, by światło słoneczne razilo robotników bezpośrednio działaniem.

13. Wszystkie pracownie, przejścia, klatki schodowe i podwórza fabryczne należy w razie potrzeby także we dnie dostatecznie oświetlać. W razie używania płynnego świetliwa, nie wolno używać lamp o szklanych naczyńach słuczeniu ulegających. Wszelkie przyrządy do oświetlania muszą być bezpiecznie zawieszane. Lamy do łatwo lotnych świetliw, z palnikami umieszczonymi poniżej zbiornika świetliwo zawierającego, należy nadto w ten sposób zawiesić, względnie nosić, ażeby było niemożliwe silniejsze rozgrzanie tego zbiornika. Przestrzeni służących do przechowywania takich lamp nie wolno używać na dłuższy pobyt robotników. Co do elektrycznych urządzeń do oświetlania należy stosować się do „Przepisów ochronnych dla urządzeń o silnym prądzie“, uchwalonych w roku 1899 na elektrotechnicznym kongresie we Wiedniu, a przez elektrotechniczne Stowarzyszenie we Wiedniu wydanych i przejrzanych.

14. W razie oświetlenia centralnego, należy postarać się o odpowiednie ratunkowe oświetlenie, niezależne od centralnego oświetlenia i utrzymywane trwale przynajmniej przy każdych drzwiach wyjścia, jakoteż na przejściach i schodach.

15. Pracownie, w których używa się lub w których znajdują się materiały wybuchowe, łatwo zapalne gazy, pary lub ciecze, wolno oświetlać tylko od zewnątrz; źródła światła muszą być odosobnione od pracowni szczelnem zamknięciem szklanem. Jeżeli miejscowe stosunki nie pozwalają na tego rodzaju oświetlenie, natenczas dopuszczalne jest oświetlenie zapomocą elektrycznego światła żarowego, pod tym jednak warunkiem, że przewody światła będą należycie izolowane, bezpieczniki umieszczone na zewnątrz, a lampy żarowe i ich obsady będą zaopatrzone ze wszech stron zamkniętymi osłonami ochronnymi z grubego szkła.

16. Przy otworach w podłodze, otworach do napełniania, przerwach, rusztowaniach, platformach, u zejść na schody, u okien, u szybów wyciągowych i otworów do iadowania, u galerij, u równi pochyłych, u dołów, kanałów itp., gdzie dla odwrócenia niebezpieczeństwa spadnięcia ludzi i materiału zastosowano nie dość pewnych środków zapobiegawczych, należy z nastającym zmrokiem postarać się o ostrzegające oświetlenie.

17. W ruchach fabrycznych, w których zachodzi niebezpieczeństwo ognia, wolno używać jako przenośnego światła tylko lamp bezpieczeństwa, względnie elektrycznego światła żarowego.

## e) Ogrzewanie.

18. Wszystkie przestrzenie robocze, w których robotnicy stale przebywają, jeżeli w nich już ruch zakładu nie wywołuje dostatecznego ogrzania, albo jeżeli rodzaj ruchu nie wymaga utrzymywania niższej ciepłoty należy zaopatrzyć takimi urządzeniami do ogrzewania, które wykluczają niebezpieczeństwo ognia i chronią robotników od dokuczliwego i zdrowiu szkodliwego działania promieniącego ciepła. Piece żelazne należy otoczyć płaszczami blaszanymi lub zastonami.

19. Pracownie, w których używa się lub znajdują się materje wybuchowe, łatwo zapalne gazy, pary lub płyny wolno ogrzewać tylko w sposób wykluczający zupełnie niebezpieczeństwo wzniesienia ognia.

## f) Wentylacja.

20. W każdej pracowni powinien być odpowiedni dopływ świeżego i odpływ zepsutego powietrza, bez szkodliwego przeciągu.

21. Ruchy fabryczne, w których wywiązuje się szkodliwy pył, szkodliwe gazy lub wyziewy należy zaopatrzyć urządzeniami zapobiegającymi szkodliwemu działaniu tych wydzielin; w razie potrzeby należy je pochłaniać i to ile możności w miejscach powstawania.

22. W pracowniach, w których wskutek ruchu wytwarza się wielka ilość pary wodnej, należy w odpowiedni sposób (przrządy ogrzewawcze, wentylację silnie unkejonującą, sztuczny dopływ podgrzanego powietrza, unikanie bezpośredniego dostępu zimnego powietrza z zewnątrz, zakładanie podwójnych okien i podwójnych dachów itp.) ile możności skutecznie zapobiegać tworzeniu się mgły takiej, która mogłaby zagrażać bezpieczeństwu robotników, zwłaszcza wtedy, gdy w takich przestrzeniach są maszyny robocze pędzone motorami.

23. Otwarte ogniska należy opatrzyć kapami (chwyłaczami par) w ten sposób, ażeby dymy były uprowadzane z pracowni.

Gazy odchodzące z motorów, utrzymywanych w ruchu eksplozjami lub spalaniem się produktu (motory gazowe, benzynowe, naftowe, spirytusowe itp.), należy odprowadzać ponad dach na zewnątrz albo do komin.

## g) Utrzymywanie w dobrym stanie i ogrodzenie.

24. Budynki każdego zakładu przemysłowego należy utrzymywać zawsze w stanie bezpiecznym dla ruchu i czystym. Szczególniejszą uwagę zwracać należy na silnie obciążone konstrukcje stropów.

25. Dojścia do drzwi i schodów należy utrzymywać w dobrym stanie i wolnym od przeszkód komunikacyjnych; to samo tyczy się wszystkich innych dróg komunikacyjnych, o ile ruch zakładu nie wymaga koniecznie przejściowego złożenia materiału itp.

26. Każde schody należy opatrzyć przynajmniej jedną żerdzią poręczkową czyli poręczką, zaś o wolnych stron bezpiecznie osadzonemi poręczami; górne końce poręczek lub poręczy należy albo w ścianę zapuścić, albo też gdy są wolno stojące na dół zagiąć.

27. Otwory w podłogach i luki do napełniania, rusztowania, platformy, zejścia ze schodów, okna, szyby wyciągów, galerje, pochyłe płaszczyzny, doły, kanały itp., należy ogrodzić celem ochrony przed spadnięciem ludzi i materiału.

## II. Ustawianie kotłów parowych.

## a) Kotłownia.

28. Kotłownia powinna być tak wysoka, ażeby nad platformą kotła znajdowała się wolna przestrzeń, w przecięciu najmniej 1·8 metra wysoka, której w żadnym wypadku nie można używać do pracy, spania, na skład lub susznie.

29. Każda kotłownia powinna mieć co najmniej jedno, na wolne powietrze prowadzące wyjście, o drzwiach otwierających się na zewnątrz, dla większych kotłowni urządza się według potrzeby więcej wyjść; kotłownia nie może jednak służyć za zwyczajny przechód lub przejazd, nie wolno też jej używać do innych, z ruchem kotłowym w bezpośrednim związku nie pozostających celów.

30. Kotły parowe należy w ten sposób omurować, ażeby w miarę ilości kotłów do tylnej strony omurowania kotłowego prowadziło jedno lub więcej dojść najmniej 70 centymetrów szerokich.

31. W kotłowniach stanowisko dla palacza powinno mieć najmniej 2·5 metra długości.

32. Jeżeli w kotłowniach pod stanowiskiem dla palacza znajdują się kanały zbiorcze do odwożenia popiołu, to należy je w ten sposób urządzić, ażeby miały dwa dojścia i były odpowiednio obszerne, dobrze wentylowane i dostatecznie oświetlone.

#### b) Kotły parowe.

33. Co się tyczy konstrukcji, ustawienia, wypróbowania, rewizji, dozoru i naprawy kotłów parowych, to należy stosować się do właściwych ustaw i rozporządzeń.

34. Jeżeli kotły parowe są ustawione na wolnem powietrzu, to stanowisko dla palacza musi być nakryte przynajmniej daszkiem.

35. Dla umożliwienia dostępu na platformy kotłowe i galerje należy urządzić nieruchome wyłazy względnie schody, zaopatrzone poręczkami; wyłazy te powinny się znajdować ile możności jak najbliżej stanowiska palacza. We większych kotłowniach należy się postarać o dostateczną ilość silnych wyłazów tak na przedniej jak i tylnej stronie omurowania kotłów.

U stojących kotłów armatura bezpieczeństwa ma być przynajmniej zapomocą drabin dostępną.

36. Galerje kotłów należy ogrodzić bezpiecznie osadzonemi poręczkami.

37. Kotły ustawione w pracowniach lub na wolnem powietrzu powinny otrzymać wentyle do spustu wody i kurki odpowiednio zabezpieczone, ażeby niepowołani nie mogli nimi manipulować.

38. Stanowiska dla palaczy, wyłazy do kotłów, manometry i wodoskazy należy dostatecznie oświetlić.

39. Szklane rurki wodoskasów należy zaopatrzyć odpornemi osłonami ochronnemi, które jednak nie powinny utrudniać dokładnego odczytywania stanu wody.

40. Każdy kocioł parowy, do którego się wchodzi, musi być zamykalny za pomocą bezpiecznie działających przyrządów, ażeby go można we wszystkich połączeniach rurowych i urządzeniach do opalania odosobnić od innych w ruchu pozostających kotłów.

#### c) Przewody pary.

41. Przewody pary przeprowadzone przez pracownię — z wyjątkiem przewodów do opalania, jakoteż odwodów pary, trudno dostępnych już ze względu na swe położenie — należy otoczyć izolującą osłoną.

42. Celem uniknięcia uderzeń wody należy w odpowiednich miejscach przewodów pary umieścić odwodniające przyrządy.

43. Ze względów bezpieczeństwa zaleca się założenie w główny przewód pary — tuż za każdym kotłem — wentyla wstecznego przeciw cofnięciu się pary, względnie wentyla ochronnego na wypadek pęknięcia rury.

### III. Ustawianie silnic.

#### a) Hala maszyn.

44. Za pomocą przyrządów sygnałowych należy halę maszyn połączyć w ten sposób z przestrzeniami roboczymi, zależnemi od silnicy, ażeby tymi przyrządami mógł nie tylko maszynista oznajmiać w przestrzeniach roboczych o puszczeniu maszyny w ruch, ale także, by można z pracowni spowodować zatrzymanie maszyny.

45. W komorach turbinowych należy zapewnić bezpieczny dostęp do dolnej przestrzeni turbiny.

## b) Silnice.

46. Poruszających się części silnic (koło zamachowe, korba, łątka, wodzik, przechodzący koniec trzonu tłokowego, chwytły kół zębatach i stożkowych, dźwignie pompowe itp.) należy — o ile to ze względu na ruch jest dopuszczalne i o ile się one znajdują w obrębie ruchu dozorey — w ten sposób ogrodzić, by tenże w czasie spełniania swej czynności był chroniony.

Silnice w pracowniach ustawione, a z pomocniczymi maszynami bezpośrednio nie połączone, należy jeszcze w całym ich obwodzie poręczami zabezpieczyć, jeżeli już swem położeniem nie są zabezpieczone.

47. U regulatorów, pędzonych za pomocą pasów, należy postarać się, by ześliznięcie pasa było wykluczone.

48. Poruszających się smarnic należy ile możności unikać u silnic.

49. Koła wodne należy w całym ich obwodzie w ten sposób ogrodzić, aby wpadnięcie ludzi i materiału do dołu koła było wykluczone.

50. U kieratów należy koła i przestawki, a u leżących kieratów także i wał przenośni całkowicie zakryć; celem smarowania, wglądu itp. wolno zdjąć pokrywę dopiero po odczepieniu zaprzęgu.

Przeniesienie siły z kieratu na maszynę roboczą należy tak urządzić, ażeby wskutek nagłego zatrzymania się zaprzęgu kierat nie mógł być dalej pędzony przez znajdującą się jeszcze w ruchu maszynę roboczą.

51. Silnice tak zbudowane, że same rozpędzić się nie mogą, należy zaopatrzyć przyrządami do nakręcania koła rozpędowego, jeżeli zewnętrzna średnica koła rozpędowego wynosi więcej niż 1·6 metra lub też, jeżeli koło rozpędowe o mniejszej średnicy jest trudno dostępne. U maszyn parowych, spoczywających na kotle parowym (lokomobile itp.), urządzenie to nie jest konieczne potrzebne.

52. U silnic wodnych odstawianie i odprężanie powinno się dać skutecznie z budynku ruchu, względnie z budynku turbiny. Przyrządy do odstawiania (stawidła, zapadki itp.) muszą się tak szczelnie zamykać i w tak należytym stanie być utrzymane, ażeby przypadkowe uruchomienie silnicy wodnej było wykluczone. Podczas naprawy, usuwania lodu itp., należy koła wodne zastawić i zahamować zapomocą silnych przyrządów rozpierających, względnie przytrzymałych.

53. U turbin dla wielkiego spadku musi na dolnym końcu każdej przełazowej rury dopływowej znajdować się właz.

54. U silnic, utrzymywanych w ruchu eksplozjami lub spalaniem się produktu, należy niebezpieczeństwu zapalenia się doprowadzanego produktu zapobiegać stosownymi przyrządami (wentyle wsteczne).

55. Co się tyczy maszyn i urządzeń, służących do wytwarzania, motorycznego użytkowania, przekształcenia, gromadzenia i przewodzenia prądu elektrycznego, należy stosować się do „Przepisów ochronnych dla zakładów o silnym prądzie“ przez elektrotechniczny kongres we Wiedniu w roku 1899 uchwalonych a przez elektrotechniczne Stowarzyszenie we Wiedniu przejrzanych i wydanych.

## IV. Przenośnię ruchu (transmisje).

56. Każdy główny tok transmisyjny należy urządzić do wyprężania niezależnie od maszyny ruch utrzymującej.

57. W obrębie ruchu wszystkie niżej wysokości 2·0 metrów nad podłogą zawieszony wały, koła pasowe, koła zębata i inne poruszane części transmisyjne należy okryć, pionowe wały do 1·8 metra wysokości od podłogi opierzyć a podziemnie prowadzone toki transmisyjne w sposób bezpieczny przykryć.

Wystających głów klinów, śrub itp. ruchomych części transmisyjnych należy unikać albo okryć je gładkimi osłonami; chwytły kół zębatach i stożkowych należy również zakryć.

58. W ustawicznych ruchach fabrycznych, w których regularna obsługa transmisji jest także w czasie biegu potrzebna, należy wzdłuż tych toków transmisyjnych i przestawek, które się znajdują w wysokości przeszło 4·5 metra, urządzić pomosty, zabezpieczone krawężnikami i bezpiecznymi poręczami.

59. Łożyska transmisyjne należy ile możności zaopatrzyć automatycznymi smarownicami.

60. Do obsługi transmisji należy dostarczyć takich drabin z hakami, które ile możności wykluczają zsuniecie lub ześlizgnięcie się drabiny.

61. Do nakładania takich pasów podczas ruchu, których szerokość przekracza 40 milimetrów, albo które są mniej szerokie, lecz pędzą z chyżością większą niż 10 metrów na sekundę, należy sprawić nakładacze pasów lub inne odpowiednie przyrządy. Wyjątek od tego stanowią pasy na kołach stopniowych i kołach pędnych maszyn narzędziowych i roboczych.

62. Dla zrzucanych pasów lub lin należy umieścić obok osadzonych na wałach transmisyjnych kół pasowych lub linowych stałe dźwigacze.

63. W obrębie ruchu znajdujące się pędy linowe i pasowe należy ogrodzić.

„Latające” pasy stojących kieratów, jakoteż pasy, które pędzą z chyżością większą niż 10 metrów na sekundę, lub które mają szerokość większą niż 180 milimetrów, dalej pędy linowe i łańcuchowe należy zabezpieczyć od spodu, jeżeli biegają ponad miejscami pracy lub przejściami. To zabezpieczenie trzeba w ten sposób przeprowadzić, ażeby pas, lina, względnie łańcuch, w razie przerwania się, nie mogły spaść, lecz by zbiegły po zabezpieczającej kierownicy.

64. Pasy pędne nie mogą mieć ani odstających końców, ani też wystających śrub lub sprzążek.

#### V. Maszyny i urządzenia robocze.

65. Każdą maszynę roboczą, zapomocą silnicy poruszaną, należy zaopatrzyć luźnym kołem pasowym i pewnie działającymi, niezawodnie nastawialnymi widłami do wyprzegania, względnie innym jakim przyrządem do wyprzegania, dającym się bezpiecznie, szybko i pewnie użyć.

66. Mechanizmy popędowe i inne ruchome części maszyn roboczych, jakoteż urządzeń pomocniczych, należy osłonić lub uniedostępnić, o ile się znajdują w obrębie ruchu robotników, a mogłyby ich narazić na niebezpieczeństwo i o ile to da się pogodzić z użytkowaniem maszyn.

W szczególności należy:

a) zakryć chwytły kół zębatach i stożkowych, jakoteż zbiegi stożków tarczowych i tarcz, zaś wielkie, szybko pędzące koła zębata ile możności całkiem uniedostępnić

b) ogrodzić tory, w których poruszają się odciażki, wahacze, zamachowe kule itp.;

c) gładko okapturzyć wystające głowy klinów, śrub i naśrubków u obracających się wałów i tarcz, jakoteż wystające końce wałów; zakryć koła zamachowe lub pasowe o większej ilości obrotów, albo ich sprzęgi pełnymi tarczami w razie potrzeby z obydwu stron zasłonić;

d) stronę zbiegu par walców — jeżeli doprowadzanie materiału nie odbywa się automatycznie lub zapomocą ponośnika albo zapomocą innych odpowiednich przyrządów i jeżeli sposób ruchu na to pozwala —, zabezpieczyć odpowiednio, ażeby nie można dostać się rękami pomiędzy walce. Walce kolczaste i walce z nożami należy bezwarunkowo zabezpieczyć osłonami lub załózkami.

67. Każdy kamień szlifierski należy tak urządzić, ażeby był wyprężalny sam dla siebie, niezależnie od transmisji. Motorycznie pędzone tarcze szlifierskie i szmirglowe muszą mieć okrągłe nawiercenia i nie wolno ich na wale osadzać zapomocą klinów. Do szlifowania narzędzi należy umieścić stosowne podpórki. Jeżeli chyżość obwodowa takich tarcz przekracza 10 metrów na sekundę, należy je osłonić dostatecznie silnymi, nastawialnymi czepcami ochronnymi.

68. Piły okrągłe (cyrkularne), o ile sposób ich użycia dopuszcza umieszczenie chronidla, należy od tylnej strony piły opatrzyć przylegającym rozszczepiaczem, a część piły, znajdującą się pod płytą stołu, należy z obu stron tak okryć, by nie można dostać się do niej. Jeżeli nie ma żadnego niezawodnie działającego przyrządu doprowadzającego, natenczas górną część piły należy uzbroić nastawialnym czepcem ochronnym.

69. Rezerwoary, panwie, kotły i inne otwarte zbiorniki, głębsze niż 0·85 metra lub przeznaczone na żrące, trujące lub gorące ciecze — o ile ich brzeg nie znajduje się przynajmniej 0·85 metra nad podłogą lub stanowiskiem dla robotnika —, należy odpowiednio ogrodzić lub bezpiecznie zakryć.

70. Przewody dla wyciewów, gazów, kwasów, ługów lub gorących płynów, mające ujście do przyrządów, do których się włązi, należy zaopatrzyć niezawodnie funkcjonującymi, bezpiecznie zamykalnymi wentylami i ile możności tak urządzić, by je można zamknąć ślepem i kresami.

71. Drabiny drewniane należy wykonać z materiału zdrowego, na udźwig wytrzymałego; szczeble trzeba tak osadzić w półdrabki, ażeby się nie mogły ruszać; gwoździemi przybite deski lub listwy są jako szczeble niedopuszczalne. Podwójne drabiny należy tak urządzić, by obadwa ramiona można połączyć zapomocą haków i uszek; zawiasy powinny być przymocowane nitami lub śrubami z naśrubkiem.

## VI. Wyciągi, podnośnice,<sup>1</sup> taranki, bitnie i kafary.

72. Drogę każdego wyciągu z wyjątkiem otworów do ładowania i wsiadania należy ze wszystkich dostępnych stron, od spodu aż przynajmniej do 1·8 metra wysokości, w ten sposób opierzyć lub ogrodzić, ażeby zbliżenie się nie mogło stać się niebezpiecznem.

W miejscach do ładowania i wsiadania, na wszystkich piętrach, należy umieścić urządzenia (drzwi, barjery), które szyb wyciągu ruchem jeźdźdźła automatycznie zamykają, względnie umożliwiają ruch jeźdźdźła tylko wtenczas, gdy drzwi lub barjery są zamknięte.

Otwory do ładowania wyciągów wielokrążkowych czyli otwartych należy odpowiednio zabezpieczyć celem zapobieżenia spadnięciu osób lub materiałów.

73. Każde jeźdźdźło, używane także przez osoby, należy opatrzyć automatyzmem chwytłem lub hamulcem i nakryć dachem ochronnym.

74. U bezpośrednio działających wyciągów hydraulicznych, używanych także przez osoby, należy pomiędzy przyrząd stawidłowy a walec pędny założyć przyrząd uniemożliwiający za szybkie spadanie sanek w razie pęknięcia rury.

Jeżeli jeden wspólny akumulator zasila kilka hydraulicznych wyciągów, natenczas w każdą poszczególną rurę ciśnienia należy włączyć wentyl wsteczny.

75. Każdy otwór do ładowania i wchodzenia powinien być dostatecznie jasny, względnie oświetlony.

<sup>1</sup> Hamulcowe wyciągi w młynach są z pod postanowień tego rozdziału wyjęte; osobne przepisy ochronne zostaną dla nich ogłoszone.

76. U każdego motorycznie poruszanego wyciągu należy urządzić samoczynnie działające urządzenie, ograniczające skok dla najwyższego i najniższego położenia.

77. Mechanizmy popędowe wyciągów, elewatorów kubkowych, wyciągów pochyłych, żorawów, ślimacznic przenoszących itp. — jeżeli już samo ich położenie nie zabezpiecza od wypadku —, należy ogrodzić. Odciażki należy umieścić w bezpiecznych kierownicach, a wszystkie zębate koła, znajdujące się w obrębie ruchu lub takie, których przypadkowo możnaby dotknąć, należy osłonić.

Wyciągi, elewatory kubkowe i wszystkie tego rodzaju przyrządy do podnoszenia należy tak urządzić, ażeby nie mogły spadać z nich materiały na osoby niżej zatrudnione.

Pionowe elewatory kubkowe należy na miejscach dostępnych, z wyjątkiem miejsc do obsługi, opierzyć; na najniższym poziomie powinien dla ochrony obsługujących robotników znajdować się odpowiednio silny dach ochronny.

78. Wyciągi pochyłe należy zapomocą odpowiednich przyrządów, wózków do nasadzania, zamknięć, podwójnych lin, chwyteł itp. w ten sposób urządzić, ażeby staczające się wózki nie mogły zagrażać osobom u podnóża zatrudnionym.

Hamowadło (przyrząd do hamowania) powinno być tego rodzaju, ażeby hamulec, gdy spoczywa, był zamknięty, a otwierał się tylko wówczas, gdy dozwala jazdę.

79. Żorawie i windy zaopatrzyć należy zapadką i hamulcem pasowym lub innymi niezawodnie działającymi hamowadłami. Tam, gdzie ładunek zjeżdża własnym ciężarem, a są możliwe dwojakie biegi, należy umieścić zapadkę, uniemożliwiającą samoczynne uruchomienie szybkiego biegu.

U taranków, bitni i kafarów muszą tak dla zabezpieczenia zajętych niemi robotników, jak i dla zabezpieczenia pobliskich miejsc roboczych i dróg znajdować się odpowiednie ściany ochronne.

80. Jezdne żorawie, na których przebywają kierujący żorawiem, należy zaopatrzyć dostatecznie bezpiecznymi i ogrodzonymi pomostami lub galerjami, ażeby ludzie ani materiał spaść z nich nie mogli. Wszystkie dostępne pędnie kół zębatach należy ochronnie osłonić.

81. Na każdym żorawiu należy wyraźnie uwidocznnić w kilogramach jego udźwig.

82. U wszelakich wyciągów, zanim się ich pierwszy raz użyje, należy z pomocą znawcy — którym może być także urzędnik ruchu, jeżeli jest technicznie wykształcony — wypróbować maszynowe urządzenia i chwytła pod obciążeniem dopuszczalnie największym ciężarem użytkowym. Dźwigary należy wypróbować obciążeniem dwa razy większem od dopuszczalnego, pozostawiając je najmniej przez 20 minut na wolno wiszącym wyciągu.

U wyciągów osobowych należy próby powtarzać najmniej co trzy miesiące, u wyciągów ciężarowych najmniej co sześć miesięcy.

Wszystkie działaniu siły podlegające części składowe innych przyrządów do podnoszenia należy najmniej raz w rok poddać próbie co do wytrzymałości i niezawodnej działalności; wszakże u żorawi, mających dźwigać do włącznie 25 ton ciężaru użytkowego, należy użyć próbnego obciążenia o 25 procent większego, natomiast u żorawi o większej wytrzymałości, obciążenie próbne powinno być o 10 procent większe od obciążenia użytkowego.

Co do przeprowadzonych prób należy prowadzić zapiski.

## VII. Urządzenia transportowe.

83. Do przesuwania wozów kolejowych po przemysłowych torach, za pomocą siły ludzkiej lub zwierząt pociągowych, należy przesuwaczom dostarczyć drągów do hamowania, sanek hamulcowych, klinów do podkładania itp. Do przesuwania za-

pomocą zwierząt pociągowych należy użyć łańcuchów lub lin pociągowych najmniej 2.5 metra długich.

Jeżeli przesuwanie odbywa się siłą motorową, należy zastosować urządzenia, wymagane dla prawidłowego ruchu kolejowego.

84. Na kolejkach materjałowych, leżących na spadku, należy się postarać o niezawodne hamowanie zapomocą dostatecznej ilości wózków, opatrzonych niezawodnie działającymi hamulcami.

85. Obrotnice i przesuwnice należy tak urządzić, ażeby właściwe ich położenie dawało się ustalić zapomocą stosownych przyrządów.

86. Podczas ładowania i wyładowania wielkich ciężarów należy szyny i dyle, użyte do zsuwania, zabezpieczyć przeciw przypadkowemu usunięciu lub przekantowaniu się, a w zimie uwalniać je od lodu i posypywać piaskiem, popiołem itp. Wózki należy odpowiednimi przyrządami zabezpieczyć od wywrócenia się.

87. Wózki kołyskowe należy zaopatrzyć niezawodnymi sprzęgłami, dającymi się bezpośrednio obsługiwać.

88. Podczas transportowania walców, rur, cylindrów, beczek itp. należy używać właściwych środków niedopuszczających stoczenia się.

### VIII. Składy.

89. W składach, leżących ponad innemi przestrzeniami, należy uwidocznnić w kilogramach największe dopuszczalne obciążenie na metr kwadratowy.

90. Tam, gdzie materjały w większej ilości układa się jeden na drugim, należy we właściwy sposób zapobiegnać zwaleniu się składanego towaru.

91. Zapasy ciekłych materjałów palnych wolno przechowywać tylko w bezpiecznych od ognia i od przestrzeni roboczych odosobnionych, oraz wydalnie wentylowanych przestrzeniach, których podłogi leżeć powinny niżej otaczającego terenu. Tego rodzaju składów, w których należy zawsze trzymać w pogotowiu także zapas właściwych środków do gaszenia (piasek, popiół itp.), nie wolno używać ani do przechowywania innych materjałów, ani też do innych celów, a wchodzić do nich wolno jedynie z lampami bezpieczeństwa.

Zresztą co do magazynowania ciekłych materjałów palnych obowiązują odnośnie postanowienia rozp. min. z 23. stycznia 1901, Dz. u. p. 1. 12, odnoszące się do obrotu olejami mineralnymi.

### IX. Środki ochronne.

92. Robotników, którzy z powodu swego zajęcia mogą być narażeni na uszkodzenie oczu od par, żrących lub gorących cieczy, odłotków, rozżarzonego lub roztopionego materjału, należy wyposażyć ochronnymi okularami, ochronnymi osłonami lub maskami na twarz. Celem ochrony reszty robotników umieszcza się w razie potrzeby ochronne ściany lub ochronne siatki.

93. Robotników, których narządy oddechowe są zagrożone działaniem gazów, par lub pyłu, należy wyposażyć albo respiratorami, których wkładki w miarę potrzeby nasycy się stosownymi pochłaniającymi środkami, albo też zaopatrzyć innymi celowi odpowiadającymi ochronnymi środkami.

Wszystkie te środki ochronne należy utrzymywać zawsze w czystym stanie.

94. Robotników, których zatrudnienie naraża na poparzenie, przemoczenie lub urażenie nóg, należy zaopatrzyć odpowiadającem celowi obuwiem.

Robotników, mających do czynienia z silnymi kwasami, gorącymi, żrącymi lub trującymi cieczami, albo tych, którzy są zajęci transportem ostrokrawężnych lub spiczastych przedmiotów, należy uzbroić fartuchami lub ochronnymi skórami; gdyby



to ze względu na odnośne roboty było niemożliwe, należy im dostarczyć naręczne skórzane podkładki lub rękawice z odpowiedniego materiału, a jeżeli zachodzi niebezpieczeństwo urażenia rozżarzonym lub roztopionym materiałem należy nadto zaopatrzyć ich ochronnymi nagolenicami.

95. Do czynności roboczych z materiałami zdrowiu szkodliwymi, jak np. z żółtym fosforem, przetworami ołowiu, rtęci itp., jak i do sortowania szmat należy robotnikom dostarczać osobnej odzieży roboczej, którą należy regularnie czyścić i odpowiednio przechowywać.

96. Do wypróżniania naczyń, zawierających silne kwasy, gorące, żrące lub trujące ciecze, niezaopatrzonych spustowymi kurkami, należy dostarczać robotnikom lewarów z bezpiecznikiem, pomp, koszów kołkowych itp.

97. W każdym większym ruchu fabrycznym i takim, w którym robotnicy bardziej są narażeni na niebezpieczeństwo, powinny się znajdować materiały potrzebne do niesienia pierwszej pomocy (opaski, środki tamujące krew, środki krzepiące, desinfekcyjne itp., a w razie potrzeby także przyrządy do przenoszenia). Kierownicy ruchu i organa dozoreze powinni dokładnie umieć je zastosować.

#### X. Woda, umywalnie, łazienki i szatnie.

98. W każdym ruchu fabrycznym należy się postarać o wodę do picia i mycia się.

99. W każdym większym ruchu, w którym się używa lub w którym występują szkodliwe, żrące lub trujące gazy, ciecze lub stałe ciała, dalej w takich ruchach, w których się wytwarza silny kurz, wreszcie i tam, gdzie robotnik narażony jest na silne zanieczyszczanie ciała, powinny się znajdować dla każdej z obu płci osobne przestrzenie do mycia i ubierania się, wyposażone odpowiednimi przyrządami do mycia.

100. W każdym większym ruchu, w którym celem zapobieżenia szkodliwym zdrowiu skutkiem zachodzi potrzeba gruntownego oczyszczenia, względnie ochłodzenia ciała, należy dla pewnych kategorii robotników zaprowadzić urządzenia kąpielne, zaopatrzone mydłem i prześcieradłami do obcierania.

101. Należy się postarać o odpowiednie przechowywanie odzienia, zdejmowanego przez robotników przed rozpoczęciem pracy, ażeby nie było wystawione na szkodliwe dla zdrowia robotników działanie wilgoci, kurzu lub szkodliwych par.

#### XI. Wychodki.

102. Co do ilości i jakości wychodków należy zastosować się do przepisów policyjno budowniczych i zdrowotnych. Gdzie takie przepisy nie istnieją, tam ma obowiązywać reguła, że na każdym 30 robotników powinno przypadać najmniej jedno wychodkowe siedzenie; zarazem wychodki należy rozmieścić stosownie do rozległości zakładu.

Jeżeli wychodki znajdują się w zabudowaniu zakładu, to rury wychodkowe należy połączyć z przewodami wentylacyjnymi o średnicy najmniej 25 centymetrów ponad dach sięgającymi.

Wychodki, które nie są urządzone do splukiwania wodą, nie powinny łączyć się bezpośrednio z pracowniami, lecz powinny być od nich odosobnione silnie wentylowanymi przedsionkami lub krytymi dojściami.

103. Wychodki powinny być dostatecznie jasne, względnie oświetlone i w ten sposób założone, ażeby robotnicy, w czasie przebywania w nich, nie byli wystawieni na szkodliwe atmosferyczne wpływy.

104. W większych ruchach fabrycznych wychodki należy rozdzielić według płci robotników i urządzić z osobnemi dojściami, odznaczonemi wyraźnymi napisami.

105. W wychodkach dla mężczyzny przeznaczonych powinny się znajdować pisoary. Ryny lub muszle pisoarowe należy sporządzić z nieprzepuszczalnego materiału i zawsze w szczelnym stanie utrzymywać.

106. Wychodki i pisoary należy zawsze utrzymywać w czystym stanie; jeżeli nie są urządzone do splókiwania wodą lub do posypki miazem torfowym, należy w inny sposób postarać się, by nie drażniły powonienia.

### III. Szczególne przepisy ochronne i instrukcje.

#### 1. O środkach rozsadzających.

Rozporządzenie austr. Min. spr. wewn. i innych Min. z 2. lipca 1877, Dz. u. p. Nr. 68, unormowało jako przedmiot przemysłu wyrób, przechowywanie, opakowanie, przewóz i użycie środków rozsadzających; rozporządzenie Min. s. w. z 26. marca 1882., l. 12504 (do L. Namiestnictwa lwowskiego 19875 z r. 1882.), zaleciło plany normalne na budowę magazynów dynamitu,<sup>1</sup> a rozp. Min. s. w. z 22. września 1883., Dz. u. p. Nr. 156, uzupełniło reskrypt na wstępie zacytowany.

Magazyny podziemne na środki rozsadzające unormował reskrypt Min. s. w. z 6. kwietnia 1892, l. 3175 (do L. Nam. lw. 30089), i z 24. lipca 1897., l. 7055 (do L. Nam. lw. 67302 z r. 1897.).

Sprzedaż i magazyny prochu jako przedmiot monopolu państwa unormowało Min. s. w. rozp. z 17. maja 1891., Dz. u. p. Nr. 62, a reskrytem z 29. listopada 1894., l. 28284 (do L. nam. lw. 101161 z r. 1894.) udzieliło plany normalne na budowę magazynów prochowych.<sup>2</sup>

Wyrób amonalu i ogólny obrót jako środka rozsadzającego został zezwolony reskrytem Min. s. w. z 7. kwietnia 1905., l. 13781 (do L. Nam. lw. 2777/III ·  $\frac{J}{47}$  z r. 1905.).

<sup>1</sup> Plany w regulaminie wojskowym p. t.: „Direktiven für die Erbauung von Friedens-Dynamit-Magazinen“, Wien, Staatsdruckerei, 1881.

<sup>2</sup> Plany w regulaminie wojskowym p. t.: „Direktiven für die Anlage von Pulverschleif-Magazinen“, opracowane przez: „k. u. k. techn. und administrative Militärkomitee“ zu Abt. 7. Nr. 2367 ex 1893.

## 2. O projektach na zakłady przemysłowe.<sup>1</sup>

Do podania o pozwolenie na zamierzone zakłady przemysłowe nowe, lub na rozszerzenie istniejących należy dołączyć w trzech egzemplarzach:

1. Plany sytuacyjne i niwelacyjne zakładu i jego otoczenia;
2. plany budowlane, konstrukcyjne i dyspozycyjne (rozkładowe);
3. opis zakładu, rodzaju jego budowy, urządzenia wewnętrznego i przebiegu prowadzenia.

Do 1. W planie sytuacyjnym sporządzonym co najmniej w skali map katastralnych gminnych należy przedstawić położenie zakładu przemysłowego wraz z otoczeniem, obejmującym pas 100 m szeroki, ze szczególnem uwydatnieniem położonych w sąsiedztwie kościołów, szkół, szpitali, kasarni, przedmiotów fortyfikacyjnych i innych publicznych zakładów i budynków, jakoteż komunikacyj i biegów wód.

Oprócz tego należy podać cyfrowo odległość magazynów prochu lub środków rozsadzających, istniejących w promieniu 1000 metrów.

Do sporządzania planów sytuacyjnych zaleca się używanie odcisków oryginalnych map katastralnych albo ich odbitek.

W sytuacji zakładów, których prowadzenie może spowodować dla sąsiedztwa znacznieszą uciążliwość dymieniem, sadzą, kurzawą, hałasem lub złymi wyziewami, albo też zagrażać niebezpieczeństwem ognia lub eksplozji, oraz w sytuacji kamieniołomów, należy przedstawić otoczenie w pasie 200 metrów szerokim; wreszcie w sytuacji zakładów, dla których ustawa lub rozporządzenie normują pewną odległość od obcych przedmiotów lub posiadłości, należy uwidocznic otoczenie w promieniu unormowanej odległości.

W planach sytuacyjnych należy uwidocznic położenie stron świata, a odpowiednio do każdorazowej potrzeby, wpisać liczby katastralne parcel gruntowych i budowlanych, oraz nazwiska ich właścicieli. To wpisywanie można ograniczyć w miarę okoliczności do sąsiadów bezpośrednio, lub w jakikolwiek inny sposób interesowanych. W miarę potrzeby można dołączyć osobny spis sąsiednich posiadłości i ich właścicieli.

W razie jeżeli podczas dochodzenia komisjonalnego podniosą zarzuty tacy właściciele, których nazwisk w planie sytuacyjnym nie wpisano, lub których własność stanowią przedmioty i posiadłości, nie leżące w obszarze planem objętym, należy według możliwości już podczas dochodzenia komisjonalnego plan sytuacyjny uzupełnić wpisaniem liczb parcelowych i nazwisk protestujących właścicieli, względnie wrysowaniem położenia odnośnych przedmiotów i posiadłości.

W wypadkach podrzędniejszego znaczenia można tego rodzaju uzupełnienie planu sytuacyjnego wykonać także odręcznie na podstawie map katastralnych, znajdujących się w gminie. Podobnie ma nastąpić uzupełnienie planów sytuacyjnych także w sprawach rekursowych.

Szczególnie będzie potrzeba w planie sytuacyjnym uwidocznic wszelkie podczas dochodzenia komisyjnego, albo w odwołaniach się podniesione daty, n. p. ważne pod względem rzeczowym odległości, których z planów nie można odczytać z dostateczną dokładnością, a do których odwołuje się protokół komisyjny, potem rodzaj budowy przedmiotów graniczących, konfigurację terenu, urządzenia służące do odwodnienia terenu itp.

<sup>1</sup> Rozporządzenie ministerjalne austriackie z 14. grudnia 1906. l. 24061 (do L. Nam. lw.  $\frac{938}{7}$  z r. 1907.). Instrukcję tę podaje się przedewszystkiem jako III — A/34 wzór; w b. zaborze austriackim obowiązuje ona i wiele innych jeszcze wobec władz.

Jako ewentualne w razie rekursu potrzebne uzupełnienie planu sytuacyjnego, należy sporządzić potrzebne plany niwelacyjne i poprzeczne profile terenu, tudzież podać bliższe daty co do różnic wysokościowych pomiędzy szczytami dachów budynków sąsiednich, a wylotem komina większych palenisk.

W sprawach mniej ważnych wystarczy w takim razie, szkic odręczny, jeżeli będzie przedstawiał w przybliżeniu stosunki lokalne i w miarę potrzeby rozmiary wysokościowe terenu.

Co do zakładów w pasie kolejowym ogniowym należy dostarczyć dostatecznej ilości odpowiednich przekrojów poprzecznych, cechujących rzeczony pas ogniowy.<sup>1</sup>

Gdy chodzi o zakłady, które się wiążą z kwestją udzielenia koncesji na używanie (odprowadzenie i doprowadzenie) wód, powinien plan sytuacyjny obejmować nie tylko główne łożysko odnośnej wody wraz z jego bocznymi ramionami i odgałęzieniami kanałowymi i sztucznymi dopływami, względnie odpływami, jeżeli jakie istnieją, lecz także i odnośne zakłady, sąsiadujące z zamierzonym nowym zakładem zarówno w górnym, jak i dolnym biegu koryta, jeżeli wpływ na te zakłady sąsiednie nie jest już z góry wykluczony.

Również należy tu wrysować wszystkie te miejscowości i mieszkalne budynki, które swoje potrzeby wodne pokrywają z wód publicznych, służących jako odpływy, jeżeli zakład może wyrzucić jaki wpływ na ten pobór wody.

W razie urządzeń do spiętrzania wody należy oprócz tego wrysować normalną granicę spiętrzenia, a w miarę potrzeby także istniejący już, jakoteż przyszły obszar zalewowy.

Gdyby żądany wyżej obszar sytuacyjny miał wypaść zbyt wielki, w skali katastralnej, należy dla przejrzystości zastosować skalę mniejszą.

W profilach podłużnych i poprzecznych należy przedstawić owe przestrzenie wód naturalnych i sztucznych ich biegów, które obejmuje plan sytuacyjny i które leżą w obszarze wpływów zamierzonego zakładu, a to w tym celu, aby można ocenić wszelkie możliwe oddziaływanie projektowanych budowli na odpływ wody, głównie zaś na wysokość i spadek jej zwierciadła. Z tego też właśnie powodu potrzeba w profilach poprzecznych uwidocznić mianowicie te wszystkie przekroje, w których mają stanąć budowle sztuczne.

Rozmiary niwelacji należy w każdym razie nawiązać do stałego punktu celem umożliwienia kontroli.

W profilach podłużnych i dłuższych poprzecznych należy przedstawić conajmniej długości w skali 1:1000, wysokości 1:100, a zwykle przekroje poprzeczne w skali 1:100.

Do 2. Zakłady należy przedstawić na planach w rzutach poziomych od piwnic aż do więzby dachowej włącznie, oraz w kilku znamiennych przekrojach, jakoteż w zewnętrznych widokach budynków.

W planach tych, oprócz rozmiarów i sposobu budowania budynków zakładu, tudzież oprócz przeznaczenia poszczególnych lokalności fabrycznych, należy przedstawić wszystkie dźwigające i dźwigane konstrukcje, a mianowicie: konstrukcje schodów, stropów, wysokości piątr, a co do zakładów wodnych wszystkie owe przyrządy, które wywierają wpływ na doprowadzenie, odprowadzenie lub na ilość użytej wody.

W tych samych albo też w osobnych dla celów przejrzystości niezbędnych planach rozkładowych, jakie sporządzają często fabryki maszyn dla urządzenia szczególnie wielkich zakładów, należy schematycznie oznaczyć motory popędowe, kołły parowe, przyrządy parowe, główne transmisje, najgłówniejsze maszyny robocze, przyrządy jako też wewnętrzne maszynowe i wszelkie inne urządzenia, paleniska, piece itp.

<sup>1</sup> Patrz str. 968, poddział f, a).

Z tego planu ma być dalej widoczne, w jaki sposób będą fundowane względnie ustawione i jak daleko od najbliższych granic sąsiednich położone wszystkie owe urządzenia maszynowe, które zdolne są wstrząśnieniami itp. spowodować uciążliwości dla sąsiedztwa.

Dalej należy w tych planach przedstawić urządzenia do oświetlania, do ogrzewania, sztucznej wentylacji, odprowadzenia kurzu itp., wychodki (komórki siedzeniowe i pisoary) i sposób usuwania odchodów ludzkich, jakoteż sposób zaopatrzenia zakładu wodą użytkową i do picia. Należy także uwidocznnić zamierzone ewentualnie robotnicze szatnie, kąpielnie, umywalnie, sypialnie, jadalnie itp. Nadto wszystkie owe urządzenia, które mają służyć do odczyszczania i odprowadzenia wód odpadkowych należy przedstawić w sposób tak przejrzysty, aby można mieć dokładne pojęcie co do całej drogi przepływu nieczystości, począwszy od miejsca ich powstania, aż do ostatecznego ich odpływu.

Na osobliwe konstrukcje dźwigające należy przedkładać statyczne obliczenia a w miarę potrzeby i szczegółowe rysunki.

Zwraca się szczególnie uwagę na to, że podawanie w statycznych obliczeniach li tylko wyników rachunkowych jest niedostateczne i że celem szybkiego sprawdzenia takich elaboratów jest bezwarunkowo konieczne przedstawienie sposobu obliczenia we wszystkich stadjach jego przebiegu rachunkowego.

Przytem potrzeba wszelkie za podstawę obliczenia przyjęte rozmiary uwidocznnić w odnośnych planach.

Plany budowlane należy sporządzać w skali przepisanej ustawą budowniczą. Szczegółowe plany trzeba wykonywać i przedkładać w skali odpowiadającej celowi.

Na wszystkich planach bez wyjątku należy we właściwym miejscu uwidocznnić nie tylko stosunek pomniejszenia, lecz obok tego zawsze także i podziałkę w sposób powszechnie przyjęty.

Co do wyposażenia projektów na stawianie lub podwyższanie wysokich murowanych kominów fabrycznych, to odnośne przepisy znajdują się w rozporządzeniu austr. z 24. marca 1902.<sup>1</sup>

Do 3. Opis zakładu ma się składać z dwu części, a mianowicie: najpierw z opisanie sposobu budowania i budowlanej dyspozycji zakładu, a powtórnie z opisanie celu i przebiegu prowadzenia zakładu.

Opis budowlany należy sporządzić możliwie krótko i podać w nim te tylko uzupełnienia dotyczące się względów budowlanych, które są konieczne do osądzenia całego założenia budowlanego, a w planie nie dały się przedstawić, np. sposób urządzenia podłóg, rodzaj krycia dachowego itd.

W opisie celu i przebiegu prowadzenia zakładu należy podać w każdym razie zakres i sposób prowadzenia w jego istotnych znamionach. W interesie szybkiego załatwienia sprawy będzie z wielką korzyścią, jeżeli opis będzie zawierał, — oprócz przypuszczalnej liczby robotników, zajętych w każdej poszczególniej przestrzeni, — także wykaz materiałów surowych, przeznaczonych do przeróbki, względnie na skład, z określeniem ich przybliżonej największej ilości, dalej przedstawienie toku poszczególnych procesów fabrykacji z wykazaniem związku z uwidocznionymi w planach motorami popędowymi i urządzeniami wewnętrznymi, a wreszcie podanie, w jaki sposób zamierzają usuwać względnie zmniejszać wszelkie uciążliwości i niebezpieczeństwa dla robotników i otoczenia wypływające z ruchu zakładu, jakie właściwości będą posiadały stałe, płynne lub gazowe produkta uboczne i odpadki i w jaki sposób będzie się odbywać ich wywóz, czyszczenie lub dalsza przeróbka.

<sup>1</sup> Patrz C, II, 5, a), str. 1094.

Co do podejrzanych pod względem sanitarnym odpadków należy podać także ich ilość.

Dla projektowanego urządzenia zakładu wodnego należy poświęcić o ile możności osobny ustęp. Opis jego musi być tego rodzaju, ażeby dawał możliwie szczegółowe pojęcie o istniejących stosunkach odnośnych wód w myśl istniejących przepisów ustaw wodnych.

W szczególności co do urządzeń dla oczyszczania płynnych nieczystości należy — obok budowlanego ich urządzenia — podać przypuszczalną największą dzienną ilość przeznaczonych do odczyszczenia odpływów i własności ich poszczególnych rodzajów, jakoteż metodę i sposób odczyszczenia (czas odczyszczenia lub filtrowania i chyżość, wysokość hydrostatycznego ciśnienia filtrowego itd.) a nadto sposób usuwania osadów.

W końcu należy opisać, w jaki sposób będzie się odbywać odprowadzanie ścieków do wód, które mają służyć jako ich dalszy odpływ.

Co do mniejszych zakładów, nie mających charakteru fabrycznego, w których nie będzie ani motorów popędowych, ani kotłów parowych, potem dla zwykłych lokalów sprzedaży lub magazynów wystarczy przedłożenie szkicu sytuacyjnego i planów lokalności przeznaczonych do pracy z rzutami poziomymi i przekrojami.

Oprócz tego należy podać rodzaj budowy, liczbę piątr i wszelkie zresztą przeznaczenie odnośnego budynku.

Ogólne postanowienia. Przeznaczone do przedłożenia władzy plany budowlane i sytuacyjne należy sporządzać na trwałym papierze rysunkowym, albo na odbitkowym papierze płóciennym (kalce płóciennej). Dla planów sytuacyjnych nadaje się najlepiej odbitkowy papier płócienny, gdyż ewentualne dodatkowe uzupełnienia sytuacji dają się szybko skutecznie na podstawie gminnych map katastralnych.

Techniczne wypracowania, sporządzone na zwykłym papierze odbitkowym (na kalce papierowej) nie nadają się do przedkładania.

Odbitek niebieskich (białe linie na niebieskiem tle) należy bezwarunkowo unikać.

Należy zaniechać zwijania planów, lecz raczej przedkładać je w formacie 21 × 34 centymetrów wykonane, względnie w tym formacie składane i zaopatrzone napisami a dla większych elaboratów w tekach przechowane.

Wypracowania techniczne winien podpisać autor i przedsiębiorca zakładu.

Plany i opisy projektowe na zakłady wodne trzeba tak sporządzać, aby ich można użyć jako szczegółowych map i dokumentów do uzupełnienia księgi wodnej.

### 3. O zakładach i produktach powszechnej użyteczności.

a) Destylarnie nafty obowiązuje wydana przez Prezydium Namiestnictwa b. Galicji okólnikiem z 27. maja 1909, l. 14130 z r. 1908, instrukcja dla destylarni naftowych z 17. maja 1909.

b) Oleje mineralne. Rozporządzenie b. austr. Ministerstw spraw wewnętrznych, skarbu, handlu, rolnictwa i kolei z 23. stycznia 1901, Dz. u. p. Nr. 12, definiuje i normuje ogólny obrót.

c) Piekarnie. Instrukcja dla piekarń wydana okólnikiem Namiestnictwa b. Galicji z 6. stycznia 1894, l. 32373, tyczy się położenia, budowy i utrzymania czystości.

d) Łaźnie i łazienki. Instrukcja dla łaźni i łazienek wydana okólnikiem Namiestnictwa b. Galicji z 8. czerwea 1897, l. 102857 z r. 1896, oraz okólnik Namiestnictwa z 17. czerwea 1902, l. 121249.

e) Garbarnie. Instrukcja dla garbarń, wydana okólnikiem Namiestnictwa b. Galicji z 20. listopada 1895, l. 49193 z r. 1894.

f) Woda sodowa. Rozporządzenie b. austr. Ministra handlu z 29. listopada 1910. Dz. u. p. Nr. 212.

g) Rzeźnie. Instrukcja dla rzeźni wydana okólnikiem Namiestnictwa b. Galicji z 30. września 1890, l. 61518, oraz rozporządzenie b. austr. Ministerstwa spraw wewnętrznych z 26. lipca 1905, l. 23646 z r. 1904, które zawiera plany normalne rzeźni dla małych i miernie wielkich gmin.

h) Fabryki papieru. Rozporządzenie b. austr. Ministerstwa handlu 25. września 1911, Dz. u. p. Nr. 199.

i) Malarstwo pokojowe, lakiernictwo i pokostnictwo. Rozporządzenie b. austr. Ministerstwa handlu z 15. kwietnia 1908, Dz. u. p. Nr. 81, oraz wykonawczy reskrypt Ministerstwa handlu z 15. kwietnia 1908, l. 10220.

j) Celluloid, wyroby celluloidowe i odpadki. Rozporządzenie b. austr. Ministerstw handlu z 15. lipca 1908, Dz. u. p. Nr. 163, oraz rozporządzenie tegoż Ministerstwa z 15. lipca 1908, l. 22966 (do L. Nam. lw. XV  $\alpha$   $\frac{6165}{J/47}$  z r. 1909).

k) Fosforowe wyroby zapalkowe. Rozporządzenie b. austr. Ministerstwa spraw wewnętrznych i handlu z 17. stycznia 1885, Dz. u. p. Nr. 8 (ochrona od trującego fosforu białego, żółtego i czerwonego).

l) Gazownia. Dekret austr. Kancelarji nadwornej z 27. kwietnia 1845, l. 9414.

l) Gaz świetlny acetylenowy (acetylen) i karbid wapniu. Rozporządzenie b. austr. Ministerstw spraw wewnętrznych handlu, kolei i rolnictwa z 17. lutego 1905, Dz. u. p. Nr. 24, oraz rozporządzenie b. austr. Ministerstwa spraw wewnętrznych z 24. lutego 1905, l. 56984 z r. 1904, i Ministerstwa handlu z 27. lipca 1906, l. 63325 z r. 1905.

m) Regulatyw gazów palnych. Rozporządzenie b. austr. Ministra handlu z 18. lipca 1906, Dz. u. Nr. 176, oraz rozporządzenie Ministerstwa handlu z 1. września 1906, l. 20141.

n) Generatory gazu ssanego przez motory gazowe. Rozporządzenie b. austr. Ministerstwa spraw wewnętrznych z 2. grudnia 1903, l. 33991, rozesłano okólnikiem Namiestnictwa we Lwowie z 18. grudnia 1903, l. 171621.

o) Gaz ziemny. Ustawa z 2. maja 1919, Dz. P. P. R. P. Nr. 39, poz. 292. upoważnia Państwo Rzeczypospolitej Polskiej wyłącznie do zakładania rurociągów, służących do prowadzenia gazów ziemnych, regulowania produkcji i użytkowania ich.

## **IV. Zasady i daty co do budowli fabrycznych i gospodarczych.**

### **1. Budowle fabryczne.**

W celu wyboru najstosowniejszej okolicy do założenia zamierzonego zakładu fabrycznego należy ściśle i wyczerpująco zbadać i rozważyć: Stosunki i koszta sprowadzania potrzebnych dla zakładu surowców i materiałów pomocniczych, oraz rozwoju wyrobów; — ceny potrzebnego pod zakład obszaru gruntu z uwzględnieniem ewentualnego rozszerzenia w przyszłości; — możliwość zużytkowania istniejącego w danym razie źródła energii; — warunki podatkowe i cłowe; — możliwość uzyskania potrzebnej wody użytkowej, oraz stosownych, w dostatecznej ilości sił roboczych; — warunki powodzenia takich samych zakładów, istniejących już w upatrzonej okolicy; — wreszcie korzyści jakie przedstawia większe miasto ze względu na prowadzenie zakładu w porównaniu do miejscowości małomiejskich i wiejskich.

Co do wyboru miejsca budowy zakładu w upatrzonej już okolicy i zaprojektowania należy przedewszystkiem obznajomić się jak najdokładniej z całym przebiegiem i sposobem prowadzenia ruchu zakładu począwszy od sprowadzenia i oddania do przetworu fabrycznego surowców aż do wytworzenia z nich gotowego towaru i nałożenia do wywozu; nadto trzeba znać wszystkie części zakładu, ich obszar, temperaturę itp. Następnie należy zbadać i uwzględnić: odnośne przepisy ustawy przemysłowej, istniejące przepisy policyjno budownicze, zdrowotne i ogniowe, oraz rozporządzenia władz przemysłowych co do ochrony z drowia i życia osób w zakładzie zajętych; — właściwości gruntu, warunki jego wody wglębnej i wytrzymałości, wraz z układem niwelacyjnym jego powierzchni; — możliwość połączenia z koleją, z drogą wodną, a w najgorszym razie z dobrą drogą krajową; — położenie względem stron świata i najbliższego otoczenia, oraz jakoś tego otoczenia; — stosunki istniejące ze względu na ustawę wodną i możliwość odprowadzenia w stosowny sposób ścieków i nieczystości płynnych i stałych; — liczbę, wiek i pleć robotników, ich sposób życia i wzajemny związek między poszczególnymi oddziałami i osobami ruchu; —



wielkość potrzebnej siły, pędnię ciężar, obsługę, wielkość potrzebnego miejsca i najkorzystniejsze urządzenie maszyn.

Istnieją wogóle dwa sposoby zarządzania budowlami fabrycznymi, o mianowicie: budowle piętrowe i budowle halowe czyli szedowe (sheds).

Do budowli piętrowych używają często żelbetonu (budowle ramowe), co jednak nie zawsze jest wskazane, gdyż budowle fabryczne ulegają zwykle po niedługim trwaniu przebudowie z powodu zmian w fabrykacji idących z postępem czasu, a w takim razie rozebrany materiał żelbetonowy jest bez wartości. Okna tu są wielkie, według możności podwójne celem zapobieżenia poceniu się i zbytnej emisji ciepła, i otrzymują skrzydła klapowe do przewietrzania.

Zakłady halowe składają się z wielkich sal z górnym oświetleniem i są z natury rzeczmi budowlami parterowymi. Jeżeli oświetlenie górne jest skierowane ku pewnej stronie świata, wówczas zastosowuje się dach szedowy; w przeciwnym jednak razie wykonują dach prawie poziomy i na nim nasadza się całe szeregi nadokni siodełkowych, oszklonych szkłem drutowem, albo też zwykłym do nadokni używanem szkłem silnem, osadzonem jednak w ramach, których wzajemny odstęp szczebli nie powinien przekraczać 50 cm celem ochrony od stłuczenia gradem. Ramy nadokni są przeważnie z żelaza lub blachy. Nadoknia należy według możności wykonywać zewnętrzne i wewnętrzne; zewnętrzne powleka się w lecie mlekiem wapiennym lub innym barwnikiem światło rozpraszającym. Dachom nie należy dawać zbyt długich spadków a nieznacznych, i raczej wykonać poziomy strop betonowy należyście odwodniony zapomocą ścieków i rur przeprowadzonych wnętrzem sal do kanału. Konstrukcje drewniane mają tu częste zastosowanie z powodu taniości, możności szybkiego wykonania i stosownej trwałości. Do dachów halowych o wielkiej rozpiętości używają więźb według rozmaitych patentowanych systemów z kratownicami lub pełnymi więzarami ściennymi ze szczególnego rodzaju drzewa, służącymi do podparcia krokwi i opierzenia. W tym razie zaleca się wykonanie podwójnego opierzenia z zapelnieniem pustej przestrzeni mączką korkową, popiołem itp. Płyty dachowe w ogóle, a szczególnie żelbetonowe należy dobrze zizolować, gdyż w przeciwnym razie powstają znaczne straty ciepła.

Zresztą budowle fabryczne, wykonane według któregośkolwiek z wyżej naszkicowanych dwu sposobów, należy prawidłowo i regularnie utrzymywać w dobrym i do użytku przydatnym stanie.

## 2. Domy robotnicze.

Zdrowe i tanie budynki mieszkalne robotnicze doznają wielkich ulg i korzyści. W b. dzielnicy austriackiej są one według ustawy z 8. lipca 1902 Dz. u. p. Nr. 144, wolne przez 24 lat od podatku domowo czynszowego i klasowego, jakoteż od 5% podatku państwowego i wszelkich krajowych i powiatowych opłat podatkowych, a podatki gminne są conajmniej o 50% zmniejszone (rozp. z 7. stycznia 1903, Dz. u. p. Nr. 6.

Przepisy zacytowanej ustawy odróżniają:

a) Domy robotnicze rodzinne, które mogą być przeznaczone dla jednej lub więcej rodzin (§ 5. ustawy), atoli w regule nie więcej, niż dla 6 rodzin. O ile wszakże domy takie są piętrowe, to powinny posiadać nie więcej niż trzy piętra, a na każdym nie więcej niż cztery mieszkania dostępne z jednej i tej samej klatki schodowej. Jeżeli powierzchnia podłogi izb mieszkalnych (pokój, komora, kuchnia) jest  $F$ , to w mieszkaniu jednoizbowem musi być  $16 m^2 \leq F \leq 25 m^2$ , w mieszkaniu dwuizbowem  $20 m^2 \leq F \leq 25 m^2$ , w mieszkaniu trójizbowem  $30 m^2 \leq F \leq 80 m^2$ . Nadto sam budynek musi odpowiadać odnośnym postanowieniom rozporządzenia ministerjalnego z 7. stycznia 1903, Dz. u. p. Nr. 6.

b) Domy mieszkalne dla osób stanu wolnego są przeznaczone na pomieszczenie poszczególnych osób tej samej płci w oddzielnych izbach i powinny być tak urządzone, by z reguły w każdej izbie mieszkała jedna, a najwięcej trzy osoby. Tu musi conajmniej wynosić powierzchnia izby przeznaczonej na mieszkanie jednej osoby  $8 m^2$ , dwu osób  $12 m^2$ , trzech osób  $20 m^2$ , sam zaś budynek musi odpowiadać postanowieniom odnośnym rozporządzenia ministerjalnego z 7. stycznia 1903, Dz. u. p. Nr. 6.

c) Domy sypialne i domy do chwilowego pobytu są przeznaczone do wspólnego pomieszczenia poszczególnych osób samotnych tej samej płci. Budynki te muszą jednak odpowiadać warunkom, zastrzeżonym pod poz. 1. i 2. w § 7. ustawy na wstępie zacytowanej.

Ogólny roczny dochód czynszowy nie powinien przekraczać pewnego oprocentowania kapitału w budowę włożonego.

Wszelkie podania zresztą i akta odnoszące się do spraw domów robotniczych z ustawy niniejszej wynikających są wolne od stempli.

## 3. Budynki gospodarcze.

### a) Zagroda gospodarcza.

Zagroda gospodarcza powinna leżeć według możności w środku całego obszaru gospodarstwa celem uniknięcia za dalekich jazd gospodarskich. Miejsce budowy zagrody powinno być płaskie lub miernie wzniesione na stoku południowym; bezwarunkowo wszakże powinno być suche, ewentualnie zdrenowane. Zresztą przed wyborem miejsca pod zagrodę należy zbadać ilość potrzebnej wody i obmyśleć sposób jej dostarczenia zapomocą studni po poprzednich próbach co do wydajności, licząc dziennie po 10 l na człowieka, 30 l na bydło, 50 l na konia, z pominięciem jednak owiec i świń.

Zarys całego założenia zagrody bywa rozmaity; zazwyczaj jednak prostokątny, a zabudowania gospodarcze otaczają podwórze. Mianowicie na południowej stronie węższej podwórza dom względnie dworek właściciela, lub dzierżawcy tak położony, aby stąd cała zagroda była łatwą do przejścia. Odtąd wzdłuż jednej strony podłużnej podwórza idą stajnie dla koni pojazdowych i wierzchowych, komory na uprząż, komory na paszę, izba dla paróbków, wozownia powozowa, stajnia dla koni rolnych (broniaków) ze stodołą na cenniejsze sprzęty rolne, owczarnia i stajnia dla chorych. Po drugiej stronie podłużnej podwórza łączą się z dworkiem praczkarnia i piekarnia, stajnie dla krów, stajnie dla młodego bydła, chlewy i kuchnie paszy. Stodoła ze względu na niebezpieczeństwo ognia stoi często odosobniona naprzeciw dworku po drugiej węższej stronie podwórza. Gnojnik znajduje się często w środku całej zagrody, potrzebne zaś studnie w miejscach stosownych.

#### b) Stajnie dla koni.

Główny front stajni powinien być zwrócony według możliwości ku północy lub wschodowi.

Wzajemną przegrodę stanowisk dla poszczególnych koni tworzy ściana z desek lub z dyli, albo tylko pozioma belka przegrodowa, stale osadzona, albo wreszcie ruchomy drąg krągły z mocnego drzewa 8 do 10 *cm* gruby, okuty na obu końcach pierścieniami żelaznymi do zawieszania na łańcuszkach 15 *cm* długich.

Wielkość stanowisk ze żłobem i z drabką zależy od wielkości, sposobu użycia i wartości koni, a mianowicie:

Dla koni szlachetnej rasy, oraz dla ogierów rozplodowych stanowiska są skrzyniowe ze ścianami przegrodowymi, 3·4 *m* długie i 2·1 *m* łącznie z przegrodą szerokie.

Dla koni powozowych i wierzchowych stanowiska mają tylko belkę przegrodową i są 3·15 *m* długie, 1·8 *m* szerokie.

Dla koni roboczych stanowiska nie są odgraniczone, i liczy się na każdego po 2·75 *m* długości.

Dla kłaczy żrebných, rozplodowych lub z loszyciem, dla poszczególnych koni wymagających ochrony, dla koni chorych, alboważ dla koni wielkiej wartości są przeznaczone stanowiska zupełnie odosobnione, t. zw. boksy, w których owe konie są pomieszczone bez uwięzi, a ta dowolność ruchu i zmiany miejsca przedstawia dla zwierzęcia korzystniejszy warunek zdrowotności. Stanowisko takie jest 3 do 4 *m* w kwadrat duże.

Przejsie z tyłu wzdłuż jednostronnego szeregu stanowisk koni powinno być 1·6 do 2·2 m szerokie; natomiast przejsie środkowe wzdłuż między dwoma szeregami stanowisk 2·5 do 4 m szerokie.

Wysokość stajni od posadzki do powały powinna wynosić: dla małej ilości koni 3 do 3·5 m, dla 10 do 30 koni 3·5 do 4·5 m; stajnie dla kawalerji mają wysokość 4 do 6 m w świetle.

Ściany ceglane stajni otrzymują okładzinę z materiału twardego na wysokość 2·5 m ponad posadzkę. Okna nie powinny działać osłepiająco na zwierzęta i muszą w tym celu być w świetle 1·25 do 1·6 m szerokie, oraz 0·8 do 1 m wysokie i mieć parapet 2 do 2·5 m wysoki. Zamiast takich okien wykonują także oświetlenie z góry.

Przewietrzanie przeprowadza się w ścianach zewnętrznych, ale najracjonalniej w ścianach tylnych i w tym celu urządza się przewody wentylacyjne w odstępach co 2 do 3 m.

Drzwi w ogóle mają być otwieralne na zewnątrz i posiadać następujące rozmiary w świetle: drzwi jednoskrzydłowe 1·1 × 2·2 do 1·25 × 2·5 m, — dwuskrzydłowe 1·25 × 2·2 do 1·6 × 2·5 m, — brama do wjeżdżania na wierzchowcu 2 do 2·5 m szeroka, 2·7 do 3·15 m wysoka, — do wjeżdżania zaprzęgiem 2·75 do 3 m szeroka, 3 do 3·5 m wysoka. Posadzka powinna być płaska, niezbyt gładka ani twarda lub zimna, nieprzeziąkliwa, wytrzymała a w każdym razie sucha. Z kamienia naturalnego powinna być 13 do 16 cm gruba, a cementowa na podkładzie z betonu, z cegieł klinkerek na zaprawie cementowej; posadzka drewniana musi być z dyli conajmniej 8 cm grubych na legarkach 18 × 24 do 20 × 26 cm i otrzymać otwory ściekowe 2 do 2·5 cm szerokie dla gnojówki. Kanał pod posadzką do odprowadzenia gnojówki daje się 30 cm szeroki, 24 cm głęboki ze spadkiem 0·5 do 5 cm na 1 m długości.

Strop ma być wytrzymały na działanie par, ogniotwały, ciepły, sklepiony ceglami pustymi, albo żelbetonowy z dobrą izolacją cieplną.

### c) Stajnie dla bydła.

Również i te stajnie powinny mieć główny front zwrócony ku północy lub ku wschodowi.

Rozmiary poszczególnych stanowisk bez żłobu i ryny:

- dla wołu 2·2 do 2·8 m długie, 1·25 do 1·5 m szerokie,
- „ większej krowy 2 do 2·5 m długie, 1·25 do 1·4 m szerokie,
- „ mniejszej krowy 2 do 2·3 m długie, 1 do 1·2 m szerokie,
- „ bydła młodego (jalówek itd.) 1·9 do 2·2 m długie, 0·9 do 1 m szerokie,
- „ cielęcia wolnego w boksie 1·4 do 1·6 m<sup>2</sup>.

Przejsie gnojowe wraz z gnojówkową ryną wzdłuż jednego tylko szeregu stanowisk jest 1.25 do 3 m szerokie, pomiędzy dwoma szeregami stanowisk 2 m szerokie; przejście z paszą i żłobem wzdłuż jednego tylko szeregu stanowisk 1.5 m, a między dwoma szeregami stanowisk 1.9 m szerokie.

Wysokość stajni w świetle czyszczonej codziennie wynosi około 3 do 3.5 m, a jeżeli ściółka gnojowa wysoka, zwiększa się wysokość o 0.5 m.

Głębokość stajni z dwoma szeregami stanowisk, ze środkowym przejściem paszy między nimi i z dwoma przejściami gnojowemi wynosi 7.2 do 9 m, wysokość zaś w świetle dla małej ilości bydła 3 m, dla 15 do 30 bydła 3.5 m, dla 100 bydła 4 do 5 m. Ściany powinny być wytrzymałe na wilgoć, gdyż 100 bydła wyziewa dziennie około 1 m<sup>3</sup> wody; należy też z tego powodu unikać materiałów nieznoszących wilgoci (n. p. drzewo).

Żłoby z kamienia otrzymują 0.4 do 0.5 m a z drzewa 0.45 do 0.5 m szerokości i 23 do 31 cm głębokości i są osadzone na wysokość 0.8 m ponad posadzką.

Okna o rozmiarach jak w stajni końskiej należy urządzić w takiej ilości, by na 1 m<sup>2</sup> podłogi stajni przypadało 0.2 m<sup>2</sup> światła okna.

Drzwi powinny mieć w świetle 1.6 × 2.2 m i więcej, otwieralne na zewnątrz; bramy zaś wjazdowe dla wozów gnojowych 3 × 3 m w świetle z dwoma jedno nad drugim urządzonemi skrzydłami, z których górne służy do przewietrzania w nocy i w lecie. Posadzka z klinkerek, albo cementowa na podkładzie betonowym; ryna gnojówkowa 30 cm szeroka, 15 cm głęboka ze spadkiem 0.5 do 1%. Strop jak w stajni dla koni.

Przestrzeń na paszę powinna obejmować po 14 m<sup>3</sup> na każdą krowę, a komora na paszę po 0.4 do 0.6 m<sup>2</sup> powierzchni podłogi na każde bydło.

#### d) Owczarnie.

Światło i ciepło, oraz swobodny ruch na zdrowem powietrzu są niezbędnymi warunkami zdrowia i normalnego rozwoju owiec wraz z prawidłowem wytworzeniem się ich wełny. Najodpowiedniejszym zatem położenie owczarni jest wtedy, gdy front jej główny jest zwrócony ku południowi, i gdy przed owczarnią znajduje się obszerne podwórze. Budynek owczarni powinien być zresztą ogniotrwały i — o ile przypiera do innych zabudowań gospodarczych — oddzielony murami ogniowymi. Owce bowiem w razie powstania ognia pozostają z dziwnym uporem w owczarni i wracają do nie z niedającą

się powstrzymać gwałtownością, chociażby nawet udało się je wypędzić z ognia, wobec czego w razie zapalenia się owezarni ratunek owiec bywa najczęściej niemożliwy.

W owezarni należy liczyć, jeżeli trzoda niewielka po  $0.7 m^2$ , a jeżeli wielka po  $0.6 m^2$  powierzchni podłogi na każdą owcę; dla owcy zapłodnionej po  $0.7$  do  $0.8 m^2$ , dla barana w osobnej zasiece po  $1$  do  $1.8 m^2$ .

Szerokość owezarni wynosi  $9.5$  do  $12.5 m$ ; wysokość conajmniej  $3 m$  i jest dostateczną dla  $300$  owiec; dla każdego jednak dalszych  $100$  owiec zwiększa się ta wysokość o  $0.125 m$ . Potrzebne miejsce u drabek dla owcy wynosi  $1 m$  długości i  $0.4 m$  szerokości, a wzajemna odległość drabek podwójnych  $2.8 m$  w odstępnie  $1.9 m$  od ściany frontowej.

W obu ścianach przyczolkowych umieszcza się bramy  $3.15 \times 3 m$  w świetle do wywozu gnoju i wypędzania owiec; oprócz tego na każde  $15$  do  $18 m$  długości stajni urządza się drzwi wehadowe. Posadzkę tworzy  $30 cm$  gruba warstwa piasku, wzniesioną o  $15$  do  $30 cm$  ponad teren przyległy; warstwę tę piasku odnawia się we właściwym czasie.

Materiał budowlany jest tu zresztą dowolny; ściany jednak powinny być wewnątrz gładko wyprawione na  $1.25 m$  ponad podłogę wysoko, słupy i filary muszą być gładkie bez ostrych krawędzi, a wszystkie drzwi i bramy otwieralne na zewnątrz. Ponieważ owce wydzielają najmniej odechodów płynnych, więc ścieków gnojówkowych niema w owezarni.

Przestrzeń strychowa na paszę powinna obejmować  $0.5 m^3$  dla każdej owcy.

#### e) Chlewy dla świń.

Położenie budynku z chlewami a zwłaszcza podwórza do południa jest najkorzystniejsze; budynek taki obejmuje następujące działy:

1. Chlew dla prosiąt, w którym na każde prosię powinno przypaść po  $0.4$  do  $0.6 m^2$  powierzchni podłogi.
2. Chlew dla młodych świń jedno lub dwurocznych tak duży, aby na każdą przypaść po  $0.8$  do  $1 m^2$  podłogi.
3. Chlew dla świń opasowych, w których skład wchodzi wieprze i wybrakowane lochy; tu mieszczą się one po jednej lub po dwie w osobnych przedziałach tak dużych, aby na każdą przypaść po  $1.2$  do  $2 m^2$  podłogi.

4. Chlew dla macior prośnych, w którym każda otrzymuje oddzielne pomieszczenie, obejmujące 3·2 do 4 m<sup>2</sup> podłogi.

5. Chlew dla knurów, z których każdy mieści się w osobnym przedziale, obejmującym 3 do 5·5 m<sup>2</sup> podłogi.

Miejsce służące do karmienia, czyli kurytarz karmowy urządza się w środku stajni i obejmuje prawie połowę stajni chlewowej. Wysokość stajni wynosi 2·5 m.

Posadzkę w stajni wykonują: z cegieł zwykłych lub klinkerek, rębem na zaprawie cementowej ułożonych, z cementu na podkładzie betonowym, tak samo i z asfaltu, albo z dyli 8 cm grubych; otrzymuje ona spadek 7 do 10‰ ku środkowi stajni.

Ściany działowe poszczególnych stanowisk są drewniane, murowane lub żelbetonowe.

#### f) Stodoły zbożowe.

Położenie budynku stodoły zbożowej do wschodu lub zachodu jest uznane za najlepsze, a wielkość samego budynku wyznacza się stosownie do wydajności roli.

W tym celu przyjmuje się na podstawie doświadczenia, że 1 ha roli miernej dobroci wydaje:

Oziminę: pszenicy lub żyta 8 do 12 kóp snopów, których 1 kopa obejmuje 7·4 m<sup>3</sup>.

Zboża letniego, a zwłaszcza jęczmienia 13  $\frac{3}{4}$  kóp snopów, których 1 kopa obejmuje 6·5 m<sup>3</sup>.

Owsa 6 kóp snopów, których 1 kopa wynosi 6·5 m<sup>3</sup>.

Owoców strączkowych 50 m<sup>3</sup>.

Konieczyny łąkowej lub siana łąkowego 75 m<sup>3</sup>.

Szerokość stodoły wynosi 11 do 14 m, długość conajmniej 63 m, wysokość 4·5 do 7 m. Wnętrze stodoły obejmuje:

1. Klepisko, to jest miejsce, na które wjeżdżają wozy ze snopami zboża lub paszy i które służy do omlotu zwiezionego zboża. Długość klepiska powinna wynosić conajmniej 7 do 8 m; klepiska zresztą są szerokie 3·15 do 3·8 m, gdy wjazd pojedynczy, zaś 4 do 5 m gdy wjazd podwójny. Wrota wjazdne są 3 do 3·5 m szerokie a 3·2 do 4 m wysokie; posadzka powinna być moena, twarda i równa z gliny na 30 cm grubo ubitej, lub z dyli 8 cm grubych a powierzchnia jej wzniesiona na 25 do 40 cm ponad teren przyległy; wysokość klepiska od posadzki aż pod belkowanie powinna wynosić niemniej niż 3·5 m, a w większych stodołach 4 do 4·5 m. Ściany oddzielające klepisko od reszty przestrzeni stodoły są 1·1 do 1·6 m wysokie. W stodole nie urządza się więcej, niż trzy klepisk.

2. Sądziaki to miejsca znajdujące się po obu stronach klepiska, przeznaczone do przechowywania niewymłóconego zboża, słomy i siana; zajmują one największą przestrzeń stodoły.

Szerokość sądziaków między dwoma klepiskami wynosi 13 do 15 m, a między klepiskiem i murem zamykającym 9 do 11·5 m; zresztą wielkość ich stosuje się do objętości zboża na skład w nich przeznaczanego.

3. Góra czyli wyżka jest tą przestrzenią stodoły, która się znajduje ponad klepiskiem, oddzielona od niego podłogą z desek na belkowaniu ułożonych i przeznaczona również do składania zapasów zboża słomy i siana. Jeżeli jednak na wyżce ma być przechowywane zboże wymłócone, to belkowanie rozszerza się także ponad sądziaki, a podłoga na niem ułożona musi być z desek szczelnie przystosowanych i wzajemnie tak połączonych, by zboże nie mogło się zsypywać spoinami otwartymi.

#### g) Stodoły na tytoń.

Tytoń w stodołach odpowiednio zbudowanych rozwiesza się na sznurach, aby się wysuszył. Wielkość stodoły stosuje się do ilości, czyli wagi tytoniu, przeznaczonego do rozwieszania; tak n. p. dla 5000 kg tytoniu potrzeba przestrzeni 19 m długiej, 9·5 m szerokiej i 6·3 m wysokiej.

Stodoła powinna być do południa zwrócona.

#### h) Śpichlerze.

Są to zabudowania, w których ziarno zboża itp. płodów rolnych zsypuje się na podłogę w celu przechowywania. Najodpowiedniejsze położenie tych zabudowań jest ku wschodowi lub zachodowi, a wielkość ich wyznacza się na podstawie stosunku zasiewu do wydajności roli.

W tym celu przyjmuje się na podstawie doświadczenia, że 1 ha roli miernej dobroci, wymagający do zasiewu

pszenicy lub żyta . . . . .	2·2 hl	} wy daje plon 6 do 8 krotny,
jęczmienia : . . . . .	2·7 "	
owsa . . . . .	2·7 "	
grochu lub bobu . . . . .	2·2 "	} " " 8 do 10 "
wyki lub soczewicy . . . . .	1·6 "	
hreczki . . . . .	1·1 "	" " 20 "
rzepaku . . . . .	1·1 "	" " 24 "
nasienia lnu . . . . .	0·3 "	" " 24 "
ziemniaków . . . . .	19·4 "	" " 12 do 15 "



Ilość słomy z jednego hektara:

pszenicy . . . 1950 do 5500 <i>kg</i>	hreczki . . . 1180 do 3140 <i>kg</i>
żyta . . . . . 980 do 5880 „	owśa . . . . . 1080 do 4320 „

Ciężar 1 *hl*:

pszenicy . . . 70·7 do 80·9 <i>kg</i>	owoców strączkowych . . 85 <i>kg</i>
żyta . . . . . 68·5 „ 78·8 „	kartofli (ziemniaków) . . . 59 „
jęczmienia . . . 61·8 „ 69·5 „	wyki . . . . . 46 „
owśa . . . . . 43 „ 53·7 „	nasienia konieczyiny . . . 82 „

Dopuszczalna wysokość nasypki na podłogę śpichlerza wynosi: zboża starego 0·65 *m*, nowego 0·4 do 0·5 *m*, owśa 1 *m*, które to cyfry są zarazem objętością zboża dopuszczalną na 1 *m*<sup>2</sup> podłogi. Mając zatem daną całkowitą objętość zboża do nasypiania w projektowanym śpichlerzu, dzielimy ją przez odnośną objętość dopuszczalną na 1 *m*<sup>2</sup> podłogi i otrzymujemy ilość metrów kwadratowych podłogi, którą to ilość należy jednak zwiększyć jeszcze o 25% na przejścia łącznie z miejscami do przrzucania zboża.

Wysokość 2·2 do 2·5 *m* poszczególnych piątr śpichlerza wystarcza zupełnie, najkorzystniejsza zaś szerokość jest 9·5 do 13 *m*; wreszcie wysokość parapetów okiennych wynosi 0·65 *m*.

Powierzchnia podłogi parteru powinna być wzniesiona ponad przyległy teren conajmniej o 0·5 *m*.

### i) Stodoły na kukurudzę.

Powinny leżeć w wolnym polu, zwrócone osią podłużną z północy na południe. Na 1 *m*<sup>3</sup> przestrzeni stodoły można liczyć 10 do 14 *hl* szyszek kukurudzy. Zresztą jeden hektar roli wydaje około 4500 szyszek czyli 28 do 40 *hl* ziarna kukurudzy.

### j) Składy piwniczne na kartofle, buraki, kapustę itp.

Do przechowywania kartofli, buraków, kapusty itp. służą piwnice, ale muszą być suche i wolne od mrozu. Dopuszczalna wysokość nasypu tych płodów rolnych musi tu wynosić nie więcej niż 1·25 *m*. Do wyznaczenia potrzebnej pojemności takiej piwnicy przyjmuje się za podstawę, że 1 *ha* roli miernej dobroci wydaje 12.000 do 24.000 *kg* buraków cukrowych, 12.000 do 18.000 *kg* buraków białych, 9000 do 12.000 główek kapusty w wadze 23.000 do 31.000 *kg*, 2000 do 3500 *kg* marchwi.

### k) Szopa na siano.

Na 100 *kg* siana należy tu liczyć 1·5 *m*<sup>3</sup> pojemności szopy.

### l) Skład mąki.

Wysokość piątr składu mąki wynosi conajmniej 2·8 m. Beezulki z mąką 1 m długie, 0·7 m średnicy o pojemności po 3·3 hl ustawia się w dwu rzędach obok siebie a w trzech spiętrzeniach jedna nad drugą; przejścia są 1·25 m szerokie. Stąd dla 60 beczek potrzeba przestrzeni 7 m długiej, 2 m szerokiej, nie licząc przejścia. Jeden hektolitr mąki nasypanej waży 47 kg, stłoczonej 56 kg. Okna są w świetle 0·95 do 1·1 m szerokie., 1·25 m wysokie we wzajemnych odstępach oś od osi co 4 m. Otwory do przewietrzania 1·6 m szerokie, 1·25 m wysokie z drzwiami klapowemi.

### m) Skład soli.

Otrzymuje jedno lub dwa piętra nie wyższe, niż po 2·8 m. Beezki z solą są takie same, mają takie same rozmiary, jak beczki na mąkę, i są tak samo ustawione. Zapelnione zupełnie solą ważą po 204 kg, wskutek czego leży się tu jako obciążenie na 1 m<sup>2</sup> podłogi po 800 kg. Okna i otwory wietrzne są takie same, jak w składzie na mąkę.

### n) Wozownia.

Wielkość zabudowania wozowni zależy od ilości i rozmiarów wozów, oraz tym podobnych przedmiotów, a mianowicie:

Powóz jest 1·6 do 1·9 m szeroki, 2·8 m wysoki, i długi 3 do 4 m bez dyszla, a 6·3 m z dyszlem; — wóz żniwiarski 1·6 do 2·2 m szeroki, 3 do 5 m bez dyszla, a 6 do 7·7 m z dyszlem długi; — wóz rolny 2·5 do 3·2 m szeroki, 6·5 m długi; — sanie 1·9 do 2·5 m długie, 1 do 1·25 m szerokie; — sikawka pożarna 1·6 m szeroka, 3 m bez dyszla, 5·4 m z dyszlem długa; — plug 2·2 do 3·2 m długi, 0·95 do 1·6 m szeroki; — brona 1·25 do 1·9 m długa, 1·25 do 1·4 m szeroka.

Brama wozowni jest w świetle 2·5 do 4·4 m szeroka, 3·5 m wysoka.

### o) Drewutnia.

Drzewo układa się tu w stosy do 3·15 m wysokie, a do rąbania drzewa potrzeba 5 do 10 m<sup>2</sup> wolnej podłogi.

## C. MECHANIKA BUDOWNICZA.<sup>1</sup>

### I. Fundamenta.

#### 1. Pogląd ogólny.

Najgłębiej w ziemi położony mur, tworzący podstawę murów piwnicznych, względnie parterowych budynku, a wspierający się bezpośrednio, lub za pośrednictwem odpowiedniej konstrukcji budowlanej na gruncie stosownie wytrzymałym, jest fundamentem. Wobec tego fundament jest tą częścią budynku, która przenosi jednostajnie cały ciężar jego na grunt budowlany, tworzy podstawę jego stałości i jest więc najważniejszą częścią budowlaną.

Warunkiem stałości budynku jest równomierna i dostateczna wytrzymałość gruntu i w tym celu należy ciśnienie, idące z ciężaru budynku, tak rozłożyć na powierzchnię gruntu zapomocą stosownej szerokości fundamentu, aby nie przekraczało dopuszczalnych granic wytrzymałości gruntu i spowodowało równomierne osiadanie się, które w takim razie po pewnym czasie dochodzi do równowagi i ustaje wreszcie zupełnie bez szkody.

W regule szerokość podszwy fundamentowej należy obliczać, a szczególnie jest to potrzebne dla silnie obciążonych filarów, słupów, narożników muru, wież itp., oraz dla wszelkiego rodzaju sztucznego fundowania.

Podeszwa fundamentowa murów zewnętrznych powinna leżeć niżej granicy zamarzania ziemi, która to granica w naszych warunkach klimatycznych sięga od 1 do 1·5 *m* głęboko. Wszakże w razie obawy osłabienia grubości warstwy gruntu dobrego pod budowę nadsypuje się grunt do wysokości potrzebnej celem ochrony spodu fundamentowego od mrozu. Pod murami piwnicznymi oraz pod murami środkowymi budynku niepodpiwniczonego fundament wśród dobrych warunków gruntu nie daje się głębszy niż 1 *m*, a zwykle tylko 0·75 *m* i mniej, ale nie płytszy niż 0·30 *m*.

Części murów stanowiące podstawę podpór żelaznych należy wykonywać z ciosów lub z najlepszych cegieł na zaprawie cementowej.

<sup>1</sup> Przedmiot tego działu jest tylko uzupełnieniem wyprowadzonych w „Części drugiej” niniejszego dzieła licznych wzorów, oraz obliczonych na tej podstawie szczegółowych przykładów z mechaniki budowniczej.

Na złych gruntach nie zakłada się fundamentów, lecz przeprowadza się je aż do warstwy dobrego gruntu; o ileby jednak ta warstwa leżała zbyt głęboko, to dla oszczędzenia nadmiernych kosztów należy się starać o osiągnięcie jej za pośrednictwem drewnianych, żelaznych lub betonowych pali, murowanych filarów, zatapianych studzien, rur lub skrzyń (caissons).

Gdy grunt znacznie podatny, trzeba celem spowodowania równomiernego osiadania obciążyć go jednakiem na całej powierzchni, trwałem, równomiernem ciśnieniem; gdy zaś grunt różnorodny co do jakości i wytrzymałości, należy zapomocą stosownej konstrukcji fundamentowej ciśnienie budynku w ten sposób na powierzchnię gruntu rozłożyć, aby nie mogło nastąpić nierówne osiadanie.

Na gruncie mało wytrzymałym przyjdzie więc rozłożyć ciężar budynku na stosunkowo znaczną powierzchnię, do którego to celu prowadzą następujące sposoby i konstrukcje.

1. Rozszerzenie murów fundamentowych zapomocą odsadek, odwrotnych łuków sklepionych między murowanymi filarami lub odwrotnych sklepień między głównymi murami.

2. Założenie rusztu leżącego, podwalinowego itp.

3. Ława betonowa, narzut kamienny, lub nasyp piasku.

Jeżeli w skład budowli wchodzi bardzo ciężkie części budowy, jak wieże, kominy fabryczne, fundamenty pod maszyny itp., należy je zakładać oddzielnie i na zupełnie oddzielnych fundamentach własnych dla uniknięcia zarysowań wskutek nierównego osiadania.

Pamiętać też należy o pozostawieniu w fundamentach stosownych otworów dla przeprowadzenia kanałów domowych.

Zresztą podeszwa fundamentowa powinna mieć zawsze prostopadle położenie do kierunku działającego na nią ciśnienia; wszakże ze względu na tarcie jest dopuszczalne zbieżenie o kąt 15 do 18°.

Jeżeli  $N$  jest siła składowa całkowitego ciężaru, prostopadła do podeszwy fundamentu,  $B$  szerokość podeszwy,  $y$  odstęp punktu zaczepienia składowej  $N$  od środka podeszwy,  $A$  bliższa,  $C$  dalsza krawędź podeszwy względem składowej  $N$ ,  $K$  wytrzymałość gruntu na ciśnienie w  $kg/cm^2$ ,  $k$  dopuszczalne jego obciążenie ciskające z bezpieczeństwem:  $n = \frac{K}{k} = 10$  w warunkach zwykłych,  $n = 7$  w warunkach

tymczasowych,  $n = 8$  dla największego obciążenia działającego czasowo bez wstrząśnień lub uderzeń, to dla podeszwy prostokątnej o długości  $h = 1$  będzie, jak wiadomo, największe natężenie ciskające w krawędzi  $A$

$$\sigma_1 = \frac{N}{Bh} \left( 1 + \frac{6y}{B} \right) = \frac{N}{B} \left( 1 + \frac{6y}{B} \right) \quad 21$$

a najmniejsze ciśnienie w krawędzi  $C$

$$\sigma_2 = \frac{N}{Bh} \left( 1 - \frac{6y}{B} \right) = \frac{N}{B} \left( 1 - \frac{6y}{B} \right) \quad 22$$

Ponieważ według warunków równowagi statycznej musi tu być  $\sigma_1 \leq k$ , oraz  $\sigma_2 > 0$ , więc dla  $\sigma_1 = k$ , oraz  $\sigma_2 = 0$ , musi być

według wzoru 22.  $1 = \frac{6y}{B}$ , czyli  $y = \frac{B}{6}$ ; jest to, jak wiadomo, da-

lekość rdzenia prostokąta, a więc według powyższego założenia i podeszwy fundamentowej. Wartości te za  $\sigma_1$  i  $y$  dają z wzoru 21.

$k = \frac{N}{B} \left( 1 + \frac{6}{B} \cdot \frac{B}{6} \right) = \frac{2N}{B}$ , a stąd

$$B = \frac{2N}{k} \quad 23$$

Dla  $y = 0$ , to jest jeśli siłowa normalna  $N$  działa centrycznie do podeszwy fundamentowej, to z wzorów powyższych wynika

$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{N}{B} = k$ , a stąd szerokość podeszwy fundamentowej

$$B = \frac{N}{k} \quad 24$$

Przejsie od grubości  $b$  muru przestrzeni użytkowej budynku najniżej położonej do grubości  $B$  muru fundamentowego przeprowadza się zapomocą odsadek, których szerokość  $d = 12$  do  $15$  cm, a wysokość  $w_0$  tak wielka, aby wysokość całkowita fundamentu

$$H = \frac{B-b}{2d} \times w_0 < (B-b).$$

## 2. Rodzaje gruntu budowlanego.

Najlepszym, bo pod ciśnieniem budynku nieugniatalnym gruntem budowlanym, jest skała jednolicie zbita, skała uwarstwiona bez powierzchni usuwiskowych, lub kamienny najmniej 4 do 6 m gruby pokład zsuwańców na silnem podłożu.

Bardzo dobry pod budynek zwykły jest grunt mało tylko ugniatalny, o pokładzie 2 do 3 m grubym, a mianowicie: gruby silnie zbity żwir, oteczaki, silny margiel, rozpadlinowa skała, sucha twarda glina zwykła, lub czysta glina i piaszczysta glina.

Dobry jest grunt budowlany nawet więcej ugniatalny, ale jeszcze nieszkodliwie, a mianowicie: sucha twarda glina zwykła, oraz gruby piasek, wolny od przymieszek glinowych i ziemistych.

Zły pod budowę jest grunt łatwo podatny pod byle ciśnieniem i rozsuwalny po części na boki, ale nieplastyczny, a mianowicie: miałki piasek, mokra glina zwykła lub glina, ziemia lub nasypisko.

Bardzo złym gruntem budowlanym jest torf, moczar, piasek lotny, piasek płynny i próchnica; grunta te nadto i pod względem zdrowotnym są niebezpieczne.

Na próchnicy, gruncie nasypowym lub namulonym są jedynie dopuszczalne lekkie budowle drewniane.

Cienka warstwa gruntu dobrego na warstwie złego jest zła pod budowę, natomiast cienka warstwa złego gruntu na warstwie gruntu dobrego jest mniej zła.

### 3. Badanie wytrzymałości gruntu budowlanego.

Z powodu niezmiernej różnorodności rodzajów gruntu niema możliwości ustalenia reguł ogólnych co do ich wytrzymałości budowlanej. Często są znane pewne daty pod tym względem z budynków już wykonanych a zwłaszcza w zwartych miastach; również i studnie istniejące mogą posłużyć do zorientowania się. Gdzie tego wszystkiego niema, nie pozostaje nic innego, tylko przeprowadzenie zbadania wytrzymałości gruntu w każdym danym razie. Badanie takie zresztą rzadko kiedy sięga na głębokość 10 m, a już co najwyżej na 20 m i przeprowadza się w następujący sposób.

1. Wykopy doświadczalne prowadzą najlepiej do celu, gdyż z wyglądu ich ścian można poznać własności gruntu; są jednak bardzo kosztowne i wymagają wiele zachodu.

Na znaczniejszą głębokość wykopuje się studnie doświadczalne.

2. Sondowanie. Wciera się lub wbija w ziemię trzon żelazny 2 do 3·5 m długi, 2·5 do 4·5 cm średnicy, zakończony u dołu ostrzem, u góry główką lub dźwignią i jeżeli trzon wchodzi trudno i wydaje dźwięk czysty, wnioskuje się, że grunt silny, a jeżeli łatwo i wydaje dźwięk głuchy, to grunt miękki; zgrzyt podczas wbijania oraz porysowane i oszlifowane żelazo świadczy o piasku.

3. Wbijanie pali. Zamiast sondowania zaleca się próbne wbijanie pali zwłaszcza, jeżeli fundament ma być na palach.

4. Wiercenie pozwala na bardzo dokładne zbadanie gruntu nawet na wielkie głębokości i przeprowadza się jak wiercenie studni itp.

5. Próbne obciążenie. W stosownej głębokości wyrównuje się ziemię, wykopuje jamę 0·5 m głęboką na 1 m w kwadrat, wy-murowuje w niej sześćcian o krawędziach 1 m długich z betonu lub ciosów, a po stężeniu obciąża go zwołna szynami kolejowymi itp.

Celem stwierdzenia, kiedy pocznie się zagłębianie w ziemi sześcianu, służy instrument niwelacyjny lub lata z podziałką centymetrową w sześcianie pionowo osadzona, która przypiera dołaty poziomej (wskazówki), przymocowanej do ustawionego w tym celu rusztowania zupełnie oddzielnie od sześcianu. Po stwierdzeniu zagłębiania się sześcianu odczytuje się złaty jego wielkość i zapisuje, a obciążanie prowadzi się dalej zwolna; gdy zagłębianie dojdzie do 20 mm lub weale ustanie, a po 1 do 2 dni stan ten nie zmieni się, wówczas całkowite obciążenie z ciężarem własnym sześcianu, wynoszące łącznie  $Q$  kilogramów będzie wytrzymałością gruntu:

$$Q \text{ kg/m}^2 = \frac{Q}{10000} \text{ kg/cm}^2. \quad 25$$

Wzgląd jednak na bezpieczeństwo dozwala na wyzyskanie tylko pewnej części tej wytrzymałości.

Ten sposób badania — zwłaszcza gdy grunt jest podatny — nigdy nie jest zupełnie pewny, a wymaga wiele czasu i znacznych kosztów.

Nawiasowo zaznacza się, że ciśnienie stopy ludzkiej na grunt wynosi około 0.5  $\text{kg/cm}^2$ .

#### 4. Dopuszczalne obciążenie gruntu.<sup>1</sup>

Według dat na doświadczeniu opartych są dla rozmaitych rodzajów gruntu dopuszczalne niżej poszczególnione granice obciążeń w kilogramach na 1  $\text{cm}^2$  powierzchni, których to granic nie należy przekraczać.

- |   |        |                  |
|---|--------|------------------|
| 1. Grunt miękki . . . . .                           | 1      | $\text{kg/cm}^2$ |
| 2. Sypki grunt wodnisty:                            |        |                  |
| a) wzmocniony pilotami . . . . .                    | 2      | "                |
| b) jak pod a) z 60 cm grubą ławą betonu . . . . .   | 3      | "                |
| 3. Gлина zwykła lub margłowa, sucha:                |        |                  |
| a) stojąca, zabezpieczona od bocznego usunięcia się | 2.5    | "                |
| b) leżąca . . . . .                                 | 3.5    | "                |
| c) piaszczysta . . . . .                            | 2 do 3 | "                |

<sup>1</sup> Według dzieła „Hochbaukunde III. Teil, von Ing. H. Daub ex 1909“ zawarto tu współczynniki obciążenia gruntów tworzą trzy grupy:

A. Pod 1., 2. a), b), 3. c), d), 6. f), 7., 9., 10. a), b), 11. a), b), 12. z dziesięćkrotną pewnością.

B. Pod 5. a), b), c), 6. a), b), c), d), e), według normy austr. Inżynierów i Architektów.

C. Pod 3. a), b), 4., 8. a), b), c) według instrukcji dla budowy wysokich kominów murowanych.

d) zbita w poziomej bardzo grubej warstwie . . .	6	kg/cm <sup>2</sup>	
4. Gлина jak pod 3., ale bardzo mokra . . . . .	1·5		"
5. Gлина czysta czyli glinka:			
a) miękka . . . . .	1		"
b) miernie twarda . . . . .	2		"
c) twarda . . . . .	4		"
6. Piasek:			
a) bardzo mokry, mialki . . . . .	1		"
b) miernie mokry . . . . .	2		"
c) silnie glinkowaty, ale suchy . . . . .	2		"
d) mało glinkowaty, suchy . . . . .	4		"
e) gruby w zbitym pokładzie . . . . .	6		"
f) w pokładzie najmniej 1 m grubym zabezpieczo- nym od rozsunięcia się . . . . .	1·5 do 1·8		"
7. Żwir gruby w zbitym pokładzie . . . . .	3 do 4		"
8. Kamyki:			
a) w piaszczystym, zbitym, nie grubym lub zmien- nym pokładzie . . . . .	2·5		"
b) grube w zbitym pokładzie . . . . .	3·5		"
c) płytkowe w pokładzie wiecej grubym . . . . .	3·5		"
9. Otoczaki . . . . .	3·5 do 4·5		"
10. Skala:			
a) zwykła . . . . .	5 do 6		"
b) zbita, niezwiertzała . . . . .	7 " 10		"
11. Dobry grunt budowlany:			
a) trwale obciążony . . . . .	4 " 5		"
b) przejściowo obciążony . . . . .	7 " 8		"
12. Bardzo dobry grunt budowlany . . . . .	7 " 8		"

## 5. Szczegółowe sposoby fundowania.

**1.** Zwykle fundowanie. W gruncie dobrym wykopuje się rowy fundamentowe do granicy mrozu, a gdy dobry grunt znajduje się dopiero w pewnej, ale nie wielkiej głębokości, to wykop sięga aż do gruntu dobrego. Jeżeli grunt jest bardzo dobrą skałą, to usuwa się jedynie jej najwyższą skruszałą warstwę.

Wodę z rowów fundamentowych pompuje się, ale gdy dopływ silny, otacza się wykop palisadami 8 cm grubymi, względnie ścianami palowemi, jeżeli woda jest ponad 1·5 m głęboka.



Na starannie wyrównanej i silnie ubitej podszewie rowu fundamentowego daje się 8 do 10 *cm* grubą warstwę zaprawy, piasku lub gliny i na niej osadza się duże, silne, warstwowe kamienie łamane, lub cegły zendrówki w warstwach krzyżujących się; poczem muruje się mur fundamentowy dobrymi, silnymi warstwowymi kamieniami łamanymi na zaprawie cementowej.

**2.** Fundowanie zapomocą filarów. Jeżeli grunt dobry leży w znacznej głębokości, to zamiast muru fundamentowego wykonuje się poszczególne filary fundamentowe z dobrych kamieni warstwowych na zaprawie cementowej, z betonu ubijanego lub z żelbetonu, w odstępach wzajemnych co najwyżej 4 *m*, ale w każdym razie pod parterowymi filarami murów, filarami okien itp., pod narożnikami, końcami, rozgałęzieniami i krzyżowaniami murów i pod szczególnie wielkimi ciężarami odosobnionymi. Górą łączy się filary sklepieniami lub żelaznymi dźwigarami.

Często jednak, gdy zamierzona budowa jest nie wielką i nie wysoką, to ława betonowa jest odpowiedniejsza od filarów.

**3.** Odwrotne sklepienie zastosowuje się w tym razie, gdy ciężar budowy zamierzonej trzeba rozłożyć na znaczniejszą powierzchnię gruntu. Sklepienia takie wykonuje się między murami fundamentowymi jak podobnie sklepienia stropów, ale tylko zupełnie odwrotnie.

**4.** Ława betonowa. W regule daje się pod każdy mur i filar ławę betonową stosownie szerszą od grubości muru na niej stojącego. Używana tu mieszanina cementu, piasku i tłuczeńca, względnie żwiru jest w stosunku 1:2:5 lub 1:5:10, a w razie wody w fundamencie 1:3:6; cement powinien być szybko wiążący; zaś beton ubija się w warstwach 15 do 30 *cm* grubych.

Szerokość *B* ławy betonowej należy wyznaczyć tak wielką, by ciśnienie idące z całkowitego ciężaru *P* budynku na 1 *m* = 100 *cm* długości ławy rozłożyło się na dostatecznie dużą powierzchnię gruntu i nie przekraczało dopuszczalnego obciążenia *k/cm*<sup>2</sup> tegoż gruntu. W ciężarze *P* mieści się zatem ciężar własny wszystkich odnośnych murów od fundamentu aż do najwyższego szczytu budynku włącznie, ciężar własny i użytkowy wszystkich stropów, wspartych na owych murach, ciężar dachu ze śniegiem i parciem wiatru, wreszcie domniemalny ciężar ławy.

Jeżeli ten ciężar *P* działa centrycznie na 1 *m* = 100 *cm* długości podszewy fundamentowej, to wyrażona w centymetrach szerokość *B* ławy betonowej musi ze względu na równowagę statyczną czynić zadosyć równaniu

$B \times 100 \times k = P$ , a stąd szerokość ławy

$$B = \frac{P}{100 k} \quad 26$$

Przyjawszy, że stojący bezpośrednio na tej ławie mur główny budynku ma grubość  $d$ , to na każdą z obu odsadek ławy przypadnie szerokość  $\frac{B-d}{2} = l$ . Celem obliczenia grubości, czyli wysokości  $h$  ławy uważamy odsadkę z lewej, bądź z prawej strony ławy jako belkę jednym końcem wmurowaną, drugim wolno wystającym, obciążoną od spodu na rozpiętość  $\frac{B-d}{2} = l$  w całej swej powierzchni  $\frac{B-d}{2} \times 100$  oddziaływaniem, idącym z dopuszczalnego obciążenia  $k$  na  $1 \text{ cm}^2$  gruntu; zaczem wypadkowa tego oddziaływania w kilogramach

$$O_1 = \frac{B-d}{2} \times 100 \times k. \quad 27$$

Jak wiadomo, największy moment belki w ten sposób obciążonej

$$M = \frac{O_1 l}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{B-d}{2} \times 100 \times k \times \frac{B-d}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{(B-d)^2}{4} \times 100 \times k. \quad 28$$

Gdy zaś rozmiary przekroju prostokątnego takich dźwigarów z betonu ubijanego, jak nasza ława, należy obliczać według wyrażonego w „Części trzeciej“ wzoru 906. str. 1411 (rozdz. IX).

$$h = \sqrt{\frac{6M}{b s_{bz}}},$$

w którym  $h$  jest wysokością przekroju, szerokością przekroju, a właściwie długością ławy jest tu  $b = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ , zaś  $s_{bz}$  jest największe dopuszczalne natężenie ciągnące, przepisane pod poz. 1. w § 17. instrukcji ministerjalnej z 15. czerwea 1911 (zob. rozdz. IV. str. 1206), więc po podstawieniu odnośnych, wyżej zestawionych wartości będzie

$$h = \sqrt{\frac{6 (B-d)^2 \times 100 \times k}{2 \times 4 \times 100 \times s_{bz}}} = \frac{B-d}{2} \sqrt{\frac{3 k}{s_{bz}}}. \quad 29$$

Inaczej jednak przedstawia się sprawa, skoro z obliczenia okaże się, że całkowite obciążenie budynku, przypadające na  $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$  ławy zamierzonej działa ekscentrycznie, czyli że składowa  $N$  tego obciążenia, prostopadła do podszwy muru głównego ma swój

punkt zaczepienia w pewnym odstępnie od środka ciężkości tej podeszwy.

Ponieważ nie znamy szerokości ani wysokości ławy, więc przyjmujemy te jej rozmiary, wyznaczamy na tej podstawie wielkość składowej  $N$  i jej odstęp od środka ciężkości w podeszwie fundamentowej, porównujemy przyjętą szerokość ławy z szerokością wzorem 23. określoną, obliczamy największe natężenia cisnące i ciągnące w ławie betonowej według wyrażonych w „Części trzeciej“ wzorów 943. i 943 a, str. 1415. (rozdz. IX. oddziału C.), a na koniec otrzymujemy z wzoru 29. wysokość czyli grubość  $h$  ławy.

Jeżeli te wszystkie obliczenia wypadną nie bez zarzutu co do przyjętych rozmiarów ławy, więc trzeba je stosownie zmienić, przeprowadzić ponownie ten sam tok obliczenia i powtarzać ewentualnie tak długo, aż wynik wypadnie bez zarzutu.

**5. Ruszt leżący.** Ruszt tego rodzaju ma za cel równomierne rozłożenie ciśnienia na większą powierzchnię gruntu i wykonują go z drzewa dębowego, bukowego, modrzewiowego lub sosnowego, który to materiał należy umieścić conajmniej 30, ale bezpieczniej 50 cm pod najniższym stanem wody. Odróżniamy następujące odmiany rusztów leżących.

a) Ruszt leżący dyłowy z dyli 8 do 10 cm grubych, 20 do 30 cm szerokich w odstępach wzajemnych 20 do 30 cm (ale korzystniej, gdy są przystosowane) ułożonych na podeszwie wykopu fundamentowego. Ruszt może być pojedynczy, ale korzystniejszy jest ruszt leżący podwójny z dyli krzyżujących się pod prostym kątem w kierunku prostopadłym i równoległym do długości fundamentu.

Udźwig tego rodzaju rusztu wynosi 1 do 1.5 kg/cm<sup>2</sup>.

b) Ruszt leżący belkowy z belek 12 × 12 do 15 × 15 cm przystosowanych.

c) Ruszt leżący podwalinowy, używany pod ciężkie budowle, składa się z poprzecznych progów 16 × 24 do 24 × 31 cm w odstępach 1 do 2 m oś od osi i z podwalin 18 × 21 do 21 × 33 cm ułożonych w odstępach 0.75 do 1.5 m oś od osi na progach w zacięciach 5 do 7 cm głębokich kółkami przybitych. Puste miejsca wybija się kamieniami łamanymi klinowymi i wyklinowuje, a czasem zapełnia się rumowiskiem, kamykami, żwirem, piaskiem lub betonem. Na podwalinach daje się pokład z dyli 7 do 15 cm grubych

możliwie najszerszych; ale pokład ten jest zbyt cenny, jeżeli puste miejsca między progami i podwalinami są wypełnione murem lub betonem.

**6.** Ruszt palowy czyli pilotowy. Piloty w regule z kory odarte wbija się aż do gruntu nośnego w odstępach oś do osi 0·7 do 1·3 *m* na szerokość, a 1 do 2 *m* na długość; na palach układa się ruszt leżący podwalinowy z tą różnicą, że podwaliny, będące zarazem kapturami pilotów, znajdują się na dole, a progi poprzeczne leżą na nich; zamiast rusztu jednak dają ławę betonową 0·75 do 1 *m* grubą, w którą głowy pilotów wnikają na 30 *cm*. Zresztą pale i ruszt są z drzewa dębowego, modrzewiowego, bukowego lub sosnowego, które musi leżeć co najmniej 30 do 50 *cm* pod najniższym stanem wody gruntowej.

Głowy pali wystają 50 *cm* ponad podeszwę wykopu fundamentowego; odstępy oś od osi pali na długość wynoszą 1·5 do 2 *m*, a na szerokość 0·75 do 1·25 *m*.

Pale mogą być także z betonu ubijanego lub z żelbetonu.

Grubość w centymetrach *d* pali zależnie od ich długości *l* w metrach oblicza się według reguły ciesielskiej wzorem

$$d = 12 + 3l \quad 30$$

Dopuszczalne obciążenie na 1 *cm*<sup>2</sup> przekroju pali

- a) długich w sypkim gruncie wynosi . . . . . 20 *kg/cm*<sup>2</sup>,  
 b) krótkich w twardym gruncie . . . . . 40 *kg/cm*<sup>2</sup>.

Szczegółowe zresztą daty praktyczne, odnoszące się do przyrządzenia i wbijania pali, znajdują się w „Części drugiej“, „Analiza cen“, VI. Roboty ciesielskie, podział j) pod poz. 539., str. 632.

**7.** Studnie zatapiane. Studnie, wykonywane podobnie, jak studnie domowe, przeprowadza się przez złe warstwy gruntu i osadza na gruncie wytrzymałym pod budowę.

Otrzymują one w świetle 1·5 do 2 *m* i grubość ścian 30 do 60 *cm*, a wzajemny ich odstęp nie powinien przekraczać 4 *m*.

Wnętrze studzien wypełnia się murem z kamienia łamanego na zaprawie cementowej lub betonem, a górą łączy się łukami sklepionymi. Wykonanie tego rodzaju fundowania jest bardzo kosztowne i dlatego zastosowuje się je tylko w razie niezbędnej potrzeby.

**8.** Rury zatapiane wykonują zamiast studzien zatapianych; są one żelazne i po zatopieniu wypełnia się je betonem.

**9.** Narzut kamienny. Pod fundament budowli na wodzie lub na bardzo miękkim gruncie, jak torf, namul itp. stawianych, narzuca się ciężkie kamienie i to największe na spód i na zewnątrz; a gdy nareszcie ustanie osiadanie i rozsuwanie się, stawia się na tym narzucie budynek.

**10.** Nasyp piasku. Do tego celu należy użyć jedynie czystego, kragłego, miłkiego piasku kwarcowego, gdyż taki ulega mniej rozsunięciu się, niż ostry i gruby; piasek zaś z domieszkami ziemistymi i gliniastymi rozsuwa się jeszcze łatwiej i więcej.

Nasyp piasku wykonuje się warstwami 15 do 30 cm grubemi zlewaniem wodą i ubijanemi lub wałkowanemi.

Dwa metry gruby nasyp taki na niedobrym gruncie można obciążyć 2 do 3  $kg/cm^2$ .

Jeżeli  $d$  jest grubość muru dźwiganego nasypem piasku,  $B$  szerokość podszwy tego nasypu, to wobec tego, że przenoszenie się ciśnienia w piasku odbywa się pod kątem  $45^\circ$ , wynika wysokość czyli grubość nasypu piasku pod fundament z wzoru

$$h = \frac{B-d}{2} = 0.75 \text{ do } 3 \text{ m.} \quad 31$$

Wszakże co do nasypu piasku należy zawsze przestrzegać, by nie uległ boeznemu usunięciu się, i w razie obawy trzeba go ująć wokoło ścianami palisadowemi itp.

## 6. Fundowania zastosowane do jakości gruntu.

Sposoby fundowania w zastosowaniu do rozmaitych rodzajów gruntów, do ich jakości i wytrzymałości oraz do warunków, wśród jakich się znajdują, obejmuje następująca tablica.

Stan wody	Grunt dobry pod budowę znajduje się			Uwaga
	na wierzchu	w pewnej dającej się osiągnąć głębokości	w głębokości nie do osiągnięcia	
Wody nie ma	Murowanie rozpoczyna się bezpośrednio na wierzchu	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wykop aż do gruntu dobrego, i na nim poczyna się murować.</li> <li>2. Wykop jak wyżej, ale tylko dla filarów, które się przesklepia.</li> <li>3. Użycie pali żelaznych.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Rozszerzenie fundamentu.</li> <li>2. Szeroka ława betonowa.</li> <li>3. Narzut kamienia na sucho, zbity.</li> <li>4. Ława piasku.</li> <li>5. Odwrócone sklepienie.</li> </ol>	Bez użycia drzewa

Stan wody	Grunt dobry pod budowę znajduje się			Uwaga
	na wierzchu	w pewnej dającej się osiągnąć głębokości	w głębokości nie do osiągnięcia	
Woda występuje jako zaskórna lub stojąca i daje się wyczerpać.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Bezpośrednie murowanie.</li> <li>2. Urządzenie filarów przesklepiionych.</li> <li>3. Słaba łąwa betonowa celem zatamowania źródeł.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Głęboki ruszt pilotowy.</li> <li>2. Piloty wypełnione betonem lub kamieniami i nadmurowane.</li> <li>3. Ława betonowa dla zatamowania źródeł.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ruszt leżący.</li> <li>2. Szeroka łąwa betonowa.</li> <li>3. Narzut zbity kamienny.</li> <li>4. Fundament piaskowy.</li> <li>5. Odwrócone sklepienie.</li> <li>6. Ruszt pilotowy lub pilotowanie dla zgęszczenia gruntu.</li> </ol>	Użycie drzewa dopuszczalne poniżej stanu wody. Czerpanie wody, ewentualnie grodzie. Dokładna robota jeszcze możliwa.
Woda się znajduje, ale nie daje się wyczerpać.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Narzut kamienia.</li> <li>2. Zatapianie brył kamiennych.</li> <li>3. Beton.</li> <li>4. Skrzynie zatapiane (Caissons).</li> <li>5. Żelazne piloty, betonowe, lub żelbetonowe.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wysoki ruszt pilotowy.</li> <li>2. Piloty z betonem lub z kamieniami.</li> <li>3. Żelazne piloty, betonowe, lub żelbetonowe.</li> <li>4. Nasyp kamienny, albo zatapianie kamieni, albo betonowanie po poprzecznym wyrównaniu dna.</li> <li>5. Skrzynie zatapiane (Caissons) na pilotach.</li> <li>6. Studnie zatapiane z drzewa, kamienia i żelaza.</li> <li>7. Fundacja pneumatyczna.</li> </ol>	Obciążenie gruntu w około i rozszerzenie grubości muru.	Użycie drzewa dopuszczalne pod wodą. Robota bez użycia nurków jest nie zupełnie dokładna.

## 7. Zabezpieczenie murów od wilgoci gruntowej.

Podczas fundowania należy wogóle zwracać baczność na stan wody gruntowej, na wielkość ciężaru i przeznaczenie budowli, na pozostające do rozporządzania czas budowy, oraz na materiały i środki możliwe do uzyskania; a nadto należy pamiętać i o tej głównej zasadzie, że budowla, stanowiąca jednolitą całość, powinna otrzymać we wszystkich swych częściach fundamenta jednego i tego samego rodzaju.

Drzewo użyte do fundamentów należy osadzić co najmniej na 0.3 do 0.5 *m* pod najniższym stanem wody. Źródła wszelkie w obrębie zamierzonej budowy należy ująć i odprowadzić, mokry grunt odwodnić zapomocą drenowania, wtargnięciu wody pod budynek zapobiec szczelnymi ścianami palisadowymi i lawą betonową.

Ze względów zdrowotnych oraz w interesie trwałości budynku należy mury i wnętrze jego zabezpieczyć od wilgoci gruntowej warstwą izolacyjną asfaltową, która z reguły powinna być z asfaltu lanego. Jeżeli posadzka jest z materiału twardego w piwnicy lub z braku piwnicy w parterze, to założyć należy warstwę izolacyjną w wysokości wierzchniego brzegu tej posadzki, a w razie, gdy zamiast posadzki jest podłoga drewniana, to pod podłogą.

Mur fundamentowy z kamienia łamanego należy wyrównać pod warstwę izolacyjną zaprawą cementową, lub warstwą cegieł na cemencie.

Mury zewnętrzne piwniczne — o ile leżą w ziemi — należy zewnątrz wyprawić cementem 2 *cm* grubo dla powstrzymania wsiąkania wody gruntowej i opadowej; jeżeli zaś napór wody jest zbyt silny, należy nadto mury te osłonić pionową warstwą tłustej gliny 50 *cm* grubą, oraz warstwą narzutu żwirowego, a na jego dnie założyć rury drenowe w odstępach 1 *m* od budynku. Podczas wykonania budowy należy zewnętrzne mury piwnie zabezpieczyć od dostępu wód opadowych zapomocą rur i rynien.

Wzdłuż murów zewnętrznych budynku należy dla trwałej ochrony od wód opadowych ułożyć szczelne brukowanie podokapowe najmniej 1 *m* szerokie.

Od strony terenu sąsiedniego wyżej wzniesionego należy mury w obrębie ziemi wyprawić cementem, zaś mury przypierające do mokrych murów sąsiada wykonać z zendrówek na zaprawie cementowej. W obu tych razach, jako też jeżeli piwnice mają służyć za mieszkania, należy przed murem zewnętrznym, dźwigającym w od-

stępie około 5 *cm*, wykonać ściankę dodatkową na pół cegły od wnętrza lokalu, ale wtedy dopiero, gdy mury zewnętrzne już podeśchły; powstałą przestrzeń 5 centymetrową trzeba połączyć stosownymi otworami z wnętrzem lokalu mieszkalnego. Ścianek takich izolujących powietrznych należy zaniechać na piętrach, o ile tego nie wymagają pewne warunki, gdyż puste przestrzenie przeszkadzają prawidłowemu wiązaniu cegieł i mogą dać powód do wypacania się wilgoeci, oraz i do wylęgania się owadów domowych.

Celem ochrony od wpływów temperatury zewnętrznej muszą ściany zewnętrzne otrzymać stosowną grubość (w naszym klimacie najmniej 60 *cm*, a mury od sieni najmniej 45 *cm*); na murach bowiem cieńszych skrapla się wilgoć, a w czasie silnych mrozów i wiatrów trudno opalić lokal. W razie szczególnie niekorzystnych warunków mury otrzymują zewnątrz okładzinę z łupku lub innego materiału stosownego.

Wszystkie zewnętrzne mury cieńsze niż 60 *cm* powinny posiadać parapety okienne tej samej grubości, a zatem bez wykonania szpalet.

Mury piwniczne należy wyprawiać możliwie najpóźniej dla umożliwienia należytego wyschnięcia. Posadzka piwnic powinna leżeć conajmniej 30 *cm* ponad najwyższym stanem wody gruntowej.

## II. Wytrzymałość murów i sklepień.

### 1. Praktyczne daty i wzory wytrzymałości murów.

Wytrzymałość murów i sklepień należy obliczać według zasad mechaniki budowniczej. Gdy jednak obliczenia takie są zazwyczaj mozolne, więc dla zwykłych wypadków zestawia się niżej daty i łatwe do obliczenia wzory, oparte na doświadczeniu.

**1.** Wytrzymałość murów z ciosów lub z cegieł przyjmuje się najwyżej na 10<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, a kamienia łamanego na 5<sup>0</sup>/<sub>0</sub> wytrzymałości materiału.

**2.** Wśród jednakich warunków obciążenia grubość muru ciosowego tak się ma do grubości muru ceglanego, z kamienia łamanego, z usuwaków, jak 5 lub 6 : 8 : 10 : 12, — to znaczy, że jeżeli grubość muru ceglanego jest  $d$ , to ciosowego będzie  $\frac{5}{8}$  do  $\frac{6}{8}d$ , muru z kamienia łamanego  $\frac{10}{8}d$ , a z usuwaków  $\frac{12}{8}d$  itp.



**3.** Mur na sucho musi być 1·5 do 2 razy grubszy od muru na zaprawie, w tych samych zresztą warunkach.

**4.** Grubość  $d$  murów osobno stojących na swych końcach nie opartych, z dobrze wypalanej cegły zbudowanych, oblicza się według Rondeleta, a mianowicie:

$$\left. \begin{array}{l} a) \text{ murów silnych} \dots\dots\dots d = \frac{1}{8} h \\ b) \text{ murów miernie silnych} \dots\dots\dots d = \frac{1}{10} h \\ c) \text{ murów słabych} \dots\dots\dots d = \frac{1}{12} h \end{array} \right\} 32$$

gdzie  $h$  oznacza wysokość muru.

Grubość murów z innego materiału wyznacza się z wzajemnego stosunku jak pod 2.

**5.** Grubość  $d$  murów obwodowych, na swych końcach opartych oblicza się według Rondeleta, a mianowicie:

a) murów nieobciążonych prostolinijnych

$$d = \frac{l h}{n \sqrt{l^2 + h^2}} \quad 33$$

b) murów nieobciążonych kołowych

$$d = \frac{D h}{n \sqrt{D^2 + 16 h^2}} \quad 33 a$$

c) murów obciążonych w budynku parterowym

$$d = \frac{t h}{12 \sqrt{t^2 + h^2}} \quad 34$$

d) murów najwyższego piętra w budynku piętrowym

α) jeżeli w trakcie jest tylko jedna izba

$$d_1 = \frac{2t + h}{48} \quad 35$$

β) jeżeli w trakcie jest dwie izby

$$d_2 = \frac{t + h}{48} \quad 35 a$$

e) murów środkowych dźwigających belkowanie

$$d = \frac{h + t}{36} \quad 36$$

gdzie  $l$  oznacza wolną długość muru,  $h$  wysokość muru, a względnie wysokość muru na najwyższym piętrze,  $n = \frac{h}{d}$ , a zatem odnośnie do ustępu 4 a), b), c)  $n = 8$ ,  $n = 10$ , lub  $n = 12$ ,  $D$  średnica koła zewnętrznego muru,  $t$  głębokość traktu.

**6.** Grubość murów oporowych.

W ściślejszem znaczeniu mury, służące do bocznego podparcia ścian ziemnych, a mianowicie: ścian wysokich nasypów, zowią się murami oporowymi, zaś ścian głębokich wykopów, czyli ścian gruntu rodzimego, murami przyporowymi. Oba te rodzaje murów oporowych zaopatruje się czasami ze względów oszczędnościowych filarami, zwężającymi się od dołu ku górze, czyli przyporami, których wzajemny odstęp od osi do osi nie powinien przekraczać 5·5 *m*.

Do obliczenia wytrzymałości, względnie potrzebnych w tym kierunku rozmiarów murów oporowych wogóle, służą w praktyce następujące niżej reguły i wzory na doświadczeniu oparte.

a) Mury oporowe i przyporowe na suchu wykonane otrzymują zewnętrzną skarpe (liczo muru) o nachyleniu w stosunku 2:3, a jeżeli wysokość ich  $h > 10$  *m*, to należy tę skarpe załamać i dolną część załomu zeskarpować w stosunku 4:5. Skarpy o nachyleniu 1:2 są dopuszczalne do 6 *m* wysokości.

Tyłna powierzchnia muru bywa pionowa, lub nachylona w stosunku 1:6 aż do gruntu rodzimego, a odtąd począwszy w dół równoległa do lica muru.

Jeżeli  $h$  jest wysokością widoczną muru, zaś  $h_1$  wysokością nadsypki w metrach, to grubość muru w koronie

$$d = 1 + \frac{h}{10} + \frac{h_1}{12}. \quad 37$$

b) Mury oporowe z kamienia łamanego warstwowego na zaprawie wapiennej, otrzymują zewnętrzną skarpe 1:5 do 1:12, a tylną ścianę pionową, albo słabo zeskarpowaną, albo zaopatrzoną odsadkami 0·3 do 0·5 *m* szerokiemi.

Niskim murom oporowym daje się conajmniej 0·6 *m* grubości w koronie.

Grubość w koronie muru oporowego o licu nachylonem 1:6, z tylną ścianą pionową i z zeskarpowaną nadsypką do 1 *m* wysoką ponad koronę, oblicza się z wzoru

$$d = 0·44 + 0·2 h. \quad 38$$

Jeżeli wysokość nadsypki  $H > 1$ , należy grubość powyższą  $d$  zwiększyć o wartość

$$\delta = \frac{1}{30} H \left( 2 - \frac{H}{3h} \right) \quad 39$$

pogrubienie to dla  $H \leq 3h$  ma stałą wartość  $\delta = 0·10 h$ . 39a

c) Mury przyporowe mogą być wogóle ciensze, gdyż parcie gruntu rodzimego z powodu spoistości jest mniejsze; wyjątek pod

tym względem stanowi tylko grunt skłonny do usuwiska. Jeżeli grunt jest suchy, a mur ma zewnętrzne nachylenie 1:6, to do wyznaczenia grubości w koronie można przyjąć wzór

$$d = 0.3 + 0.17 h. \quad 40$$

Mur okładzinowy ścian skały otrzymuje grubość 0.4 do 0.6 m.

d) Grubość w koronie murów oporowych i przyporowych według norm austr. kolei państw.

a) Mur oporowy.

O widocznej wysokości <i>h</i>	Z zeskarpowaną ponad koroną nadsypką, dochodzącą do wysokości <i>H</i> metrów								
	1	2	4	6	8	10	15	20	30
<i>m</i>	m e t r ó w								
1	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60
2	0.65	0.70	0.70	0.75	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
3	0.79	0.86	0.92	0.98	1.04	1.10	1.10	1.10	1.10
4	0.98	1.06	1.14	1.21	1.28	1.35	1.40	1.40	1.40
5	1.17	1.27	1.36	1.44	1.52	1.60	1.69	1.70	1.70
6	1.36	1.47	1.58	1.67	1.77	1.85	1.96	2.05	2.05
7	1.55	1.68	1.80	1.91	2.01	2.10	2.23	2.34	2.38
8	1.74	1.89	2.02	2.13	2.25	2.35	2.50	2.62	2.70
9	1.92	2.09	2.24	2.37	2.49	2.60	2.77	2.91	3.05
10	2.12	2.29	2.46	2.59	2.74	2.85	3.04	3.19	3.40
12	2.49	2.71	2.90	3.05	3.22	3.35	3.58	3.77	4.02
14	2.87	3.12	3.34	3.51	3.70	3.85	4.12	4.33	4.64
16	3.24	3.52	3.77	3.98	4.18	4.35	4.66	4.90	5.26
20	4.00	4.35	4.65	4.90	5.15	5.35	5.74	6.05	6.50

## β) Mur przyporowy.

O widocznej wysokości $h$	Z zeskarpowaną ponad koroną nadsypką, dochodzącą do wysokości $H$ metrów								
	1	2	4	6	8	10	15	20	30
$m$	g r u b o ść   w   k o r o n i e								
	m e t r ó w								
1	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55
2	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60
3	0.65	0.65	0.70	0.70	0.75	0.80	0.80	0.80	0.80
4	0.78	0.79	0.84	0.90	0.95	1.00	1.05	1.05	1.05
5	0.96	0.98	1.03	1.09	1.15	1.20	1.29	1.30	1.30
6	1.15	1.17	1.23	1.29	1.35	1.41	1.50	1.55	1.55
7	1.33	1.36	1.42	1.48	1.54	1.61	1.71	1.78	1.80
8	1.51	1.54	1.61	1.68	1.74	1.81	1.93	2.01	2.05
9	1.70	1.73	1.80	1.88	1.94	2.02	2.14	2.24	2.30
10	1.88	1.92	1.99	2.07	2.14	2.22	2.35	2.46	2.60
12	2.24	2.30	2.37	2.46	2.53	2.62	2.79	2.92	3.14
14	2.61	2.67	2.76	2.85	2.93	3.02	3.21	3.38	3.68
16	2.97	3.05	3.14	3.24	3.33	3.42	3.64	3.83	4.21
20	3.70	3.81	3.91	4.02	4.12	4.23	4.49	4.75	5.28

Uwaga do  $\alpha$ ) i  $\beta$ ):

Mury te należy wykonywać z kamienia łamanego na zaprawie wapiennej z liem nachylonem w stosunku 1:5 i z powierzchnią tylną pionową, sięgającą od korony aż do głębokości 0.6  $h$ , zaś odtąd zlaną równoległą do lica muru.

## 2. Praktyczne daty wytrzymałości sklepień.

### a) Grubość murów oporowych i sklepień oraz wielkość strzałki.

Liczba bieżąca	Sklepienie lub łęk sklepiony o rozpiętości świetlnej $r$	Najmniejsza			
		grubość murów oporowych		grubość sklepienia w kluczu	strzałka sklepienia
		nie obciążonych	obciążonych		
1	Sklepienie kolebkowe pełne . . . . .	$\frac{1}{4} r$	$\frac{1}{4}$ do $\frac{1}{5} r$	$\frac{1}{30} r$	$\frac{1}{2} r$
2	Łęki sklepione płytkie .	$\frac{1}{2}$ do $\frac{1}{3} r$	$\frac{1}{3}$ do $\frac{1}{4} r$	$\frac{1}{15} r$	$\frac{1}{10} r$
3	Sklepienie pruskie itp. .	$\frac{1}{3} r$	$\frac{1}{3}$ do $\frac{1}{4} r$	$\frac{1}{30} r$	$\frac{1}{12} r$
4	Sklepienie ostrołukowe .	$\frac{1}{5} r$	$\frac{1}{6}$ do $\frac{1}{7} r$	$\frac{1}{30} r$	$\frac{1}{2} r + x$
5	Sklepienie kopułowe . .	$\frac{1}{7}$ do $\frac{1}{9} r$	$\frac{1}{9}$ do $\frac{1}{12} r$	$\frac{1}{35}$ do $\frac{1}{60} r$	około $\frac{1}{2} r$
6	Sklepienie czeskie z oporami w około . . . .	$\frac{1}{3}$ do $\frac{1}{4} r$	$\frac{1}{4}$ do $\frac{1}{5} r$	$\frac{1}{30} r$	$\frac{1}{12} r$
7	Sklepienie spłaszczone .	$\frac{1}{2}$ do $\frac{1}{3} r$	$\frac{1}{3}$ do $\frac{1}{4} r$	$\frac{1}{15} r$	—

Sklepienie krzyżowe, gwieździste, w miarę, jak mają postać sklepień pod 1, 3 lub 4, otrzymują także oznaczoną grubość murów oporowych, ale tylko w narożach.

Wieloboczne sklepienie klasztorne tak samo, tylko otrzymują lepsze stosunki, jednak mury oporowe idą w około.

### b) Grubość różnych łęków i sklepień na zwykle rozpiętości.

W budynkach 3 do 4 piętrowych daje się łękom wogóle i łękom nad otworami w murach dla zwykle używanych rozpiętości, następujące grubości w kluczu:

Rozpiętość świetlna $r$	Grubość sklepionego łęku	
	pełnego w metrach	płytkiego o strzałce do $\frac{1}{6} r$ w metrach
do 2 m	0-30	0-45
od 2 do 3 m	0-45	0-45 do 0-60
" 3 " 6 m	0-60	0-60 " 0-75
" 6 " 8 m	0-75	0-75 " 0-90

Sklepienia kolebkowe w budynkach ze zwykłym obciążeniem i o rozpiętości świetlnej do 4 m, otrzymują grubość w kluczu 15 cm, a w pasze 30 cm; albo też w pasze i w kluczu 15 cm, a na każde 2 m długości sklepienia łuk 30 cm gruby. Nad 4 m rozpiętości grubość sklepienia w kluczu powinna wynosić 30 cm.

Sklepienie krzyżowe do 6 m rozpiętości otrzymuje w kluczu 15 cm, a żebra 30 cm grubości.

Sklepienie klasztorne do 3·75 m rozpiętości otrzymuje grubość 15 cm, nad 3·75 m zaś 30 cm w kluczu.

Sklepienie kopułowe do 4 m rozpiętości otrzymuje w kluczu i pasze 15 cm, do 7 m rozpiętości 30 cm w kluczu, a 30 do 45 cm w pasze, do 12·5 m, 45 cm w kluczu, 60 cm w pasze.

Sklepienie czeskie do 5 m rozpiętości i strzałce do 0·5 m otrzymuje w kluczu 15 cm.

Nadmówowanie powinno sięgać do tak zwanej spoiny złamania.

Osiadanie sklepień przyjmuje się na  $\frac{1}{444}$  do  $\frac{1}{100}$  rozpiętości świetlnej.

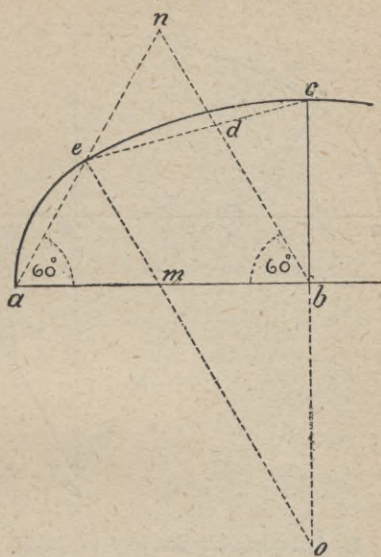
Osiadnięcie rusztowań sklepiennych (krażyn) dla zespołu (konstrukcji) wiszącego wynosi:  $f = 0\cdot019 (r-s)$ , do 0·01 ( $r-s$ ), dla układu stojącego:  $f = 0\cdot005 (r-s)$ , gdzie  $r$  rozpiętość,  $s$  strzałka sklepienia.

### c) Wykreślenie niektórych linii krzywych w odniesieniu do sklepień.

Do sklepień używa się koła, elipsy i paraboli w położeniu stojącym lub leżącym, linii koszowej i łabędziej szyjki. Ponieważ obu ostatnich rodzajów linii krzywej używa się dosyć często do sklepień, a konstrukcja ich jest mniej prosta i znana od reszty poszczególnionych właśnie krzywych, więc w uwidocznionych niżej rysunkach 38 do 42 i opisach przedstawiono sposób ich wykreślenia.

**1.** Linja koszowa jest lepszą dla sklepienia, aniżeli elipsa, gdyż łatwiej dają się w niej wykreślić normalne, potrzebne dla spoin wspornych sklepienia.

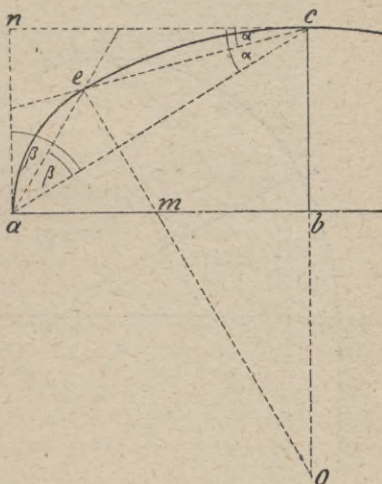
Rysunek 38.



W rys. 38. dana rozpiętość  $r = 2ab$  i strzałka  $s = bc$ .

Wykreśla się trójkąt równoboczny  $abn$ ,  $bd = bc$ ,  $cd$  przedłuża się do przecięcia z bokiem  $an$  w punkcie  $e$ , stąd  $eo \parallel bn$ , i otrzymuje się  $eo$  i  $em$  promienie większego i mniejszego łuku linii koszowej.

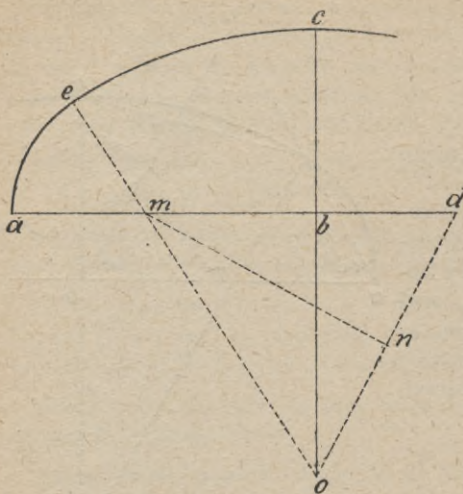
Rysunek 39.



W rys. 39. dane jak wyżej  $2ab = r$ ,  $bc$ .

Wykreśla się  $abcn$  prostokąt, połowi się kąty  $acn$  i  $nac$ , więc  $\alpha = \alpha$ ,  $\beta = \beta$ ; z punktu  $e$  przecięcia się linii połowiących, prostopadła  $eo$  do  $ac$ , a stąd  $eo$  i  $em$  promienie jak wyżej.

Rysunek 40.

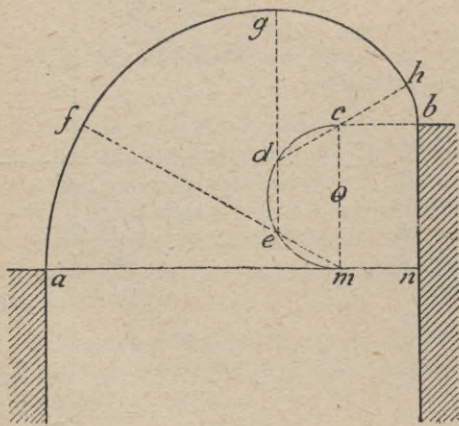


W rys. 40. dane  $r = 2ab, bc, co$ ; znaleźć mały promień.

Wykreśla się  $ad = co$ ,  $dn = no$ , z punktu  $n$  linia  $mn \perp od$ , więc  $am = em$  mały promień linii koszowej.

2. Łabędzia szyjka jest to także właściwie linja koszowa, ale dla sklepienia o pachach nie leżących w jednej płaszczyźnie poziomej (na przykład łęki sklepienne pod ramiona schodów).

Rysunek 41.



W rys. 41. dana rozpiętość  $an$ , i różnica wysokości obu pach sklepiennego łuku  $bn$ .

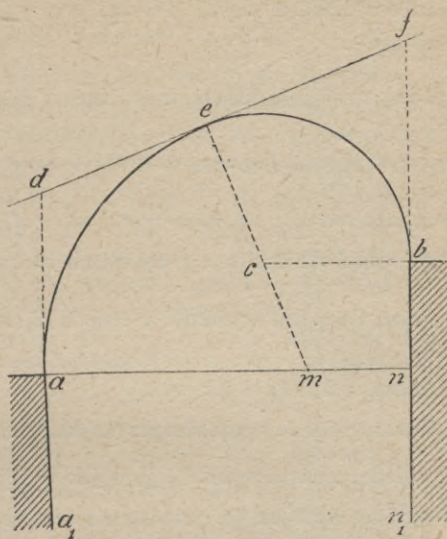
Odcinawszy  $mn = \frac{1}{2} an - \frac{3}{4} bn$ , wykreśla się  $mc \parallel bn$ , na  $mc$  opisuje się półkole i dzieli się na 3 równe części, wówczas punkta  $m, e, d, c$  są środkami kolejnymi dla łuków  $af, fg, gh, hb$ , o promieniach  $mf, eg, dh, cb$ .



W rys. 42. dana rozpiętość  $an$ , i kierunek linii szczytowej w położeniu  $df$ .

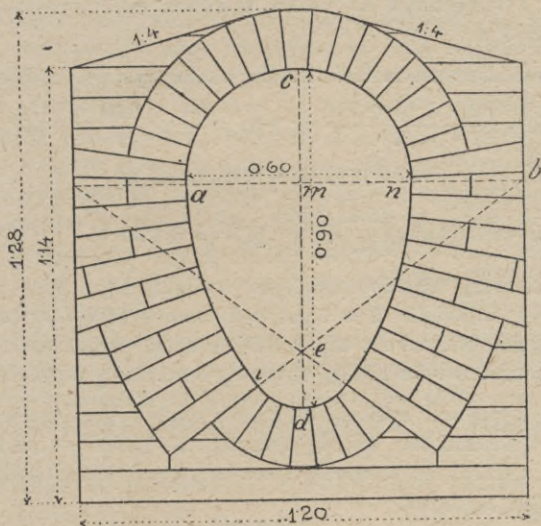
Rysunek 42.

Przedłuża się  $a_1 a$  aż do przecięcia  $d$ , toż samo  $n_1 n$  do  $f$ , na linii  $df$  odcina się  $de = ad$ , część zaś  $ef$  odcina się na linii  $fn$  tak, aby  $ef = fb$ ; tym sposobem wyznacza się wysokość drugiej pachy  $b$ ; następnie wykreśla się  $em \perp df$ ,  $bc \parallel an$ , i otrzymuje się tym sposobem środki kolejne  $m$  i  $c$  dla łuków  $ae$  i  $eb$ , o promieniach  $am$  i  $bc$ .



d) Przekrój kanałowy jajowy ceglami sklepiony i kloaka.

Rysunek 43.



W rys. 43. jest przedstawiony przekrój jajowy wnętrza kanału, łącznie z układem cegieł. Przekrój ten wykreśla się w sposób następujący:

Daną rozpiętość kanału w świetle  $an$  dzieli się na  $am = \frac{1}{2} an = mn$ ,  $cd \perp an$ , nadto  $cd = cm + me + ed = \frac{3}{2} an$ , przyczem  $cm = \frac{1}{2} an$ ,  $me = \frac{3}{4} an$ ,  $ed = \frac{1}{4} an$ ,  $ab = cd$ , punkta  $m$ ,  $b$ ,  $e$  są kolejne środki dla łuków o promieniach  $am$ ,  $ab$ ,  $ei$ .

Jeżeli daną jest wysokość w świetle  $cd$ , to odcina się  $cm = \frac{1}{3} cd$ , a ponieważ  $cm = am$ , więc rozpiętość kanału jest już znalezioną, a dalsze wykreślenie jak wyżej.

Kanał przelazowy powinien przynajmniej mieć rozpiętość  $an = 60 \text{ cm}$  w świetle; zaczem wysokość jego jak wyżej  $cd = \frac{3}{2} \times 60 = 90 \text{ cm}$  w świetle. Rysunek 43. przedstawia właśnie w skali 1:20 przekrój kanału przelazowego o rozmiarach jak wyżej, z cegieł na cemencie, układ cegieł jest z rysunku widoczny.

Kanał z wychodków do kloaki powinien mieć spadu najmniej 25  $cm$  na 1  $m$ .

Objętość muru metra bież. kanału według rys. 43. oblicza się:

$$1.00 \times \left( \frac{2 \times 1.14 + 1.28}{3} \times 1.20 - \frac{0.6}{2} \times \frac{0.90}{2} \times 3.14 \right) = \\ = 1.0 \times (1.42 - 0.42) = 1.0 \text{ m}^3.$$

$$\text{Obwód wewnętrzny} \left( \frac{0.6}{2} + \frac{0.9}{2} \right) \times 3.14 = 2.35 \text{ m}.$$

Dół kloaczny najodpowiedniejszy cylindryczny, 2  $m$  głęboki, o średnicy w świetle 2  $m$  i grubości murów 45  $cm$ , z posadzką 30  $cm$  grubą; wszystko z cegieł bardzo silnie wypalonych na zaprawie cementowej, z gładką wyprawą cementową wewnątrz.

Nadto w otworze z kloaki do kanału odpływowego należy urządzić kratę żelazną lub ściankę z cegieł na sucho — w każdym razie — z dziurkami najwięcej 1  $cm$  szerokimi, celem wydzielenia nieczystości płynnych.

### 3. Statyczne obliczenie sklepienia kolebkowego.

#### a) Ogólne określenia i zasady.

Zasadniczymi postaciami wszelkich rodzajów sklepień są kolebka i czasza, które zresztą i we własnej postaci mają w budownictwie największe zastosowanie. Stąd też i sposób obliczenia statycznego kolebki, będący przedmiotem niniejszego rozdziału, tworzy podstawę obliczeń statycznych reszty rodzajów sklepień.

Kolebek płytkich o niewielkiej rozpiętości i małej strzałce — wśród zwykłych, budownictwu lądowemu właściwych warunków obciążenia — nie oblicza się statycznie, gdyż do wyznaczenia ich grubości wystarczają reguły na doświadczeniu oparte.

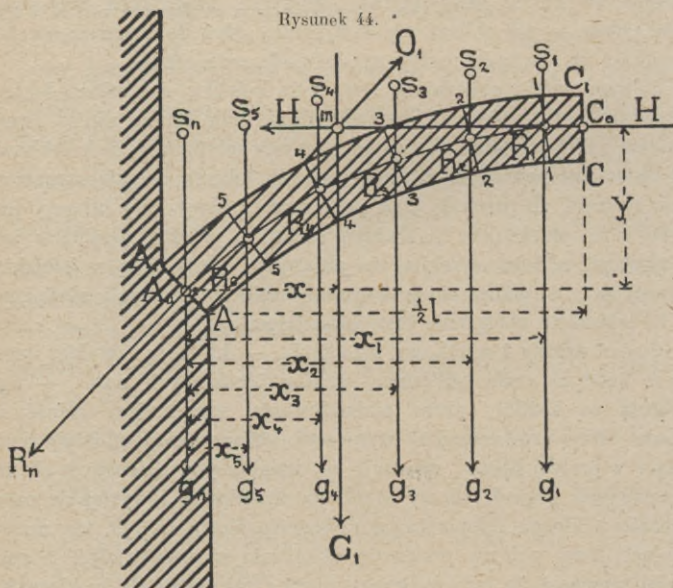
Jedynie zatem oblicza się statycznie kolebki, zakreślone łukiem znaczniejszej rozpiętości i strzałką dużą, albo bardzo silnie, ewentualnie i niekorzystnie obciążone, pod tem założeniem, że kolebkowe sklepienie zachowuje się jak krzywa belka łukowa, ulegająca prawom sprężystości, że przekrój jego poprzeczny, idący linią łukową, jest właściwie przekrojem podłużnym belki, a przekrój podłużny jest poprzecznym 1 *m* szerokim, że obie jego opory leżą w jednakiej wysokości, że sklepienie jest symetrycznie zbudowane i obciążone, i że całkowite obciążenie jest jednostajne.

Ciężar własny i użytkowy sklepienia, — które są zwykle dane, a w każdym razie obliczalne według istniejących norm, — wywołują na każdej oporze oddziaływanie, utrzymujące całość ze społu sił w równowadze statycznej. Mianowicie, oddziaływanie idące z prawej opory, załamuje się kolejno pod działaniem sił zewnętrznych prawej połowy przekroju sklepienia, i występuje ostatecznie w kluczu sklepienia jako parcie poziome *H* (rys. 44), utrzymujące lewą połowę przekroju sklepienia w równowadze, a stąd dalej przenosi się aż do lewej opory; tak samo ale w kierunku wprost przeciwnym objawia się oddziaływanie, wzbudzone na lewej oporze i takie samo spełnia zadanie względem prawej połowy przekroju sklepienia.

Ze względu zresztą na wyrażone wyżej zastrzeżenia wystarcza do szczegółowych badań statycznych jedna tylko połowa przekroju sklepienia z zastąpieniem drugiej połowy siłą parcia poziomego *H* w kluczu, będącą wyrazem oddziaływania tej drugiej połowy przekroju.

W rysunku 44. przedstawia:  $A A_1 C_1 C$  lewą połowę przekroju sklepienia kolebkowego,  $g_1, g_2, g_3 \dots g_n$  ciężar własny wraz

z obciążeniem użytkowem pomysłanych pasków pionowych owego przekroju,  $H$  parcie poziome z punktem zaczepienia  $C_o$ , — dowolnym zresztą — w kluczu  $C C_1$ . Parcie  $H$  składa się kolejno z pionowymi siłami  $g_1, g_2, g_3 \dots g_n$  w wypadkowe  $R_1, R_2, R_3 \dots R_n$  w ten sposób, że każda następna jest wypadkową wszystkich poprzednich ciężarów częściowych i parcia poziomego  $H$  i że ostatecznie  $R_n$  na oporze złoży się z  $H$  i ze wszystkich ciężarów częściowych  $g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n = \sum_1^n g = G_1$ . Wszystkie



wypadkowe od  $R_1$  do  $R_n$ , a właściwie ich kierunki łączą się kolejno w linię łamaną  $A_o C_o$ , zwaną linią wypadkowych lub wielobokiem wypadkowych, zaś punkta przecinania się tej linii ze spoinami wspornymi sklepienia 1—1, 2—2, 3—3,  $\dots$   $n$ — $n$ , wyznaczają linię ciśnienia.

Wzbudzone w punkcie  $A_o$  na oporze oddziaływanie  $O_1$ , jako równoważące wypadkową  $R_n$ , musi ze względów statycznych być dokładnie tak samo wielkie jak ta wypadkowa, czyli składowa oddziaływania pozioma musi równać się parciu poziomemu  $H$ , a składowa pionowa obciążeniu  $G_1$  i działać w kierunku wprost prze-

eijnym. Za tem zaś idzie ta konieczność, że oddziaływanie  $O_1$ , względnie wypadkowa  $R^n$  musi przecinać się z parciem poziomem  $H$  i wypadkową obciążenia  $G_1$  w jednym punkcie  $m$ . A stąd wniosek odwrotny, że mając na oporze dany punkt zaczepienia  $A_o$  ostatniej wypadkowej  $R_n$ , względnie oddziaływania  $O_1$ , znajdziemy kierunek tego oddziaływania, łącząc punkt  $m$  przecięcia się sił  $H$  i  $G_1$  z punktem  $A_o$ .

Wreszcie ze sposobu wykreślenia linii ciśnienia wynika, że punkta zaczepienia:  $C_o$  parcia poziomego  $H$  w kluczu i  $A_o$  oddziaływania  $O_1$  na oporze są zarazem punktami końcowymi linii ciśnienia i na odwrót.

Z rys. 44. widno i to, że obciążenie  $G_1$  usiłuje obrócić połowę sklepienia około punktu  $A_o$  w dół, a miarą tego usiłowania jest moment  $G_1 x$ , czemu jednak przeciwdziałają parcie poziome z mocą momentu  $H y$ ; na zasadzie jednak równowagi statycznej musi

$$H y = G_1 x, \text{ a stąd } H = \frac{G_1 x}{y} \quad 41$$

Ponieważ dalej

$$G_1 = g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n = \sum_1^n g \quad 42$$

a ze względu na równowagę statyczną musi być  $G_1 x = g_1 x_1 + g_2 x_2 + g_3 x_3 + \dots + g_n x_n$ , więc stąd położenie wypadkowej  $G_1$

$$x = \frac{g_1 x_1 + g_2 x_2 + g_3 x_3 + \dots + g_n x_n}{G_1} \quad 43$$

Ze względu wreszcie, że wypadkowa  $R_n$  składa się z sił  $H$  i  $G_1$ , z któreimi jako przeciwprostokątnia zamyka trójkąt prostokątny, otrzymujemy

$$R_n = O_1 = \sqrt{H^2 + G_1^2} \quad 44$$

Nawiasowo wypada tu zaznaczyć, że pod silami zewnętrznymi każdego zespołu rozumieć należy siły czynne, czyli właściwe siły obciążające, jakoto: ciężar własny, ciężar użytkowy, ciśnienie wiatru, śniegu itp., tudzież siły bierne czyli oddziaływania, wzbudzone silami zewnętrznymi, a utrzymujące równowagę. Siły zewnętrzne są w każdym poszczególnym przypadku dane lub łatwo obliczalne. Siły wewnętrzne zaś dają się wyznaczyć na podstawie sił zewnętrznych z uwzględnieniem warunków podparcia, jakim mają zadośćuczynić.

Do tego celu służą trzy warunki statycznej równowagi, dające trzy równania, a mianowicie:

a) suma wszystkich składowych sił pionowych musi równać się zero;

b) suma wszystkich sił składowych poziomych musi równać się zero;

c) suma wszystkich momentów sił musi równać się zero.

Jeżeli te warunki wystarczają do wyznaczenia sił wewnętrznych, czyli oddziaływań zapomocą sił zewnętrznych, to dźwigar jest zewnętrznie statycznie wyznaczalny, jeżeli zaś niewystarczają, to dźwigar jest zewnętrznie statycznie niewyznaczalny. W miarę ilości niewyznaczalnych oddziaływań odróżniamy dźwigary zewnętrznie pojedynczo, podwójnie i wielokrotnie niewyznaczalne i w takim razie trzeba zastosować prawidła sprężystości.

Takim zewnętrznie statycznie niewyznaczalnym dźwigarem czyli zespołem jest właśnie sklepienie, gdyż owe trzy warunki równowagi statycznej umożliwiają wyznaczenie tylko trzech niewiadomych, podczas gdy w sklepieniu jest ich aż sześć, a mianowicie: dwa oddziaływania oporowe  $O_1$ ,  $O_2$ , dwa kąty ich nachylenia  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  i dwa odstępy ich punktów zaczepienia od wewnętrznej krawędzi pachy  $c_1$ ,  $c_2$ . Ta niewyznaczalność pochodzi stąd, że sklepienie — odmiennie od podparcia zwykłej belki — wspiera się na oporze całą powierzchnią pachy, której to powierzchni każdy punkt może stać się punktem zaczepienia oddziaływania. Wobec tego dla każdego sklepienia daje się wykreślić nieskończenie wielka ilość linii ciśnienia, każda z innym punktem zaczepienia na oporze i w kluczu, i każdej będzie odpowiadać inna wielkość i inne nachylenie oddziaływania, oraz parcia poziomego; wynika to zresztą z wzorów 41. do 44. i z rysunku 44. jasno, gdyż punkta zaczepienia  $A_0$  i  $C_0$  przyjęto dowolnie pośrodku grubości sklepienia.

Zadanie zatem niniejsze daje się rozwiązać dopiero z pomocą teorii sprężystości pod założeniem, że podczas zmian wywołanych obciążeniem w materiale sklepienia — zarówno opory, jak i spoczywające na nich końce luków sklepienia, zatrzymują swe położenie ściśle niezmiennione, co zresztą zgadza się prawie z rzeczywistością.

Z pomocą teorii sprężystości sklepienia wykazał Winkler, że jeśli poprzeczny przekrój sklepienia jest stały, to ze wszystkich

statycznie możliwych linii ciśnienia jest ta rzeczywista, która w przecięciu najwięcej się zbliża do osi łukowej poprzecznego przekroju sklepienia.

Skoro zatem w poprzeczny przekrój danego sklepienia da wskreślić się na podstawie całkowitego obciążenia linja ciśnienia, spadająca z osią łukową przekroju, to jest ona rzeczywistą linią ciśnienia i pozostanie nią tak długo, dopóki obciążenie niezmieni się; gdy zaś w budownictwie lądowym obciążenie bywa zwykle stałe, więc wyznaczenie takiej linii ciśnienia jest tu zupełnem rozwiązaniem zadania.

### b) Przyczyny zniszczenia sklepienia.

Zniszczenie sklepienia może się wydarzyć wskutek skrawężenia się czyli przelamania się około wewnętrznej lub zewnętrznej krawędzi spoiny, albo wskutek ześlizgnięcia się pewnej jego części wzdłuż płaszczyzny spoiny, albo wreszcie wskutek zgniecenia materiału sklepienia.

**1.** Skrawężenie się sklepienia. W rysunku 44. punkta zaczepienia  $C_0$  i  $A_0$  sił  $H$  i  $R_n$ , względnie  $O_1$  przyjęto zupełnie dowolnie pośrodku grubości sklepienia w kluczu i pasze, a temu położeniu odpowiada pewna wielkość tych sił według wzorów 41. do 44., oraz pewna linja ciśnienia. Za każdą dalszą zmianą punktów zaczepienia zmieniają się także i wielkości sił i linja ciśnienia, i spostrzeżemy, że czem więcej punkt zaczepienia  $C_0$  zbliży się do wewnętrznego, a punkt  $A_0$  do wewnętrznego łuku sklepienia, tem mniejsze wypadnie parcie poziome  $H$  i naodwrot, czem więcej zbliży się  $C_0$  do wewnętrznego zaś  $A_0$  do zewnętrznego łuku, tem większe będzie  $H$ . Nadto okaże się, iż w razie najmniejszej wartości  $H$  linja ciśnienia górnym swym końcem dotknie zewnętrznego łuku sklepienia, dolnym zaś zewnętrznego łuku, natomiast w razie największej wartości  $H$ , dotknięcia końcami linii ciśnienia wypadnie wręcz przeciwnie, jak to widno z rys. 45.

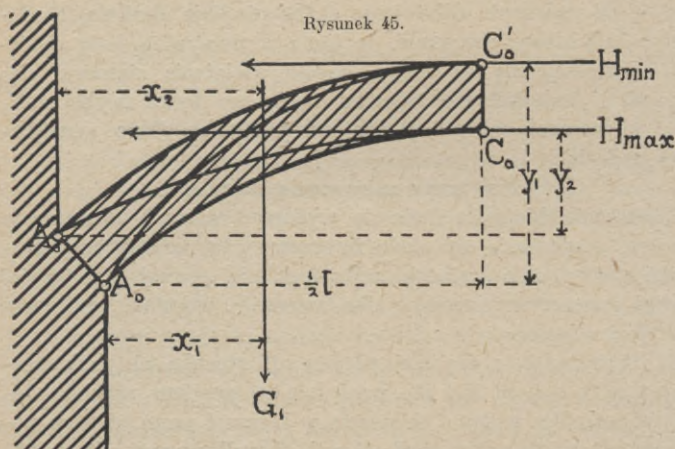
Oдноśnie zatem do wzoru 41.

$$H_{min} = \frac{G_1 x_1}{y_1} \quad 45$$

$$H_{max} = \frac{G_1 x_2}{y_2} \quad 46$$

Każda mniejsza wartość niż  $H_{min}$ , lub większa niż  $H_{max}$  musi spowodować wyjście linii ciśnienia na zewnątrz sklepienia i co zatem idzie przelamanie się czyli skrawężenie się sklepienia około krawędzi jednej spoiny.

Warunkiem więc zapobieżenia skrawężeniu jest dobranie rozmiarów sklepienia tak, by dała się wkreślić linja ciśnienia, której parcie poziome niewychodziłoby poza granice  $H_{min}$  i  $H_{max}$ , określone wzorami 45. i 46.



**2. Ześlizgnięcie się sklepienia.** Jeżeli linja ciśnienia, względnie jej styczna w punkcie zaczepienia  $E$  pada pod kątem prostym do powierzchni spoiny  $C_1 A_1$ , uwidocznionej w rys. 46 a, to cała odnośna jej siła  $R$  w tym punkcie dozna zupełnego zrównoważenia wytrzymałością materiału. Skoro jednak linja ciśnienia niepadnie pod prostym kątem, tylko z prostopadłą do spoiny utworzy kąt  $\gamma$  (rys. 46 a), w takim razie jedynie część pewna odnośnej siły wypadkowej  $R$ , a mianowicie składowa jej prostopadła do spoiny

$$N = R \cos \gamma \quad 47$$

zostanie zrównoważona wytrzymałością materiału i objawi się jako opór tarcia:

$$O_t = f N = f \cdot R \cos \gamma \quad 48$$

gdzie  $f$  jest współczynnikiem tarcia i jeżeli  $\varphi$  jest kątem tarcia materiału sklepienia, to

$$f = \operatorname{tg} \varphi \quad 49$$

Druga, do spoiny  $C_1 A_1$  równoległa składowa, jest siłą poprzeczną

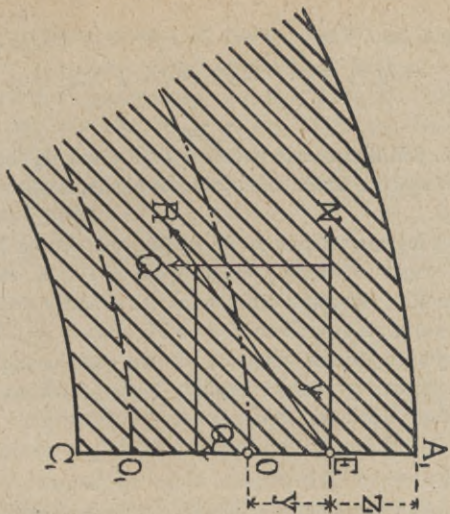
$$Q = R \sin \gamma \quad 50$$

będzie usiłowała przesunąć część sklepienia po prawej stronie spoiny w kierunku  $E C_1$ , ale nie zdoła tego uczynić, jeżeli będzie

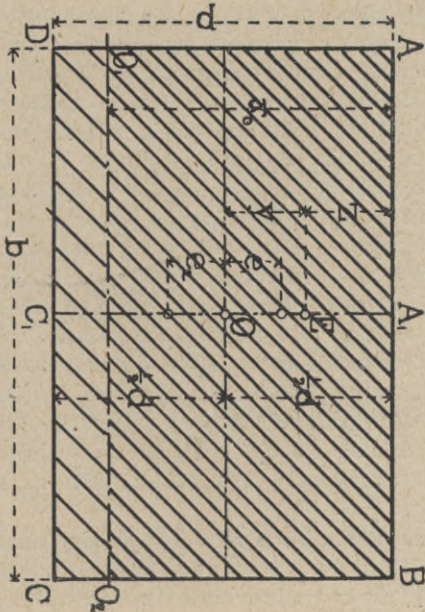
$$Q \leq f N = O_t \quad 51$$



Rysunek 46 b.  
Przekrój podłużny.



Rysunek 46 a.  
Przekrój poprzeczny.



albo  $R \sin \gamma \leq f R \cos \gamma$ ,  $\sin \gamma \leq f \cos \gamma$ , stąd  $\frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} = \operatorname{tg} \gamma \leq f$ ;  
 gdy zaś  $f = \operatorname{tg} \varphi$ , więc także, jeżeli  $\operatorname{tg} \gamma \leq \operatorname{tg} \varphi$ , a ostatecznie  
 jeżeli

$$\gamma \leq \varphi$$

52

to znaczy, jak długo kąt padania linii ciśnienia będzie mniejszy lub równy kątowi tarcia materiału sklepienia, ześlizgnięcie sklepienia nie nastąpi.

Z doświadczenia wiadomo, że współczynnik tarcia kamienia o kamień lub cegły o cegłę  $f = 0.53$  do  $0.76$ ; a stąd kąt tarcia  $\varphi = 26$  do  $36^\circ$ ; dla muru o beton lub też o mur  $f = 0.76$ ,  $\varphi = 37^\circ$ ; jeżeli zaś zaprawa świeża to  $f = 0.51$ , oraz  $\varphi = 27^\circ$ .

Zaznaczyć tu jednak wypada, że kąt padnięcia  $\gamma$  linii ciśnienia na spoinę w rzeczywistości rzadko kiedy wydarza się tak duży, jak wykazują wartości graniczne wyżej zestawione, i dla tego ześlizgnięcie się bardzo rzadko stanowi kwestję w sklepieniu.

**3. Zgniecenie sklepienia.** Siły wypadkowe  $R_1$  do  $R_n$ , których kierunki tworzą linię ciśnienia, względnie normalne składowe tych sił, wyrażone wzorem 47.  $N = R \cos \gamma$  (rys. 46a) wywołają w poszczególnych przekrojach podłużnych sklepienia albo jednostajne natężenie cisnące, jeżeli ich punkt zaczepienia  $E$  padnie w środek ciężkości przekroju, — alboważ niejednostajne natężenie cisnące, jeżeli ów punkt zaczepienia znajdzie się w pewnym odstępnie  $y$  od środka ciężkości przekroju. W tym ostatnim razie okaże się największe natężenie cisnące w najbliższej krawędzi przekroju, prostopadłej do płaszczyzny działania sił, zaś najmniejsze natężenie cisnące, — które może zejść nawet na największe natężenie ciągnące, — w krawędzi wprost przeciwległej, a to zależnie od tego, czy odstęp punktu zaczepienia  $E$  od środka ciężkości wypadnie mniejszy lub większy od odległości rdzenia przekroju.

Jest to więc zupełnie ten sam objaw, jaki przedstawiono w oddziale C, rozdz. VII., na str. 1378 i następujących, co do ekscentrycznie obciążonych żelbetonowych słupów, względnie ciśnionych członów zespołu, i daje się obliczyć z dostateczną ścisłością według przedstawionych tam wzorów 794., 795. i 821. za stosowną zmianą oznaczeń.

I tu zatem trzeba liczyć się z dwoma przypadkami.

a) Jeżeli odstęp  $y$  punktu zaczepienia siły  $N$  od środka ciężkości przekroju jest mniejszy od odległości  $e_1$ , względnie  $e_2$  rdzenia.

W tym przypadku występują w całym przekroju wyłącznie nateżenia cisnące; przyjąwszy zaś, że przekrój podłużny sklepienia ma postać przekroju poprzecznego  $AB B_1 CD D_1 EG$  przedstawionego w rys. 116., w rozdz. VII., na str. 1378, to rzeczzone nateżenia cisnące dają się obliczyć z dostateczną ścisłością wzorami 794. i 795., które po stosownej zmianie niektórych oznaczeń przybiorą następującą postać:

$$\sigma_1 = \frac{N}{F} + \frac{M x_1}{J} = \frac{N}{F} + \frac{N y x_1}{J} = \frac{N}{F} \left( 1 + \frac{F y x_1}{J} \right) \quad 53$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{F} - \frac{M x_2}{J} = \frac{N}{F} - \frac{N y x_2}{J} = \frac{N}{F} \left( 1 - \frac{F y x_2}{J} \right) \quad 54$$

gdź moment  $M = Ny$ ; gdy zaś według wzoru 797. i 798. cytowanego właśnie rozdz. VII. dalekość rdzenia przekroju

$$e_1 = \frac{J}{F x_1} = \frac{i^2}{x_1} \quad 55$$

$$e_2 = \frac{J}{F x_2} = \frac{i^2}{x_2} \quad 56$$

więc otrzymamy ostatecznie analogicznie do wzorów 801. i 802.

$$\sigma_1 = \frac{N}{F} \left( 1 + \frac{y}{e_1} \right) = \frac{N}{F} \left( 1 + \frac{y x_1}{i^2} \right) \quad 57$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{F} \left( 1 - \frac{y}{e_2} \right) = \frac{N}{F} \left( 1 - \frac{y x_2}{i^2} \right) \quad 58$$

Oznaczenia odmienne we wzorach wyżej zestawionych wynikają z właściwości sklepienia, a mianowicie:  $F$  jest powierzchnią podłużnego przekroju sklepienia,  $N$  składowa prostopadła siły  $R$ ,  $x_1$  i  $x_2$  odstępki krawędzi przekroju najwięcej i najmniej ciśnionej od środka ciężkości,  $J$  moment bezwładności przekroju  $F$ ,  $i$  ramię momentu bezwładności, obliczalne według równania

$$i = \sqrt{\frac{J}{F}} \quad 59$$

Przyjąwszy zresztą, że przekrój podłużny  $F$  sklepienia jest — jak zwykle — prostokątem o wysokości  $d$  i długości  $b$ , to będzie

$$F = b d, x_1 = x_2 = \frac{d}{2}, J = \frac{b d^3}{12}, e_1 = e_2 = e$$

$$e = \frac{\frac{1}{12} b d}{b d \times \frac{1}{2} d} = \frac{d}{6} \quad 60$$

wyraziwszy wreszcie  $b = 100$  cm, oraz  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $d$ ,  $y$  w centymetrach,  $N$  w kilogramach, i podstawiając we wzory 57. i 58. otrzymamy największe krawędźne nateżenie cisnące na 1 cm<sup>2</sup> w kilogramach

$$\sigma_1 = \frac{N}{100d} \left( 1 + \frac{6y}{d} \right) \quad 61$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{100d} \left( 1 - \frac{6y}{d} \right) \quad 62$$

Z wzoru 62. wynika, że  $\sigma_2$  będzie dodatnie czyli cisnące, jeżeli  $\frac{6y}{d} < 1$ , czyli gdy  $y < \frac{d}{6} = e$ ; nadto  $\sigma_2$  stanie się zerem, jeżeli  $1 - \frac{6y}{d} = 0$ , a więc gdy  $y = \frac{d}{6} = e$ ; wreszcie  $\sigma_2$  będzie ujemne czyli ciągnące, jeżeli  $\frac{6y}{d} > 1$ , czyli gdy będzie  $y > \frac{d}{6} = e$ .

To są właśnie oznaki rozpoznawcze, które oznajmniają, że w sklepieniu o danym przekroju i obciążeniu wystąpi wyłącznie tylko nateżenie cisnące, jeżeli punkt zaczepienia ekscentrycznej siły  $N$  nie wychodzi poza obręb dalekości rdzenia  $\pm e$  przekroju, czyli gdy wpada w obręb środkowej trzeciej części grubości  $d$  sklepienia w danem miejscu. Skoro zatem w tym razie okaże się po obliczeniu największe krawężne nateżenie cisnące  $\sigma_1$  co najwyżej równe dopuszczalnemu nateżeniu cisnącemu  $k$  w materiale muru, czyli skoro będzie  $\sigma_1 \leq k$ , to zgniecenie muru nie nastąpi. Natomiast, jeżeli ów punkt zaczepienia wyjdzie poza obręb środkowej trzeciej części grubości  $d$  sklepienia, powstanie w jednej części przekroju ciśnienie a w drugiej ciągnięcie z największością nateżeń na obu krawędziach i w tym razie trzeba się uciec do innych sposobów obliczenia niżej wskazanych.

b) Jeżeli  $y > e_1$  względnie  $y > e_2$ , czyli gdy  $x < d$  i w przekroju obok nateżeń cisnących wystąpią także nateżenia ciągnące.

W niniejszym przypadku — prócz nateżeń cisnących w jednej części przekroju — pojawiają się w drugiej jego części nateżenia ciągnące; gdy zaś mur sklepienia zarówno kamienny, jak ceglany, nie znosi nateżeń ciągnących, więc nastąpi w tej drugiej części wprost mniejsze lub większe rozwarcie się spoin, które wytrzymałość sklepienia uczyni nie tylko wątpliwą, ale może nawet spowodować zgniecenie się sklepienia. W tym stanie rzeczy, gdy część ciągniona przekroju nie może przyjąć nateżeń ciągnących, zachodzi potrzeba założenia, że istnieje tylko jedna, a to ciśniona część przekroju, na którą całkowite działanie z siły  $N$  idące należy przenieść. Część ta nazywa się skutecznym przekrojem po-

przeznym, a postać i wielkość jego oraz występujące w nim największe nateżenie cisnące należy wyznaczyć.

Do tego celu jednak nie nadają się poprzednie wzory 53. do 62., gdyż polegają na tem założeniu, że wszystkie punkta powierzchni przekroju spóldziałają wśród nateżeń siłą  $N$  wywołanych, podczas gdy zadaniem naszym jest wyłączenie zupełnie części ciągnionej przekroju, której spóldziałanie jest tu niemożliwe.

Ponieważ założeniu w tem pojęciu odpowiadają właśnie wzory pod poz. 2., poddziału 33., w rozdziale VII. na str. 1382 itd. dla ekscentrycznie obciążonych żelbetonowych słupów, względnie ciśnionych członów zespołu zestawione, więc nadają się z dostateczną ścisłością do obliczenia największego nateżenia cisnącego w niniejszym przypadku, w sposób następujący.

Odnośny wzór 820. (str. 1384) po wprowadzeniu oznaczeń, właściwych sklepieniu przybierze postać

$$x_0 - z = \frac{J}{S} \quad \mathbf{63}$$

gdzie odnośnie do rysunku 46 *b*, przedstawiającego zresztą zgodnie z rysunkiem 118 (str. 1383) prostokątny przekrój podłużny  $ABCD$  sklepienia z zakreskowaną częścią ciśnioną  $ABO_1O_2 = F_s = b x$ ,  $x_0$  jest odstępem linii zerowej od najwięcej ciśnionej krawędzi  $AB$  przekroju, która to linja jest prostopadła do płaszczyzny działania siły ekscentrycznej  $N$ , mającej punkt zaczepienia  $E$  w odstępie  $z$  od krawędzi  $AB$ ,  $J$  moment bezwładności i  $S$  moment statyczny skutecznego przekroju  $F_s$  względem linii zerowej  $O_1O_2$  (rys. 46 *b*).

Ponieważ tu moment bezwładności  $J = \frac{b x_0^3}{3}$  **64**

zaś moment statyczny  $S = b x_0 \times \frac{x_0}{2} = \frac{1}{2} b x_0^2$  **65**

więc po podstawieniu tych wartości we wzór 63. otrzymamy

$$x_0 - z = \frac{\frac{1}{3} b x_0^3}{\frac{1}{2} b x_0^2} = \frac{2}{3} x_0 \quad \mathbf{66}$$

$$\text{stad } z = \frac{x_0}{3} \quad \mathbf{67}$$

$$x_0 = 3 z \quad \mathbf{68}$$

Z tego widno, że nateżenie cisnące rozkłada się na przekrój skuteczny, którego szerokość  $x_0$  jest 3 razy tak wielka jak odstęp  $z$  punktu zaczepienia  $E$  siły  $N$  od krawędzi najwięcej ciśnionej  $AB$ .

Największe wreszcie ciśnienie w krawędzi odnośnie do wzoru 821. w rozdziale VII., na str. 1384:

$$\sigma_d = \frac{N x_o}{S} = \frac{N (x_o - z) x_o}{J} \quad 69$$

a stąd po podstawieniu wartości  $S, J, x_o - z$  z wzorów 64., 65., 66. otrzymujemy dla przekroju prostokątnego

$$\begin{aligned} \sigma_d &= \frac{N x_o}{\frac{1}{2} b x_o^2} = \frac{N x_o}{\frac{1}{3} b x_o^3} \cdot \frac{2}{3} x_o, \text{ ostatecznie} \\ \sigma_d &= \frac{2 N}{b x_o} = \frac{2 N}{3 b z} \quad 70 \end{aligned}$$

gdzie  $x_o, b, z$  w centymetrach,  $N$  w kilogramach, zaś  $\sigma_d$  wyniknie także w kilogramach na  $1 \text{ cm}^2$  powierzchni ciśnionej części przekroju.

Gdyby siła  $N$  działała w środku ciężkości ciśnionego skutecznego przekroju  $F_s$ , to natężenie cisnące byłoby jednostajne i na każdy centymetr kwadratowy wyniosłaby

$$\sigma_{cd} = \frac{N}{F_s} = \frac{N}{b x_o} = \frac{N}{3 b z} \quad 71$$

Z porównania wzoru 70. z wzorem 71. okazuje się

$$\sigma_d = 2 \sigma_{cd} \quad 72$$

to znaczy, że rzeczywiste największe natężenie cisnące krawężne przekroju skutecznego jest 2 razy większe od natężenia cisnącego centrycznego, idącego z pomyślanego działania centrycznego siły  $N$ .

Z pomocą wzoru 68. otrzymujemy wielkość powierzchni  $F_s = b x_o = 3 b z$  skutecznego przekroju, względnie odstęp  $x_o$  linii zerowej  $O_1 O_2$ , jeżeli od krawędzi najwięcej ciśnionej odmierzymy prostopadłe trzykrotny odstęp  $z$ .

Jeżeli wreszcie zgodnie z założeniem podstawimy we wzór 70.:  $b = 100 \text{ cm}$ , oraz największe dopuszczalne natężenie cisnące kra-

wężne  $k$  w murze sklepienia, więc będzie  $k = \frac{2 N}{300 z}$  73

$$\text{a stąd } z = \frac{2 N}{300 k} \quad 74$$

Warunek wytrzymałości sklepienia przeciw zguięceni, wyrażony równaniem 74. wymaga, by odstęp  $z$  linii ciśnienia, od którego-

kolwiek z obu łuków sklepienia nie był mniejszy lub co najwyżej równy wartości  $\frac{2 N}{300 k}$ .

Wprawdzie ekscentryczna siła cisnąca  $N$  w każdym miejscu poprzecznego przekroju sklepienia ma inną wartość od klucza do pachy idąc, zaczem i odstęp  $z$  powinienby mieć stosownie zmienne

wartości. W praktyce jednak oblicza się wielkość  $z$  dla największej siły  $N$ , występującej na oporze i zastosowuje się tę wielkość jako stałą w całym sklepieniu. W ten sposób można zatem wskreślić w sklepieniu dwie linje łukowe graniczne, poza które linja ciśnienia nie powinna wyjść w kierunku żadnego z obu łuków zewnętrznych sklepienia.

Jeżeli zatem sklepienie otrzyma taki skuteczny przekrój podłużny stały, względnie zmienny, w którym odległość  $x_0$  linii zerowej od krawędzi najwięcej ciśnionej będzie trzykrotnością odstepu  $z$  punktu zaczepienia siły  $N$  od rzezczonej krawędzi, to jest: w którym  $x_0 = 3z = d_s$ , a sam odstęp  $z$  odpowie warunkowi, wyrażonemu wzorem 74., to w przekroju tym wystąpią wyłącznie tylko natężenia cisnące, a sklepienie takie będzie dostatecznie wytrzymałe na zgniecenie, idące z działania siły  $N$ .

Nakoniec, co do określonego rysunkiem 45. położenia obu granicznych linii ciśnienia, z których jedna odpowiada najmniejszemu parciu poziomemu  $H_{min}$ , a druga największemu  $H_{max}$  według wzoru 45. i 46., wypada podnieść, że dla obu tych linii odstęp  $z = 0$ , a zatem największe krawężne natężenie cisnące według wzoru 70. będzie

$$\sigma_d = \frac{2N}{3bz} = \frac{2N}{0} = \infty, \text{ t. j. nieskończenie wielkie i musiałoby nastąpić zgniecenie sklepienia.}$$

Zaczem okazuje się, że obie te graniczne linje ciśnienia nie odpowiadają wytrzymałości sklepienia przeciw zgnieceniu, i że muszą znajdować się co najmniej w takim odstepie  $z$  od obu łuków zamykających sklepienie, jaki wynika z warunkowego wzoru 74. Rozumie się jednak, że skoro dadzą się wykreślić obie graniczne linje ciśnienia w ten sposób, aby odstęp

ich od najbliższego łuku sklepienia w kluczu i w pasze  $z = \frac{d}{3}$ , to będzie oczywiście jeszcze korzystniej.

### c) Parcie poziome różnych sklepień kolebkowych.

1. Sklepienie półkoliste. Linja ciśnienia w tem sklepieniu powinna być także półkolista, co jednak nie jest możliwe, gdyż w takim razie kierunek ostatniej siły wypadkowej  $R_n$ , względnie styczna do linii ciśnienia w punkcie jej zaczepienia na oporze musiałaby być pionową i jako taka nie mogłaby być wypadkową z parcia poziomego  $H$  i obciążenia pionowego  $G_1$  tak, jak wszystkie poprzedzające ją wypadkowe  $R_1, R_2, R_3 \dots R_{n-1}$ . Gdy zatem wobec tego linja ciśnienia nie może przedstawiać półkola pełnego,

więc zamiast obustronnych dolnych części kolebki półkolistej wysuwa się poziome warstwy cegieł z muru oporowego po łuku jako tak zwane wysklepki, i na nich dopiero jako na oporach wy-murowuje się w dalszym ciągu półkola sklepienie segmentowe, któremu odpowiada kąt środkowy około  $120^\circ$ . W tak utworzonych warunkach sklepienia obliczenie parcia poziomego  $H$  itd. nie natrafia już na żadne przeszkody.

**2.** Sklepienie płytkie. Parcie poziome  $H$  i wypadkowa  $R_n$ , względnie oddziaływanie oporowe  $O_1$  oblicza się w sposób, wskazany wzorami 41. i 42.

**3.** Sklepienie płaskie czyli płytowe. Parcie poziome  $H$  i wypadkowa  $R_n$  równa oddziaływanii  $O_1$  oblicza się w sposób wskazany wyżej pod 2., ale z odniesieniem do pomyślanego bardzo płytkiego sklepienia, wrysowanego w przekrój danego sklepienia płytowego w ten sposób, że oba końce dolnego łuku wspierają się na krawędziach opory, zaś wierzchołek górnego łuku dotyka zewnętrznej powierzchni płaskiej sklepienia płytowego.

**4.** Sklepienie kolebkowe niesymetryczne. Jeżeli w przekroju sklepienia niesymetrycznego, dostatecznie wytrzymałego, uwi-doecznionego w rysunku 47. są dane pośrodku grubości punkta za-czepienia linii ciśnienia  $A_o, B_o, C_o$ , oraz jeżeli wypadkowa całko-witego obciążenia lewej połowy sklepienia jest  $G_1$  w odstępnie  $x_1$  od punktu zaczepienia oporowego  $A_o$ , zaś prawej połowy  $G_2$  w od-stępnie  $x_2$  od punktu zaczepienia oporowego  $B_o$ , to obie połowy będą wzajemnie na siebie parły w punkcie zaczepienia  $C_o$  w kluczu z jednaką mocą ze względów równowagi statycznej. Każde z obu tych paré jest wynikiem oddziaływań  $O_1$  i  $O_2$ ; i chociaż kierunek rzeczonych paré jest nieznanym, to można pomyśleć, że parcie idące z lewej połowy sklepienia, daje się rozłożyć na parcie poziome  $H_2$  i siłę pionową  $V_2$ , które są tak samo wielkie, jak składowe idące z prawej połowy sklepienia i działające w kierunku wprost prze-ciwnym.

W stanie równowagi statycznej muszą zatem zachodzić równania momentów sił, odniesione w lewej połowie sklepienia do punktu obrotu  $A_o$ , w prawej do  $B_o$ , a mianowicie:

$$H_2 y_1 + Q_2 a_1 = G_1 x_1, \quad H_1 y_2 - Q_1 a_2 = G_2 x_2, \quad \text{stąd}$$

$$Q_2 = \frac{G_1 x_1 - H_2 y_1}{a_1}, \quad - Q_1 = \frac{G_2 x_2 - H_1 y_2}{a_2}, \quad \text{gdy zaś ze względu na}$$

równowagę statyczną musi być  $H_1 = H_2 = H$ , oraz  $Q_2 = Q_1 = Q$ , więc

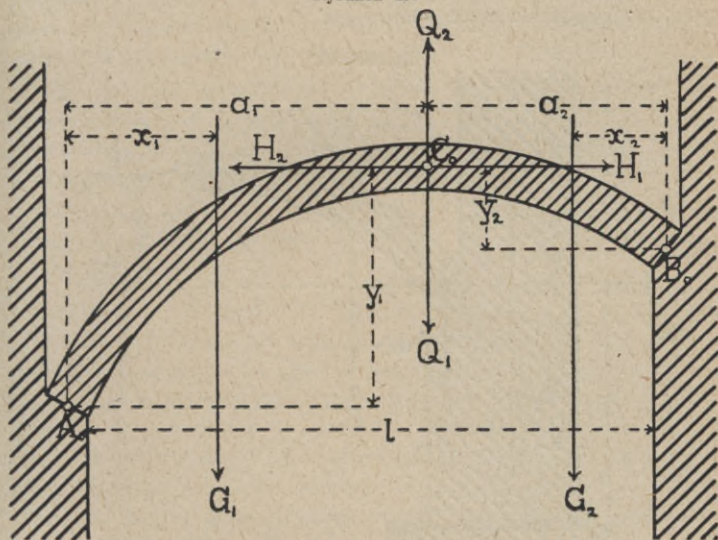


$$\frac{G_1 x_1 - H_2 y_1}{a_1} = - \frac{G_2 x_2 - H_1 y_2}{a_2}, \quad - H_2 (y_1 a_2 + y_2 a_1) =$$

$$= - G_1 x_1 a_2 - G_2 x_2 a_1 \text{ ostatecznie parcie poziome}$$

$$H = H_1 = H_2 = \frac{G_1 x_1 a_2 + G_2 x_2 a_1}{y_1 a_2 + y_2 a_1} \quad 75$$

Rysunek 47.



#### d) Stałość opór<sup>1</sup> i filarów sklepienia.

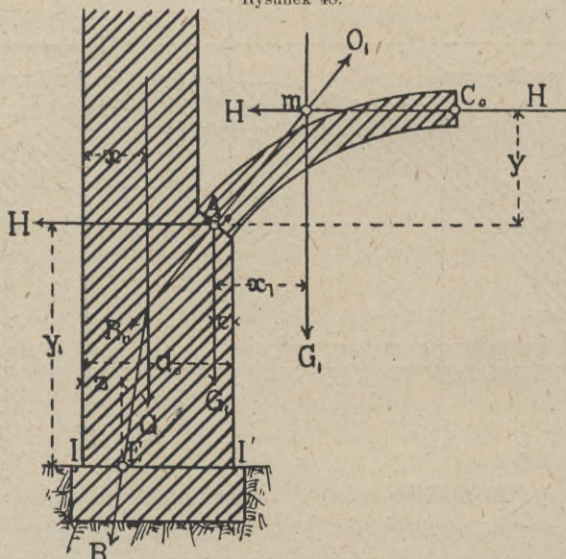
Wytrzymałość czyli stałość muru oporowego, względnie filaru sklepieniowego zawisła od ostatniej siły wypadkowej  $R_n$  na oporze, — równej zresztą oddziaływaniu oporowemu  $O_1$ , — złożonej z parcia poziomego  $H$  i całkowitego obciążenia pionowego  $G_1$  lewej połowy sklepienia. Obciążenie  $G_1$  jest dane lub łatwo zresztą obliczalne; natomiast rzeczywistego parcia  $H$  nie znamy, gdyż jest dla każdej możliwej linii ciśnienia inne. Jesteśmy jednak w stanie oznaczyć pewne graniczne jego wartości, to jest  $H_{min}$  i  $H_{max}$ , a tem samem i graniczne wartości wypadkowej  $R_n$ , względnie oddziaływania  $O_1$ , co zresztą zupełnie wystarczy do wyznaczenia stałości muru oporowego, który gdy będzie dostatecznie wytrzymały dla wartości granicznych, to wytrzyma tem samem i wszelkie pośrednie wartości  $H$  i  $R_n$ .

<sup>1</sup> Opóra rodz. żeńs., podobnie jak podpora dla odróżnienia od wyrazu opór rodz. męś.

Zwykle wystarcza przyjęcie za podstawę średniej wartości parcia poziomego  $H$ , odpowiadającego średniej linii ciśnienia, o ile wogóle da się wykreślić.

Jeżeli wypadkowa ogólna  $R$  wszystkich sił, działających ponad uwidoczną w rys. 48. spoiną  $I-I'$  muru oporowego w odsadce fundamentowej przetnie tę spoinę w punkcie  $E$ , to jest to zarazem punkt linii ciśnienia muru oporowego.

Rysunek 48.



Na ogólną tę wypadkową  $R$  składają się: siła  $R_n$  z punktem zaczepienia  $A_0$ , względnie jej składowe  $H$  i  $G_1$ , oraz ciężar całkowity  $G$  muru oporowego; stąd ze względu na równowagę statyczną otrzymujemy równanie momentów

$$G_1 (d_0 - c - z) + G (x - z) - H y_1 = 0, \text{ stąd} \\ -(G_1 + G) z = -G_1 (d_0 - c) - G x + H y_1$$

wreszcie odstęp punktu zaczepienia  $E$  od zewnętrznej krawędzi  $I$  muru oporowego

$$z = \frac{G_1 (d_0 - c) + G x - H y_1}{G_1 + G} \quad 76$$

Również i sposobem wykreślnym daje się położenie punktu  $E$  wyznaczyć.

Warunkiem wytrzymałości czyli stałości muru oporowego jest, by siły nań działające nie spowodowały ani wywrócenia około krawędzi zewnętrznej  $I$ , ani zgniecenia materiału muru, ani też przesunięcia się wzdłuż spoiny.

Wywrócenie muru musi nastąpić, jeżeli wypadkowa  $R$  przecnie przedłużenie spoiny  $I - I'$  na zewnątrz krawędzi  $I$ , czyli gdy  $z$  wypadnie odjemne według wzoru 76.; dodatnie  $z$  zatem będzie oznaką, że wywrócenie nie wydarzy się.

Sama wszakże wypadkowa  $R$  składa się z siły poziomej  $H$  i z ekscentrycznie cisnącej pionowej  $P = G_1 + G$ , z których pozioma może spowodować ześlizgnięcie się muru po spoinie  $I - I'$ , a pionowa zgniecenie.

Ześlizgnięcie nie nastąpi, jeśli spełniony zostanie warunek, wyrażony wzorem 52. względnie 51., który w odniesieniu do muru oporowego przybierze postać

$$H \leq f P = f (G_1 + G) = 0, \quad 77$$

Co się tyczy zgniecenia muru, to trzeba przedewszystkiem stwierdzić zapomocą wzoru 55. i 56., a właściwie zapomocą wzoru 60. — z powodu, że przekrój muru oporowego jest w spoinie  $I - I'$  prostokątny o powierzchni  $F = b d$ , — czy odstęp  $y$  punktu zaczepienia  $E$  wypadkowej  $R$  od środka ciężkości przekroju jest mniejszy lub większy od odległości rdzenia przekroju, względnie czy w całym przekroju lub w pewnej tylko części jego zapanuje natężenie cisnące.

W pierwszym przypadku oblicza się największe natężenie cisnące według wzoru 57. i 58., a właściwie według wzoru 61. i 62., który w odniesieniu do naszego muru oporowego przybierze postać

$$\sigma_1 = \frac{G_1 + G}{d} \left( 1 + \frac{6 y}{d} \right) = \frac{P}{d} \left( 1 + \frac{6 y}{d} \right) \quad 78$$

$$\sigma_2 = \frac{G_1 + G}{d} \left( 1 - \frac{6 y}{d} \right) = \frac{P}{d} \left( 1 - \frac{6 y}{d} \right) \quad 79$$

jeżeli się okaże  $\sigma_1$  co najwyżej równe dopuszczalnemu natężeniu cisnącemu  $k$  w materiale muru, czyli skoro będzie  $\sigma_1 \leq k$ , to zgniecenie muru nie nastąpi.

W drugim przypadku, to jest gdy w jednej części przekroju wystąpi natężenie cisnące, a w drugiej ciągnące, oblicza się największe krawężne natężenie cisnące w przekroju skutecznym według wzoru 69., względnie według wzoru 70., który przybierze tu postać

$$\sigma_d = \frac{2P}{bx} = \frac{2(G_1 + G)}{3bz} = \frac{2(G_1 + G)}{300z} \quad 80$$

i skoro się okaże  $\sigma_d$  co najwyżej równe dopuszczalnemu nateżeniu ciskającemu  $k$ , t. j. gdy  $\sigma_d \leq k$ , to zgniecenie muru oporowego nie nastąpi.

Filary sklepieniowe oblicza się w podobny sposób jak mur oporowy, czyli opora sklepienia z tą różnicą, że na filarze wspiera się co najmniej dwa sklepienia.

#### e) Zestawienie ostatecznych wniosków.

Z przeprowadzonego wyżej pod 1. do 4. wywodu wynikają następujące wnioski.

a) Jeżeli na podstawie danych rozmiarów i obciążenia sklepienia kolebkowego da się wykreślić w poprzecznym jego przekroju linja ciśnienia, która ze wszystkich innych możliwych linii ciśnienia zbliży się w przecięciu najwięcej do osi łukowej przekroju, to będzie to rzeczywista linja ciśnienia. Gdy zaś w budownictwie łądowym i przekrój i obciążenie sklepienia są stałe, więc wyznaczona w ten sposób linja ciśnienia daje tu dostateczną pewność co do wytrzymałości sklepienia.

b) W licznych przypadkach, gdzie wyznaczenie linii ciśnienia jest trudne, wystarczy wyznaczenie — o ile to możliwe — największej i najmniejszej linii ciśnienia w takim wszakże położeniu, by najmniejszy ich odstęp  $z$  od łuków zewnętrznych sklepienia posiadał conajmniej wartość, wynikającą z wzoru 74.

c) Jeżeli największa i najmniejsza linja ciśnienia dadzą wykreślić się w obrębie rdzenia przekroju poprzecznego i spadną w jedną linję, to świadczy to jeszcze korzystniej o wytrzymałości sklepienia.

d) Styczna linii ciśnienia wogóle, a zatem także najmniejszej i największej linii ciśnienia nie powinna w żadnym miejscu przekroju tworzyć z prostopadłą do spoiny większego kąta, niż kąt tarcia materiału sklepienia, aby nie nastąpiło ześlizgnięcie się muru sklepienia wzdłuż spoiny.

#### f) Wykreślenie linii ciśnienia.

Na podstawie całego wyżej przedstawionego wywodu statycznego przeprowadza się wyznaczenie linii ciśnienia, potrzebnej grubości w kluczu i pasze, oraz wytrzymałości danego sklepienia w sposób, uwidoczniiony w następujących dwu przykładach.

## PRZYKŁAD I.

Jak wielką grubość w kluczu i pasze trzeba nadać sklepieniu kolebkowemu z cegieł na zaprawie wapiennej pod posadzką sali gimnastycznej obciążoną  $400 \text{ kg/m}^2$ , jeżeli rozpiętość sklepienia ma wynosić w świetle  $8 \text{ m}$ , strzałka  $2 \text{ m}$ , wierzch  $n_1 n$  (rys. 49.) nadmurowania sięgać  $40 \text{ cm}$  niżej powierzchni posadzki  $f_1 f_2$ , grubość nasypki w kluczu łącznie z posadzką  $0.20 \text{ m}$ .

## 1. Linja ciśnienia i wytrzymałość sklepienia.

Rysujemy przedewszystkiem wewnętrzny łuk  $A C$  lewej połowy poprzecznego przekroju sklepienia, uwidocznionego w rys. 49., przyjmujemy lub obliczamy na podstawie jednego z wzorów doświadczalnych grubość w kluczu i pasze i wrysowujemy. W niniejszym przypadku przyjmujemy grubość w kluczu  $d_1 = 30 \text{ cm}$ , w pasze  $d_2 = 45 \text{ cm}$ , i otrzymany w ten sposób zarys przekroju dzielimy na pionowe, po  $0.5 \text{ m}$  szerokie paski trapezowe pod założeniem, że mała część łuku sklepienia, tworząca dolny bok pasków, jest linią prostą. Paski te przedewszystkiem sprowadzamy do takiej wysokości, jakąby posiadał mur sklepieniowy tak samo ciężki, jak odnośna część nasypki z podłogą, oraz jak obciążenie użytkowe sklepienia, zapomocą schematycznego wzoru:

$$h = h_m + h_n \cdot \frac{\gamma_n}{\gamma} + \frac{q}{\gamma} = h_m + h'_m + h''_m \quad 81$$

gdzie  $h_m$  jest rzeczywista wysokość muru wpadającego w obręb paska,  $h_n$  rzeczywista wysokość nasypki z podłogą,  $\gamma_n$  jej ciężar właściwy,  $\gamma$  ciężar właściwy muru,  $h'_m = h_n \cdot \frac{\gamma_n}{\gamma}$  wysokość zredukowana nasypki do wysokości muru,  $q$  obciążenie użytkowe na  $1 \text{ m}^2$ ,  $h''_m = \frac{q}{\gamma}$  wysokość zredukowana użytkowego obciążenia sklepienia.

Po dokonaniu tej redukcji wysokości mnożymy paski przez  $1 \text{ m}$  długości sklepienia, mierzonej prostopadle do płaszczyzny rysunku 49, i obliczamy ich objętość i ciężar.

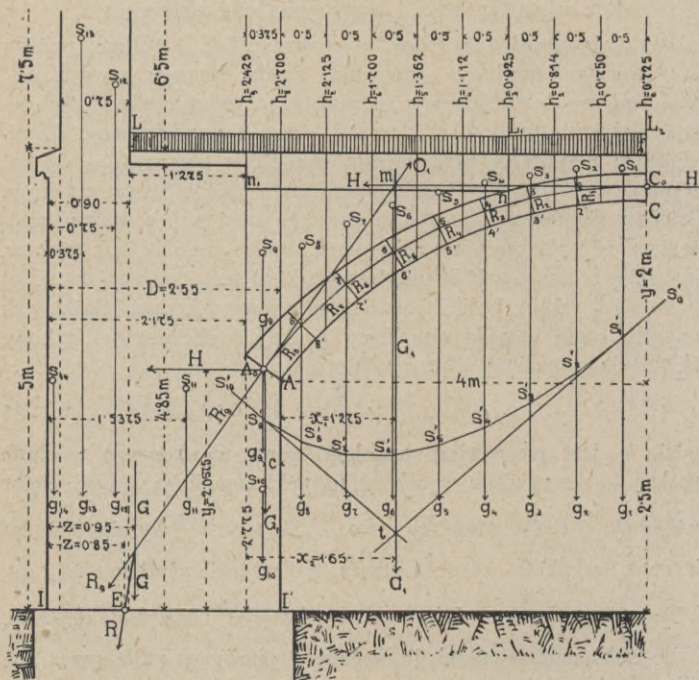
Podstawiawszy we wzór 81. odnośnie do istniejących norm  $\gamma = 1600 \text{ kg}$ ,  $\gamma_n = 1400 \text{ kg}$ , dane  $q = 400 \text{ kg/m}^2$ ,  $h_n = 0.2 \text{ m}$  otrzymujemy zredukowane długości boków pionowych każdego paska w następującym szeregu:

$$h_0 = 0.3 + 0.2 \times \frac{1400}{1600} + \frac{400}{1600} = 0.3 + 0.875 \times 0.2 + 0.25 = 0.725 \text{ m}$$

$$h_1 = 0.3075 + 0.2175 \times 0.875 + 0.25 = 0.750 \text{ m},$$

$$\begin{aligned}
 h_2 &= 0.3125 + 0.2875 \times 0.875 + 0.25 = 0.814 \text{ m}, \\
 h_3 &= 0.325 + 0.4 \times 0.875 + 0.25 = 0.925 \text{ m}, \\
 h_4 &= 0.5125 + 0.4 \times 0.875 + 0.25 = 0.5125 + 0.35 + 0.25 = 1.112 \text{ m}, \\
 h_5 &= 0.7625 + 0.60 = 1.362 \text{ m}, \quad h_6 = 1.10 + 0.60 = 1.700 \text{ m}, \\
 h_7 &= 1.525 + 0.60 = 2.125 \text{ m}, \quad h_8 = 2.10 + 0.60 = 2.700 \text{ m}, \\
 h_9 &= 1.825 + 0.60 = 2.425 \text{ m}.
 \end{aligned}$$

Rysunek 49.  
Przekrój sklepienia z filarem oporowym.



Stąd ciężar objętości pasków 0.5 do 0.375 m szerokich, wzmnożonych przez 1 m długości sklepienia:

$$g_1 = \frac{h_0 + h_1}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \frac{0.725 + 0.750}{2} \times 800 = . 590 \text{ kg}$$

$$g_2 = \frac{0.750 + 0.814}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = 0.782 \times 800 = . 626 \text{ „}$$

$$g_3 = \frac{0.814 + 0.925}{2} \times 800 = . . . . . 696 \text{ „}$$

Do przeniesienia . . . . . 1912 kg

	Z przeniesienia . . . . .	1912 kg
$g_4 = \frac{0.925 + 1.112}{2}$	$\times 800 = . . . . .$	815 „
$g_5 = \frac{1.112 + 1.362}{2}$	$\times 800 = . . . . .$	990 „
$g_6 = \frac{1.362 + 1.700}{2}$	$\times 800 = . . . . .$	1225 „
$g_7 = \frac{1.700 + 2.125}{2}$	$\times 800 = . . . . .$	1530 „
$g_8 = \frac{2.125 + 2.700}{2}$	$\times 800 = . . . . .$	1930 „
$g_9 = \frac{2.700 + 2.425}{2}$	$\times 0.375 \times 1600 = . . . . .$	1538 „
$\Sigma g = G_1 = . . . . .$		9940 kg

Po wkreśleniu obliczonych wyżej zredukowanych długości  $h_o$  do  $h_9$  w przekrój sklepienia, od dolnego czyli wewnętrznego jego łuku  $A C$  mierząc, otrzymujemy z połączenia wierzchnich ich punktów końcowych linię obciążenia  $L L_1 L_2$ , zamykającą trapezy pasków od góry, wyznaczamy środki ciężkości pasków i z tych środków jako z punktów zaczepienia wykreślamy linie pionowe, wskazujące kierunek działania ciężarów  $g_1$  do  $g_9$ .

Osobno rysujemy wypadkową  $G_1 = g_1 + g_2 + \dots + g_9 = \Sigma g$  jako linię pionową w skali  $1 \text{ cm} = 1000 \text{ kg}$  i z obranego obok dowolnie bieguna  $O^1$  (rys. 50.) tworzymy wielobok sił  $a O^1 g_9$  zaś na pionowych kierunkach ciężarów (rys. 49.) wielobok sznurowy  $s_0 s_1 s_2 \dots s_9 s_{10}$ , którego bok  $s_0 s_1 \parallel a O^1$ ,  $s_1 s_2 \parallel g_1 O^1$ ,  $s_2 s_3 \parallel g_2 O^1 \dots s_8 s_9 \parallel g_8 O^1$ ,  $s_9 s_{10} \parallel g_9 O^1$ . Skrajne kierunki tego wieloboku sznurowego  $s_0 - s_1$  i  $s_9 - s_{10}$  przedłużone przetną się w punkcie  $t$ , przez który — jak wiadomo — musi przechodzić pionowa wypadkowa  $G_1$  i w ten sposób położenie jej zostało już ustalone.

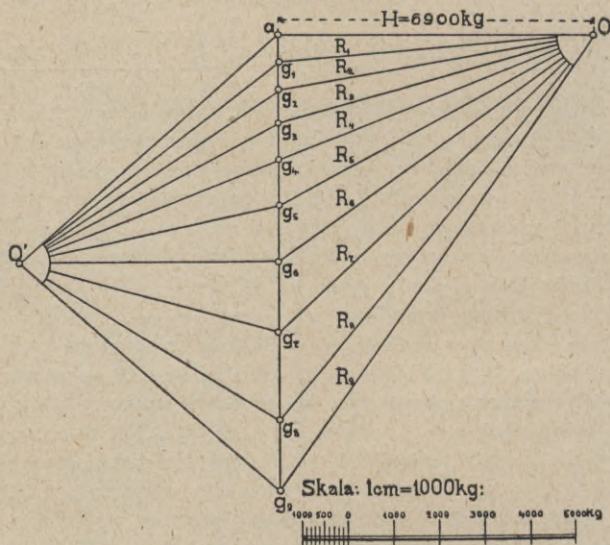
Ponieważ między wszystkimi linjami ciśnienia, jakie dadzą się wykreślić w naszym sklepieniu będzie także jedna taka, która przejdzie przez środki grubości  $C_o$  w kluczu i  $A_o$  w pasze, a rzeczywista linja ciśnienia — jak stwierdzono — powinna właśnie najwięcej zbliżać się do osi łukowej przekroju, więc przyjmujemy  $A_o$  i  $C_o$  jako punkta zaczepienia linji ciśnienia, przedłużamy parcie poziome  $H$  od punktu  $C_o$  do przecięcia się z siłą pionową  $G_1$  w punkcie  $m$ , przez który — jak wiemy — musi ze względów statycznych przechodzić także i oddziaływanie oporowe  $O_1$ , mające punkt zaczepienia  $A_o$  i w ten sposób jest już wyznaczony kierunek  $A_o m$  oddziaływania  $O_1$ , właściwego przyjętym obu punktom

zaczepienia linii ciśnienia. Wykreśliwszy z punktu  $a$  pomocniczego wieloboku sił (rys. 50.) linię poziomą w prawo, z punktu zaś  $g_9$  równoległą do kierunku  $A_o m$  oddziaływania  $O_1$  aż do przecięcia się z poziomą, otrzymujemy wielkość parcia poziomego  $a O = H$  właściwego linii ciśnienia przyjętej, oraz wielkość oddziaływania  $g_9 O$  jako wypadkową sił składowych  $H$  i  $G_1$ .

Z połączenia wreszcie punktów  $g_1, g_2, g_3 \dots g_9$  z punktem  $O$  powstaje nowy wielobok sił, którego linie  $g_1 O, g_2 O, g_3 O \dots g_9 O$

Rysunek 50.

Wielobok sił.



są kolejnymi wypadkowymi  $R_1, R_2 \dots R_9$  i jeżeli na tej podstawie wkreślimy w przekrój sklepienia linię łamaną w ten sposób, że będzie  $C_o - 1 \parallel a O, 1 - 2 \parallel g_1 O, 2 - 3 \parallel g_2 O \dots 8 - A_o \parallel g_9 O$ , to otrzymamy wielobok sznurowy, złożony z kierunków wszystkich odnośnych sił wypadkowych  $R$ , którego punkta przecięcia z poszczególnymi spoinami sklepienia tworzą właśnie linię ciśnienia. Ta linja mówiąc nawiasem wcale mało różni się od ostatniego wieloboku sznurowego i można uważać obie te linie łamane jedną za drugą zwłaszcza, jeżeli szerokość pasków jest niewielka.

Wielobok sił  $a O b$  wyrysowany w skali  $1 \text{ cm} = 1000 \text{ kg}$  wykazuje:



$H = 6900 \text{ kg}$ ,  $R_1 = 6950$ ,  $R_2 = 7025$ ,  $R_3 = 7175$ ,  $R_4 = 7450$ ,  
 $R_5 = 7875$ ,  $R_6 = 8525$ ,  $R_7 = 9475$ ,  $R_8 = 10875$ ,  $R_9 = 12100 \text{ kg}$ .

Można także obliczyć wielkości tych sił z odnośnych wzorów i w ten sposób sprawdzić dokładność wyniku rysunkowego, a mianowicie:

$H$  z wzoru 41., położenie siły  $G_1$  z wzoru 43., zaś wypadkowe  $R_1$ ,  $R_2 \dots R_9$  według wzoru 44., w którym  $H$  pozostaje stałe, a tylko  $G_1$  będzie zmienne i tak:

$R_1 = \sqrt{H^2 + g_1^2}$ ,  $R_2 = \sqrt{H^2 + (g_1 + g_2)^2}$ ,  $R_3 = \sqrt{H^2 + (g_1 + g_2 + g_3)^2}$ ,  
 itd. w końcu  $R_8 = \sqrt{H^2 + (G_1 - g_9)^2}$ ,  $R_9 = \sqrt{H^2 + G_1^2}$ .

Odnosnie do rys. 49. przedstawiają się daty szczegółowe co do położenia linii ciśnienia w następującej tabliczce:

W spoinie	Grubość sklepienia od klucza do pachy $d$	Szerokość rdzenia $\frac{1}{3} d$	Środek ciężkości spoiny $\frac{1}{2} d$	Odstęp punktu zaczepienia $m$ linii ciśnienia	
				$z$ od zewnętrznego łuku sklepienia	$y$ od środka ciężkości spoiny
w m e t r a c h					
1—1	0·3000	0·1000	0·1500	0·1500	.
2—2	0·3075	0·1025	0·1537	0·1537	.
3—3	0·3125	0·1042	0·1562	0·1375	0·0187
4—4	0·3250	0·1083	0·1625	0·1437	0·0188
5—5	0·3375	0·1125	0·1687	0·1437	0·0250
6—6	0·3625	0·1208	0·1812	0·1500	0·0312
7—7	0·3875	0·1292	0·1937	0·1625	0·0312
8—8	0·4250	0·1417	0·2125	0·1937	0·0188
9—9	0·4500	0·1500	0·2250	0·2250	.

Z tej tabliczki jakoteż i rys. 49. i 50. widno, że nasza linja ciśnienia jest rzeczywistą, gdyż bardzo tylko nieznacznie odstaje od osi łukowej poprzecznego przekroju sklepienia.

Celem zbadania, czy projektowane sklepienie jest dostatecznie wytrzymałe przeciw skrawężeniu się, trzeba przekonać się, czy wyznaczone wyżej parcie  $H = 6900 \text{ kg}$  leży w granicach największego i najmniejszego parcia poziomego, wynikającego z wzorów 45. i 46., po podstawieniu danych, uzyskanych z obliczenia i z rysunku 49. i 50.:  $G_1 = 9940 \text{ kg}$ ,  $x_1 = 1·275 \text{ m}$ ,  $y_1 = 2 + 0·3 = 2·3 \text{ m}$ ,  
 $x_2 = 1·275 + 0·375 = 1·65 \text{ m}$ ,  $y_2 = 2 \text{ m}$ ; stąd

$$H_{min} = \frac{G_1 x_1'}{y_1} = \frac{9940 \times 1·275}{2·3} = \frac{12673·5}{2·3} \cong 5510 \text{ kg},$$

$$H_{max} = \frac{9940 \times 1·65}{2} = \frac{16401}{2} \cong 8200 \text{ kg}.$$

A zatem okazuje się istotnie  $H_{min} < H < H_{max}$ , wobec czego nie zachodzi niebezpieczeństwo skrawężenia się sklepienia.

Z rys. 49. oraz z tabliczki wyżej umieszczonej łatwo ocenić, że kąty padania  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \dots \gamma_9$ , jakie tworzą wypadkowe  $R_1, R_2, R_3 \dots R_9$ , względnie styczne do linii ciśnienia z prostopadłą do spoin w punktach zaczepienia  $m_1, m_2, m_3 \dots$ , są tak nieznaczne, iż zbliżają się prawie do zera, zaczem  $\cos \gamma \cong 1$ , a stąd przedewszystkiem odnośnie do równania 47.  $N_1 = R_1 \cos \gamma_1 = R_1$ ,  $N_2 = R_2 \cos \gamma_2 = R_2$  itd. i można bez żadnej ujemy zamiast  $N_1, N_2, N_3 \dots$  uwzględnić w obliczeniach  $R_1, R_2, R_3 \dots$  itd. Nadto, gdy  $\gamma_1 \cong \gamma_2 \cong \gamma_3 \cong \dots \gamma_9 \cong 0 < \varphi = 26$  do  $36^\circ$ , czyli gdy kąty utworzone między prostopadłą do spoiny a odnośną wypadkową w punkcie zaczepienia są mniejsze niż kąt tarcia, więc niema niebezpieczeństwa ześliznięcia się sklepienia wzdłuż spoiny, a to na podstawie dopełnionego warunku, określonego wzorem 52.

Z ostatniej wreszeie kolumny rzeczony tabliczki widno, że punkta zaczepienia  $m_1, m_2, m_3 \dots$  stycznych do linii ciśnienia leżą prawie w środku ciężkości, a w najgorszym razie w obrębie rdzenia spoin odnośnych, z czego wniosek, że we wszystkich przekrojach podłużnych, względnie spoinach sklepienia zapanuje w całości nateżenie cisnące.

Wobec tego największe krawężne nateżenie cisnące oblicza się według wzoru 61. z uwzględnieniem wartości  $y$  z ostatniej kolumny tabliczki w sposób następujący.

W spoinie 1—1, gdzie  $y=0$ ,  $N=H=6900 \text{ kg}$ ,  $d_1=0.3 \text{ m}=30 \text{ cm}$ ,

$$\sigma_1 = \frac{H}{100 \cdot d} \left( 1 + \frac{6y}{d} \right) = \frac{6900}{100 \times 30} = 2.3 \text{ kg/cm}^2,$$

w spoinie 2—2, gdzie  $y=0$ ,  $N_1=R_1=6950 \text{ kg}$ ,  $d_2=0.3075 \text{ m}=30.75 \text{ cm}$ ,

$$\sigma_2 = \frac{6950}{100 \times 30.75} = 2.26 \text{ kg/cm}^2,$$

w spoinie 3—3, gdzie  $y=1.87 \text{ cm}$ ,  $N_2=R_2=7025 \text{ kg}$ ,  $d_3=31.25 \text{ cm}$ ,

$$\sigma_3 = \frac{7025}{100 \times 31.25} \left( 1 + \frac{6 \times 1.87}{31.25} \right) = 2.248 \times 1.36 = 3.06 \text{ kg/cm}^2,$$

w spoinie 4—4, gdzie  $y=1.88 \text{ cm}$ ,  $N_3=R_3=7175 \text{ kg}$ ,  $d_4=32.5 \text{ cm}$ ,

$$\sigma_4 = \frac{7175}{100 \times 32.5} \left( 1 + \frac{6 \times 1.88}{32.5} \right) = 2.21 \times 1.35 \cong 3 \text{ kg/cm}^2,$$

w spoinie 5—5, gdzie  $y=2.5 \text{ cm}$ ,  $N_4=R_4=7450 \text{ kg}$ ,  $d_5=33.75 \text{ cm}$ ,

$$\sigma_5 = \frac{7450}{100 \times 33.75} \left( 1 + \frac{6 \times 2.5}{33.75} \right) = 2.2074 \times 1.44 = 3.18 \text{ kg/cm}^2,$$

w spoinie 6—6, gdzie  $y=3.12\text{ cm}$ ,  $N_5=R_5=7875\text{ kg}$ ,  $d_6=36.25\text{ cm}$ ,

$$\sigma_6 = \frac{7875}{100 \times 36.25} \left( 1 + \frac{6 \times 3.12}{36.25} \right) = 2.17 \times 1.52 = 3.3\text{ kg/cm}^2,$$

w spoinie 7—7, gdzie  $y=3.12\text{ cm}$ ,  $N_6=R_6=8525\text{ kg}$ ,  $d_7=38.75\text{ cm}$ ,

$$\sigma_7 = \frac{8525}{100 \times 38.75} \left( 1 + \frac{6 \times 3.12}{38.75} \right) = 2.2 \times 1.484 = 3.27\text{ kg/cm}^2,$$

w spoinie 8—8, gdzie  $y=1.88\text{ cm}$ ,  $N_7=R_7=9475\text{ kg}$ ,  $d_8=42.5\text{ cm}$ ,

$$\sigma_8 = \frac{9475}{100 \times 42.5} \left( 1 + \frac{6 \times 1.88}{42.5} \right) = 2.23 \times 1.265 = 2.82\text{ kg/cm}^2,$$

w spoinie 9—9, gdzie  $y=0$ ,  $N_8=R_8=10875\text{ kg}$ ,  $d_9=45\text{ cm}$ ,

$$\sigma_9 = \frac{10875}{100 \times 45} = 2.42\text{ kg/cm}^2,$$

na oporze, gdzie  $y=0$ ,  $N_9=R_9=12100\text{ kg}$ ,  $d_{10}=45\text{ cm}$ ,

$$\sigma_{10} = \frac{12100}{100 \times 45} = 2.69\text{ kg/cm}^2.$$

Z obliczenia właśnie wyżej przeprowadzonego okazuje się, że w żadnym przekroju sklepienia największe nateżenie ciśnące nie dochodzi  $4\text{ kg/cm}^2$ ; gdy zaś dopuszczalne ciśnienie w murze ceglanym na zaprawie wapiennej wynosi  $5\text{ kg/cm}^2$ , więc projektowane sklepienie jest także dostatecznie wytrzymałe na zgniecenie.

Całkowite wyżej przeprowadzone obliczenie statyczne tyczy się także i prawej strony poprzecznego przekroju sklepienia, gdzie są dokładnie te same dane, a zatem i wynik musi wypaść tensam.

## 2. Wytrzymałość oporowego muru sklepienia.

Projektowany mur oporowy sklepienia z cegieł na zaprawie wapiennej jest  $2.55\text{ m}$  ponad odsadką fundamentową gruby, która to grubość — począwszy od pachy sklepienia aż do odsadki  $1.275\text{ m}$  szerokiej pod posadzką sali gimnastycznej — jest mniejsza o  $0.375\text{ m}$ , poczem przechodzi w ścianę  $75\text{ cm}$  grubą,  $6.5\text{ m}$  do odsadki strychowej wysoką, a wreszcie w mur strychowy  $45\text{ cm}$  gruby,  $1\text{ m}$  wysoki, jak to zresztą w głównym zarysie z rys. 49. widno. Obciążenie odsadki nasypką, posadzką i ciężarem użytkowym wynosi  $0.15 \times 1400 \times 1 \times 1.275 + 1 \times 1.275 \times 400 = 777.75\text{ kg}$ , zaś całkowite obciążenie ściany strychem  $3034.50\text{ kg}$  i dachem  $960\text{ kg}$ .

Odnosnie do tych danych dzielimy cały mur na stosownie do jego rozczłonkowania szerokie paski pionowe i obliczamy ciężar każdego paska, a mianowicie:

$$g_{10} = \frac{2.775 + 2.5}{2} \times 0.375 \times 1 \times 1600 = \dots 1582.50 \text{ kg}$$

$$g_{11} = 4.85 \times 1.275 \times 1 \times 1600 + 777.75 \text{ kg (obejście nie posadzką)} = \dots 10671.75 \text{ „}$$

$$g_{12} = 11.5 \times 0.3 \times 1 \times 1600 + 3034.5 \text{ kg (ciężar stropu)} = 8554.50 \text{ „}$$

$$g_{13} = 12.5 \times 0.45 \times 1 \times 1600 + 960 \text{ kg (ciężar dachu)} = 9960.00 \text{ „}$$

$$g_{14} = 5 \times 0.15 \times 1 \times 1600 = \dots 1200.00 \text{ „}$$

$$\text{Całkowite obciążenie muru oporowego } G = 31968.75 \text{ kg}$$

Odstęp tej siły  $G$  od krawędzi  $I$  w odsadce muru oporowego według wzoru 43.:

$$z_1 = \frac{1582.5 \times 2.3625 + 10671.75 \times 1.5375 + 8554.5 \times 0.75}{31968.75} + \frac{9960 \times 0.375 + 1200 \times 0.075}{31968.75} = \frac{30387.35}{31968.75}, \text{ ostatecznie } z_1 = 0.95 \text{ m.}$$

Znając wielkość i położenie całkowitego ciężaru  $G$  muru oporowego oraz siły wypadkowej  $R_0$  na oporze, jesteśmy w stanie złożyć obie te siły w ostateczną wypadkową  $R$  sposobem wykreślonym z równoczesnym wyznaczeniem odstepu jej punktu zaczepienia  $E$  od krawędzi  $I$  w odsadce fundamentowej muru oporowego (rys. 49.) zapomocą wzoru 76., mianowicie:

$$z = \frac{G_1(d-c) + G z_1 - H y_2}{G_1 + G} = \frac{9940 \left( 2.55 - \frac{0.375}{2} \right) + 31969 \times 0.95}{9940 + 31969} - \frac{6900 \times 2.6375}{41909} = \frac{23483.25 + 30386.83 - 18198.75}{41909} = \frac{35671.33}{41909} = 0.8512 \text{ czyli } z = 0.85 \text{ m.}$$

Można zresztą wyznaczyć wielkość wypadkowej  $R$  także według wzoru 44., w którym zamiast  $G_1$  należy podstawić  $G_1 + G$ ; będzie więc

$$R = \sqrt{H^2 + (G_1 + G)^2} \quad 82$$

Ponieważ wypadkowa  $R$  ma punkt zaczepienia  $E$  wewnątrz spoiny  $I-I'$  i to na granicy wewnętrznej trzeciej części grubości muru oporowego, t. j.  $\frac{2.55}{3} = 0.85 \text{ m}$ , więc skrawczenie tego muru

nie może się wydarzyć; nadto w całej spoinie  $I-I'$  wystąpi tylko natężenie cisnące, obliczalne według wzoru 61. i 62., w których wartość  $y = \frac{2.55}{2} - 85 = 42.5 \text{ cm}$ , zaś siła normalna  $N = G_1 + G = 9940 + 31968.75 = 41909$  (zob. str. 1075 i 1080).

Największe zatem krawężne nateżenie cisnące

$$\sigma_1 = \frac{N}{100 d} \left( 1 + \frac{6 y}{d} \right) = \frac{41909}{100 \times 255} \left( 1 + \frac{6 \times 42.5}{255} \right) = \frac{41909}{25500} (1 + 1) = 1.6435 \times 2 = 3.287$$

$\sigma_1 = 3.29 \text{ kg/cm}^2$ , najmniejsze zaś nateżenie krawężne cisnące  $\sigma_2 = 0$ . Gdy zatem największe krawężne nateżenie cisnące jest mniejsze od dopuszczalnego,  $5 \text{ kg/cm}^2$  wynoszącego, więc projektowany mur oporowy jest dostatecznie wytrzymały na zgniecenie.

Parecie nareszcie poziome  $H$ , jako druga składowa wypadkowej  $R$  będzie usiłowała przesunąć mur oporowy po spoinie  $I-I'$ , ale bez skutku, gdyż obie składowe pionowe  $G_1 + G = 41909 \text{ kg}$  będą temu przeciwdziałać według wzoru 51., z oporem, który po podstawieniu  $f = 0.76$ , zaś  $N = G_1 + G = 41909$  wyniesie:

$O_t = 0.76 \times 41909 = 31850.84 \text{ kg}$ , podczas gdy  $H = 6900 \text{ kg}$  tylko.

#### PRZYKŁAD II.

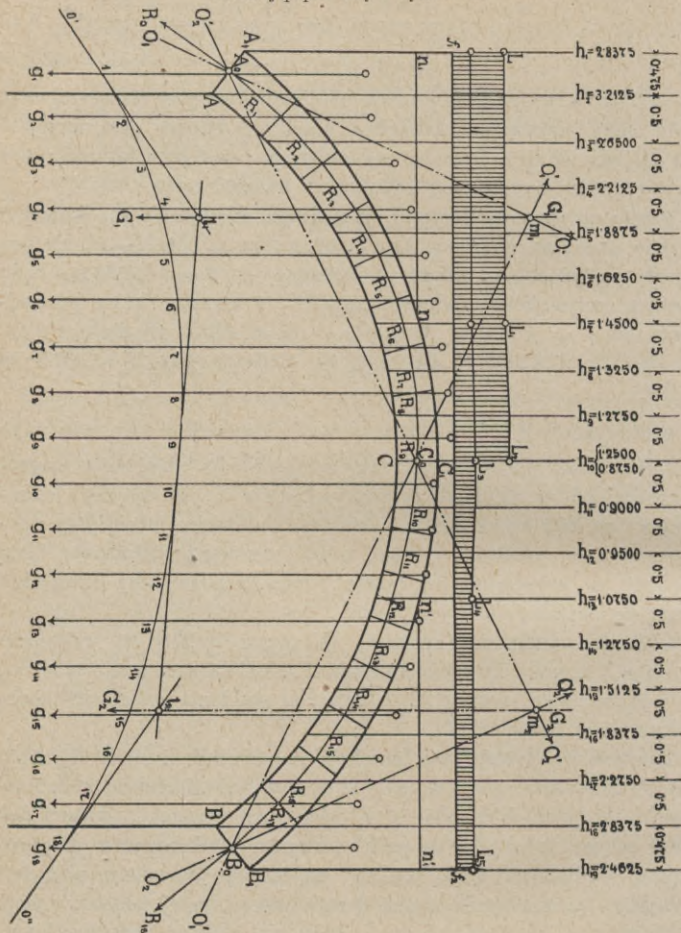
Jeżeli lewą połowę poprzecznego przekroju sklepienia, zaprojektowanego w poprzednim przykładzie I., obciążymy jednostajnie po  $600 \text{ kg/m}^2$  rzutu poziomego, a zatem obciążymy niesymetrycznie, zachodzi pytanie, o ile rozmiary projektowane będą musiały w niniejszym przypadku ulec zmianie, aby sklepienie stało się dostatecznie wytrzymałe.

Obliczona poprzednio grubość sklepienia byłaby tu widocznie za słabą, przyjmujemy zatem, że grubość sklepienia w kluczu  $d = 45 \text{ cm}$ , a w pasze  $60 \text{ cm}$ , zaczem idzie potrzeba poddania całego sklepienia statycznemu zbadaniu.

Rysunek 51. przedstawia przekrój poprzeczny  $A A_1 B B_1 C C_1$  całego sklepienia, gdzie  $n_1$   $n$  oraz  $n_1'$   $n_1''$  jest wierzchem nadmurowania obu pacy sklepienia,  $f_1$   $f_2$  wierzchem posadzki. Zresztą podział całego przekroju na paski pionowe, zredukowanie długości boków pionowych tych pasków zapomocą przemiany obciążeń wszelkich na obciążenie murem i wykreślenie na tej podstawie linii obciążenia  $L L_1 L_2 L_3 L_4 L_5$ , obliczenie ciężaru poszczególnych pasków  $g_1, g_2, g_3 \dots g_{18}$ , wyznaczenie ich środków ciężkości i położenia wypadkowego obciążenia  $G_1$  w lewej i  $G_2$  w prawej połowie przekroju sklepienia przeprowadza się sposobem w przykładzie I wskazanym i uwidocznionym.

Wobec tego dalej obliczenie ciężaru pasków przedstawia się w następującym szeregu.

Rysunek 51.  
Przekrój poprzeczny i wykres sił.



a) Co do lewej połowy przekroju z obciążeniem użytkowem 1000 kg/m<sup>2</sup>:

$$g_1 = \frac{28375 + 32125}{2} \times 0.475 \times 1 \times 1600 = \dots 2299 \text{ kg}$$

$$g_2 = \frac{32125 + 265}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 2345 \text{ „}$$

Do przeniesienia . . . . . 4644 kg

Z przeniesienia . . . . . 4644 *kg*

$$g_3 = \frac{2.65 + 2.2125}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 1945 \text{ „}$$

$$g_4 = \frac{2.2125 + 1.8875}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 1640 \text{ „}$$

$$g_5 = \frac{1.8875 + 1.625}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 1405 \text{ „}$$

$$g_6 = \frac{1.625 + 1.45}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 1230 \text{ „}$$

$$g_7 = \frac{1.45 + 1.325}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 1110 \text{ „}$$

$$g_8 = \frac{1.325 + 1.275}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 1040 \text{ „}$$

$$g_9 = \frac{1.275 + 1.25}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 1010 \text{ „}$$

$$\Sigma g = g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_9 = G_1 = 14024 \text{ kg}$$

b) Co do prawej połowy przekroju z obciążeniem 400 *kg/m*<sup>2</sup>:

$$g_{10} = \frac{0.875 + 0.9}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 710 \text{ kg}$$

$$g_{11} = \frac{0.9 + 0.95}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 740 \text{ „}$$

$$g_{12} = \frac{0.95 + 1.075}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 810 \text{ „}$$

$$g_{13} = \frac{1.075 + 1.275}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 940 \text{ „}$$

$$g_{14} = \frac{1.275 + 1.5125}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 1115 \text{ „}$$

$$g_{15} = \frac{1.5125 + 1.8375}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 1340 \text{ „}$$

$$g_{16} = \frac{1.8375 + 2.275}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 1645 \text{ „}$$

$$g_{17} = \frac{2.275 + 2.8375}{2} \times 0.5 \times 1 \times 1600 = \dots 2045 \text{ „}$$

$$g_{18} = \frac{2.8375 + 2.4625}{2} \times 0.475 \times 1 \times 1600 = \dots 2014 \text{ „}$$

$$\Sigma g = g_{10} + g_{11} + g_{12} + \dots + g_{18} = G_2 = 11359 \text{ kg}$$

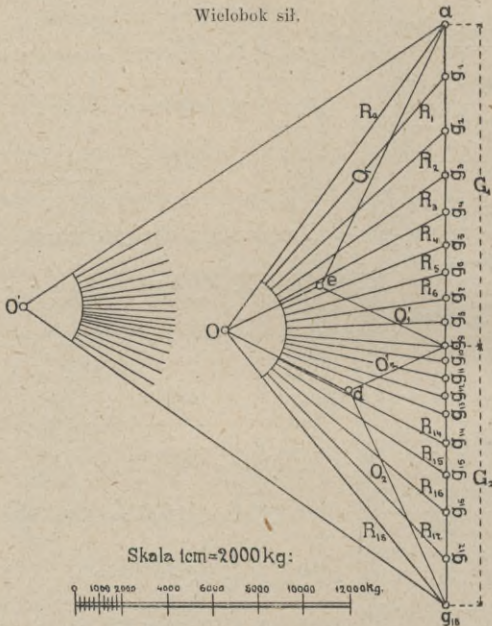
Wypadkowa obciążenia całego sklepienia będzie zatem  $G_1 + G_2 = 14024 + 11359 = 25383 \text{ kg}$ .

Teraz więc na linii pionowej  $a$   $g_{18}$  (rys. 52.) odcinamy wszystkie poszczególne składowe pionowe w skali 1 *cm* = 2000 *kg* w ten

sposób, że  $a g_9 = G_1$ ,  $g_9 g_{18} = G_2$ , poczem obieramy dowolny punkt  $O'$  jako biegun, wykreślamy wielobok sił  $a O' g_{18}$  (rys. 52.), a stąd dalej na kierunkach pionowych poszczególnych ciężarów pasków w przekroju sklepienia (rys. 51.) wielobok sznurowy  $o'-1 \parallel a O'$ ,  $1-2 \parallel g_1 O'$ ,  $2-3 \parallel g_2 O'$  . . .  $9-10 \parallel g_9 O'$ ,  $10-11 \parallel g_{10} O'$  . . . . .  $17-18 \parallel g_{17} O'$ ,  $18-o'' \parallel g_{18} O'$ , wyznaczamy położenie sił  $G_1$  i  $G_2$  zapomoć przedłużenia aż do przecięcia się boków tego wieloboku

Rysunek 52.

Wielobok sił.



sznurowego  $o'-1$  i  $9-10$  w punkcie  $t_1$  oraz  $18-o''$  i  $9-10$  w punkcie  $t_2$ . Następnie podobnie, jak w przykładzie I, przyjmujemy i tu że wszystkich możliwych linii ciśnienia tę właśnie, która przechodzi przez punkta  $A_o$ ,  $B_o$ ,  $C_o$ , leżące pośrodku grubości klucza i pach sklepienia, pod tem założeniem, jakoby obie połowy przekroju sklepienia były belkami łukowymi z jednolitego materiału, podpartymi na oporach w punkcie  $A_o$  i  $B_o$ , a w kluczu w punkcie  $C_o$ . Wobec tego na każdej oporze w punktach podparcia powstaną dwa oddziaływania, a mianowicie: obciążenie  $G_1$  lewej połowy przekroju



wzbudzi oddziaływanie  $O_1$  nie tylko w punkcie  $A_0$  lewej opory, lecz także i w punkcie  $B_0$  prawej opory za pośrednictwem nacisku przez punkt  $C_0$  w kierunku  $B_0 C_0$  oddziaływanie  $O'_1$ ; oba te oddziaływania  $O_1$  i  $O'_1$  zrównoważą ze względów statycznych siłę  $G_1$  i muszą zatem przeciąć ją w jednym i tym samym punkcie  $m_1$ . Dokładnie w ten sam sposób obciążenie  $G_2$  prawej połowy przekroju wywoła w punkcie  $B_0$  na oporze oddziaływanie  $O_2$ , a w punkcie  $A_0$  lewej opory oddziaływanie  $O'_2$  przez punkt  $C_0$  w kierunku  $C_0 A_0$ , które to oba oddziaływania  $O_2$  i  $O'_2$  ze względów statycznych muszą zrównoważyć siłę  $G_2$  i przeciąć się z nią w jednym i tym samym punkcie  $m_2$ .

Obecnie więc znamy kierunek, wielkość i położenie obciążeń  $G_1, G_2$ , kierunki oddziaływań  $O_1, O'_2$  w punkcie  $A_0$  opory lewej,  $O_2, O'_1$  w punkcie  $B_0$  prawej opory, a opierając się na wzajemnym związku wszystkich tych sił, wynikającym z warunków równowagi statycznej, jesteśmy w stanie wyznaczyć wielkość wszystkich czterech oddziaływań z wieloboku sił  $a O g_{18}$ , a mianowicie: wykreślamy linję  $a e \parallel A_0 m_1, g_9 e \parallel B_0 m_1, g_9 d \parallel A_0 m_2, g_{18} d \parallel B_0 m_2$ , a otrzymane stąd długości linii, mierzone skalą  $1 \text{ cm} = 2000 \text{ kg}$ , dają następujące wielkości oddziaływań poszczególnych:  $a e = O_1 = 12.700 \text{ kg}$ ,  $e g_9 = O'_1 = 6100$ ,  $g_{18} d = O_2 = 10.250$ ,  $g_9 d = O'_2 = 4650 \text{ kg}$ .

Wykreśliwszy wreszcie z punktu  $e$  równoległą do  $g_9 d$ , zaś z punktu  $d$  równoległą do  $e g_9$  aż do wzajemnego przecięcia się w punkcie  $O$ , to punkt ten jest biegunem właściwego wieloboku sił  $a O g_{18}$ , gdyż linja  $O a = R_0$  jest wypadkową obu oddziaływań  $O_1$  i  $O'_2$  w punkcie  $A_0$  lewej opory, zaś  $O g_{18} = R_{18}$  wypadkową oddziaływań  $O_2$  i  $O'_1$  w punkcie  $B_0$  prawej opory; reszta wreszcie linii, wynika z połączenia bieguna  $O$  z punktami  $g_1, g_2, g_3 \dots g_{17}$  są kolejnymi wypadkowymi  $R_1, R_2, R_3 \dots R_{17}$ .

Na podstawie tego nowego wieloboku sił  $a O g_{18}$  wykreślamy następnie linję ciśnienia w znany zresztą sposób z przykładu I, poczynwszy od punktu  $A_0$ , a jeżeli rysunek dotąd był dokładnie wykonany, to linja ciśnienia musi przejść także i przez punkta  $C_0$  i  $B_0$ .

Teraz nakoniec tak samo, jak poprzednio w przykładzie I, przeprowadza się statyczne badanie szczegółowe wytrzymałości sklepienia na skrawczenie się, ześlizgnięcie się i zgniecenie, oraz oblicza się statycznie oba mury oporowe sklepienia.

#### 4. Statyczne obliczenie murów.

Obejście całkowite  $Q$  murów składa się z ich ciężaru własnego  $G$ , działającego zawsze pionowo w punkcie ciężkości, oraz z ciężaru przypadkowego i użytkowego  $P$ ; jaki mają do dźwigania stosownie do swego przeznaczenia, względnie jako część składowa budowli. Ciężar  $P$  może działać również pionowo, ale też i ukośnie; zacem w pierwszym razie  $Q$  będzie także pionowe i wywoła nateżenia cisnące w murze; w drugim jednak razie siła ukośna  $P$  rozłoży się na składową pionową  $N$  i poziomą  $H$  i otrzymamy trzy siły  $G$ ,  $N$ ,  $H$ , z których pierwsze dwie złożą się w pionową wypadkową  $Q_1 = G + N$ , i ta wywoła nateżenia cisnące, trzecia zaś  $H$  będzie usiłowała przesunąć mur poziomo w podstawie. Do oceny i obliczenia wytrzymałości muru pod tym względem służą wzory 47. do 52. i 77. wraz z odnośniami uwagami, zawarte w poddziale 3. (poddziały *b*) str. 1059 i *d*) str. 1069), tyczącym się wytrzymałości sklepienia, za podstawieniem wartości odnoszących się do murów. Wszakże tarcie panujące w murze jest tak wielkie w porównaniu do składowej  $H$ , że niema najczęściej potrzeby brać jej w rachubę.

Wypadkowa  $Q$  może działać w środku ciężkości podstawy muru, czyli centrycznie, albo też w pewnym odstępnie  $y$  od tego środka, czyli ekscentrycznie; natomiast  $Q_1$  będzie działać zawsze ekscentrycznie.

**1. Mury centrycznie obciążone.** Jeżeli na mur o powierzchni  $F$  stałego przekroju poprzecznego działa centrycznie całkowite obciążenie  $Q$ , to jak wiadomo wywoła ono w całym przekroju poprzecznym jednostajne nateżenia cisnące  $k$  kilogramów na  $1 \text{ cm}^2$ ; i jeżeli to nateżenie będzie równe dopuszczalnemu nateżeniu cisnącemu na  $1 \text{ cm}^2$  powierzchni przekroju, to według warunków równowagi statycznej musi zachodzić równanie

$$F k = Q \quad 83$$

a stąd wielkość przekroju

$$F = \frac{Q}{k} \quad 84$$

W tych równaniach  $Q$  i  $k$  są prawie zawsze wyznaczalne na podstawie istniejących norm, a więc i  $F$  jest obliczalne.

Jeżeli przekrój poprzeczny muru jest prostokątny, jak to bywa zresztą najczęściej, to  $F = a b$ , gdzie  $a$  jest szerokością,  $b$  długością przekroju; stąd otrzymamy z równania 84.

$$a = \frac{F}{b} = \frac{Q}{b k} \quad 85$$

W obliczeniu ściany murowanej przyjmujemy  $b = 1\text{ m} = 100\text{ cm}$  stąd będzie

$$a = \frac{F}{100} = \frac{Q}{100k} \quad 86$$

gdzie  $a$ ,  $F$  liczy się w centymetrach, zaś  $Q$ ,  $k$  w kilogramach.

Co do dopuszczalnego natężenia cisnącego murowanych filarów i ścian należy w ogóle stosować się do norm podanych w rozdziale X. (poddział 7. str. 1433 itd.) ze względu na możliwość wyboczenia.

#### PRZYKŁAD.

Filar 0.9 m gruby z cegieł na zaprawie wapiennej wymurowany ma otrzymać całkowite obciążenie centryczne  $Q = 52125\text{ kg}$ ; jak wielka powinna być powierzchnia i rozmiary przekroju jego poprzecznego?

Według zacytowanej wyżej normy dopuszczalne w murze ceglany filaru natężenie cisnące  $k = 5\text{ kg/cm}^2$ , gdy zaś bok przekroju poprzecznego dany  $a = 0.9\text{ m} = 90\text{ cm}$ , więc według wzoru 85. będzie

$$b = \frac{Q}{ak} = \frac{52125}{90 \times 5} = \frac{10425}{90} = 120\text{ cm}.$$

**2.** Mury ekscentrycznie obciążone. Przyjmijmy, że murowany filar ma stały przekrój poprzeczny o powierzchni  $F$ , przedstawiony rysunkiem 116. w rozdziale VII. (oddział C, poddział 32. str. 1378) i że całkowite obciążenie jego  $P$  ma swój punkt zaczepienia w odstępnie  $y$  od środka ciężkości  $S$  tego przekroju, — to idąc za wywodem tam zawartym, stosującym się zresztą ściśle co do ogólnych swych zasad także i do niniejszego filaru murowanego, otrzymujemy na podstawie wzorów 794. i 795. (str. 1379) — za zmianą stosowną oznaczeń następujące znane wzory do obliczania krawężnych natężeń, wywołanych ekscentrycznym obciążeniem, a mianowicie:

największe natężenie cisnące w krawędzi  $AG$

$$\sigma_1 = \frac{P}{F} + \frac{Mx_1}{J} = \frac{P}{F} + \frac{Pyx_1}{J} = \frac{P}{F} \left( 1 + \frac{Fyx_1}{J} \right) = \frac{P}{F} \left( 1 + \frac{Fy}{W} \right) \quad 87$$

a najmniejsze natężenie cisnące w krawędzi  $CD$

$$\sigma_2 = \frac{P}{F} - \frac{Mx_2}{J} = \frac{P}{F} \left( 1 - \frac{Fyx_2}{J} \right) = \frac{P}{F} \left( 1 - \frac{Fy}{W_2} \right) \quad 88$$

gdzie  $W_1 = \frac{J}{x_1}$  jest momentem oporu lewej części przekroju, odciętej

jego osią ciężkości, prostopadłą do płaszczyzny działania siły, zaś  $W_2 = \frac{J}{x_2}$  jest także momentem prawej części przekroju.

Jak długo będzie  $\sigma_2 \geq 0$ , to w całym przekroju zapanuje nateżenie cisnące; skoro jednak stanie się  $\sigma_2 < 0$ , czyli odjemne, to w krawędzi  $CD$  i w przyległej pewnej części przekroju wystąpią nateżenia ciągnące z największością w tej krawędzi. Wobec tego musimy tu liczyć się osobno z każdym z tych dwu przypadków.

a) Jeżeli  $\sigma_2 \geq 0$ , czyli jeżeli w całym przekroju występuje nateżenie cisnące.

Graniczną swą wartość najmniejszego ciśnienia w krawędzi  $CD$  (rys. 116.), a mianowicie  $\sigma_2 = 0$  uzyska odnośnie do wzoru 88., gdy będzie

$$\frac{F y x_2}{J} = 1, \text{ czyli gdy } y = \frac{J}{F x_2} = \frac{W_2}{F} = e_2 \quad 89$$

gdyż w części przekroju po prawej stronie jego osi ciężkości  $W_2 = \frac{J}{x_2}$  jest momentem oporu w płaszczyźnie działania siły, zaś wartość  $y$  określona równaniem 89. jest odnośną dalekością rdzenia  $e_2$  przekroju.

Gdyby siła  $P$  działała po przeciwnej stronie środka ciężkości przekroju, ale w tej samej płaszczyźnie byłoby

$$y = \frac{J}{F x_1} = \frac{W_1}{F} = e_1 \quad 90$$

idąc tak w około środka ciężkości przekroju i wykreślając z tegoż środka obliczone wartości  $y$  czyli dalekości rdzenia  $e$ , otrzymamy po połączeniu końcowych punktów figurę zamkniętą, która nazywa się rdzeniem przekroju.

Wzory więc 89. i 90. w swej ogólnej postaci służą do obliczenia dalekości rdzenia. W przekrojach prostokątnych i umiarkowanych  $x_1 = x_2 = x$ , oraz  $e_1 = e_2 = e$ , stąd otrzymamy

$$e = \frac{J}{F x} = \frac{W}{F} \quad 91$$

gdzie  $x$  jest odległością krawędzi przekroju od jego środka ciężkości, mierzoną w płaszczyźnie działania siły.

Wzory 87. i 88. po podstawieniu wartości z równań 89. i 90. przybiorą także postać

$$\sigma_1 = \frac{P}{F} \left( 1 + \frac{y}{e_1} \right) \quad 92$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{F} \left( 1 - \frac{y}{e_2} \right) \quad 93$$

Z powyższego całego wywodu wysnuwa się wniosek, że jak długo punkt zaczepienia siły ekscentrycznej wpada w obręb dalekości rdzenia, czyli gdy  $y \leq e_1$ , względnie  $y \leq e_2$ , w całym przekroju występują nateżenia cisnące; w razie zaś przeciwnym, tj. gdy  $y > e_1$ , względnie  $y > e_2$ , występują w jednej części nateżenia cisnące, w drugiej ciągnące, i w tym razie wzory 87. i 88., względnie 92. i 93. nie dają się już zastosować do obliczenia nateżeń, gdyż mur filaru nie znosi nateżeń cisnących.

Z wzoru 87. daje się obliczyć — prócz największego krawężnego nateżenia cisnącego — także nateżenie każdego innego punktu, leżącego między środkiem przekroju i odnośną jego krawędzią, jeżeli — zamiast stałego odstepu  $x$  tej krawędzi od środka ciężkości — podstawimy odnośny zmienny odstęp  $x$  dla badanych punktów, byleby te punkta znajdowały się w osi ciężkości przekroju, spadającej z płaszczyzną działania siły. W tym razie wzór 87. zmieni się w następujący sposób:

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{Mx}{J} = \frac{P}{F} \left( 1 + \frac{Fyx}{J} \right) \quad 94$$

Ponieważ w punkcie przekroju leżącym w linii zerowej musi być  $\sigma = 0$ , więc w tym razie  $x$  musi być odległością tego punktu i zarazem linii zerowej od środka ciężkości przekroju, gdyż linja ta jest prostopadłą do płaszczyzny działania siły; odległość tę nazwiemy  $x_0$ .

Dla  $\sigma = 0$  musi być  $1 + \frac{Fyx_0}{J} = 0$ , a stąd odległość linii zerowej od środka ciężkości przekroju

$$x_0 = -\frac{J}{Fy} \quad 95$$

Jest to równanie linii zerowej i prowadzi do następujących wniosków:

a) Ponieważ  $J, F$  są zawsze dodatnie, to znak prawej strony równania pochodzi tylko od  $y$ ;  $x_0$  zatem ma zawsze znak przeciwny jak  $y$ , zaezem linja zerowa nie leży nigdy po tej samej stronie co  $y$ .

β) Dla danego  $y$  jest  $x_0$  wartością stałą; wszystkie zatem punkta, w których  $\sigma = 0$ , są w jednakiej odległości od osi ciężkości przekroju, prostopadłej do płaszczyzny działania siły i leżą na linii prostej i równoległej do tej osi ciężkości.

γ) Wartość  $x_0$  zależy jedynie od  $J$ ,  $F$ ,  $y$ .

δ)  $x_0 = 0$  dla  $y = \infty$ , a więc gdy siły osiowej wcale niema.

Filary murowane mają zwykle przekrój poprzeczny stały i prostokątny o powierzchni  $F = a \cdot b$ ; ponieważ w tym razie

$x_1 = x_2 = \frac{a}{2}$ ,  $e_1 = e_2 = e$ ,  $J = \frac{b a^3}{12}$ , więc z wzoru 89., względnie 90. będzie

$$e = \frac{\frac{1}{12} b a^3}{a \cdot b \cdot \frac{1}{2} a} = \frac{a}{6} \quad 96$$

co podstawione we wzory 92. i 93. daje

$$\sigma_1 = \frac{P}{a b} \left( 1 + \frac{6 y}{a} \right) \quad 97$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{a b} \left( 1 - \frac{6 y}{a} \right) \quad 98$$

Dla ściany murowanej po przyjęciu długości przekroju poprzecznego  $b = 100$  cm otrzymamy

$$\sigma_1 = \frac{P}{100 a} \left( 1 + \frac{6 y}{a} \right) \quad 99$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{100 a} \left( 1 - \frac{6 y}{a} \right) \quad 100$$

gdzie wszelkie rozmiary są w centymetrach,  $P$  w kilogramach, zaś  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  wypadną również w kilogramach na  $1 \text{ cm}^2$  powierzchni przekroju.

Z wzoru 98., względnie 100. wynika, że  $\sigma_2$  będzie dodatnie czyli eisnące, jeżeli będzie

$$\frac{6 y}{a} \leq 1, \text{ czyli gdy } y \leq \frac{a}{6} = e \quad 101$$

Skoro zatem  $y$  osiągnie którąkolwiek wartość zawarowaną równaniem 101., to w całym przekroju zapanuje nateżenie eisnące, a równocześnie wzór 95. wykazuje, że dla

$$y = \frac{a}{6} = e, x_0 = \frac{\frac{1}{12} b a^3}{a b \cdot \frac{1}{6} a} = \frac{a}{2} \quad 102$$

czyli linja zerowa spadnie z krawędzią przekroju najmniej eisnioną, oraz że dla

$$y < \frac{a}{6} = e \text{ musi oczywiście wypaść } x_0 > \frac{a}{2} \quad 103$$

czyli linja zerowa przypadnie na zewnątrz przekroju.

Ponieważ suma dalekości rdzenia z lewej i z prawej strony środka ciężkości przekroju w płaszczynie działania siły wynosi

$$2 e = 2 \times \frac{a}{6} = \frac{a}{3} \quad 104$$

więc wypowiedziana wyżej reguła daje się streścić w ten sposób, że jak długo punkt zaczepienia ekscentrycznej siły  $P$  wpada obręb środkowej  $\frac{1}{3}$  części grubości filaru, względnie na granicy tej  $\frac{1}{3}$  części grubości, to w całym przekroju zapanuje natężenie cisnące, a linja zerowa padnie zewnątrz przekroju, względnie na krawędź jego najmniej ciśnioną.

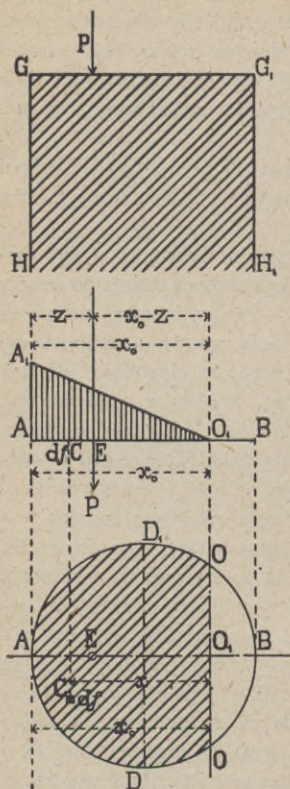
b) Jeżeli odstęp  $y > e_1$ , względnie  $y > e_2$ , czyli jeżeli w przekroju oprócz natężeń cisnących powstaną także natężenia ciągnące.

W tym razie z równania 95. odniesionego do równań 89. i 90. wynika niewątpliwie, że  $x_0 < x_2$ , czyli że linja zerowa padnie wewnątrz przekroju poprzecznego. Równocześnie — prócz natężeń cisnących w całej części lewej przekroju, odejętej linją zerową — pojawią się w całej drugiej prawej części przekroju natężenia ciągnące. Gdy zaś mur w ogóle nie znosi ciągnięcia, które musiałyby spowodować otwarcie się spoin z narażeniem wytrzymałości, więc nie pozostaje nic innego, tylko przenieść całkowite natężenie, idące z siły  $P$ , wyłącznie tylko na część ciśnioną przekroju. Część tę nazwano skutecznym przekrojem poprzecznym, a zadaniem naszym jest wyznaczenie postaci i wielkości jego, oraz występującego w nim największego natężenia cisnącego. Nie da to się jednak uskutecznić zapomocą wzoru 87., względnie 94., gdyż polegają one na tem założeniu, iż natężenia rozkładają się na cały przekrój poprzeczny i wzajemnie na się wpływają, podczas gdy w niniejszym przypadku ma przejść całkowite działanie siły  $P$  tylko na jedną część przekroju. Wszakże wzór 94. może tu posłużyć za podstawę naszego obliczenia, jeżeli — zamiast  $F$  — podstawimy powierzchnię skutecznego przekroju  $F_s$  — zamiast  $M$  — moment  $M_s$  siły  $P$  względem osi ciężkości skutecznego przekroju, prostopadłej do płaszczyzny działania siły, wreszcie — zamiast  $J$  — moment bezwładności  $J_s$  skutecznego przekroju względem tej samej osi. Tak więc zastosowany wzór będzie

$$\sigma = \frac{P}{F_s} + \frac{M_s x}{J_s} = \frac{P}{F_s} \left( 1 + \frac{F_s y x}{J_s} \right) \quad 105$$

Ponieważ układ tego wzoru pozostał w zasadzie ten sam, jak poprzednio, więc i tu  $\sigma$  jest największym krawężnym natężeniem cisnącym i maleje ku linji zerowej według linji prostej  $A_1 O_1$  w rysunku 53. uwidocznionej. Rysunek ten przedstawia część górną pionowego przekroju  $G G_1 H_1 H$  filaru o dowolnym przekroju poprzecznym  $A D_1 B D$  oraz wykres natężeń cisnących  $A A_1 O_1$

Rysunek 53.



wywołanych ekscentryczną siłą  $P$ , której punkt zaczepienia  $E$  leży w odstępnie  $z$  od krawędzi  $A$  przekroju najczęściej ciśnionej.

Jeżeli w dowolnym punkcie  $C$  przekroju, odległym o  $x$  od linii zerowej  $00$ , natężenie ciśnące

$$\sigma = a x \quad 106$$

gdzie  $a$  jest stałym współczynnikiem, to na podstawie warunków równowagi statycznej muszą zachodzić następujące równania między ekscentryczną siłą  $P$  i sumą natężeń ciśnących przez nią wywołanych w skutecznym przekroju, oraz między momentem tej siły względem linii zerowej a sumą momentów natężeń ciśnących względem tej samej linii:

$$P = \Sigma \sigma df = \Sigma a x df$$

$$P(x_0 - z) = \Sigma \sigma x df = \Sigma a x^2 df$$

gdzie  $df$  jest drobny element powierzchni przekroju przynależny do odnośnego natężenia w punkcie  $C$ ,  $x_0$  odstęp linii zerowej od najbardziej ciśnionej krawędzi  $A$  przekroju, zaś  $\Sigma$  znak sumowania, odnoszący się do całego przekroju skutecznego. Równania te można napisać w następującej postaci

$$P = a \Sigma (x df) = a S_0 \quad 107$$

$$P(x_0 - z) = a \Sigma (x^2 df) = a J_0 \quad 108$$

gdyż  $S_0 = \Sigma (x df)$  jest momentem statycznym, zaś  $J_0 = \Sigma (x^2 df)$  momentem bezwładności skutecznego przekroju w każdym razie względem linii zerowej. Z podzielenia równania 108. przez 107. otrzymujemy

$$x_0 - z = \frac{J_0}{S_0} \quad 109$$

a stąd szerokość skutecznego przekroju

$$x_0 = z + \frac{J_0}{S_0} \quad 110$$

Obliczenie różnicy  $x_0 - z$ , czyli ramienia momentu siły  $P$  z równania 109. jest bardzo zawile i trudne, jeżeli przekrój poprzeczny



ma postać nieregularną; natomiast dla przekroju prostokątnego, który najczęściej się wydarza, sprawa przedstawia się wcale łatwo.

Z równania 107. albo 108. daje się wyznaczyć współczynnik  $a$  przyjęty w równaniu 106.

$$a = \frac{P}{S_0} = \frac{P(x_0 - z)}{J_0} \quad 111$$

co podstawione w równanie 106. daje

$$\sigma = \frac{P}{S_0} x = \frac{P(x_0 - z)}{J_0} x \quad 112$$

Przyjmijmy, że skuteczny przekrój filaru muiowanego jest prostokątem o powierzchni  $F_s = b x_0$ , to moment bezwładności i moment statyczny względem linii zerowej  $J_0 = \frac{b x_0^3}{3}$ ,  $S_0 = \frac{b x_0}{2} \cdot x_0 = \frac{b x_0^2}{2}$ ;

stąd według wzoru 109.  $x_0 - z = \frac{\frac{1}{3} b x_0^3}{\frac{1}{2} b x_0^2} = \frac{2}{3} x_0$ ,  $3x_0 - 3z = 2x_0$ , ostatecznie

$$x_0 = 3z \quad 113$$

$$z = \frac{1}{3} x_0 \quad 114$$

Według wzoru 112. największe nateżenie cisnące w krawędzi  $A$  skutecznego przekroju po podstawieniu za  $x$  szerokość  $x_0$  skutecznego przekroju

$$\sigma_{max} = \frac{P x_0}{S_0} = \frac{P(x_0 - z)}{J_0} x_0 \quad 115$$

a po podstawieniu wartości za  $J_0$ ,  $S_0$ ,  $x_0$  (równanie 113.) dla prostokątnego przekroju skutecznego  $\sigma_{max} = \frac{P x_0}{\frac{1}{2} b x_0^2} = \frac{2P}{b x_0}$  ostatecznie

$$\sigma_{max} = \frac{2P}{b x_0} = \frac{2P}{3 b z} = 2 \frac{P}{F_s} \quad 116$$

Jeżeli oznaczymy  $\sigma_{cd} = \frac{P}{b x_0} = \frac{P}{F_s}$  jako jednostajne nateżenie cisnące, któreby powstało w całym przekroju skutecznym, gdyby siła  $P$  działała centrycznie, czyli w jego środku ciężkości, to równanie 116. przybierze postać

$$\sigma_{max} = 2 \sigma_{cd} \quad 117$$

Równanie to orzeka, iż największe nateżenie cisnące krawężne  $\sigma_{max}$  w przekroju skutecznym jest dwa razy tak wielkie, jak jednostajne nateżenie cisnące wywołane w tym przekroju siłą  $P$ , gdyby działała centrycznie, t. j. w jego środku ciężkości.

Dla ściany murowanej trzeba przyjąć  $b = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ , stąd największe natężenie eiszące według wzoru 116.

$$\sigma_{max} = \frac{2 P}{100 x_0} = \frac{2 P}{300 z} \quad 118$$

Wreszcie warunkiem wytrzymałości filaru względnie ściany jest, by

$$\sigma_{max} \leq k \quad 119$$

gdzie  $k$  jest dopuszczalnym natężeniem eiszącym na  $1 \text{ cm}^2$  odnośnego muru.

Podstawiawszy we wzór 116., względnie 118.  $\sigma_{max} = k$ , otrzymamy

$$k = \frac{2 P}{b x_0} = \frac{2 P}{3 b z} \quad 120$$

względnie

$$z = \frac{2 P}{100 x_0} = \frac{2 P}{300 z} \quad 121$$

a stąd

$$z = \frac{2 P}{3 b k} \quad 122$$

względnie

$$z = \frac{2 P}{300 k} \quad 123$$

Otóż wyrażony wzorami 122. i 123. warunek wytrzymałości filaru, względnie ściany murowanej wymaga, by odstęp punktu zaczepienia siły  $P$  od krawędzi najwięcej eisznionej

$$z \leq \frac{2 P}{3 b k} \quad 124$$

względnie

$$z \leq \frac{2 P}{300 k} \quad 125$$

## 5. Wytrzymałość wysokich kominów murowanych.

### a) Instrukcja dla wysokich kominów fabrycznych.<sup>1</sup>

#### I. Wypożażenie projektu.

Władze przemysłowe mają przedewszystkiem przestrzegać, aby — z podaniami o pozwolenie na budowę nowego lub podwyższenie istniejącego już komina murowanego wysokiego — przedkładano, obok projektu w skali 1 : 100, także szczegółowe statyczne obliczenie moey stałości zamierzonej budowli.

Statyczne obliczenie, rachunkowe czy graficzne, powinno się opierać na naukowych podstawach mechaniki budowlanej i uwzględniać następujące niżej wywody. Powinno ono wykazywać

<sup>1</sup> Wydane przez b. austr. Min. s. w. 24. marca 1902. l. 38290 (do L. Nam. lw. 44641).

dokładnie, jakiemu nateżeniu będą ulegały materiały budowlane tak w poszczególnych spiętrzeniach trzonu komina, jakoteż w najniższej jego spoinie wspornej, w spoinie wspornej podnóża na fundamencie i w podszwie fundamentowej, — wreszcie powinno oznaczyć, jak wielkie będzie obciążenie gruntu pod fundamentem.

Jeżeli ściany podnóża (cokołu, postumentu) posiadają tylko grubość niezbędnie potrzebną ze względów statycznych, albo się do tej granicy zbliżają, to należy podnóżę brać w rachubę jako część trzonu.

W rysunkowym przedstawieniu projektu należy wpisać wszystkie rozmiary, a szczególnie rozmiary wysokości i grubości murów każdego spiętrzenia, policzone w rachunku.

## II. Obliczenie ciężaru jednostki materiałów budowlanych.

Przyjęty za podstawę obliczenia ciężar jednostki (ciężar właściwy) materiałów budowlanych, przeznaczonych do użycia, musi odpowiadać rzeczywistości.

Jeżeli wzięty za podstawę statycznego obliczenia ciężar jednostki muru będzie wiadomy władzy z doświadczenia miejscowego [metr sześcienny muru z cegieł zwykłych przeciętnie około 1.600 *kg*, a z prasowanych cegieł maszynowych formowych (promieniówek) przeciętnie około 1.700 do 1.800 *kg*], to w regule nie będzie potrzeba domagać się osobnego dowodu co do tego ciężaru.

Skoro jednak statyczne obliczenie będzie się opierało na jednostce większej od owego ciężaru, albo zresztą gdy władza uzna za stosowne sprawdzenie przyjętego ciężaru, to przysłuży jej prawo do stwierdzenia z urzędu rzetelności tegoż ciężaru zapomocą zbadania, które ma przeprowadzić technik państwowy lub autoryzowany, posiadający uprawnienie w tym kierunku, a to nawet wtedy, gdyby strona dostarczyła dowodu co do ciężaru jednostkowego.

Dla oznaczenia wagi jednostki muru z cegieł zwykłych wystarczy stwierdzenie ciężaru właściwego suchej cegły i obliczenie wagi muru według tej doświadczalnej formuły, że do 1 *m*<sup>3</sup> muru potrzeba w przybliżeniu dwu trzecich części cegieł, a jednej trzeciej zaprawy.

Do oznaczenia wszakże ciężaru jednostki muru z prasowanych cegieł maszynowych formowych (promieniówek) należy wykonać okrągło 1 *m*<sup>3</sup> takiego muru o spoinach normalnych i zważyć. Wodę użytą do sporządzenia zaprawy i do nawilżenia cegły należy dokładnie zmierzyć i od ciężaru muru próbnego odjąć.

W rachubę należy brać ciężar zaprawy, który według doświadczenia odpowiada jednostce jej w stanie suchym (w miarę miejscowych stosunków przeciętnie 1.500 do 1.600 *kg* na 1 *m*<sup>3</sup>).

Jeżeli projektant żąda dopuszczenia jednostki zaprawy przewyższającej ów ciężar, to należy go zobowiązać do udowodnienia rzetelności swego założenia.

### III. Obliczenie ciśnienia wiatru.

Ciśnienie wiatru należy brać w rachunek tak wielkie, jak przepisuje ustawa budownicza; a jeżeli ustawa w tym kierunku nie postanawia, to z reguły 150 *kg* na metr kwadratowy. W takich okolicach, gdzie ustawy budownicze nie przepisują ciśnienia wiatru, należy przyjmować większe ciśnienie od wyżej oznaczonego wtenczas, jeżeli zgodnie z doświadczeniem wynosi istotnie więcej niż 150 *kg/m*<sup>2</sup>.

Uderzenia wiatru i siły ssącej po stronie od wiatru odwróconej nie trzeba brać w rachubę.

Dla obliczenia ciśnienia wiatru należy wstawić w rachunek rzut pionowy części komina na wiatr wystawionej.

Do obrachowania powierzchni ciśnienia wiatru cztero i ośmiościennego komina należy wstawić prostopadłą powierzchnię rzutu, równoległą do jednego boku wielokąta.

Ciśnienie wiatru należy przyjąć jako siłę działającą poziomo w punkcie ciężkości tego rzutu.

Tylko takie części komina trzeba uważać jako zasłonięte od wiatru, które znajdują się we wnętrzu mocnego zabudowania, — nie licząc jednak przestrzeni strychowej, — a zatem części komina, które są zakryte murami głównymi, albo same wchodzą w skład rzeczonych murów.

Kominy mniej wystawione na działanie wiatru z powodu innych budowli lub terenu należy uważać jako wolno stojące.

Wyznaczanie mocy stałości przeciw wywróceniu wskutek wiatru należy liczyć co najmniej z podwójną pewnością, bez dopuszczenia ułatwień, jeżeli ustawy budownicze inaczej nie postanawiają.

Do wyznaczenia jednak największego natężenia materiału, należy uwzględnić tylko pojedyncze ciśnienie wiatru, przyjmując dla kominów graniastych, że wieje w kierunku naroża.

### IV. Zastosowanie współczynników ( $\varphi$ ) zmniejszających ciśnienie wiatru.

Podaną pod III. cyfrę ciśnienia wiatru należy stosownie do postaci poprzecznego przekroju trzonu kominowego pomnożyć przez czynnik

zmniejszający  $\varphi$ . Jako czynnik taki należy brać w rachubę bez względu na kierunek wiatru

dla kominów okrągłych . . . . .	0·67,
dla ośmiobocznych . . . . .	0·71,
dla czworobocznych . . . . .	1·00.

V. Dopuszczalne natężenie materiału przeznaczonego do użycia z uwzględnieniem ciśnienia wiatru.

Co do kominów, których trzon ma być do 30 m wysoki, można pozwolić na natężenie ciągnące w murze trzonu co najwyżej 1·2 kg na 1 cm<sup>2</sup>; na każdy jednak metr większej wysokości należy je zmniejszać o 0·05 kg na 1 cm<sup>2</sup>.

W najniższej warstwie muru fundamentowego nie można pozwolić na natężenie ciągnące. Jako natężenie cisnące należy dopuścić najwyżej do jednej dziesiątej części wytrzymałości cegły i zaprawy. Wszakże ciśnienie krawężne w trzonach, wynikające z ciężaru własnego i naporu wiatru, nie powinno w regule przekroczyć — gdy cegły są zwykle — 8 kg, a gdy są maszynowe, formowe, prasowane (promieniówki) 12 kg na 1 cm<sup>2</sup>.

Gdyby przyjęto większe ciśnienie, to należy zażądać dowodu, że przeznaczony do użycia materiał: cegła a zwłaszcza zaprawa, odpowiada temu ciśnieniu.

Dozwolonego natężenia materiału nie wolno przekroczyć w żadnym przekroju.

Jako obciążenie dna wykopu fundamentowego są dopuszczalne dla niżej wyrażonych gatunków ziemi następujące wartości:

a) dla bardzo mokrej gliny zwykłej i chudej marglowej, potem dla piasku o pokładzie najmniej 1 m grubym, ale od usunięcia się zabezpieczonym — 1·5 kg na 1 cm<sup>2</sup>;

b) dla piaszczystego zbitego żwiru o nie grubym pokładzie, albo o zmiennem pochyłem uwarstwieniu, a także dla stojącego albo częściowo stojącego uwarstwienia gliny zwykłej i marglowej — 2·5 kg na 1 cm<sup>2</sup>;

c) dla gruboziarnistego żwiru o zbitym uwarstwieniu, potem dla żwiru płytkowego o grubym pokładzie, oraz dla suchej gliny zwykłej i marglowej o leżącym uwarstwieniu — 3·5 kg na 1 cm<sup>2</sup>.

VI. Rodzaj i własność materiałów budowlanych.

Co do rodzaju i własności materiałów do użycia przeznaczonych należy wydawać następujące zastrzeżenia:

Do budowy komina wolno używać tylko doborowego materiału ceglanego o wypróbowanej wytrzymałości, gęstości i odporności

na wpływy atmosferyczne. Żle zatem wypalone lub mocno porowate cegły należy wykluczyć z użycia do budowy wysokich kominów.

a) Trzon komina należy budować wyłącznie z cegieł i to albo ze zwykłych murowych, najlepszej jakości albo z cegieł maszynowych, unyślnie dla budowli kominowych wytworzonych (promieniówek).

Do murowania trzonu należy używać tak zwanej przedłużonej zaprawy cementowej, składającej się z jednej objętości cementu portlandzkiego, z czterech objętości wapna zwykłego i dziesięciu objętości piasku (tylko ostrego albo czystego rzecznego). Użycie glinowatego piasku lub popiołu jest niedopuszczalne.

W razie użycia wapna hydraulicznego (wapno szare) zamiast zwykłego (wapno białe) wystarcza domieszka cementu po połowie. Zaprawy z cementu romańskiego, oraz szybko wiążącej z cementu naturalnego należy używać tylko wyjątkowo i to wtedy, jeżeli zgodnie z doświadczeniem ma te same własności, co przedłużona zaprawa z cementu portlandzkiego i nawet po długim trwaniu nie pęcznieje. Te zastrzeżenia należy uzasadniać raz tem, że zwykła zaprawa wapienna stawia najwięcej oporu wpływom niepogody i ciepła, a powtóre, że wskutek domieszki cementu portlandzkiego wywołuje się niezbędnie potrzebne szybkie wiązanie zaprawy.

W razie użycia cegieł promieniówek dziurawionych należy przestrzeń pustą zapelnąć zaprawą celem osiągnięcia możliwie wielkiej przyczepności.

Ośmioboczne kminy należy według możności wyłożyć na krągłach pionowych ceglami podług ośmioboku upostaconemi.

Budowania krągłych kominów ze zwykłych cegieł murowych nie zaleca się, gdyż wiązanie cegieł, które potrzeba obrabiać, nie da się uskutecznić tak dokładnie, jak ceglami promieniówkami; w przypadkach, gdzie użycie zwykłych cegieł nie da się uniknąć, należy szczególnie u kominów ponad 30 m wysokich wpływać na wykonanie ośmiobocznych trzonów kominowych.

b) Podnoże (cokół, postument) należy wykonać wyłącznie z dobrze wypalonych cegieł na przedłużonej zaprawie cementowej.

c) Mur fundamentowy należy — stosownie do właściwości gruntu — wykonać z dobrze wypalonych cegieł albo klinkerek na przedłużonej zaprawie cementowej lub na zaprawie hydraulicznej; można także pozwolić na użycie kamieni łamanych, ale najlepszej jakości. Na użycie wapna zwykłego nie można zezwalać z powodu niejednostajnego i powolnego osiadania muru.

Cel $\acute{e}$ m jednostajnego rozdziel $\acute{e}$ nia ci $\acute{s}$ nienia na dno wykopu fundamentowego doradza si $\acute{e}$  przepisanie nawet dla zupełnie wytrzymałego gruntu stosownie grubej ławy betonowej, jako najni $\acute{z$ szej warstwy fundamentowej. Gdy jednak grunt nie jest całkiem pewny, nale $\acute{z}$ y wprost przepisać taką ławę betonową. W miarę potrzeby trzeba b $\acute{e}$ dzie jeszcze prócz tego zarządzić sztuczne fundowanie.

#### VII. Sposób wykonania budowy.

W konsensie policyjno przemysłowym na urządzenie zakładu nale $\acute{z}$ y odpowiedzialnego kierownika budowy, — którego uprawnienie do tego rodzaju budowli trzeba b $\acute{e}$ dzie sprawdzić, — zrobić wyraźnie odpowiedzialnym wobec władzy za to, że wykonanie komina nastąpi istotnie z materiału takiej jakości, jaką ze względu na jego ci $\acute{e}$ żar właściwy, wytrzymałość i dobroć przyjęto za podstawę w statycznym obliczeniu.

Podczas udzielania konsensu nale $\acute{z}$ y dalej zwa $\acute{z}$ ać tak $\acute{z$ e na następujące wskazówki:

##### a) Co do fundamentu.

Dla uzyskania dopuszczalnego ci $\acute{s}$ nienia na grunt nale $\acute{z}$ y w każdym razie wykonać rozszerzenie fundamentu, które — gdy b $\acute{e}$ dzie w stopniach założone — powinno otrzymać szerokość odsadki nie większą, ni $\acute{z}$  dwie trzecie jej wysokości.

Gdy szerokość odsadki fundamentowej z powodu szczególnie niekorzystnych warunków gruntowych musi być większa od dwu trzecich cz $\acute{e}$ ści jej wysokości, nale $\acute{z}$ y fundament wykonać z betonu, wzmoenionego  $\acute{z}$ elazem.

Wysokość fundamentowej ławy betonowej nale $\acute{z}$ y wyznaczyć stosownie do wielkości podeszwy fundamentowej (w przybli $\acute{z}$ eniu jedna ósma szerokości fundamentu); nie powinna ona wynosić mniej ni $\acute{z}$  60 *cm*.

Dno wykopu fundamentowego, jakote $\acute{z}$  w każdym razie użyty do fundamentu mur z kamienia łamanego, nale $\acute{z}$ y oddzielić od podeszwy przewodu kominowego, względn $\acute{e}$ nie od podeszwy kanału dymowego warstw $\acute{a}$  muru ceglanego co najmniej 60 *cm* grub $\acute{a}$ . Ten warunek trzeba stawiać w tym celu, aby dno wykopu fundamentowego, względn $\acute{e}$ nie mur z kamienia łamanego nie poniosły skutek gor $\acute{a}$ ca straty na wytrzymałości. Gdyby zarządzono wykonanie ławy betonowej, jako najni $\acute{z$ szej warstwy fundamentowej, a przewód kominowy sięgał a $\acute{z}$  do ławy, to nale $\acute{z}$ y ją równie $\acute{z}$  oddzielić. Tu jednak wystarczy warstwa oddzielaj $\acute{a}$ ca (izolacyjna) 22centymetrowa (warstwa cegiel r $\acute{e}$ bem, a na niej druga plazem).

Jeżeli w podnózu komina wypadnie założyć otwór dla przeniesienia materiału, to nie należy go urządzać po stronie wylotu kanału dymowego, lecz według możności po przeciwnej.

Tak otwór wylotu kanału dymowego w podnózu, jakoteż otwór do przenoszenia należy zasklepić półkolem, a nie łukiem płaskim.

Sklepienie kanału dymowego u kominów przeznaczonych dla większych palenisk lub do odprowadzania gazów spalania o wyższej temperaturze, nie powinno służyć do dźwigania murów; należy raczej nad sklepieniem kanału dymowego wykonać jeszcze drugie osobne sklepienie, połączone z murem komina.

Szerokość w świetle otworów w podnózu nie powinna przekroczyć jednej trzeciej szerokości odnośnego boku podnóza.

U kominów, służących do odprowadzania dymu lub gazów spalania o ciepocie, przewyższającej czasowo lub trwale  $400^{\circ}\text{C}$ , należy tak w podnózu, jakoteż w trzonie komina do pewnej stosownej wysokości albo urządzić niezależny od muru kominowego płaszcz ochronny, wymurowany przynajmniej w obrębie podnóza z cegiełek ogniotrwałych, — albo wyłożyć wewnątrz cegłami ogniotrwałymi.

Gdyby tego rodzaju środek ochronny był wyjątkowo nie do wykonania, to udzielenie konsensu należy połączyć z tem zastrzeżeniem, że ściany muszą otrzymać stosowne pogrubienie, aby mogły się skutecznie oprzeć uszkodzeniu i nadwyżeniu stałości wskutek zbytniego gorąca.

#### b) Co do trzonu.

Należy go wykonywać w odsadkach (bębnach) możliwie jednako wysokich. Najczęściej będzie do zalecenia ograniczenie wysokich odsadek u kominów krągłych z cegieł promieniówek wymurowanych, do 30 m wysokich, co najwyżej do 5 m, a ponad 30 m wysokich, co najwyżej do 7 m.

Na wszelki wypadek trzeba wymagać, aby grubość ścian w każdym pionowym przekroju trzonu wzrastała od góry ku dołowi w sposób możliwie jednostajny, oraz aby linja prosta, łącząca górną krawędź zewnętrzną, z krawędzią dolną wewnętrzną pozostawała w murze; podcinania przekroju muru trzonowego, jakoby w tym celu, aby uzyskać większe nateżenie cisnące, a mniejsze ciągnące w spojeniu wspornem, należy zabronić.

Jeżeli tylko na zewnątrz trzonu komina mają się użyć cegły promieniówki, a do wnętrza cegły zwykle, to należy zezwolić na to pod tym jedynie warunkiem, że grubość cegieł obu gatunków nie



będzie się znacznie różnić od siebie, a zatem i wiązanie ich da się przeprowadzić na całą grubość muru.

W ten sposób jednak wykonany mur trzonu należy uważać w obliczaniu stałości, jakoby miał być wykonany wyłącznie ze zwykłych cegieł.

Na wykonanie muru wewnętrznego z betonu nie należy zezwalać w żadnym wypadku.

c) Co do szczególnych urządzeń.

Należy przepisać:

Zaprawienie (wytestowanie) spoin ścian wewnątrz przewodu kominowego, wykonanie wjazdu, urządzenie odgromów na wysokich kominach, osadzenie szczebli żelaznych wylazowych, które muszą być co 40 cm wzajemnie odległe.

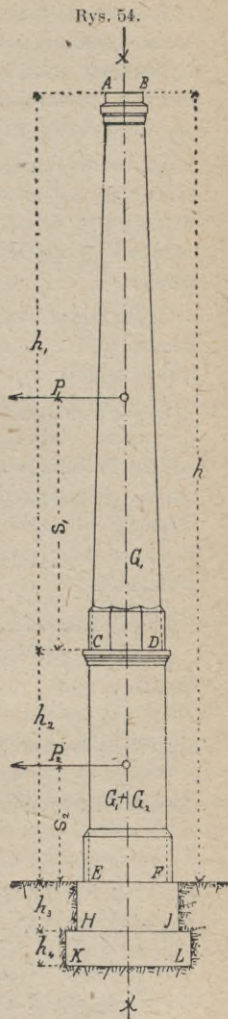
#### b) Wzory statyczne wysokich kominów murowanych.

Rysunek 54. przedstawia w całości widok murowanego kominu fabrycznego; a więc betonową płytę fundamentową  $HJKL$  o grubości  $h_4$ , mur fundamentowy  $EFHJ$  o wysokości  $h_3$ , postument  $CDEF$  o wysokości  $h_2$  i trzon  $ABCD$  kominu o wysokości  $h_1$ .

Trzon jest zawsze stożkiem ściętym lub ściętą piramidą o łagodnym zwężeniu się ku górze, przewód kominu zaś w swym zarysie idzie za postacią trzonu, ale z odsadkami, jak pod VII. b) w instrukcji. Stosownie zatem do tego postanowienia przekrój poziomy trzonu uzyskuje możność jednostajnej zmiany od góry ku dołowi.

Podnóże w głównym swym zarysie jest albo przedłużeniem postaci trzonu, albo prostym graniastosłupem o poziomym przekroju umiarkowanym, albo też cylindrem, z przewodem kominowym dostosowanym do zewnętrznej postaci podnóża.

Zwykle trzon ma w przekroju poziomym koło, a podnóże i fundament kwadrat; zresztą tak trzon, jak i podnóże otrzymują prze-



kroje poziome kwadratowe, ośmioboczne, albo kołowe jednolicie lub w stosownych kombinacjach. Przekroje poziome swoją umiarkowaną umiarkowaną umożliwiają ugrupowanie ich ponad sobą w ten sposób, by środki ciężkości ich spadały w jedną linię pionową i tem samem wytworzyły postać komina w całej wysokości i we wszystkich pionowych przekrojach dokładnie symetryczną względem jego osi pionowej, czyli osi ciężkości.

Na komin działa ciężar własny w osi ciężkości, oraz parcie wiatru, którego wypadkową według wskazówek pod III. (str. 1096) w instrukcji należy przyjąć jako siłę poziomą, działającą w środku ciężkości powierzchni rzutu pionowego odnośnej części składowej komina.

Ciężar własny wywołuje jednostajne nateżenie ciskające w materiale komina, zwiększające się od góry ku dołowi; natomiast parcie wiatru usiłuje wywrócić komin.

W myśl drugiego ustępu pod I. w instrukcji powinno obliczenie statyczne wykazywać nateżenia materiałów w poszczególnych odsadach (bębnach, spiętrzeniach) wewnątrz trzonu, w podstawie trzonu, w podstawie podnóża na fundamencie i w podszewie fundamentowej, oraz obciążenie gruntu pod fundamentem. Zestawienie zatem następujących niżej wzorów odnosi się właśnie do tego wymagania.

### 1. Ciężar własny.

Jeżeli  $O_0$  jest objętością poszczególniej odsady trzonu,  $\gamma$  ciężar właściwy muru, to ciężar własny odsady

$$G_0 = \gamma O_0 \quad 126$$

zaś ciężar wszystkich odsad czyli całego trzonu

$$G_1 = \gamma \Sigma O_0 = \Sigma G_0 \quad 127$$

ciężar własny podnóża fundamentu i lawy betonowej

$$G_2 = \gamma_1 O_p \quad 128$$

$$G_3 = \gamma_2 O_f + \gamma_3 O_b \quad 129$$

gdzie  $O_p$ ,  $O_f$ ,  $O_b$  są odnośne objętości,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$  ciężary właściwe.

### 2. Parcie wiatru.

W rysunku 54. powierzchnia  $ABCD = F_1$  jest pionowym rzutem trzonu postaci trapezu; jeżeli górny bok trapezu  $AB = D_0$ , dolny  $CD = D_1$ ,  $EF = D_2$ ,  $HJ = D_3$ ,  $KL = D_4$ , to

$$F_1 = \frac{D_0 + D_1}{2} h_1 \quad 130$$

parcie zaś wiatru na trzon

$$P_1 = \varphi p F_1 = \varphi p \frac{D_0 + D_1}{2} h_1 \quad 131$$

gdzie  $\varphi$  jest współczynnikiem zmniejszającym wiatr w myśl dat pod IV., zaś  $p$  ciśnieniem wiatru w kilogramach na  $1 m^2$  powierzchni w myśl wskazówek pod III. w instrukcji.

Punkt zaczepienia tego parcia wiatru  $P_1$  będzie według instrukcji w środku ciężkości trapezu  $ABCD$  (rys. 54.) na pionowej osi ciężkości komina w wysokości  $s_1$  ponad podstawą  $CD$  trapezu, obliczalnej według znanego wzoru

$$s_1 = \frac{h_1}{3} \cdot \frac{2 D_0 + D_1}{D_0 + D_1} \quad 132$$

Powierzchnia pionowego rzutu podnóża jest prostokątem  $CDEF = = F_2 = D_2 h_2$ , stąd własne parcie wiatru na podnóże

$$P_2 = \varphi p F_2 = \varphi p D_2 h_2 \quad 133$$

oprócz tego przenosi się na podnóże także działanie parcia wiatru  $P_1$  z trzonu.

Punkt zaczepienia własnego parcia wiatru  $P_2$  będzie w środku ciężkości pionowego rzutu podnóża  $F_2$  na osi pionowej ponad  $D_2$  w wysokości

$$s_2 = \frac{h_2}{2} \quad 134$$

Działanie parcia wiatru  $P_1$  i  $P_2$  przenosi się dalej na mur fundamentowy i na podszewę fundamentową, co niżej uwzględnimy.

### 3. Stałość komina.

Parcie wiatru usiłuje wyrwać zarówno każdą poszczególną odsadę trzonu, jak i każdą inną część składową komina około krawędzi ich własnej podstawy; tu ograniczymy się wszakże do zbadania działania parcia wiatru tylko na główne części składowe komina z czego bowiem już łatwo poznać to działanie na wszelkie inne części jego składowe i zastosować wzory wyprowadzone do ich statycznego obliczenia.

Parcie wiatru  $P_1$  dąży do wywrócenia trzonu około krawędzi  $C$  jego podstawy (rys. 54.) a miarą oceny tej dążności jest moment statyczny tej siły  $P_1$  względem rzeczonyj krawędzi:

$$\begin{aligned} M_w &= P_1 s_1 = \varphi p F_1 s_1 = \varphi p \frac{D_0 + D_1}{2} h_1 \cdot \frac{h_1}{3} \cdot \frac{2 D_0 + D_1}{D_0 + D_1} = \\ &= \varphi p \frac{h_1^2}{6} (2 D_0 + D_1) \end{aligned} \quad 135$$

Temu przeciwdziała moment wypadkowej ciężaru własnego trzonu

$$M_c = G_1 \frac{D_1}{2} \quad 136$$

i wywrót trzonu nie może nastąpić jak długo będzie

$$M_w \leq M_c \quad 137$$

Stalność komina, względnie jego części składowych przeciw wywróceniu wskutek wiatru należy liczyć conajmniej z podwójną pewnością z wykluczeniem wszelkich ułatwień. Idąc za tem postanowieniem instrukcji opieramy się na wynikającym z wzoru warunkowego 137, najniekorzystniejszym, ale zawsze jeszcze w granicach równowagi statycznej dopuszczalnym równaniem

$$M_w = M_c \quad 138$$

które po podstawieniu wartości z wzorów 135. i 136. przybierze postać

$$\varphi p \frac{h_1^2}{6} (2 D_o + D_1) = G_1 \cdot \frac{D_1}{2}, \text{ a po podzieleniu przez } \frac{D_1}{2}$$

$\varphi p \frac{h_1^2}{3} \left( \frac{2 D_o}{D_1} + 1 \right) = G_1$ , skąd wreszcie jako oznaka bezpieczeństwa stalności komina musi być

$$p = \frac{3 G_1}{\varphi h_1^2 \left( 1 + \frac{2 D_o}{D_1} \right)} \geq 300 \text{ kg/m}^2 \quad 139$$

Dokładnie tę samą oznakę rozpoznawczą stopnia bezpieczeństwa stalności komina uzyskuje się z ilorazu momentu ciężaru własnego przez moment wiatru, który to iloraz musi czynić zadosyć następującemu równaniu warunkowemu

$$\frac{M_c}{M_w} \geq 2 \quad 140$$

Działanie sił  $P_1$  i  $G_1$  trzonu przenosi się także i na podnóże, które nadto pozostaje pod wpływem własnego parcia wiatru (wzór 133.) i ciężaru własnego  $G_2$ ; wypadkowe zatem obu parć wiatru i ciężarów własnych będą tu

$$P_p = P_1 + P_2 = \varphi p (F_1 + F_2) \quad 141$$

$$G_p = G_1 + G_2 \quad 142$$

Wypadkowa  $G_p$  spada z pionową osią ciężkości komina, natomiast punkt zaczepienia wypadkowej wiatru  $P_p$  złożonej z parć wiatru na trzon i podnóże, trzeba wyznaczyć z równania momentów obu tych składowych względem punktu obrotu  $E_1$  w podstawie podnóża, a mianowicie

$$M''_w = P_p s = P_1 (s_1 + h_2) + P_2 \frac{h_2}{2} = P_1 s_1 + \left( P_1 + \frac{P_2}{2} \right) h_2,$$

a na podstawie wzoru 131., 133. i 135.

$$M''_w = M'_w + \left( P_1 + \frac{P_2}{2} \right) h_2 = \varphi p \left[ \frac{h_1^2}{6} (2 D_0 + D_1) + \right. \\ \left. + \left( F_1 + \frac{F_2}{2} \right) h_2 \right] = P_p s \quad 143$$

stąd punkt zaczepienia  $s$  wypadkowej wiatru

$$s = \frac{M'_w + \left( P_1 + \frac{1}{2} P \right) h_2}{P_1 + P_2} \quad 144$$

Moment wypadkowej ciężaru własnego

$$M''_c = G_p \cdot \frac{D_2}{2} = (G_1 + G_2) \cdot \frac{D_2}{2} \quad 145$$

Ponieważ i tu obowiązuje warunek wyrażony wzorem 137., więc musi być  $M''_w \leq M''_c$ , zaś dla  $M''_w = M''_c$  w najgorszym razie odnośnie do wzoru 143. i 145. będzie

$$\varphi p \left[ \frac{h_1^2}{6} (2 D_0 + D_1) + \left( F_1 + \frac{F_2}{2} \right) h_2 \right] = (G_1 + G_2) \frac{D_2}{2}, \text{ stąd ze względu} \\ \text{na bezpieczeństwo stałości podnóża musi być}$$

$$p = \frac{(G_1 + G_2) \frac{D_2}{2}}{\varphi \left[ \frac{h_1^2}{6} (2 D_0 + D_1) + \left( F_1 + \frac{F_2}{2} \right) h_2 \right]} \geq 300 \text{ kg/m}^2 \quad 146$$

albo też co na jedno wychodzi

$$\frac{M''_c}{M''_w} \geq 2 \quad 147$$

Działanie zresztą dotychczasowego parcia wiatru i własnego ciężaru objawia się także w podszwie fundamentowej  $KL$  (rys. 54.).

I tak moment parcia wiatru  $P_p$  względem krawędzi  $K$  analogicznie do wzoru 143. będzie

$$M'''_w = M''_w + (P_1 + P_2) (h_3 + h_4) = \varphi p \left[ \frac{h_1^2}{6} (2 D_0 + D_1) + \right. \\ \left. + \left( F_1 + \frac{F_2}{2} \right) h_2 \right] + \varphi p (F_1 + F_2) (h_3 + h_4) \quad 148$$

zaś moment wypadkowej własnego ciężaru  $G_f = G_1 + G_2 + G_3$

$$M'''_c = G_f \cdot \frac{D_4}{2} = (G_1 + G_2 + G_3) \frac{D_4}{2} \quad 149$$

Odnośnie do warunku wyrażonego wzorem 137 musi być i tu  $M'''_w \leq M'''_c$  a w najgorszym razie dla  $M'''_w = M'''_c$  po podstawieniu wartości z wzorów 148. i 149. będzie

$$\varphi p \left\{ \left[ \frac{h_1^2}{6} (2 D_0 + D_1) + \left( F_1 + \frac{F_2}{2} \right) h_2 \right] + (F_1 + F_2) (h_3 + h_4) \right\} =$$

$$= (G_1 + G_2 + G_3) \frac{D_4}{2}, \text{ stąd wreszcie jako oznaka bezpieczeństwa}$$

stałości komina musi być

$$p^* = \frac{(G_1 + G_2 + G_3) D_4}{2 \varphi \left\{ \left[ \frac{h_1^2}{6} (2 D_0 + D_1) + \left( F_1 + \frac{F_2}{2} \right) h_2 \right] + (F_1 + F_2) (h_3 + h_4) \right\}} \geq 300 \text{ kg/m}^2$$

150

czyli co na jedno wychodzi

$$\frac{M'''_c}{M'''_w} \leq 2$$

151

### c) Wytrzymałość komina na zgniecenie.

Ciężar własny zarówno którejkolwiek części, jak całości komina działa w środku ciężkości odnośnej podstawy i wywiera na całą jej powierzchnię jednostajne natężenie; jeżeli zatem ciężar  $G$  wyrazimy w kilogramach a powierzchnię  $f$  podstawy w centymetrach kwadratowych, to natężenie cisnące na  $1 \text{ cm}^2$

$$k_0 = \frac{G}{f}$$

152

Tak ma się rzecz, jak wiatru niema; skoro wszakże pocnie działać parcie  $P$  wiatru, to siła ta pozioma złoży się z ciężarem własnym  $G$  w wypadkową  $R$  ukośną, która dozna wysunięcia ze środka ciężkości podstawy na odległość  $y$ . W nowym tym punkcie zaczepienia składowa pozioma  $P$  wypadkowej  $R$  będzie usiłowała przesunąć odnośną część komina po powierzchni podstawy, a do oceny tego działania i do obliczenia służą wzory 47. do 52., oraz 77. tyczące się wytrzymałości sklepienia (str. 1060 do 1062 i 1071). Natomiast pionowa składowa  $G$ , jako działająca ekscentrycznie w odstępnie  $y$  od środka ciężkości podstawy, wywoła w niej nierówne natężenia cisnące, malejące według linii prostej od krawędzi najbardziej ciśnionej ku krawędzi najmniej ciśnionej. Do oceny i do obliczenia tych natężeń służą znane wzory 87. i 88. z teorii elastyczności, tyczące się statycznego obliczenia murów (str. 1087); wzory te w zastosowaniu do naszego zadania, gdzie  $x_1 = x_2 = x$ ,  $W_1 = W_2 = W$ ,  $P = G$ ,  $M = Gy$ ,  $F = f$ ,  $\sigma_1 = k_1$ ,  $\sigma_2 = k_2$ , przybiorą postać

$$\begin{aligned}
 k_1 &= \frac{G}{f} + \frac{Mx}{J} = \frac{G}{f} + \frac{Gyx}{J} = \frac{G}{f} \left( 1 + \frac{fyx}{J} \right) = \\
 &= \frac{G}{f} \left( 1 + \frac{fy}{W} \right)
 \end{aligned}
 \tag{153}$$

$$\begin{aligned}
 k_2 &= \frac{G}{f} - \frac{Mx}{J} = \frac{G}{f} - \frac{Gyx}{J} = \frac{G}{f} \left( 1 - \frac{fyx}{J} \right) = \\
 &= \frac{G}{f} \left( 1 - \frac{fy}{W} \right)
 \end{aligned}
 \tag{154}$$

Tu mamy trzy niewiadome:  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $y$ ; gdy zaś z dwu równań tylko dwie z nich można wyznaczyć, więc musimy postarać się o trzecie równanie

Pareie wiatru  $P$  wielkością swego momentu  $M_w = Ps$  usiłuje wywrócić komin około krawędzi jego podstawy na zewnątrz, a więc odchylić własny ciężar jego  $G$  ze środka ciężkości na odległość  $y$ , czemu przeciwdziała moment tego ciężaru  $M_c = Gy$ . Oczywiście to odchylenie będzie się odbywać tak długo, czyli na tak wielką odległość  $y$ , dopokąd nie nastąpi równowaga statyczna co do obu przeciwnych działań, czyli zrównanie się obu momentów

$$Ps = Gy \tag{155}$$

a stąd dalej

$$y = \frac{Ps}{G} = \frac{M_w}{G} \tag{156}$$

Wzory 153. i 154. odniesione do muru trzonu, a ewentualnie i podnóża komina mają większy zakres zastosowania, gdyż instrukcja w artykule V. dopuszcza tu nateżenia ciągnące do  $1.2 \text{ kg/cm}^2$  dla trzonu do  $30 \text{ m}$  wysokiego, zaś na każdy metr większej wysokości ustanawia zmniejszenie tego nateżenia ciągnącego o  $0.05 \text{ kg/cm}^2$ . W materiale innych części składowych, to podobnie jak w ogóle w murach zwykłych nateżenia ciągnące są niedopuszczalne. Według tego postanowienia zatem gdy trzon sam, a ewentualnie łącznie z podnóżem będzie ponad  $54 \text{ m}$  wysoki, to nateżenia ciągnące są zupełnie wykluczone.

Po wprowadzeniu zresztą we wzory 153. i 154. wartości z wzorów 91., 152. i 156. otrzymamy

$$k_1 = \frac{G}{f} \left( 1 + \frac{M_w}{G} \cdot \frac{f}{W} \right) = k_o \left( 1 + \frac{y}{e} \right) \tag{157}$$

$$k_2 = \frac{G}{f} \left( 1 - \frac{M_w}{G} \cdot \frac{f}{W} \right) = k_o \left( 1 - \frac{y}{e} \right) \tag{158}$$

gdzie moment oporu

$$W = \frac{J}{\frac{D}{2}} = \frac{2J}{D}$$

159

Zresztą w tych częściach składowych kominą, w których nateżenie ciągnące jest, lub stało się niedopuszczalne, należy stosować wzory 157. i 158. w miarę określeń i oznak, wyrażonych wzorami 87. do 104., oraz wywodami i uwagami bezpośrednio do nich odniesionymi.

A gdy okaże się wreszcie, że  $y > e$ , czyli że w przekroju poprzecznym oprócz nateżeń cisańcych występują w pewnej jego części nateżenia ciągnące, wówczas należy zastosować i dostosować wzory 105. do 125. z uwzględnieniem odnośnych bezpośrednich wywodów, określeń i uwag.

Przedstawione wyżej wzory 126. do 159. są zasadnicze i mniej lub więcej ogólne; w dalszym toku niżej zestawia się na tej podstawie wzory szczegółowe dla kominów o najeczęściej używanym przekroju poprzecznym kołowym i ośmiobocznym umiarowym.

#### d) Momenta bezwładności i oporu w odniesieniu do postaci poprzecznego przekroju kominów.

Jeżeli poprzeczny przekrój kominą jest kwadratem lub wielobokiem umiarowym, a płaszczyzna działania siły zmienia swe położenie, to moment bezwładności  $J$  pozostaje niezmienny; natomiast moment oporu  $W$  stanie się największy, gdy płaszczyzna działania siły przybierze położenie równoległe do jednego z boków, a najmniejszy, gdy płaszczyzna ta spadnie razem z przekątnią przekroju; w pierwszym razie bowiem odległość  $x$  najskrajniejszego, w płaszczyznę działania siły wpadającego punktu przekroju od jego środka ciężkości będzie najmniejszą, a w drugim razie największą, co wynika zresztą wprost z równania

$$\text{momentu oporu } W = \frac{J}{x}.$$

W przekroju kołowym moment oporu nie zmienia się, gdyż każdy najskrajniejszy punkt przekroju leży na obwodzie koła, a zatem jego odległość  $x$  od środka ciężkości przekroju jest jednaka.

Skoro zatem na komin kwadratowy lub ośmioboczny pocnie wiatr dąć w kierunku przekątni przekroju czyli w kierunku naroża, moment oporu stanie się najmniejszy, a powstałe



w najskrajniejszym punkcie przekroju, czyli w narożu natężenie  $k = \frac{M_0}{W}$  wypadnie największe; będzie to zatem najniekorzystniejszy kierunek parcia wiatru, z którym każe liczyć się zawsze końcowy ustęp w artykule III. instrukcji.

W następującej tabelicy zestawia się do tego celu momenta oporu dla pierścieniowych przekrojów poprzecznych, używanych w budownictwie kominowym, wyprowadzone na podstawie wzorów zasadniczych.

Liczba bieżąca	Postać przekroju	Moment bezwładności $J$	Moment oporu względem osi ciężkości przekroju	
			przekątnej <sup>1</sup> $W_p$	normalnej $W_n$
1	Koło . . . . .	$0.0491 D^4 = \frac{\pi D^4}{64}$	$0.0982 D^3$	$0.0982 D^3$
2	Ośmiobok . . . . .	$0.0547 D^4$	$0.1011 D^3$	$0.1095 D^3$
3	Kwadrat . . . . .	$0.0833 D^4 = \frac{D^4}{12}$	$0.1179 D^3$	$0.1667 D^3$
4	Pierścień kołowy z wnętrzem kołowym	$0.0491 (D^4 - d^4)$	$0.0982 \left( D^3 - \frac{d^3}{D} \right)$	$0.0982 \left( D^3 - \frac{d^3}{D} \right)$
5	Pierścień ośmioboczny z wnętrzem ośmiobocznym . . . . .	$0.0547 (D^4 - d^4)$	$0.1011 \left( D^3 - \frac{d^3}{D} \right)$	$0.1095 \left( D^3 - \frac{d^3}{D} \right)$
6	Pierścień ośmioboczny z wnętrzem kołowym . . . . .	$0.0547 D^4 - 0.0491 d^4$	$0.1011 D^3 - 0.0907 \frac{d^3}{D}$	$0.1095 D^3 - 0.0982 \frac{d^3}{D}$
7	Pierścień kwadratowy z wnętrzem kwadratowym . . . . .	$0.0833 (D^4 - d^4)$	$0.1179 \left( D^3 - \frac{d^3}{D} \right)$	$0.1667 \left( D^3 - \frac{d^3}{D} \right)$
8	Pierścień kwadratowy z wnętrzem ośmiobocznym . . . . .	$0.0833 D^4 - 0.0547 d^4$	$0.1179 D^3 - 0.0774 \frac{d^3}{D}$	$0.1667 D^3 - 0.1095 \frac{d^3}{D}$
9	Pierścień kwadratowy z wnętrzem kołowym . . . . .	$0.0833 D^4 - 0.0491 d^4$	$0.1179 D^3 - 0.0694 \frac{d^3}{D}$	$0.1667 D^3 - 0.0982 \frac{d^3}{D}$

<sup>1</sup> W ośmioboku połowa przekątnej, czyli promień koła opisanego  $R = 0.5412 D$ , a w kwadracie  $R = 0.7071 D$ , gdzie  $D$  jest średnicą koła wpisanego.

## e) Obliczenie statyczne ośmiobocznego komina

fabrycznego 45 m wysokiego (rys. 55 a i b).

## 1. Dane szczegółowe.

Trzon komina 35 m wysoki ośmioboczny z takimże podnóżem 10 m wysokim, o przewodzie kominowym ośmiobocznym ze zwykłych cegieł dobrze wypalonych na zaprawie przedłużonej w stosunku objętości cementu portlandzkiego do wapna i piasku, jak 1:4:10.

Mur fundamentowy takiż sam na ławie betonowej.

Obustronne odechylenie zewnętrznego lica ścian komina wynosi 5.4% wysokości komina, według którego to odechylenia obliczono średnice poszczególnych odsad komina.

Ciężar 1 m<sup>3</sup> muru ceglanoego na zaprawie przedłużonej  $\gamma = 1600$  kg  
 „ 1 m<sup>3</sup> betonu lekkiego . . . . .  $\gamma_1 = 2000$  „  
 „ 1 m<sup>3</sup> płaszcza ochronnego . . . . .  $\gamma_2 = 1600$  „  
 Parcie wiatru na 1 m<sup>2</sup> . . . . .  $p = 150$  „  
 Spółczynnik parcia wiatru na trzon i podnóże . . .  $\varphi = 0.71$

Dopuszczalne ciśnienie na 1 cm<sup>2</sup> muru 8 kg

Dopuszczalne natężenie ciągnące

$$-1.20 + (45 - 30) \times 0.05 = -0.45 \text{ kg/cm}^2$$

Parcie wiatru na trzon:

$$P_1 = 0.71 \times 150 \times \frac{1.80 + 3.69}{2} \times 35 = 10231.99 \text{ kg}$$

Parcie wiatru na podnóże nad cokolem:

$$P_2 = 0.71 \times 150 \times \frac{3.99 + 4.37}{2} \times 7 = 3116.19 \text{ kg}$$

Parcie wiatru na podnóże w cokole:

$$P_3 = 0.71 \times 150 \times \frac{4.67 + 4.83}{2} \times 3 = 1517.63 \text{ kg}$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 14865.81 \text{ kg.}$$

Wysokość środka ciężkości rzutu pionowego (trapezu) części podnóża nad cokolem, czyli punktu zaczepienia parcia wiatru  $P_2$ :

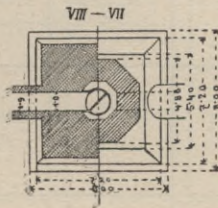
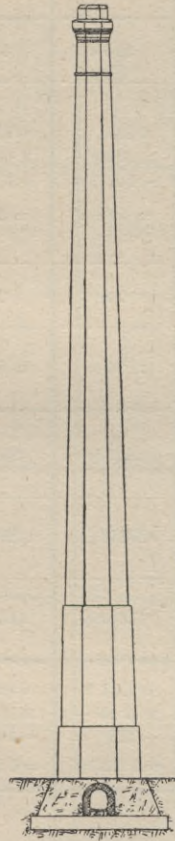
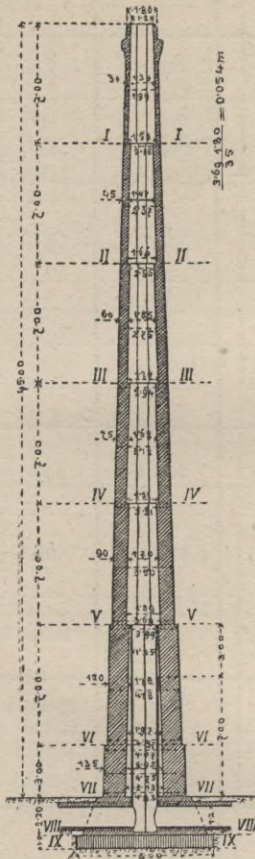
$$s_2 = \frac{7}{3} \times \frac{2 \times 3.99 + 4.37}{3.99 + 4.37} = \frac{12.35}{8.36} \times 3.50 = 5.17 \text{ m.}$$

Wysokość takiegoż punktu zaczepienia w cokole podnóża:

$$s_3 = \frac{3}{3} \times \frac{2 \times 4.67 + 4.83}{4.67 + 4.83} = \frac{14.17}{9.50} = 1.49 \text{ m.}$$

Rysunek 55 a.

Rysunek 55 b.



## 2. Obliczenie trzonu 35 m wysokiego.

Przekrój poziomy	I	II	III	IV	V
Grubość ścian	30 cm	45 cm	60 cm	75 cm	90 cm
Powierzchnia średniego przekroju poziomego $f_s = 0.8284 \times (D_s^2 - d_s^2)$ odsady trzonu	$0.8284 \times (1.99^2 - 1.39^2) = 1.68 \text{ m}^2$	$0.8284 \times (2.37^2 - 1.47^2) = 2.86 \text{ m}^2$	$0.8284 \times (2.75^2 - 1.55^2) = 4.27 \text{ m}^2$	$0.8284 \times (3.12^2 - 1.62^2) = 5.89 \text{ m}^2$	$0.8284 \times (3.50^2 - 1.70^2) = 7.75^2$
Wysokość $h$	7 m	7 m	7 m	7 m	7 m
Objętość $O = f_s h$	11.76 m <sup>3</sup>	20.02 m <sup>3</sup>	29.89 m <sup>3</sup>	41.23 m <sup>3</sup>	54.25 m <sup>3</sup>
Ciężar właściwy $\gamma$	1600 kg	1600 kg	1600 kg	1600 kg	1600 kg
Ciężar obliczony $G = \gamma O$	18816 kg	32032 kg	47824 kg	65968 kg	86800 kg
Ciężar razem $\Sigma G$	18816 kg	50848 kg	98672 kg	164640 kg	251440 kg
Powierzchnia podstawy odsady $f_n = 0.8284 (D_n^2 - d_n^2)$	$0.8284 \times (2.18^2 - 1.58^2) = 1.8689 \text{ m}^2$	$0.8284 \times (2.56^2 - 1.66^2) = 3.1463 \text{ m}^2$	$0.8284 \times (2.94^2 - 1.74^2) = 4.6523 \text{ m}^2$	$0.8284 \times (3.31^2 - 1.81^2) = 6.3621 \text{ m}^2$	$0.8284 \times (3.69^2 - 1.89^2) = 8.3204 \text{ m}^2$
Ciśnienie własne na 1 cm <sup>2</sup> podstawy $k_0 = \frac{\Sigma G}{f_n \cdot 10^4}$	1.007 kg/cm <sup>2</sup>	1.616 kg/cm <sup>2</sup>	2.121 kg/cm <sup>2</sup>	2.588 kg/cm <sup>2</sup>	3.022 kg/cm <sup>2</sup>
Moment ciężaru własnego $M_e = \frac{\Sigma G \cdot D_n}{2}$	20509.44 kg/m	65085.44 kg/m	145047.84 kg/m	272479.20 kg/m	463906.80 kg/m

Przekrój poziomy	I	II	III	IV	V
Moment wiatru $M_w = 0.71 \times 150 \times \frac{h^2}{6} (2D_0 + D_n) = 17.75 \times h^2 \times (2D_0 + D_n)$	$17.75 \times 7^2 \times (2 \times 1.80 + 2.18) = 5027.15 \text{ kg/m}$	$17.75 \times 14^2 \times (3.60 + 2.56) = 21.430.64 \text{ kg/m}$	$17.75 \times 21^2 \times (3.60 + 2.94) = 51.193.48 \text{ kg/m}$	$17.75 \times 28^2 \times (3.60 + 3.31) = 96.159.56 \text{ kg/m}$	$17.75 \times 35^2 \times (3.60 + 3.69) = 158.511.94 \text{ kg/m}$
Odchylenie wypadkowej $R$ $y = \frac{M_w}{\Sigma G}$	0.267 m	0.421 m	0.519 m	0.584 m	0.630 m
Moment oporu względem osi przekątnej $W = 0.1011 \times \left( D_n^3 - \frac{d_n^4}{D_n} \right)$	$0.1011 \times \left( \frac{1.58^3}{2.18^3} - \frac{1.18}{2.18} \right) = 0.759 \text{ m}^3$	$0.1011 \times \left( \frac{1.66^3}{2.56^3} - \frac{1.18}{2.56} \right) = 1.398 \text{ m}^3$	$0.1011 \times \left( \frac{1.74^3}{2.94^3} - \frac{1.18}{2.94} \right) = 2.256 \text{ m}^3$	$0.1011 \times \left( \frac{1.81^3}{3.31^3} - \frac{1.18}{3.31} \right) = 3.342 \text{ m}^3$	$0.1011 \times \left( \frac{1.89^3}{3.69^3} - \frac{1.18}{3.69} \right) = 4.735 \text{ m}^3$
Dalekość rdzenia podstawy $e = \frac{W}{f_n}$	0.406 m	0.444 m	0.485 m	0.525 m	0.569 m
Pewność przeciw wywróceniu $\frac{M_c}{M_w}$	4.08 razy	3.04 razy	2.83 razy	2.83 razy	2.93 razy
Natężenie krańcowe w murze na $1 \text{ cm}^2$ cisnące $k_1 = k_0 \left( 1 + \frac{y}{e} \right)$	$1.67 \text{ kg/cm}^2$	$3.15 \text{ kg/cm}^2$	$4.39 \text{ kg/cm}^2$	$5.47 \text{ kg/cm}^2$	$6.37 \text{ kg/cm}^2$
Natężenie krańcowe w murze na $1 \text{ cm}^2$ ciągnące $k_2 = k_0 \left( 1 - \frac{y}{e} \right)$	$+ 0.34 \text{ kg/cm}^2$	$+ 0.08 \text{ kg/cm}^2$	$- 0.15 \text{ kg/cm}^2$	$- 0.29 \text{ kg/cm}^2$	$- 0.32 \text{ kg/cm}^2$

## 3. Obliczenie podnoża 10 m wysokiego.

Przekrój poziomy	VI	VII
Powierzchnia przekroju poziomego dolnego $f_n = 0.8284 (D_n^2 - d_n^2)$	$0.8284 \times (4.37^2 - 1.97^2) = 12.6049 \text{ m}^2$	$0.8284 \times (4.83^2 - 2.13^2) = 15.5673 \text{ m}^2$
Powierzchnia przekroju poziomego średniego $f_s = 0.8284 (D_s^2 - d_s^2)$	$0.8284 \times (4.18^2 - 1.78^2) = 11.85 \text{ m}^2$	$0.8284 \times (4.75^2 - 2.05^2) = 15.21 \text{ m}^2$
Wysokość $h$	7 m	3 m
Objętość $O = f_s h$	82.95 m <sup>3</sup>	45.63 m <sup>3</sup>
Ciężar właściwy $\gamma$	1600 kg	1600 kg
Ciężar obliczony $G_n = \gamma O$	132720 kg	73008 kg
Ciężar wszystkich części poprzednich $\Sigma G$	251440 kg	384160 kg
Ciężar razem $\Sigma G_n$	384160 kg	457168 kg
Cisnienie własne na 1 cm <sup>2</sup> przekroju $k_0 = \frac{\Sigma G_n}{f_n \cdot 10^4}$	3.048 kg/cm <sup>2</sup>	2.937 kg/cm <sup>2</sup>
Moment ciężaru własnego $M_c = \Sigma G_n \frac{D_n}{2}$	839389.60 kg/m	1104060.72 kg/m
Moment wiatru wszystkich części poprzednich $M_w$	158511.94 kg/m	246246.57 kg/m
Moment wiatru całkowity $\Sigma M_w$	158511.94 + + $P_1 \times 7 + P_2 s_2 =$ = 246246.57 kg/m	246246.57 + + $(P_1 + P_2) \times 3 + P_3 s_3 =$ = 288552.38 kg/m

Przekrój poziomy	VI	VII
Odchylenie wypadkowej $R$ $y = \frac{\Sigma M_w}{\Sigma G_n}$	0·641 m	0·631 m
Moment oporu względem osi przekątnej $W_p = 0·1011 \left( D^3 - \frac{d^3}{D} \right)$	$0·1011 \times \left( 4·37^3 - \frac{1·97^3}{4·37} \right) =$ $= 8·096 m^2$	$0·1011 \times \left( 4·83^3 - \frac{2·13^3}{4·83} \right) =$ $= 10·972 m^2$
Dalekość rdzenia przekroju $e = \frac{W_p}{f_u}$	0·642 m	0·705 m
Pewność przeciw wywróceniu $\frac{M_e}{\Sigma M_w}$	3·41 razy	3·83 razy
Natężenie krawężne w murze na 1 cm <sup>2</sup> cisnące $k_1 = k_0 \left( 1 + \frac{y}{e} \right)$	6·09 kg/cm <sup>2</sup>	5·57 kg/cm <sup>2</sup>
Natężenie krawężne w murze na 1 cm <sup>2</sup> ciągnące $k_2 = k_0 \left( 1 - \frac{y}{e} \right)$	+ 0·01 kg/cm <sup>2</sup>	+ 0·31 kg/cm <sup>2</sup>

#### 4. Obliczenie fundamentu.

Przekrój poziomy VIII.

Objętość muru fundamentowego, tworzącego ściętą piramidę ponad przekrojem VIII.

$$(7·20^2 + \sqrt{7·20^2 \times 5·40^2 + 5·40}) \times \frac{2·20}{3} = \frac{119·88}{3} \times 2·20 =$$

$$= 39·96 \times 2·20 = 87·91 m^3$$

od tego odjąć: przewód kominowy

$$1·35^2 \times \frac{3·14}{4} \times 2·0 = 2·86 m^3$$

szyję kominową

$$\left( \frac{5·40 + 7·20}{2} - 1·35 \right) \left( 0·6 \times 1·0 + \frac{0·5^2 \times 3·14}{2} \right) = 4·90 m^3$$

razem odjąć . . . 7·76 m<sup>3</sup>

zostaje . . . 80·15 m<sup>3</sup>

Ciężar zatem muru fundamentowego:

$$80 \cdot 15 \times 1600 = G_8 = 128.240 \text{ kg}$$

Do tego ciężar wszystkich poprzednich części

$$\text{komina} \dots \dots \dots \Sigma G_7 = 457.168 \text{ „}$$

oraz ciężar płaszcza ochronnego wewnętrznego:

$$[(1 \cdot 65^2 - 1 \cdot 35^2) \frac{\pi}{4} \times 7 \cdot 0 + (1 \cdot 55^2 - 1 \cdot 35^2) \frac{\pi}{4} \times \\ \times 3 + 1 \cdot 35 \times 0 \cdot 15 (7 + 3 + 2)] \times 1600 = (4 \cdot 95 + \\ + 1 \cdot 37 + 2 \cdot 43) \times 1600 = 8 \cdot 75 \times 1600 = \dots \dots \dots 14.000 \text{ „}$$

$$\text{Razem ciężar ogólny } \Sigma G_8 = 599.408 \text{ kg}$$

Powierzchnia przekroju VIII.  $f = 7 \cdot 20^2 = 51 \cdot 84 \text{ m}^2$

$$k_0 = \frac{\Sigma G_8}{f \cdot 10^4} = \frac{599.408}{518.400} = 1 \cdot 156 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Sigma M_w = 288552 \cdot 38 + (P_1 + P_2 + P_3) \times 2 \cdot 20 = \\ = 288552 \cdot 38 + 14865 \cdot 81 \times 2 \cdot 20 = 321257 \cdot 16 \text{ kg/m}$$

$$y = \frac{\Sigma M_w}{\Sigma G_8} = \frac{321257 \cdot 16}{599408} = 0 \cdot 536 \text{ m}$$

$$W_p = 0 \cdot 1179 D^3 - 0 \cdot 0694 \frac{d^4}{D} = 0 \cdot 1179 \times 7 \cdot 20^3 - \\ - 0 \cdot 0694 \frac{1 \cdot 35^4}{7 \cdot 20} = 43 \cdot 955$$

$$e_1 = e_2 = e = \frac{W_p}{f} = \frac{43 \cdot 955}{51 \cdot 840} = 0 \cdot 848 \text{ m}$$

$$k_1 = k_0 \left( 1 + \frac{y}{e_1} \right) = 1 \cdot 156 \left( 1 + \frac{0 \cdot 536}{0 \cdot 848} \right) = 1 \cdot 156 (1 + 0 \cdot 632) = \\ = 1 \cdot 89 \text{ kg/cm}^2$$

$$k_2 = 1 \cdot 156 (1 - 0 \cdot 632) = 1 \cdot 156 \times 0 \cdot 368 = + 0 \cdot 43 \text{ kg/cm}^2$$

Podeszwa fundamentowa IX.

Ciężar ławy betonowej

$$G_9 = 8 \cdot 0^2 \times 0 \cdot 80 \times 2000 = \dots \dots \dots 102400 \text{ kg}$$

$$\text{Ciężar wszystkich części poprzednich} \dots \dots \Sigma G_8 = 599408 \text{ „}$$

$$\text{razem} \dots \dots \Sigma G_9 = 701808 \text{ kg}$$

Powierzchnia podeszwy IX.  $f = 8^2 = 64 \cdot 00 \text{ m}^2$

$$k_0 = \frac{701808}{64 \times 10000} = 1 \cdot 097 \text{ kg/cm}^2$$

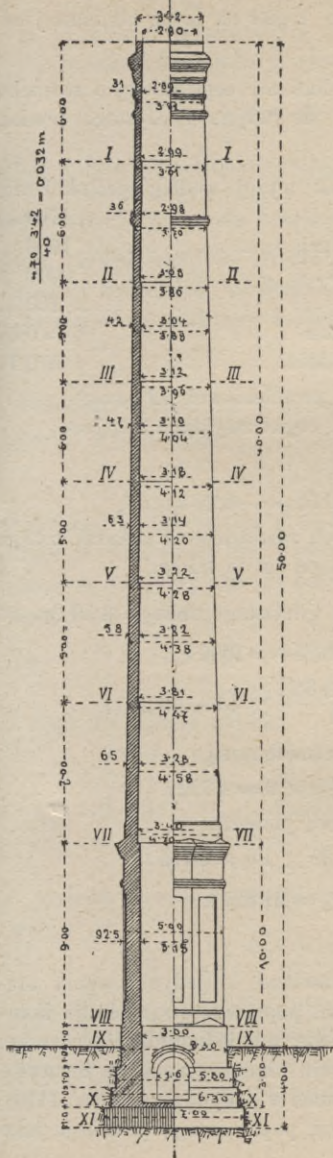
Moment wiatru

$$\Sigma M_w = 321257 \cdot 16 + (P_1 + P_2 + P_3) \times 0 \cdot 8 = 321257 \cdot 16 + \\ + 14865 \cdot 81 \times 0 \cdot 80$$

$$\Sigma M_w = 333149 \cdot 81 \text{ kg/m}$$



Rysunek 56a.



$$y = \frac{\Sigma M_w}{\Sigma G_9} = \frac{333149.81}{701808} = 0.475 \text{ m}$$

$$W_p = 0.1179 D^3 = 0.1179 \times 8^3 = 0.1179 \times 512 = 60.365$$

$$e = \frac{W_p}{f} = \frac{60.365}{64.000} = 0.943 \text{ m}$$

$$k_1 = k_0 \left( 1 + \frac{y}{e_1} \right) =$$

$$= 1.097 \left( 1 + \frac{0.475}{0.943} \right) =$$

$$= 1.097 (1 + 0.504) = 1.65 \text{ kg/cm}^2$$

$$k_2 = 1.097 (1 - 0.504) =$$

$$= 1.097 \times 0.496 = +0.54 \text{ kg/cm}^2.$$

Wytrzymałość komina nie pozostawia zatem nie do życzenia w pojęciu instrykcji.

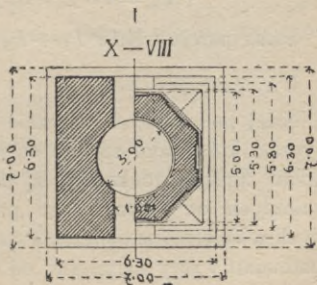
#### f) Wzory statyczne dla krągłego komina

fabrycznego 50 m wysokiego, w rys. 56a i 56b uwidocznionego.

##### 1. Dane szczegółowe.

Trzon komina 40 m wysoki, okrągły, o obustronnem odchyleniu zewnętrznego lica ścian 3.20 ‰, z maszynowych cegieł promieniówek ugniatanych, dziurawionych.

Rysunek 56b.



Podnóże 10 m wysokie ośmioboczne z cegieł zwykłych, dobrze wypalonych, fundament z takichże cegieł na ławie betonowej cementowej.

Wszelki mur na zaprawie przedłużonej cementowej o stosunku objętości cementu portlandzkiego, do wapna i czystego piasku, jak 1 : 4 : 10.

Ciężar 1 m <sup>3</sup> z promieniówek jak wyżej według protokołarnie przeprowadzonej próby wynosi . . . . .	1700 kg
Ciężar 1 m <sup>3</sup> muru z cegieł zwykłych . . . . .	1600 „
„ 1 m <sup>3</sup> betonu cementowego . . . . .	2200 „
Parcie wiatru na 1 m <sup>2</sup> . . . . .	150 „
Spółczynnik parcia wiatru na trzon . . . . .	$\varphi = 0.67$
„ „ „ „ podnóże . . . . .	$\varphi = 0.71$
Dopuszczalne ciśnienie na mur z promieniówek 12 kg/cm <sup>2</sup> .	
„ „ „ „ cegieł zwykłych 8 kg/cm <sup>2</sup>	

Dopuszczalne rozciąganie:

$$-1.20 + (50 - 30) \times 0.05 = -0.20 \text{ kg/cm}^2,$$

gdyż podnóże z powodu zbyt ścisłych rozmiarów na zasadzie ustępu trzeciego art. I. „instrukcji“ zalicza się tu do trzonu.

Dopuszczalne obciążenie gruntu gliniastego zbitego 3.50 kg/cm<sup>2</sup>.

Parcie wiatru na trzon w tonnach (1 t = 1000 kg)

$$P_1 = 0.67 \times 0.15 \times \frac{4.70 + 3.42}{2} \times 40 = 16.240 \text{ t.}$$

Parcie wiatru na część podnóża ośmioboczną

$$P_2 = 0.71 \times 0.15 \times 5 \times 9 = 4.792 \text{ t.}$$

Parcie wiatru na część kwadratową podnóża

$$P_3 = 1.0 \times 0.15 \times 5.30 \times 1.0 = 0.795 \text{ t.}$$

Suma parcia wiatru  $P_1 + P_2 + P_3 = 21.827 \text{ t.}$

U w a g a.

Niżej pod 2. do 4. włącznie zestawiono te jedynie wzory statyczne, które jako zależne od postaci poprzecznego przekroju kołowego niniejszego komina są odmienne od jednorodnych wzorów, zależnych od poprzecznego przekroju ośmiobocznego, a zestawionych w tabelarnem obliczeniu statycznym w podpodziale e) (str. 1110); natomiast wzory niezależne od zarysu poprzecznego przekroju jako

jednakie dla obu kominów pominięto, gdyż są już poszczególnione w rzezonem tabelarnem obliczeniu.

## 2. Wzory odnoszące się do odsad trzonu.

Powierzchnia średniego przekroju poziomego odsady trzonu w  $m^2$ :

$$f_s = (D_s^2 - d_s^2) \frac{\pi}{4} \quad 160$$

gdzie w ogóle przeciętna średnica zewnętrzna odsady  $D_s = \frac{D_o + D_n}{2}$ ,

a wewnętrzna przewodu kominowego  $d_s = \frac{d_o + d_n}{2}$ ,  $D_o$  średnica górna zewnętrzna,  $d_o$  średnica górna przewodu kominowego,  $D_n$  dolna zewnętrzna,  $d_n$  dolna wewnętrzna.

Powierzchnia podstawy badanej odsady w  $m^2$ :

$$f_n = (D_n^2 - d_n^2) \frac{\pi}{4} \quad 161$$

Ciśnienie centryczne w  $kg/cm^2$  idące z ciężaru własnego, obliczonego w tonach ( $t$ )

$$k_o = \frac{\Sigma G \times 1000}{f_n \times 10000} = \frac{\Sigma G}{f_n \times 10} \quad 162$$

Moment parcia wiatru  $P_t = \Sigma P_n$  (suma parć wiatru wszystkich odsad) w tonmetrach ( $tm$ ) trzonu o poprzecznym przekroju kołowym, odnośnie do wzoru 135. po podstawieniu w myśl art. III. instrukcji  $\varphi = 0.67$ ,  $p = 150 kg$ :

$$\begin{aligned} M_{w,n} = P_t s_t &= \varphi p F_t s_t = 0.67 \times \frac{150}{1000} \cdot \frac{(\Sigma h_n)^2}{6} (2D_o + D_n) = \\ &= 0.01675 (\Sigma h_n)^2 (2D_o + D_n) \end{aligned} \quad 163$$

Stąd dla odsady trzonu:

$$\begin{aligned} 1 \text{ szej} \dots M_{w,1} &= 0.01675 h_1^2 (2D_o + D_1) \\ 1 + 2 \text{ giej} \dots M_{w,2} &= 0.01675 (h_1 + h_2)^2 (2D_o + D_2) \\ 1 + 2 + 3 \text{ ciej} \dots M_{w,3} &= 0.01675 (h_1 + h_2 + h_3)^2 (2D_o + D_3) \\ 1 + 2 + 3 + \dots + n-1 \dots M_{w,n-1} &= 0.01675 (\Sigma h_{n-1})^2 (2D_o + \\ &\quad + D_{n-1}) \end{aligned} \quad 164$$

Moment oporu w przekroju, tworzącym podstawę odsady względnie trzonu

$$W = \frac{\pi}{3 \cdot 2} \cdot \frac{D_n^4 - d_n^4}{D_n} = 0.098175 \frac{D_n^4 - d_n^4}{D_n} \quad 165$$

## 3. Wzory do statycznego obliczenia podnóża.

a) Część ośmioboczna podnóża: powierzchnia podstawy w ogólnej postaci:

$$f_{n+1} = 0.8284 D_{n+1}^2 \frac{\pi}{4} \times d_{n+1}^2 \quad 166$$

moment wiatru w ogólnej postaci:

$$M_{w, n+1} = M_{w, n} \left( P_t + \frac{P_{n+1}}{2} \right) h_{n+1} \quad 167$$

najmniejszy moment oporu względem osi przekątnej

$$W_p = 0.1011 D_{n+1}^3 - 0.0907 \frac{d_{n+1}^4}{D_{n+1}} \quad 168$$

β) Część kwadratowa podnóża: powierzchnia podstawy w ogólnej postaci:

$$f_{n+2} = D_{n+2}^2 - \frac{\pi}{4} \times d_{n+2}^2 \quad 169$$

moment wiatru w ogólnej postaci

$$M_{w, n+2} = M_{w, n+1} (P_t + P_{n+1}) h_{n+2} + P_{n+2} \frac{h_{n+2}^2}{2} \quad 170$$

najmniejszy moment oporu względem osi przekątnej w ogólnej postaci:

$$W_p = 0.1179 D_{n+2}^3 - 0.0694 \frac{d_{n+2}^4}{D_{n+2}} \quad 171$$

#### 4. Wzory do statycznego obliczenia fundamentu.

Moment wiatru, działający w kwadratowej podstawie muru fundamentowego, w ogólnej postaci

$$M_{w, n+3} = M_{w, n+2} (P_t + P_{n+1} + P_{n+2}) h_{n+3} \quad 172$$

najmniejszy moment oporu względem osi przekątnej

$$W''_p = 0.1179 D_{n+3}^3 - \frac{d_{n+3}^4}{D_{n+3}} \times 0.0694 \quad 173$$

Moment wiatru działający w podszewie fundamentowej

$$M_{w, n+4} = M_{w, n+3} (P_t + P_{n+1} + P_{n+2}) h_{n+4} \quad 174$$

najmniejszy moment oporu względem osi przekątnej

$$W'''_p = 0.118 D_{n+4}^3 \quad 175$$

Uwagi.

1. Cały przebieg statycznego obliczenia kominu krągłego, przedstawionego rysunkiem 56. należy prowadzić w porządku, przyjętym wyżej w obliczeniu statycznym kominu ośmiobocznego w podziale  $e$ ), (str. 1110), uwidocznionego w rysunku 55.

2. Co do granicy wysokości kominów murowanych należy tu podnieść, że na ostatniej wystawie paryskiej w r. 1900 stały kominy po 80 m wysokie; huta w Halsbrück pod Fryburgiem w Saksonji ma komin 140 m, fabryka ołowiu w Enskirchen (prowincja nadreńska) 134 m, a zakłady hutnicze w Nowymjorku 107 m wysoki.

### III. Wytrzymałość na zginanie.

#### 1. Belki żelazne wałkowane o przekroju I (trawersy) według norm Stow. austr. inżynierów i architektów.

Tablica I.

Numer (Nr.)	Przekroju I						waga 1 m belki kg	Moment				Dopuszczalne obciążenie jednostajne w kierunku osi y przekroju belki z 2 stron na 1 m podpartej dla $k = 1000 \text{ kg/cm}^2$
	wysokość $h$	szerokość $b$	grubość $d$	grubość $\delta$ ścianki	powierzchnia $f$	bezwładności		oporu				
						$J_x$		$J_y$	$W_x = \frac{2 J_x}{h}$	$W_y = \frac{2 J_y}{b}$		
	w pasie mm					cm <sup>2</sup>		cm <sup>4</sup>		cm <sup>3</sup>		
6	60	44	5.5	4.0	6.80	5.34	40.00	7.83	13.30	3.56	1.059	
8	80	52	6.0	4.0	9.08	7.13	97.13	12.74	24.28	4.90	1.92	
10	100	60	7.0	4.5	12.42	9.75	207.93	22.78	41.59	7.59	3.28	
12	120	68	8.0	5.0	16.28	12.78	392.69	37.76	65.45	11.11	5.17	
13	130	72	8.5	5.5	18.68	14.66	524.00	47.60	80.61	13.22	6.37	
14	140	76	8.5	6.0	20.55	16.13	659.55	55.58	94.22	14.62	7.44	
15	150	80	9.0	6.0	22.58	17.73	840.34	68.50	112.05	17.12	8.85	
16	160	84	9.5	6.5	25.43	19.96	1068.37	83.57	133.55	19.90	10.55	
18	180	90	11.0	7.0	31.21	24.50	1662.57	119.69	184.73	26.60	14.61	
18a	180	135	11.0	7.0	41.11	32.27	2363.74	380.65	262.64	56.39	20.89	
20	200	96	12.0	8.0	37.58	29.50	2429.25	158.31	242.92	32.98	19.19	
21	210	99	12.5	8.5	40.99	32.18	2899.18	180.76	276.11	36.52	21.80	
22	220	102	13.0	9.0	44.55	34.79	3434.05	205.50	312.19	40.29	24.64	
22a	220	135	13.0	9.0	53.13	41.71	4346.41	457.77	395.13	67.82	31.32	
23	230	105	14.0	9.0	48.17	37.81	4098.78	242.12	356.42	46.12	28.15	
24	240	108	14.5	9.5	52.00	40.82	4785.12	272.87	398.76	50.53	31.50	
24a	240	135	14.5	9.5	59.83	46.97	5773.92	517.02	481.16	76.60	38.14	
25	250	111	15.0	10.0	56.00	43.96	5556.42	306.14	444.51	55.18	35.10	
26	260	114	15.5	10.5	60.15	47.22	6417.33	342.56	493.64	60.10	38.97	
28	280	120	17.0	11.0	68.70	53.93	8526.82	439.00	609.06	73.17	48.12	
28a	280	150	17.0	11.0	78.90	61.94	10278.65	831.16	734.19	110.82	58.20	
30	300	126	18.0	12.0	78.02	61.25	11002.47	537.20	733.50	85.27	57.91	
32	320	132	19.0	13.0	86.96	69.05	13981.56	650.90	873.85	98.62	68.96	
35	350	141	21.0	14.0	103.64	81.36	19693.48	876.85	1125.34	124.38	88.86	
40	400	156	24.0	16.0	132.86	104.30	32709.45	1354.09	1635.47	173.60	129.17	
45	450	171	27.0	18.0	165.67	130.05	51283.98	2000.88	2279.29	234.02	180.06	
50	500	186	30.0	20.0	199.60	155.70	75912.05	3247.76	3036.50	349.22	242.76	

Uwaga. Zawarte w niniejszej tabeli powierzchnie i wartości statyczne w porównaniu do odnośnych wartości tabelarnych z r.1892. zostały — w uwzględnieniu zaokrągleń i nachyleń zarysu przekroju — poprawione przez Związek austr. inżynierów i architektów i ogłoszone 27. lutego 1915.

W przedstawionej wyżej tabelicy I.  $J_x$  jest momentem bezwładności względem osi ciężkości  $x$  przekroju, równoległej do szerokości pasu, właściwym w tym razie, jeżeli obciążenie belki działa w płaszczyźnie prostopadłej do osi  $x$ , —  $J_y$  zaś jest momentem bezwładności względem osi ciężkości  $y$  przekroju, prostopadłej do osi  $x$ , właściwym w tym wypadku, gdy obciążenie belki działa prostopadłe do ścianki przekroju;  $W_x$  i  $W_y$  są odnośnymi momentami oporu względem rzeczonych osi  $x$  i  $y$ , odpowiadającymi tym samym wypadkom obciążenia belki.

Jeżeli belka (trawersa) ma służyć do połączenia jednym lub oboma końcami z kotwiami, to należy jeden, względnie każdy z obu końców zaopatrzyć dwoma wywiertami na śruby kotwienne w odstępach 16 i 32 *cm* od ezola trawersy.

Belek niniejszych o wysokich przekrojach należy unikać według możności, gdyż często miewają błędy wałkowania.

## 2. Belki żelazne wałkowane o przekroju $\square$ według norm Stow. austr. inżynierów i architektów.

Tabelica II.

Numer (Nr.)	Przekroju $\square$							waga 1 m belki <i>kg</i>	Moment					Dopuszczalne obciążenie jednostajne w kierunku osi $y$ przekroju belki z 2 stron na 1 m podpartej dla $k = 1000 \text{ kg/cm}^2$ <i>t</i>
	wysokość $h$	szerokość $b$		grubość $d$	grubość $\delta$ w ścianie	odstęp $e$ środka ciężkości	powierzchnia $f$		bezwładności			oporu		
		w ramieniu							$J_x$	$J_y$	względem zewnętrznej krawędzi ścianki przekroju	$W_x = \frac{2 J_x}{h}$	$W_y = \frac{J_y}{b - a}$	
		<i>mm</i>												
6	60	40	8.0	5.5	1.44	9.01	7.07	48.05	12.97	31.53	16.02	5.06	1.260	
8	80	45	9.0	6.0	1.54	12.06	9.47	116.09	21.92	50.47	29.02	7.40	2.281	
10	100	50	9.5	6.5	1.62	15.03	11.80	227.06	33.27	72.63	45.41	9.84	3.573	
12	120	55	10.5	7.0	1.74	18.81	14.77	409.68	50.09	106.73	68.28	13.31	5.371	
13	130	60	10.5	7.0	1.87	20.56	16.14	533.41	65.30	136.81	82.06	15.79	6.464	
14	140	60	11.0	7.5	1.82	22.40	17.58	662.21	69.94	144.31	94.60	16.74	7.448	
16	160	65	12.0	8.0	1.95	26.90	21.12	1038.42	98.15	199.90	129.80	21.55	10.218	
18	180	70	12.5	8.5	2.03	31.13	24.44	1513.87	129.81	258.60	168.21	26.14	13.252	
20	200	75	13.5	9.0	2.16	36.35	28.54	2182.21	173.50	343.04	218.22	32.49	17.191	
22	220	80	14.0	9.5	2.25	41.21	32.35	2979.50	220.78	429.35	270.86	38.40	21.353	
24	240	85	15.0	10.0	2.38	47.15	37.01	4057.95	284.63	551.00	338.16	46.48	26.657	
26	260	90	15.5	10.5	2.47	52.63	41.32	5293.54	351.80	672.22	407.20	53.85	32.120	
28	280	95	16.5	11.0	2.60	59.30	46.55	6919.98	441.03	840.40	494.28	63.87	38.984	
30	300	100	17.0	11.5	2.69	65.41	51.35	8727.45	532.79	1004.56	581.83	72.84	45.920	

Belek żelaznych „tablicą II.“ objętych używa się naogół w budownictwie lądowym znacznie mniej, niż trawers, których przekrój poprzeczny — mówiąc nawiasem — najwięcej odpowiada celowi; często zastosowują belki tablicy II. zamiast trawers tam, gdzie szerokość jej pasów byłaby z jednej strony niepożądana w danym zespole.

Uwagi zresztą wypowiedziane wyżej w odniesieniu do tablicy I. co do momentów bezwładności  $J_x, J_y$ , co do momentów oporu  $W_x, W_y$ , oraz co do odstępów wywierców kotwionych od końców belki stosują się w całości i do niniejszej tablicy.

Wartości odstępów  $e$  środka ciężkości przekroju, poszczególnione w kolumnie szóstej tablicy II., mierzy się od zewnętrznej krawędzi ścianki przekroju.

### 3. Obliczenie statyczne belek żelaznych wałkowanych z pomocą tablicy I. i II.

W budownictwie lądowym uważa się wszelkie belki wmurowane za wolno podparte i pod tem założeniem liczy się ich wytrzymałość. Wmurowanie bowiem belek rzadko tylko może być tak silne, jak tego wymagają wzory na wytrzymałość belek silnie naprzężonych.

Stosownie zatem do tego obliczamy z pomocą tablicy I wytrzymałość trawers, jako belek żelaznych wolno na obu końcach podpartych na podstawie zasadniczego równania momentów

$$M = kW = k \frac{2J}{h} \quad 176$$

orzekającego, że moment sił zewnętrznych  $M$  równa się momentowi sił wewnętrznych  $kW$ , gdzie  $k$  jest dopuszczalne natężenie,  $W$  główny moment oporu,  $J$  moment bezwładności,  $h$  wysokość przekroju trawersy.

Z wzoru 176. wynika wreszcie statyczna wartość momentu oporu

$$W = \frac{M}{k} = \frac{2J}{h} \quad 177$$

W odniesieniu do trawersy na obu końcach wolno podpartej, jednostajnie obciążonej w kierunku równoległym do osi ciężkości  $y$  przekroju, największy moment zgjęcia

$M = \frac{1}{8} Pl$ ,  $W = W_x = \frac{2J_x}{h}$ , względnie  $W = W_y = \frac{2J_y}{h}$ , a stąd równanie 176. przybierze postać

$$M = \frac{1}{8} Pl = kW_x = k \cdot \frac{2J_x}{h} \quad 178$$

$$\text{względnie } \frac{1}{8} Pl = k W_y = k \cdot \frac{2 J_y}{h} \quad 179$$

gdzie  $P$  jest całkowite obciążenie jednostajne,  $l$  rozpiętość belki, wreszcie dopuszczalne natężenie  $k = 1000 \text{ kg/cm}^2$  przekroju.

Mając więc dane  $P$  i  $l$ , oraz sposób obciążenia belki, wyznaczamy z wzoru 178., względnie 179 odnośny moment oporu

$$\frac{Pl}{8k} = W_x = \frac{2 J_x}{h} \quad 180$$

$$\text{względnie } \frac{Pl}{8k} = W_y = \frac{2 J_y}{h} \quad 181$$

i szukamy w odnośnej kolumnie tabeli I. momentu oporu równego lub większego, niż obliczony, a przynależny numer przekroju w kolumnie pierwszej oznaczy nam trawersę dostatecznie wytrzymałą.

Moment oporu  $W_t$  z tabeli wolno uznać jako równy obliczonemu momentowi oporu  $W$ , choćby  $W - W_t = 1 \text{ cm}^3$ , ale nie więcej.

Należy tu pamiętać, że jeżeli  $P$  liczy się w kilogramach, to i  $k$  musi być w kilogramach, a wartość  $J$ ,  $l$ ,  $h$ , w centymetrach.

#### PRZYKŁAD.

Strop izby 5 m rozpiętości obciążony całkowicie  $900 \text{ kg/m}^2$  należy przesklepić na trawersach żelaznych wałkowanych, co 3 m od środka do środka wzajemnie odległych

$P = 900 \times 5 \times 3 = 13.500 \text{ kg}$ ,  $l = 500 \text{ cm}$ ,  $k = 1000 \text{ kg/cm}^2$   
po podstawieniu tych wartości we wzór 180. wypadnie

$$\frac{Pl}{8k} = \frac{13500 \times 500}{8 \times 1000} = 843.75 \text{ cm}^3 = W_x$$

Tej wartości naszego  $W_x$  jest w tabeli I. najbliższem  $W_x = 873.85$ , właściwem trawersie Nr. 32, która jest aż nadto wytrzymała dla naszego stropu.

Ten sam przykład z pomocą ostatniej kolumny tabeli I. daje się w prostszy sposób rozwiązać:

Ponieważ  $P$ , jak wyżej, wynosi  $13.500 \text{ kg}$ , czyli  $13.5 \text{ tonn}$ , więc pomnożywszy je przez rozpiętość  $l = 5 \text{ m}$ , t. j.  $13.5 \times 5$  otrzyma się  $67.5 \text{ ton}$ , jako dopuszczalny ciężar, który belka szukana wolno podparta, na rozpiętość  $1 \text{ m}$  dźwigać powinna; z ostatniej kolumny tabeli I. okazuje się, że taką belką będzie właśnie trawersa Nr. 32, której dopuszczalna wartość  $68.96 \text{ ton}$  najbardziej się zbliża do wartości wyżej obliczonej  $67.5 \text{ ton}$ .

W podobny sposób oblicza się wytrzymałość belek żelaznych przekroju  $\square$  z pomocą tabeli II.

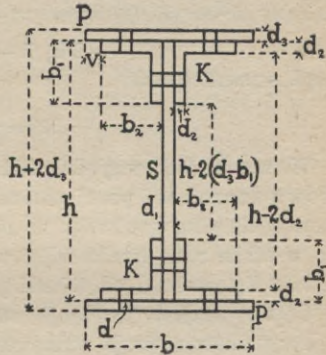


#### 4. Belki żelazne nitowane o przekroju trawersy.

##### a) Pogląd ogólny.

Przedstawiony w rysunku 57. poprzeczny przekrój belki żelaznej nitowanej składa się z zasadniczego przekroju obejmującego ściankę  $S$  z czterema kątownikami  $K$ , oraz z pojedynczego lub kilkakrotnego pasu górnego i dolnego  $P$ , nanitowanych na zasadniczy przekrój, o ile tego wzmocnienia wymaga wielkość momentu zgięcia.

Rysunek 57.



Grubość ścianki  $d_1 = 7$  do  $13 \text{ mm}$ , a wysokość  $h = \frac{1}{12}$  do  $\frac{1}{15}$  rozpiętości  $l$ .

Kątowniki w regule są równoramienne i otrzymują rozmiary według przyjętego następującego oznaczenia:

$$\frac{b_1 \times b_1}{d_2} = \frac{60 \times 60}{6} \text{ do } \frac{140 \times 140}{15} \text{ mm, albo}$$

$$b_1 \times b_1 \times d_2 = 60 \times 60 \times 6 \text{ do } 140 \times 140 \times 15 \text{ mm, oraz}$$

$$b_1 \times b_2 \times d_2 = 65 \times 100 \times 6 \text{ do } 80 \times 120 \times 15 \text{ mm.}$$

Nierównoramienne kątowniki nituje się tak, aby ramię dłuższe było poziome celem uzyskania momentu oporu dalej w szerszym przekroju sięgającego.

Długość normalna ścianek, kątowników i pasów wynosi 4 do 8 m, ale można otrzymać je nawet do 14 m długości.

Średnica nitów  $d = 2 d_2$ ; odstęp nitów wogóle  $e \geq 4 d$ , a w szczególności na oporach  $e = 5 d$ , w środku długości belki  $e = 6 d$ , u żeber usztywniających  $e = 6$  do  $8 d$ .

Najodpowiedniejsza grubość pasów  $d_3 = d_2$ .

Wysokość szerokości pasów poza krawędź kątownika powinien być  $v \leq 3 d_3$ .

Ścianki otrzymują żebra poprzeczne usztywniające przeciw wyboczeniu: na oporach, pod ciężarami odosobnionymi, a w razie gdy  $h > 0,5$ , to we wzajemnych odstępach 1,25 do 1,5 m wzdłuż całej belki; żebro stanowi jeden lub para kątowników z ramionami 50 do 75 mm, lub o przekroju  $\perp$  nanitowanych po obu stronach ścianki

w jednym i tym samym jej przekroju i sięgających od pasu do pasu.

Dopuszczalne natężenie eiszące i ciągnące pasów, ścianki i kątowników  $k = 1000 \text{ kg/cm}^2$ , zaś nitów na ścinanie  $k_s = 800 \text{ kg/cm}^2$ .

Moment bezwładności poprzecznego przekroju belki, uwidocznionego w rysunku 57., względem własnej osi ciężkości  $xx$

$$J = \frac{1}{12} [b(h + d_3)^3 - 2v h^3 - 2b_1(h - 2d_2)^3 - 2d_2(h - 2d_2 - 2b_2)^3] \quad 182$$

stąd moment oporu

$$W = \frac{2J}{h + 2d_3} \quad 183$$

We wzorze 182., względnie 183. należy brać w rachubę jedynie użytą szerokość pasu i poziomego ramienia kątownika, a zatem po potrąceniu obu wywierców na nity; gdyby zaś pasu nie było weale, to w takim razie trzeba odjąć wywierty nitowe od pionowego ramienia kątownika i od ścianki przekroju belki.

Często zamiast przekroju zasadniczego, złożonego ze ścianki i kątowników używają walcowanej belki o przekroju **I** (trawersy), której moment bezwładności, względnie moment oporu jest znany, a na której celem wzmocnienia ma być nanitowany pas górny i dolny o grubości  $d_3$ .

W tym razie moment bezwładności obu pasów będzie

$$J_p = 2 \left[ J_c + F \left( \frac{h + d_3}{2} \right)^2 - 2f \left( \frac{h}{2} \right)^2 \right] = 2J_c + 2F \left( \frac{h + d_3}{2} \right)^2 - 4f \left( \frac{h}{2} \right)^2 \quad 184$$

gdzie  $J_c$  jest momentem bezwładności jednego pasu względem własnej osi ciężkości,  $F$  powierzchnią pasu;  $f$  powierzchnią wywiercu na nit,  $h$  wysokością trawersy,  $\frac{h + d_3}{2}$  odstępem własnej osi ciężkości pasu od osi ciężkości  $xx$  przekroju belki; zresztą we wzorze tym nie uwzględniono momentu bezwładności wywiercu nitów względem własnej osi ciężkości z powodu zbyt drobnej jego wartości.

W regule jednak dla uproszczenia rachunku opuszcza się momenta bezwładności pasów i wywierców nitowych względem własnej osi ciężkości, jako znikające małe w porównaniu do innych wielkości, a zamiast odstepu  $\frac{h + d_3}{2}$  bierze się w rachubę jedynie  $\frac{h}{2}$  bez ujemny dla wyniku obliczenia.

Moment oporu obu pasów na trawersę nitowanych z uwzględnieniem uproszczeń wyżej właśnie określonych będzie  $W_p = \frac{2 J_p}{h}$ , gdy zaś moment oporu trawersy  $W_t = \frac{2 J_t}{h}$ , więc całkowity moment oporu trawersy z oboma pasami

$$W = W_t + W_p. \quad 185$$

Belek żelaznych walcowanych o przekroju  $\mathbf{I}$  używa się bardzo często jako zasadniczego przekroju do belek nitowanych zwykłych, zaś o przekroju  $\mathbf{C}$  do belek nitowanych skrzynkowych; belki bowiem w ten sposób znitowane dają się wykonać prędzej, łatwiej i taniej a jako złożone z mniej kawałków są trwalsze.

Zamiast wzoru pełnego 182., względnie 183. używa się dla uproszczenia rachunku wzorów częściowych, służących do obliczenia momentów bezwładności, względnie momentów oporu poszczególnych części składowych przekroju belki nitowanej, uwidocznionego w rysunku 57., a mianowicie:

Moment bezwładności ścianki wraz z 4 kątownikami czyli moment bezwładności przekroju zasadniczego względem osi ciężkości  $x x$

$$J_o = J_s + 4 J_k \quad 186$$

gdzie moment bezwładności ścianki względem tej samej osi ciężkości  $x x$

$$J_s = \frac{d_1 h^3}{12} \quad 187$$

zaś moment bezwładności czterech kątowników względem tej samej osi  $x x$

$$4 J_k = 4 \left[ J_c + F_k \left( \frac{h}{2} - e \right)^2 \right] = 4 J_c + F_k (h - 2 e)^2 \quad 188$$

We wzorze tym jest  $J_c$  moment bezwładności jednego kątownika względem własnej osi ciężkości,  $F_k$  powierzchnia kątownika,  $e$  odstęp środka ciężkości kątownika od zewnętrznej krawędzi jego przekroju.

Po podstawieniu wartości z wzorów 187. i 188. we wzór 186. otrzymujemy

$$J_o = \frac{d_1 h^3}{12} + 4 J_c + F_k (h - 2 e)^2 \quad 189$$

a stąd wreszcie moment oporu zasadniczego przekroju belki

$$W_o = \frac{2 J_o}{h} = \frac{d_1 h^2}{6} + \frac{2}{h} [4 J_c + F_k (h - 2 e)^2] \quad 190$$

Moment bezwładności obu pasów względem osi ciężkości  $x x$  poprzecznego przekroju belki

$$J_p = 2 \left[ J_c + F \left( \frac{h + d_3}{2} \right)^2 \right] \quad 191$$

gdzie  $J_c = \frac{b' d_3^3}{12}$  jest moment bezwładności jednego pasu względem własnej osi ciężkości,  $b'$  jest użytkowa szerokość pasu po potrąceniu obu wywierćów na nity, t. j.  $b' = b - 2d$ ,  $F = b' d_3$  powierzchnia przekroju pasu,  $\frac{h + d_3}{2}$  odstęp własnej osi ciężkości przekroju pasu od osi ciężkości  $xx$  przekroju belki.

Po opuszczeniu  $J_c$  i  $d_3$  jako stosunkowo zbyt drobnych wartości nie mających właściwie wpływu na rzetelność wyniku obliczenia otrzymujemy ostatecznie moment bezwładności obu pasów

$$J_p = 2 F \frac{h^2}{4} = \frac{1}{2} F h^2 \quad 192$$

Stąd moment oporu względem tej samej osi ciężkości  $xx$  przekroju belki

$$W_1 = \frac{2 J_p}{h} = F h = b' d_3 h \quad 193$$

Wreszcie całkowity moment oporu przekroju poprzecznego belki, przedstawionego w rysunku 57.

$$W = W_o + W_1 \quad 194$$

w odniesieniu do wzorów 190. i 193.

### b) Tablice do obliczania nitowanych belek.

Tablica Ia.

Zasadniczy przekrój poprzeczny belek nitowanych.

Zasadniczego przekroju poprzecznego				Zasadniczego przekroju poprzecznego			
numer (Nr.)	rozmiary			numer (Nr.)	rozmiary		
	grubość $d_1$ ścianki	szerokość $b_1, b_2$ i grubość $d_2$ ramion kątownika	średnica $d$ nitów		grubość $d_1$ ścianki	szerokość $b_1, b_2$ i grubość $d_2$ ramion kątownika	średnica $d$ nitów
	mm				mm		
1	7	60×60×6	16	13	11	90×90×13	24
2	8	60×60×8	16	14	10	100×100×10	22
3	8	65×65×7	16	15	11	100×100×12	22
4	9	65×65×9	18	16	12	100×100×14	24
5	8	70×70×7	16	17	10	110×110×10	22
6	9	70×70×9	18	18	11	110×110×12	24
7	10	70×70×11	20	19	12	110×100×14	26
8	9	80×80×8	18	20	11	120×120×11	22
9	10	80×80×10	20	21	12	120×120×13	24
10	11	80×80×12	22	22	13	120×120×15	26
11	9	90×90×9	20	23	12	140×140×13	24
12	10	90×90×11	22	24	13	140×140×15	26

Tablica Ib.

Moment oporu  $W_o$  i ciężar  $g$  jednego metra belki nitowanej o zasadniczym przekroju złożonym ze ścianki i kątowników.

Zasadniczego przekroju								
wysokość $h$	numer w odniesieniu do rozmiarów w tablicy Ia							
	1		2		3		4	
	$W_o = \frac{2J}{h}$	$g$	$W_o$	$g$	$W_o$	$g$	$W_o$	$g$
mm	cm <sup>3</sup>	kg/m	cm <sup>3</sup>	kg/m	cm <sup>3</sup>	kg/m	cm <sup>3</sup>	kg/m
150	134	29·7	167	37·5	163	36·5	192	44·8
200	207	32·5	259	40·7	252	39·6	300	48·3
250	289	35·2	362	43·8	352	42·7	419	51·9
300	378	38·0	472	47·0	460	45·9	549	55·4
350	473	40·7	590	50·1	576	49·0	687	58·9
400	574	43·5	715	53·2	699	52·2	834	62·5
450	681	46·2	847	56·4	829	55·3	988	66·0
500	795	49·0	986	59·5	966	58·4	1151	69·5
550	914	51·7	1132	62·7	1110	61·6	1321	73·1
600	1040	54·5	1285	65·8	1261	64·7	1499	76·6
650	.	.	1444	68·9	1418	67·9	1685	80·1
700	.	.	1611	72·1	1583	71·0	1878	83·7
750	.	.	.	.	.	.	2079	87·2
800	.	.	.	.	.	.	2287	90·7
$h$	5		6		7		8	
	$W_o$	$g$	$W_o$	$g$	$W_o$	$g$	$W_o$	$g$
mm								
200	267	41·8	318	51·2	363	60·3	325	52·3
250	372	44·9	445	54·7	510	64·2	455	55·9
300	486	48·1	583	58·2	669	68·1	596	59·4
350	609	51·2	729	61·8	838	72·0	747	62·9
400	738	54·4	884	65·3	1017	76·0	906	66·5
450	875	57·5	1047	68·8	1205	79·9	1074	70·0
500	1019	60·6	1218	72·4	1402	83·8	1250	73·5
550	1170	63·8	1397	75·9	1607	87·7	1434	77·1
600	1327	66·9	1584	79·4	1821	91·7	1626	80·6
650	1492	70·1	1778	83·0	2044	95·6	1826	84·1
700	1663	73·2	1980	86·5	2275	99·5	2033	87·7
750	.	.	2190	90·0	2515	103·4	2248	91·2
800	.	.	2407	93·6	2763	107·4	2470	94·7
850	.	.	.	.	3020	111·3	2700	98·3
900	.	.	.	.	3285	115·2	2938	101·8

<i>h</i>	9		10		11		12	
	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>
200	380	62.8	427	73.0	.	.	.	.
250	533	66.7	603	77.4	532	66.0	615	78.0
300	700	70.7	794	81.7	698	69.5	808	81.9
350	878	74.6	997	86.0	874	73.1	1014	85.9
400	1065	78.5	1211	90.3	1060	76.6	1230	89.8
450	1262	82.4	1435	94.6	1255	80.1	1457	93.7
500	1468	86.4	1670	98.9	1458	83.7	1693	97.6
550	1683	90.3	1914	103.2	1699	87.2	1938	101.5
600	1907	94.2	2168	107.6	1889	90.7	2192	105.4
650	2139	98.1	2432	111.9	2116	94.2	2455	109.4
700	2380	102.1	2705	116.2	2351	97.8	2727	113.3
750	2630	106.0	2988	120.5	2594	101.3	3008	117.2
800	2888	109.9	3280	124.8	2845	104.8	3297	121.2
850	3154	113.8	3581	129.2	3103	108.4	3594	125.1
900	3429	117.8	3891	133.5	3369	111.9	3901	129.0
950	.	.	4211	137.8	3643	115.4	4215	132.9
1000	.	.	4540	142.1	3924	119.0	4538	136.9

<i>h</i>	13		14		15		16	
	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>
250	689	89.8	624	79.3	722	92.4	802	105.3
300	909	94.1	820	83.2	950	96.8	1058	110.0
350	1142	98.4	1030	87.1	1193	101.1	1332	114.7
400	1387	102.7	1251	91.1	1450	105.4	1620	119.4
450	1644	107.0	1482	95.0	1718	109.7	1922	124.2
500	1911	111.3	1723	98.9	1997	114.0	2235	128.9
550	2189	115.7	1974	102.8	2287	118.3	2560	133.6
600	2476	120.0	2234	106.8	2586	122.7	2896	138.3
650	2774	124.3	2502	110.7	2896	127.0	3243	143.0
700	3080	128.6	2780	114.6	3215	131.3	3601	147.7
750	3397	132.9	3066	118.5	3544	135.6	3969	152.4
800	3723	137.3	3361	122.5	3883	139.9	4347	157.1
850	4058	141.6	3665	126.4	4231	144.2	4736	161.8
900	4403	145.9	3977	130.3	4588	148.6	5136	166.5
950	4757	150.2	4297	134.2	4955	152.9	5545	171.3
1000	5120	154.5	4626	138.2	5332	157.2	5965	176.0
1050	5492	158.8	4964	142.1	5717	161.5	6395	180.7
1100	5874	163.2	5310	146.0	6112	165.8	6835	185.4
1150	.	.	.	.	.	.	7286	190.1

<i>h</i> <i>mm</i>	17		18		19		20	
	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>
300	882	89·5	1009	104·3	1127	118·8	1025	105·0
350	1107	93·4	1269	108·6	1420	123·5	1288	109·3
400	1345	97·3	1544	112·9	1729	128·2	1567	113·6
450	1594	101·3	1830	117·2	2052	133·0	1858	118·0
500	1853	105·2	2129	121·6	2388	137·7	2162	122·3
550	2122	109·1	2438	125·9	2736	142·4	2476	126·6
600	2400	113·0	2758	130·2	3095	147·1	2802	130·9
650	2688	117·0	3088	134·5	3466	151·8	3137	135·2
700	2984	120·9	3427	138·8	3847	156·5	3483	139·6
750	3290	124·8	3777	143·1	4239	161·2	3839	143·9
800	3604	128·7	4136	147·5	4642	165·9	4205	148·2
850	3927	132·7	4505	151·8	5056	170·6	4580	152·5
900	4258	136·6	4884	156·1	5479	175·3	4965	156·8
950	4599	140·5	5272	160·4	5913	180·1	5359	161·1
1000	4947	144·4	5669	164·7	6358	184·8	5763	165·5
1050	.	.	6067	169·0	6812	189·5	6176	169·8
1100	.	.	6492	173·4	7277	194·2	6608	174·1
1150	.	.	.	.	7752	198·9	.	.
1200	.	.	.	.	8237	203·6	.	.

<i>h</i> <i>mm</i>	21		22		23		24	
	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>	<i>W<sub>o</sub></i>	<i>g</i>
300	1160	120·9	1284	136·0	1306	137·3	1400	155·4
350	1460	125·6	1619	141·7	1641	142·0	1826	160·5
400	1777	130·3	1974	146·8	1998	146·7	2226	165·6
450	2109	135·1	2345	151·9	2372	151·4	2646	170·7
500	2455	139·8	2731	157·0	2762	156·1	3083	175·9
550	2813	144·5	3131	162·1	3165	160·8	3535	181·0
600	3183	149·2	3543	167·2	3582	165·5	4001	186·1
650	3564	153·9	3968	172·3	4011	170·2	4481	191·2
700	3956	158·6	4405	177·4	4451	174·9	4974	196·3
750	4359	163·3	4854	182·5	4902	179·6	5479	201·4
800	4773	168·0	5315	187·6	5365	184·4	5996	206·5
850	5197	172·7	5787	192·7	5839	189·1	6525	211·6
900	5632	177·4	6270	197·8	6324	193·8	7066	216·7
950	6078	182·2	6765	202·9	6819	198·5	7618	221·8
1000	6533	186·9	7271	208·0	7325	203·2	8182	226·9
1050	7000	191·6	7789	213·1	7841	207·9	8757	232·0
1100	7476	196·3	8317	218·2	8368	212·6	9344	237·1
1150	.	.	8857	223·3	8905	217·3	9942	242·2
1200	.	.	9407	228·4	9453	222·0	10551	247·3

Tablica II.

Moment oporu  $W_1$  pasu górnego i dolnego nanitowanych na zasadniczy przekrój belki z tablicy Ia, względnie Ib.

Wysokość $h$ zasadniczego przekroju	Przekroju pasu											
	grubość $d_3$	użytkowa szerokość $b' = b - 2d$ w milimetrach										
		1	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
		moment oporu $W_1 = Fh = b' d_3 h$										
mm	mm	cm <sup>3</sup>										
150	7	1·05	116	126	137	147	158	168	.	.	.	.
	8	1·20	132	144	156	168	180	192	.	.	.	.
	9	1·35	149	162	176	189	203	216	.	.	.	.
	10	1·50	165	180	195	210	225	240	.	.	.	.
	11	1·65	182	198	215	231	248	264	.	.	.	.
200	8	1·60	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
	9	1·80	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
	10	2·00	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400
	11	2·20	242	264	286	308	330	352	374	396	418	440
	12	2·40	264	288	312	336	360	384	408	432	456	480
	13	2·60	286	312	338	364	390	416	442	468	494	520
	14	2·80	308	336	364	392	420	448	476	504	532	560
	15	3·00	330	360	390	420	450	480	510	540	570	600
250	1	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	
	8	2·00	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480
	9	2·25	338	360	383	405	428	450	473	495	518	540
	10	2·50	375	400	425	450	475	500	525	550	575	600
	11	2·75	413	440	468	495	523	550	578	605	633	660
	12	3·00	450	480	510	540	570	600	630	660	690	720
	13	3·25	488	520	553	585	618	650	683	715	748	780
	14	3·50	525	560	595	630	665	700	735	770	805	840
	15	3·75	563	600	638	675	713	750	788	825	863	900
	300	1	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
8		2·40	480	504	528	552	576	600	624	648	672	696
9		2·70	540	567	594	621	648	675	702	729	756	783
10		3·00	600	630	660	690	720	750	780	810	840	870
11		3·30	660	693	726	759	792	825	858	891	924	957
12		3·60	720	756	792	828	864	900	936	972	1008	1044
13		3·90	780	819	858	897	936	975	1014	1053	1092	1131
14		4·20	840	882	924	966	1008	1050	1092	1134	1176	1218
15		4·50	900	945	990	1035	1080	1125	1170	1215	1260	1305



h mm	$\bar{d}_3$ mm	Użytkowa szerokość $b' = b - 2d$ w milimetrach										
		1	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
350	8	2·80	560	588	616	644	672	700	728	756	784	812
	9	3·15	630	662	693	725	756	788	819	851	882	914
	10	3·50	700	735	770	805	840	875	910	945	980	1015
	11	3·85	770	809	847	886	924	963	1001	1040	1078	1117
	12	4·20	840	882	924	966	1008	1050	1092	1134	1176	1218
	13	4·55	910	956	1001	1047	1092	1138	1183	1229	1274	1320
	14	4·90	980	1029	1078	1127	1176	1225	1274	1323	1372	1421
	15	5·25	1050	1103	1155	1208	1260	1313	1365	1418	1470	1523
400	8	3·20	640	672	704	736	768	800	832	864	896	928
	9	3·60	720	756	792	828	864	900	936	972	1008	1044
	10	4·00	800	840	880	920	960	1000	1040	1080	1120	1160
	11	4·40	880	924	968	1012	1056	1100	1144	1188	1232	1276
	12	4·80	960	1008	1056	1104	1152	1200	1248	1296	1344	1392
	13	5·20	1040	1092	1144	1196	1248	1300	1352	1404	1456	1508
	14	5·60	1120	1176	1232	1288	1344	1400	1456	1512	1568	1624
	15	6·00	1200	1260	1320	1380	1440	1500	1560	1620	1680	1740
450	8	3·60	720	756	792	828	864	900	936	972	1008	1044
	9	4·05	810	851	891	932	972	1013	1053	1094	1134	1175
	10	4·50	900	945	990	1035	1080	1125	1170	1215	1260	1305
	11	4·95	990	1040	1089	1139	1188	1238	1287	1337	1386	1436
	12	5·40	1080	1134	1188	1242	1296	1350	1404	1458	1512	1566
	13	5·85	1170	1229	1287	1346	1404	1463	1521	1580	1638	1697
	14	6·30	1260	1323	1386	1449	1512	1575	1638	1701	1764	1827
	15	6·75	1350	1418	1485	1553	1620	1688	1755	1823	1890	1958
500	8	4·00	800	840	880	920	960	1000	1040	1080	1120	1160
	9	4·50	900	945	990	1035	1080	1125	1170	1215	1260	1305
	10	5·00	1000	1050	1100	1150	1200	1250	1300	1350	1400	1450
	11	5·50	1100	1155	1210	1265	1320	1375	1430	1485	1540	1595
	12	6·00	1200	1260	1320	1380	1440	1500	1560	1620	1680	1740
	13	6·50	1300	1365	1430	1495	1560	1625	1690	1755	1820	1885
	14	7·00	1400	1470	1540	1610	1680	1750	1820	1890	1960	2030
	15	7·50	1500	1575	1650	1725	1800	1875	1950	2025	2100	2175
550	8	4·40	880	924	968	1012	1056	1100	1144	1188	1232	1276
	9	4·95	990	1040	1089	1139	1188	1238	1287	1337	1386	1436
	10	5·50	1100	1155	1210	1265	1320	1375	1430	1485	1540	1595
	11	6·05	1210	1271	1331	1392	1452	1513	1573	1634	1694	1755
	12	6·60	1320	1386	1452	1518	1584	1650	1716	1782	1848	1914
	13	7·15	1430	1502	1573	1645	1716	1788	1859	1931	2002	2074
	14	7·70	1540	1617	1694	1771	1848	1925	2002	2079	2156	2233
	15	8·25	1650	1733	1815	1898	1980	2063	2145	2228	2310	2393

$h$ mm	$d_3$ mm	Użytkowa szerokość $b' = b - 2d$ w milimetrach										
		1	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
600	8	4·80	960	1008	1056	1104	1152	1200	1248	1296	1344	1392
	9	5·40	1080	1134	1188	1242	1296	1350	1404	1458	1512	1566
	10	6·00	1200	1260	1320	1380	1440	1500	1560	1620	1680	1740
	11	6·60	1320	1386	1452	1518	1584	1650	1716	1782	1848	1914
	12	7·20	1440	1512	1584	1656	1728	1800	1872	1944	2016	2088
	13	7·80	1560	1638	1716	1794	1872	1950	2028	2106	2184	2262
	14	8·40	1680	1764	1848	1932	2016	2100	2184	2268	2352	2436
	15	9·00	1800	1890	1980	2070	2160	2250	2340	2430	2520	2610
650	8	5·20	1040	1092	1144	1196	1248	1300	1352	1404	1456	1508
	9	5·85	1170	1229	1287	1346	1404	1463	1521	1580	1638	1697
	10	6·50	1300	1365	1430	1495	1560	1625	1690	1755	1820	1885
	11	7·15	1430	1502	1573	1645	1716	1788	1859	1931	2002	2074
	12	7·80	1560	1638	1716	1794	1872	1950	2028	2106	2184	2262
	13	8·45	1690	1775	1859	1944	2028	2113	2197	2282	2366	2451
	14	9·10	1820	1911	2002	2093	2184	2275	2366	2457	2548	2639
	15	9·75	1950	2048	2145	2243	2340	2438	2535	2633	2730	2828
700	8	5·60	1120	1176	1232	1288	1344	1400	1456	1512	1568	1624
	9	6·30	1260	1323	1386	1449	1512	1575	1638	1701	1764	1827
	10	7·00	1400	1470	1540	1610	1680	1750	1820	1890	1960	2030
	11	7·70	1540	1617	1694	1771	1848	1925	2002	2079	2156	2233
	12	8·40	1680	1764	1848	1932	2016	2100	2184	2268	2352	2436
	13	9·10	1820	1911	2002	2093	2184	2275	2366	2457	2548	2639
	14	9·80	1960	2058	2156	2254	2352	2450	2548	2646	2744	2842
	15	10·50	2100	2205	2310	2415	2520	2625	2730	2835	2940	3045
750	8	6·00	1200	1260	1320	1380	1440	1500	1560	1620	1680	1740
	9	6·75	1350	1418	1485	1553	1620	1688	1755	1823	1890	1958
	10	7·50	1500	1575	1650	1725	1800	1875	1950	2025	2100	2175
	11	8·25	1650	1733	1815	1898	1980	2063	2145	2228	2310	2393
	12	9·00	1800	1890	1880	1970	2160	2250	2340	2430	2520	2610
	13	9·75	1950	2048	2145	2243	2340	2438	2535	2633	2730	2828
	14	10·50	2100	2205	2310	2415	2520	2625	2730	2835	2940	3045
	15	11·25	2250	2363	2475	2588	2700	2813	2925	3038	3150	3263
800	8	6·40	1280	1344	1408	1472	1536	1600	1664	1728	1792	1856
	9	7·20	1440	1512	1584	1656	1728	1800	1872	1944	2016	2088
	10	8·00	1600	1680	1760	1840	1920	2000	2080	2160	2240	2320
	11	8·80	1760	1848	1936	2024	2112	2200	2288	2376	2464	2552
	12	9·60	1920	2016	2112	2208	2304	2400	2496	2592	2688	2784
	13	10·40	2080	2184	2288	2392	2496	2600	2704	2808	2912	3016
	14	11·20	2240	2352	2464	2576	2688	2800	2912	3024	3136	3248
	15	12·00	2400	2520	2640	2760	2880	3000	3120	3240	3360	3480

$h$ mm	$d_3$ mm	Użytkowa szerokość $b' = b - 2d$ w milimetrach										
		1	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
850	8	6·80	1360	1428	1496	1564	1632	1700	1768	1836	1904	1972
	9	7·65	1530	1607	1683	1760	1836	1913	1989	2066	2142	2219
	10	8·50	1700	1785	1870	1955	2040	2125	2210	2295	2380	2465
	11	9·35	1870	1964	2057	2151	2244	2338	2431	2525	2618	2712
	12	10·20	2040	2142	2244	2346	2448	2550	2652	2754	2856	2958
	13	11·05	2210	2321	2431	2542	2652	2763	2873	2984	3094	3205
	14	11·90	2380	2499	2618	2737	2856	2975	3094	3213	3332	3451
	15	12·75	2550	2678	2805	2933	3060	3188	3315	3443	3570	3698
900	8	7·20	1440	1512	1584	1656	1728	1800	1872	1944	2016	2088
	9	8·10	1620	1701	1782	1863	1944	2025	2106	2187	2268	2349
	10	9·00	1800	1890	1980	2070	2160	2250	2340	2430	2520	2610
	11	9·90	1980	2079	2178	2277	2376	2475	2574	2673	2772	2871
	12	10·80	2160	2268	2376	2484	2592	2700	2808	2916	3024	3132
	13	11·70	2340	2457	2574	2691	2808	2925	3042	3159	3276	3393
	14	12·60	2520	2646	2772	2898	3024	3150	3276	3402	3528	3654
	15	13·50	2700	2835	2970	3105	3240	3375	3510	3645	3780	3915
950	8	7·60	1520	1596	1672	1748	1824	1900	1976	2052	2128	2204
	9	8·55	1710	1796	1881	1967	2052	2138	2223	2309	2394	2480
	10	9·50	1900	1995	2090	2185	2280	2375	2470	2565	2660	2755
	11	10·45	2090	2195	2299	2404	2508	2613	2717	2822	2926	3031
	12	11·40	2280	2394	2508	2622	2736	2850	2964	3078	3192	3306
	13	12·35	2470	2594	2717	2841	2964	3088	3211	3335	3458	3582
	14	13·30	2660	2793	2926	3059	3192	3325	3458	3591	3724	3857
	15	14·25	2850	2993	3135	3278	3420	3563	3705	3848	3990	4133
1000	8	8·00	1600	1680	1760	1840	1920	2000	2080	2160	2240	2320
	9	9·00	1800	1890	1980	2070	2160	2250	2340	2430	2520	2610
	10	10·00	2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600	2700	2800	2900
	11	11·00	2200	2310	2420	2530	2640	2750	2860	2970	3080	3190
	12	12·00	2400	2520	2640	2760	2880	3000	3120	3240	3360	3480
	13	13·00	2600	2730	2860	2990	3120	3250	3380	3510	3640	3770
	14	14·00	2800	2940	3080	3220	3360	3500	3640	3780	3920	4060
	15	15·00	3000	3150	3300	3450	3600	3750	3900	4050	4200	4350
1050	8	8·40	1680	1764	1848	1932	2016	2100	2184	2268	2352	2439
	9	9·45	1890	1985	2079	2174	2268	2363	2457	2552	2646	2741
	10	10·50	2100	2205	2310	2415	2520	2625	2730	2835	2940	3045
	11	11·55	2310	2426	2541	2657	2772	2888	3003	3119	3234	3350
	12	12·60	2520	2646	2772	2898	3024	3150	3276	3402	3528	3654
	13	13·65	2730	2867	3003	3140	3276	3413	3549	3686	3822	3959
	14	14·70	2940	3087	3234	3381	3528	3675	3822	3969	4116	4263
	15	15·75	3150	3308	3465	3623	3780	3938	4095	4253	4410	4568

h	d <sub>3</sub>	Użytkowa szerokość $b' = b - 2d$ w milimetrach										
		1	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290
1100	8	8-80	1760	1848	1936	2024	2112	2200	2288	2376	2464	2552
	9	9-90	1980	2079	2178	2277	2376	2475	2574	2673	2772	2871
	10	11-00	2200	2310	2420	2530	2640	2750	2860	2970	3080	3190
	11	12-10	2420	2541	2662	2783	2904	3025	3146	3267	3388	3509
	12	13-20	2640	2772	2904	3036	3168	3300	3432	3564	3696	3828
	13	14-30	2860	3003	3146	3289	3432	3575	3718	3861	4004	4147
	14	15-40	3080	3234	3388	3542	3696	3850	4004	4158	4312	4466
	15	16-50	3300	3465	3630	3795	3960	4125	4290	4455	4620	4785
1150	8	9-20	1840	1932	2024	2116	2208	2300	2392	2484	2576	2668
	9	10-35	2070	2174	2277	2381	2484	2588	2691	2795	2898	3002
	10	11-50	2300	2415	2530	2645	2760	2875	2990	3105	3220	3335
	11	12-65	2530	2657	2783	2910	3036	3163	3289	3416	3542	3669
	12	13-80	2760	2898	3036	3174	3312	3450	3588	3726	3864	4002
	13	14-95	2990	3140	3289	3439	3588	3738	3887	4037	4186	4336
	14	16-10	3220	3381	3542	3703	3864	4025	4186	4347	4508	4669
	15	17-25	3450	3623	3795	3968	4140	4313	4485	4658	4830	5003
1200	8	9-60	1920	2016	2112	2208	2304	2400	2496	2592	2688	2784
	9	10-80	2160	2268	2376	2484	2592	2700	2808	2916	3024	3132
	10	12-00	2400	2520	2640	2760	2880	3000	3120	3240	3360	3480
	11	13-20	2640	2772	2904	3036	3168	3300	3432	3564	3696	3828
	12	14-40	2880	3024	3168	3312	3456	3600	3744	3888	4032	4176
	13	15-60	3120	3276	3432	3588	3748	3900	4056	4212	4368	4524
	14	16-80	3360	3528	3696	3864	4032	4200	4368	4536	4704	4872
	15	18-00	3600	3780	3960	4140	4320	4500	4680	4860	5040	5220

Tablica III.

Moment oporu  $w_o$  ścianki blaszanej jeden milimetr grubej.

Wysokość $h$ w milimetrach zasadniczego przekroju	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650
Moment oporu $w_o$ w $cm^3$	3-8	6-7	10-4	15-0	20-4	26-7	33-8	41-7	50-4	60-0	70-4
Wysokość $h$ w milimetrach zasadniczego przekroju	700	750	800	850	900	950	1000	1050	1100	1150	1200
Moment oporu $w_o$ w $cm^3$	81-7	93-8	106-7	120-4	135-0	150-4	166-7	183-8	201-7	220-4	240-0

Tablica IV.

Spółczynnik redukcyjny  $C$  do wymnożenia momentu oporu  $W_0$ , jeżeli pas górny i dolny przekroju ma grubość  $d_3$ .

Pasy żelazne blaszane											
o grubości $d_3$ w milimetrach	na zasadniczym przekroju belki, wysokim $h$ milimetrów										
	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650
	wymagają wymnożenia momentu oporu $W_0$ z tablicy Ib współczynnikiem zmniejszającym $C$										
8	0.893	0.920	0.934	0.947	0.954	0.960	0.965	0.968	0.971	0.973	0.975
10	0.867	0.900	0.920	0.933	0.942	0.950	0.956	0.960	0.964	0.967	0.969
12	0.840	0.880	0.904	0.920	0.932	0.940	0.947	0.952	0.956	0.960	0.963
14	0.813	0.860	0.888	0.907	0.920	0.930	0.938	0.944	0.949	0.953	0.957
16	0.787	0.840	0.872	0.893	0.909	0.920	0.929	0.936	0.942	0.947	0.951
18	0.760	0.880	0.856	0.880	0.897	0.910	0.920	0.928	0.935	0.940	0.945
20	0.733	0.800	0.840	0.867	0.886	0.900	0.911	0.920	0.927	0.933	0.938
22	0.707	0.780	0.824	0.853	0.874	0.890	0.902	0.912	0.920	0.927	0.932
24	0.680	0.760	0.808	0.840	0.863	0.880	0.893	0.904	0.913	0.920	0.926
26	.	0.740	0.792	0.827	0.851	0.870	0.884	0.896	0.905	0.913	0.920
28	.	0.720	0.776	0.813	0.840	0.860	0.876	0.888	0.898	0.907	0.914
30	.	0.700	0.760	0.800	0.829	0.850	0.867	0.880	0.891	0.900	0.908
32	.	.	0.744	0.787	0.817	0.840	0.858	0.872	0.884	0.893	0.902
34	.	.	0.728	0.773	0.806	0.830	0.849	0.864	0.876	0.887	0.895
36	.	.	0.712	0.760	0.794	0.820	0.840	0.856	0.869	0.880	0.888
38	.	.	0.696	0.747	0.783	0.810	0.831	0.848	0.862	0.873	0.883
40	.	.	0.680	0.733	0.771	0.800	0.822	0.840	0.855	0.867	0.877
	700	750	800	850	900	950	1000	1050	1100	1150	1200
8	0.977	0.978	0.980	0.981	0.982	0.983	0.984	0.985	0.985	0.986	0.986
10	0.971	0.973	0.975	0.976	0.978	0.979	0.980	0.981	0.982	0.983	0.983
12	0.966	0.968	0.970	0.972	0.973	0.975	0.976	0.977	0.978	0.979	0.980
14	0.960	0.963	0.965	0.967	0.969	0.971	0.972	0.973	0.975	0.976	0.977
16	0.954	0.957	0.960	0.962	0.965	0.967	0.968	0.970	0.971	0.972	0.973
18	0.949	0.952	0.955	0.958	0.960	0.962	0.964	0.966	0.967	0.969	0.970
20	0.942	0.947	0.950	0.953	0.956	0.958	0.960	0.962	0.964	0.966	0.967
22	0.937	0.941	0.945	0.948	0.951	0.954	0.956	0.958	0.960	0.962	0.963
24	0.932	0.936	0.940	0.944	0.947	0.950	0.952	0.954	0.956	0.958	0.960
26	0.926	0.931	0.935	0.939	0.942	0.945	0.948	0.950	0.953	0.955	0.957
28	0.920	0.925	0.930	0.934	0.938	0.941	0.944	0.946	0.949	0.951	0.953
30	0.914	0.920	0.925	0.929	0.933	0.937	0.940	0.942	0.945	0.948	0.950
32	0.909	0.915	0.920	0.925	0.929	0.933	0.936	0.939	0.942	0.945	0.947
34	0.903	0.909	0.915	0.920	0.924	0.928	0.932	0.935	0.938	0.941	0.943
36	0.897	0.904	0.910	0.915	0.920	0.924	0.928	0.931	0.935	0.938	0.940
38	0.891	0.899	0.905	0.911	0.916	0.920	0.924	0.928	0.931	0.934	0.937
40	0.886	0.893	0.900	0.906	0.911	0.916	0.920	0.924	0.927	0.930	0.933

### c) Zastosowanie tablic poprzednich.

Z pomocą tablic Ia. do IV. włącznie daje się wyznaczyć przekrój poprzeczny belki nitowanej w sposób prosty bez rozwlekłego obliczania, który to przekrój — o zarysie uwidocznionym w rysunku 57. i rozmiarach w praktyce powszechnie przyjętych i wytwarzanych — odpowiada danemu obciążeniu i podparciu zamierzonej belki nitowanej.

Tablica Ia. obejmuje 24 numerów zasadniczego przekroju poprzecznego belki nitowanej, uszeregowanych według rozmiarów poszczególnych części składowych.

Tablica Ib. wykazuje odnoszące się do tych numerów przekroju zasadniczego momenta oporu  $W_0$  w centymetrach ( $cm^3$ ) z potrąceniem wywiertów na nity w poziomych ramionach kątowników.

Tablica II. zawiera momenta oporu  $W_1$  pasów w odniesieniu do numerów, względnie do wysokości  $h$  zasadniczego przekroju z tablicy Ib.

W tabeli III. momenta oporu  $w_0$ , odnoszące się do przekroju ścianki jeden milimetr grubej, umożliwiają przeprowadzenie z łatwością korektury momentu oporu  $W_0$  z tablicy Ib. dla nieobjętych tą tablicą grubości  $d_1$  ścianki. Tak np. odnoszący się do zasadniczego przekroju Nr. 7 o wysokości  $h = 200 \text{ mm}$  moment oporu  $W_0 = 363 \text{ cm}^3$ ; gdyby jednak ścianka tego przekroju zamiast  $10 \text{ mm}$  była  $13 \text{ mm}$  grubą, t. j. o  $3 \text{ mm}$  grubszą, to ponieważ według tabeli III. odnośny jednostkowy moment oporu  $w_0 = 6.7 \text{ cm}^3$ , więc należałoby o tę zwiększoną grubość ścianki moment oporu  $W_0$  poprawić; wypadłoby zatem

$$W'_0 = W_0 + 3 w_0 = 363 + 3 \times 6.7 \cong 383 \text{ cm}^3.$$

W tabeli II. momenta oporu  $W_1$  odnoszą się do użytkowej szerokości pasów  $b' = b - 2d$ , wynikłej po potrąceniu wywiertów na nity. Gdy zaś nadto tablica ta zawiera także i wielkość  $W_1$  pasu  $1 \text{ mm}$  szerokiego, więc można i tu łatwo przeprowadzić korekturę momentów oporu dla pasów o szerokości nie wykazanej w tej tabeli.

Moment oporu całkowitego przekroju poprzecznego belki nitowanej będzie w przybliżeniu

$$W_c = W_0 + W_1 \quad 195$$

albo dokładniej, jeżeli pas górny i dolny ma grubość  $d_3$ , więc

$$W_c = W_0 \left( 1 - \frac{2d_3}{h} \right) + W_1 = CW_0 + W_1. \quad 196$$

Poszczególne wartości współczynnika redukcyjnego  $C$  zawiera tablica IV.

Mając zatem dane: wielkość i jakość obciążenia oraz sposób podparcia belki, obliczamy jej największy moment zgięcia  $M$ , a stąd według wzoru 177. moment oporu  $W$ . Następnie po przyjęciu z tablicy Ia jednego z numerów zasadniczego przekroju o stosownej wysokości  $h$  i dobraniu odnośnego momentu oporu  $W_0$  tak, aby było  $W_0 < W$ , to różnica  $W - W_0$ , a dokładniej  $W - CW_0$  wskaże nam granicę momentu oporu  $W_1$ , obu pasów, względem której jednak musi być

$$W_1 \geq W - CW_0. \quad 197$$

#### PRZYKŁAD.

Wyznaczyć z pomocą przedstawionych wyżej tablic Ia do IV rozmiary poprzecznego przekroju belek żelaznych nitowanych, przeznaczonych do zasklepienia ceglami stropu pod podłogę pracowni rękodzielniczej 8 m rozpiętości, osadzonych we wzajemnych odstępach oś od osi co 3 m.

Według przyjętych norm austr. inż. i archit. całkowite obciążenie  $q$ , złożone z ciężaru własnego  $g$  i użytkowego  $p$  takiego stropu wynosi  $q = 550 + 550 = 1100 \text{ kg/m}^2$ ; stąd obciążenie całej belki  $P = 1100 \times 8 \times 3 = 26400 \text{ kg}$ .

Największy moment zgięcia belki tej uważanej za wolno podpartą na obu końcach będzie

$$M = \frac{1}{8} Pl \times 100 = 12.5 \times 26400 \times 8 = 2640000 \text{ kg/cm};$$

stąd po przyjęciu dopuszczalnego natężenia  $k = 1000 \text{ kg/cm}^2$  będzie według wzoru 177. moment oporu

$$W = \frac{M}{k} = \frac{2640000}{1000} = 2640 \text{ cm}^3.$$

Przyjmujemy z tablicy Ia zasadniczy przekrój Nr. 13 o wysokości  $h = 400 \text{ mm}$ , i wybieramy z tablicy Ib moment oporu  $W_0 < W = 2640$ , na przykład  $W_0 = 1387 \text{ cm}^3$ ; stąd wynika jako moment oporu pasów

$$W_1 = W - W_0 = 2640 - 1387 = 1253 \text{ cm}^3.$$

Najbliższy tej reszcie większy moment oporu z tablicy II. jest  $1260 \text{ cm}^3$  dla  $d_3 = 15 \text{ mm}$ ,  $b' = 210 \text{ mm}$ ; a dokładniej z zastosowaniem współczynnika redukcyjnego  $C = 0.92$  według tablicy IV. dla  $h = 400 \text{ mm}$  i  $d_3 = 16 \text{ mm}$  będzie ostatecznie moment oporu pasów odnośnie do wzoru 197.

$$W_1 = W - CW_0 = 2640 - 0.92 \times 1387 \cong 1364 \text{ cm}^3.$$

Calkowity zatem według wzoru 195. moment oporu przekroju naszej belki nitowanej wynosi

$$W_c = W_o + W_1 = 1387 + 1364 = 2751 \text{ cm}^3$$

i czyni zadość warunkowemu równaniu 197., gdyż

$$W_c = 2751 > W = 2640 \text{ cm}^3.$$

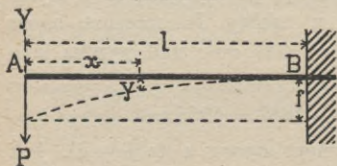
Wobec tego belka nasza nitowana — o poprzecznym przekroju, złożonym z zasadniczego przekroju Nr. 13 (według tablicy Ia.), którego wysokość  $h = 400 \text{ mm}$ , i z nanitowanych na nim dwu pasów, z których każdy ma grubość  $d_3 = 16 \text{ mm}$  i szerokość  $b = b' + 2d = = 210 + 2 \times 24 = 258 \text{ mm}$  — jest dostatecznie wytrzymała do zamierzonego celu.

## 5. Wzory statyczne różnie podpartych i obciążonych belek. <sup>1</sup>

W zestawionych niżej rysunkach i równaniach oznacza:  $l$  rozpiętość belki,  $a, b, c$  poszczególne części tej rozpiętości,  $h$  wysokość poprzecznego przekroju belki,  $x, y$  spólrzędne z początkiem na lewym podparciu,  $f$  strzałka linii ugięcia,  $f_m$  największa strzałka ugięcia i wszelki zresztą rozmiar długości w  $\text{cm}$ , —  $P, Q$  obciążenie belki,  $A$  oddziaływanie na lewym,  $B$  na prawym podparciu w  $\text{kg}$ , —  $k_b$  dopuszczalne nateżenie zginające w  $\text{kg/cm}^2$ , —  $E$  współczynnik sprężystości w  $\text{kg/cm}^2$ , —  $J$  moment bezwładności względem osi ciężkości poprzecznego przekroju, prostopadłej do płaszczyzny działania sił, w  $\text{cm}^4$ , —  $W$  odnośny moment oporu w  $\text{cm}^3$  względem tej samej osi, —  $M$  moment zgięcia, —  $M_m$  największy moment zgięcia, —  $C$  położenie danego przekroju poprzecznego.

1. Belka wmurowana jednym końcem a na drugim wolnosterczącym obciążona odosobnioną siłą  $P$ .

Rysunek 58.



$$B = P$$

$$M = Px, \quad M_m = Pl = k_b W,$$

$$P = \frac{k_b W}{l} = \frac{M_m}{l},$$

$$W = \frac{Pl}{k_b} = \frac{M_m}{k_b} = \frac{2J}{h}.$$

Równanie linii sprężystości czyli linii ugięcia:

$$y = \frac{Pl^3}{2EJ} \left( \frac{x}{l} - \frac{x^3}{3l^3} \right),$$

<sup>1</sup> „Hütte“ Des Ingenieurs Taschenbuch ex 1911 (tom I., str. 564).



strzałka

$$f = \frac{P}{EJ} \cdot \frac{l^3}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{k_b l^2}{Eh}$$

Niebezpieczny przekrój jest na podparciu B.

**2.** Belka jednym końcem wmurowana (naprężona), drugim wolnostercząca, jednostajnie siłą  $P$  obciążona.

Rysunek 59.

$$B = P, \quad M = \frac{P x^2}{2l}$$

$$M_m = \frac{Pl}{2} = k_b W,$$

$$P = \frac{2 M_m}{l} = \frac{2 k_b W}{l}, \quad W = \frac{Pl}{2 k_b} = \frac{M_m}{k_b} = \frac{2 J}{h}$$

$$y = \frac{Pl^3}{6 EJ} \left( \frac{x}{l} - \frac{x^4}{4 l^4} \right), \quad f = \frac{Pl^3}{8 EJ} = \frac{k_b l^2}{2 Eh}$$



Niebezpieczny przekrój na podparciu B.

**3.** Belka jednym końcem naprężona (wmurowana), drugim wolnostercząca (konzola, sterczyna) z obciążeniem malejącym jednostajnie po linii prostej w zarysie trójkąta.

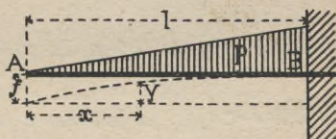
$$B = P, \quad M = \frac{P x^3}{3 l^2}$$

$$M_m = \frac{Pl}{3} = k_b W, \quad P = \frac{3 k_b W}{l}$$

$$W = \frac{Pl}{3 k_b} = \frac{2 J}{h} = \frac{M_m}{3 k_b}$$

$$y = \frac{Pl^3}{12 EJ} \left( \frac{x}{l} - \frac{x^5}{5 l^5} \right), \quad f = \frac{Pl^3}{15 EJ} = \frac{2 k_b l^2}{5 Eh}$$

Rysunek 60.



Niebezpieczny przekrój na podparciu B.

**4.** Belka na obu końcach wolno podparta, obciążona w środku rozpiętości odosobnioną siłą  $P$ .

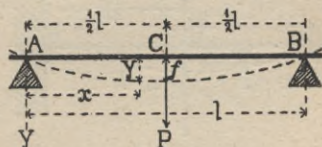
$$A = B = \frac{P}{2}, \quad M = \frac{Px}{2}$$

$$M_m = \frac{Pl}{4} = k_b W,$$

$$P = \frac{4 M_m}{l} = \frac{4 k_b W}{l}$$

$$W = \frac{M_m}{k_b} = \frac{Pl}{4 k_b}$$

Rysunek 61.

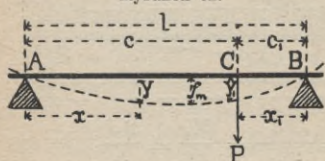


$$y = \frac{Pl^3}{16EJ} \left( \frac{x}{l} - \frac{4x^3}{3l^3} \right), \quad f = \frac{Pl^3}{48EJ} = \frac{1}{6} \cdot \frac{kl^2}{Eh}$$

Niebezpieczny przekrój w środku rozpiętości.

**5.** Belka wolno poparta na obu końcach, obciążona odosobnionym ciężarem  $P$  w odstępnie  $c$  od podparcia  $A$ , większym od  $\frac{l}{2}$ .

Rysunek 62.



$$A = \frac{Pc_1}{l}, \quad B = \frac{Pc}{l},$$

$$\text{w obrębie } AC: M = \frac{Pc_1x}{l},$$

$$\text{w obrębie } BC: M = \frac{Pcx_1}{l},$$

$$M_m = \frac{Pcc_1}{l} = kbW, \quad P = kb \cdot W \cdot \frac{l}{cc_1} = M_m \cdot \frac{l}{cc_1}$$

$$W = \frac{M_m}{kb} = \frac{Pcc_1}{kb l}$$

$$y = \frac{P}{EJ} \cdot \frac{c^2 c_1^2}{6l} \left( \frac{2x}{c} + \frac{x}{c_1} - \frac{x^3}{c^2 c_1} \right), \quad f = \frac{Pl^3}{3EJ} \cdot \frac{c^2}{l^2} \cdot \frac{c_1^2}{l^2}$$

$$y_1 = \frac{P}{EJ} \cdot \frac{c_1^2 c^2}{6l} \left( \frac{2x_1}{c_1} + \frac{x_1}{c} - \frac{x_1^3}{c_1^2 c} \right)$$

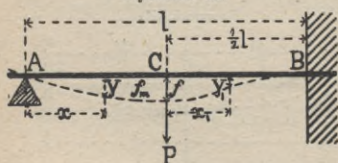
Jeżeli  $c > c_1$  to  $f_m$  jest dla  $x = c \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{2c_1}{3c}}$ ,

Jeżeli  $c < c_1$  to  $f_m$  jest dla  $x_1 = c_1 \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{2c}{3c_1}}$ .

Niebezpieczny przekrój w punkcie  $C$  zaczepienia siły  $P$ .

**6.** Belka jednym końcem naprężona (wmurowana), drugim wolno wsparta, obciążona odosobnioną siłą  $P$  w połowie rozpiętości  $l$ .

Rysunek 63.



$$A = \frac{5}{16}P, \quad B = \frac{11}{16}P$$

$$\text{W obrębie } AC: M = \frac{5}{16}Px;$$

$$\text{w przekroju } C: M_c = \frac{5}{32}Pl;$$

$$\text{w obrębie } BC: M = Pl \left( \frac{5}{32} - \frac{11}{16} \cdot \frac{x_1}{l} \right)$$

$$M_m = \frac{3}{16} Pl = k_b W, \quad P = \frac{16 k_b W}{3 l} = \frac{16 M_m}{3 l}.$$

$$W = \frac{M_m}{k_b} = \frac{3}{16} \frac{Pl}{k_b}, \quad y = \frac{Pl^3}{32 EJ} \left( \frac{x}{l} - \frac{5x^3}{3l^3} \right).$$

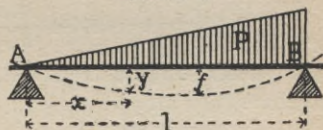
$$y_1 = \frac{Pl^3}{32 EJ} \left( \frac{x_1}{4l} + \frac{5x_1^2}{2l^2} - \frac{11}{3} \cdot \frac{x_1^3}{l^3} \right)$$

$$f = \frac{7Pl^3}{768 EJ}; \quad f_m = \frac{Pl^3}{48 EJ} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}} \quad \text{dla } x = l\sqrt{\frac{1}{5}}.$$

Niebezpieczny przekrój na podparciu B; punkt zwrotny w odstępnie  $x_1 = \frac{5}{22}l$ .

**7.** Belka oboma końcami wolno wsparta z obciążeniem malejącym jednostajnie od podparcia B do A po linii prostej w zarysie trójkąta.

Rysunek 64.



$$A = \frac{1}{3} P, \quad B = \frac{2}{3} P;$$

$$M = \frac{Px}{3} \left( 1 - \frac{x^2}{l^2} \right);$$

$$M_m = \frac{2}{9\sqrt{3}} \cdot Pl = 0.128 Pl = k_b W;$$

$$P = \frac{M_m}{0.128l} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{k_b W}{l}, \quad \text{gdzie } \frac{9\sqrt{3}}{2} = 7.794;$$

$$W = \frac{M_m}{k_b} = 0.128 \frac{Pl}{k_b} = \frac{Pl}{7.794 k_b}.$$

$$y = \frac{Pl^3}{180 EJ} \left( \frac{7x}{l} - \frac{10x^3}{l^3} + \frac{3x^5}{l^5} \right);$$

największe ugięcie w odstępnie  $x = l \sqrt{1 - \sqrt{\frac{8}{15}}} = 0.5193l$ ;

$$f_m = \frac{Pl^3 \left( 2 + 5\sqrt{\frac{8}{15}} \right)}{225 EJ} \sqrt{1 - \sqrt{\frac{8}{15}}} = 0.01304 \frac{Pl^3}{EJ}.$$

Niebezpieczny przekrój w odstępnie  $x = \frac{l}{\sqrt{3}} = 0.5774l$ .

**8.** Belka oboma końcami wolno wsparta z obciążeniem o zarysie trójkąta, którego wierzchołek leży nad środkiem rozpiętości  $l$ .

Rysunek 65.



$$A = B = \frac{P}{2}; \quad M = Px \left( \frac{1}{2} - \frac{2x^2}{3l^2} \right);$$

$$M_m = \frac{Pl}{6} = k_b W;$$

$$P = \frac{6 M_m}{l} = \frac{6 k_b W}{l};$$

$$W = \frac{Pl}{6 k_b} = \frac{M_m}{k_b}; \quad y = \frac{Pl^3}{12 EJ} \left( \frac{5x}{8l} - \frac{x^3}{l^3} + \frac{2x^5}{5l^5} \right);$$

$$f = \frac{Pl^3}{60 EJ} = \frac{1}{5} \cdot \frac{k_b l^2}{Eh}.$$

Niebezpieczny przekrój w środku rozpiętości  $l$ .

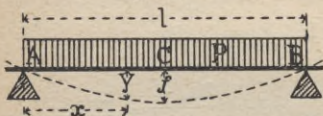
Jeżeli zarys obciążenia jest — zamiast trójkąta — parabola, to

$$M_m = \frac{5Pl}{32} = \frac{Pl}{6 \cdot 4} = k_b W; \quad P = \frac{6 \cdot 4 k_b W}{l} = \frac{6 \cdot 4 M_m}{l};$$

$$W = \frac{M_m}{k_b} = \frac{5Pl}{32 k_b}.$$

**9.** Belka oboma końcami wolno wsparta, obciążona jednostajnie siłą  $P$ .

Rysunek 66.



$$A = B = \frac{P}{2}; \quad M = \frac{Px}{2} \left( 1 - \frac{x}{l} \right);$$

$$M_m = \frac{Pl}{8} = k_b W;$$

$$P = \frac{8 M_m}{l} = \frac{8 k_b W}{l};$$

$$W = \frac{M_m}{k_b} = \frac{Pl}{8 k_b}.$$

$$y = \frac{Pl^3}{24 EJ} \left( \frac{x}{l} - \frac{2x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right); \quad f = \frac{5Pl^3}{384 EJ} = \frac{5}{24} \cdot \frac{k_b l^2}{Eh}.$$

Niebezpieczny przekrój w środku rozpiętości  $l$ .

**10.** Belka jednym końcem naprężona (wmurowana), drugim wolno wsparta, obciążona jednostajnie siłą  $P$ .

Rysunek 67.



$$A = \frac{3}{8} P; \quad B = \frac{5}{8} P;$$

$$M = \frac{Px}{2} \left( \frac{3}{4} - \frac{x}{l} \right);$$

bezwzględne maximum:  $M_m = \frac{Pl}{8} = k_b W$ ;

względne maximum:  $M_c = \frac{9}{128} Pl$  dla  $x = \frac{3}{8} l$ .

$$P = \frac{8 M_m}{l} = \frac{8 k_b W}{l}; \quad W = \frac{M_m}{k_b} = \frac{Pl}{8 k_b}.$$

$$y = \frac{Pl^3}{48 EJ} \left( \frac{x}{l} - \frac{3x^3}{l^3} + \frac{2x^4}{l^4} \right); \quad f_m = \frac{Pl^3}{185 EJ}, \text{ gdzie } \frac{1}{185} = \\ = \frac{78 + 110 \sqrt{33}}{2 \times 16^4}; \quad f_c = \frac{175}{85} \cdot \frac{Pl^3}{EJ} = \frac{Pl^3}{187 EJ}.$$

Niebezpieczny przekrój na podparciu B.

$f_m$  w odstępnie  $x_1 = \frac{1}{16} l (1 + \sqrt{33}) = 0.4215 l$ ; punkt zwrotny w odstępnie  $x = \frac{3}{4} l$ ;  $M_c$  w odstępnie  $x = \frac{3}{8} l$ .

**11.** Belka naprężona na obu końcach, obciążona odosobnioną siłą  $P$  w środku rozpiętości  $l$ .

$$A = B = \frac{P}{2};$$

w obrębie  $AC$ :  $M = \frac{1}{2} Pl \times$

$\times \left( \frac{x}{l} - \frac{1}{4} \right)$ ; w obrębie  $BC$ :

$$M = \frac{1}{2} Pl \left( \frac{x}{l} - \frac{3}{4} \right); \quad M_m = \frac{1}{8} Pl = k_b W; \quad P = \frac{8 M_m}{l} = \frac{8 k_b W}{l};$$

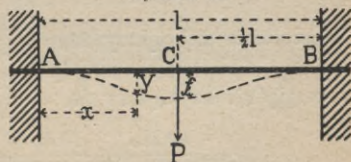
$$W = \frac{M_m}{k_b} = \frac{Pl}{8 k_b}.$$

$$y = \frac{Pl^3}{16 EJ} \left( \frac{x^2}{l^2} - \frac{4x^3}{3l^3} \right); \quad f = \frac{Pl^3}{192 EJ} = \frac{k_b l^2}{12 Eh}.$$

Niebezpieczne przekroje w  $A$ ,  $B$  i  $C$ ; punkta zwrotne w odstępach  $x = \frac{1}{4} l$ , oraz  $x = \frac{3}{4} l$ .

**12.** Belka oboma końcami wolno wsparta z obciążeniami na podparciu  $A$  i  $B$  po  $\frac{P}{2}$ , malejącymi jednostajnie

Rysunek 68.



ku środkowi rozpiętości  $l$  po linii prostej od  $\frac{P}{2}$  do zera w zarysie trójkątów.

Rysunek 69.



$$A = B = \frac{P}{2}; \quad M = Px \left( \frac{1}{2} - \frac{x}{l} + \frac{2x^2}{3l^2} \right); \quad M_m = \frac{Pl}{12} = k_b W;$$

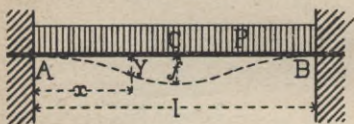
$$P = \frac{12 M_m}{l} = \frac{12 k_b W}{l}; \quad y = \frac{Pl^3}{12 EJ} \left( \frac{3x}{8l} - \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} - \frac{2x^5}{5l^5} \right);$$

$$f = \frac{3Pl^3}{320 EJ} = \frac{9}{40} \cdot \frac{k_b l^2}{Eh}.$$

Niebezpieczny przekrój w środku rozpiętości.

**13.** Belka na obu końcach naprężona (wmurowana) z jednostajnym obciążeniem  $P$ .

Rysunek 70.



$$A = B = \frac{P}{2};$$

$$M = \frac{1}{2} Pl \left( \frac{1}{6} - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right);$$

$$\text{absolutnie największy } M_m = \frac{1}{12} Pl = k_b W;$$

$$\text{względnie największy } M_c = \frac{1}{24} Pl = k_b W;$$

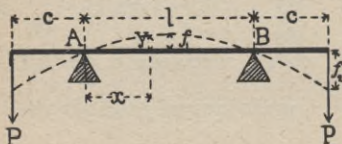
$$P = \frac{12 M_m}{l} = \frac{12 k_b W}{l}; \quad W = \frac{M_m}{k_b} = \frac{Pl}{12 k_b}.$$

$$y = \frac{Pl^3}{24 EJ} \left( \frac{x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right); \quad f = \frac{Pl^3}{384 EJ} = \frac{k_b l^2}{16 Eh}.$$

Niebezpieczny przekrój na podparciu  $A$  i  $B$ ; punkta zwrotne w odstępach  $x = \frac{1}{2} l \left( 1 \pm \sqrt{\frac{1}{3}} \right)$ , a więc  $x_1 = 0.7887 l$  i  $x_2 = 0.2113 l$ .

**14.** Belka wolno podparta w  $A$  i  $B$  z końcami wolno sterzącymi poza oba te podparcia na długość  $c$ , obciążonymi każdy jednaką odosobnioną siłą  $P$ .

Rysunek 71.



$$A = B = P; \quad \text{w obrębie } AB \text{ moment jest stały: } M = Pc = k_b W;$$

$$P = \frac{M}{c} = \frac{k_b W}{c}; \quad W = \frac{M}{k_b} = \frac{Pc}{k_b}.$$

$$y = f_1 - \left[ \rho - \sqrt{\rho^2 - \left(\frac{l}{2} - x\right)^2} \right] \text{ gdzie } \rho = \frac{EJ}{Pc};$$

$$\text{środkowe } f_1 = \frac{Pl^3}{8EJ} \cdot \frac{c}{l} = \frac{k_b l^2}{4Eh} = \frac{l^2}{8\rho}; \quad f_2 = \frac{Pc^2}{3EJ} \left( c + \frac{3l}{2} \right).$$

Linja ugięcia między  $A$  i  $B$  jest łukiem koła o promieniu  $\rho$ ; niebezpiecznym jest każdy przekrój w obrębie  $AB$ .

Jeżeli poza podparciem  $A$  długość  $c = 0$ , to  $f_m = 0.064 \cdot \frac{Pl^2c}{EJ}$  w odstępnie  $x = 0.578 l$  od  $A$ , zaś  $f_2 = \frac{Pc^2}{3EJ} (c + l)$  w punkcie zaczepienia siły  $P$ .

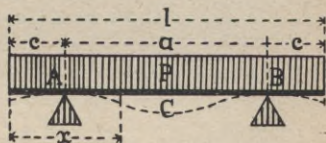
Te same wszystkie wzory mają także swoje znaczenie, jeżeli w miejscu odosobnionych sił  $P$  i  $P$  będą podparcia, zaś w miejscu podparé  $A$  i  $B$  odosobnione siły  $P$  i  $P$ .

**15.** Belka wolno podparta, jak poprzednia z oboma końcami poza podparcia  $A$  i  $B$  sterzącymi na długość  $c$ , ale obciążona jednostajnie siłą  $P$ .

Rysunek 72.

$$A = B = \frac{P}{2}; \quad \text{w obrębie } AB:$$

$$M = \frac{Px}{2} \left( 1 - \frac{c}{x} - \frac{x}{l} \right);$$



dla  $x \ll c$ :  $M = -\frac{Px^2}{2l}$ ; największy moment bezwzględny:

$$M_a = M_b = \frac{Pc^2}{2l} = k_b W;$$

w środku rozpiętości  $l$ :  $M_c = \frac{P}{2} \left( \frac{l}{4} - c \right)$  dla  $c = \left( \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \right) l = 0.207 l$ :  $M_a = M_c = M_b = 0.021447 Pl = k_b W$ ; stąd

$$P = \frac{M_a}{0.021447 l} = 47 \frac{k_b W}{l}; \quad W = \frac{Pl}{47 k_b}.$$

Niebezpieczny przekrój w  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ; punkta zwrotne w odstępach

$$x = \frac{l}{2} \pm \sqrt{\frac{l^2}{4} - cl}.$$

**16.** Belka oboma końcami wolno wsparta z jednostajnym obciążeniem  $P$  o zarysie trapezu.

Rysunek 73.



$$A = B = \frac{P}{2};$$

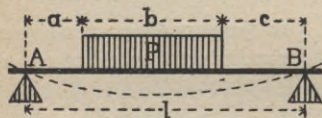
$$M_m = P \cdot \frac{8a^2 + 3b(4a + b)}{24(a + b)} =$$

$$= k_b W; \quad P = \frac{24(a + b)}{8a^2 + 3b(4a + b)} \cdot k_b W;$$

$$W = P \cdot \frac{8a^2 + 3b(4a + b)}{24(a + b)k_b} = \frac{M_m}{k_b}.$$

**17.** Belka oboma końcami wolno wsparta z jednostajnym częściowym obciążeniem  $P$  w obrębie podparć  $A$  i  $B$ .

Rysunek 74.



$$A = \frac{P(2c + b)}{2l};$$

$$B = \frac{(2a + b)}{2l} \cdot P;$$

$$M_m = A \left( a + \frac{bA}{2P} \right) = k_b W.$$

Dla  $a = c$  będzie:  $A = B = \frac{P}{2}$ ; zaś

$$M_m = \frac{P}{2} \left( \frac{l}{2} - \frac{b}{4} \right) = k_b W;$$

$$P = \frac{2M_m}{\frac{l}{2} - \frac{b}{4}} = \frac{2k_b W}{\frac{l}{2} - \frac{b}{4}}; \quad W = \frac{M_m}{k_b} = \frac{P}{2k_b} \left( \frac{l}{2} - \frac{b}{4} \right).$$

**18.** Belka oboma końcami wolno wsparta z dwoma jednostajnymi częściowymi obciążeniami  $P$  i  $P_1$  poznaczającymi się od podparć  $A$  i  $B$  ku środkowi rozpiętości.

Rysunek 75.



$$A = \frac{P(2l - a) + P_1 a_1}{2l};$$

$$B = \frac{P_1(2l - a_1) + Pa}{2l}.$$

$$\text{Dla } A < P: M_m = \frac{A^2 a}{2P} = k_b W; \quad \text{stąd } P = \frac{A^2 a}{2M_m} = \frac{A^2 a}{2k_b W};$$



$$W = \frac{M_m}{k_b} = \frac{A^2 a}{2 k_b P}; \text{ dla } B < P_1: M_m = \frac{B^2 a_1}{2 P_1} = k_b W,$$

$$\text{stad } P_1 = \frac{B^2 a_1}{2 M_m} = \frac{B^2 a_1}{2 k_b W}, \quad W = \frac{M_m}{k_b} = \frac{B^2 a_1}{2 k_b P_1}.$$

Jeżeli  $P = P_1$ ,  $a = a_1$ ,  $l - 2a = b$ , to będzie

$$A = B = P; M_m = \frac{1}{2} P a = \frac{1}{4} P (l - b) = k_b W; \text{ stad}$$

$$P = \frac{2 M_m}{a} = \frac{4 M_m}{l - b} = \frac{2 k_b W}{a}; \quad W = \frac{M_m}{k_b} = \frac{P a}{2 k_b} = \frac{P (l - b)}{4 k_b}.$$

Dla  $P_1 = 0$  będzie  $a_1 = 0$ ; stad  $A = P \left(1 - \frac{a}{2l}\right)$ ,  $B = \frac{P a}{2l}$ ;

$$M_m = \frac{P^2 \left(1 - \frac{a}{2l}\right)^2 a}{2 P} = \frac{P a}{2} \left(1 - \frac{a}{2l}\right)^2 = \mu P l_1 = k_b W, \text{ gdzie}$$

$\mu = \frac{a}{2l} \left(1 - \frac{a}{2l}\right)^2$ . dla  $a = \frac{2}{3} l$  będzie  $\mu$  największe, a mianowicie

$\mu = \frac{4}{27}$ , w którym to razie będzie  $x = \frac{4}{9} l$ . Wogóle zresztą

największy moment zgięcia  $M_m$  wypada dla  $x = a \left(1 - \frac{a}{2l}\right)$ , a zatem dla  $x < a$ .

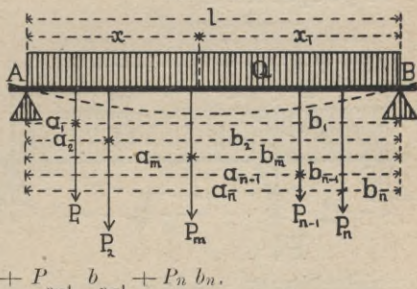
**19.** Belka oboma końcami wolno wsparta, obciążona jednostajnie ciężarem  $Q$ , oraz ilością  $m$  odosobnionych sił  $P$ .

Rysunek 76.

$$A = \frac{\Sigma P b}{l} + \frac{Q}{2};$$

$$B = \frac{\Sigma P a}{l} + \frac{Q}{2};$$

$$\text{gdzie } \Sigma P a = P_1 a_1 + P_2 a_2 + \dots + P_m a_m + \dots + P_{n-1} a_{n-1} + P_n a_n, \quad \Sigma P b = P_1 b_1 + P_2 b_2 + \dots + P_m b_m + \dots + P_{n-1} b_{n-1} + P_n b_n.$$



Jeżeli  $\sum_1^{m-1} P + \frac{Q}{l} a_{m-1} < A$ , a równocześnie  $\sum_1^{m-1} P + \frac{Q}{l} a_m > A$ , —

gdzie  $\sum_1^{m-1} P = P_1 + P_2 + \dots + P_{m-2} + P_{m-1}$ , — to przekrój niebez-

pieczny leży między silami  $P_{m-1}$  a  $P_m$  w odstępnie od podparcia  $A$ :

$$x = \left( A - \sum_1^{m-1} P \right) \frac{l}{Q}$$

$$\text{zaś } M_m = \sum_1^{m-1} P a + \frac{Q}{2l} x^2 = k_b W.$$

Natomiast jeżeli  $\sum_1^{m-1} P + \frac{Q}{l} a_m < A < \sum_1^m P + \frac{Q}{l} a_m$ , to niebezpieczny przekrój leży w  $P_m$ , to jest w odstępnie  $x = a_m$ , zaś największy moment zgięcia

$$M_m = \sum_1^{m-1} P a + P'_m a_m + \frac{Q}{l} a_m^2 = k_b W,$$

$$\text{gdzie } P'_m = A - \left[ \sum_1^{m-1} P + \frac{Q}{l} a_m \right].$$

Dla  $Q = 0$  będzie niebezpieczny przekrój leżał w punkcie zaczepienia siły  $P_m$ , jeżeli

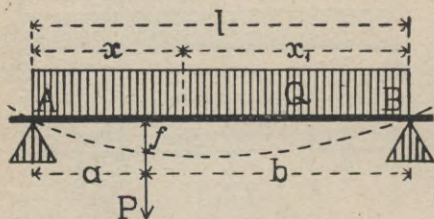
$$\sum_1^{m-1} P < \frac{\sum P b}{l} < \sum_1^m P$$

zaś największy moment w tym razie będzie

$$M_m = \sum_1^{m-1} P a + P'_m a_m + k_b W, \quad \text{gdzie } P'_m = \sum \left( \frac{P b}{l} \right) - \sum_1^{m-1} P.$$

**20.** Belka oboma końcami wolno wsparta, obciążona jednostajnie ciężarem  $Q$  i odosobnioną siłą  $P$  w odstępnie  $a$  od podparcia  $A$ .

Rysunek 77.



Jeżeli  $a < b$ , to

$$A = \frac{P b}{l} + \frac{Q}{2},$$

$$B = \frac{P a}{l} + \frac{Q}{2}.$$

Nadto jeżeli

$$\frac{P}{Q} < \frac{b-a}{2a}$$

to niebezpieczny przekrój znajduje się względem podparcia  $B$

w odstępnie  $x_1 = \frac{B l}{Q} = \frac{P a}{Q} + \frac{l}{2}$  i w tym razie

$$M_m = \frac{B x_1}{2} = \frac{B^2 l}{2 Q} = k_b W;$$

natomiast jeżeli  $\frac{P}{Q} > \frac{b-a}{2a}$ , to  $x_1 = b$ , zaś

$$M_m = \left( P + \frac{Q}{2} \right) \frac{ab}{l} = k_b W.$$

Strzałka linii ugięcia w punkcie zaczepienia siły  $P$

$$f = \left( P + \frac{l^2 + ab}{8ab} \cdot Q \right) \frac{a^2 b^2}{3EJl}.$$

Dla  $a = b = \frac{l}{2}$ , będzie  $A = B = \frac{1}{2}(P + Q)$ ;  $M_m = \frac{1}{8}(2P + Q)l = k_b W$ ,  $x_1 = \frac{l}{2}$ ,  $f_m = \frac{(P + \frac{5}{8}Q)l^3}{48EJ}$ .

**21.** Belka oboma końcami wolno wsparta z obciążeniem jednostajnym  $P$  na całej rozpiętości, oraz z częściowym jednostajnym obciążeniem  $P_1$  na długość  $a$  mierząc od podparcia  $A$ .

$$A = \frac{P}{2} + P_1 \left( 1 - \frac{a}{2l} \right),$$

$$B = \frac{P}{2} + P_1 \frac{a}{2l} = P + P_1 - A.$$

Jeżeli  $\frac{P}{P_1} < \frac{a}{l-2a}$ , to odstęp

niebezpiecznego przekroju od podparcia  $A$  będzie

$$x = \frac{A}{\frac{P}{l} + \frac{P_1}{l}}, \text{ zaś}$$

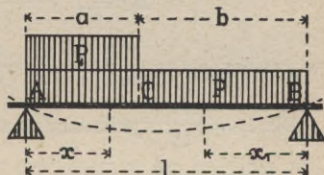
$$M_m = \frac{Ax}{2} = \frac{A^2 a l}{2(Pa + P_1 l)} = k_b W.$$

Jeżeli  $\frac{P}{P_1} = \frac{a}{l-2a}$ , to niebezpieczny przekrój jest w  $C$  w odstępnie  $x = a$ , zaś  $M_m = \frac{Aa}{2} = \frac{Bb}{2} = k_b W$ .

Wreszcie gdy  $\frac{P}{P_1} > \frac{a}{l-2a}$ , to niebezpieczny przekrój znajduje się od podparcia  $B$  w odstępnie  $x_1 = \frac{Bl}{P} = \frac{l}{2} + \frac{P_1}{P} \cdot \frac{a}{2}$ , zaś

$$M_m = \frac{Bx_1}{2} = \frac{B^2 l}{2P} = k_b W.$$

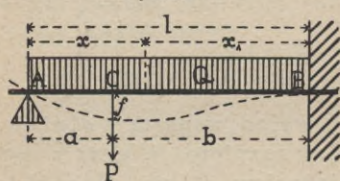
Rysunek 78.



Dla  $a = b = \frac{l}{2}$ , oraz  $P_1 = \frac{P}{2}$ , będzie  $A = \frac{7}{8} P$ ,  $B = \frac{5}{8} P$ ,  
 $x = \frac{7}{16} l$ ,  $M_m = \frac{A x}{2} = \frac{49}{256} P l = k_b W$ .

**22.** Belka jednym końcem naprężona (wmurowana), drugim wolno wsparta, obciążona jednostajnie siłą  $Q$  na całą rozpiętość, oraz siłą odosobnioną  $P$  w odstępie  $a$  od podparcia  $A$ .

Rysunek 79.



$$A = P \cdot \frac{b^2(3a + 2b)}{2l^3} + \frac{3}{8} Q,$$

$$B = P \cdot \frac{(2a^2 + 6ab + 3b^2)a}{2l^3} + \frac{5}{8} Q;$$

moment zgięcia na podporze  $B$

$$M_B = P \cdot \frac{ab(2a + b)}{2l^2} + Q \cdot \frac{l}{8},$$

w przekroju  $C$  zaś  $M_C = P \cdot \frac{ab^2(3a + 2b)}{2l^3} + Q \cdot \frac{(3b - a)a}{8l}$ .

Dla  $x = \frac{A l}{Q}$  wynika moment największy; gdy jednak ta wartość jest mniejsza od  $a$ , wtedy

$$M_{am} = \frac{A^2}{2Q} l = k_b W.$$

Wyraz  $\frac{P}{Q} < \frac{l^2(5a - 3b)}{4b^2(3a + b)}$  jest warunkiem aby było  $x < a$ .

Największy moment zgięcia wypada także dla  $x = \frac{A - P}{Q} l$ , jeżeli ta wartość jest większą od  $a$ , względnie  $x_1 < b$ , i wtenczas jest mianowicie

$$M_{bm} = \frac{B^2}{2Q} l - M_B = Pa + \frac{(A - P)^2}{2Q} l.$$

Warunkiem dla  $x < a$ , względnie dla  $x_1 < b$  jest, aby było

$$\frac{P}{Q} < \frac{l^2(3b - 5a)}{4a(2a^2 + 6ab + 3b^2)}.$$

Do obliczenia przekroju belki służy ten z pomiędzy zestawionych wyżej trzech momentów  $M_B$ ,  $M_C$ ,  $M_{am}$ , względnie  $M_{bm}$ , który okaże się bezwzględnie największy.

Strzałka linii ugięcia w punkcie zaczepienia siły  $P$ :

$$f = \frac{P}{EJ} \cdot \frac{a^2 b^3 (4a + 3b)}{12 l^3} + \frac{Q}{EJ} \cdot \frac{a b^2 (3a + b)}{48 l}.$$

**23.** Belka oboma końcami naprężona (wmurowana), z jednostajnym obciążeniem  $Q$ , oraz z odosobnioną siłą  $P$ , zaczepioną od podparcia  $A$  w odstępnie  $a < b$ .

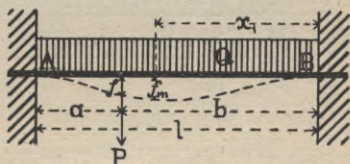
Rysunek 80.

$$A = P \cdot \frac{(3a^2 + b)b^2}{l^3} + \frac{Q}{2},$$

$$B + P \cdot \frac{(a + 3b)a^3}{l^3} + \frac{Q}{2};$$

$$M_m = M_a = P \cdot \frac{a b^2}{l^2} +$$

$$+ \frac{Q l}{12} = k_b W.$$



Niebezpieczny przekrój na podparciu  $A$ .

Strzałka w punkcie zaczepienia siły  $P$

$$f = \frac{1}{EJ} \left( P \cdot \frac{a^3 b^3}{3 l^3} + Q \cdot \frac{a^2 b^2}{24 l} \right).$$

Dla  $Q = 0$  największa strzałka ugięcia  $f_m = \frac{P}{EJ} \times \frac{2 a^2 b^3}{3(a + 3b)^2}$

będzie w odstępnie od podparcia  $B$ :  $\xi = \frac{2b}{a + 3b} l$ ; natomiast

strzałka w punkcie zaczepienia siły  $P$  będzie tylko

$$f = \frac{P}{EJ} \cdot \frac{a^3 b^3}{3 l^3}.$$

U reszty wzorów odpadną te wyrazy, których wartość stanie się zerem z powodu, iż  $Q = 0$ .

**24.** Belka cała jednostajnie obciążona siłą  $P = pl$ , jednym końcem  $A$  naprężona i w dowolnym miejscu  $B$  swej długości  $l$  w ten sposób wolno podparta, że drugi jej koniec  $D$  znacznie jeszcze sterzeży poza tę podpórę.<sup>1</sup>

Oddziaływanie na podparciu naprężonym  $A$ :

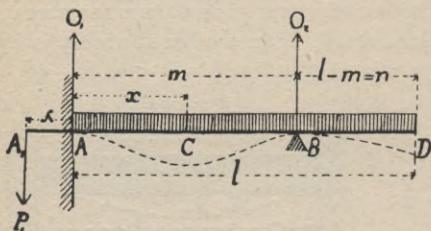
$$R = \frac{pl}{8} \cdot \left[ \frac{5m}{l} - \frac{6n^2}{lm} \right], = \frac{P}{8l} \left( 5m - \frac{6n^2}{m} \right)$$

<sup>1</sup> Zob. pracę autora „Wysokie kominy fabryczne”, część druga, odbitka z „Czasopisma technicznego” Nr. 18 do 22 z r. 1907. i Nr. 1, 3 do 6 z r. 1908. włącznie.

zaś na podparciu  $B$ :

$$O_2 = \frac{P}{8l} \left( 3m + 8n + \frac{6n^2}{m} \right) = P - R$$

Rysunek 81.



gdzie  $p$  jest obciążeniem w kilogramach na 1 m długości belki.

Równanie momentu ogólne

$$M = \frac{16}{128} \frac{P}{l} \left[ 2n^2 - m^2 + \left( 5m - \frac{6n^2}{m} \right) x - 4x^2 \right],$$

stąd dla  $x = 0$ , moment zgięcia na podparciu  $A$ :

$$M_a = \frac{16}{128} \cdot P \cdot \frac{2n^2 - m^2}{l} = \frac{32}{128} \cdot P \cdot \left( \frac{n^2}{l} - \frac{m^2}{2l} \right) = k_b W,$$

dla  $x = m$ , moment zgięcia na podparciu  $B$ :

$$M_b = -\frac{64}{128} \cdot P \cdot \frac{n^2}{l} = k_b W,$$

wreszcie największy moment dodatni między  $A$  i  $B$  będzie dla

$$x = \frac{1}{8} \left( 5m - \frac{6n^2}{m} \right), \text{ a mianowicie:}$$

$$M_c = \frac{1}{128} \cdot \frac{P}{l} \cdot \left( 9m^2 - 28n^2 + \frac{36n^4}{m^2} \right) = k_b W, \text{ albo co na jedno wychodzi:}$$

$$M_c = -\frac{28}{123} \cdot P \cdot \left( \frac{n^2}{l} - \frac{9m^2}{28l} - \frac{9n^4}{7lm^2} \right).$$

Z porównania tych trzech momentów  $M_a$ ,  $M_b$ ,  $M_c$  wśród równych zresztą warunków obciążenia i tych samych rozmiarów długości  $l$ ,  $m$ ,  $n$  wynika, że dla  $\frac{n^2}{l} \geq \frac{9m^2}{28l} - \frac{9n^4}{7lm^2}$  będzie moment zgięcia  $M_b$  na wolnym podparciu  $B$  co do bezwzględnej swej wartości największy.

W każdym razie wszakże należy wszystkie te trzy momenta zgięcia obliczyć i według bezwzględnie największego z nich wyznaczyć rozmiary przekroju belki.

Jeżeli długość  $l$  belki i obciążenie jednostajne  $P$  są stałe, a odstęp  $m$ , wolnego podparcia  $B$  oraz odstęp  $n$  będzie się zmieniać, to oczywiście dla każdej zmiany wielkości  $m$  wypadnie jeden lub dwa

z tych trzech momentów  $M_a$ ,  $M_b$ ,  $M_c$  jako największy. W ten sposób dla  $m = 0.7101 l$ , oraz dla  $n = 0.2899 l$  otrzymamy największy moment  $M_a = M_b = 2 M_c$ , który w porównaniu do wszystkich poprzednich i następnych momentów największych będzie najmniejszym, wobec czego wytrzymałość belki stanie się najkorzystniejsza. Tam więc, gdzie to zależy od nas, należy odstępowi  $m$  oraz odstępowi  $n$  nadać wyżej właśnie określone wartości lub w najgorszym razie zbliżyć je do tej granicy.

Równanie linii ugięcia belki

$$y = -\frac{1}{EJ} \left[ \frac{1}{2} M_a x^2 + \frac{1}{6} R x^3 - \frac{1}{24} \cdot \frac{P x^4}{l} \right].$$

Po podstawieniu w to równanie wartości za  $x$ , wynikających z równania

$$x = \frac{l}{2P} \left[ 3R \pm \sqrt{9R^2 + \frac{24M_a P}{l}} \right]$$

otrzymamy największą strzałkę ugięcia  $f_m$  w obrębie podparcia  $A$  i  $B$ , oraz strzałkę na wolno sterczącym końcu  $D$  belki.

**25.** Szczegółowe momenta bezwładności i momenta oporu, tycejące się przekrojów najprostszej i najzwyczajniejszej postaci.

Zestawione niżej momenta bezwładności  $J$ , oraz momenta oporu  $W$  odnoszą się do osi przekroju przez jego środek ciężkości przechodzącej.

a) Dla przekroju prostokątnego wyłącznie tylko dwu na trawersę nasadzonych pasów o jednakiej szerokości  $b$  i grubości  $\delta = \frac{H-h}{2}$  (a zatem z pominięciem danych już momentów bezwładności i oporu przekroju samej trawersy), gdzie  $h$  jest wysokością przekroju trawersy, zaś  $H$  wysokością zespolonej całości przekroju:

$$J = \frac{b}{12} (H^3 - h^3); \quad W = \frac{b(H^3 - h^3)}{6H}.$$

b) Dla przekroju trójkątnego  $F = \frac{1}{2} b h$ , którego środek ciężkości leży ponad podstawą  $b$  w wysokości  $e_1 = \frac{1}{3} h$ , zaś poniżej wierzchołka w odstępnie  $e_2 = \frac{2}{3} h$ :

$$J = \frac{b h^3}{36};$$

$$W_1 = \frac{J}{e_1} = \frac{b h^3}{36} \cdot \frac{3}{h} = \frac{b h^2}{12}; \quad W_2 = \frac{J}{e_2} = \frac{b h^3}{36} \cdot \frac{3}{2h} = \frac{b h^2}{24}.$$

c) Dla przekroju sześciobocznego umiarowego o długości boku  $a = R = \frac{D}{2} = 1.1547 r = 1.1547 \frac{d}{2}$ , gdzie  $R$  jest promień koła opisanego,  $r$  wpisanego, zaś  $D$  i  $d$  średnice tych kół:

$$J = \frac{5\sqrt{3}}{16} R^4 = 0.54125 R^4;$$

moment oporu względem przekątnej ciężkości

$$W_1 = \frac{J}{r} = \frac{J}{0.8660 R} = 0.625 R^3;$$

zaś moment oporu względem osi ciężkości prostopadłej do dwu przeciwnych boków

$$W_2 = \frac{J}{R} = 0.54125 R^3.$$

d) Dla przekroju półkołowego, którego środek ciężkości leży ponad podstawą  $d = 2r$  w odstępnie  $e_1 = 0.4244 r$ , poniżej zaś wierzchołka półkola w odstępnie  $e_2 = r - e_1 = r(1 - 0.4244) = 0.5756 r$ :

$$J = r^4 \left( \frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right) = 0.1098 r^4; \quad W_1 = \frac{J}{e_1} = \frac{0.1098 r^4}{0.4244 r} = 0.2587 r^3; \quad W_2 = \frac{J}{e_2} = \frac{0.1098 r^4}{0.5756 r} = 0.1908 r^3.$$

e) Dla przekroju półpiersiennowego, kołowego, którego zewnętrzna średnica  $D = 2R$ , wewnętrzna  $d = 2r$ , grubość  $\delta = R - r$ , środek ciężkości leży ponad podstawą  $D = 2R$  w odstępnie  $e_1 = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{R^2 + Rr + r^2}{R+r} = \frac{2}{3\pi} \cdot \frac{D^2 + Dd + d^2}{D+d}$ , poniżej zaś wierzchołka półpiersiennego w odstępnie  $e_2 = R - e_1$ :

$$J = 0.1098 (R^4 - r^4) - \frac{0.283 R^2 r^2 (R - r)}{R + r} = \frac{0.1098}{16} (D^4 - d^4) - \frac{0.283}{16} \cdot \frac{D^2 d^2 (D - d)}{D + d}; \quad W_1 = \frac{J}{e_1}; \quad W_2 = \frac{J}{e_2}.$$

Jeżeli  $\frac{2(R-r)}{R+r}$  jest bardzo małe, to przybliżony moment bezwładności  $J \cong 0.3 (R-r) \frac{(R+r)^3}{8} = 0.0375 (R-r) (R+r)^3 =$

$$= \frac{0.3}{128} (D-d) (D+d)^3.$$



f) Dla przekroju eliptycznego stojącego o osi większej  $2a$ , mniejszej  $2b$ , którego moment bezwładności względem mniejszej osi ciężkości  $2b$ :

$$J = \frac{\pi a^3 b}{4} = 0.7854 a^3 b; \quad W = \frac{J}{a} = \frac{\pi a^2 b}{4} = 0.7854 a^2 b.$$

Celem obliczenia wytrzymałości belki, względnie jej potrzebnego przekroju zapomocą zestawionych wyżej wzorów, potrzeba jeszcze znać związek pomiędzy tym przekrojem, a siłą działającą na belkę. Związek ten wypływa z relacji:

$$W = \frac{J}{e}$$

to znaczy, że moment oporu  $W$  równa się momentowi bezwładności  $J$ , podzielonemu przez odległość  $e$  warstwy obojętnej przekroju od jego krawędzi najbardziej ciśnionej.

Moment bezwładności  $J$  zawisł więc od wielkości i postaci przekroju belki i mianowicie, gdy przekrój belki jest

$$a) \text{ prostokątny } J = \frac{b h^3}{12}, \quad e = \frac{h}{2},$$

$$b) \text{ kwadratowy } J = \frac{h^4}{12}, \quad e = \frac{h}{2},$$

$$c) \text{ kołowy } J = \frac{\pi d^4}{64}, \quad e = \frac{d}{2},$$

co podstawione we wzór  $W = \frac{J}{e}$  daje kolejne momenta oporu

$$W_a = \frac{b h^2}{6}, \quad W_b = \frac{h^3}{6}, \quad W_c = \frac{\pi d^3}{32},$$

gdzie  $b$  szerokość,  $h$  wysokość,  $d$  średnica przekroju.

Podstawiając wreszcie te wartości w zestawione wyżej wzory obok rysunków 58 do 81, otrzymujemy bezpośredni związek między siłami działającymi a przekrojem belki. Np. dla belki podpartej i obciążonej w sposób uwidoczniony w rys. 66 a o przekroju prostokątnym będzie  $P = 8 k_b \frac{b h^2}{6 l}$ .

Wzór ten jest najwięcej w budownictwie lądowym używany, a mianowicie do obliczania wytrzymałości belek stropowych, gdzie  $P$  jest obciążeniem w  $kg$ ,  $k_b$  dopuszczalne natężenie zginające materiału belki w kilogramach na  $1 \text{ cm}^2$  przekroju,  $b$  szerokość,  $h$  wysokość przekroju,  $l$  rozpiętość belki, wszystko w centymetrach.

Na podstawie zestawionych wyżej odnośnych wzorów obliczono wytrzymałość szyn kolejowych w następującej tabelicy:

Tablica I.

S z y n y			Moment bezwładności względem osi ciężkości przekroju (w $cm^4$ )		Moment oporu W względem poziomej osi przekroju	Udźwig $P$ szyn wolno pod- partej na 1 m rozpiętości w $kg$
wysokość przekroju w $cm$	przekrój w $cm^2$	ciężar 1 m w $kg$	poziomej $J_x$	pionowej $J_y$		
13·08	42·75	32·66	919·00	149·73	140·40	11·232
11·80	39·00	29·80	691·59	140·38	117·50	9·400
10·46	34·20	26·10	470·26	121·66	90·00	7·200

Uwaga. Z ostatniej kolumny oblicza się udźwig  $P$  szyn wolno podpartych na rozpiętość 2, 3, 4 m itd., dzieląc wykazaną tam ilość kilogramów przez 2, 3, 4 itd.; np. wolno podparta szyna kolejowa przekroju największego wytrzymałe na 6 m rozpiętości obciążenie

$$P = \frac{11.232}{6} = 1872 \text{ kg itd.}$$

W równaniu na wytrzymałość belki wolno podpartej, jednostajnie obciążonej o przekroju prostokątnym

$$\frac{1}{8} Pl = kb \frac{b h^2}{6}, \text{ czyli } P = 8 kb \frac{b h^2}{6 l}$$

jest 5 niewiadomych; musi więc być danych najmniej cztery z nich, aby można obliczyć piątą. Tym sposobem powstają następujące zagadnienia:

$$1. \text{ dane } P, l, kb, b, \text{ to } h = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3 Pl}{kb b}}$$

$$2. \text{ dane } P, l, kb, h, \text{ to } b = \frac{3}{4} \cdot \frac{Pl}{h^2 kb}$$

$$3. \text{ dane } b, h, kb, l, \text{ to } P = \frac{4}{3} \cdot \frac{kb b h^2}{l}$$

$$4. \text{ dane } P, b, h, kb \text{ to } l = \frac{3}{4} \cdot \frac{kb b h^2}{P}$$

$$5. \text{ dane } P, b, h, l, \text{ to } kb = \frac{3}{4} \cdot \frac{Pl}{b h^2}$$

## PRZYKŁAD.

Do 1.  $P = 11.232 \text{ kg}$ ,  $l = 100 \text{ cm}$ ,  $kb = 70 \text{ kg}$ ,  $b = 20 \text{ cm}$ ,

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3 Pl}{kb b}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3 \times 11232 \times 100}{70 \times 20}} = \frac{10}{2} \sqrt{\frac{481 \cdot 371}{20}} =$$

$$= \frac{10}{2} \times \frac{21 \cdot 94}{4 \cdot 44}$$

$h = 24 \cdot 7$ , czyli okrągło  $h = 25 \text{ cm}$ .

Ponieważ tu  $P$  jest udźwigiem wykazanej wyżej w tablicy szyny kolejowej o wysokości przekroju 13·08 *cm*, więc stąd widać, że belka z drzewa miękkiego o przekroju prostokątnym  $\frac{2}{3} \frac{a}{b}$  *cm*, odpowiada co do wytrzymałości tejże szynie kolejowej.

Do 2.  $P = 11.232 \text{ kg}$ ,  $l = 100 \text{ cm}$ ,  $k_b = 70 \text{ kg}$ ,  $h = 25 \text{ cm}$ ,

$$b = \frac{3}{4} \cdot \frac{Pl}{h^2 k_b} = \frac{3 \times 11232 \times 100}{4 \times 25 \times 25 \times 70} = 19.25 \text{ cm} \text{ czyli okrągło}$$

$$b = 20 \text{ cm.}$$

Do 3.  $b = 20 \text{ cm}$ ,  $h = 25 \text{ cm}$ ,  $k_b = 70 \text{ kg}$ ,  $l = 100 \text{ cm}$ ,

$$P = \frac{4}{3} \cdot \frac{k_b b h^2}{l} = \frac{4 \times 20 \times 25 \times 25}{3 \times 100} = 11666 \text{ kg.}$$

Do 4.  $P = 11232 \text{ kg}$ ,  $b = 20 \text{ cm}$ ,  $h = 25 \text{ cm}$ ,  $k_b = 70 \text{ kg}$ ,

$$l = \frac{4}{3} \cdot \frac{k_b b h^2}{P} = \frac{4 \times 70 \times 20 \times 25 \times 25}{11232} = 103.86 \text{ cm.}$$

Do 5.  $P = 11232 \text{ kg}$ ,  $b = 20 \text{ cm}$ ,  $h = 25 \text{ cm}$ ,  $l = 100 \text{ cm}$ ,

$$k_b = \frac{3}{4} \cdot \frac{Pl}{b h^2} = \frac{3 \times 11232 \times 100}{4 \times 20 \times 25 \times 25} = 67.39 \text{ kg.}$$

Uwaga. Co do prostokątnego przekroju poprzecznego belek, to najkorzystniejszym jest ze względu na wytrzymałość stosunek boków  $b : h = 5 : 7$ , czyli  $b = \frac{5}{7} h$ .

### Tablica II.

rozmiarów poprzecznego przekroju drewnianych belek stropowych dla zwykłych rozpiętości i wzajemnej odległości belek od osi do osi 0·8 w magazynach, a 0·8 do 1·20 *m* w mieszkaniach.

1.	Dla rozpiętości	3·50 <i>m</i>	potrzebny przekrój belki	18 × 18 <i>cm</i>
2.	"	"	"	18 × 21 "
3.	"	4·00 "	"	18 × 24 "
4.	"	4·50 "	"	21 × 24 "
5.	"	5·00 "	"	21 × 26 "
6.	"	5·50 "	"	24 × 26 "
7.	"	6·00 "	"	26 × 26 "
8.	"	6·30 "	"	24 × 29 "
9.	"	6·65 "	"	26 × 29 "
10.	"	7·00 "	"	29 × 29 "
11.	"	7·60 "	"	29 × 32 "
12.	"	8·00 "	"	32 × 32 "

### Tablica III.

wytrzymałości desek do stropów itp.

1.	Deska	2·5 <i>cm</i>	gruba na rozpiętość w świetle	0·80 <i>m</i>
2.	"	4·0 "	"	1·00 "
3.	"	4·5 "	"	1·20 "
4.	"	5·0 "	"	1·50 "

5. Deska	6·5 cm	gruba	na rozpiętość	w świetle	. . . . .	2·00 m
6. "	8·0	"	"	"	"	2·50 "
7. "	10·0	"	"	"	"	3·00 "
8. Dyl	13·0	"	gruby	"	"	4·00 "
9. "	16·0	"	"	"	"	4·50 "

#### Tablica IV.

co do układu krokwi w wiązaniach dachowych itp.

1. Odległość krokwi od osi do osi

a)	dla dachu słomą lub trzcina	krytego	. . . . .	1·60 do 2·50 m
b)	"	gontami	krytego	. . . . . 1·25 " 1·90 "
c)	"	dachówką	krytego	. . . . . 1·00 " 1·25 "
d)	"	łupkiem	krytego	. . . . . 1·25 "
e)	"	tekturą asfaltową	krytego	. . . . . 1·00 do 1·40 "
f)	"	asfaltowego lub cementowego	. . . . .	1·25 "

2. Odległość pełnych wiązań, a względnie układ jętek od środka do środka najdalej co 4 m.

3. Żadna belka dachowa — wyjąwszy jętki — nie powinna być bez podpory na większą długość, jak 4 m.

4. Szczególnie co do konstrukcji wiszących należy przestrzegać, aby belki nie były na większą rozpiętość niż co 4 m zawieszane; końce, którymi opiera się belka zawieszona, powinny być 40 cm długie, słup wiszący powinien otrzymać głowę, równającą się co najmniej wysokości jego przekroju.

## 6. Wytrzymałość na wyboczenie.

Słupy centrycznie ciśnione cienkie, to jest takie, których wolna długość  $l$  w stosunku do rozmiarów poprzecznego przekroju jest za wielką, mogą ulec wyboczeniu, chociaż nateżenie cisnące nie przekracza dopuszczalnej miary ich materiału; gdyż ani ciśnienie na słup nie może być nigdy dokładnie centryczne, ani oś podłużna jego dokładnie prostolinijna, ani wreszcie materiał zupełnie jednolity.

Obliczenie cienkich słupów na wyboczenie przeprowadza się według niżej zestawionych wzorów ściśle teoretycznych, oraz wzorów doświadczalnych.

### a) Wzory Eulera.

#### 1. Pogląd ogólny.

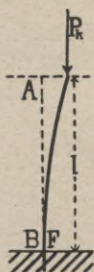
Euler odróżnia cztery sposoby umocowania centrycznie obciążonych słupów cienkich, uwidocznione w rysunkach 82. do 85., dla

których wyprowadził zasadniczy wzór teoretyczny w ogólnej postaci

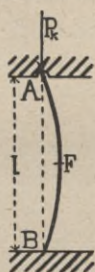
$$P_k = c \pi^2 \frac{EJ}{l^2}, \quad 198$$

gdzie  $P_k$  jest obciążenie wybocজające graniczne, które jest w stanie słupek wyboczyć, aż do przelamania się,  $c$  współczynnik zawisły od sposobu umocowania słupa,  $l$  wolna długość słupa,  $E$  współczynnik sprężystości,  $J$  najmniejszy ekwatorialny moment bezwładności niebezpiecznego poprzecznego przekroju  $F$  słupa; wreszcie można przyjąć z dostateczną ścisłością  $\pi^2 = 10$ .

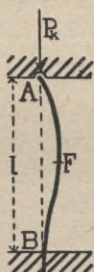
Rysunek 82.



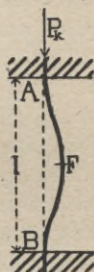
Rysunek 83.



Rysunek 84.



Rysunek 85.



Sposób umocowania I.: Jeden koniec naprężony, drugi wolno sterujący (rys. 82.), gdzie  $c = \frac{1}{4}$ , oblicza się wzorem

$$P_k = \frac{1}{4} \pi^2 \frac{EJ}{l^2}. \quad 199$$

Sposób umocowania II.: Oba końce wolne w pierwotnej osi  $AB$  przytrzymane (rys. 83.), gdzie  $c = 1$ , oblicza się wzorem

$$P_k = \pi^2 \cdot \frac{EJ}{l^2}. \quad 200$$

Sposób umocowania III.: Jeden koniec naprężony, drugi wolny, przytrzymany w pierwotnej osi  $AB$  (rys. 84.), gdzie  $c = 2$ , z odnośnym wzorem

$$P_k = 2 \pi^2 \frac{EJ}{l^2}. \quad 201$$

Sposób umocowania IV.: Oba końce naprężone w pierwotnej osi  $AB$  (rys. 85.), gdzie  $c = 4$ , oblicza się wzorem

$$P_k = 4 \pi^2 \frac{EJ}{l^2}. \quad 202$$

Dopuszczalne obciążenie wybocজające  $P$  słupa nie powinno nigdy osiągnąć wielkości obciążenia granicznego wybocজającego  $P_k$ , lecz

musi wynosić jedynie pewną część jego, określoną tak zwanym współczynnikiem bezpieczeństwa  $n^1$ , a mianowicie musi być

$$P = \frac{P_k}{n} = \frac{c \pi^2 E J}{n l^2} = \frac{c \pi^2 E F i^2}{n l^2}, \quad 203$$

gdź  $J = F i^2$ , gdzie  $i$  jest ramieniem momentu bezwładności.

Jeżeli wolna długość  $l$  słupa jest bardzo mała, to wzór 203. daje bardzo wielkie wartości na  $P$ , to jest większe od dopuszczalnego zwykłego obciążenia ciskącego  $P_o$ , zawarowanego równaniem

$$P_o = F k_d, \quad 204$$

gdzie  $F$  jest poprzecznym przekrojem słupa, zaś  $k_d$  dopuszczalnym natężeniem ciskącym w  $kg/cm^2$ .

Między wzorami 203. i 204. zachodzi ten związek istotny, że wartość udźwigu wybożającego  $P$ , wynikła z wzoru 203. nie powinna być większą od wartości udźwigu ciskącego  $P_o$  wzorem 204. obliczalnej, gdyż w przeciwnym razie mogłoby nastąpić zgniecenie materiału słupa. O ileby zatem dopuszczalne obciążenie ciskące  $P_o = F k_d$  wypadło mniejsze od obciążenia  $P$ , to w takim razie dopuszczalnym obciążeniem wybożającym musi być  $P_o$ .

Zresztą wzór 203. dla wielkich długości  $l$ , a wzór 204. dla małych dają mniejsze wartości na  $P$ ; ze zrównania zatem wzajemnego obu tych wzorów wynika ta graniczna długość  $l_o$ , dla której oba te równania dadzą tę samą wartość udźwigu słupa, to jest  $P = P_o$ , czyli natężenie wybożające  $\sigma_k$ , równe natężeniu ciskącemu  $k_d$ , a mianowicie:

$$F k_d = \frac{c \pi^2 E J}{n l_o^2}, \quad \text{stąd } l_o = \pi \sqrt{\frac{c E J}{n k_d F}} \quad 205$$

niebezpieczeństwo zatem wybożenia wystąpi wtedy, gdy długość  $l$  słupa będzie większą od jego granicznej długości  $l_o$ , to jest gdy będzie  $l > l_o$ .

Podstawiając we wzór 205. znaną wartość momentu bezwładności  $J = F i^2$ , jako graniczną wytrzymałość na ciśnienie materiału słupa, otrzymamy

$$l_o = \pi \sqrt{\frac{c E F i^2}{n k_d F}} = \pi i \sqrt{\frac{c E}{n k_d}}, \quad \text{a stąd wreszcie stosunek granicznej}$$

długości słupa do ramienia momentu bezwładności jego poprzecznego przekroju dla jednakiej zdolności udźwigu tak na ciśnienie jak na wybożenie

<sup>1</sup> Szczegółowe wartości współczynnika bezpieczeństwa  $n$  znajdują się niżej w najbliższej tabelicy.

$$\frac{l_0}{i} = \pi \sqrt{\frac{c E}{n k_d}}, \quad 206$$

a dla jednakowego bezpieczeństwa przeciw ciśnieniu i wyboczeniu

$$\frac{l_0}{i} = \pi \sqrt{\frac{c E}{K_d}}, \quad 207$$

gdzie  $K_d$  jest graniczną wytrzymałością na ciśnienie.

Podczas wyznaczania przekroju na podstawie wzorów Eulera należy zawsze stwierdzić, czy dopuszczalne natężenie cisnące  $k_d$  w przyjętym poprzecznym przekroju nie zostało przekroczone, gdyż musi tu być zawsze

$$\frac{P}{F} \leq k_d. \quad 208$$

Wogóle w zastosowaniu wzorów Eulera do słupów, zastrzałów itp. należy przedewszystkiem stwierdzić, z którym sposobem umocowania trzeba się liczyć. Pamiętać tu jednak należy, iż zupełne naprężenie końca słupów, zastrzałów itp. tylko rzadko kiedy zdarza się faktycznie, a zwłaszcza w budownictwie lądowym i dlatego też w obliczeniach przyjmuje się najczęściej sposób umocowania II. (rys. 83.)

Podnieść także wypada, że przyjęta w tym sposobie ruchliwość końców byłaby tylko w tym razie faktyczną, gdyby każdy z nich był zaopatrzony ostrzem lub kulą; tymczasem często końce te są zwykle płaskie, wskutek czego powstaje pewien stopień częściowego naprężenia. W praktyce — a zwłaszcza gdy końce słupów i zastrzałów są płaskie — liczą się z tem w ten sposób, iż uwzględniają w obliczeniach nieco zmniejszoną wolną długość  $l$ , ale nie dalej, niż na  $l' = 0.8$  do  $0.7 l$ .

W regule obliczenie statyczne słupów cienkich ciśnionych centrycznie, przeprowadza się według wzorów Eulera w ten sposób, że oblicza się poprzeczny przekrój  $F$  najpierw na zwykłe ciśnienie według wzoru 204. i wyznacza się odnośny najmniejszy moment bezwładności  $J$ . Jeżeli moment ten okaże się większym od momentu bezwładności obliczonego według wzoru 203., a mianowicie większym od

$$J = \frac{n}{c \pi^2 E} \cdot P l^2 = \frac{P l^2}{m}, \quad 209$$

gdzie  $m = \frac{c \pi^2 E}{n}$ , to przekrój odpowiada zamierzonej wytrzymałości słupa; w przeciwnym jednak razie przekrój należy zwiększyć

i rachunek powtórzyć ewentualnie kilka razy nawet aż do pożądanego skutku.

Jeżeli obciążenie jest ekscentryczne i dany jest odstęp  $y$  punktu zaczepienia obciążenia od środka ciężkości przekroju, to należy obliczać słup na wytrzymałość złożoną według zestawionych wyżej na str. 1087 do 1094 dla ekscentrycznego obciążenia odnośnych wzorów 87. do 125. Gdy jednak rzezonny odstęp  $y$  nie jest dany, ale spodziewany, należy z tego tytułu zwiększyć obciążenie projektowane stosownym dodatkiem (50%).

## 2. Szczegółowe daty i wzory.

Przyjmujemy wogóle:

$P$  dopuszczalne obciążenie czyli udźwig słupa w  $kg$ ,

$l$  wolna długość słupa w  $cm$  (liczona w razie szerokiej podstawy od jej górnej krawędzi),

$F$  powierzchnia przekroju poprzecznego w  $cm^2$ ,

$J$  najmniejszy moment bezwładności w  $kgcm^4$ , o ile w tym kierunku słup nie jest zabezpieczony od wyboczenia,  $J_1$  ten sam moment bezwładności, wyrażony w  $tcn^4$ ,

$i = \sqrt{\frac{J}{F}}$  ramię najmniejszego momentu bezwładności w  $cm$ ,

$k_d$  dopuszczalne natężenie ciskające w  $kg/cm^2$ ,

$k_k$  dopuszczalne natężenie wyboczające w  $kg/cm^2$ ,

$E$  współczynnik sprężystości materiału w  $kg/cm^2$ .

Według doświadczeń Tetmajera wzory Eulera stosują się tylko do słupów:

z żelaza lanego, których  $\frac{l}{i} \geq 80$ ,

z żelaza spawalnego, których  $\frac{l}{i} \geq 112$ ,

z żelaza zlewneego, których  $\frac{l}{i} \geq 105$ ,

ze stali zlewnej, których  $\frac{l}{i} \geq 90$ ,

z drzewa, których  $\frac{l}{i} \geq 100$ .

Gdy zatem  $\frac{l}{i}$  nie osiąga tych wartości, należy stosować wzory niżej pod  $b$ ) (str. 1168) przedstawione.

Z ogólnego wzoru 209. otrzymujemy w szczególności:



Dla przekroju kwadratowego o boku  $F = a^2$ :

$$J = \frac{a^4}{12} = \frac{Pl^2}{m}, \quad a^4 = 4 \times 3 \frac{Pl^2}{m}, \quad \text{wreszcie } a^2 = 2l \sqrt{\frac{3P}{m}} \quad 210$$

dla przekroju prostokątnego  $F = bh$ , gdzie  $h > b$ , oraz  $h = \alpha b$ :

$$J = \frac{hb^3}{12} = \alpha \cdot \frac{b^4}{3 \times 4} = \frac{Pl^2}{m}, \quad b^2 = 2l \sqrt{\frac{3P}{\alpha m}} \quad 211$$

dla przekroju kołowego  $F = \frac{\pi d^2}{4}$ :

$$J = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{Pl^2}{m}, \quad d^2 = 8l \sqrt{\frac{P}{\pi m}} \quad 212$$

dla przekroju pierścieniowego kołowego  $F = \frac{\pi}{4} (d^2 - d_1^2)$ :

$$J = \frac{\pi}{64} (d^4 - d_1^4) = \frac{Pl^2}{m}, \quad d^4 - d_1^4 = \frac{64 Pl^2}{\pi m}. \quad 213$$

W następującej niżej tabelicy I. zestawiono dla najważniejszych materiałów budowlanych przyjęte w budownictwie lądowym przez austriackich inżynierów i architektów wartości współczynnika bezpieczeństwa  $n$  przeciw wyboeczeniu i inne potrzebne dane, oraz obliczono odnośne wzory szczegółowe na podstawie ogólnych wzorów 209., 203. i 206. w zmienionej nieco postaci:

$$J = \frac{Pl^2}{m} = \frac{P \times 10000 l_1^2}{m} = \frac{1000 P_1 \times 10000 l_1^2}{m} \quad 214$$

$$P = 1000 P_1 = m \frac{J}{l^2} = m \frac{J}{10000 l_1^2} \quad 215$$

$$P_1 = \frac{m}{10000000} \cdot \frac{J}{l_1^2} \quad 216$$

$$\text{a według wzoru 209. } m = \frac{c \pi^2 E}{n}. \quad 217$$

We wzorach tych  $P$  jest dopuszczalne obciążenie słupa w  $kg$ ,  $P_1$  to samo obciążenie wyrażone w tonnach ( $t$ ),  $E$  współczynnik sprężystości w  $kg/cm^2$ ,  $J$  najmniejszy równikowy moment bezwładności w  $kgcm^4$  niebezpiecznego przekroju poprzecznego,  $J_1$  ten sam moment bezwładności wyrażony w  $tcm^4$ ,  $l$  wolna długość w  $cm$ ,  $l_1$  ta sama długość w metrach,  $b$  mniejszy bok przekroju prostokątnego i  $d$  średnica przekroju kołowego w  $cm$ .

Tablica I.

Określenie	Żelazo			Stal zlewna	Drzewo (sosnowe)
	spawalne		zlewne		
	lane				
Wytrzymałość graniczna ciśnienia $K_a$ w $kg/cm^2$	7500	3500	3800	6250	280
Dopuszczalne nateżenie ciszące $k_a$ w $kg/cm^2$	600	1000	1000	1200	60
Spółczynnik sprężystości $E$ w $kg/cm^2$	1000000	2000000	2150000	2200000	100000
Spółczynnik bezpieczeństwa przeciw wybocze- niu	10 <sup>1</sup>	5	5	5	8 do 10 <sup>2</sup>
Sposób I. umocowania $\left(c = \frac{1}{4}\right)$ (str. 1161) $J =$	$\frac{Pl_1^2}{25}$	$\frac{Pl_1^2}{100}$	$\frac{Pl_1^2}{107.5}$	$\frac{Pl_1^2}{110}$	$\frac{Pl_1^2}{3.125} - \frac{Pl_1^2}{2.5}$
$(tcm^4)$	$40 P_1 l_1^2$	$10 P_1 l_1^2$	$9.3 P_1 l_1^2$	$9.09 P_1 l_1^2$	$320 P_1 l_1^2 - 400 P_1 l_1^2$
$(kg)$	$25 \frac{J}{l_1^2}$	$100 \frac{J}{l_1^2}$	$107.5 \frac{J}{l_1^2}$	$110 \frac{J}{l_1^2}$	$3.125 \frac{J}{l_1^2} - 2.5 \frac{J}{l_1^2}$
$(t)$	$0.025 \frac{J}{l_1^2}$	$0.10 \frac{J}{l_1^2}$	$0.1075 \frac{J}{l_1^2}$	$0.11 \frac{J}{l_1^2}$	$3.125 \frac{J}{l_1^2} - 2.5 \frac{J}{l_1^2}$
Sposób II. umocowania $(c = 1)$	$J$	$J$	$J$	$J$	$1000 \frac{J}{l_1^2} - 1000 \frac{J}{l_1^2}$
$(tcm^4)$	$\frac{Pl_1^2}{100}$	$\frac{Pl_1^2}{400}$	$\frac{Pl_1^2}{430}$	$\frac{Pl_1^2}{440}$	$\frac{Pl_1^2}{12.5} - \frac{Pl_1^2}{10}$
$(kg)$	$10 P_1 l_1^2$	$2.5 P_1 l_1^2$	$2.33 P_1 l_1^2$	$2.27 P_1 l_1^2$	$80 P_1 l_1^2 - 100 P_1 l_1^2$
$(t)$	$100 \frac{J}{l_1^2}$	$400 \frac{J}{l_1^2}$	$430 \frac{J}{l_1^2}$	$440 \frac{J}{l_1^2}$	$12.5 \frac{J}{l_1^2} - 10 \frac{J}{l_1^2}$
	$0.10 \frac{J}{l_1^2}$	$0.40 \frac{J}{l_1^2}$	$0.43 \frac{J}{l_1^2}$	$0.44 \frac{J}{l_1^2}$	$0.0125 \frac{J}{l_1^2} - 0.01 \frac{J}{l_1^2}$

Sposób III. umocowania $(c = 2)$ (str. 1161) $J =$	$\frac{Pl_1^2}{200}$	$\frac{Pl_1^2}{800}$	$\frac{Pl_1^2}{860}$	$\frac{Pl_1^2}{880}$	$\frac{Pl_1^2}{25} - \frac{Pl_1^2}{20}$
$(tcm^4)$	$5 P_1 l_1^2$	$1.25 P_1 l_1^2$	$1.16 P_1 l_1^2$	$1.136 P_1 l_1^2$	$40 P_1 l_1^2 - 50 P_1 l_1^2$
$(kg)$	$200 \frac{J}{l_1^2}$	$800 \frac{J}{l_1^2}$	$860 \frac{J}{l_1^2}$	$880 \frac{J}{l_1^2}$	$25 \frac{J}{l_1^2} - 20 \frac{J}{l_1^2}$
$(t)$	$0.20 \frac{J}{l_1^2}$	$0.80 \frac{J}{l_1^2}$	$0.86 \frac{J}{l_1^2}$	$0.88 \frac{J}{l_1^2}$	$0.025 \frac{J}{l_1^2} - 0.02 \frac{J}{l_1^2}$
Sposób IV. umocowania $(c = 4)$	$\frac{Pl_1^2}{400}$	$\frac{Pl_1^2}{1600}$	$\frac{Pl_1^2}{1720}$	$\frac{Pl_1^2}{1760}$	$\frac{Pl_1^2}{50} - \frac{Pl_1^2}{40}$
$(tcm^4)$	$2.5 P_1 l_1^2$	$0.625 P_1 l_1^2$	$0.58 P_1 l_1^2$	$0.568 P_1 l_1^2$	$20 P_1 l_1^2 - 25 P_1 l_1^2$
$(kg)$	$400 \frac{J}{l_1^2}$	$1600 \frac{J}{l_1^2}$	$1720 \frac{J}{l_1^2}$	$1760 \frac{J}{l_1^2}$	$50 \frac{J}{l_1^2} - 40 \frac{J}{l_1^2}$
$(t)$	$0.40 \frac{J}{l_1^2}$	$1.60 \frac{J}{l_1^2}$	$1.72 \frac{J}{l_1^2}$	$1.76 \frac{J}{l_1^2}$	$0.05 \frac{J}{l_1^2} - 0.04 \frac{J}{l_1^2}$
W ogólności	$40.56$	$62.83$	$65.14$	$60.15$	$45.34 - 40.56$
dla prostokąta					
$\left(i = b \sqrt{\frac{1}{12}}\right) \frac{l_0}{b} = \pi \sqrt{\frac{cE}{nkd}} \sqrt{\frac{1}{12}}$	11.71	18.14	18.80	17.36	13.09 - 11.71
dla koła $(i = 0.25 d) \frac{l_0}{d} = 0.25 \pi \sqrt{\frac{cE}{nkd}}$	10.14	15.71	16.28	15.04	11.33 - 10.14

<sup>1</sup> albo  $n = 8$  dla centrycznego, zaś 12 dla ekscentrycznego obciążenia.

<sup>2</sup> albo  $n = 10$  dla centrycznego, zaś 15 dla ekscentrycznego obciążenia.

b) **Wzory Tetmajera.**

Do obliczania wytrzymałości na wyboeczenie słupów, — których wartość stosunkowa  $x = \frac{l}{i}$  jest mniejszą od wykazanych wyżej pod 2. (str. 1164) granic, tworzących zakres zastosowania wzorów Eulera — służy za podstawę ogólny wzór doświadczalny Tetmajera, według którego graniczna wytrzymałość na wyboeczenie

$$K_k = \frac{P_k}{F} = K (1 - a x - b x^2), \quad 218$$

gdzie  $K_k$ ,  $P_k$ ,  $F$ ,  $x = \frac{l}{i}$  mają znaczenie poprzednio określone, zaś  $K$ ,  $a$ ,  $b$  są wielkości stałe, zależne od materiału słupów, a mianowicie:

Dla żelaza lanego  $K = 7760$ ,  $a = 0.01546$ ,  $b = 0.0007$ , dla  $x = \frac{l}{i} = 5$  do 80;

dla żelaza spawalnego  $K = 3030$ ,  $a = 0.00426$ ,  $b = 0$ , dla  $x = \frac{l}{i} = 10$  do 112;

dla żelaza zlewego  $K = 3100$ ,  $a = 0.00368$ ,  $b = 0$ , dla  $x = \frac{l}{i} = 10$  do 105;

dla stali zlewnej  $K = 3350$ ,  $a = 0.00185$ ,  $b = 0$ , dla  $x = \frac{l}{i} = 1$  do 90;

dla drzewa  $K = 293$ ,  $a = 0.00662$ ,  $b = 0$ , dla  $x = \frac{l}{i} = 1.8$  do 100.

Po podstawieniu tych szczegółowych wartości we wzór 218. otrzymujemy szczegółową graniczną wytrzymałość na wyboeczenie  $K_k$  słupów, których  $\frac{l}{i}$  jest mniejsze od dopuszczalnych granic zastosowania wzorów Eulera.

Następująca niżej tablica II. zawiera właśnie — obok tych wartości  $K_k$  — także i szczegółowe wartości  $K_k$  tych słupów, których  $\frac{l}{i}$  leży w granicach zastosowania wzorów Eulera.

Tablica II.

Słupów, zastrzałów itp. o dowolnym przekroju			
materiał	stosunkowa wartość wolnej długości $\frac{l}{i}$	graniczna wytrzymałość na wybočenje $K_k$ w $t/cm^2$	dopuszczalne natężenie cisnące $k_d$ w $kg/cm^2$
Drzewo	$\frac{l}{i} < 1.8$ do 100 $\frac{l}{i} > 100$	$0.293 - 0.00194 \frac{l}{i}$ $987 \left(\frac{i}{l}\right)^2$	60
Żelazo lane	$\frac{l}{i} < 5$ do 80 $\frac{l}{i} > 80$	$7.76 - 0.12 \frac{l}{i} + 0.00053 \left(\frac{l}{i}\right)^2$ $9870 \left(\frac{i}{l}\right)^2$	750
Żelazo spawalne	$\frac{l}{i} < 10$ do 112 $\frac{l}{i} > 112$	$3.03 - 0.0129 \frac{l}{i}$ $19740 \left(\frac{i}{l}\right)^2$	700 do 800
Żelazo zlewne z wytrzymałością na ciągnięcie $K_s < 4000 \text{ kg/cm}^2$	$\frac{l}{i} < 10$ do 105 $\frac{l}{i} > 105$	$3.1 - 0.0144 \frac{l}{i}$ $21220 \left(\frac{i}{l}\right)^2$	.
Żelazo zlewne z wytrzymałością na ciągnięcie $K_s > 4000 \text{ kg/cm}^2$	$\frac{l}{i} < 10$ do 105 $\frac{l}{i} > 105$	$3.21 - 0.0116 \frac{l}{i}$ $22200 \left(\frac{i}{l}\right)^2$	.

Uwaga. Jeżeli można przyjąć, że końce słupa są częściowo naprężone — na przykład gdy końce przytrzymane w pierwotnym położeniu osi słupa są płaskie —, to można przyjąć zamiast wolnej długości  $l$  tylko  $0.7 l$ .

Na podstawie zestawionych w tabeli II. doświadczalnych wartości szczegółowych  $K_k$  oblicza się dopuszczalny udźwig słupa wzorem

$$P = P' \frac{K_k}{n},$$

219

gdzie  $n$  jest współczynnikiem bezpieczeństwa przeciw wyboczeniu, a zależne od materiału słupa jego wartości są zestawione w tabeli I. na str. 1166.

Jeżeli obciążenie  $P_1$  słupa jest dane, to przyjmuje się powierzchnia  $F$ , a ewentualnie i postać przekroju słupa, oblicza na tej podstawie ramię  $i$  najmniejszego momentu bezwładności  $J = F i^2$ , oraz według tablicy II. odnośne  $K_k$ , a wreszcie udźwig  $P$  z wzoru 219. Skoro się okaże obliczony udźwig  $P \geq P_1$ , to przyjęty przekrój  $F$  odpowiada zamierzonej wytrzymałości słupa; w przeciwnym jednak razie trzeba przekrój  $F$  zwiększyć, rachunek ponowić i ewentualnie powtórzyć aż do skutku.

Z wzoru 219. otrzymujemy zresztą:

$$F = \frac{n P}{K_k} = \frac{P k}{K_k} \quad 220$$

$$n = \frac{F K_k}{P} = \frac{K_k}{\frac{P}{F}} = \frac{K_k}{k_d} \quad 221$$

Jednakże bezpieczeństwo co do wytrzymałości słupów na wyboczenie jakoteż i na czyste ciśnienie wyznacza się z następującego wzoru, według którego dopuszczalne natężenie wyboczające

$$k_k = \frac{P}{F} = \frac{K_k}{K_d} \cdot k_d = \eta k_d, \quad 222$$

a stąd dopuszczalny udźwig na wyboczenie

$$P = \frac{K_k}{K_d} \cdot F k_d = \eta F k_d. \quad 223$$

Wartości zawartej w tych wzorach wytrzymałości na wyboczenie  $K_k$  znajdują się w trzeciej kolumnie tablicy II., a wartości wytrzymałości graniczne na czyste ciśnienie są następujące:

$$K_d = 0.28 \text{ t/cm}^2 \text{ dla drzewa,}$$

$$K_d = 8 \text{ t/cm}^2 \text{ dla żelaza lanego,}$$

$$K_d = 3.5 \text{ t/cm}^2 \text{ dla żelaza spawalnego,}$$

$$K_d = 3.8 \text{ t/cm}^2 \text{ dla żelaza zlewneego.}$$

W szczególności dla zastrzałów drewnianych lub słupów o przekroju kołowym wyznacza się współczynnik zmniejszający  $\eta$  na podstawie danych poprzednio, oraz tablicy II. i wzorów 218., 222. i 223. w sposób następujący:

Dla przekroju kołowego o średnicy  $d$  ramię najmniejszego momentu bezwładności

$$i = \sqrt{\frac{J}{F}} = \sqrt{\frac{d^2}{16}} = \frac{d}{4}, \text{ gdyż } J = \frac{\pi d^4}{64}, \text{ zaś } F = \frac{\pi d^2}{4}.$$

W drugiej kolumnie tablicy II. jest niższa granica stosunkowej wartości  $\frac{l}{i} < 100$ , stąd musi być  $\frac{l}{d} < 100$ , czyli  $\frac{l}{d} < 25$ , jako niższa granica projektowanego zastrzału krągłego, zaś współczynnik zmniejszający dla tej granicy według wzoru 218. i 223.

$$\eta = \frac{K_k}{K_d} = \frac{0.293 - 0.00194 \times \frac{l}{0.25d}}{0.28} = 1.0464 - 0.0277 \frac{l}{d}.$$

Dla wyższej granicy wartości stosunkowej  $\frac{l}{i} > 100$ , czyli  $\frac{l}{0.25d} > 100$  albo  $\frac{l}{d} > 25$  będzie współczynnik zmniejszający

$$\eta = 987 \left(\frac{i}{l}\right)^2 \times \frac{1}{0.28} = \frac{987}{0.28} \left(\frac{0.25d}{l}\right)^2 = 220.31 \left(\frac{d}{l}\right)^2.$$

W ten sposób daje się obliczyć współczynnik zmniejszający  $\eta$  dla słupów, zastrzałów itp. o przekroju kwadratowym, prostokątnym, pierścieniowym kołowym itd. z materiałów wyżej poszczególnionych, jak to wykazują następujące niżej tablice.

Tablica III. Drzewo.

Słupów, zastrzałów itp. drewnianych							
poprzeczny przekrój							
kołowy o średnicy $d$				prostokątny z mniejszym bokiem $a$			
dla $\frac{l}{d} < 25$		dla $\frac{l}{d} > 25$		dla $\frac{l}{a} < 29$		dla $\frac{l}{a} > 29$	
$\frac{l}{d}$	współczynnik zmniejszający $\eta$			$\frac{l}{a}$	współczynnik zmniejszający $\eta$		
	$1.0464 - 0.0277 \frac{l}{d}$	$\frac{l}{d}$	$220.31 \left(\frac{d}{l}\right)^2$		$1.0464 - 0.0240 \frac{l}{a}$	$\frac{l}{a}$	$293.7 \left(\frac{a}{l}\right)^2$
5	0.908	30	0.245	5	0.926	30	0.326
10	0.769	35	0.180	10	0.806	35	0.239
15	0.631	40	0.138	15	0.686	40	0.184
20	0.492	45	0.108	20	0.566	45	0.145
25	0.353	50	0.088	25	0.446	50	0.117

Tablica IV. Żelazo lane.

Słupów, zastrzałów itp. z żelaza lanego							
przekrój poprzeczny							
dowolny				pierścieniowy kołowy o średnicy $d^1$			
dla $\frac{l}{i} < 80$		dla $\frac{l}{i} > 80$		dla $\frac{l}{d} < 26$		dla $\frac{l}{d} > 26$	
spółczynnik zmniejszający $\eta$				spółczynnik zmniejszający $\eta$			
$\frac{l}{i}$	$0.97 - 0.015 \frac{l}{i} +$ $+ 0.000066 \left(\frac{l}{i}\right)^2$	$\frac{l}{i}$	$1234 \left(\frac{i}{l}\right)^2$	$\frac{l}{d}$	$0.97 - 0.047 \frac{l}{d} +$ $+ 0.00064 \left(\frac{l}{d}\right)^2$	$\frac{l}{d}$	$127 \left(\frac{d}{l}\right)^2$
10	0.827	90	0.152	10	0.504	30	0.141
20	0.696	100	0.123	15	0.409	35	0.104
30	0.580	110	0.101	20	0.286	40	0.080
40	0.476	120	0.086	25	0.195	45	0.062
50	0.385	130	0.073			50	0.051
60	0.308	140	0.063			55	0.042
70	0.244	150	0.055			60	0.035
80	0.193	160	0.048			65	0.030
		170	0.043				
		180	0.038				

<sup>1</sup> Pod założeniem, że grubość ścian  $\delta = \frac{1}{10} d$ .

Tablica V. Żelazo spawalne.

Słupów, zastrzałów itp. z żelaza spawalnego							
przekrój poprzeczny dowolny							
dla $\frac{l}{i} < 112$				dla $\frac{l}{i} > 112$			
$\frac{l}{i}$	$\eta = 0.866 -$ $- 0.0037 \frac{l}{i}$	$\frac{l}{i}$	$\eta = 0.866 -$ $- 0.0037 \frac{l}{i}$	$\frac{l}{i}$	$\eta = 5640 \left(\frac{i}{l}\right)^2$	$\frac{l}{i}$	$\eta = 5640 \left(\frac{i}{l}\right)^2$
10	0.829	70	0.607	115	0.426	175	0.184
15	0.811	75	0.589	120	0.392	180	0.174
20	0.792	80	0.570	125	0.361	185	0.165
25	0.774	85	0.552	130	0.334	190	0.156
30	0.755	90	0.533	135	0.309	195	0.148
35	0.738	95	0.515	140	0.288	200	0.141
40	0.718	100	0.496	145	0.268	205	0.134
45	0.700	105	0.478	150	0.251	210	0.128
50	0.681	110	0.459	155	0.235	215	0.122
55	0.663			160	0.220	220	0.117
60	0.644			165	0.207	225	0.111
65	0.626			170	0.195		

Tablica VI. Żelazo zlewne.

Słupów, zastrzałów itp. z żelaza zlewne							
przekrój poprzeczny dowolny							
dla $\frac{l}{i} < 105$				dla $\frac{l}{i} > 105$			
$\frac{l}{i}$	$\eta = 0.816 -$ $- 0.0038 \frac{l}{i}$	$\frac{l}{i}$	$\eta = 0.816 -$ $- 0.0038 \frac{l}{i}$	$\frac{l}{i}$	$\eta = 5584 \left(\frac{i}{l}\right)^2$	$\frac{l}{i}$	$\eta = 5584 \left(\frac{i}{l}\right)^2$
10	0.786	70	0.606	110	0.462	170	0.193
15	0.771	75	0.591	115	0.422	175	0.182
20	0.756	80	0.576	120	0.388	180	0.172
25	0.741	85	0.561	125	0.357	185	0.163
30	0.726	90	0.546	130	0.330	190	0.155
35	0.711	95	0.531	135	0.306	195	0.147
40	0.696	100	0.516	140	0.285	200	0.140
45	0.681	105	0.501	145	0.266	205	0.133
50	0.666			150	0.248	210	0.127
55	0.651			155	0.232	215	0.121
60	0.636			160	0.218	220	0.115
65	0.621			165	0.205	225	0.110

Uwaga. U słupów nitowanych powinny być wzajemne odstępstwa nitów mniejsze, lub co najwyżej równe siedmiokrotnej grubości żelaza, osłabienie zaś przekroju poprzecznego wywiercami nitów powinno wynosić nie więcej niż 12%.

## c) Wzór Naviera.

Wzór Naviera, znany także jako wzór Schwarza, albo wzór Rankinea służy do wyznaczenia powierzchni i postaci poprzecznego przekroju słupa, zastrzału itp. centrycznie ciśnionego, wystawionego na niebezpieczeństwo wyboczenia, a mianowicie:

$$F = \frac{P}{k_d} \left( 1 + \frac{k_d n}{c \pi^2 E} \cdot \frac{F l^2}{J} \right) = F_0 \left( 1 + \alpha \frac{F l^2}{J} \right) = \frac{P}{k_k} \quad 224$$

We wzorze tym znaczenia wszystkich liter zostały już poprzednio określone z wyjątkiem współczynnika

$$\alpha = \frac{k_d n}{c \pi^2 E}, \quad 225$$

który zależy od materiału i od sposobu umocowania końców słupa, zastrzału itp.; wyraz  $\frac{P}{k_d} = F_0$  jest powierzchnią, jakąby powinien mieć przekrój, gdyby słup nie był narażony na wyboczenie, tylko



na zwykle ciśnienie centryczne, idące z danego, względnie projektowanego obciążenia  $P$ .

Po podstawieniu wartości  $J = F i^2$  otrzymamy z wzoru 224.

$$F = F_0 \left[ 1 + \alpha \left( \frac{l}{i} \right)^2 \right] = \frac{P}{k_k}. \quad 226$$

Z powyższych wzorów wynika

$$P = \frac{F k_d}{1 + \alpha \frac{F l^2}{J}} = \frac{F k_d}{1 + \alpha \left( \frac{l}{i} \right)^2}. \quad 227$$

Stąd ze względu na wyboczające działanie siły  $P$  musi być dopuszczalne natężenie wyboczająco cisnące na  $1 \text{ cm}^2$  przekroju

$$k_k = \frac{P}{F} = \frac{k_d}{1 + \alpha \frac{F l^2}{J}} = \frac{k_d}{1 + \alpha \left( \frac{l}{i} \right)^2} \quad 228$$

to jest musi wynosić tylko część dopuszczalnego właściwego natężenia cisnącego  $k_d$ , wynikającą z podzielenia tegoż  $k_d$  przez czynnik wyboczający  $1 + \alpha \left( \frac{l}{i} \right)^2$ , względnie  $1 + \alpha \frac{F l^2}{J}$ .

Gdy jednak natężenie wyboczające, które nazwiemy  $\sigma_k$ , objawia się nie tylko działaniem cisnącem, ale także i zginającym, więc nie można go mierzyć jedynie wielkością  $k_k = \frac{P}{F}$ , lecz iloczynem tej wielkości pomnożonej przez czynnik wyboczający.

Będzie zatem dopuszczalne właściwe natężenie wyboczające

$$\sigma_k = k_k \left[ 1 + \alpha \left( \frac{l}{i} \right)^2 \right] = \frac{P}{F} \left[ 1 + \alpha \left( \frac{l}{i} \right)^2 \right] = k_d. \quad 229$$

Warunek zatem dopuszczalności natężenia wyboczająco cisnącego wogóle wymaga, że musi być

$$k_k = \frac{P}{F} \leq \frac{k_d}{1 + \alpha \left( \frac{l}{i} \right)^2} \quad 230$$

czyli że musi być właściwe natężenie wyboczające

$$\sigma_k = k_k \left[ 1 + \alpha \left( \frac{l}{i} \right)^2 \right] = \frac{P}{F} \left[ 1 + \alpha \left( \frac{l}{i} \right)^2 \right] \leq k_d. \quad 231$$

W zastosowaniu wzorów Naviera przyjmuje się zwykle, że oba końce słupa, zastrzału itp. są wolne i w pierwotnej osi przytrzymane, oraz że dopuszczalne natężenie cisnące ( $k_d$ ) dla żelaza kutego wogóle  $k_d = 800 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = 0.0001$ ; dla żelaza lanego  $k_d = 500 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = 0.0003$ .

Bauschinger zaleca dla słupów żelaznych leżąco odlewanych z powodu nierówności ścian:  $k_d = 700 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = 0.0006$ .

Möller na podstawie swoich doświadczeń przyjmuje dla słupów z żelaza lanego i kutego wystawionych na niebezpieczeństwo ognia  $k_d = 1000$  do  $1200 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = 0.0004$ .

Profesor H. Daub w dziele swoim „Hochbaukunde“, II. część z roku 1909 wykazuje między innymi:

dla żelaza spawalnego  $k_d = 750 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = 0.0000435$ ,

dla żelaza zlewnego  $k_d = 875 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = 0.0000769$ ,

dla konstrukcji z żelaza kutego średnio  $k_d = 800 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = 0.00016$ ,

dla drzewa  $k_d = 60 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha = 0.00015$ .

Jeżeli słupy mają płaskie oba końce wolne i w pierwotnej osi przytrzymane, to w rachunku należy uwzględnić tylko dwie trzecie

części ich długości  $l$ , to jest  $l_1 = \frac{2}{3} l$  jako długość wolną.

W razie niekorzystnej wolnej długości żelaznych słupów lanych, jeżeli okaże się czynnik  $1 + \alpha \frac{F l^2}{J} > 4$ , względnie  $1 + \alpha \left(\frac{l}{i}\right)^2 > 4$ , to wobec tego, iż dla żelaza lanego przyjmuje się dopuszczalne natężenie ciągnące  $k_z = \frac{k_d}{2}$ , należy — zamiast tego czynnika —

wstawić we wzory powyższe  $2 \alpha \frac{F l^2}{J} - 2$ , względnie  $2 \alpha \left(\frac{l}{i}\right)^2 - 2$ .

„Allgemeine Hochbaukunde des Handbuches der Architektur“ część pierwsza, 1. tom, zeszyt 2.: (Die Statik der Hochbaukonstruktionen) von Dr. Ing. Theodor Landsberg z roku 1909. zawiera na str. 149. następującą niżej tablicę VII. współczynnika  $\alpha =$

$$= \frac{n k_d}{c \pi^2 E}$$

Przebieg wyznaczenia potrzebnej postaci i wielkości poprzecznego przekroju słupa, zastrzału itp. na podstawie wyżej zestawionych wzorów Naviera jest następujący.

Cisnąca na słup centrycznie siła  $P$  jest zwykle dana, a zresztą łatwo obliczalna, tem samem jest już dana także odnośnie do wzoru 204. war-

tość  $F_0 = \frac{P}{k_d}$ , zawarta we wzorach 224. i 226. Gdy zaś jak widno

Tablica VII. Spółczynnik  $\alpha$ .

Słupów, zastrzałów itp.					
materiał	ogólna wartość współczynnika $\alpha = \frac{n k_d}{E \pi^2 c}$	sposób umocowania			
		I.	II.	III.	IV.
		$c = \frac{1}{4}$	$c = 1$	$c = 2$	$c = 4$
wartość współczynnika $\alpha$					
Żelazo spawalne	$\frac{5 \times 700}{2000000 \times 10 c} = \frac{0.00175}{10 c}$	0.00072	0.00018	0.00009	0.000045
Żelazo zlewne .	$\frac{5 \times 700}{2150000 \times 10 c} = \frac{0.00163}{10 c}$	0.000652	0.000163	0.00008	0.00004
Żelazo lane . .	$\frac{8 \times 500}{1000000 \times 10 c} = \frac{0.004}{10 c}$	0.0016	0.0004	0.0002	0.0001
Drzewo . . . .	$\frac{10 \times 65}{120000 \times 10 c} = \frac{0.0054}{10 c}$	0.0022	0.00054	0.0026	0.00013

z obu tych wzorów powierzchnia szukanego przekroju  $F > F_0$ , więc przyjmujemy według możności stosowną postać i powierzchnię  $F_1$  przekroju i wyznaczamy najmniejszy moment bezwładności  $J$ , oraz jego ramię  $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$ . W ten sposób są już znane wielkości  $F_0$ ,  $J$ ,

$i$ ,  $\alpha$ ,  $l$ , na podstawie których uzyskujemy z wzoru 226. wielkość i postać powierzchni  $F$ . Jeżeli wypadnie to  $F > F_1$ , to zwiększamy odpowiednio  $F_1$ , obliczamy  $J$ , oraz  $i$ , poczem po podstawieniu we wzór 226. otrzymujemy nowe więcej do rzeczywistości zbliżone  $F$ ; ten przebieg powtarza się tak długo, aż otrzymamy dostateczną zgodność między ostatecznie przyjętym  $F_1$ , a z obliczenia wynikiem  $F$ . Równocześnie należy także stwierdzić, czy wynikające na podstawie wyznaczonego  $F$  natężenie wyboiczające  $\sigma_k$  odpowiada warunkowemu wzorowi 230. względnie 231.

## PRZYKŁAD.

Słup drewniany o przekroju prostokątnym i wolnej długości  $l = 4 m = 400 cm$ , z oboma końcami wolnymi, przytrzymanymi w pierwotnej osi (sposób umocowania II. na str. 1161.), ma być obciążony centrycznie działającą siłą  $P = 10400 kg$ ; wyznaczyć potrzebną wielkość powierzchni poprzecznego przekroju słupa.

Na podstawie tych danych, oraz z uwzględnieniem dat tablicy VII. otrzymujemy przedewszystkiem

$$F_0 = \frac{P}{k_d} = \frac{10400}{65} = 160 cm^2.$$

Przyjmujemy poprzeczny przekrój  $F_1 = 18 \times 25 \text{ cm} = 450 \text{ cm}^2$ , którego najmniejszy moment bezwładności  $J = \frac{25 \times 18^3}{12} = \frac{14580}{12} = 12150 \text{ cm}^4$ , a kwadrat jego ramienia

$$i^2 = \frac{J}{F_1} = \frac{12150}{450} = 27, \text{ stąd } \frac{l^2}{i^2} = \frac{400^2}{27} = \frac{160000}{27} = 5925.92592$$

podstawiawszy te wszystkie obliczone dane, oraz zawarty w tabelicy VII. współczynnik  $\alpha = 0.00054$  we wzór **226**. otrzymujemy

$$F = F_0 \left[ 1 + \alpha \left( \frac{l}{i} \right)^2 \right] = 160 \left[ 1 + 0.00054 \times \frac{400^2}{27} \right] = 160 [1 + 0.00054 \times 5925.92592] = F = 160 \times [1 + 3.2] = 672 \text{ cm}^2.$$

Ponieważ to  $F = 672 > F_1 = 450 \text{ cm}^2$ , więc powiększamy przyjęte poprzednio  $F_1$  na  $F_2 = 20 \times 29 \text{ cm} = 580 \text{ cm}^2$ , stąd

$$J = \frac{29 \times 20^3}{12} = \frac{232000}{12} = 19333.33, \quad i^2 = \frac{J}{F_2} = \frac{19333.33}{580} = 33.33$$

$$\frac{l^2}{i^2} = \frac{400^2}{33.33} = \frac{160000}{33.33} = 4800, \text{ wreszcie według wzoru } \mathbf{226}. F = 160 \times [1 + 0.00054 \times 4800] = 160 [1 + 2.592] = 574.72 \text{ cm}^2.$$

Wprawdzie ostatnio przyjęty przekrój  $F_2 = 580 > F = 574.72 \text{ cm}^2$ , gdy jednak różnica jest weale nieznaczna, więc przekrój ten  $F_2 = 20 \times 29 \text{ cm} = 580 \text{ cm}^2$  można uznać za odpowiedni ze względu na wytrzymałość projektowanego słupa.

Stwierdzają to zresztą także i obliczone właśnie wyżej wartości w odniesieniu do przekroju  $F_2$ , gdyż wstawione we wzór **230**. wykazują, że

$$k_k = \frac{P}{F} = \frac{10400}{580} = 17.93 \text{ kg/cm}^2 < \frac{k_a}{1 + \alpha \left( \frac{l}{i} \right)^2} = \frac{65}{1 + 2.59} = 18.10 \text{ kg/cm}^2,$$

a we wzór **231.**, że

$$\sigma_k = k_k \left[ 1 + \alpha \left( \frac{l}{i} \right)^2 \right] = 17.93 \times (1 + 2.59) = 64.37 \text{ kg/cm}^2 < k_a = 65 \text{ kg/cm}^2.$$

Gdy zatem natężenie wybocząco cisnące  $k_k$ , ani natężenie właściwe wyboczące  $\sigma_k$  nie przekraczają dopuszczalnej miary, zawarowanej równaniami **230**. i **231.**, więc słup nasz o wyznaczonym przekroju  $F_2 = 580 \text{ cm}^2$  będzie dostatecznie wytrzymały na wyboczenie.

## d) Tablice wytrzymałości słupów żelaznych.

Tablica VIII. Wytrzymałość słupów z rur stalowych bez szwu Mannesmana.

Słupa z rur stalowych Mannesmana bez szwu														
średnica zewnętrzna $d$	grubość ścianki $d - d_1 = \delta$	powierzchnia przekroju $F$	moment bezwładności $J$	ramię momentu bezwładności $z$	udźwig									
					w tonach ( $t$ ) z 4 do 5 krotną pewnością przeciw wyboczeniu, względnie z największym ciśnieniem 13 $kg/mm^2$ i z wolną długością $l$ w metrach ( $m$ )									
$mm$	$cm^2$	$cm^4$	$cm$	2·8	3·2	3·6	4·0	4·4	4·8	5·2	5·6	6·0	6·5	
89	4	10·68	96·7	3·00	6·78	5·20	4·10	3·32	2·75	2·30	1·97	.	.	
	5	13·20	116·8	2·98	8·17	6·25	4·95	4·00	3·30	2·78	2·37	.	.	
	6	15·65	135·4	2·94	9·55	7·30	5·78	4·68	3·87	3·25	2·95	2·40	.	
108	4	13·06	177·0	3·68	12·10	9·28	7·33	5·93	4·90	4·12	3·50	3·03	.	
	5·5	16·17	215·0	3·49	14·89	11·39	9·00	7·29	6·00	5·07	4·32	3·72	3·24	
	6	19·22	251·0	3·62	17·30	13·25	10·47	8·48	7·00	5·90	5·02	4·33	3·77	3·03
121	5	18·23	307	4·11	20·98	16·06	12·69	10·28	8·50	7·14	6·08	5·25	4·57	3·90
	5·5	19·96	334	4·11	22·85	17·50	13·82	11·20	9·25	7·77	6·63	5·70	4·98	4·24
	6	21·68	359	3·98	24·90	19·08	15·08	12·20	10·10	8·48	7·23	6·23	5·43	4·63
133	5	20·10	412	4·53	25·00	21·70	17·10	13·90	11·50	9·66	8·23	7·10	6·18	5·27
	5·5	22·03	448	4·50	27·00	23·60	18·60	15·00	12·40	10·40	8·90	7·70	6·70	5·72
	6	23·93	484	4·51	29·00	25·40	20·10	16·30	13·40	11·30	9·60	8·30	6·27	6·61
152	5	23·09	624	5·20	31·30	30·50	25·90	21·00	17·30	14·60	12·40	10·70	9·30	7·90
	5·5	25·31	670	5·16	35·50	35·50	28·00	22·70	18·70	15·70	13·40	11·60	10·10	8·60
	6·5	29·71	734	4·98	38·00	37·00	32·60	26·40	21·80	18·30	15·60	13·50	11·60	10·00
165	5	25·13	805	5·66	34·20	33·80	26·80	21·70	17·94	15·07	12·84	11·07	9·65	8·22
	5·5	27·56	878	5·66	37·00	36·80	29·15	23·60	19·50	16·39	13·97	12·06	10·49	8·94
	6	29·97	950	5·67	41·00	39·80	31·50	25·51	21·08	17·71	15·10	13·00	11·33	9·66
178	6	32·43	1202	6·10	42·50	41·80	40·20	32·57	26·90	22·60	19·27	16·60	14·40	12·33
	7	37·61	1380	6·07	50·00	49·00	46·40	37·45	30·95	26·00	22·10	19·10	16·64	14·18
	8	42·73	1548	6·03	59·60	59·00	51·96	42·07	34·76	29·20	24·89	21·46	18·69	15·93
203	6	37·13	1800	6·97	50·60	50·40	50·00	48·85	40·37	33·92	28·90	24·90	21·70	18·50
	7	43·10	2075	6·94	59·20	58·50	57·50	56·20	46·43	39·00	33·24	28·66	24·97	21·27
	8	49·00	2340	6·92	67·00	66·00	65·00	63·20	52·26	43·48	37·42	32·26	28·16	23·94

Słupa z rur stalowych Mannesmana bez szwu

średnica zewnętrzna $d$	grubość ścianki $d - d_1 = \delta$	powierzchnia przekroju $F$	moment bezwładności $J$	ramię momentu bezwładności $i$	udźwig w tonach ( $t$ ) z 4 do 5 krotną pewnością przeciw wyboczeniu, względnie z największym ciśnieniem 13 $kg/mm^2$ i z wolną długością $l$ w metrach ( $m$ )											
					2·8	3·2	3·6	4·0	4·4	4·8	5·2	5·6	6·0	6·5		
mm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>	cm	2·8	3·2	3·6	4·0	4·4	4·8	5·2	5·6	6·0	6·5			
229	6	42·03	2614	7·89	57·30	57·00	56·00	55·00	54·00	48·90	41·76	36·00	31·36	26·72		
	7	48·82	3010	7·86	66·90	66·80	66·70	66·70	66·62	55·98	47·70	41·12	35·82	30·52		
	8	55·54	3386	7·80	75·50	75·00	74·50	74·00	72·00	64·08	54·60	47·08	41·00	.		
254	6	46·75	3595	8·78	63·70	63·50	63·50	63·40	63·30	63·20	58·30	50·26	43·79	37·30		
	7	54·32	4145	8·75	73·70	73·30	72·90	72·50	72·00	71·70	66·00	56·91	49·58	.		
	7·5	58·08	4680	8·98	78·80	78·40	78·00	77·60	77·20	76·80	70·60	60·93	.	.		
279	6	51·46	4795	9·64	70·00	69·00	68·00	67·00	66·00	65·00	64·60	64·30	57·90	49·33		
	8	68·11	6260	9·58	93·50	93·40	93·30	93·30	93·20	93·10	.	.	.	.		
	9·5	80·43	7311	9·54	110·40	110·30	110·20	110·10	.	.	.	.	.	.		
305	7	65·54	6470	9·83	89·20	88·80	88·40	88·00	87·60	87·20	.	.	.	.		
	8	74·65	8248	10·54	101·80	101·40	101·00	100·60	100·00	.	.	.	.	.		
	9	83·70	9184	10·48	114·00	114·00	113·00	113·00	.	.	.	.	.	.		

**Tabli-**  
udźwigu słupów żelaznych lanych o pierścieniowym  
wzoru

Średnica zewnętrzna mm	Grubość ścianki	Moment bezwładności w $cm^4$	Przekrój w $cm^2$	Wysokość słupa w metrach						
				2·00	2·20	2·40	2·60	2·80	3·00	3·20
80	10	137	22·00	3425 50	2831 54	2378 57	2027 61	1747 64	1522 68	1338 71
	12	153	25·64	3825 56	3161 60	2656 64	2263 68	1952 72	1700 77	1494 81
	15	170	30·63	4250 64	3512 68	2951 73	2515 78	2168 83	1889 88	1660 93
100	12	327	33·18	8175 71	6756 76	5677 82	4837 87	4171 92	3633 98	3193 103
	15	373	40·06	9325 82	7707 88	6476 95	5518 101	4758 108	4144 114	3643 120
	20	427	50·27	10675 98	8822 106	7413 114	6317 122	5446 130	4744 138	4170 146
120	12	601	40·72	.	.	10434 102	8891 108	7666 114	6678 121	5869 128
	15	696	49·48	.	.	12083 118	10296 126	8878 134	7733 142	6797 150
	20	817	62·83	.	.	14184 142	12086 152	10421 162	9078 172	7979 182
140	15	1167	58·91	.	.	20260 142	17243 151	14885 161	12967 170	11396 179
	20	1395	75·40	.	.	24219 173	20636 185	17793 197	15500 209	13623 221
	25	1564	90·32	.	.	27153 202	23136 216	19949 231	17378 245	15273 259
160	15	1815	68·33	.	.	31510 172	26849 182	23150 193	20167 204	17725 215
	20	2199	87·96	.	.	38177 210	32530 224	28048 238	24433 252	21475 266
	25	2498	106·03	.	.	43368 243	36953 260	31862 277	27756 294	24395 311
180	15	2668	77·76	.	.	46319 205	39467 217	34031 230	29644 242	26055 254
	20	3267	100·53	.	.	56719 248	48328 264	41671 280	36300 296	31904 312
	25	3751	121·74	.	.	65121 289	55488 308	47844 328	41678 347	36631 366

-ca IX.

przekroju kołowym z 10 krotną pewnością według Eulera  $P = \frac{\pi^2 EJ}{10 l^2}$ .

Wysokość słupa w metrach										
3·40	3·60	3·80	4·00	4·20	4·40	4·60	4·80	5·00	5·20	5·40
udźwig $P$ } każdego słupa w $kg$ waga										
1185	1057	949	856	777	708	.	.	.	.	.
75	78	82	85	89	92	.	.	.	.	.
1324	1181	1060	956	867	790	.	.	.	.	.
85	89	93	97	101	105	.	.	.	.	.
1471	1312	1177	1063	964	878	.	.	.	.	.
98	102	107	112	117	122	.	.	.	.	.
2829	2523	2265	2044	1854	1689	.	.	.	.	.
108	113	119	124	129	135	.	.	.	.	.
3227	2878	2583	2331	2115	1927	.	.	.	.	.
127	133	140	146	152	159	.	.	.	.	.
3694	3295	2957	2669	2421	2206	.	.	.	.	.
154	162	170	178	186	194	.	.	.	.	.
5199	4637	4162	3756	3407	3104	2840	2609	2404	.	.
134	141	147	154	161	167	174	180	187	.	.
6021	5370	4819	4350	3946	3595	3289	3021	2784	.	.
158	166	174	182	190	198	206	214	222	.	.
7067	6304	5658	5106	4632	4220	3861	3546	3268	.	.
192	202	212	222	232	242	252	262	272	.	.
10095	9005	8082	7294	6616	6028	5515	5065	4668	.	.
189	198	208	217	226	236	245	255	264	.	.
12067	10764	9661	8719	7908	7206	6593	6055	5580	.	.
233	245	257	269	281	293	305	317	329	.	.
15530	12068	10283	9775	8866	8079	7391	6788	6256	.	.
247	288	303	317	331	346	360	375	389	.	.
15701	14005	12569	11344	10289	9375	8579	7878	7260	6713	6224
226	236	247	258	269	280	290	301	312	323	334
19022	16968	15229	13744	12466	11358	10392	9544	8796	8132	7541
280	294	308	322	336	350	364	378	392	406	420
21609	19275	17299	15613	14161	12903	11805	10842	9992	9238	8567
328	344	361	378	395	412	428	445	462	479	496
23080	20586	18476	16675	15125	13781	12609	11580	10672	9867	9150
267	279	292	304	316	329	341	354	366	378	391
28261	25208	22625	20419	18520	16875	15439	14180	13068	12082	11204
328	344	360	376	392	408	424	440	456	472	488
32448	28943	25976	23444	21264	19375	17727	16280	15004	13872	12864
386	405	425	444	463	483	502	522	541	560	580

Średnica zewnętrzna	Grubość ścianki	Moment bezwładności $W$ w $cm^4$	Przekrój $W$ w $cm^2$	Wysokość słupa w metrach																	
				2.40	2.60	2.80	3.00	3.20	3.40	3.60	3.80										
				udźwig $P$ waga } każdego słupa w $kg$																	
mm																					
200	15	3754	87.18	52307 260	52307 274	47883 288	41711 302	36660 316	32474 330	28966 344	25997 358										
	20	4637	113.10	67858 308	67858 326	59145 344	51522 362	45283 380	40112 398	35779 416	32112 434										
	25	5369	137.45	82466 356	79423 378	68482 400	59656 422	52432 444	46445 466	41427 488	37181 510										
220	20	6346	125.66	75398 365	75398 385	75398 405	70511 425	61973 445	54896 465	48966 485	43947 505										
	25	7399	153.15	91892 415	91892 440	91892 464	82211 488	72256 512	64005 536	57091 561	51240 585										
	30	8282	179.07	107443 466	107443 494	105638 523	92022 551	80879 579	71644 608	63904 636	57355 665										
240	20	8432	138.23				82938 491	82344 513	72941 535	65062 557	58393 579										
	25	9889	168.86				101316 563	96572 590	85545 617	76304 643	68483 670										
	30	11133	197.92				123700 632	108720 663	96306 695	85903 726	77098 758										
260	25	12885	184.57				110141 641	110141 670	110141 699	99421 729	89231 758										
	30	14578	216.77				130062 719	130062 753	126107 788	112485 822	100956 857										
	35	16035	247.40				148440 791	148440 830	138711 869	123727 909	111046 948										
280	25	16435	200.27				120166 730	120166 762	120166 794	120166 826	113816 858										
	30	18673	235.62				141371 811	141371 848	141371 886	141371 923	129314 961										
	35	20625	269.39				161635 892	161635 935	161635 978	159143 1020	142832 1063										
300	25	20586	215.99				129590 813	129590 847	129590 881	129590 916	129590 950										
	30	23472	254.47				152681 906	152681 946	152681 987	152681 1027	152681 1068										
	35	26021	291.38				174829 993	174829 1039	174829 1085	174829 1132	174829 1178										

Wysokość słupa w metrach										
4.00	4.20	4.40	4.60	4.80	5.00	5.20	5.40	5.60	5.80	6.00
udźwig $P$ waga } każdego słupa w $kg$										
23463 372	21281 386	19390 400	17741 414	16293 428	15016 442	13883 456	12874 470			
28981 452	26287 470	23951 488	21914 506	20126 524	18548 542	17149 560	15902 578			
33556 532	30437 554	27732 576	25373 598	23303 620	21476 642	19856 664	18412 686			
39662 525	35975 545	32779 565	29991 585	27544 605	25384 625	23469 645	21763 665			
46244 609	41944 633	38218 657	34967 682	32114 706	29596 730	27363 754	25374 778			
51763 693	46950 721	42779 750	39140 778	35946 806	33128 835	30629 863	28402 891			
52700 602	47800 623	43554 645	39849 667	36597 689	33728 711	31183 733	28916 755	26888 777	25065 799	23422 821
61806 697	56060 724	51080 751	46734 777	42921 804	39556 831	36572 858	33913 885	31534 911	29397 938	27469 965
69581 789	63112 820	57505 852	52613 883	48320 915	44532 946	41172 977	38179 1009	35500 1040	33095 1072	30925 1103
80531 787	73044 816	66555 845	60893 875	55924 904	51540 933	47652 962	44187 991	41087 1021	38303 1050	35792 1079
91113 891	82642 925	75300 960	68894 994	63373 1029	58312 1063	53913 1097	49993 1132	46486 1166	43336 1201	40494 1235
100219 987	90901 1026	82825 1065	75780 1105	69596 1144	64140 1183	59301 1222	54990 1261	51132 1301	47666 1340	44542 1379
102719 890	93169 922	84892 954	77670 986	71332 1018	65740 1050	60780 1082	56361 1114	52408 1146	48856 1178	45653 1210
116706 998	105856 1035	96451 1073	88247 1110	81046 1148	74692 1185	69057 1222	64036 1260	59544 1297	55508 1335	51869 1372
128906 1106	116922 1149	106535 1192	97472 1234	89518 1277	82500 1320	76276 1363	70730 1406	65768 1448	61311 1491	57292 1534
128663 984	116701 1018	106333 1052	97287 1089	89349 1121	82344 1155	76132 1189	70597 1223	65644 1258	61195 1292	57183 1326
146700 1108	133061 1148	121240 1189	110926 1229	101875 1270	93888 1310	86805 1350	80494 1391	74847 1431	69774 1472	65200 1512
162631 1224	147511 1270	134406 1316	122973 1363	112938 1409	104084 1455	96232 1501	89235 1547	82975 1594	77351 1640	72281 1686



## IV. Instrukcja co do zespołów betonowych.<sup>1</sup>

Analogiczne przepisy, obowiązujące w b. dzielnicy pruskiej, zawiera rozporządzenie ministerjalne pruskie z 13. stycznia 1916. (Bestimmungen für die Ausführungen von Bauwerken aus Beton, i Bestimmungen für die Ausführungen von Bauwerken aus Eisenbeton.)

### Rozdział pierwszy.

#### Zespoły z żelaza i betonu czyli z żelbetonu.

##### § 1.

Określenie pojęcia. Zespoły albo części zespołów z żelbetonu są tego rodzaju połączeniem żelaza z betonem ubijanym, że oba te materiały dochodzą do wspólnego działania statycznego względem obciążenia.

##### § 2.

Uwaga ogólna. Postanowienia niniejsze obowiązują o tyle tylko, o ile istniejące miejscowe ustawy budownicze nie zawierają dalej idących wymagań. Zresztą co do budowy wysokich kominów należy stosować odnośne przepisy.<sup>2</sup>

#### A. Projekt.

##### § 3.

Treść projektu. 1. Projekt budowy powinien obejmować:

a) Rysunki przedstawiające jasno zespół w całości i we wszystkich szczegółach, zwłaszcza co do rozkładu i ustroju wszelkich wkładek żelaznych, z oznaczeniem stosunku mieszaniny betonu, a mianowicie cementu według wagi, zaś reszty materiałów według objętości.

b) Przejrzyste i łatwo sprawdzalne statyczne obliczenie wszelkich części zespołu, oparte na postanowieniach §§ 4, 5, 6.

c) Opis, przedstawiający szczególnie jasno niezwykle ustroje zespołu.

2. Załączniki projektu powinien podpisać projektant i właściciel budowy, a po zatwierdzeniu projektu także i przedsiębiorca budowy.

##### § 4.

Podstawy obliczenia. 1. W obliczeniu należy uwzględnić: Stałe obciążenie, to jest ciężar własny zespołu z wszelkiem innym stałym obciążeniem.

<sup>1</sup> Wydana przez austr. Min. Rob. Publ. 15. czerwieca 1911., l. 42/30—IX d z r. 1911.

<sup>2</sup> Instrukcja ministerjalna austr. na str. 1094.

Obciążenie użytkowe, to jest wszelkie zmienne obciążenie zawarowane przeznaczeniem budowli.

Ciśnienie śniegu, wiatru, ziemi i wody, oraz wpływ zmian ciepłoty.

2. Stałe obciążenie. Za podstawę do wyznaczenia własnego ciężaru zespołu i innych obciążeń stałych należy przyjąć następujące ciężary w kilogramach na  $1 m^3$ :

Żelazo spawalne . . . . .	7800,
„ zlewne . . . . .	7850,
„ lane surowcowe . . . . .	7300,
stal . . . . .	7900,
olów . . . . .	11400,
miedź walcowana . . . . .	9000,
dębina sucha . . . . .	800,
buczyna . . . . .	750,
modrzew suchy . . . . .	650,
sosna, jodła lub świerk, suche . . . . .	600,
bruk z pieńków drewnianych . . . . .	1100,
ksyolit (masa drzewna kamienna) . . . . .	1400,
szkło . . . . .	2600,
ziemia sucha . . . . .	1350,
„ mokra . . . . .	1800,
glina sucha . . . . .	1600,
„ mokra . . . . .	2000,
tluczeniec, żwir . . . . .	1900,
piasek . . . . .	1600,
rumowisko . . . . .	1400,
ziarnowany (granulowany) żuzel z pieców wielkich . . . . .	850,
popiół lub miał węgla kamiennego . . . . .	750,
asfalt lany . . . . .	1200,
„ „ ze żwirkiem rzeecznym . . . . .	2100,
„ ubijany (prasowany) . . . . .	2040,
terrazzo . . . . .	2200,
doborowe, płytki klinkerki . . . . .	2300,
bruk z piaskowca, wapniowca itp. stosownie do rodzaju kamienia . . . . . 2000 do	2500,
bruk z granitu, bazaltu, porfiru itp. . . . .	2700,
płyty gipsowe . . . . .	1000,
gips połączony z żuzlem . . . . .	1250,
beton z cementu i żuzla sypany . . . . .	1300,

cegła korkowa . . . . .	330,
sucha zaprawa wapienna . . . . .	1520,
„ „ z cementu romańskiego lub portlandzkiego . . . . .	1700,
mur wyprawiony z cegieł zwykłych, pełnych, suchy	
a) na zaprawie wapiennej . . . . .	1600,
b) „ „ z cementu romańskiego lub portlandzkiego . . . . .	1700,
mur z cegieł maszynowych pławionych	
a) na zaprawie wapiennej . . . . .	1700,
b) „ „ z cementu romańskiego lub portlandzkiego . . . . .	1800,
mur z cegieł klinkerek na zaprawie z cementu portlandzkiego . . . . .	1950,
„ „ „ dziurawionych na zaprawie wapiennej . . . . .	1400,
„ „ „ porowatych pełnych na zaprawie wapiennej . . . . .	1300,
„ „ „ porowatych dziurawionych na zaprawie wapiennej . . . . .	1200,
„ „ kamienia łamanego wapiennego lub piaskowego stosownie do rodzaju kamienia . . . . .	2000 do 2500,
mur z łamanego granitu, bazaltu, porfiru itp. . . . .	2700,
„ „ ciosowego kamienia wapiennego, piaskowego itp. stosownie do rodzaju kamienia . . . . .	2100 do 2600,
mur z ciosów granitu, bazaltu, porfiru itp. . . . .	2800.

3. Ciężar  $1 m^3$  betonu ubijanego należy przyjmować co najmniej na  $2200 kg$ , zaś żelbetonu na  $2400 kg$ , o ile nie zachodzi potrzeba dostarczenia osobnego dowodu co do ciężaru ze względu na rozmiary wkładek żelaznych.

4. Wrazie zastosowania materiałów niezwykłych, powyższym spisem nie objętych należy dostarczyć osobnego dowodu co do ich ciężaru jednostkowego.

5. Ciężar własny krycia dachu łącznie z opierzeniem albo ołaceciem i z krokwiami, ale bez zespołu dźwigającego, należy liczyć na  $1 m^2$  powierzchni dachu w kilogramach, a mianowicie:

krycia pojedynczego dachówkowego . . . . .	100,
„ dachówkowego podwójnego . . . . .	125,
„ dachówką żłobkowaną . . . . .	64,
„ pojedynczego łupkiem . . . . .	73,
„ podwójnego łupkiem . . . . .	82,
„ sztucznym łupkiem na papie dachowej . . . . .	41,
„ pojedynczego papą dachową niepiaskowaną . . . . .	32,
„ podwójnego papą smołowaną . . . . .	35,
„ cementem drzewnym z $8 cm$ grubym podkładem żwirowym . . . . .	200.

Ciężar własny krycia innymi materiałami, np. metalem, szkłem itd., należy każdym razem osobno udowodnić.

Obeciążenie użytkowe. 6. Jako obciążenie użytkowe w kilogramach należy liczyć na  $1 m^2$ :

zwykłego strychu . . . . .	150,
zwykłych mieszkań . . . . .	250,
szkół . . . . .	300,
kurytarzy i schodów w zwykłych domach mieszkalnych, schronisk gromadnych, sal gimnastycznych i szermierych i kólmór na paszę . . . . .	400,
położonych na piętrach: sklepów, składów i pracowni przyrządniczych . . . . .	450,
kurytarzy i schodów w budynkach publicznych, sal koncertowych, tanecznych i zgromadzeniowych, dalej w parterze położonych: przestrzeni sklepowych, pracowni z przyrządami i składów . . . . .	550,
lodowni z pokładem lodu $1 m$ grubym . . . . .	750.

7. Wielkość ciężaru użytkowego teatrów, bibliotek, śpiachlerzy, składów i pracowni z ciężkimi maszynami należy w każdym szczególnym przypadku wyznaczyć.

8. Zespoły ulegające wstrząśnieniom należy obliczać na 1·3-krotne, a wystawione na silne uderzenia (np. wskutek ciężkich maszyn) na 1·5-krotne obciążenie użytkowe, poszczególnione pod poz. 6. lub określone pod poz. 7.

Obeciążenie śniegiem. 9. Obciążenie śniegiem w kilogramach należy liczyć na  $1 m^2$  powierzchni rzutu poziomego:

dachu nachylonego pod kątem niżej $40^\circ$ . . . . .	75,
„ „ „ „ między $40$ do $60^\circ$ . . . . .	40.

Obeciążenia śniegiem dachu nachylonego pod kątem większym niż  $60^\circ$  nie należy uwzględniać.

W okolicach położonych na południu, w śnieg dowodnie ubogich, można w poszczególnych przypadkach przyznać ograniczenia co do poprzednio unormowanych obciążeń śniegiem. W okolicach alpejskich z udowodnionymi bardzo znacznymi opadami śnieżnymi należy liczyć w miarę położenia miejscowego na  $1 m^2$  powierzchni dachu, nachylonego niżej  $40$  stopni, do  $200 kg$ , nachylonego między  $40$  a  $60$  stopniami do  $110 kg$ . Obciążenie śniegiem należy wstawić w rachunek na wszystkie powierzchnie dachowe razem, lub, gdyby to dawało niekorzystniejsze warunki obciążenia, to na każdą powierzchnię osobno.

Ciśnienie wiatru. 10. Na  $1 m^2$  płaszczyzny prostopadłej do kierunku wiatru należy w ogóle liczyć ciśnienie wiatru  $p = 150 kg$ , zaś w nadzwyczajnych przypadkach zależnie od położenia aż do  $250 kg$ .

11. Kierunek wiatru należy przyjąć poziomy; co do powierzchni, tworzących kąt  $\alpha$  z kierunkiem wiatru, należy liczyć prostopadłe ciśnienie wiatru  $p_1 = p \sin^2 \alpha$  na  $1 m^2$ .

12. Co do otwartych hal, poddaszy itd. należy w danym razie przyjąć na  $1 m^2$  powierzchni dachu od wnętrza na zewnątrz prostopadłe ciśnienie wiatru  $60 kg$ , a w nadzwyczajnych przypadkach zależnie od położenia aż do  $100 kg$ .

13. Co do budowli znajdujących się trwale w położeniu osłoniętym od wiatrów można zmniejszyć ciśnienie wiatru aż do  $p = 75 kg$  na  $1 m^2$ .

Zmiany temperatury. 14. Ze zmianami ciepłoty, wywołującymi natężenia, — z wykluczeniem wyjątkowych przypadków, jak suszarnie, kominy, chłodzarnie itd. — należy jedynie wtedy liczyć się, jeżeli na zespół działają zmiany ciepłoty zewnętrznego powietrza; w tym też razie należy przyjmować zmiany ciepłoty rzeczowego zespołu na  $\pm 15^\circ C$  w porównaniu do stanu beznatężeniowego, oraz współczynnik rozszerzalności betonu  $\alpha = 0.000012$  na  $1^\circ C$ . Natomiast w wykluczonych wyżej wyjątkowych przypadkach należy przyjąć odnośne największe różnice ciepłoty w porównaniu do średniej temperatury  $+ 10^\circ C$ .

15. Jeżeli w obliczeniu natężeń nie uwzględniono zmian długości zespołów, spowodowanych zmiennością temperatury, i jeżeli owe długości są znaczniejsze, należy urządzić spoiny rozszerzalności w odstępach wszakże niewiększych niż  $20 m$ , i położenie ich w planach uwidocznic.

### § 5.

Statyczne obliczenie. 1. O ile samo podparcie nie wyznacza w sposób niewątpliwy policzalnego wymiaru rozpiętości, należy zwiększyć świetlną rozpiętość zespołów, wolno podpartych z jednym tylko polem, przynajmniej o  $5\%$ , atoli niemniej niż o  $10 cm$ ; zaś jako rozpiętość zespołów ciągłych w polach środkowych przyjąć odległość sięgającą od środka do środka podpory, a w polach skrajnych wyznaczyć ją w myśl wypowiedzianych tu właśnie zasad.

2. Do wyznaczenia sił zewnętrznych i momentów zaczepienia, czyli momentów zgięcia należy przyjąć na jednej podporze tylko taką miarę naprężenia, która da się rzeczywiście osiągnąć stosownym ustrojem budowlanym bez przekroczenia ustanowionych dopuszczalnych natężeń, części budowlanych badanych. Na oporze wymurowanej z cegieł zwykłych na wapnie nie należy brać w rachubę żadnego naprężenia do wyznaczenia dodatnich momentów pola. Oparcie płyt na więcej niż dwu

bokach wolno liczyć jedynie wtedy, jeżeli ono jest istotnie zapewnione sposobem wykonania budowy.

3. Zespoły na podporach wolno spoczywające, przechodzące przez więcej pól, należy obliczać według reguł dotyczących się belek ciągłych z uwzględnieniem w każdym razie najniekorzystniejszego sposobu obciążenia.

4. W obliczeniu zespołów połączonych w sposób odpowiednio sztywny z elastycznymi podporami należy w ogóle uwzględniać elastyczne zmiany postaci zespołu, występujące pod działaniem sił zewnętrznych. Płyty ciągłe belek żebrowych wolno jednak bez względu na elastyczne zmiany postaci tych belek czyli żeber, obliczać jako na nich wolno wsparte.

5. O ile nie dostarczono dowodu występujących sił i momentów zgięcia w myśl poz. 3. i 4. należy pionowo obciążone dźwigary ciągłe, połączone w sposób odpowiednio sztywny z podporami z żelaza i betonu raz lub kilka razy spiętrzonemi (zespoły ramowe), obliczać w następujący sposób przybliżony: Ujemne momenta pola należy uważać za równe takim momentom, jakieby powstały w tem polu, gdyby było zupełnie naprężone. Dodatnie momenta pola należy przyjąć za równe owym momentom, jakieby powstały w tem polu, gdyby było wolno podparte, jednak ze zmniejszeniem ze względu na odpowiadające równemu obciążeniu i pełnemu naprężeniu momenta podporowe, z których należy wziąć w rachubę tylko  $\frac{2}{3}$  części; do obliczenia momentów dodatnich w polach końcowych nie należy uwzględniać naprężenia. Celem wyznaczenia momentów zgięcia w podporach należy wziąć za podstawę wyżej określone pełne momenta naprężenia pól przyległych pod założeniem w każdym razie najniekorzystniejszego obciążenia pól, a za moment podnoża podpory policzyć połowę wartości momentu wierzchołkowego tej samej podpory, ale ze znakiem przeciwnym. Siły poprzeczne i ciśnienia podporowe należy obliczać tak, jak dźwigarów ciągłych.

6. Płyty prostokątne z krzyżującemi się wkładkami oparte ze wszystkich stron wolno lub z naprężeniem na rozpiętość boków  $a$  i  $b$ , należy obliczać w następujący sposób: Należy przyjąć, że ciężary na płytę działające zostały rozłożone na dwie dwustronnie tylko i w sposób jednaki (wolno lub z naprężeniem) podparte płyty, mianowicie jedna na rozpiętość  $a$ , druga na rozpiętość  $b$ , i że rozdzielenie tych ciężarów o niezmiennym zresztą ogólnym ich układzie nastąpiło: na pierwszą płytę w stosunku  $b^2 : (ka^2 + b^2)$  a na drugą w stosunku  $ka^2 : (ka^2 + b^2)$ , gdzie  $k$  oznacza stosunek po-

wierzchni przekroju szeregu wkładek żelaznych do  $b$  równoległych, do powierzchni przekroju szeregu wkładek do  $a$  równoległych, z odniesieniem każdej z obu powierzchni przekroju do  $1 m$  bieżącego. Odpowiednio temu rozkładowi obciążenia należy wyznaczyć siły poprzeczne, ciśnienia podporowe i momenta zgięcia. Wskazany wyżej sposób obliczenia jest niedopuszczalny, jeżeli rozpiętość  $b$  okaże się większą, niż półtorakrotność rozpiętości  $a$ , albo powierzchnia przekroju jednego szeregu wkładek żelaznych mniejszą, niż 30% powierzchni przekroju drugiego szeregu wkładek żelaznych, z odniesieniem obu do  $1 m$  bieżącego; w takich razach należy obliczyć płytę prostokątną jedynie na mniejszą rozpiętość. Płyty ciągłe z krzyżującymi się wkładkami żelaznymi należy obliczać w myśl określonego wyżej sposobu liczenia. W obliczeniu jednakże tego rodzaju płyt ciągłych lub naprężonych należy dodatkowo momenta pola przyjąć niemniejsze, niż dwie trzecie części takich odnośnych momentów dodatnich pola, jakieby w myśl wyżej wyrażonych zasad wynikły, gdyby płyta była wolno podparta jednoprzęsłowa.

7. Statyczne badanie należy rozszerzyć także na filary, opory i fundamenta z uwzględnieniem każdorazowo działającego nacisku hydrostatycznego, oraz na wykazanie ciśnienia na grunt.

8. Statyczne obliczenie nateżeń w zespołach z żelbetonu należy przeprowadzać według następujących założeń.

a) Pierwotnie płaskie przekroje pozostają płaskimi podczas zmiany postaci ciała.

b) Jako liczbę zmienności postaci (spółczynnik sprężystości) betonu na ciśnienie należy przyjmować  $140.000 kg$  na  $1 cm^2$ , t. j. równą piętnastej części współczynnika sprężystości żelaza na ciśnienie i ciągnienie ( $2.100.000 kg/cm^2$ ).

c) Nateżenie betonu na ciśnienie a żelaza na ciągnienie należy wyznaczać pod tem założeniem, że beton nie znosi żadnych nateżeń normalnych ciągnących.

d) Do obliczania sił zewnętrznych i elastycznych zmian postaci zespołów zewnętrznie statycznie niewyznaczalnych należy wstawić w rachunek idealną powierzchnię przekroju poprzecznego, utworzoną z pełnego przekroju poprzecznego betonu i z 15-krotnej powierzchni przekroju podłużnych wkładek żelaznych, oraz współczynnik sprężystości jednakowo wielki na ciśnienie i ciągnienie w betonie według poz. 8 b).

e) Nateżenia główne ciągnące i ścierające należy obliczać na podstawie założenia, zastrzeżonego pod poz. 8 c).

9. W obliczaniu zespołów na zginanie, wystawionych na działanie sloty, wilgoci, par, dymu lub gazów żelazu szkodliwych, należy wykazać także największe natężenia ciągnące w betonie, wynikające ze współczynnika sprężystości betonu na ciągnięcie, wynoszącego  $56.000 \text{ kg/cm}^2$ , a zresztą i z zastrzeżeń, ustanowionych pod poz. 8 a), b).

10. W razie zastosowania wkładek żelaznych uwisłych w dwu lub więcej szeregach ułożonych, należy wykazać natężenie odnośnego najwięcej na zewnątrz wysuniętego szeregu; jeżeli wkładki żelazne są sztywne (z żelaza upostaconego), należy tak samo postąpić co do odnośnej najskrajniejszej ich warstwy.

11. W obliczeniu części zespołu narażonych tylko na ciągnięcie nie należy uwzględniać spóldziałania betonu.

12. Jako spóldziałającą z żebrami płytowemi szerokość płyty, mierzona w obie strony od osi żebra, nie wolno przyjmować więcej, niż czterokrotną szerokość żebra, albo niż ośmkrotną grubość płyty, albo niż połowę odnośnej odległości żeber od osi do osi; z tych trzech miar należy wybrać najmniejszą. Płyt mających najmniejszą grubość niżej 6 cm nie wolno brać w rachubę jako spóldziałających z żebrami płytowemi.

13. Jeżeli między powierzchnią zaczepienia odosobnionego ciężaru a dźwigającą płytą z żelbetonu znajduje się warstwa kryjąca, należy ten ciężar uważać jako jednostajnie rozłożony na powierzchnię-której rozmiary w odniesieniu do rozmiarów powierzchni zaczepienia, o ile jest prostokątna, należy powiększyć: a) o podwójną grubość warstwy kryjącej i podwójną grubość płyty, jeżeli wkładki żelazne krzyżują się, a stosunek powierzchni przekrojów odpowiada poz. 6; b) o dodatek jak pod a): w kierunku grubszych wkładek żelaznych, jeżeli wkładki się krzyżują, ale stosunek powierzchni ich przekroju nie odpowiada poz. 6., albo wreszcie w kierunku wkładek żelaznych w tym razie, jeżeli wkładki się nie krzyżują, w kierunku tych wkładek; zaś w kierunku prostopadłym do poprzednio określonych kierunków o podwójną grubość warstwy kryjącej i poje, dynezą grubość płyty. Powiększenie rozmiarów nieprostokątnej powierzchni zaczepienia należy przeprowadzić w sposób odpowiedni w myśl zasad wyżej wyrażonych. Jako statycznie skuteczną szerokość płyty na przyjęcie ciężarów należy wziąć w rachubę odnośną w myśl wyrażonych wyżej określeń zwiększoną powierzchnię zaczepienia. Znajdującego się w każdym razie bruku nie należy uwzględniać co do rozkładu ciśnienia.



14. Wytrzymałość członów ciśnionych, t. j. zespołów lub części zespołów, wystawionych na środkowe lub mimośrodkowe obciążenie, należy obliczać także i na wyboeczenie, jeżeli stosunek wolnej ich długości wyboeczalnej  $L$  do odnośnego promienia bezwładności  $i$  powierzchni przekroju poprzecznego, którą trzeba wyznaczyć według poz. 8 *d*), przekracza wartość  $\frac{L}{i} = 60$ .

15. Jako długość wyboeczalną  $L$  należy przyjąć długość człona ciśnionego, zawartą między dwoma od wysunięcia się w bok zabezpieczonymi punktami osi podłużnej.

16. Wkładki żelazne członów ciśnionych należy obliczać także same dla siebie co do wytrzymałości na wyboeczenie pod założeniem, że wolna długość wyboeczalna musi równać się odstępowi przewiązek; odstępy te nie powinny przekraczać najmniejszej średnicy człona ciśnionego, przechodzącej przez środek ciężkości jego przekroju poprzecznego.

17. U członów ciśnionych należy w każdym razie uwzględniać mimośrodkowe obciążenie.

18. Człony ciśnione — z wyjątkiem sklepień — wolno jedynie wtedy obliczać w myśl §§ 5. i 6., jeżeli powierzchnia podłużnych wkładek żelaznych w każdym przekroju poprzecznym wynosi co najmniej 0·8 % powierzchni całego przekroju poprzecznego; gdy rzeżona powierzchnia żelaza wynosi więcej niż 2 % powierzchni całkowitego przekroju poprzecznego, to należy wziąć w rachubę tylko trzecią część nadmiaru powierzchni wkładek żelaznych podłużnych ponad 2 %. Jeżeli powierzchnia tych żelaz wynosi mniej niż 0·8 % całkowitej powierzchni przekroju poprzecznego, to odpada potrzeba uwzględnienia wkładek żelaznych w obliczeniu wytrzymałości, a człon ciśniony należy liczyć tak, jak gdyby był z betonu ubijanego. Najmniejsza odnośna miara powierzchni żelaz podłużnych w sklepieniu powinna wynosić 0·4 % całkowitej powierzchni przekroju poprzecznego.

19. Do wyznaczenia natężenia ciśnącego wskutek centrycznego obciążenia członów ciśnionych, posiadających prócz podłużnych także wkładki poprzeczne, owijające śrubowo w nieprzerwanym przebiegu (beton spowity), należy wprowadzić idealną powierzchnię przekroju poprzecznego  $F_t = F_b + 15 F_e + 30 F_s$ , gdzie  $F_b$  oznacza poprzeczny przekrój betonu,  $F_e$  poprzeczny przekrój żelaz podłużnych w znaczeniu poz. 18., a  $F_s$  poprzeczny przekrój pomyślanego żelaza podłużnego, którego ciężar równa się ciężarowi śrubowej przewiązki, z odniesieniem obu ciężarów do jednostki długości człona ciśnio-

nego. Jeżeli w ten sposób wytworzona idealna powierzchnia  $F_i$  wynosi więcej, niż  $1.5 (F_b + 15F_e)$ , albo więcej niż  $2F_b$ , to należy jedynie mniejszą z tych dwu wartości granicznych wstawić jako  $F_i$  w obliczenie. Gdy obciążenie jest ekscentryczne, nie należy uwzględniać przewiązek śrubowych do wyznaczenia nateżeń, idących z momentu zgięcia. Wysokość zwojów śrubowych powinna wynosić conajwyżej piątą część najmniejszej, przez środek ciężkości przekroju poprzecznego wykreślonej średnicy.

20. Człony ciśnione z dłużnicami i przewiązkami lub z uposażeniem równoważnym przewiązkom śrubowym ciąglym należy obliczać w myśl poz. 19.

21. Powierzchni poprzecznego przekroju betonu wszelkich członów ciśnionych, służącej do przyjęcia działania siły, nie należy brać w rachubę większej, niż 1.8-krotność tej powierzchni rzezonego przekroju, która jest objęta przewiązkaniami.

22. Członów ciśnionych, wyposażonych samoistnie wytrzymałym szkieletem żelaznym, któremu beton służy tylko jako materiał zapelniający lub osłaniający, nie wolno obliczać jako zespołów z żelbetonu w myśl § 5.

23. Co do związania się żelaza z betonem należy wykazać, że w którymkolwiek przekroju poprzecznym działające, według poz. 8c) obliczone nateżenie ciągnące lub cisnące pewnej wkładki żelaznej może już przed tym przekrojem poprzecznym przenieść się w dopuszczalnej wielkości na żelazo zapomocą średnich nateżeń przyczepności; celem obliczenia tych średnich nateżeń przyczepności należy przyjąć, że wspomniane nateżenie ciągnące i cisnące jest jednostajnie rozłożone w około odnośnej powierzchni przyczepności (obwód wkładki pomnożony jej długością). Jako równoważnik należy doliczyć: na każdy hak prosto i ostrokątny — czterokrotny, a na półkolisty — dwunastokrotny rozmiar przekroju wkładki, wpadającej w płaszczyznę zgięcia (u żelaza krągłego odnośna wielokrotność średnicy), jako przedłużenie w prostym kierunku obszaru przyczepności.

24. O ile względy na nateżenia ścinające i przyczepności nie wymagają większych rozmiarów, powinny najmniejsze odstępki między powierzchnią wkładek podłużnych a powierzchnią betonu wynosić 1 cm u płyt, a 2 cm u innych zespołów; wzajemne odstępki wkładek 2 cm, albo całą średnicę, jeżeli ta jest większa niż 2 cm. Ciągłe wkładki żelazne uwisle — o ile ich statyczne działanie trzeba uwzględnić — muszą we wszystkich zespołach z wyjątkiem podpór znajdować się w odstępach conajmniej 20 cm.

25. Najmniejsza grubość dźwigni, przecznice, strzemion i przewiązek musi wynosić przynajmniej 5 mm.

26. Celem zabezpieczenia związania się żelaza z betonem należy urządzić wystarczającą ilość strzemion lub przewiązek, a końce dźwigni hakowato lub w inny odpowiedni sposób urobić, o ile samo już upostacenie ich powierzchni nie działa przeciw przesunięciu w betonie.

27. Należy zapomocą stosownego rozmieszczenia wkładek zapobiec możliwemu wystąpieniu nad oporami momentów naprężających nawet, jeżeli się nie oblicza ich osobno.

## § 6.

Dopuszczalne natężenie. 1. Na podstawie działania obciążeń i wpływów, określonych w § 4. nie powinno największe policzalne natężenia żelaza i betonu przekraczać wartości granicznych, zestawionych w następującej tabeli.

Rodzaj materiału i natężenia	Dopuszczalne natężenie w $kg/cm^2$				
	w razie			ścierające, ścinające i główne ciągnące	średnie przyczepności
	zginania i ekscentrycznego ciśnienia		centrycznego ciśnienia		
	cisnące	ciągnące	cisnące		
I. Beton					
w stosunku do $1 m^3$ mieszanki piasku i kamyczków:					
a) 470 kg cementu portlandzkiego	42	25	28	4·5	5·5
b) 350 " " "	37	24	25	4·0	5·0
c) 280 " " "	32	22	22	3·5	4·5
II. Żelazo.					
		Żelazo spawalne		Żelazo zlewne	
1. Natężenia ciągnące i cisnące . . . . .			900	1000	
2. " ścinające z wyjątkiem nitów . . . . .			500	600	
3. " nitów ścinające . . . . .			600	700	
4. " cisnące na wewnątrz wywier- tów (dziur wierconych) . . . . .			1400	1600	
				Żelazo lane surowcowe	
5. Natężenie części łożyskowych z żelaza lanego surowcowego:					
a) cisnące . . . . .			700		
b) centryczne ciągnące . . . . .			200		
c) ciągnące w razie zginania . . . . .			250		
				Stal zlewna	
6. Natężenie ciągnące i cisnące części łożyskowych ze stali zlewnej . . . . .					
				1200	

2. W razie użycia innych stosunków mieszaniny, niż pod poz. 1. unormowano, należy dopuszczalne natężenia betonu wyznaczyć zapomocą prostego stosunku odmiennej ilości ciężarowej cementu portlandzkiego na  $1 m^3$  mieszaniny piasku i kamyków przypadającej, do odnośnych wyżej pod 1. ustanowionych wartości.

3. Stosunków odpowiadających mniejszej ilości niż 280 *kg* cementu portlandzkiego na  $1 m^3$  mieszaniny piasku i kamyków nie wolno używać do zespołów z żelbetonu.

4. Jeżeli w myśl § 5., poz. 14., wypadnie uwzględnić wytrzymałość na wyboczenie, to obowiązują jako dopuszczalne natężenia:

a) Co do centrycznie obciążonych członów ciśnionych natężenia cisnące, dopuszczalne w betonie według poz. 1. dla centrycznego obciążenia, ale pomnożone współczynnikiem zmniejszającym  $\alpha = (1.72 - 0.012) \frac{L}{i}$ .

b) Co do ekscentrycznie obciążonych członów ciśnionych natężenia cisnące, dopuszczalne w betonie według poz. 1. dla ekscentrycznego obciążenia, ale zmniejszone o  $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ -krotność natężenia cisnącego, odpowiadającego pomyślanemu centrycznemu obciążeniu.

Jeżeli idzie o wyboczenie wkładek żelaznych, należy natężenia cisnące dla żelaza  $s_e$ , dopuszczalne według tablicy pod poz. 1., zmniejszyć na wartość  $s_k$  według następujących wzorów.

$$a_1) \text{ dla stosunku długości } \frac{L}{i} = 10 \text{ do } 105$$

$$s_k = \left( 0.816 - 0.003 \frac{L}{i} \right) s_e$$

$$b_1) \text{ dla stosunku długości } \frac{L}{i} > 105$$

$$s_k = 5580 \left( \frac{i}{L} \right)^2 s_e$$

5. Obciążenia ekscentrycznie ciśnionych członów nie wolno przyjąć większego od pomyślanej centrycznej siły udźwigu tych samych członów, jaka wynikłaby z natężenia, dopuszczalnego w betonie według poz. 1. i 4. dla centrycznego ciśnienia.

6. Jeżeli obliczone w myśl § 5., poz. 8., natężenie ścierające i główne ciągnące w betonie przekraczają wartości, ustanowione w § 6., poz. 1., to należy zastosować strzemiona lub inne odpowiednie wkładki takich rozmiarów, aby mogły przyjąć na siebie

ową część, a co najmniej 60<sup>0</sup>/<sub>0</sub> wynoszącą część sił ścierających i głównych ciągnących, która musiałaby wywołać przekroczenie dopuszczalnych nateżeń w betonie. Beton sam dla siebie musi być w stanie wytrzymania nateżeń ścierających wielkości dopuszczalnej, wywołanych conajmniej przez 30<sup>0</sup>/<sub>0</sub> sił ścierających.

7. Wykonanie zespołów niezwyklego, lub niewypróbowanego jeszcze sposobu budowania, jakoteż zastosowanie materiałów niezwykłych własności, wymaga osobnego zezwolenia. Ustanowienie sposobu obliczenia takich zespołów i dopuszczalnych nateżeń tych materiałów niezwykłych własności lub dobroci nastąpi w każdym szczegółowym przypadku, i może zależeć od wyniku próby materiałów, prób obciążenia i złamania, które wypadnie przeprowadzić.

## B. Wykonanie zespołów.

### § 7.

Własności i badanie cementu. 1. Do zespołów z żelbetonu wolno używać jedynie cementu portlandkiego; to jest takiego, który uzyskuje się z wapiennych margli naturalnych lub ze sztucznej mieszaniny, zawierających ciała glinkowate i wapniste, do stopniałości wypalone i rozdrobnione na mialką mąkę, a który na jedną część ciężarową składników hydraulicznych zawiera conajmniej 1·7 części ciężarowych wapna *CaO*.

2. Zawartość magnezji (*MgO*) w cemencie nie powinna przekraczać 5<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

3. Cement zarówno na powietrzu jak i pod wodą powinien zachować stale swą objętość i wiązać powolnie. Jako powolnie wiążący uważa się ten cement, który zarobiony 25<sup>0</sup>/<sub>0</sub> do 30<sup>0</sup>/<sub>0</sub> wody na ciasto nie pocznie twardnieć przed 30 minutami po zarobieniu i potrzebuje najmniej 3½ godziny do związania, licząc od dodania wody.

4. Cement należy tak mialko zemleć, aby po przesianiu sitem z drutu 0·05 *mm* grubego o 4900 oczkach na 1 *cm*<sup>2</sup> pozostałość nie przekraczała 30<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, a sitem z drutu 0·10 *mm* grubego o 900 oczkach na 1 *cm*<sup>2</sup> — 5<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

5. Siłę wiążącą cementu należy wyznaczyć zapomocą zbadania stosunków wytrzymałości na mieszaninie z piaskiem. Za normalną mieszaninę uważa się jedną część ciężarową cementu z trzema częściami ciężarowymi piasku normalnego.

6. Za piasek normalny uznaje się rodzimy, płókany, czysty piasek kwarcowy, którego ziarno najmniejsze powinno zostać na sicie

z drutu 0.3 mm grubego o 144 oczkach na 1 cm<sup>2</sup>, a największe przejść jeszcze przez sito z drutu 0.4 mm grubego o 64 oczkach na 1 cm<sup>2</sup>.

7. W normalnej mieszaniu zaprawy musi cement po 7 dniach tężenia wykazywać przynajmniej 12 kg/cm<sup>2</sup> wytrzymałości na ciągnięcie, a po 28 dniach najmniej 220 kg/cm<sup>2</sup> wytrzymałości na ciśnienie i 22 kg/cm<sup>2</sup> na ciągnięcie.

8. Próby na ciągnięcie należy przeprowadzać na próbkach o przekroju poprzecznym 5 cm<sup>2</sup>, a na ciśnienie na kostkach 50 cm<sup>2</sup> przekroju poprzecznego; wszelkie próbki należy po sporządzeniu przechować przez pierwszych 24 godzin na powietrzu ochronnie przed szybkim wyschnięciem, a następnie aż do przedsięwzięcia próby pod wodą, ogrzaną na 15 do 18° C.

9. Przynależnym organom nadzorczym zastrzega się prawo obecności w każdej chwili podczas wytwarzania, opakowania i wysyłania cementu, jakoteż podczas zarabiania go do próby i przeprowadzania jej, oraz do pobierania w sposób dowolny potrzebnych ilości cementu celem wypróbowania.

10. Próby cementu należy w regule przeprowadzać na miejscu wytwarzania, albo na miejscu budowy; można jednak cement do próby wzięty w całości lub częściowo oddać do wypróbowania zakładowi probierzemu, upoważnionemu w myśl ustawy z 9. września 1910, Dz. u. p. Nr. 185, do wystawiania świadectw co do próby materiałów.

11. W regule należy do 100 g i z każdych 100 g cementu przeprowadzić przynajmniej po jednej próbie co do stałości objętości, miarkości zmielenia, początku tężenia i czasu wiązania, a do 200 g i z każdych 200 kg cementu najmniej jedną próbę co do wytrzymałości na ciągnięcie i ciśnienie.

12. Jeżeli zespoły są mniejszej objętości lub wykonanie ich jest szczególnie naglące, to po zasięgnięciu osobnego pozwolenia można wyjątkowo co do własności cementu, — którego miejsce wyrobu powinien podać przedsiębiorca, — dostarczyć dowodu także zapomocą przedłożenia świadectw, wystawionych przez jeden z zakładów doświadczalnych, pod poz. 10. określonych; takie świadectwa nie powinny być starsze niż 6 miesięcy. Wszakże w takich razach należy zawsze przedsięwziąć na miejscu budowy próbę przynajmniej co do początku tężenia i czasu wiązania.

13. Cement należy dostarczać na miejsce budowy w pierwotnym opakowaniu, na którym należy w sposób wyraźny oznaczyć jego przeznaczenie do zespołów z żelbetonu.

## § 8.

Własności piasku i kamyków. 1. Piasek przeznaczony do zarobienia betonu musi być czysty, o ostrych, nierównej wielkości ziarnach, wolny od gliniastych, glinkowatych, ziemistych domieszek lub innych zanieczyszczeń; musi przechodzić przez sito o oczkach  $7\text{ mm}$  w świetle szerokich, a na sicie z drutu  $0.10\text{ mm}$  grubego o  $900$  oczkach na  $1\text{ cm}^2$  pozostawiać przynajmniej  $95\%$  reszty.

2. Kamyki (żwir, otoczaki lub tłuczeniec) muszą być nierównej wielkości, czyste, trwale na wpływy atmosferyczne, mieć wytrzymałość na ciśnienie przynajmniej  $300\text{ kg/cm}^2$ , a nasiąkliwość nie większą niż  $10\%$  ciężaru; te ostatnie własności należy w miarę potrzeby stwierdzić zapomocą odpowiedniej próby.

3. Kamyki w ogóle muszą być mniejsze od przestrzeni między wkładkami, albo od przestrzeni pomiędzy wkładkami a najbliższą powierzchnią zewnętrzną zespołu; w każdym razie muszą największe kamyki przechodzić w dowolnem położeniu przez siatkę o oczkach  $30\text{ mm}$  w świetle dużych, a najmniejsze pozostać na sicie o oczkach  $7\text{ mm}$  w świetle szerokich.

4. Wielkość ziarn piasku i kamyków należy sprawdzać zapomocą poszczególnych prób siania i przrzucania.

5. Stosunek mieszaniny piasku do kamyków, jaki należy zastosować celem uzyskania możliwie najgęściejszej mieszaniny, należy wyznaczyć każdym razem zapomocą doświadczenia.

6. Zaprawa złożona z cementu musi wynosić conajmniej  $1.2$  krotność pustej przestrzeni międzykamykowej; nadto musi zawierać objętość cementu, przewyższającą najmniej o  $5\%$  pustkę międzyziarnową piasku, a przynajmniej  $500\text{ kg}$  cementu na  $1\text{ m}^3$  piasku.

7. Znajdującej się pod ręką naturalnej mieszaniny piasku i kamyków można użyć do zarobienia betonu bez rozdzielania na części składowe, jeżeli własności jej odpowiadają postanowieniom pod poz. 1. do 5., a odpowiednia ilość prób zapomocą przesiewania i przrzucania wykazała odpowiedniość składu mieszaniny, lub jeżeli rzezonny skład mieszaniny uprzydatniono zapomocą osobnych dodatków piasku i kamienia.

## § 9.

Własności, wypróbowanie i obróbenie żelaza i stali. 1. Postanowienia wydane rozporządzeniem austr. Ministerstwa spraw wewnętrznych z 16. marca 1906, l. 49898, co do budowy mostów drogowych z żelaznymi lub drewnianymi zespołami, względnie roz-

porządzeniem austr. Ministerstwa kolei z 28. sierpnia 1904, Dz. u. p. Nr. 97, co do budowy mostów kolejowych nadtorowych, dojazdowych z zespołami żelaznymi lub drewnianymi, — należy stosować do żelaznych części składowych zespołów żelbetonowych, i to o ile tyczą się własności żelaza i stali: w pełnej treści, a o ile obrabiania, składania i ustawiania zespołów żelaznych: w myśl znaczenia treści.

2. Dowodu co do zastrzeżonych własności żelaza i stali należy w regule dostarczać zapomocą przeprowadzenia odpowiednich prób na miejscu budowy, albo zapomocą przedłożenia świadectw jednej z określonych w § 7., poz. 10., stacyj doświadczalnych, w którym to celu należy wybrać odnośne próbki w myśl za cytowanych postanowień w § 9., poz. 1. Na osobne żądanie należy przeprowadzić w myśl tych postanowień próbę żelaza i stali właśnie na miejscu ich wyrobu.

3. Podczas próby na rozerwanie należy poddawać badaniu żelazo sztabowe z powłoką wałkowania o przekroju krągłym, kwadratowym lub prostokątnym wynoszącym co najwyżej  $6\text{ cm}^2$  i to w stanie dalej nieobrobionym; jeżeli powierzchnia przekroju jest większa, należy co do wyboru sztab próbnych postąpić ściśle w myśl za cytowanych pod poz. 1. postanowień i przestrzegać, aby zawierały zarówno materiał rdzemy, jak i krawężny.

4. Części żelazne, które według projektu mają tworzyć całość jednolitą nie wolno bez osobnego pozwolenia składać w całość ani zapomocą nitowania, ani spawania z więcej kawałków.

5. Części, które muszą stykać się, należy na zetknięciach we właściwy sposób tak wzajemnie połączyć albo nadłożyć, aby nateżenia w tych miejscach nie przekroczyły wartości w § 6. ustanowionych. Spawania należy dokonać z całą starannością, bez przegrzania i to w regule w takich tylko miejscach, w których dana wkładka w zespole nie ulega pełnemu nateżeniu.

6. Haki krągłe żelaza krągłego powinny otrzymać promień w świetle niemniejszy, niż półtrzecia średnicy, a odgięcia niemniejszy, niż pięciokrotną średnicę żelaza krągłego; prosto i ostrokątne haki muszą otrzymać na długość najmniej potrójną średnicę żelaza krągłego. Do żelaza o przekroju inaczej upostaconym należy zastosować tę samą regułę, ale zamiast średnicy należy brać rozmiar przekroju żelaza wpadający w płaszczyznę zgięcia.

7. W zimnym stanie z żelaza upostaconego wolno sporządzać haki jedynie do  $15\text{ mm}$ , a odgięcia jedynie  $25\text{ mm}$  grubego.

8. Części żelazne przeznaczone do całkowitego osłonięcia betonem należy pozostawić z powłoką wałkowania, ale przed zabetonowa-



niem oczyścić zapomocą stosownych środków troskliwie z brudu, tłuszczu, olakierowania i grubej lub sypkiej rdzy, z przypadkowo namarzonego lodu itp.

9. Znitowane lub ześrubowane części zespołu żelazne lub stalowe należy po wykończeniu w pracowni i oczyszczeniu w myśl poz. 8. powlec rzadkim cementem w tych miejscach, które w gotowym zespole beton ma otoczyć.

10. Części z żelaza i stali, które w zespole budowlanym beton niezupełnie ma otoczyć, należy w tych wolnych miejscach zaopatrzyć powłoką w myśl odnośnych postanowień, zawartych w rozporządzeniach pod poz. 1. za cytowanych.

### § 10.

Zarobienie, własność i próba betonu. 1. Podczas zarabiania betonu należy w regule cement domieszać w ilościach ciężarowych. Mierzyć można cement także miarą pojemną, ale go trzeba lekko nasypać bez spadania, naczynie całkiem zapelnąć i z wierzchu gładko wyrównać, a do zamiany ilości objętościowej na ciężarową przyjąć 1400 *kg* na 1 *m*<sup>3</sup> lekko nasypanego cementu portlandzkiego.

2. Woda przeznaczona do zarobienia betonu musi być czysta i nie zawierać żadnych składników, przeszkadzających tężeniu betonu. Wody moczarowej nie wolno używać.

3. Do zespołów z żelbetonu należy używać tylko tak zwanego lepkiego betonu; dodatek wody należy odpowiednio do panujących stosunków pogody i temperatury, jakoteż do naturalnej wilgoci piasku i kamyków, a w każdym razie tak wyznaczyć, aby beton można było jeszcze ubić, a pozostał lepki; pod działaniem ciężkości nie powinna jednak zaprawa oddzielać się od kamyków.

4. Mieszania składników należy z reguły dokonywać maszyną; do robót mniejszej objętości jest dopuszczalne mieszanie ręczne.

5. Mieszanie należy najpierw przeprowadzić na sucho, a potem wśród powolnego dodawania wody tak długo prowadzić, aż wszystkie w betonie zawarte kamyki rozdzielią się równomiernie w mieszaniu i otoczą się ze wszech stron zaprawą cementową.

6. Beton wolno zużyć tylko w ciągu jednej godziny po ukończeniu mieszanki.

7. Beton po sześciotygodniowym twarzeniu na powietrzu musi wykazywać prostopadle do kierunku ubijania conajmniej następujące niższe wartości wytrzymałości na ciśnienie w *kg/cm*<sup>2</sup>.

W stosunku cementu do  $1 m^3$  mieszanki piasku i kamyków:

a) 470 kg cementu portlandzkiego . . . . .	170,
b) 350 „ „ „ . . . . .	150,
c) 280 „ „ „ . . . . .	130.

8. W razie użycia innych stosunków mieszanki, niż pod poz. 7. wykazano, należy wyznaczyć wymaganą wytrzymałość sześcianu za pomocą prostego stosunku odmierzonej ilości ciężarowej cementu portlandzkiego na  $1 m^3$  mieszanki piasku i kamyków, do odnośnych wyżej pod poz. 7. zastrzeżonych wartości.

9. Celem zbadania betonu co do wymaganej wytrzymałości sześcianu należy w regule sporządzić na miejscu budowy próbki w postaci kostki o długości boku 20 cm i przesłać do wypróbowania jednej ze stacyj doświadczalnych w § 7., poz. 10., wskazanych, albo też na miejscu budowy za pomocą stosownej prasy wypróbować.

10. Próbkę należy wykonać w żelaznych formach rozbiornych z tych samych materiałów budowlanych, w tym samym stosunku zmieszanych i dokładnie w taki sam sposób ubitych, jak beton przeznaczony do zespołów.

11. Próbkę należy zaopatrzyć nazwą budowy, wyrażeniem stosunku mieszanki, czasu sporządzenia i kierunku ubijania, wreszcie odpowiednim oznaczeniem i aż do wypróbowania przechować pod piaskiem o wilgoci ziemi w miejscu chronionem od gorąca, wiatru i mrozu.

12. Do  $200 m^3$  i na każdych  $200 m^3$  masy betonowej danego stosunku mieszanki powinno przypadać po 6 próbek; wytrzymałość sześcianu wynika tu ze średniej arytmetycznej odnośnych wartości; jeżeli ta średnia jest mniejszą od wartości zastrzeżonych pod poz. 7., lub jeżeli którakolwiek z wartości odnośnych okaże się ponad 20% mniejszą od wymaganej wytrzymałości sześcianu, to betonu takiej własności nie wolno używać.

#### § 11.

Wykonanie zespołów. 1. Wykonanie zespołów z żelbetonu należy poruczać jedynie wyszkolonym robotnikom i to pod nieustannym dozorem osób, które udowodniły gruntowną znajomość tego sposobu budowania.

2. Opierzenia i rusztowania należy tak urządzić i nadać im moc taką, aby dozwalały na warstwowe sypanie i ubijanie betonu, były dostatecznie wytrzymałe na przecięcia podczas ubijania i dały się

bez wstrząśnień usuwać; przed sypaniem betonu należy je odpowiednio do stanu pogody i stosunków temperatury zwilżać.

3. Podczas wykonywania opierzeń i rusztowań należy pamiętać o odpowiednim ich zwiększeniu celem wyrównania następnego obniżenia pod ciężarem betonu.

4. Sporządzanie zespołów należy w regule wtedy dopiero rozpoczynać, gdy dostarczono dowodów co do zastrzeżonych własności materiałów w myśl §§ 7., 8., 9. i 10. Badania zatem należy w takim czasie zacząć, aby wyniki prób były już gotowe z początkiem użycia materiałów i można było napewno ocenić ich przydatność do dalszego użytku.

5. Beton należy nakładać w warstwach co najwyżej 20 *cm* grubych i każdą osobno ubijać we właściwej mierze, zależnej od każdorazowej domieszki wody. Beton wolno zrzucać na miejsce przeznaczenia tylko do głębokości 3 *m*, a do większych głębokości należy go spuszczać zapomocą naczyn i przyrządów, niedopuszczających odmieszania betonu.

6. Części żelazne należy umieścić w położeniu według planu i tak ustalić, aby podczas ubijania nie mogły zmienić ani swego miejsca ani postaci; części żelazne wystawione na rozciąganie należy odpowiednio delikatniejszą masą (z wykluczeniem grubszych kamyczków) szczelnie osłonić.

7. Zespoły lub samoistne ich części należy w ogóle jednym ciągiem bez przerwy betonować; wyjątkowo wolno przerwać betonowanie tylko w takich miejscach, w których beton w gotowym zespole doznaje stosunkowo małych natężeń.

8. Poprzednie jeszcze niestwardniałe warstwy betonu należy zmoczyć podczas nakładania nowych; gdy warstwy już związały należy je podczas dalszego betonowania pokarbować lub podziobać, potem pozamiatać i rzadką zaprawą z równych części cementu i piasku lub mlekiem cementowem zalać.

9. W temperaturach niżej zero stopni Celsjusa wolno jedynie wtenczas betonować, jeżeli wskutek zastosowania odpowiednich środków szkodliwe działanie mrozu jest wykluczone; zamarzonego piasku, kamienia lub betonu nie wolno używać w żadnym razie. Po perjodzie mrozu wolno na gotowy beton nakładać nowe warstwy dopiero wówczas, gdy powierzchnia betonu została dostatecznie ogrzana.

10. Po wykończeniu betonowania należy zespoły aż do dostatecznego stężenia utrzymywać w odpowiedniej wilgoci i chronić od

wstrząśnień, uszkodzeń, silnego przeciągu, promieni słonecznych lub działania mrozu.

11. Zarusztowanych zespołów nie wolno bez wyjątku czemkolwiek obciążać przed upływem 4 dni po ukończeniu ubijania. Po tym czasie i w obrębie terminów pod poz. 12. względnie 13. ustanowionych wolno zarusztowane zespoły obciążyć ciężarami wynikającymi w każdym razie z toku lub postępu budowy, jakoteż ścianami, filarami lub słupami, o ile budowle są wielopiętrowe, ale jedynie wtenczas, jeżeli podpierające rusztowania i opierzenia są dostatecznie silne a zarusztowane zespoły tak stwardniały, że prócz własnego ciężaru także i poszczególnione obciążenia mogą wytrzymać z dostateczną pewnością i bez szkodliwych zmian postaci.

12. Podpierające rusztowania wolno usunąć dopiero po stwardnieniu, dającym rękojmię dostatecznej wytrzymałości betonu i to w regule nie weześnie, jak w 4 tygodnie po ukończeniu ubijania. Opierzenia i rusztowania płyt stropowych cienszych niż 8 cm wolno odjąć z reguły w 10 dni, zaś boczne opierzenia, nie mające znaczenia podpierającego, nie wolno w regule przed upływem 4 dni po ukończeniu ubijania usuwać. Jeżeli odległości podpór i rozmiary przekroju są większe, jakoteż jeżeli zachodzą stosunki utrudniające stwardnienie, należy termin zdjecia rusztowania stosownie przedłużyć.

13. W termina pozyeja 12. ustanowione wolno wliczać tylko dnie niemroźne, t. j. takie, w których temperatura powietrza w cieniu mierzona niezeszła w ciągu 24 godzin niżej 0° C; z nastaniem jednej lub więcej perjod mroźnych należy owe termina przedłużyć jeszcze conajmniej o ilość dni mroźnych.

14. Podczas zdejmowania opierzeń i rusztowań należy unikać wstrząśnienia zespołów.

15. W obrębie terminów zastrzeżonych w § 12., poz. 2., nie wolno zespołów po zdjeciu rusztowania obciążać żadnym znaczniejszym ciężarem, prócz ciężarem stałym.

16. Zespoły w razie potrzeby należy zabezpieczyć w stosowny sposób przed wtargnięciem wód opadowych.

17. Użycie części zespołów z żelbetonu jakoto: belek, płyt, słupów, stopni schodowych itd. wykonanych na osobnych miejscach wytwórczych i na miejsce budowy już w stanie gotowym dostarczonych, wymaga w każdym poszczególnym przypadku osobnego zezwolenia. Muszą one odpowiadać postanowieniom §§ 4. do 11. i wykazywać trwanie tężenia przed użyciem conajmniej 6 tygodni.

### C. Próba zespołów.

#### § 12.

Próby obciążenia i złamania. 1. Oprócz próby betonu (§ 10.) należy na żądanie przeprowadzić próby obciążenia całego zespołu, oraz próby obciążenia i wyrwykowe próby złamania poszczególnych części zespołu.

2. Prób obciążenia i złamania nie należy przedsięwziąć przed upływem 6 tygodni po ukończeniu ubijania, względnie przed upływem czasu dłuższego, niż 6 tygodni, przewidzianego w § 11., poz. 12 i 13.

3. Ciężar, który wypadnie podczas próby obciążenia nałożyć na samoistne, nie będące z innymi w związku zespoły, lub części zespołów należy tak wyznaczyć, by one znalazły się pod działaniem ciężaru stałego, t. j. własnego i innego zresztą stałego (§ 4., poz. 2. do 5.), oraz ciężaru użytkowego (§ 4., poz. 6. do 8.). Takie zespoły lub części zespołów, które z innymi łączą się w sposób oczekiwanego spółdziałania częściowego, należy — w razie, gdy jeden tylko zespół lub część jedna zespołu będą przedmiotem próby — podczas próby obciążyć półtorakrotnym ciężarem użytkowym (§ 4., poz. 6. do 8.). Jeżeli trzeba wziąć w rachubę także ciśnienie śniegu na zespół lub na część zespołu (§ 4., poz. 9.), to należy je w równej mierze uwzględnić podczas próby, jak obciążenie użytkowe.

4. Obciążenie próbne należy w regule nakładać w takim rozdzieleniu i porządku, jak stanowiło podstawę podczas statycznego obliczenia, i pozostawić co najmniej tak długo na zespole, aż wzrastanie zmian postaci przestanie być dostrzegalne.

5. Pod działaniem ciężaru próbnego nie powinny powstawać z ujmą dla wytrzymałości: rysy, wyboczenie części ciśnionych lub inne jakie podejrzone objawy; dalej dostrzeżone elastyczne przegięcia nie powinny być większe, niż o 20% od obliczonych dla obciążenia próbnego. Stałe przegięcia nie powinny wynosić więcej, niż jedną trzecią część obliczonych elastycznych. Podczas oceny wyników próby należy zwracać uwagę na każdorazowy wpływ zmian temperatury.

6. Podczas wyznaczania elastycznych zmian postaci należy wstawić w rachunek przekrój poprzeczny i współczynnik sprężystości betonu w myśl § 5., poz. 8 *d*).

7. Podczas prób złamania należy części zespołu do próby przeznaczone obciążać z wolna wzrastającym ciężarem aż do złamania. Nałożony na część zespołu ciężar, który ma spowodować złamanie musi odpowiadać co najmniej trzykrotnemu obciążeniu użytkowemu,

zwiększonemu o podwójny ciężar własny części zespołu i o potrójne inne stałe obciążenie (§ 4.). Wehodzące w rachubę ciśnienie śniegu należy uwzględnić w równej mierze jak ciężar użytkowy.

8. Przed użyciem poszczególnionych w § 11., poz. 17., części zespołów należy na żądanie do 100 i na każde 100 tych części wybrać ich 3 i w myśl postanowień pod poz. 2. do 7. aż do złamania wypróbować. Skoro z wybranych trzech części jedna nie odpowie tym postanowieniom, to w uzupełnieniu tych prób należy wybrać z tej samej ilości dalszych 5 części i tak samo wypróbować. Gdyby z tych prób uzupełniających chociaż jedna tylko wypadła niedostatecznie, należy odnośną setkę wykluczyć z użycia; tak samo należy postąpić, gdyby z wybranych pierwotnie trzech próbek nie odpowiedziało więcej niż jedna postanowieniom.

## Rozdział drugi.

### Zespoły z betonu ubijanego.

#### § 13.

Uwaga ogólna, jak w § 2.

#### A. Projekt.

#### § 14.

Treść projektu, jak w § 3.

#### § 15.

Podstawa obliczenia, jak w § 4.

#### § 16.

Statyczne obliczenie. 1. Jak poz. 1., w § 5.

2. Podczas wyznaczania sił zewnętrznych i momentów działania wolno przyjąć na jednej podporze tylko tę miarę naprężenia, która da się rzeczywiście osiągnąć zapomocą stosownego ustroju budowlanego, bez przekroczenia ustanowionych dopuszczalnych natężeń badanych części budowy. Na podparciu murowanem z cegieł zwykłych na zaprawie wapiennej nie wolno do wyznaczenia dodatnich momentów poła brać w rachubę naprężenia.

3. Jak poz. 3., w § 5.

4. W obliczaniu dźwigarów połączonych odpowiednio sztywnie z elastycznymi podporami należy uwzględnić elastyczne zmiany postaci zespołu, powstałe działaniem sił zewnętrznych.

5. Płyty prostokątne ze wszystkich stron podparte lub naprężone należy liczyć tak, jak gdyby były z dwu stron i to tylko na rozpiętość mniejszą podparte.

6. Jak poz. 7., w § 5.

7. Natężenia należy obliczać tak, jak ciał jednolitych pod założeniem, że współczynnik elastyczności betonu na ciśnienie i na ciągnięcie wynosi  $140.000 \text{ kg/cm}^2$ .

8. Jeżeli między powierzchnią zaczepienia a płytą dźwigającą znajduje się warstwa kryjąca, należy ciężary odosobnione uważać jako jednostajnie rozłożone na powierzchnię, której rozmiary w porównaniu do powierzchni zaczepienia — o ile ostatnia jest prostokątna — należy powiększyć o podwójną grubość warstwy kryjącej i pojedynczą grubość płyty. Gdy powierzchnia zaczepienia nie jest prostokątna, należy powiększenie przeprowadzić stosownie w myśl tej samej zasady. Jako statycznie działającą szerokość płyty ze względu na ujęcie obciążenia należy wziąć w rachubę zwiększoną w myśl powyższych zastrzeżeń szerokość odnośną powierzchni zaczepienia. Znajdującego się w każdym razie brukowania nie należy uwzględniać co do rozkładu ciśnienia.

9. Jak poz. 17., w § 5.

### § 17.

Dopuszczalne natężenie. 1. Na podstawie określonych w § 15. działań obciążenia i wpływów nie powinno największe policzalne natężenia betonu ubijanego przekraczać wartości granicznych, poszczególnionych w następującej tabelicy.

Rodzaj materiału	Dopuszczalne natężenie w $\text{kg/cm}^2$			
	w razie,			ścierające i główne ciągnące
	zginania i ekscentrycznego ciśnienia		centrycznego ciśnienia	
	cisnące	ciągnące	cisnące	
Beton w stosunku do $1 \text{ m}^3$ mieszanki piasku i kamyków:				
a) 470 <i>kg</i> cementu . . . . .	33	2·5	22	3·5
b) 350 " " . . . . .	30	2·5	20	3·5
c) 280 " " . . . . .	26	2·0	17	2·5
d) 230 " " . . . . .	21	2·0	14	2·0
e) 160 " " . . . . .	13	.	9	.
f) 120 " " . . . . .	9	.	6	.

2. Co do części łożyskowych z żelaza spawalnego, albo zlewne go lanego surowcowego, lub stali zlewnej obowiązują odnośnie w § 6, poz. 1., ustanowione dopuszczalne natężenia.

3. W razie zastosowania stosunków innych, niż pod poz. 1., należy dopuszczalne natężenie betonu wyznaczyć zapomocą prostego stosunku odmiennej ilości ciężarowej cementu na  $1 m^3$  mieszaniny piasku i kamyków, do odnośnych wyżej w tabelicy pod poz. 1. wykazanych wartości.

4. Stosunków odpowiadających mniejszej ilości cementu, niż  $120 kg$  na  $1 m^3$  mieszaniny piasku i kamyków nie wolno używać do zespołów z betonu ubijanego.

5. Jeżeli stosunek wolnej długości  $L$  członów ciśnionych do najmniejszego promienia bezwładności  $i$  powierzchni przekroju poprzecznego przekracza wartość  $\frac{L}{i} = 20$ , to obowiązują następujące dopuszczalne natężenia.

a) Co do centrycznie obciążonych członów ciśnionych, natężenia ciśnące zastrzeżone pod poz. 1. jako dopuszczalne w betonie, ale wymnożone współczynnikiem zmniejszającym  $\alpha = \left(1.72 - 0.036 \frac{L}{i}\right)$ .

b) Co do ekscentrycznie obciążonych członów ciśnionych, natężenia ciśnące według poz. 1. dla ekscentrycznego ciśnienia dopuszczalne w betonie, ale zmniejszone o  $\frac{1 - \alpha}{\alpha}$  krotność ciśnienia odpowiadającego pomyślanemu centrycznemu obciążeniu.

6. Obciążenia ekscentrycznie ciśnionych członów nie wolno przyjmować większego od tej siły udźwigu rzeczonych członów, jaka — pod założeniem centrycznego działania siły — wynikałyby z dopuszczalnego według poz. 1. i 5. natężenia w betonie dla centrycznego ciśnienia.

7. Wykonanie zespołów niezwykłego lub niewypróbowanego jeszcze sposobu budowania, jakoteż zastosowanie materiałów niezwykłych własności, wymaga osobnego zezwolenia. Ustanowienie sposobu obliczenia tego rodzaju zespołów, jakoteż dopuszczalnych natężeń materiałów niezwykłych własności, lub szczególnej dobroci nastąpi w każdym poszczególnym przypadku i może być uzależnione od wyniku próby materiałów, obciążenia i złamania, które trzeba będzie przeprowadzić.



## B. Wykonanie zespołów.

### § 18.

Własności i badanie cementu. 1. Do zespołów z betonu należy używać w regule cementu portlandzkiego, t. j. cementu, który uzyskuje się z naturalnych margłów wapiennych lub sztucznej mieszaniny ciał glinowatych i wapienistych, zapomoceą wypalenia aż do stopniałości, a następnie zmielenia na mialką mączkę, i który na jedną część ciężarową składników hydraulicznych zawiera conajmniej 1·7 części wapna ( $CaO$ ). Zastosowanie innych rodzajów cementu lub hydraulicznych środków wiążących podlega osobnemu zezwoleniu w każdym poszczególnym przypadku.

2. Jak poz. 2., w § 7.

3. Cement musi zarówno na powietrzu, jak i pod wodą zachować stale swą objętość i wiązać w regule zwolna. Jako zwolna wiążący uważa się ten cement, który zarobiony 25 do 30% wody na zaprawę nie pocznie twardnieć przed 30 minutami po zarobieniu i potrzebuje do związania  $3\frac{1}{2}$  godziny conajmniej po dodaniu wody. Użycie prędzej wiążących cementów zależy w każdym razie od osobnego zezwolenia.

4. Jak poz. 4., w § 7.

5. Jak poz. 5., w § 7.

6. Jak poz. 6., w § 7.

7. W normalnej mieszaninie zaprawy musi cement po upływie siedmiu dni twardnienia wykazywać najmniej  $12\text{ kg/cm}^2$  wytrzymałości na ciągnienie, a po upływie 28 dni najmniej  $180\text{ kg/cm}^2$  wytrzymałości na ciśnienie i  $18\text{ kg/cm}^2$  na ciągnienie.

8. Jak poz. 8., w § 7.

9. Jak poz. 9., w § 7.

10. Jak poz. 10., w § 7.

11. Jak poz. 11., w § 7.

12. Jak poz. 12., w § 7.

13. Cement należy na miejsce budowy dostarczać w opakowaniu pierwotnem, oznaczonem w sposób odpowiedni do rozpoznania.

### § 19.

Własności piasku i kamyków. 1. Jak poz. 1., w § 8.

2. Jak poz. 2., w § 8.

3. Wielkość kamyków należy tak dobrać, aby największe z nich przechodziły w każdym położeniu przez otwór 6 cm w kwadrat, a najmniejsze pozostały na sicie o oczkach 7 mm w świetle duże.

4. Jak poz. 4., w § 8.

5. Należy każdym razem wyznaczyć doświadczalnie ów stosunek cementu do piasku i kamyków, który należy używać; stopień gęstości betonu powinien według możliwości równać się stopniowi gęstości zaprawy.

6. Do części budowlanych z betonu ubijanego o stosunkowo dużych rozmiarach przekroju poprzecznego (opory, fundamenta itd.) wolno w beton wcielić do 25% kamieni większych rozmiarów, niż pod poz. 3. oznaczono, a mianowicie o krawędziach lub średnicy do 30 cm długich. Kamienie takie trzeba przed tem oczyścić, zwilżyć, a potem w pełnej zaprawie osadzić. Użycie jednak takich wkładów kamienia wymaga w każdym razie osobnego pozwolenia.

7. Naturalnej mieszaniny piasku i kamyków, o ile jest pod ręką, można bez rozdzielania na części składowe użyć do zarobienia betonu, jeżeli własności jej odpowiadają postanowieniom pod poz. 1. do 5., i jeżeli wykazano zapomocą stosownej ilości prób przesiewania lub przerzucania przydatność jej składu, lub też ulepszono go zapomocą osobnego dodania piasku lub kamyków.

#### § 20.

Własności, próba i obrabianie żelaza i stali. 1., 2., 3., 4., 5., 6., jak poz. 1., 2., 3., 8., 9. i 10., w § 9.

#### § 21.

Zarabianie, własności i próba betonu. 1. Podczas zarabiania betonu należy z reguły dodawać cement w ilościach ciężarowych. Można tu użyć także i miary pojemności, należy jednak cement lekko i bez spadania nasypać, naczynie całkiem zapelnić i gładko z wierzchu zrównać, a do zamiany ilości cementu zważonych na przestrzenne przyjąć ciężar 1400  $kg/m^3$  (lekko nasypany). Dla innych cementów należy odpowiedni ciężar jednostkowy wyznaczyć zapomocą odważenia.

2. Jak poz. 2, w § 10.

3. Do zespołów z betonu ubijanego należy używać tak zwanego sypkiego albo też lepkiego czyli plastycznego betonu. Dodatek wody należy odpowiednio do warunków pogody, temperatury, jakoteż naturalnej wilgoci piasku i kamyków, w każdym razie jednak tak wyznaczyć, aby masa betonu sypkiego dała się jeszcze w rękę ugniatać i pozostawiła wilgoć na skórze, a natomiast beton lepki, aby dał się jeszcze ubijać i pozostał przytem lepki; pod działaniem wszakże ciężkości nie powinna zaprawa oddzielać się od kamyków.

4. Jak poz. 4., w § 10.

5. Jak poz. 5., w § 10.

6. Jak poz. 6., w § 10.

7. Beton po sześciotygodniowym twardnieniu na powietrzu musi wykazywać conajmniej następujące niżej wartości wytrzymałości na ciśnienie (wytrzymałość sześcianu) w  $kg/cm^2$  prostopadle do kierunku ubijania.

W stosunku na  $1 m^3$  mieszaniny piasku i kamyków:

a) 470 <i>kg</i> cementu . . . . .	170,
b) 350 " " . . . . .	150,
c) 280 " " . . . . .	130,
d) 230 " " . . . . .	110,
e) 160 " " . . . . .	75,
f) 120 " " . . . . .	50.

8. W razie zastosowania innych stosunków mieszaniny, niż pod poz. 7. należy wyznaczyć wymaganą wytrzymałość sześcianu zapomocą prostego stosunku odmiennej ilości ciężarowej cementu na  $1 m^3$  mieszaniny piasku i kamyków do odnośnych wyżej w ustępie 7. zastrzeżonych wartości.

9. Zbadanie betonu co do żądanej wytrzymałości sześcianu należy dla stosunku mieszaniny odpowiadającemu 230 *kg* lub więcej cementu na  $1 m^3$  mieszaniny piasku i kamyków w regule, a dla innych stosunków na żądanie sporządzić próbki w postaci sześcianu o długości boków 20 *cm* na miejscu budowy i przesłać do wypróbowania jednej ze stacyj doświadczalnych pod poz. 10., w § 7. określonych, albo na miejscu budowy zapomocą stosownej prasy wypróbować.

10. Jak poz. 10., w § 10.

11. Jak poz. 11., w § 11.

12. Liczbę próbek należy w regule tak wyznaczyć, by do 200  $m^3$  i na każdym 200  $m^3$  masy betonowej danego stosunku mieszaniny przypadło po 6 próbek; jako wytrzymałość sześcianu uważa się tu średnią arytmetyczną odnośnych wartości; jeżeli ta średnia arytmetyczna wypadnie mniejsza od wymaganej pod poz. 7. wytrzymałości sześcianu, lub gdy jedna z odnośnych wartości okaże się ponad 20 % mniejszą od rzeczonyj wytrzymałości sześcianu, to nie wolno używać betonu takiej własności.

## § 22.

Wykonanie zespołów. 1. Wykonanie zespołów z betonu ubijanego należy poruczać jedynie wyszkolonym robotnikom i to pod

nieustannym nadzorem osób, które udowodniły gruntowne obznajomienie się ze sposobem tego rodzaju budowania.

2. Jak poz. 2., w § 11.

3. Jak poz. 3., w § 11.

4. Wykonanie zespołów wolno w regule wtedy dopiero rozpoczynać, gdy zastrzeżone w §§ 18., 19., 20. i 21. własności materiałów budowlanych zostały udowodnione. Badanie więc ich należy przeprowadzić w takiej porze, aby wyniki badania były już gotowe na czas rozpoczęcia używania materiałów i tem samem przydatność ich do dalszego użycia była zapewniona.

5. Sypki beton należy nakładać warstwami najwyżej 15 *cm*, a lepki najwyżej 20 *cm* grubemi i każdą warstwę dla siebie ubijać we właściwej mierze do każdorazowego dodatku wody. Beton wolno zrzucać jedynie do głębokości 3 *m* na miejsce przeznaczenia, na większą zaś głębokość należy go spuszczać zapomocą naczyń lub przyrządów, niedopuszczających odmieszania betonu.

6. Jak poz. 8., w § 11.

7. Jak poz. 9., w § 11.

8. Jak poz. 10., w § 11.

9. Zarusztowanych zespołów nie wolno bez wyjątku niezem obciążać przed upływem 4 dni po skończeniu ubijania. Po upływie tego czasu wolno w obrębie terminów pod poz. 10. względnie 11. ustanowionych jedynie wtedy zarusztowane zespoły obciążyć jakimikolwiek ciężarami, wynikłymi z toku lub postępu budowy, jakoteż — o ile budowle są kilkupiętrowe — ścianami, filarami lub słupami, jeżeli podpierające rusztowania i opierzenia są dostatecznie silne a zarusztowane zespoły tak stwardniały, że prócz własnego ciężaru także i poszczególnione właśnie ciężary mogą wytrzymać z dostateczną pewnością, bez szkodliwych zmian postaci.

10. Podpierające rusztowania wolno usunąć dopiero po stwardnieniu, zapewniającem dostateczną wytrzymałość betonu i to w regule nie rychlej jak w 4 tygodnie po skończeniu ubijania. Bocznych opierzeń, nie mających znaczenia podpierającego nie należy w regule usuwać przed upływem 4 dni po skończeniu ubijania. Jeżeli rozpiętości i rozmiary przekrojów poprzecznych są większe, jakoteż jeżeli istniejące stosunki wpływają niekorzystnie na stwardnienie, należy termin zdjęcia rusztowań stosownie przedłużyć.

11. W terminu pod poz. 10. ustanowione należy wliczać tylko wolne od mrozu dni, t. j. takie, w których ciepłota powietrza mierzona w ciągu 24 godzin nie schodzi niżej zera stopni Celsiusa;

z nastaniem jednego lub więcej okresów mroźnych należy owe terminy jeszcze conajmniej o ilość dni mroźnych przedłużyć.

12. Jak poz. 14., w § 11.

13. Zespołów uwolnionych od rusztowań nie wolno w obrębie terminów, ustanowionych pod poz. 2., w § 23., obciążać żadnym znaczniejszem obciążeniem, z wyjątkiem ciężaru stałego.

14. Jak poz. 16., w § 11.

15. Użycie części zespołów z betonu ubijanego, jak belek, płyt, słupów, stopni schodowych itd., wytworzonych na osobnych miejscach roboczych i na miejsce budowy w gotowym już stanie dostarczonych, wymaga w każdym poszczególnym przypadku osobnego pozwolenia. Muszą one odpowiadać postanowieniom §§ 15. do 22. i aż do czasu użycia wykazywać trwanie twarzenia conajmniej przez 6 tygodni.

### C. Próba zespołów.

#### § 23.

Próba obciążenia i złamania. 1. Oprócz prób betonu (§ 21.) należy na żądanie przeprowadzić także próby obciążenia całego zespołu, jakoteż próby obciążenia i wrywkowe próby złamania poszczególnych części zespołu.

2. Prób obciążenia i złamania nie wolno przedsięwziąć przed upływem 6 tygodni po skończeniu ubijania, względnie przed upływem przedłużonego w myśl § 22., poz. 10. i 11., terminu 6tygodniowego.

3. Jak poz. 3., w § 12.

4. Jak poz. 4., w § 12.

5. Jak poz. 5., w § 12.

6. Podczas wyznaczania elastycznych zmian postaci należy brać w rachubę współczynnik sprężystości betonu według poz. 7., w § 16.

7. Jak poz. 7., w § 12.

8. Przed użyciem części zespołów, przewidzianych pod poz. 15., w § 22., należy na żądanie do 100 części i na każde 100 części wybrać po trzy i w myśl postanowień pod poz. 2. i 7. aż do złamania wypróbować. Jeżeli jedna z wybranych części próbnych nie odpowie tym postanowieniom, należy w uzupełnieniu próby wybrać z tej samej ilości (setki) 5 dalszych części i w równy sposób wypróbować. Jeżeli z tych prób uzupełniających chociażby jedna wypadła niedostatecznie, należy odnośną setkę części wykluczyć od użycia; tak samo należy postąpić, jeżeli z pierwotnie do próby wybranych 3 części więcej niż jedna okażą się nieodpowiednie.

## V. Wytrzymałość na zginanie zespołów z żelbetonu ze względu na natężenia normalne.

### 1. Ogólne założenia i wnioski.

Instrukcja co do zespołów z żelbetonu w § 5., pod poz. 8. i 9. (str. 1190 i 1191) postanawia głównie, że największe natężenia cisnące w betonie i ciągnące w żelazie należy obliczać pod tem założeniem, iż pierwotnie płaskie przekroje zespołów żelbetonowych pozostają płaskie także i po odpostaceniu, i że beton nie znosi normalnych natężeń ciągnących; jedynie co do zespołów wystawionych na zginanie a narażonych na wpływy atmosferyczne, wilgoć, parę, dymy lub gazy żelazo niszczące, wymaga poz. 9. wyznaczenia także i największych natężeń ciągnących w betonie. Wreszcie normuje wielkość stałą współczynników sprężystości, które mają służyć za podstawę obliczeń statycznych.

Wiadomo, że belka o przekroju poprzecznym  $F$  i długości  $l$ , pod wpływem ciągnącej lub cisnącej siły  $P$ , działającej w osi podłużnej prostopadle do tego przekroju, doznaje zmiany swej długości, to jest przedłużenia, względnie skrócenia czyli odpostacenia, które w granicach sprężystości (elastyczności) materiału jest wprost proporcjonalne do siły  $P$  i długości  $l$ , a odwrotnie do przekroju  $F$ . Jeżeli zatem przedłużenie, względnie skrócenie jest  $\lambda$ , to powyższy objaw elastyczności daje wyrazić się wzorem

$$\lambda = \frac{1}{E} \cdot \frac{P}{F} \cdot l \quad 232$$

gdzie  $E$  jest współczynnikiem elastyczności.

Z wzoru tego wynika odpostacenie przypadające na jednostkę długości belki

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{P}{F} = \alpha \sigma \quad 233$$

$\varepsilon$  nazywa się wydłużeniem, względnie stłoczeniem, zaś  $\alpha = \frac{1}{E}$  współczynnikiem odpostacenia; zresztą  $\sigma = \frac{P}{F}$  jest natężeniem, przypadającym na jednostkę przekroju poprzecznego.

Równanie 233. jest bliższem określeniem współczynnika elastyczności, a mianowicie: dla  $\varepsilon = 1$ ,  $E = \frac{P}{F} = \sigma$ , to znaczy, że współczynnik elastyczności jest takim natężeniem, które byłoby w stanie belkę o długości  $l = 1$  i przekroju  $F = 1$  wydłużyć względnie stłoczyć

o całkowitą jej długość pierwotną, gdyby to wogóle było możliwe w granicach elastyczności. Znaczenie zatem współczynnika elastyczności ma tylko rachunkową wartość.

Nazwijmy współczynnik sprężystości żelaza na ciśnienie  $E_{ed}$ , na ciągnięcie  $E_{ez}$  (równe zresztą wzajemnie, t. j.  $E_{ed} = E_{ez}$ ) — współczynnik sprężystości betonu na ciśnienie  $E_{bd}$ , na ciągnięcie  $E_{bz}$ , — przypadające na  $1 \text{ cm}^2$  przekroju żelaza natężenie ciśnające  $\sigma_{ed}$ , ciągnące  $\sigma_{ez}$  (równe zresztą wzajemnie na granicy sprężystości i dopuszczalności), — betonu natężenie ciśnające  $\sigma_{bd}$ , ciągnące  $\sigma_{bz}$ , to odnośnie do równania 233.

$$\varepsilon_{ed} = \frac{1}{E_{ed}} \cdot \sigma_{ed} \quad 234$$

$$\varepsilon_{ez} = \frac{1}{E_{ez}} \cdot \sigma_{ez} \quad 235$$

$$\varepsilon_{bd} = \frac{1}{E_{bd}} \cdot \sigma_{bd} \quad 236$$

$$\varepsilon_{bz} = \frac{1}{E_{bz}} \cdot \sigma_{bz} \quad 237$$

Zresztą zgodnie z unormowanym założeniem co do zachowania niezmiennej płaskości przekrojów poprzecznych podczas zginania, elementa żelaza i betonu po jednej stronie i w równych odstępach od osi obojętnej położone ulegają jednakiemu wydłużeniu, względnie skróceniu, to jest  $\varepsilon_{ed} = \varepsilon_{bd}$ ,  $\varepsilon_{ez} = \varepsilon_{bz}$ ; wobec tego zatem odnośnie do powyższych wzorów

$$\frac{1}{E_{ed}} \sigma_{ed} = \frac{1}{E_{bd}} \sigma_{bd}, \text{ a stąd } \sigma_{ed} = \frac{E_{ed}}{E_{bd}} \sigma_{bd} \quad 238$$

$$\frac{1}{E_{ez}} \sigma_{ez} = \frac{1}{E_{bz}} \sigma_{bz}, \quad \sigma_{ez} = \frac{E_{ez}}{E_{bz}} \sigma_{bz}. \quad 239$$

Ponieważ natężenia żelaza ciśnające i ciągnące są na granicy sprężystości i dopuszczalności sobie równe, to jest  $\sigma_{ed} = \sigma_{ez}$ , więc odnośnie do wzorów 238. i 239.

$$\frac{E_{ed}}{E_{bd}} \sigma_{bd} = \frac{E_{ez}}{E_{bz}} \sigma_{bz}, \quad \sigma_{bz} = \frac{E_{bz}}{E_{ez}} \cdot \frac{E_{ed}}{E_{bd}} \sigma_{bd}, \text{ gdy zaś } E_{ed} = E_{ez}, \text{ więc}$$

$$\sigma_{bz} = \frac{E_{bz}}{E_{bd}} \sigma_{bd}. \quad 240$$

Jeżeli

$$\frac{E_{ed}}{E_{bd}} = \frac{E_{ez}}{E_{bd}} = \nu \quad 241$$

$$\frac{E_{bz}}{E_{bd}} = \mu \quad 242$$

to z podzielenia równania pierwszego przez drugie wynika

$$\frac{E_{ez}}{E_{bz}} = \frac{\nu}{\mu} \quad 243$$

wartości te podstawione we wzory 238. do 240. dają

$$\sigma_{ed} = \nu \sigma_{bd} \quad 244$$

$$\sigma_{ez} = \frac{\nu}{\mu} \sigma_{bz} \quad 245$$

$$\sigma_{bz} = \mu \sigma_{bd} \quad 246$$

Zresztą unormowane pod poz. 8. b) i 9. w § 5. instrukcji społecznych sprężystości sprowadzają wzory 241. do 242. do następujących wartości szczegółowych

$$\nu = \frac{E_{ed}}{E_{bd}} = \frac{2100000}{140000} = 15 \quad 247$$

$$\mu = \frac{E_{bz}}{E_{bd}} = \frac{56000}{140000} = 0.4 \quad 248$$

$$\frac{\nu}{\mu} = \frac{E_{ez}}{E_{bz}} = \frac{2100000}{56000} = \frac{15}{0.4} = 37.5 \quad 249$$

## 2. Belki i płyty żelbetonowe prostokątne.

1. Wytrzymałość na zginanie belek i płyt betonowych z pojedynczym szeregiem wkładek żelaznych, bez uwzględnienia normalnych natężeń ciągnących w betonie.

Wszelkie obliczenia wytrzymałości wogóle, a więc i na zginanie odnoszą się do stanu równowagi sił działających na belki, dźwigary itd., a nauka o tej równowadze zowie się statyką i opiera się na następujących trzech głównych warunkach równowagi.

1. Suma wszystkich sił składowych pionowych musi równać się zeru.

2. Suma wszystkich sił składowych poziomych musi równać się zeru.

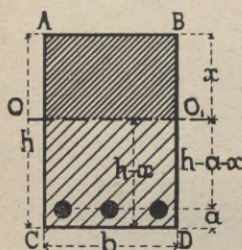
3. Suma wszystkich momentów musi równać się zeru.

Ponieważ każda siła zewnętrzna (ciężar własny i użytkowy belki, dźwigara itp.) daje się rozłożyć na składową pionową i poziomą, więc owe trzy warunki równowagi będą dopełnione, jeżeli wywołane temi siłami zewnętrznymi siły wewnętrzne pionowe i poziome dźwigara itp. będą tak samo wielkie i w kierunkach wprost przeciwnych działające, wobec czego także i momenta ich zrównoważą się z momentami sił zewnętrznych i nie będą mogły spowodować żadnego ruchu.

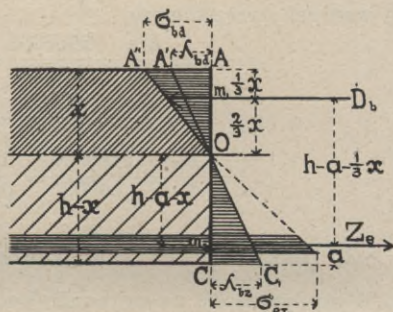


W myśl postanowienia pod poz. 8. e) w § 5. instrukcji (rozdz. IV., str. 1190) należy uważać beton jako nieznoszący ciągnięcia i całe ciągnięcie przenieść na wkładki żelazne; na beton zatem przypadnie jedynie suma wszystkich nateżeń ciskających, które — stosownie do unormowanej stałej wielkości współczynników elastyczności betonu i zasady niezmienności przekroju poprzecznego, — rosną w prostym stosunku od zera w osi obojętnej  $O O_1$  aż do  $A A'' = \sigma_{bd}$  w krawędzi  $AB$  przekroju poprzecznego  $ABCD$ , uwidocznionego w rysunkach 86. i 87.

Rysunek 86.



Rysunek 87.



a) Położenie osi obojętnej. Wypadkowa nateżeń ciskających w części ciśnionej  $AB O_1$  przekroju poprzecznego betonu  $F_{bd} = b x$  (rysunek 86. i 87.) będzie

$$D_b = b x \cdot \frac{\sigma_{bd}}{2} \quad 250$$

wypadkowa zaś nateżeń ciągnących, przypuszczalnie rozłożonych jednostajnie w przekrojach poprzecznych wkładek żelaznych

$$Z_{ez} = F_{ez} \sigma_{ez} \quad 251$$

We wzorach tych jest  $\sigma_{bd}$  nateżenie ciskające w betonie,  $\sigma_{ez}$  nateżenie ciągnące w żelazie w każdym razie na  $1 \text{ cm}^2$  przekroju poprzecznego,  $F_{ez}$  suma wszystkich powierzchni  $f_{ez}$  przekrojów ilości  $m$  wkładek żelaznych, czyli

$$F_{ez} = m f_{ez} \quad 252$$

Według warunku równowagi 2. suma składowych sił poziomych wewnętrznych belki, względnie płyty musi równać się zero, to jest

$$D_b - Z_{ez} = 0 \quad 253$$

czyli

$$b x \frac{\sigma_{bd}}{2} = F_{ez} \sigma_{ez} \quad 254$$

a stąd

$$\sigma_{bd} = \frac{2 F_{ez}}{b x} \sigma_{ez} \quad 255$$

która to wartość za  $\sigma_{bd}$  wstawiona w równanie 236. daje

$$\varepsilon_{bd} = \frac{2 F_{ez}}{b x} \cdot \frac{\sigma_{ez}}{E_{bd}} \quad 256$$

Gdy zaś według przyjętej zasady zachowania płaskości przekroju pierwotny przekrój  $AC$  (rysunek 87.) także po odpostaceniu w położeniu  $AC_1$  jest płaski, więc między śtłoczeniem  $\lambda_{bd}$  betonu a wydłużeniem  $\lambda_{ez}$  wkładek żelaznych zachodzi na podstawie podobieństwa trójkątów  $AOA' \sim COC_1$  proporcjonalność

$$\lambda_{bd} : \lambda_{ez} = x : (h - a - x) \quad 257$$

gdzie  $x$  jest odstęp osi obojętnej od najskrajniejszej krawędzi ciśnionej przekroju całkowitego,  $h$  jego wysokość,  $a$  odstęp środka ciężkości przekrojów wkładek żelaznych od najskrajniejszej krawędzi ciągnionej przekroju belki, względnie płyty.

Proporcja 257. nie zmieni się po podzieleniu pierwszego i drugiego jej człona przez długość  $l$  belki

$$\frac{\lambda_{bd}}{l} : \frac{\lambda_{ez}}{l} = x : (h - a - x), \text{ gdy zaś } \frac{\lambda_{bd}}{l} : \frac{\lambda_{ez}}{l} = \varepsilon_{bd} : \varepsilon_{ez}, \text{ więc}$$

$$\varepsilon_{bd} : \varepsilon_{ez} = x : (h - a - x) \quad 258$$

a po podstawieniu wartości z równań 235. i 256.

$$\frac{2 F_{ez}}{b x} \cdot \frac{\sigma_{ez}}{E_{bd}} : \frac{\sigma_{ez}}{E_{ez}} = x : (h - a - x), \quad \frac{2 F_{ez}}{b x} \cdot \frac{\sigma_{ez}}{E_{bd}} (h - a - x) = \frac{\sigma_{ez}}{E_{ez}} x$$

$$x = \frac{2 F_{ez}}{b x} \cdot \frac{E_{ez}}{E_{bd}} (h - a - x) \text{ odnośnie do wzoru 241. i po wymnożeniu}$$

$$x^2 = \frac{2 F_{ez}}{b} \cdot \nu (h - a) - \frac{2 F_{ez}}{b} \nu x, \quad x^2 + \frac{2 \nu F_{ez}}{b} x = \frac{2 \nu F_{ez}}{b} (h - a) \text{ stąd}$$

$$x = -\frac{\nu F_{ez}}{b} + \sqrt{\frac{\nu^2 F_{ez}^2}{b^2} + \frac{2 \nu F_{ez}}{b} (h - a)} = -\frac{\nu F_{ez}}{b} +$$

$$+ \sqrt{\frac{\nu^2 F_{ez}^2}{b^2} + \frac{2 \nu^2 F_{ez}^2 b (h - a)}{b^2 \nu F_{ez}}}$$

ostatecznie odstęp osi obojętnej przekroju belki od najkrajniejszej krawędzi ciśnionej tegoż przekroju

$$x = \frac{\nu F_{ez}}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 b (h - a)}{\nu F_{ez}}} \right] \quad 259$$

gdzie wszystkie wartości z prawej strony liczone w centymetrach dają  $x$  w centymetrach.

Wartości z równań **235.** i **236.** podstawione w równanie **258.** dają

$$\frac{\sigma_{bd}}{E_{bd}} : \frac{\sigma_{ez}}{E_{ez}} = x : (h-a-x), \quad \frac{\sigma_{ez}}{E_{ez}} x = \frac{\sigma_{bd}}{E_{bd}} (h-a-x), \quad \sigma_{ez} = \frac{E_{ez}}{E_{bd}} \cdot \frac{h-a-x}{x} \sigma_{bd}$$

$$\sigma_{ez} = \nu \cdot \frac{h-a-x}{x} \cdot \sigma_{bd} \quad \mathbf{260}$$

Z równania tego można wyznaczyć także  $x$ , jeżeli są dane  $a$ ,  $h$ ,  $\nu$ ,  $\sigma_{ez}$ ,  $\sigma_{bd}$ :

$$\sigma_{ez} x = \nu \sigma_{bd} (h-a) - \nu \sigma_{bd} x, \quad (\sigma_{ez} + \nu \sigma_{bd}) x = \nu \sigma_{bd} (h-a) \text{ wreszcie}$$

$$x = \frac{\nu \sigma_{bd} (h-a)}{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}} = \frac{\nu s_{bd} (h-a)}{\nu s_{bd} + s_{ez}} \quad \mathbf{261}$$

gdzie  $s_{bd}$  i  $s_{ez}$  są odnośne natężenia, unormowane pod poz. 1. w § 6. instrukcji.

b) Największe natężenie cisnące w betonie. Według warunku równowagi 3. moment  $M$  wszystkich sił zewnętrznych belki równa się momentowi pary sił wewnętrznych  $D_b$  i  $Z_e$ , który to moment względem punktu obrotu  $m_2$  (rys. 87.) będzie, jak wiadomo  $D_b \left( h - a - \frac{x}{3} \right)$ , albo względem  $m_1$   $Z_e \left( h - a - \frac{x}{3} \right)$ , a zatem

$$M = D_b \left( h - a - \frac{x}{3} \right) \quad \mathbf{262}$$

$$\text{albo } M = Z_e \left( h - a - \frac{x}{3} \right) \quad \mathbf{263}$$

a po podstawieniu wartości z wzorów **250.** i **251.**

$$M = b x \left( h - a - \frac{x}{3} \right) \frac{\sigma_{bd}}{2} \quad \mathbf{264}$$

$$\text{albo } M = F_{ez} \left( h - a - \frac{x}{3} \right) \sigma_{ez} \quad \mathbf{265}$$

Największe zatem natężenie cisnące w betonie wynika z wzoru **264.**

$$\sigma_{bd} = \frac{2M}{b x \left( h - a - \frac{x}{3} \right)} \quad \mathbf{266}$$

To natężenie można jeszcze w inny sposób obliczyć. Wiadomo, iż moment pary sił wewnętrznych  $D_b$  i  $Z_{ez}$  wyrażony prawą stroną równania **262.**, względnie **263.** pozostaje niezmienny także i względem punktu obrotu  $O$  w osi obojętnej przekroju; odnośnie więc do rysunku 87. i wzorów **250.**, **251.** będzie i w tym razie moment sił wewnętrznych  $M = D_{bd} \cdot \frac{2}{3} x + Z_{ez} (h - a - x) = b x \cdot \frac{\sigma_{bd}}{2} \cdot \frac{2}{3} x + F_{ez} \sigma_{ez} (h - a - x)$ , a na podstawie wartości za  $\sigma_{ez}$  z wzoru **260.**

$$M = \frac{1}{3} b x^2 \sigma_{bd} + F_{ez} (h - a - x) \nu \frac{h - a - x}{x} \sigma_{bd}, \quad Mx = \left[ \frac{1}{3} b x^3 + \right. \\ \left. + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 \right] \sigma_{bd} \text{ stąd wreszcie}$$

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{\frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2} = \frac{Mx}{J_i} \quad 267$$

Mianownik ułamka po prawej stronie tego równania jest właściwie momentem bezwładności względem osi obojętnej pomyślanego, czyli idealnego przekroju poprzecznego

$$F_i = F_{bd} + \nu F_{ez} \quad 268$$

który ma znaczenie przekroju raczej równoważnego, niż rzeczywistego, gdyż  $\nu$  krotność powierzchni  $F_{ez}$  poprzecznych przekrojów wszystkich ciągnionych wkładek żelaznych przedstawia właśnie tak wielką stosunkowo powierzchnię przekroju betonu, iż byłaby w stanie wytrzymać siłę ciągnącą  $Z_e$  wkładek rzeczonych.

Sam moment bezwładności względem osi obojętnej czyli linii zerowej  $O O_1$  idealnego przekroju  $F_i$  (wzór 268.)

$$J_i = \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 = J_{bd} + \nu J_{ez} \quad 269$$

gdzie oczywiście  $J_{bd} = \frac{1}{3} b x^3$ ,  $\nu J_{ez} = \nu F_{ez} (h - a - x)^2$ ; wprawdzie moment bezwładności wkładek powinien być

$$\nu J_{ez} = J_{ez}^0 + F_{ez}' (h - a - x)^2 \quad 270$$

gdzie  $J_{ez}^0$  jest momentem bezwładności względem osi przechodzącej przez środek ciężkości przekroju wkładek; zresztą jest on stosunkowo tak mały, iż można go opuścić bez ujemy dla wyniku obliczenia statycznego.

Wobec całego powyższego wywodu wzór 267. sprowadza się do równania znanego, służącego do obliczania wytrzymałości belek itp. z materiału jednolitego:

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{J_i} = \frac{M}{\frac{J_i}{x}} = \frac{M}{W_i} \quad 271$$

gdzie  $W_i$  jest momentem oporu idealnego przekroju  $F_i$ .

Z tego zaś idzie dalej ten wniosek, że po wprowadzeniu w rachunek odpowiedniego przekroju idealnego  $F_i$  jako równoważnego, daje się obliczyć wytrzymałość belek żelbetonowych itp. w ten

sposób i na podstawie tych samych wzorów, jak wytrzymałość belek itp. z materiału jednolitego, to jest z drzewa, żelaza itp.

c) Największe natężenie ciągnące wkładek żelaznych wynika z wzoru 265., a mianowicie

$$\sigma_{ez} = \frac{M}{F_{ez} \left( h - a - \frac{x}{3} \right)} \quad 272$$

albo też, po podstawieniu wartości  $\sigma_{bd}$ , wynikającej z wzoru 260., to jest

$$\sigma_{bd} = \frac{x}{\nu(h-a-x)} \sigma_{ez} \quad 273$$

we wzór 271 otrzymujemy

$$\frac{x}{\nu(h-a-x)} \sigma_{ez} = \frac{Mx}{J_i}, \text{ stąd } \sigma_{ez} = \frac{\nu M(h-a-x)}{J_i} \quad 274$$

d) Wyznaczenie rozmiarów przekroju belek i płyt wynika z równania 266. po podstawieniu wartości za  $x$  z wzoru 261.

$$\begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{2M}{b \frac{\nu \sigma_{bd}(h-a)}{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}} (h-a) - \frac{b}{3} \left( \frac{\nu \sigma_{bd}(h-a)}{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}} \right)^2} = \\ &= \frac{6M}{b \frac{\nu \sigma_{bd}}{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}} (h-a)^2 \left( 3 - \frac{\nu \sigma_{bd}}{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}} \right)} = \\ &= \frac{6M}{b \frac{\nu \sigma_{bd}}{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}} \cdot \frac{3\nu \sigma_{bd} + 3\sigma_{ez} - \nu \sigma_{bd}}{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}} (h-a)^2} = \\ (h-a)^2 &= \frac{6M}{b \frac{\nu \sigma_{bd}^2}{(\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez})^2} (2\nu \sigma_{bd} + 3\sigma_{ez})} = \frac{(\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez})^2}{\sigma_{bd}^2} \times \\ &\times \frac{6M}{b \nu (2\nu \sigma_{bd} + 3\sigma_{ez})} \\ h-a &= \frac{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} \cdot \sqrt{\frac{6M}{b \nu (2\nu \sigma_{bd} + 3\sigma_{ez})}} \quad 275 \end{aligned}$$

a po podstawieniu unormowanych dopuszczalnych natężeń i po stosownym układzie czynników otrzymujemy

$$h-a = \frac{\nu s_{bd} + s_{ez}}{s_{bd}} \cdot \sqrt{\frac{6}{\nu(2\nu s_{bd} + 3s_{ez})}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = C \sqrt{\frac{M}{b}} \quad 276$$

$$\text{gdzie } C = \frac{\nu s_{bd} + s_{ez}}{s_{bd}} \cdot \sqrt{\frac{6}{\nu(2\nu s_{bd} + 3s_{ez})}}$$

Jeżeli  $h - a$  jest dane, to z wzoru 275. wynika

$$b = \left( \frac{\sqrt{s_{bd}} + s_{ez}}{s_{bd}} \right)^2 \cdot \frac{6}{\sqrt{2\sqrt{s_{bd}} + 3s_{ez}}} \cdot \frac{M}{(h-a)^2} = C^2 \frac{M}{(h-a)^2} \quad 277$$

gdzie

$$C^2 = \left( \frac{\sqrt{s_{bd}} + s_{ez}}{s_{bd}} \right)^2 \cdot \frac{6}{\sqrt{2\sqrt{s_{bd}} + 3s_{ez}}} \quad 278$$

Po podstawieniu we wzory 276. do 278. unormowanych w § 6. pod poz. 1. instrukcji (rozdz. IV., str. 1194.) dopuszczalnych natężeń ciskających w betonie, zależnych od jego mieszaniny, oraz ciągnących w żelazie spawalnym i zlewnem, otrzymujemy następujące wzory szczegółowe.

$a_1$ ) Dla betonu, złożonego w stosunku 470 *kg* cementu portlandzkiego do 1  $m^3$  mieszaniny piasku z kamykami o natężeniu ciskającym  $s_{bd} = 42 \text{ kg/cm}^2$ ,

$a$ ) gdy żelazo wkładki jest spawalne o dopuszczalnym ciągnącym natężeniu  $s_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ :

$$C_\alpha = \frac{15 \times 42 + 900}{42} \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{6} 15 (2 \times 15 \times 42 + 3 \times 900)}} =$$

$$= 36.42857 \times 0.0100504 = 0.36612$$

$$(C_\alpha)^2 = 0.13404, \text{ stąd}$$

$$h - a = 0.36612 \sqrt{\frac{M}{b}} = C_\alpha \sqrt{\frac{M}{b}} \quad 279$$

$$b = 0.13404 \frac{M}{(h-a)^2} = (C_\alpha)^2 \frac{M}{(h-a)^2} \quad 280$$

$\beta$ ) gdy żelazo jest zlewno o natężeniu  $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ :

$$C'_\alpha = \frac{15 \times 42 + 1000}{42} \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{6} 15 (2 \times 15 \times 42 + 3 \times 1000)}} =$$

$$= \frac{38.80952}{103.1988} = 0.37606$$

$$(C'_\alpha)^2 = 0.14142,$$

$$h - a = 0.37606 \sqrt{\frac{M}{b}} = C'_\alpha \sqrt{\frac{M}{b}} \quad 281$$

$$b = 0.14142 \frac{M}{(h-a)^2} = (C'_\alpha)^2 \frac{M}{(h-a)^2} \quad 282$$

$b_1$ ) Dla betonu, złożonego w stosunku 350 *kg* cementu portlandzkiego do 1  $m^3$  mieszaniny piasku z kamykami o natężeniu  $s_{bd} = 37 \text{ kg/cm}^2$ ,

α) gdy żelazo wkładek spawalne o natężeniu  $s_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ :

$$C_{\beta} = \frac{15 \times 37 + 900}{37} \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{6} 15 (2 \times 15 \times 37 + 3 \times 900)}} =$$

$$= \frac{39 \cdot 324324}{97 \cdot 596106} = 0.40293$$

$$(C_{\beta})^2 = 0.16235$$

$$h - a = 0.40293 \sqrt{\frac{M}{b}} = C_{\beta} \sqrt{\frac{M}{b}} \quad 283$$

$$b = 0.16235 \frac{M}{(h - a)^2} = (C_{\beta})^2 \frac{M}{(h - a)^2} \quad 284$$

β) gdy żelazo wkładek zlewne o natężeniu  $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ :

$$C'_{\beta} = \frac{15 \times 37 + 900}{37} \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{6} 15 (2 \times 15 \times 37 + 3 \times 900)}} =$$

$$= \frac{42 \cdot 027027}{101 \cdot 365674} = 0.41461,$$

$$(C'_{\beta})^2 = 0.17190,$$

$$h - a = 0.41461 \sqrt{\frac{M}{b}} = C'_{\beta} \sqrt{\frac{M}{b}} \quad 285$$

$$b = 0.17190 \frac{M}{(h - a)^2} = (C'_{\beta})^2 \frac{M}{(h - a)^2} \quad 286$$

c<sub>1</sub>) Dla betonu, złożonego w stosunku 280 *kg* cementu portlandzkiego do 1 *m*<sup>3</sup> mieszanki piasku z kamykami o natężeniu  $s_{bd} = 32 \text{ kg/cm}^2$ ,

α) gdy żelazo wkładek spawalne o natężeniu  $s_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ :

$$C_{\gamma} = \frac{15 \times 32 + 900}{32} \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{6} 15 (15 \times 2 \times 32 + 3 \times 900)}} =$$

$$= 0.45084, \quad (C_{\gamma})^2 = 0.20325,$$

$$h - a = 0.45084 \sqrt{\frac{M}{b}} = C_{\gamma} \sqrt{\frac{M}{b}} \quad 287$$

$$b = 0.20325 \frac{M}{(h - a)^2} = (C_{\gamma})^2 \frac{M}{(h - a)^2} \quad 288$$

β) gdy żelazo wkładki zlewne o natężeniu  $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ :

$$C'_{\gamma} = \frac{15 \times 32 + 1000}{32} \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{6} 15 (2 \times 15 \times 32 + 3 \times 1000)}} =$$

$$= \frac{46 \cdot 25}{99 \cdot 49874} = 0 \cdot 46483,$$

$$(C'_{\gamma})^2 = 0 \cdot 21607,$$

$$h - a = 0 \cdot 46483 \sqrt{\frac{M}{b}} = C'_{\gamma} \sqrt{\frac{M}{b}} \quad 289$$

$$b = 0 \cdot 21607 \frac{M}{(h - a)^2} = (C'_{\gamma})^2 \frac{M}{(h - a)^2} \quad 290$$

e) Wyznaczenie przekroju wkładki żelaznych. Z równania 254. wynika

$$F_{ez} = \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{ez}} \cdot \frac{b x}{2} \quad 291$$

a po podstawieniu wartości za  $x$  z wzoru 261.

$$F_{ez} = \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{ez}} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{\nu \sigma_{bd}}{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}} (h - a)$$

$$F_{ez} = \frac{b \nu \sigma_{bd}^2}{2 \sigma_{ez}} \cdot \frac{h - a}{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}} \quad 292$$

albo zamiast  $h - a$  wartość z równania 275.

$$F_{ez} = \frac{b \nu \sigma_{bd}^2}{2 \sigma_{ez}} \cdot \frac{1}{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}} \cdot \frac{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} \sqrt{\frac{6 M}{b \nu (2 \nu \sigma_{bd} + 3 \sigma_{ez})}} =$$

$$= \frac{b \nu \sigma_{bd}}{2 \sigma_{ez}} \sqrt{\frac{6 M}{b \nu (2 \nu \sigma_{bd} + 3 \sigma_{ez})}}$$

$$F_{ez} = \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{ez}} \sqrt{\frac{3 b \nu M}{2 (2 \nu \sigma_{bd} + 3 \sigma_{ez})}} = C_1 \sqrt{b M} \quad 293$$

gdzie

$$C_1 = \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{ez}} \sqrt{\frac{3 \nu}{2 (2 \nu \sigma_{bd} + 3 \sigma_{ez})}} \quad 294$$

Odnosnie do równania 252. ilość wkładek żelaznych

$$m = \frac{F_{ez}}{f_{ez}} \quad 295$$

zaś wzajemny odstęp  $e_1$  wkładek wynika z proporcji

$$e_1 : b = f_{ez} : F_{ez} \quad e_1 = b \frac{f_{ez}}{F_{ez}} = \frac{b}{m} \quad 296$$

Odnosnie zresztą do równania 293. moment sił zewnętrznych

$$M = \frac{2 (2 \nu \sigma_{bd} + 3 \sigma_{ez}) \sigma_{ez}^2}{3 b \nu \sigma_{bd}^2} \cdot F_{ez}^2 = \frac{F_{ez}^2}{b C_1^2} \quad 297$$



a z równania 276.

$$M = \frac{b \nu (2 \nu \sigma_{bd} + 3 \sigma_{ez}) \sigma_{bd}^2}{6 (\nu \sigma_{bd} + 3 \sigma_{ez})^2} \cdot (h - a)^2 = \frac{b (h - a)^2}{C^2} \quad 298$$

Unormowane w § 6. pod poz. 1. instrukcji (rozdz. IV., str. 1194.) dopuszczalne natężenia cisnące w betonie, oraz ciągnące w żelazie spawalnym i zlewnem, wstawione we wzór 293., względnie 294. dają w uzupełnieniu poprzednich na str. 1221. pod  $a_1$ ),  $b_1$ ),  $c_1$ ) zestawionych wzorów szczegółowych następujące dalsze:

do  $a_1 \alpha$ ):

$$C_{1\alpha} = \frac{42}{900} \sqrt{\frac{3 \times 15}{2(2 \times 15 \times 42 + 3 \times 900)}} = \frac{0.046666}{13.266499} = 0.0035176$$

$$F_{ez} = 0.0035176 \sqrt{b M} \quad 299$$

do  $a_1 \beta$ ):

$$C'_{1\alpha} = \frac{42}{1000} \sqrt{\frac{3 \times 15}{2(2 \times 15 \times 42 + 3 \times 1000)}} = 0.042 \sqrt{\frac{3}{586}} = 0.0030524,$$

$$F_{ez} = 0.0030524 \sqrt{b M} \quad 300$$

do  $b_1 \alpha$ ):

$$C_{1\beta} = \frac{37}{900} \sqrt{\frac{3 \times 15}{2(2 \times 15 \times 37 + 3 \times 900)}} = 0.0411111 \sqrt{\frac{3}{508}} =$$

$$= 0.0031592, \quad F_{ez} = 0.0031592 \sqrt{b M} \quad 301$$

do  $b_1 \beta$ ):

$$C'_{1\beta} = \frac{37}{1000} \sqrt{\frac{3 \times 15}{2(2 \times 15 \times 37 + 3 \times 1000)}} = 0.037 \sqrt{\frac{3}{548}} =$$

$$= 0.0027376, \quad F_{ez} = 0.0027376 \sqrt{b M} \quad 302$$

do  $c_1 \alpha$ ):

$$C_{1\gamma} = \frac{32}{900} \sqrt{\frac{3 \times 15}{2(2 \times 15 \times 32 + 3 \times 900)}} = 0.035555 \sqrt{\frac{3}{488}} =$$

$$= 0.0027878, \quad F_{ez} = 0.0027878 \sqrt{b M} \quad 303$$

do  $c_1 \beta$ ):

$$C'_{1\gamma} = \frac{32}{1000} \sqrt{\frac{3 \times 15}{2(2 \times 15 \times 32 + 3 \times 1000)}} = 0.032 \sqrt{\frac{3}{528}} =$$

$$= 0.0024121, \quad F_{ez} = 0.0024121 \sqrt{b M} \quad 304$$

#### PRZYKŁAD I.

Obliczyć grubość  $h$  płyty z betonu, złożonego w stosunku 350 kg cementu portlandzkiego do 1 m<sup>3</sup> mieszanki piasku z kamykami, wolno wspartej dwoma końcami na dolnych pasach trawers stropu mieszkaniowego ułożonych we wzajemnych odstępach  $e = 2$  m od

osi do osi, z wkładkami z żelaza spawalnego, równoległymi do rozpiętości po stronie ciągnionej przekroju płyty.

Według istniejących norm ciężar własny  $g$  stropu mieszkaniowego — ale bez trawers, które nie obciążają wcale płyty — wynosi

$g = 420 + (0.10 - 0.05) \times 1 \times 1 \times 2400 = 540 \text{ kg/m}^2$ , ciężar zaś użytkowy  $p = 250 \text{ kg/m}^2$ ; całkowite zatem obciążenie płyty zamierzonej

$$q = g + p = 540 + 250 = 790 \text{ kg/m}^2;$$

statyczna rozpiętość płyty  $l = e = 2 \text{ m}$  jest w myśl § 5., poz. 1., instrukcji (str. 1188.) określona samym już sposobem podparcia.

Moment zgjęcia

$$M = \frac{100}{8} q l^2 = 12.5 \times 790 \times 2^2 = 39500 \text{ kgcm},$$

grubość zaś płyty według wzoru 283.

$$h - a = 0.40293 \sqrt{\frac{M}{b}};$$

ponieważ  $M$  jest dane, więc pozostają jeszcze trzy niewiadome, z których dwie trzeba przyjąć, a mianowicie  $b = 100 \text{ cm}$ ,  $a = 2 \text{ cm}$ ; będzie więc

$$h - 2 = 0.40293 \sqrt{\frac{39500}{100}} = 0.40293 \sqrt{395} = 0.40293 \times 19.8746 = 8.008$$

stąd grubość płyty  $h = 8 + 2 = 10 \text{ cm}$ . Wkładki żelazne według wzoru 301.

$$F_{ez} = 0.0031592 \sqrt{100 \times 39500} = 0.0031592 \times 1987.46 = 6.2788 \text{ cm}^2.$$

Przyjmijmy, że wkładki są z żelaza krągłego o średnicy  $\delta$ , to przekrój poprzeczny każdej z nich

$$f_{ez} = \pi \frac{\delta^2}{4} = 0.7854 \delta^2 \quad \mathbf{305}$$

a jeżeli będzie  $\delta = 1 \text{ cm}$ , to odnośnie do wzoru 295. ilość wkładek naszych

$$m = \frac{F_{ez}}{f_{ez}} = \frac{6.2788}{0.7854} = 7.99, \text{ czyli okrągło } m = 8,$$

zaś wzajemny ich odstęp według wzoru 296.

$$e_1 = b \frac{f_{ez}}{F_{ez}} = \frac{b}{m} = \frac{100}{8} = 12.5 \text{ cm}.$$

Ponieważ według poz. 24. w § 5. instrukcji (rozdz. IV., str. 1193.) musi conajmniej:  $e_1 = 2 \text{ cm}$  w ogóle, względnie  $e_1 = \delta$ , jeżeli  $\delta > 2 \text{ cm}$ , więc  $e_1 = 12.5 \text{ cm}$  odpowiada temu paragrafowi.

## PRZYKŁAD II.

Czy płyta żelbetonowa o mieszaninie jak poprzednia jest dostatecznie wytrzymała do stropu szkolnego trawersowego, jeżeli jej grubość  $h = 12$  cm, rozpiętość w świetle  $l_1 = 2.2$  m, wkładki z żelaza spawalnego kragłe 1 cm grube, we wzajemnych odstępach  $e_1 = 10.5$  cm od osi do osi osadzone i odległe od najskrajniejszej krawędzi ciągniętej przekroju płyty na 2 cm.

Ciążar własny stropu z płytą, nasypką, wybetonowaniem trawers w około, wyprawą i podłogą  $g = 420 + (0.12 - 0.05)2400 \cong 590$  kg/m<sup>2</sup>, ciężar użytkowy  $p = 300$  kg/m<sup>2</sup>, obciążenie zatem całkowite  $q = 590 + 300 = 890$  kg/cm<sup>2</sup>.

Według poz. 1. w § 5. instrukcji rozpiętość statyczna  $l = l_1 + 0.05 l_1 = 1.05 l_1$ , gdy zaś  $l_1 = 2.2$  m, więc  $l \cong 2.35$  m.

$$\text{Moment zgjęcia } M = \frac{100}{8} q l^2 = 12.5 \times 890 \times 2.35^2 = 61437.81 \text{ kgcm.}$$

Oдноśnie do wzoru 296.

$$F_{ez} = b \frac{f_{ez}}{e_1} \quad 306$$

stad

$$f_{ez} = e_1 \cdot \frac{F_{ez}}{b} \quad 307$$

$$\text{dla } f_{ez} = \frac{\delta^2}{4} \pi = 0.7854 \delta^2, \quad \delta^2 = \frac{1}{0.7854} e_1 \cdot \frac{F_{ez}}{b}$$

$$\delta = 1.128377 \sqrt{e_1 \frac{F_{ez}}{b}} = 1.128377 \sqrt{f_{ez}} \quad 308$$

$$\text{gdy zaś } b = 100 \text{ cm, } e_1 = 10.5 \text{ cm, } f_{ez} = 0.7854 \times 12^2 = \pi \frac{\delta^2}{4} = \\ = 0.7854 \text{ cm}^2, \text{ więc } F_{ez} = 100 \frac{0.7854}{10.5} = 7.48 \text{ cm}^2.$$

Odstęp  $x$  osi obojętnej od górnej krawędzi ciśnionej przekroju płyty według wzoru 259.

$$x = \frac{\nu F_{ez}}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2b(h-a)}{\nu F_{ez}}} \right] = \\ = \frac{15 \times 7.48}{100} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 100(12-2)}{15 \times 7.48}} \right] = \\ = 1.122 \left[ -1 + \sqrt{18.82531194} \right] = 1.122 \times 3.3388, \quad x = 3.75 \text{ cm.}$$

Największe natężenie ciśnące w betonie płyty według wzoru 266.

$$\begin{aligned}\sigma_{bd} &= \frac{2M}{bx\left(h - a - \frac{x}{3}\right)} = \frac{2 \times 61437 \cdot 81}{100 \times 3 \cdot 75 \left(12 - 2 - \frac{3 \cdot 75}{3}\right)} = \\ &= \frac{122875 \cdot 62}{375 \times 8 \cdot 75} = \frac{122875 \cdot 62}{3281 \cdot 25}\end{aligned}$$

$\sigma_{bd} = 37 \cdot 45 \text{ kg/cm}^2$ , gdy zaś unormowane pod poz. 1. w § 6. instrukcji największe dopuszczalne ciśnienie w betonie wynosi tylko  $37 \text{ kg/cm}^2$ , więc obliczone właśnie ciśnienie  $\sigma_{bd} = 37 \cdot 45 \text{ kg/cm}^2$  jest o  $0 \cdot 45 \text{ kg/cm}^2$  za wielkie.

Największe natężenie ciągnące we wkładkach żelaznych wynika z wzoru 272., a mianowicie

$$\begin{aligned}\sigma_{cz} &= \frac{M}{F_{cz}\left(h - a - \frac{x}{3}\right)} = \frac{61437 \cdot 81}{7 \cdot 48 \left(12 - 2 - \frac{3 \cdot 75}{3}\right)} = \frac{61437 \cdot 81}{65 \cdot 45} = \\ &= 938 \cdot 70 \text{ kg/cm}^2,\end{aligned}$$

i jest o  $38 \cdot 7 \text{ kg/cm}^2$  większe ponad unormowaną w zacytowanym właśnie paragrafie granicę dopuszczalną.

Chociażby zresztą jedno tylko z obu obliczonych natężeń przekroczyło granicę dopuszczalną w sposób wyżej wykazany, to płyta nasza byłaby do zamierzonego celu bezwarunkowo niedostatecznie wytrzymałą.

Celem podniesienia wytrzymałości projektowanej płyty przyjmijmy teraz większą grubość jej wkładek, to jest  $\delta = 1 \cdot 1 \text{ cm}$ ; w takim razie będzie

$$f_{cz} = 0 \cdot 7854 \times 1 \cdot 1^2 = 0 \cdot 7854 \times 1 \cdot 21 = 0 \cdot 9503 \text{ cm}^2,$$

$$F_{cz} = 100 \cdot \frac{0 \cdot 9503}{10 \cdot 5} = 9 \cdot 05 \text{ cm}^2,$$

$$x = \frac{15 \times 9 \cdot 05}{100} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 100 (12 - 2)}{15 \times 9 \cdot 05}} \right] =$$

$$= 1 \cdot 3575 \left[ -1 + \sqrt{\frac{2135 \cdot 75}{135 \cdot 75}} \right] = 1 \cdot 3575 \times 2 \cdot 9665,$$

$$x = 4 \cdot 03 \text{ cm}.$$

$$\sigma_{bd} = \frac{2 \times 61437 \cdot 81}{100 \times 4 \cdot 03 \left(12 - 2 - \frac{4 \cdot 03}{3}\right)} = \frac{122875 \cdot 62}{3488 \cdot 771} = 35 \cdot 22 \text{ kg/cm}^2.$$

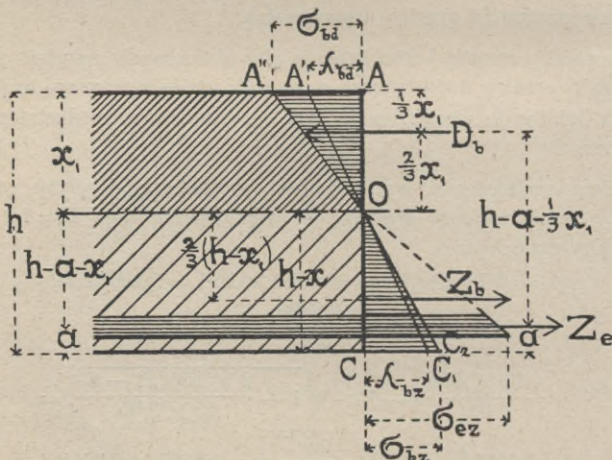
$$\sigma_{ez} = \frac{61437 \cdot 81}{9 \cdot 05 \left( 12 - 2 - \frac{4 \cdot 03}{3} \right)} = \frac{61437 \cdot 81}{9 \cdot 05 \times 8 \cdot 657} = \frac{61437 \cdot 81}{78 \cdot 34585} = 784 \cdot 19 \text{ kg/cm}^2.$$

Okazuje się więc, że wskutek zgrubienia wkładek z żelaza spawalnego na  $\delta = 1 \cdot 1 \text{ cm}$  zarówno wykazane największe napięcie ciskające  $\sigma_{ba}$  w betonie, jakoteż i ciągnące w żelazie pozostają już w granicach dopuszczalności, wobec czego płyta byłaby aż nadto wytrzymała do zamierzonego celu.

**2.** Wytrzymałość belek i płyt żelbetonowych poprzednio określonych, ale z uwzględnieniem normalnych napięć ciągnących w betonie.

W myśl poz. 9. w § 5. instrukcji (str. 1191.) dźwigary żelbetonowe, wystawione na działanie atmosfery, wilgoci, pary, dymu i gazów niszczących żelazo, trzeba badać także co do największego napięcia ciągnącego w betonie. Kwestja ta w odniesieniu do belek i płyt żelbetonowych o przekroju prostokątnym z jednostronnym szeregiem pojedynczym wkładek żelaznych ciągniętych przedstawia się w sposób następujący.

Rysunek 88.



Przedewszystkiem wysokość  $h$  i szerokość  $b$  przekroju poprzecznego belki, względnie płyty, oraz powierzchnia  $F_{ez}$  wkładek muszą być tak wielkie, by mogły wytrzymać całkowite ciągnięcie bez współdziałania betonu; należy je zatem obliczać według wzorów 275. do 304. (str. 1220. i 1224.)

Oczywiście w razie uwzględnienia nateżeń ciągnących w betonie, odstęp  $x$  osi obojętnej od najskrajniejszej krawędzi ciśnionej przekroju poprzecznego wypadnie tu odmienny.

Odnośnie do rysunku 88. siła cisnąca w betonie  $D_b = b x \frac{\sigma_{bd}}{2}$ , siła ciągnąca w betonie  $Z_b = b (h - x) \frac{\sigma_{bz}}{2}$ , a siła ciągnąca we wkładkach żelaznych, rozłożona przypuszczalnie jednostajnie  $Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}$ ; gdy zaś według warunku 2. równowagi statycznej (str. 1215.)

$$D_b - Z_b - Z_e = 0, \text{ więc } \frac{b x}{2} \sigma_{bd} = \frac{b (h - x)}{2} \sigma_{bz} + F_{ez} \sigma_{ez} \quad 309$$

Na zasadzie wzoru 258. wynika z podobieństwa trójkątów  $AOA' \sim COC_1$  (rysunek 88.) proporcja

$$\varepsilon_{bd} : \varepsilon_{bz} = x : (h - x) \quad 310$$

a odnośnie do wzorów 236., 237., 242.

$$\frac{\sigma_{bd}}{E_{bd}} : \frac{\sigma_{bz}}{E_{bz}} = x : (h - x), \text{ albo } \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{bz}} \cdot \frac{E_{bz}}{E_{bd}} = \frac{x}{h - x},$$

$$\mu \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{bz}} = \frac{x}{h - x}, \text{ stąd } \sigma_{bd} = \frac{x}{\mu (h - x)} \sigma_{bz} \quad 311$$

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu (h - x)}{x} \sigma_{bd} \quad 312$$

wreszcie po podstawieniu tu wartości za  $\sigma_{bd}$  z wzoru 260. będzie

$$\sigma_{ez} = \frac{\nu (h - a - x)}{\mu (h - x)} \sigma_{bz} \quad 313$$

Wartości za  $\sigma_{bz}$  i  $\sigma_{ez}$  z wzorów 312. i 260. wstawione we wzór 309. dają

$$\frac{b x}{2} \sigma_{bd} = \frac{b (h - x)}{2} \cdot \frac{\mu (h - x)}{x} \sigma_{bd} + F_{ez} \frac{\nu (h - a - x)}{x} \sigma_{bd},$$

$$b x^2 = \mu b h^2 - 2 \mu b h x + \mu b x^2 + 2 \nu F_{ez} (h - a) - 2 \nu F_{ez} x,$$

$$b (1 - \mu) x^2 + 2 (\mu b h + \nu F_{ez}) x = \mu b h^2 + 2 \nu F_{ez} (h - a),$$

$$x^2 + \frac{2 (\mu b h + \nu F_{ez})}{b (1 - \mu)} x = \frac{\mu b h^2 + 2 \nu F_{ez} (h - a)}{b (1 - \mu)},$$

$$x = - \frac{\mu b h + \nu F_{ez}}{b (1 - \mu)} + \sqrt{\left( \frac{\mu b h + \nu F_{ez}}{b (1 - \mu)} \right)^2 + \frac{\mu b h^2 + 2 \nu F_{ez} (h - a)}{b (1 - \mu)}} \quad 314$$

albo pomnożywszy drugi wyraz ułamkowy pod znakiem pierwiastka przez  $\frac{(\mu b h + \nu F_{ez})^2 b (1 - \mu)}{b (1 - \mu) (\mu b h + \nu F_{ez})^2}$  i wyłączywszy spólny czynnik poza znak pierwiastka i nawias, otrzymamy

$$x = \frac{\mu b h + \nu F_{ez}}{b(1-\mu)} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{\mu b h^2 + 2\nu F_{ez}(h-a)}{(\mu b h + \nu F_{ez})^2} \cdot b(1-\mu)} \right\} \quad 315$$

gdy zaś odnośnie do wzorów 247. i 248.  $\nu = 15$ ,  $\mu = 0.4$ , więc po podstawieniu tych wartości we wzór 314., względnie 315. otrzymamy

$$x = -\frac{0.4 b h + 15 F_{ez}}{0.6 b} + \sqrt{\left(\frac{0.4 b h + 15 F_{ez}}{0.6 b}\right)^2 + \frac{0.4 b h^2 + 30 F_{ez}(h-a)}{0.6 b}} \quad 316$$

względnie

$$x = \frac{0.4 b h + 15 F_{ez}}{0.6 b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{0.4 b h^2 + 30 F_{ez}(h-a)}{(0.4 b h + 15 F_{ez})^2} \cdot 0.6 b} \right] \quad 317$$

Według warunku 3. równowagi statycznej (str. 1215.) moment  $M$  sił zewnętrznych równa się momentowi sił wewnętrznych  $D_b$ ,  $Z_b$ ,  $Z_e$  względem punktu obrotu  $O$  (rysunek 88.), będzie więc

$$M = D_b \cdot \frac{2}{3} x + Z_b \cdot \frac{2}{3} (h-x) + Z_e (h-a-x) = \frac{b x}{2} \sigma_{bd} \cdot \frac{2}{3} x + \frac{b(h-x)}{2} \cdot \frac{2}{3} (h-x) \sigma_{bz} + F_{ez}(h-a-x) \sigma_{ez} = \frac{b x^2}{3} \sigma_{bd} + \frac{b(h-x)^2}{3} \sigma_{bz} + F_{ez}(h-a-x) \sigma_{ez}$$

po podstawieniu wartości za  $\sigma_{bz}$  i  $\sigma_{ez}$  z wzorów 312. i 260.

$$M = \frac{b x^2}{3} \sigma_{bd} + \frac{b(h-x)^2}{3} \cdot \frac{\mu(h-x)}{x} \sigma_{bd} + F_{ez}(h-a-x) \frac{\nu(h-a-x)}{x} \sigma_{bd}$$

$$M x = \left[ \frac{b x^3}{3} + \mu \frac{b(h-x)^3}{3} + \nu F_{ez}(h-a-x)^2 \right] \sigma_{bd} \quad 318$$

stąd

$$\sigma_{bd} = \frac{M x}{\frac{b x^3}{3} + \mu \frac{b(h-x)^3}{3} + \nu F_{ez}(h-a-x)^2} \quad 319$$

a po wstawieniu za  $\sigma_{bd}$  wartości z wzoru 311. największe nateżenie ciągnące w botonie

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu M(h-x)}{\frac{b x^3}{3} + \mu \frac{b(h-x)^3}{3} + \nu F_{ez}(h-a-x)^2} \quad 320$$

I tu podnieść należy to, co stwierdziliśmy już poprzednio w odniesieniu do równania 267. (str. 1219.) i uzasadniliśmy dalszemi równaniami 268. do 271., że w równaniu 318. wyraz po prawej stronie, ujęty nawiasem łamanym, jest właściwie momentem bezwładności:

$$J_i = J_{bd} + \mu J_{bz} + \nu J_{ez} = \frac{b x^3}{3} + \mu \frac{b (h - x)^3}{3} + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 \quad 321$$

względem osi obojętnej przekroju idealnego

$$F_i = F_{bd} + \mu F_{bz} + \nu F_{ez} \quad 322$$

gdzie  $F_{bd}$  jest częścią ciśnioną  $ABOO_1$  (rysunek 86.) przekroju betonu,  $\mu F_{bz}$   $\mu$ krotnością części ciągnionej  $OO_1CD$  przekroju betonu,  $\nu F_{ez}$   $\nu$ krotnością zbiorowego przekroju  $F_{ez}$  wkładki żelaznych, a każda z tych dwu wielokrotności sprowadza odnośną rzeczywistą część przekroju do powierzchni równoważnej belce z materiału jednolitego, n. p. z żelaza lub drzewa.

W równaniu 321.  $J_{bd} = \frac{b x^3}{3}$  jest momentem powierzchni  $F_{bd}$ ,

$\mu J_{bz} = \mu \frac{b (h - x)^3}{3}$  momentem  $\mu$ krotności powierzchni  $F_{bz}$ , zaś

$J_{ez} = \nu J_{ez}^0 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2$  momentem  $\nu$ krotności powierzchni  $F_{ez}$  wkładki. Tu wszakże  $\nu J_{ez}^0$  jako moment bezwładności, odniesiony do osi przechodzącej przez własny środek ciężkości, jest z powodu cienkich, czyli „uwisłych“ wkładki stosunkowo tak mały, iż go można bez ujmy dla wyniku obliczenia opuścić i uwzględnić jedynie  $\nu J_{ez} = \nu F_{ez} (h - a - x)^2$ . Natomiast gdy wkładki są o większym przekroju, czyli t. zw. sztywne, należy koniecznie także  $\nu J_{ez}^0$  wziąć w rachubę.

Wobec tego wzory 318., 319., 320. sprowadzają się i tu do znanej postaci wzorów wytrzymałości dla belek z materiału jednolitego, a mianowicie

$$M = \frac{J_i}{x} \sigma_{bd} = \sigma_{bd} W_{id} \quad 323$$

$$\sigma_{bd} = \frac{M}{W_{id}} \quad 324$$

$$\sigma_{ez} = \frac{M}{J_i} \cdot \mu (h - x) = \frac{M}{W_{iz}} \quad 325$$

gdzie  $W_{id}$  jest momentem oporu części ciśnionej,  $W_{iz}$  momentem oporu części ciągnionej idealnego przekroju belki żelbetonowej.

### PRZYKŁAD III.

Jeżeli płyta żelbetonowa obliczona ostatecznie w końcowym ustępie przykładu II. (str. 1226.) będzie narażona na wpływy atmosfery lub tp. w myśl poz. 9. w § 5. instrukcji, więc trzeba obliczyć także największe jej natężenie ciągnące w betonie z uwzględnieniem odnośnych wartości szczegółowych dotąd już wyznaczonych, a mianowicie



Według wzoru 315. odstęp osi obojętnej od najskrajniejszej krawędzi ciśnionej przekroju poprzecznego

$$x_1 = \frac{0.4 \times 100 \times 12 + 15 \times 9.05}{0.6 \times 100} \times \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{0.4 \times 100 \times 12^2 + 30 \times 9.05 \times 10}{(0.4 \times 100 \times 12 + 15 \times 9.05)^2}} \times 0.6 \times 100 \right] =$$

$$= \frac{615.75}{60} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{5760 + 2715}{379148.6625}} \times 60 \right] =$$

$$= 10.2625 [-1 + \sqrt{2.3411647154}] = 10.2625 [-1 + 1.53008] =$$

$$= 10.2625 \times 0.53008 = 5.4399,$$

zatem  $x_1 = 5.44 \text{ cm}$  i jest w porównaniu do odstępów  $x$  poprzednio w przykładzie II. dla tej samej płyty (z tym samym sposobem i wielkością obciążenia) obliczonego o  $5.44 - 4.03 = 1.41 \text{ cm}$  większy, t. j. oś obojętna przypada tu znacznie niżej.

Największe natężenie ciągnące w betonie wynika z wzoru 320. po podstawieniu odnośnych wartości szczegółowych z przykładu II. i obecnie obliczonego  $x_1 = 5.44 \text{ cm}$ , a mianowicie

$$\sigma_{bz} = \frac{0.4 \times 61437.81 (12 - 5.44)}{\frac{100 \times 5.44^3}{3} + 0.4 \times \frac{100 (12 - 5.44)^3}{3} + 15 \times 9.05 (12 - 2 - 5.44)^2} =$$

$$= \frac{161212.81344}{11952.9428} = 13.4872$$

$\sigma_{bz} = 13.49 \text{ kg/cm}^2$  jest największym natężeniem ciągnącym w betonie płyty i wynosi zaledwie nieco więcej, niż połowę natężenia ciągnącego unormowanego pod poz. 1. w § 6. instrukcji, wobec czego płyta jest w tym kierunku zupełnie wytrzymała.

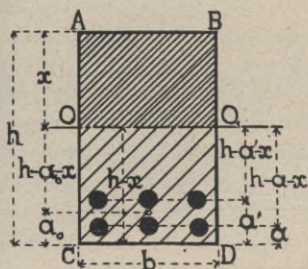
**3.** Belki i płyty betonowe z podwójnym jednostronnym szeregiem wkładek żelaznych ciągnionych, zresztą jak poprzednio określono, bez uwzględnienia normalnych natężeń ciągnących w betonie.

a) Położenie osi obojętnej.

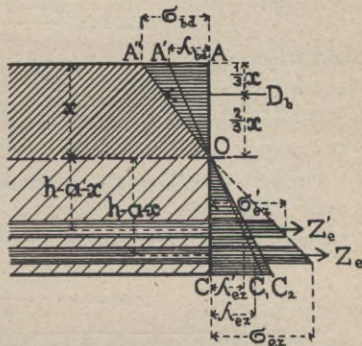
Często wykonują wkładki żelazne w podwójnym lub wielokrotnym szeregu jeden nad drugim, a obliczenie odstępów  $x$  osi neutralnej można przeprowadzić z uwzględnieniem wspólnego obydwom, względnie kilku szeregów wkładek środka ciężkości, lub też osobnych dla każdego szeregu środków ciężkości. Rysunek 89. i 90. wyobraża przekrój poprzeczny  $ABCD$  belki betonowej z podwójnym szeregiem żelaznych wkładek ciągnionych, w którym  $a$  jest odległością środka ciężkości ostatniego szeregu o poprzecznym przekroju zbiorowym

$F'_{ez}$ ,  $a'$  odległością szeregu nad poprzednim położonego o przekroju zbiorowym  $F''_{ez}$ , wreszcie  $a_0$  odległością wspólnego środka ciężkości obu szeregom o przekroju zbiorowym  $\Sigma F_{ez} = F_{ez} + F'_{ez}$  od najskrajniejszej krawędzi ciągniętej  $CD$  przekroju belki, względnie płyty.

Rysunek 89.



Rysunek 90.



Odstęp  $x$  osi obojętnej od najskrajniejszej krawędzi ciśnionej  $AB$  przekroju (rysunek 89.) można obliczyć w dwojaki sposób, a mianowicie:

$\alpha$ ) W odniesieniu do wspólnego obu szeregom wkładek środka ciężkości  $s$  w odległości  $a_0$  od najskrajniejszej krawędzi ciągniętej  $CD$  przekroju według wzoru 259., który w tym razie przyjmie postać

$$x = \frac{\nu \Sigma F_{ez}}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2b(h - a_0)}{\nu \Sigma F_{ez}}} \right] \quad 326$$

gdzie  $\Sigma F_{ez} = F_{ez} + F'_{ez}$ , po poprzednim obliczeniu wartości  $\Sigma F_{ez}$ ,  $h - a$ ,  $b$  z wzorów 279. do 290. i 299. do 304.,

$\beta$ ) W odniesieniu do odległości  $a$  i  $a'$  środków ciężkości każdego szeregu wkładek z osobna od krawędzi ciągniętej  $CD$  oblicza się odstęp  $x$  według wzoru, który się wyprowadza w sposób następujący.

Odnośnie do rysunku 90. daje się zestawić na podstawie warunku 2. równowagi statycznej (str. 1215.) równanie sił wewnętrznych

$$D_b = Z_e + Z'_e \quad 327$$

gdzie  $D_b = b x \frac{\sigma_{bd}}{2}$  jest siłą wypadkową cisnącą w betonie,  $Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}$ , oraz  $Z'_e = F'_{ez} \sigma'_{ez}$ , to siły wypadkowe ciągnące od-

nośnych szeregów wkładek żelaznych; wobec tego zatem równanie sił 327. można wyrazić

$$\frac{1}{2} b x \sigma_{bd} = F_{ez} \sigma_{ez} + F'_{ez} \sigma'_{ez},$$

gdy zaś z wzoru 260. wynika także

$$\sigma'_{ez} = \nu \frac{h - a' - x}{x} \sigma_{bd} \quad 328$$

będzie więc

$$\frac{1}{2} b x \sigma_{bd} = \nu F_{ez} \frac{h - a - x}{x} \sigma_{bd} + \nu F'_{ez} \frac{h - a' - x}{x} \sigma_{bd} \quad 329$$

stąd

$$\frac{1}{2} b x^2 + \nu (F_{ez} + F'_{ez}) x = \nu F_{ez} (h - a) + F'_{ez} (h - a')$$

$$x^2 + \frac{2 \nu (F_{ez} + F'_{ez})}{b} x = \frac{2 \nu [F_{ez} (h - a) + F'_{ez} (h - a')]}{b}$$

$$x = - \frac{\nu (F_{ez} + F'_{ez})}{b} +$$

$$\sqrt{\frac{\nu^2 (F_{ez} + F'_{ez})^2}{b^2} + \frac{2 \nu^2 b (F_{ez} + F'_{ez})^2 [F_{ez} (h - a) + F'_{ez} (h - a')]}{\nu b^2 (F_{ez} + F'_{ez})^2}}$$

wreszcie odstęp  $x$  osi obojętnej analogicznie do wzoru 259., względnie 317.

$$x = \frac{\nu (F_{ez} + F'_{ez})}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2b [F_{ez} (h - a) + F'_{ez} (h - a')]}{\nu (F_{ez} + F'_{ez})^2}} \right] \quad 330$$

Ten sposób obliczenia odstepu  $x$  jest ściślejszy, ale wtedy tylko możliwy, gdy są dane lub przyjęte  $h$ ,  $F_{ez}$ ,  $F'_{ez}$ , inne bowiem wielkości wynikają z odnośnych norm rozporządzenia ministerjalnego.

b) Wyznaczenie największego natężenia ciskającego w betonie.

Na podstawie warunku 3. równowagi statycznej (str. 1215.) otrzymujemy równanie momentów sił zewnętrznych, oraz sił wewnętrznych względem punktu obrotu  $O$  (rysunek 90.)

$$M = D_b \cdot \frac{2}{3} x + Z_e (h - a - x) + Z'_e (h - a' - x) \quad 331$$

$$M = \frac{1}{2} b x \cdot \frac{2}{3} x \sigma_{bd} + F_{ez} (h - a - x) \sigma_{ez} + F'_{ez} (h - a' - x) \sigma'_{ez},$$

zaś odnośnie do wzorów 260. i 328.

$$M = \frac{1}{3} b x^2 \sigma_{bd} + \nu F_{ez} \frac{(h - a - x)^2}{x} \sigma_{bd} + \nu F'_{ez} \frac{(h - a' - x)^2}{x} \sigma_{bd}$$

$$M x = \left[ \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 + \nu F'_{ez} (h - a' - x)^2 \right] \sigma_{bd}, \quad 332$$

stad największe nateżenie cislące w betonle

$$\begin{aligned}\sigma_{bd} &= \frac{Mx}{\frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 + \nu F'_{ez} (h - a' - x)^2} = \\ &= \frac{Mx}{J_i} = \frac{M}{W_{id}}\end{aligned}\quad 333$$

c) Wyznaczenie największego nateżenia ciałgnącego w wkładkach żelaznych.

Pozycja 10. w § 5. instrukcji wymaga co do dźwlgarów betonowych z dwoma lub więcej szeregami jednostronnymi wkładek żelaznych obliczenia wielkości nateżenia jedynie w najskrajniejszym szeregu, wobec czego obliczenie to trzeba odnieść konlecznie do odległości  $a$ , i  $a'$  środków ciężkości każdego szeregu osobno. Gdy zatem temu ostatniemu warunkowi odpowiada wzór 333., więc po podstawieniu w nim wartości za  $\sigma_{bd}$  z wzoru 273. wynika największe nateżenie ciałgnące w najskrajniejszym szeregu wkładek

$$\begin{aligned}\sigma_{ez} &= \frac{\nu M (h - a - x)}{\frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 + \nu F'_{ez} (h - a' - x)^2} = \\ &= \frac{\nu M (h - a - x)}{J_i} = \nu \frac{M}{W_{iz}}\end{aligned}\quad 334$$

a w przedskrajnym szeregu

$$\begin{aligned}\sigma'_{ez} &= \frac{\nu M (h - a' - x)}{\frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 + \nu F'_{ez} (h - a' - x)^2} = \\ &= \frac{\nu M (h - a' - x)}{J_i} = \nu \frac{M}{W'_{iz}}\end{aligned}\quad 335$$

d) Wyznaczenie rozmiarów przekroju betonu.

Z równania 332. otrzymujemy

$$\begin{aligned}\sigma_{bd} \left[ \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ez} h^2 - 2 \nu F_{ez} h (a + x) + \nu F_{ez} (a + x)^2 + \right. \\ \left. + \nu F'_{ez} h^2 - 2 \nu F'_{ez} h (a' + x) + \nu F'_{ez} (a' + x)^2 \right] = Mx \\ \nu (F_{ez} + F'_{ez}) \sigma_{bd} h^2 - 2 \nu [F_{ez} (a + x) + F'_{ez} (a' + x)] \sigma_{bd} h = Mx - \\ - \frac{1}{3} b x^3 \sigma_{bd} - \nu [F_{ez} (a + x)^2 + F'_{ez} (a' + x)^2] \sigma_{bd} \\ h^2 - \frac{2 [F_{ez} (a + x) + F'_{ez} (a' + x)]}{F_{ez} + F'_{ez}} h = \\ = \frac{Mx - \frac{1}{2} b x^3 \sigma_{bd} - \nu [F_{ez} (a + x)^2 + F_{ez} (a' + x)^2] \sigma_{bd}}{\nu (F_{ez} + F'_{ez}) \sigma_{bd}}\end{aligned}$$

stąd wysokość przekroju betonu

$$h = \frac{F_{ez}(a+x) + F'_{ez}(a'+x)}{F_{ez} + F'_{ez}} + \sqrt{\frac{[F_{ez}(a+x) + F'_{ez}(a'+x)]^2}{(F_{ez} + F'_{ez})^2} + \frac{Mx - \frac{1}{3}bx^3\sigma_{bd} - \nu[F_{ez}(a+x)^2 + F'_{ez}(a'+x)^2]\sigma_{bd}}{\nu(F_{ez} + F'_{ez})\sigma_{bd}}}$$

336<sup>1</sup>

Wzór ten daje się uprościć zapomocą pomnożenia drugiego wyrazu ułamkowego pod znakiem pierwiastka wyrazem:

$$\frac{[F_{ez}(a+x) + F'_{ez}(a'+x)]^2(F_{ez} + F'_{ez})}{(F_{ez} + F'_{ez})[F_{ez}(a+x) + F'_{ez}(a'+x)]^2}$$

i wyłączenia wspólnego czynnika poza znak pierwiastka i poza nawias; będzie zatem

$$h = \frac{F_{ez}(a+x) + F'_{ez}(a'+x)}{F_{ez} + F'_{ez}} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{Mx - \frac{1}{3}bx^3\sigma_{bd} - \nu[F_{ez}(a+x)^2 + F'_{ez}(a'+x)^2]\sigma_{bd}}{\nu[F_{ez}(a+x) + F'_{ez}(a'+x)]^2\sigma_{bd}}} \right] \quad (F_{ez} + F'_{ez}) \quad 337$$

e) Wyznaczenie zbiorowych przekrojów wkładek żelaznych.

Z równania sił 329. wynika

$$\frac{1}{2}bx^2\sigma_{bd} - \nu F_{ez}(h-a-x)\sigma_{bd} = \nu F'_{ez}(h-a'-x)\sigma_{bd},$$

$$\frac{\frac{1}{2}bx^2 - \nu F_{ez}(h-a-x)}{h-a'-x} = \nu F'_{ez}$$

co podstawione w równanie 332. daje

$$\begin{aligned} & \sigma_{bd} \left[ \frac{1}{3}bx^3 + \nu F'_{ez}(h-a-x)^2 + \right. \\ & \left. + \left\{ \frac{1}{2}bx^2 - \nu F_{ez}(h-a-x) \right\} \frac{(h-a'+x)^2}{h-a'-x} \right] = Mx \\ & \nu F_{ez}(h-a-x)^2\sigma_{bd} - \nu F_{ez}(h-a-x)(h-a'-x)\sigma_{bd} = \\ & = Mx - \frac{1}{3}bx^3\sigma_{bd} - \frac{1}{2}bx^2\sigma_{bd}(h-a'-x) \\ & \nu F_{ez}(h-a-x)(h-a-x-h+a'+x)\sigma_{bd} = \\ & = Mx - \frac{1}{3}bx^3\sigma_{bd} - \frac{1}{2}bx^2(h-a'+x)\sigma_{bd} \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Linja pozioma nad ostatnim wyrazem ułamkowym jest tu przedłużeniem znaku pierwiastkowania wyrazu przedostatniego.

$$\begin{aligned} \nu F_{ez}(h-a-x)(a'-a)\sigma_{bd} &= Mx - \frac{1}{3}bx^3\sigma_{bd} - \frac{1}{2}bx^2(h-a'-x)\sigma_{bd} \\ F_{ez} &= \frac{Mx - \frac{1}{6}bx^2[3(h-a')-x]\sigma_{bd}}{\nu(h-a-x)(a'-a)\sigma_{bd}} \end{aligned} \quad 338$$

Tak samo wynika z wzoru 329.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}bx^2\sigma_{bd} - \nu F'_{ez}(h-a'-x)\sigma_{bd} &= \nu F_{ez}(h-a-x)\sigma_{bd}, \\ \frac{1}{2}bx^2 - \nu F'_{ez}(h-a'-x) & \\ \frac{\quad}{h-a-x} &= \nu F_{ez}, \end{aligned}$$

a dalej z pomocą wzoru 333.

$$\begin{aligned} \sigma_{bd} \left\{ \frac{1}{2}bx^3 + \frac{1}{2}bx^2(h-a-x) - \nu F'_{ez}(h-a'-x)(h-a-x) + \right. \\ \left. + \nu F'_{ez}(h-a'-x)^2 \right\} &= Mx \\ \nu F_{ez}(h-a'-x)(h-a'-x-h+a+x)\sigma_{bd} &= \\ = Mx - \frac{1}{3}bx^3\sigma_{bd} - \frac{1}{2}bx^2(h-a-x)\sigma_{bd} & \\ F'_{ez} &= \frac{Mx - \left[ \frac{1}{3}bx^3 - \frac{1}{2}bx^2(h-a-x) \right]\sigma_{bd}}{\nu(h-a'-x)(a-a')\sigma_{bd}} = \\ = \frac{Mx - \frac{1}{6}bx^2(2x+3h-3a-3x)\sigma_{bd}}{-\nu(h-a'-x)(a'-a)\sigma_{bd}} & \end{aligned}$$

Ostatecznie

$$F'_{ez} = \frac{\frac{1}{6}bx^2[3(h-a)-x]\sigma_{bd} - Mx}{\nu(h-a'-x)(a'-a)\sigma_{bd}} \quad 339$$

### f) Przebieg całego obliczenia.

Przedewszystkiem przyjmuje się szerokość  $b$  przekroju poprzecznego belki, względnie płyty żelbetonowej, poczem w odniesieniu do odległości  $a_0$  środka ciężkości, spólnego obu szeregom wkładek, oblicza się wysokość  $h$  przekroju, oraz sumę powierzchni ( $\Sigma F_{ez} = F_{ez} + F'_{ez}$ ) zbiorowych przekrojów obu szeregow wkładek według wzorów 279. do 290. i 299. do 304. i na podstawie obliczonych wartości wyznacza się odstęp  $x$  osi obojętnej z wzoru 259.); po obliczeniu dalej momentu  $M$  sił zewnętrznych i podstawieniu  $x$ ,  $h$ ,  $M$  we wzory 338. i 339. otrzymuje się wreszcie zbiorowy przekrój poprzeczny szeregu najskrajniejszego  $F_{ez}$  i szeregu drugiego wkładek  $F'_{ez}$ . Podstawivszy wreszcie otrzymane dotychczas odnośne wartości we wzór 330.

uzyskuje się wartość  $x$  sprostowaną, która wstawiona następnie we wzór **336**, względnie **337**., daje właściwe  $h$ , z którego pomocą poprawia się  $F_{ez}$  i  $F'_{ez}$  odnośnie do wzorów **338**., **339**.

Ten przebieg liczenia w około powtarza się kilka razy, aż różnica pomiędzy obliczonymi jednorakimi wielkościami zaniknie.

#### PRZYKŁAD IV.

W ścianie środkowej 45 cm grubej znajduje się otwór 3·70 m rozpiętości świetlnej, nad którym trzeba zaprojektować belkę betonową o przekroju poprzecznym prostokątnym z dwoma jednostronnymi szeregami wkładek z żelaza spawalnego krągłego ciągnionych, tak silną, by mogła wytrzymać — prócz ciężaru własnego — wsparty obustronnie strop szkolny ceglami na trawersach zasklepiiony, oraz ścianę 30 cm grubą, 4·3 m wysoką z cegieł na wapnie murowaną, obciążoną stropem strychowym i dachem drewnianym, krytym dachówką żłobkową. Beton do belki przeznaczony ma być w stosunku 350 kg cementu portlandzkiego do 1 m<sup>3</sup> mieszanki piasku z kamkami.

Odnośnie do norm pod poz. 24. w § 5. instrukcji (str. 1193.) ustanowionych przyjmuje się:  $a = 3$  cm,  $a' = 7$  cm,  $a_0 = 5$  cm; zaś w myśl poz. 1., w § 5. instrukcji statyczna rozpiętość

$$l_s = 3\cdot70 + 0\cdot05 \times 3\cdot70 = 1\cdot05 \times 3\cdot7 \cong 3\cdot90 \text{ m.}$$

Na 1 m belki przypada: ciężar własny około . . . . . 864 kg  
ciężar całkowity stropu szkolnego z obu stron na belce wspar-

tego wynosi  $\frac{3+5}{2} + 0\cdot15 = 4\cdot15$  m po  $480 + 300 = 780$  kg . 3237 „

ciężar ściany  $4\cdot3 \times 0\cdot3 \times 1600 = . . . . .$  2064 „

ciężar całkowity stropu strychowego i dachu na tej ścianie z obu stron wspartych  $4\cdot15 + 0\cdot3 = 4\cdot45$  m po  $360 + 150 + 90 = 600$  kg . 2670 „

razem całkowite obciążenie na 1 m belki . . . . . 8835 kg  
stąd największy moment zginający

$$M = \frac{100}{8} \times 8835 \times 3\cdot9^2 = 1679754\cdot375 \text{ kgcm.}$$

Wysokość przekroju według wzoru **283**.

$$h - a_0 = 0\cdot40293 \sqrt{\frac{1679754\cdot375}{45}} = 0\cdot40293 \sqrt{37327\cdot875} = \\ = 0\cdot40293 \times 193\cdot2044$$

$$h - 5 = 77\cdot85, \text{ a więc } h = 77\cdot85 + 5 = 82\cdot85 \text{ cm.}$$

Według wzoru **301**. suma przekrojów zbiorowych obu szeregów wkładek

$$\Sigma F_{ez} = F_{ez} + F'_{ez} = 0.0031592 \sqrt{45 \times 1679754 \cdot 375} =$$

$$= 0.0031592 \times 8694 \cdot 1904 = 27.4667$$

$$\Sigma F_{ez} = 27.4667 \text{ cm.}$$

Odstęp osi obojętnej według wzoru 259.

$$x = 15 \times \frac{27.4667}{45} \left[ -1 + \sqrt{\frac{2 \times 45 \times 77.85}{15 \times 27.4667} + 1} \right] =$$

$$= 9.15556 \left[ -1 + \sqrt{1 + 17.00604732} \right] = 9.15556 \times 3.2433 =$$

$$= 29.6946, \quad x = 29.69 \text{ cm.}$$

Obliczone wyżej odnośne wartości wstawione we wzór 338. dają zbiorowy przekrój najskrajniejszego szeregu wkładek

$$F_{zz} = \frac{1679754 \cdot 375 \times 29.69 - \frac{1}{6} \times 45 \times 29.69^2 \times [3 \times (82.85 - 7) - 29.69] \times 37}{15(82.85 - 3 - 29.69)(7 - 3) \times 37} =$$

$$= \frac{49871907.39375 - 7.5 \times 29.69^2 \times 197.86 \times 37}{15 \times 50.16 \times 4 \times 37} =$$

$$= \frac{49871907.39375 - 48399557.091015}{111355.2} = \frac{1472350.302735}{111355.2} =$$

$$= 13.222106, \quad F_{ez} = 13.2221 \text{ cm}^2$$

odnośnie zaś do wzoru 339.

$$F'_{ez} = \frac{\frac{1}{6} \times 45 \times 29.69^2 [3(82.85 - 3) - 29.69] \times 37 - 1679754 \cdot 375 \times 29.69}{15(82.85 - 7 - 29.69)(7 - 3) \times 37} =$$

$$= \frac{7.5 \times 881.4961 \times 209.86 \times 37 - 49371907.39375}{15 \times 46.16 \times 4 \times 37} =$$

$$= \frac{51334939.104015 - 49871907.39375}{102475.2} = \frac{1463031.710265}{102475.2} =$$

$$= 14.27693, \quad F'_{ez} = 14.2769 \text{ cm}^2.$$

Po podstawieniu obliczonych właśnie wartości  $h$ ,  $F_{ez}$ ,  $F'_{ez}$  we wzór 330. otrzymujemy wartość odstępów osi obojętnej więcej zbliżoną, a mianowicie

$$x = \frac{15(13.2221 + 14.2769)}{45} \left[ -1 + \right.$$

$$\left. + \sqrt{1 + \frac{2 \times 45 [13.2221(82.85 - 3) + 14.2769(82.85 - 7)]}{15(13.2221 + 14.2769)}} \right] =$$

$$= 9.1663 \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2138.88755 \times 6}{756.195}} \right] =$$

$$= 9.1663 [-1 + 4.2392] = 9.1663 \times 3.2392 = 29.69.$$

Ścisłejsza zatem wartość odstępów osi obojętnej  $x = 29.69 \text{ cm}$  i równa się poprzednio według wzoru 259. obliczonej; na



podstawie tej wartości, oraz wartości  $F_{ez}$ ,  $F'_{ez}$  otrzymujemy z wzoru 336.

$$h = \frac{13 \cdot 2221(3 + 29 \cdot 69) + 14 \cdot 2769(7 + 29 \cdot 69)}{13 \cdot 2221 + 14 \cdot 2769} + \sqrt{\left(\frac{956 \cdot 04991}{27 \cdot 499}\right)^2 + \frac{49871907 \cdot 39375 - \left[\frac{45}{3} \times 29 \cdot 69^3 + 15(13 \cdot 2221 \times 32 \cdot 69^2 + 14 \cdot 2769 \times 36 \cdot 69^2)\right] + 37^4}{15 \times 27 \cdot 499 \times 37}}$$

$$= 34 \cdot 7667 + \sqrt{1208 \cdot 72342889 + \frac{3324793 \cdot 82625 - 2202246 \cdot 238533}{1017 \cdot 463}} = 34 \cdot 7667 + \sqrt{2312 \cdot 00442064} = 34 \cdot 7667 + 48 \cdot 0833 = 82 \cdot 85,$$

a więc i tym razem  $h = 82 \cdot 85 \text{ cm.}^1$

Wreszcie odnośnie do wzoru 333. największe natężenie ciskające w betonie

$$\sigma_{bd} = \frac{49871907 \cdot 39375}{\frac{45}{3} \times 29 \cdot 69^3 + 15 \times 13 \cdot 2221(82 \cdot 85 - 3 - 29 \cdot 69)^2 + 15 \times 14 \cdot 2769(82 \cdot 85 - 7 - 29 \cdot 69)^2} = \frac{3324793 \cdot 82625}{89859 \cdot 2031514} = 37, \sigma_{bd} = 37 \text{ kg/cm}^2.$$

Największe zaś natężenie ciągnące w najskrajniejszym szeregu wkładek wynika z wzoru 334. po skróceniu przez 15

$$\sigma_{ez} = \frac{1679754 \cdot 375(82 \cdot 85 - 3 - 29 \cdot 69)}{89859 \cdot 20315} = \frac{84256479 \cdot 45}{89859 \cdot 2031514} = 937 \cdot 6499$$

czyli okrągło  $\sigma_{ez} = 937 \cdot 65 \text{ kg/cm}^2$ .

Największe natężenie w poprzednim szeregu wkładek według wzoru 335. po skróceniu przez 15.

$$\sigma'_{ez} = \frac{1679754 \cdot 375(82 \cdot 85 - 7 - 29 \cdot 69)}{89859 \cdot 20315} = \frac{77537461 \cdot 95}{89859 \cdot 20315} = 862 \cdot 8772,$$

$$\sigma'_{ez} = 862 \cdot 88 \text{ kg/cm}^2.$$

Ponieważ największe natężenie ciągnące w ostatnim szeregu wkładek jest o  $937 \cdot 65 - 900 = 37 \cdot 65 \text{ kg/cm}^2$  większe od unormowanego pod poz. 1., w § 6. instrukcji, więc należy przekrój zbiorowy  $F_{ez} = 13 \cdot 2221 \text{ cm}^2$  tego szeregu zwiększyć na  $F'_{ez} = 14 \cdot 65 \text{ cm}^2$ . Podstawiając tę wartość we wzór 330. otrzymamy odstęp osi obojętnej

<sup>1</sup> Zob. dopisek do wzoru 336. na str. 1236.

$$x = \frac{15(14 \cdot 65 + 14 \cdot 28)}{45} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 45 [14 \cdot 65 (82 \cdot 85 - 3) + 14 \cdot 28 (82 \cdot 85 - 7)]}{15(14 \cdot 65 + 14 \cdot 28)^2}} \right] =$$

$$= 9 \cdot 64 \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{6 \times 2252 \cdot 9405}{836 \cdot 9447}} \right] = 9 \cdot 64 [-1 + \sqrt{17 \cdot 15117821}] =$$

$$= 9 \cdot 64 \times 3 \cdot 14 = 30 \cdot 2696, \quad x = 30 \cdot 27 \text{ cm};$$

stąd dalej odnośnie do wzoru 337.

$$h = \frac{14 \cdot 65 (3 + 30 \cdot 27) + 14 \cdot 28 (7 + 30 \cdot 27)}{14 \cdot 65 + 14 \cdot 28} \left[ 1 + \sqrt{\frac{1 + 1679754 \cdot 375 \times 30 \cdot 27 - \left[ \frac{45}{3} \times 30 \cdot 27^2 + 15 \{14 \cdot 65 \times 33 \cdot 27^2 + 14 \cdot 28 \times 37 \cdot 27^2\} \times 37}{15 [14 \cdot 65 \times 33 \cdot 27 + 14 \cdot 28 \times 37 \cdot 27]^2 \times 37}} \right] \times 28 \cdot 93} \right]$$

gdzie  $(a + x)^2 = (3 + 30 \cdot 27)^2 = 33 \cdot 27^2 = 1106 \cdot 8929$   
 $(a' + x)^2 = (7 + 30 \cdot 27)^2 = 37 \cdot 27^2 = 1389 \cdot 0529$ ; a po skróceniu przez 15 ułamka pod pierwiastkiem będzie

$$h = \frac{1019 \cdot 6211}{28 \cdot 93} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{111983 \cdot 625 \times 30 \cdot 27 - (27735 \cdot 58 + 14 \cdot 65 \times 1106 \cdot 8929 + 14 \cdot 28 \times 1389 \cdot 0529) \times 37}{(487 \cdot 4055 + 532 \cdot 2156)^2 \times 37}} \right] \times 28 \cdot 93 =$$

$$= 35 \cdot 2443 \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{3389744 \cdot 32875 - 63787 \cdot 15 \times 37}{1019 \cdot 62^2 \times 37}} \right] \times 28 \cdot 93 = 35 \cdot 2443 \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{3389744 \cdot 33 - 2360124 \cdot 55}{38466122 \cdot 94}} \right] \times 28 \cdot 93 = 35 \cdot 2443 [1 + \sqrt{1 + 0 \cdot 026766924 \times 28 \cdot 93}]$$

$$h = 35 \cdot 2443 (1 + 1 \cdot 3321) = 82 \cdot 1932, \text{ okrągło } h = 82 \cdot 19 \text{ cm.}$$

Największe natężenie cisnące w betonie według wzoru 333.

$$\sigma_{bd} = \frac{1679754 \cdot 375 \times 30 \cdot 27}{\frac{45}{3} \times 30 \cdot 27^2 + [14 \cdot 65 (82 \cdot 19 - 3 - 30 \cdot 27)^2 + 14 \cdot 28 (82 \cdot 19 - 7 - 30 \cdot 27)^2] \times 15}$$

$$= \frac{3389744 \cdot 33}{27735 \cdot 58 + 35059 \cdot 94 + 23814 \cdot 33} = \frac{3389744 \cdot 33}{91609 \cdot 85} = 37 \cdot 0019, \quad \sigma_{bd} = 37 \text{ kg/cm}^2.$$

Największe natężenie ciągnące w najskrajniejszym szeregu wkładek żelaznych według wzoru 334.

$$\sigma_{ez} = \frac{15 \times 1679754 \cdot 375 (82 \cdot 19 - 3 - 30 \cdot 27)}{\frac{45}{3} \times 30 \cdot 27^2 + 15 \times 14 \cdot 65 (82 \cdot 19 - 3 - 30 \cdot 27)^2 + 15 \times 14 \cdot 28 (82 \cdot 19 - 7 - 30 \cdot 27)^2}$$

$$= \frac{1679754 \cdot 375 \times 48 \cdot 92}{91609 \cdot 85} = \frac{82173584 \cdot 025}{91609 \cdot 85} = 896 \cdot 9951, \quad \sigma_{ez} = 897 \text{ kg/cm}^2.$$

Zgodnie z wynikiem ostatecznego obliczenia statycznego okazuje się, że projektowana belka żelbetonowa o szerokości przekroju poprzecznego  $b = 45 \text{ cm}$ , wysokości  $h = 82.19 \text{ cm}$ ,  $F_{ez} = 14.65 \text{ cm}^2$ ,  $F'_{ez} = 14.28 \text{ cm}^2$  będzie dostatecznie wytrzymała do zamierzonego celu, gdyż zarówno największe natężenie cisnące w betonie, jakoteż ciągnące w najskrajniejszym szeregu wkładek żelaznych nie przekraczają unormowanych granic.

Pozostaje jeszcze do wyznaczenia ilość wkładek z żelaza krągłego w każdym z obu szeregów i rozmiar ich przekrojów poprzecznych. Jeżeli wzajemny odstęp wkładek  $e_1 = 8 \text{ cm}$ , to w szerokości  $b = 45 \text{ cm}$  przekroju belki zmieści się 5 takich odstępów, czyli 6 wkładek, a nadto pozostanie jeszcze 5 cm, czyli po 2.5 cm na oba odstęp skrajnych wkładek od zewnętrznych powierzchni bocznych betonu. Odnosnie zaś do poprzecznego przekroju zbiorowego  $F_{ez} = 14.65 \text{ cm}^2$  ostatniego szeregu wkładek przypadnie na każdą poszczególną

wkładkę powierzchnia  $f_{ez} = \frac{14.65}{6} = 2.4416 \text{ cm}^2 = 0.7854 \delta^2$ , a stąd średnica

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{0.7854}} \times f_{ez} = 1.128377 \sqrt{2.4416} =$$

$$= 1.128377 \times 1.5657 = 1.7667 \text{ czyli okrągło } \delta = 1.80 \text{ cm.}$$

W ten sam sposób w drugim szeregu przypadnie na każdą z 6 wkładek powierzchnia  $f_{ez} = \frac{F'_{ez}}{6} = \frac{14.28}{6} = 2.38 \text{ cm}^2$ , stąd średnica  $\delta = 1.128377 \sqrt{2.38} = 1.128377 \times 1.5427 \cong 1.75 \text{ cm.}$

4. Belki i płyty betonowe z podwójnym szeregiem jednostronnym wkładek żelaznych ciągniętych, zresztą jak poprzednio określono, ale z uwzględnieniem normalnych natężeń ciągniętych w betonie.

#### a) Położenie osi obojętnej.

Odnosnie do rys. 89., 90., 91. daje się zestawić następujące równanie sił wewnętrznych

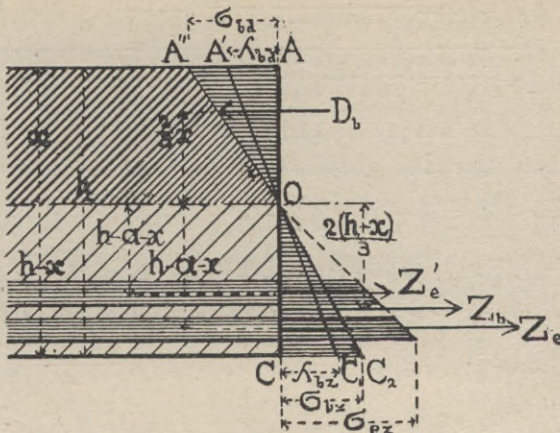
$$D_b = Z_b + Z_e + Z'_e \quad 340$$

czyli po podstawieniu wartości

$$\frac{1}{2} b x \sigma_{bd} = \frac{1}{2} b (h - x) \sigma_{bz} + F_{ez} \sigma_{ez} + F'_{ez} \sigma'_{ez} \quad 341$$

a z uwzględnieniem wzorów 260., 312., 325.

Rysunek 91.



$$\frac{1}{2} b x \sigma_{bd} = \frac{1}{2} b (h-x) \frac{\mu(h-x)}{x} \sigma_{bd} + \nu F_{ez} \frac{(h-a-x)}{x} \sigma_{bd} + \nu F'_{ez} \frac{(h-a'-x)}{x} \sigma_{bd}$$

342

stad dalej

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} b x^2 &= \frac{\mu b}{2} (h-x)^2 + \nu F_{ez} (h-a-x) + \nu F'_{ez} (h-a'-x) = \\ &= \frac{1}{2} \mu b h^2 - \mu b h x + \frac{1}{2} \mu b x^2 + \nu F_{ez} (h-a) - \nu F_{ez} x + \nu F'_{ez} (h-a') - F'_{ez} x \\ &= \frac{1}{2} b x^2 - \frac{1}{2} \mu b x^2 + [\mu b h + \nu (F_{ez} + F'_{ez})] x = \\ &= \frac{1}{2} \mu b h^2 + \nu [F_{ez} (h-a) + F'_{ez} (h-a')] \\ x^2 + \frac{2[\mu b h + \nu (F_{ez} + F'_{ez})]}{b(1-\mu)} x &= \frac{\mu b h^2 + 2\nu [F_{ez} (h-a) + F'_{ez} (h-a')]}{b(1-\mu)} \\ x &= -\frac{\mu b h + \nu (F_{ez} + F'_{ez})}{b(1-\mu)} + \\ &+ \sqrt{\frac{[\mu b h + \nu (F_{ez} + F'_{ez})]^2}{b^2(1-\mu)^2} + \frac{\mu b h^2 + 2\nu [F_{ez} (h-a) + F'_{ez} (h-a')]}{b(1-\mu)}} \end{aligned}$$

Po wymnożeniu drugiego wyrazu ułamkowego pod znakiem pierwiastka wyrazem  $\frac{[\mu b h + \nu (F_{ez} + F'_{ez})]^2 b(1-\mu)}{b(1-\mu)[\mu b h + \nu (F_{ez} + F'_{ez})]^2}$  i wyłączeniu wspólnego czynnika poza znak pierwiastka i poza nawias, otrzymujemy uproszczony wzór do obliczenia odstepu osi obojętnej

$$x = \frac{\mu \cdot b \cdot h + \nu (F_{ez} + F'_{ez})}{b(1 - \mu)} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{\mu \cdot b \cdot h^2 + 2\nu [F_{ez}(h - a) + F'_{ez}(h - a')]}{[\mu \cdot b \cdot h + \nu (F_{ez} + F'_{ez})]^2}} \right\} \cdot b(1 - \mu) \quad \mathbf{343}$$

b) Napięcie ciągnące w betonie.

Równanie momentów odnośnie do równania sił **340.** i **341.**

$$\begin{aligned} D_b \cdot \frac{2}{3} x + Z_b \cdot \frac{2}{3} (h - x) + Z_e (h - a - x) + Z'_e (h - a' - x) = \\ = \frac{1}{2} b x \sigma_{bd} \cdot \frac{2}{3} x + \frac{1}{2} b (h - x) \sigma_{bz} \cdot \frac{2}{3} (h - x) + F_{ez} \sigma_{ez} (h - a - x) + \\ + F'_{ez} \sigma'_{ez} (h - a' - x) = M, \text{ a na podstawie wzorów } \mathbf{260.}, \mathbf{312.}, \mathbf{325.} \\ \frac{1}{3} b x^2 \sigma_{bd} + \frac{1}{3} b (h - x)^2 \mu \frac{h - x}{x} \sigma_{bd} + F_{ez} (h - a - x) \frac{\nu (h - a - x)}{x} \sigma_{bd} + \\ + F'_{ez} (h - a' - x) \frac{\nu (h - a' - x)}{x} \sigma_{bd} = M \\ \left[ \frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{3} \mu \cdot b (h - x)^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 + \nu F'_{ez} (h - a' - x)^2 \right] \sigma_{bd} = \\ = M x, \end{aligned}$$

stąd

$$\sigma_{bd} = \frac{M x}{\frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{3} \mu \cdot b (h - x)^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 + \nu F'_{ez} (h - a' - x)^2},$$

gdz zaś według wzoru **311.**

$$\sigma_{bd} = \frac{x}{\mu (h - x)} \sigma_{bz} = \frac{M x}{\frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{3} \mu \cdot b (h - x)^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 + F'_{ez} (h - a' - x)^2}$$

więc największe napięcie ciągnące w betonie

$$\begin{aligned} \sigma_{bz} + \frac{\mu M (h - x)}{\frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{3} \mu \cdot b (h - x)^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 + \nu F'_{ez} (h - a' - x)^2} = \\ = \frac{\mu \cdot M (h - x)}{J_i} \quad \mathbf{344} \end{aligned}$$

gdzie

$$J_i = J_{bd} + \mu \cdot J_{bz} + \nu J_{ez} = \frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{3} b \mu (h - x)^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 + \\ + F'_{ez} (h - a' - x)^2 \quad \mathbf{345}$$

jest momentem bezwładności względem osi obojętnej przekroju idealnego belki

$$F_i = F_{bd} + \mu \cdot F_{bz} + \nu F_{ez} + \nu F'_{ez} \quad \mathbf{346}$$

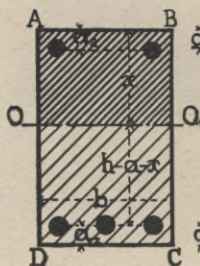
## PRZYKŁAD V.

Gdyby belka żelbetonowa obliczona w „przykładzie IV.“ miała być wystawiona na działanie atmosfery, wilgoci, par, dymów lub gazów żelazo niszczących, to w myśl poz. 9., w § 5. instrukcji trzeba by wyznaczyć jeszcze normalne natężenie ciągnące w betonie i w tym celu obliczyć najpierw odstęp  $x$  osi obojętnej z wzoru 343., który oczywiście wypadnie odmienny od poprzednio już obliczonego, a po wstawieniu tej nowej jego wartości we wzór 344. z uwzględnieniem zresztą innych odnośnych wartości dotąd już wyznaczonych, wypadłaby wielkość natężenia ciągnącego  $\sigma_{bz}$  w betonie.

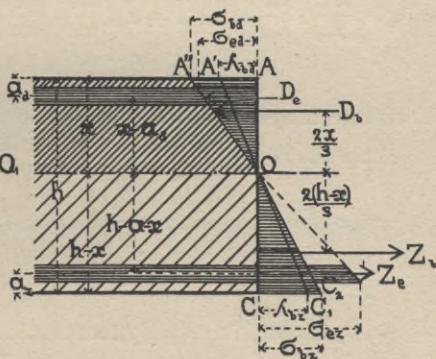
**5.** Belki i płyty betonowe z dwoma pojedynczymi szeregi dwustronnymi wkładek żelaznych ciśnionych i ciągnionych bez uwzględnienia natężeń normalnych ciągnących w betonie.

W ten sposób uzbrojonych wkładkami belek i płyt używają wtedy, jeżeli w jednej i tej samej części ich przekroju poprzecznego występują natężenia naprzemian cisnące to ciągnące wskutek zmiennego obciążenia, jak np. w sklepieniach itp. albo też, jeżeli z jakichkolwiek powodów nie można nadać przekrojowi poprzecznemu dostatecznej wysokości, wskutek czego zachodzi potrzeba dać za wielkie wkładki ciągnięte a powstały stąd nadmiar natężenia cisnącego ponad dozwoloną granicę ująć odpowiednią wkładką żelazną ciśnioną.

Rysunek 92.



Rysunek 93.



a) Położenie osi obojętnej.

Wewnętrzna siła cisnąca  $D$  w ciśnionej części  $ABOO_1$  przekroju poprzecznego  $ABCD$  (rys. 92. i 93.) rozkłada się na beton i na szereg

wkładek żelaznych o zbiorowym przekroju poprzecznym  $F_{ed}$ , których środek ciężkości leży w odstępnie  $a_d$  od krawędzi ciśnionej  $AB$  przekroju poprzecznego dźwigara; stąd  $D = D_b + D_e = b x \frac{\sigma_{bd}}{2} + F_{ed} \sigma_{ed}$ , siła ciągnąca zaś  $Z_e$  działa na szereg wkładek o przekroju zbiorowym  $F_{ez}$  ze środkiem ciężkości odległym o  $a_z$  od krawędzi  $CD$  przekroju dźwigara; siła ta  $Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}$ .

Ponieważ musi  $D = Z_e = D_b + D_e$ , więc

$$\frac{1}{2} b x \sigma_{bd} + F_{ed} \sigma_{ed} = F_{ez} \sigma_{ez} \quad 347$$

Na podstawie przyjętej normy co do stałości przekroju betonu podczas odpostacenia zachodzą następujące proporcje, uzasadnione zresztą podobieństwem trójkątów  $AOA' \sim COC'$ , oraz  $mon \sim AOA'$  (rys. 93.)

$$\varepsilon_{bd} : \varepsilon_{ez} = x : (h - a_z - x) \quad 348$$

$$\varepsilon_{bd} : \varepsilon_{ed} = x : (x - a_d) \quad 349$$

gdzie  $\varepsilon_{bd}$ ,  $\varepsilon_{ed}$ ,  $\varepsilon_{ez}$  są wydłużeniem, względnie stłoczeniem betonu i żelaza w pojęciu wzoru 233.; podstawivszy tu wartości z wzorów 234., 235., 236., 241., otrzymamy

$$\frac{\sigma_{bd}}{E_{bd}} : \frac{\sigma_{ez}}{E_{ez}} = x : (h - a_z - x), \quad \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{ez}} \cdot \frac{E_{ez}}{E_{bd}} = \frac{x}{h - a_z - x},$$

stąd

$$\sigma_{ez} = \nu \frac{h - a_z - x}{x} \sigma_{bd} \quad 350$$

$$\frac{\sigma_{bd}}{E_{bd}} : \frac{\sigma_{ed}}{E_{ed}} = x : (x - a_d), \quad \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{ed}} \cdot \frac{E_{ed}}{E_{bd}} = \frac{x}{x - a_d}$$

$$\sigma_{ed} = \nu \frac{x - a_d}{x} \sigma_{bd} \quad 351$$

Po wstawieniu tych wartości w równanie sił 347.

$$\frac{1}{2} b x \sigma_{bd} + \nu F_{ed} \frac{x - a_d}{x} \sigma_{bd} = \nu F_{ez} \frac{h - a_z - x}{x} \sigma_{bd} \quad 352$$

$$\frac{1}{2} b x^2 + \nu F_{ed} x + \nu F_{ez} x = \nu F_{ed} a_d + \nu F_{ez} (h - a_z),$$

$$\frac{1}{2} b x^2 + \nu (F_{ed} + F_{ez}) x = \nu [F_{ed} a_d + F_{ez} (h - a_z)]$$

$$x^2 + \frac{2 \nu (F_{ed} + F_{ez})}{b} x = \frac{2 \nu (F_{ed} [a_d + F_{ez} (h - a_z)])}{b}$$

stąd odstęp osi obojętnej

$$x = -\frac{\nu}{b} (F_{ed} + F_{ez}) + \sqrt{\frac{\nu^2 (F_{ed} + F_{ez})^2}{b^2} + \frac{2 \nu [F_{ed} a_d + F_{ez} (h - a_z)]}{b}} \quad 353$$

To równanie daje się uprościć zapomocą pomnożenia drugiego wyrazu ułamkowego pod znakiem pierwiastka przez wyraz

$$\frac{\nu b (F_{ed} + F_{ez})^2}{\nu b (F_{ed} + F_{ez})^2}$$

i wyłączenia wspólnego czynnika poza znak pierwiastka i poza nawias; będzie więc

$$x = \frac{\nu}{b} (F_{ed} + F_{ez}) \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{2b [F_{ed} ad + F_{ez} (h - a_z)]}{\nu (F_{ed} + F_{ez})^2}} \right\} \quad 354$$

Podstawiawszy zresztą we wzór 350. za  $\sigma_{ez}$  i  $\sigma_{bd}$  największe dopuszczalne natężenie cisnące w betonie  $s_{bd}$  i ciągnące w żelazie  $s_{ez}$  w myśl poz. 1., w § 6. instrukcji otrzymujemy również stosowny odstęp osi obojętnej

$$x = \frac{\nu s_{bd}}{s_{ez} + \nu s_{bd}} (h - a_z) \quad 355$$

b) Wyznaczenie natężenia cisnącego w betonie.

Oдноśnie do równania sił 347., względnie 352. wynika równanie momentów:

$$M = D_b \frac{2}{3} x + D_c (x - ad) + Z_c (h - a_z - x) = \frac{1}{2} b x \cdot \frac{2}{3} x \sigma_{bd} + \nu F_{ed} \frac{(x - ad)^2}{x} \sigma_{bd} + \nu F_{ez} \frac{(h - a_z - x)^2}{x} \sigma_{bd}$$

$$M x = \left[ \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ed} (x - ad)^2 + \nu F_{ez} (h - a_z - x)^2 \right] \sigma_{bd},$$

stad największe natężenie cisnące w betonie

$$\sigma_{bd} = \frac{M x}{\frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ed} (x - ad)^2 + \nu F_{ez} (h - a_z - x)^2} = \frac{M x}{J_i} \quad 356$$

c) Wyznaczenie natężenia w żelazie wkładek.

Z wzoru 351. wynika

$$\sigma_{bd} = \frac{x}{\nu (x - ad)} \sigma_{ed} \quad 357$$

co podstawione we wzór 356. daje największe natężenie cisnące wkładek ciśnionych

$$\sigma_{ed} = \frac{x}{\nu (x - ad)} \sigma_{bd} = \frac{M x}{\frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ed} (x - ad)^2 + \nu F_{ez} (h - a_z - x)^2},$$

stad

$$\sigma_{ed} = \frac{\nu M (x - ad)}{\frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ed} (x - ad)^2 + \nu F_{ez} (h - a_z - x)^2} = \frac{\nu M (x - ad)}{J_i} \quad 358$$



odnośnie zaś do wzoru 350.

$$\sigma_{bd} = \frac{x}{\sqrt{(h - a_z - x)}} \cdot \sigma_{ez} = \frac{Mx}{\frac{1}{3} b x^3 + \sqrt{F_{ed}}(x - ad)^2 + \sqrt{F_{ez}}(h - a_z - x)^2}$$

stąd największe nateżenie ciągnące wkładek ciągnionych.

$$\sigma_{ez} = \frac{\sqrt{M}(h - a_z - x)}{\frac{1}{3} b x^3 + \sqrt{F_{ed}}(x - ad)^2 + \sqrt{F_{ez}}(h - a_z - x)^2} = \frac{\sqrt{M}(h - a_z - x)}{J_i} \quad 359$$

d) Wyznaczenie rozmiarów przekroju betonu.

Z wzoru 356. otrzymujemy

$$\sqrt{F_{ez}}(h - a_z - x)^2 \sigma_{bd} = Mx - \frac{1}{3} \frac{1}{3} b x^3 \sigma_{bd} - \sqrt{F_{ed}}(x - ad)^2 \sigma_{bd},$$

$$(h - a_z - x)^2 = \frac{Mx - \left[ \frac{1}{3} b x^3 + \sqrt{F_{ed}}(x - ad)^2 \right] \sigma_{bd}}{\sqrt{F_{ez}} \sigma_{bd}},$$

ostatecznie wysokość prostokątnego przekroju betonu

$$h - a_z = x + \sqrt{\frac{Mx - \left[ \frac{1}{3} b x^3 + \sqrt{F_{ed}}(x - ad)^2 \right] \sigma_{bd}}{\sqrt{F_{ez}} \sigma_{bd}}} \quad 360$$

Z wzoru 355. daje się również wyznaczyć wysokość przekroju betonu:

$$h - a_z = \frac{s_{ez} + \sqrt{s_{bd}}}{\sqrt{s_{bd}}} x \quad 361$$

Według wspomnianego dzieła pp. Haberkalta i Postuvanschitza „Berechnung der Tragwerke aus Eisenbeton“ ex 1912 wypada najkorzystniej przyjąć w razie potrzeby:

$$h - a_z \leq \sqrt{\frac{6 M(h - a_z)^2}{x [3(h - a_z) - x] b s_{bd}}} \quad 362$$

albo też

$$b \leq \frac{6 M}{x [3(h - a_z) - x] s_{bd}} \quad 363$$

e) Wyznaczenie zbiorowych poprzecznych przekrojów szeregow wkładek żelaznych.

Z równania 352.

$$\frac{\frac{1}{2} b x^2 + \sqrt{F_{ed}}(x - ad)}{h - a_z - x} = \sqrt{F_{ez}},$$

co podstawione we wzór 356. daje

$$\left[ \frac{1}{3} b x^3 + \sqrt{F_{ed}}(x - ad)^2 + \frac{\frac{1}{2} b x^2 + \sqrt{F_{ed}}(x - ad)}{h - a_z - x} (h - a_z - x)^2 \right] \sigma_{bd} = Mx$$

$$\left[ \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \frac{1}{2} b x^2 (h - a_z - x) + \right. \\ \left. + \nu F_{ed} (x - a_d) (h - a_z - x) \right] \sigma_{bd} = Mx \\ \left[ \nu F_{ed} (x - a_d) (x - a_d + h - a_z - x) \sigma_{bd} = Mx - \right. \\ \left. - b x^2 \left[ \frac{x}{3} + \frac{1}{2} (h - a_z - x) \right] \sigma_{bd} \right. \\ \left. F_{ed} = \frac{Mx - \frac{1}{6} b x^2 [3(h - a_z) - x] \sigma_{bd}}{\nu (h - a_d - a_z) (x - a_d) \sigma_{bd}} \right. \quad \mathbf{364}$$

Podobnie z równania **352**.

$$\nu F_{ez} (h - a_z - x) - \frac{1}{2} b x^2 \\ \nu F_{ed} = \frac{\nu F_{ez} (h - a_z - x) - \frac{1}{2} b x^2}{x - a_d},$$

co wstawione we wzór **356**, daje

$$\left[ \frac{1}{3} b x^3 + \frac{\nu F_{ez} (h - a_z - x) - \frac{1}{2} b x^2}{x - a_d} (x - a_d)^2 + \right. \\ \left. + \nu F_{ez} (h - a_z - x)^2 \right] \sigma_{bd} = Mx \\ \nu F_{ez} (x - a_d + h - a_z - x) \sigma_{bd} (h - a_z - x) = \\ = Mx - \frac{1}{6} b x^2 [2x - 3x + 3a_d] \sigma_{bd} \\ \frac{Mx + \frac{1}{6} b x^2 (x - 3a_d) \sigma_{bd}}{\nu (h - a_d - a_z) (h - a_z - x) \sigma_{bd}} \quad \mathbf{365}$$

Wreszcie między wzorami **364**. i **365**. zachodzi następujący związek

$$F_{ed} = \frac{h - a_z - x}{x - a_d} \cdot F_{ez} - \frac{\frac{1}{2} b x^2}{\nu (x - a_d)} \quad \mathbf{366}$$

Rzetelność tego wzoru można stwierdzić zapomocą podstawienia wartości za  $F_{ez}$  z wzoru **365**. i wykonanie oznaczonego odciążania.

Dla  $F_{ez} = F_{ed} = F_e$ , oraz  $a_d = a_z = a$ ,  $\sigma_{bd} = s_{bd}$  otrzymany z pomocą równania **356**.

$$\left\{ \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_e [(x - a)^2 + (h - a - x)^2] \right\} s_{bd} = Mx \\ s_{bd} \nu F_e [(x - a)^2 + (h - a - x)^2] = Mx - \frac{1}{3} b x^3 s_{bd} \\ \frac{Mx - \frac{1}{3} b x^3 s_{bd}}{\nu [(x - a)^2 + (h - a - x)^2] s_{bd}} \quad \mathbf{367}$$

## f) Przebieg obliczenia.

Wyznaczenie statyczne rozmiarów przekroju poprzecznego belki, względnie płyty żelbetonowej o dwustronnych szeregach pojedynczych wkładek sprowadza się do następującego zadania. Dane są: moment sił zewnętrznych  $M$  i dopuszczalne napięcia normalne  $\sigma_{bd}$  i  $\sigma_{ez}$ , które trzeba podstawić w miejsce  $\sigma_{bd}$  i  $\sigma_{ez}$ , zaś  $a_d$ ,  $a_z$  są określone praktycznymi względami odnośnie do poz. 24., w § 5. instrukcji; pozostaje zatem do wyznaczenia  $b$ ,  $h$ ,  $F_{ed}$ ,  $F_{ez}$ , to jest cztery niewiadome, podczas gdy wyprowadzone wyżej odnośne wzory podlegają właściwie tylko na dwu równaniach, mianowicie: na równaniu sił i równaniu momentów, i umożliwiają wyznaczenie tylko dwu niewiadomych; pozostałe więc dwie inne niewiadome np.  $b$ ,  $h$ , trzeba przyjąć.

## PRZYKŁAD VI.

Płyta żelbetonowa o stosunku 350  $kg$  cementu portlandzkiego do 1  $m^3$  mieszaniny piasku z kamykami, z uwisłymi wkładkami z żelaza spawalnego, zebranymi w dwu szeregach dwustronnych pojedynczych, — z których jeden ma wytrzymywać napięcie cisnące, a drugi ciągnące, — jest przeznaczona do stropu kurytarza szkolnego, wolno dwiema stronami na murach wsparta na 3  $m$  rozpiętości; wyznaczyć rozmiary przekroju poprzecznego płyty i wkładek.

W myśl poz. 1. w § 5. instrukcji statyczna rozpiętość  $l_s = 3 + 0.05 \times 3 = 3.15$   $m$ , przyjęta szerokość przekroju płyty  $b = 100$   $cm$ , domniemalna grubość  $h = 15$   $cm$ ,  $a_z = a_d = 2$   $cm$ , ciężar własny stropu  $g = 420 + (0.15 - 0.05) 2400 = 660$   $kg/m^2$ , obciążenie użytkowe  $p = 300$   $kg/m^2$ , całkowite obciążenie  $q = g + p = 660 + 300 = 960$   $kg/m^2$ .

Moment zgjęcia

$$M = \frac{100}{8} \times 960 \times 3.15^2 = 12.5 \times 960 \times 9.9225 = 119070 \text{ } kgcm.$$

Z wzoru 355. otrzymujemy

$$x = \frac{15 \times 37}{900 + 15 \times 37} (15 - 2) = \frac{555}{1455} \times 13 = 4.96 \text{ } cm,$$

co wstawione we wzór 364. i 365. daje

$$F_{ed} = \frac{119070 \times 4.96 - \frac{1}{6} \times 100 \times 4.96^2 [3(15 - 2) - 4.96] \times 37}{15(15 - 2 - 2)(4.96 - 2) \times 37} = \frac{590587.2 - 516420.38613}{18070.8} =$$

$$F_{ed} = \frac{74166 \cdot 814}{18070 \cdot 8} = 4 \cdot 10 \text{ cm}^2, \text{ oraz}$$

$$F_{ez} = \frac{119070 \times 4 \cdot 96 + \frac{1}{6} \times 100 \times 4 \cdot 96^2 (4 \cdot 96 - 3 \times 2) \times 37}{15 (15 - 2 - 2) (15 - 2 - 4 \cdot 96) \times 37} =$$

$$= \frac{590587 \cdot 2 - 15777 \cdot 8261}{49084 \cdot 20} = 11 \cdot 71 \text{ cm}^2.$$

Te wartości  $F_{ed}$ ,  $F_{ez}$  wstawione we wzór 354. dają więcej zbliżony odstęp osi obojętnej naszej płyty

$$x = \frac{15}{100} (4 \cdot 10 + 11 \cdot 71) \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 100 [4 \cdot 10 \times 2 + 11 \cdot 71 (15 - 2)]}{15 (4 \cdot 10 + 11 \cdot 71)^2}} \right\} =$$

$$= 0 \cdot 15 \times 15 \cdot 81 \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{32086}{3749 \cdot 34}} \right\}$$

$$x = 2 \cdot 3715 \left\{ -1 + \sqrt{1 + 8 \cdot 5577728346} \right\} = 2 \cdot 3715 \times 2 \cdot 09156 = 4 \cdot 96 \text{ cm},$$

z wzoru 360. zaś

$$h - 2 = 4 \cdot 96 + \sqrt{\frac{119070 \times 4 \cdot 96 - \left[ \frac{1}{3} \times 100 \times 4 \cdot 96^3 + 15 \times 4 \cdot 10 (4 \cdot 96 - 2)^2 \right] \times 37}{15 \times 11 \cdot 71 \times 37}} =$$

$$= 4 \cdot 96 + \sqrt{\frac{420153 \cdot 99159}{6499 \cdot 05}} = h = 2 + 4 \cdot 96 + 8 \cdot 04 = 15 \text{ cm}.$$

Ze zgodności ostatecznych wartości  $x = 4 \cdot 96 \text{ cm}$  i  $h = 15 \text{ cm}$  z wartością  $x$  poprzednio z wzoru 355. obliczoną i wartością  $h$  przyjętą poprzednio, wynika, że także i przekroje zbiorowe szeregu wkładek ciśnionych, obliczone z wzoru 364. na  $F_{ed} = 4 \cdot 10 \text{ cm}^2$  i ciągniętych z wzoru 365. na  $F_{ez} = 11 \cdot 71 \text{ cm}^2$  są we właściwej mierze, o czym świadczy zresztą następujące obliczenie.

Według wzoru 359. największe natężenie ciągnące w szeregu wkładek ciągniętych

$$\sigma_{ez} = \frac{15 \times 119070 \times (15 - 2 - 4 \cdot 96)}{\frac{1}{3} \times 100 \times 4 \cdot 96^3 + 15 [4 \cdot 10 (4 \cdot 96 - 2)^2 + 11 \cdot 71 (15 - 2 - 4 \cdot 96)^2]} =$$

$$= \frac{14359 \cdot 842}{15960 \cdot 6} = 899 \cdot 7 \text{ kg/cm}^2,$$

a według wzoru 358. największe natężenie cisnące w szeregu wkładek ciśnionych

$$\sigma_{ed} = \frac{15 \times 119070 (4 \cdot 96 - 2)}{15960 \cdot 6} = \frac{5286708}{15960 \cdot 6} = 331 \cdot 24 \text{ kg/cm}^2,$$

które to oba natężenia nie wychodzą poza granice pod poz. 1., w § 5. instrukcji unormowane.

Wobec powyższego całego wyniku obliczenia projektowana płyta żelbetonowa okazuje się dostatecznie wytrzymałą do zamierzonego celu.

Pozostaje jeszcze do wyznaczenia ilość wkładek w obu szeregach, a mianowicie: przyjmijmy dla szeregu ciągnionego, którego przekrój zbiorowy  $F_{ez} = 11.71 \text{ cm}^2$ , ilość wkładek  $n = 8$ , to odnośnie do wzoru 307. przekrój każdej wkładki będzie

$$f_{ez} = \frac{11.71}{8} = 1.46375 \text{ cm}^2,$$

gdy zaś według wzoru 296. wzajemny odstęp wkładek

$$e_1 = \frac{100}{8} = 12.5 \text{ cm},$$

więc według wzoru 308. średnica każdej wkładki

$$\delta = 1.12838 \times \sqrt{12.5 \frac{11.71}{100}} = 1.12838 \times 1.2098 = 1.3651 \text{ cm}.$$

Natomiast dla szeregu ciśnionego o przekroju  $F_{ed} = 4.10 \text{ cm}^2$  przyjmijmy 5 wkładek, wobec czego przekrój każdej wkładki będzie

$$f_{ed} = \frac{4.10}{5} = 0.82 \text{ cm}^2,$$

odstęp wzajemny

$$e_1 = \frac{100}{5} = 20 \text{ cm},$$

a średnica każdej wkładki

$$\delta = 1.12838 \sqrt{20 \times \frac{4.10}{100}} = 1.12838 \times 0.9055 = 1.02 \text{ cm}.$$

**6.** Belki i płyty betonowe z dwoma pojedynczymi szeregami dwustronnymi wkładek, jak poprzednio określono, ale z uwzględnieniem normalnych natężeń ciągnących w betonie.

a) Położenie osi obojętnej.

Równanie sił w niniejszym wypadku odnośnie do rys. 92. i 93.:

$$D_b + D_e = Z_b + Z_e \quad 368$$

w którym  $D_b = b x \cdot \frac{\sigma_{bd}}{2}$  jest wypadkową ciśnienia w części ciśnionej  $ABO_1$  przekroju betonu,  $D_e = F_{ed} \sigma_{ed}$  wypadkowa ciśnienia w szeregu wkładek w tej części tkwiących,  $Z_b = b(h-x) \frac{\sigma_{bz}}{2}$  wypadkowa ciągnięcia w części ciągnionej  $OO_1CD$  przekroju betonu,  $Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}$  wypadkowa ciągnięcia w szeregu wkładek w tej części osadzonych. Po podstawieniu tych wartości przybierze równanie sił postać

$$\frac{1}{2} b x \sigma_{bd} + F_{ed} \sigma_{ed} = \frac{1}{2} b (h - x) \sigma_{bz} + F_{ez} \sigma_{ez} \quad 369$$

a z pomocą wzorów **312.**, **350.**, **351.**

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} b x \sigma_{bd} + \nu F_{ed} \frac{x - ad}{x} \sigma_{bd} &= \frac{1}{2} \mu b (h - x)^2 \sigma_{bd} + \\ &+ \nu F_{ez} \frac{h - a_z - x}{x} \sigma_{bd} \end{aligned} \quad 370$$

stąd

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} b x^2 - \frac{1}{2} \mu b h^2 + \mu b h x - \frac{1}{2} \mu b x^2 + \nu F_{ed} x - \nu F_{ed} ad &= \\ = \nu F_{ez} (h - a_z) - \nu F_{ez} x \\ \frac{1}{2} b (1 - \mu) x^2 + [\mu b h + \nu (F_{ed} + F_{ez})] x &= \frac{1}{2} \mu b h^2 + \nu F_{ed} ad + F_{ez} (h - a_z) \\ x^2 + \frac{2[\mu b h + \nu (F_{ed} + F_{ez})]}{b(1 - \mu)} x &= \frac{\mu b h^2 + \nu [F_{ed} ad + F_{ez} (h - a_z)] \times 2}{b(1 - \mu)} \end{aligned}$$

ostatecznie odstęp osi obojętnej od najskrajniejszej krawędzi ciśnionej  $AB$  przekroju betonu

$$\begin{aligned} x &= - \frac{\mu b h + \nu (F_{ed} + F_{ez})}{b(1 - \mu)} + \\ &+ \sqrt{\frac{[\mu b h + \nu (F_{ed} + F_{ez})]^2}{b^2(1 - \mu)^2} + \frac{\mu b h^2 + 2\nu [F_{ed} ad + F_{ez} (h - a_z)]}{b(1 - \mu)}} \end{aligned} \quad 371$$

albo po uproszczeniu zapomocą pomnożenia drugiego wyrazu ułamkowego pod znakiem pierwiastka przez wyraz

$$\frac{[\mu b h + \nu (F_{ed} + F_{ez})]^2 (1 - \mu) b}{b(1 - \mu) [\mu b h + \nu (F_{ed} + F_{ez})]^2}$$

i wyłączenia wspólnego czynnika poza znak pierwiastka i poza nawias

$$\begin{aligned} x &= \frac{\mu b h + \nu (F_{ed} + F_{ez})}{b(1 - \mu)} \left\{ -1 + \right. \\ &+ \sqrt{1 + \frac{\mu b h^2 + 2\nu [F_{ed} ad + F_{ez} (h - a_z)]}{[\mu b h + \nu (F_{ed} + F_{ez})]^2} b(1 - \mu)} \left. \right\} \end{aligned} \quad 372$$

b) Wyznaczenie nateżenia ciągnącego w betonie.

Równanie momentów względem osi obojętnej  $O$  (rys. 93.) w odniesieniu do równania sił **368.** do **370.**

$$D_b \cdot \frac{2}{3} x + D_e (x - ad) + Z_b \cdot \frac{2}{3} (h - x) + Z_e (h - a_z - x) = M,$$

gdzie  $M$  jest momentem sił zewnętrznych; po wstawieniu wartości sił wewnętrznych

$$\frac{1}{2} b x \sigma_{bd} \cdot \frac{2}{3} x + F_{ed} \sigma_{ed} (x - ad) + \frac{1}{2} b (h - x) \sigma_{bz} \cdot \frac{2}{3} (h - x) + F_{ez} (h - a_z - x) = M$$

i po sprowadzeniu nateżeń do jednorodnej wartości z pomocą wzorów **312.**, **350.** i **351.** otrzymujemy

$$\left[ \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \frac{1}{3} \mu b (h - x)^3 + \nu F_{ez} (h - a_z - x)^2 \right] \sigma_{bd} = Mx,$$

a stąd

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{\frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{3} \mu b (h - x)^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \nu F_{ez} (h - a_z - x)^2} = \frac{Mx}{J_i} \quad \mathbf{373}$$

gdź zaś odnośnie do wzoru **311**.

$$\begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{x}{\mu (h - x)} \sigma_{bz} = \\ &= \frac{1}{3} \frac{b x^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \frac{1}{3} \mu b (h - x)^3 + \nu F_{ez} (h - a_z - x)^2}{\mu M (h - x)}, \end{aligned}$$

więc największe natężenie ciągnące w betonie

$$\begin{aligned} \sigma_{bz} &= \frac{\mu M (h - x)}{\frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \frac{1}{3} \mu b (h - x)^3 + \nu F_{ez} (h - a_z - x)^2} = \\ &= \frac{\mu M (h - x)}{J_i} \quad \mathbf{374} \end{aligned}$$

c) Przebieg obliczenia statycznego.

Jeżeli projektowana belka, względnie płyta żelbetonowa wyżej określona znajdować się będzie w warunkach pod poz. 9. w § 5. instrukcji przewidzianych, to należy przedewszystkiem wytrzymałość jej obliczyć ściśle według wzorów wyżej pod 5. wyprowadzonych z uwzględnieniem zastrzeżenia pod poz. 8 c) w § 5. instrukcji zawartego; a dopiero następnie obliczyć odstęp  $x$  osi obojętnej z obliczonego w niniejszym poddziale wzoru **371**. lub **372**. i wstawić we wzór **374**., z którego ostatecznie wynika największe natężenie ciągnące  $\sigma_{bz}$  w betonie.

#### PRZYKŁAD VII.

Jeżeli płyta żelbetonowa o rozmiarach, obciążeniu i wyposażeniu w przykładzie VI. obliczona ma znajdować się w warunkach pod poz. 9. w § 5. instrukcji przewidzianych, to celem wyznaczenia największego natężenia ciągnącego trzeba najpierw obliczyć z wzoru **371**. lub **372**. właściwy odstęp osi obojętnej

$$\begin{aligned} x &= - \frac{0.4 \times 100 \times 15 + 15 (4.10 + 11.71)}{100 (1 - 0.4)} + \\ & \quad \sqrt{\frac{[0.4 \times 100 \times 15 + 15 (4.1 + 11.71)]^2}{100^2 (1 - 0.4)^2}} + \\ & \quad + \frac{0.4 \times 100 \times 15^2 + 2 \times 15 [4.1 \times 2 + 11.71 (15 - 2)]}{100 (1 - 0.4)} \quad \text{!} \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Zob. dopisek <sup>1</sup> na str. 1236.

$x = -13.9525 + \sqrt{424.88725625} = -13.9525 + 20.6127 = 6.66 \text{ cm}$ ,  
a na tej podstawie otrzymujemy z równania **374**.

$$\sigma_{bz} = \frac{0.4 \times 119070(15 - 6.66)}{\frac{1}{3} \times 100 \times 6.66^3 + 15 \times 4 \cdot 1(6.66 - 2)^2 + \frac{1}{3} \times 0.4 \times 100(15 - 6.66)^3 + 15 \times 11.71(15 - 2 - 6.66)^2} =$$

$$= \frac{397217.52}{397217.52} =$$

$$\frac{1}{\frac{1}{3} \times 29540.8296 + 1335.5094 + 19336.4568 \times 0.4 + 7060.35714} =$$

$$\sigma_{bz} = \frac{397217.52}{9846.9432 + 1335.5094 + 7734.58272 + 7060.35714} = \frac{397217.52}{25977.39} = 15.29 \text{ kg/cm}^2$$

jako największe nateżenie ciągnące w betonie; gdy zaś dozwolone pod poz. 1., w § 6. instrukcji największe nateżenie ciągnące dla stosunku 350 *kg* cementu portlandzkiego do 1 *m*<sup>3</sup> piasku z kamymi projektowanej płyty wynosi 24 *kg/cm*<sup>2</sup>, więc jest ona nawet i w tym kierunku więcej niż dostatecznie wytrzymała.

### 3. Belki płytowe żelbetonowe.

**7.** Ogólne określenia. Część płyty żelbetonowej, stanowiącej jednolitą całość z belkami czyli żebrami żelbetonowymi, wykrojona symetrycznie z jedną belką w kierunku równoległym do rozpiętości tak, by uzyskała postać *T* w przekroju poprzecznym, zowie się belką płytową albo płytą żebrową.

Ciśnioną część poprzecznego przekroju belki płytowej stanowi głównie płyta, ciągniona zaś część tego przekroju przypada właściwie na żebro, które pod tym względem niema znaczenia statycznego, gdyż według poz. 8. c) w § 5.: nateżenia ciągnącego beton nieznosi, wobec czego żebro otrzymuje w poprzecznym przekroju tylko tak wielką szerokość *b*, by mogło pomieścić wynikłą z obliczenia statycznego ilość wkładek i służyć w odpowiednim stopniu do przyjęcia poprzecznych sił ścierających; w żadnym wszakże razie nie powinna owa szerokość zejść niżej 10 *cm*.

W praktyce dają wzajemny odstęp żeber od osi do osi  $\frac{1}{3}$  część ich rozpiętości (długości świetlnej).

Belki płytowe w ogóle mają dziś już bardzo rozpowszechnione zastosowanie, odznaczają się bowiem ekonomicznym i racjonalnym rozkładem masy betonowej, dostosowanym do zadania wkładek żelaznych.

Instrukcja pod poz. 12. w § 5. niezależnie od wzajemnego odstępu żeber normuje spójczynną szerokość płyty, którą należy



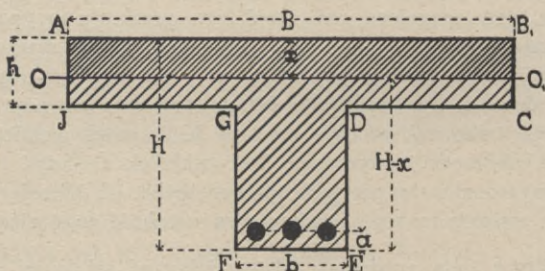
uwzględniać w statycznym obliczeniu belki płytowej; szerokość ta z każdej strony od osi żebra mierzona nie powinna być większa, niż czterokrotna szerokość  $b$  żebra, albo niż ośmkrotna grubość  $h$  płyty, albo wreszcie niż połowa przynależnego odstępów wzajemnego żeber od osi do osi z tem zastrzeżeniem, że w rachubę należy brać zawsze najmniejszą z tych trzech miar. Płyt cieńszych, niż 6 cm nie wolno brać w rachubę jako statycznie spółyżynnych.

W obliczeniu statycznym — tak jak poprzednio — zależy i tu głównie na wyznaczeniu położenia osi obojętnej, względnie jej odstępów  $x$  od najskrajniejszej krawędzi ciśnionej poprzecznego przekroju, gdzie mogą zajść dwa wypadki: albo oś obojętna wypadnie w przekroju poprzecznym płyty, w którym to razie  $x \leq h$ , gdy  $h$  jest grubością płyty, albo w przekroju poprzecznym żebra, w którym to razie będzie  $x > h$ .

**8.** Wytrzymałość na zginanie belki płytowej betonowej z pojedynczym szeregiem jednostronnym wkładek ciągnionych, zresztą jak wyżej pod 7. określono bez uwzględnienia normalnych natężeń ciągnących w betonie.

1. Gdy  $x < h$ , lub  $x = h$ .

Rysunek 94.



Rys. 94. przedstawia poprzeczny przekrój  $AB_1CDEFGJ$  belki płytowej, w którym  $B$  jest szerokość statycznie policzalnej płyty,  $h$  grubość płyty,  $H$  wysokość przekroju belki płytowej,  $b$  szerokość poprzecznego przekroju żebra,  $OO_1$  oś obojętna,  $x$  odstęp jej od najskrajniejszej krawędzi ciśnionej  $AB_1$  przekroju poprzecznego.

W niniejszym przypadku, t. j. gdy  $x \leq h$ , część  $OO_1 C D E F G J$  poprzecznego przekroju betonu, położona niżej osi obojętnej  $OO_1$ , jest narażona na ciągnięcie i jako taka według unormowanych założeń w instrukcji nie wchodzi w rachubę ani pod względem postaci, ani wielkości; wobec tego całe obliczenie statyczne sprowadza się do wyprowadzonych w poddziale 2 (str. 1215) wzorów 259. do 304., w których wstawić należy jedynie odmienne oznaczenie wielkości, odnoszące się do niniejszego wypadku, a mianowicie wszędzie zamiast małego  $h$  duże  $H$ , i zamiast małego  $b$  duże  $B$ .

Celem ułatwienia przejrzystości zestawia się tu w ten sposób najgłówniejsze wzory odnośne.

Wzór 259. do obliczania odstępów osi obojętnej

$$x = \frac{\nu F_{ez}}{B} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 B (H - a)}{\nu F_{ez}}} \right] \quad 375$$

Wzory 276. i 277. do obliczania rozmiarów poprzecznego przekroju

$$H - a = C \sqrt{\frac{M}{B}} \quad 376$$

$$B = C^2 \frac{M}{(H - a)^2} \quad 377$$

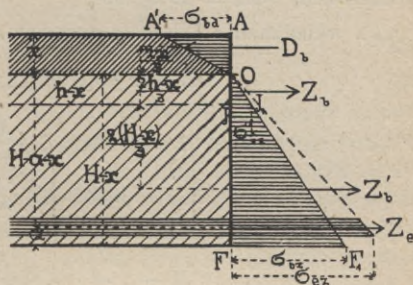
gdzie  $C = \frac{\nu \sigma_{bd} + \sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} \cdot \sqrt{\frac{6}{\nu (2 \nu \sigma_{bd} + 3 \sigma_{ez})}}$ , zaś  $\sigma_{bd}$  największe dopuszczalne natężenie cisnące w betonie,  $\sigma_{ez}$  największe natężenie ciągnące w żelazie, unormowane pod poz. 1. w § 6. instrukcji, wreszcie  $\nu = 15$ .

Wzór 293 do obliczania przekroju zbiorowego wkładek żelaznych

$$F_{ez} = \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{ez}} \sqrt{\frac{3 \nu}{2 (2 \nu \sigma_{bd} + 3 \sigma_{ez})}} \cdot B M = C_1 \sqrt{B M} \quad 378$$

gdzie  $C_1 = \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{ez}} \sqrt{\frac{3 \nu}{2 (2 \nu \sigma_{bd} + 3 \sigma_{ez})}}$ , reszta zaś wyrażen ma wartość jak we wzorach poprzednich określono.

Rysunek 95.



Dalej idą odnośne szczegółowe wzory poprzednie 279. do 290. i 299. do 304. zmienione stosownie w sposób następujący.

a) Dla betonu: 470 kg cementu portlandzkiego do 1 m<sup>3</sup> piasku z kamykami o  $\sigma_{bd} = 42 \text{ kg/cm}^2$ :

α) z wkładkami z żelaza spawalnego o  $\sigma_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ :

$$H - a = 0.36612 \sqrt{\frac{M}{B}} \quad 379$$

$$B = 0.13404 \frac{M}{(H - a)^2} \quad 380$$

$$F_{ez} = 0.0035176 \sqrt{B M} \quad 381$$

β) z wkładkami z żelaza zlewnego o  $\sigma_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ :

$$H - a = 0.37606 \sqrt{\frac{M}{B}} \quad 382$$

$$B = 0.14142 \frac{M}{(H - a)^2} \quad 383$$

$$F_{ez} = 0.0030524 \sqrt{B M} \quad 384$$

b) Dla betonu: 350 kg cementu portlandzkiego do 1 m<sup>3</sup> piasku z kamykami o  $\sigma_{bd} = 37 \text{ kg/cm}^2$ :

α) z wkładkami z żelaza spawalnego o  $\sigma_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ :

$$H - a = 0.40293 \sqrt{\frac{M}{B}} \quad 385$$

$$B = 0.16235 \frac{M}{(H - a)^2} \quad 386$$

$$F_{ez} = 0.0031592 \sqrt{M B} \quad 387$$

β) z wkładkami z żelaza zlewnego o  $\sigma_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ :

$$H - a = 0.41461 \sqrt{\frac{M}{B}} \quad 388$$

$$B = 0.17190 \frac{M}{(H - a)^2} \quad 389$$

$$F_{ez} = 0.0027376 \sqrt{B M} \quad 390$$

c) Dla betonu: 280 kg cementu portlandzkiego do 1 m<sup>3</sup> piasku z kamykami o  $\sigma_{bd} = 32 \text{ kg/cm}^2$ :

α) z wkładkami z żelaza spawalnego o  $\sigma_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ :

$$H - a = 0.45084 \sqrt{\frac{M}{B}} \quad 391$$

$$B = 0.17190 \frac{M}{(H - a)^2} \quad 392$$

$$F_{ez} = 0.0027878 \sqrt{B M} \quad 393$$

β) z wkładkami z żelaza zlewego o  $\sigma_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ :

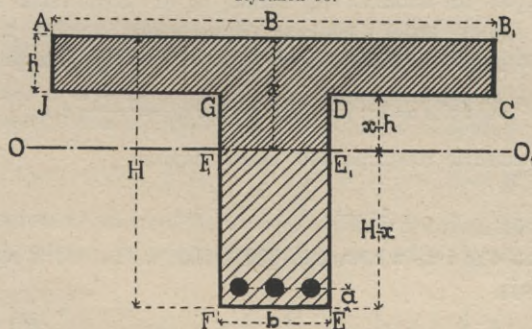
$$H - a = 0.46483 \sqrt{\frac{M}{B}} \quad 394$$

$$B = 0.21607 \frac{M}{(H - a)^2} \quad 395$$

$$F_{ez} = 0.0024121 \sqrt{B M} \quad 396$$

Celem oceny, czy w danych warunkach obciążenia i podparcia belki płytowej odstęp  $x$  osi obojętnej wypadnie mniejszy lub większy od grubości płyty  $h$ , zastosowuje się wzór 375.; jeżeli okaże się  $x \leq h$ , to wytrzymałość liczy się według wzorów wyżej poszczególnionych, w przeciwnym zaś razie trzeba liczyć wytrzymałość belki płytowej według wzorów, które się zestawia w następujący sposób.

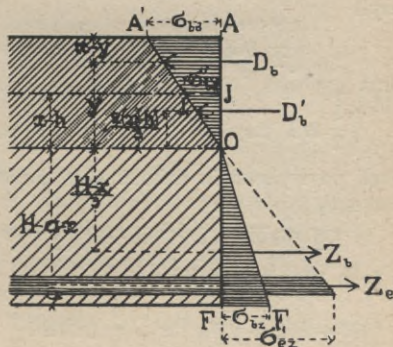
Rysunek 96.



Rysunek 97.

2. Gdy  $x > h$ .

W tym wypadku — jak wykazuje rys. 96. i 97. — oś obojętna  $O O_1$  pada niżej grubości płyty i przecina poprzeczny przekrój żebra, którego przez to także część  $D E_1 F_1 G$  będzie narażona na napięcie cisnące.



## a) Położenie osi obojętnej.

Równanie sił odniesione do uwidocznionych wyżej rysunków

$$D_b + D'_b = Z_e \quad 397$$

gdzie  $D_b = B h \cdot \frac{\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}}{2}$  jest wypadkową ciśnienia w poprzecznym

przekroju  $AB_1CJ$  płyty,  $D'_b = b(x-h) \frac{\sigma'_{bd}}{2}$  wypadkowa ciśnienia w części  $DE_1F_1G$  poprzecznego przekroju żebra,  $Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}$  wypadkowa ciągnięcia w zbiorowym poprzecznym przekroju  $F_{ez}$  wkładki żelaznych; po podstawieniu tych szczegółowych wartości rzeczonych sił w równanie 397. otrzymamy równanie sił

$$B h \frac{\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}}{2} + b(x-h) \frac{\sigma'_{bd}}{2} = F_{ez} \sigma_{ez} \quad 398$$

Ze względu na unormowaną zasadę co do zachowania stałości przekroju betonu także i podczas odpostacenia, wynika z podobieństwa trójkątów  $AOA' \sim JOJ_1$  (rys. 97.) następująca proporcja

$$\sigma_{bd} : \sigma'_{bd} = x : (x-h), \text{ czyli } \sigma'_{bd} = \frac{x-h}{x} \sigma_{bd} \quad 399$$

nadto na zasadzie równania 260. można napisać

$$\sigma_{ez} = \nu \frac{H-a-x}{x} \sigma_{bd} \quad 400$$

wartości za  $\sigma'_{bd}$  i  $\sigma_{ez}$  z równania 399. i 400. wstawione w równanie sił 398. dają

$$\frac{1}{2} B h \left( \sigma_{bd} + \frac{x-h}{x} \sigma_{bd} \right) + \frac{1}{2} b(x-h) \frac{x-h}{x} \sigma_{bd} = F_{ez} \sigma_{ez} = \nu F_{ez} \frac{H-a-x}{x} \sigma_{bd}$$

czyli

$$\left[ \frac{1}{2} B h (2x-h) + \frac{1}{2} b(x-h)^2 \right] \sigma_{bd} = F_{ez} x \sigma_{ez} \quad 401$$

oraz

$$\left[ \frac{1}{2} B h (2x-h) + \frac{1}{2} b(x-h)^2 \right] \sigma_{bd} = \nu F_{ez} (H-a-x) \sigma_{bd} \quad 402$$

czyli po wykonaniu działań wskazanych i sprawieniu

$$\frac{1}{2} (B-b) h (2x-h) + \frac{1}{2} b x^2 = \nu F_{ez} (H-a-x) \quad 403$$

z tego równania dalej

$$\left[ (B-b) h + \nu F_{ez} \right] x + \frac{1}{2} b x^2 = \frac{1}{2} (B-b) h^2 + \nu F_{ez} (H-a),$$

$x^2 + \frac{2[(B-b)h + \nu F_{ez}]}{b}x = \frac{(B-b)h^2 + 2\nu F_{ez}H - a}{b}$ , ostatecznie odstęp osi obojętnej  $OO_1$  od najskrajniejszej krawędzi ciśnionej  $AB_1$  przekroju

$$x = -\frac{(B-b)h + \nu F_{ez}}{b} + \sqrt{\frac{[(B-b)h + \nu F_{ez}]^2}{b^2} + \frac{(B-b)h^2 + 2\nu F_{ez}(H-a)}{b}} \quad 404$$

albo po uproszczeniu zapomocą wymnożenia drugiego ułamka pod znakiem pierwiastka przez  $\frac{[(B-b)h + \nu F_{ez}]^2 b}{b[(B-b)h + \nu F_{ez}]^2}$  i po wyłączeniu wspólnego czynnika poza znak pierwiastka i poza nawias

$$x = \frac{(B-b)h + \nu F_{ez}}{b} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{(B-b)h^2 + 2\nu F_{ez}(H-a)}{[(B-b)h + \nu F_{ez}]^2}} \right\} \quad 405$$

#### b) Wyznaczenie natężenia ciśnącego w betonie.

Odnosnie do równania sił 397. otrzymujemy równanie momentów sił wewnętrznych i zewnętrznych względem osi obojętnej

$$D_b \cdot y + D'_b \cdot \frac{2}{3}(x-h) + Z_e(H-a-x) = M,$$

a po wstawieniu wartości sił wewnętrznych z równania 398., i sprowadzeniu natężeń do jednorodnej miary na podstawie równań 399. i 400.

$$\frac{1}{2} B h \cdot \frac{2x-h}{x} \sigma_{bd} \cdot y + \frac{1}{2} b \frac{(x-h)^2}{x} \sigma'_{bd} \cdot \frac{2}{3}(x-h) + \nu F_{ez} \frac{H-a-x}{x} \sigma_{bd}(H-a-x) = M, \text{ czyli}$$

$$\left[ \frac{1}{2} B h (2x-h) y + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2 \right] \sigma_{bd} = Mx \quad 406$$

Z istoty rzeczy i z rys. 97. wynika, że w górnej krawędzi  $AB_1$  przekroju płyty występuje największe natężenie ciśnące  $\sigma_{bd}$ , zaś w dolnej najmniejsze  $\sigma'_{bd}$  i że przedstawione linearne wielkości tych natężeń wyznaczają końcowymi swymi punktami trapez  $AA'JJ_1$ , w którego środku ciężkości wypadkowa tych natężeń  $D_b$  ma swój punkt zaczepienia. Ponieważ odległość środka ciężkości trapezu od dłuższego boku równoległego odnośnie do znanego wzoru będzie w niniejszym wypadku

$$x - y = \frac{h}{3} \cdot \frac{2 \sigma'_{bd} + \sigma_{bd}}{\sigma'_{bd} + \sigma_{bd}}$$

więc po podstawieniu wartości za  $\sigma'_{bd}$  z wzoru 399. będzie

$$x - y = \frac{h \cdot \frac{1}{x} (2x - h) \sigma_{bd} + \sigma_{bd}}{3 \cdot \frac{x - h}{x} \sigma_{bd} + \sigma_{bd}} = \frac{h(3x - 2h)}{3(2x - h)},$$

a stąd ramię momentu wypadkowej nateżeń cisnących  $D_b$  w przekroju płyty względem osi obojętnej

$$y = x - \frac{h(3x - 2h)}{3(2x - h)} = \frac{3(2x - h)x - h(3x - 2h)}{3(2x - h)} \quad 407$$

co podstawione w równanie 406. daje

$$\left[ \frac{1}{2} B h (2x - h) \frac{3x(2x - h) - h(3x - 2h)}{3(2x - h)} + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2 \right] \sigma_{bd} = Mx$$

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = Mx \quad 408$$

stąd największe nateżenie cisnące w betonie

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2} = \frac{Mx}{J_i} \quad 409$$

albo po wykonaniu i sprawieniu wskazanych działań w mianowniku

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{(B - b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2} = \frac{Mx}{J_i} \quad 410$$

### c) Wyznaczenie nateżenia ciągnącego w żelazie wkładek.

Po wstawieniu wartości za  $\sigma_{bd}$  z wzoru 273. w równanie 409.

$$\sigma_{bd} = \frac{x}{\nu (H - a - x)} \sigma_{ez} =$$

$$= \frac{Mx}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2},$$

stąd największe nateżenie ciągnące w żelazie wkładek

$$\sigma_{ez} = \frac{\nu M (H - a - x)}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2} =$$

$$= \frac{\nu M (H - a - x)}{J_i} \quad 411$$

albo podobnie do wzoru 410.

$$\sigma_{e_z} = \frac{\nu M (H - a - x)}{(B - b) h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{e_z} (H - a - x)^2} \quad 412$$

d) Wyznaczenie rozmiarów przekroju poprzecznego betonu.

Z równania 408. wynika

$$\begin{aligned} \sigma_{bd} \nu F_{e_z} (H - a - x)^2 &= Mx - \left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 \right\} \sigma_{bd}, \\ (H - a - x)^2 &= \frac{Mx - \left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 \right\} \sigma_{bd}}{\nu F_{e_z} \sigma_{bd}}, \end{aligned}$$

stąd wreszcie skuteczna wysokość przekroju belki płytowej

$$H - a = x + \sqrt{\frac{Mx - \left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 \right\} \sigma_{bd}}{\nu F_{e_z} \sigma_{bd}}} \quad 413$$

albo podobnie do wzoru 410.

$$H - a = x + \sqrt{\frac{Mx - \left\{ (B - b) h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 \right\} \sigma_{bd}}{\nu F_{e_z} \sigma_{bd}}} \quad 414$$

Z równania 408. wynika dalej

$$B = \frac{Mx - \left[ \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \nu F_{e_z} (H - a - x)^2 \right] \sigma_{bd}}{h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] \sigma_{bd}} \quad 415$$

oraz

$$b = \frac{Mx - \left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \nu F_{e_z} (H - a - x)^2 \right\} \sigma_{bd}}{\frac{1}{3} (x - h)^3 \sigma_{bd}} \quad 416$$

Wszakże przekrój zbiorowy  $F_{e_z}$  szeregu wkładek żelaznych daje się wyliczyć z równań wyżej wyprowadzonych zapomocą równania 402., według którego

$$F_{e_z} = \frac{\frac{1}{2} B h (2x - h) + \frac{1}{2} b (x - h)^2}{\nu (H - a - x)} = \frac{\frac{1}{2} (B - b) h (2x - h) + \frac{1}{2} b x^2}{\nu (H - a - x)} \quad 417$$



Wartość ta wstawiona w równanie 408. daje

$$\sigma_{bd} \left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \frac{1}{2} B h (2x - h) + \frac{1}{2} b (x - h)^2 \right. \\ \left. + \nu \frac{\nu (H - a - x)}{\nu (H - a - x)} \cdot (H - a - x)^2 \right\} = M x$$

stąd

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \left[ \frac{1}{2} B h (2x - h) + \frac{1}{2} b (x - h)^2 \right] (H - a) - \left[ \frac{1}{2} B h (2x - h) + \frac{1}{2} b (x - h)^2 \right] x \right\} \sigma_{bd} = M x \quad 418$$

wyznaczone zatem  $H - a$  wzorami 413. i 414. daje się obliczyć także z równania 418. w następujący sposób:

$$H - a = \frac{M x - \left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 \right\} \sigma_{bd}}{\frac{1}{2} \left[ B h (2x - h) + b (x - h)^2 \right] \sigma_{bd}} + x \quad 419$$

albo po wykonaniu oznaczonych działań w liczniku i mianowniku i sprawieniu

$$H - a = x + \frac{M x - \left\{ (B - b) h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 \right\} \sigma_{bd}}{\frac{1}{2} \left[ (B - b) h (2x - h) + b x^2 \right] \sigma_{bd}} \quad 420$$

albo wreszcie po wykonaniu wszelkich oznaczonych działań w równaniu 418.

$$\left\{ B h x^2 - B h^2 x + \frac{1}{3} B h^3 + \frac{1}{3} b x^3 - b x^2 h + \right. \\ \left. + b x h^2 - \frac{1}{3} b h^3 + \left[ \frac{1}{2} B h (2x - h) + \frac{1}{2} b (x - h)^2 \right] (H - a) - \frac{1}{2} B h (2x - h) x - \frac{1}{2} b (x - h)^2 x \right\} \sigma_{bd} = M x$$

i po sprawieniu

$$\left[ \frac{1}{2} B h (2x - h) + \frac{1}{2} b (x - h)^2 \right] (H - a) \sigma_{bd} = \left[ \frac{1}{2} (B - b) h (2x - h) + \frac{1}{2} b x^2 \right] (H - a) \sigma_{bd} = M x + \left\{ (B - b) h^2 \left( \frac{1}{2} x - \frac{1}{3} h \right) + \frac{1}{6} b x^3 \right\} \sigma_{bd},$$

otrzymujemy także

$$H - a = \frac{Mx + \left[ (B - b) h^2 \left( \frac{1}{2} x - \frac{1}{3} h \right) + \frac{1}{6} b x^3 \right] \sigma_{bd}}{\frac{1}{2} \left[ (B - b) h (2x - h) + b x^2 \right] \sigma_{bd}} \quad 421$$

e) Wyznaczenie przekroju zbiorowego szeregu wkładek.

Z równania 408. otrzymujemy

$$\nu F_{ez}(H - a - x)^2 \sigma_{bd} = Mx - \left\{ Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 \right\} \sigma_{bd},$$

stąd wreszcie zbiorowy przekrój szeregu wkładek żelaznych

$$F_{ez} = \frac{Mx - \left\{ Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 \right\} \sigma_{bd}}{\nu (H - a - x)^2 \sigma_{bd}} \quad 422$$

albo po wykonaniu oznaczonych działań i sprawieniu jak w równaniu 414.

$$F_{ez} = \frac{Mx - \left\{ (B - b) h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 \right\} \sigma_{bd}}{\nu (H - a - x)^2 \sigma_{bd}} \quad 423$$

Ponieważ i tu można wyeliminować wysokość przekroju, objętą wyrazem  $(H - a - x)$  zapomocą równania 402. względnie 403., według którego

$$H - a - x = \frac{\frac{1}{2} Bh(2x - h) + \frac{1}{2} b(x - h)^2}{\nu F_{ez}} = \frac{(B - b)h(2x - h) + b x^2}{2 \nu F_{ez}} \quad 424$$

więc wartość ta wstawiona w równanie 422. daje

$$F_{ez} = \frac{Mx - \left\{ Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 \right\} \sigma_{bd}}{\frac{1}{4} \left[ Bh(2x - h) + b(x - h)^2 \right]^2 \nu \sigma_{bd}} \cdot \nu^2 F_{ez}^2 \text{ stąd}$$

$$F_{ez} = \frac{\frac{1}{4} \left[ Bh(2x - h) + b(x - h)^2 \right]^2 \sigma_{bd}}{\nu Mx - \nu \left\{ Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 \right\} \sigma_{bd}} \quad 425$$

albo podobnie do wzorów 417. i 423.

$$F_{ez} = \frac{\frac{1}{4} \left[ (B - b) h (2x - h) + b x^2 \right]^2 \sigma_{bd}}{\nu Mx - \nu \left\{ (B - b) h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 \right\} \sigma_{bd}} \quad 426$$

f) **Wyznaczenie rozmiarów poprzecznego przekroju płyty.**

Rozmiary przekroju poprzecznego płyty osadzonej na żebrach oblicza się statycznie osobno w myśl poz. 4. w § 5. instrukcji, poczem dopiero w obliczeniu statycznym belki płytowej uwzględnia się spóldziałanie statyczne tej płyty w szerokości  $B$ , unormowanej pozycją 12. w § 5. instrukcji.

g) **Przybliżone wyznaczenie statyczne belki płytowej.**

W rzeczywistości zdarza się bardzo często, że oś obojętna pada tak blisko niżej dolnej krawędzi przekroju płyty, iż ciśnioną część przekroju żebra można opuścić bez ujmy dla wyniku obliczenia statycznego, i uzyskać w ten sposób znaczne uproszczenie wzorów wyżej wyprowadzonych, a mianowicie.

Z powodu opuszczenia wypadkowej ciśnienia  $D_b = b(x - h) \frac{\sigma'_{bd}}{2}$  w części  $DE_1F_1G$  poprzecznego przekroju żebra, równanie sił **397.** przybierze postać

$$D_b = Z_e \quad 427$$

względnie równania **398.** i **401.**

$$Bh \frac{\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}}{2} = \frac{1}{2} Bh \frac{2x - h}{x} \sigma_{bd} = F_{ez} \sigma_{ez} \quad 428$$

oraz

$$\frac{1}{2} Bh \frac{2x - h}{x} \sigma_{bd} = \nu F_{ez} \frac{H - a - x}{x} \sigma_{bd} \quad 429$$

stąd dalej  $\cdot \frac{1}{2} Bh(2x - h) = \nu F_{ez}(H - a - x)$

$$Bhx - \frac{1}{2} Bh^2 = \nu F_{ez}(H - a) - \nu F_{ez}x,$$

a wreszcie odstęp osi obojętnej

$$x = \frac{\frac{1}{2} Bh^2 + \nu F_{ez}(H - a)}{Bh + \nu F_{ez}} \quad 430$$

albo też także z wzoru **428.**

$$\left( \frac{1}{2} Bh \cdot 2x - \frac{1}{2} Bh^2 \right) \sigma_{bd} = F_{ez} x \sigma_{ez},$$

$$\text{stąd } x = \frac{\frac{1}{2} Bh^2 \sigma_{bd}}{Bh \sigma_{bd} - F_{ez} \sigma_{ez}} = \frac{\frac{1}{2} Bh^2 s_{bd}}{Bh s_{bd} - F_{ez} s_{ez}} \quad 431$$

wreszcie i odnośnie do wzoru **261.**

$$x = \frac{\nu s_{bd}}{\nu s_{bd} + s_{bd}} (H - a) \quad 432$$

We wzorach 431. i 432. nateżenia  $\sigma_{bd} = s_{bd}$  i  $\sigma_{ez} = s_{ez}$  mają największą dopuszczalną wartość, unormowaną pod poz. 1. w § 6. instrukcji.

Dalej w niniejszym wypadku z równania momentów 408. odpadnie moment siły  $D'b$ , którego wartość wynosi  $\frac{1}{3} b (x - h)^3$ ; zostanie zatem tylko

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \nu F_{ez} (H - a - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = M x \quad 433$$

a stąd największe nateżenie cisnące w betonie

$$\sigma_{bd} = \frac{M x}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \nu F_{ez} (H - a - x)^2} \quad 434$$

oraz największe nateżenie ciągnące w żelazie wkładek

$$\sigma_{ez} = \frac{\nu M (H - a - x)}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \nu F_{ez} (H - a - x)^2} \quad 435$$

Skuteczna wysokość przekroju belki płytowej odnośnie do wzoru 413. zmieni się na

$$H - a = x + \sqrt{\frac{M x - B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] \sigma_{bd}}{\nu F_{ez} \sigma_{db}}} \quad 436$$

szerokość spóldzieła płyty odnośnie do wzoru 415.

$$B = \frac{M x - \nu F_{ez} (H - a - x)^2 \sigma_{bd}}{h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] \sigma_{bd}} \quad 437$$

Albo też za wyeliminowaniem  $F_{ez}$  zapomocą podstawienia używanej z równania 429. wartości

$$F_{ez} = \frac{\frac{1}{2} B h (2 x - h)}{\nu (H - a - x)} \quad 438$$

w równanie 433. otrzymamy

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \nu \cdot \frac{\frac{1}{2} B h (2 x - h)}{\nu (H - a - x)} (H - a - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = M x,$$

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{2} B h (2 x - h) (H - a) - \frac{1}{2} B h (2 x - h) x \right\} \sigma_{bd} = M x,$$

stąd wreszcie uproszczony wzór 419.

$$H - a = x + \frac{Mx - Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] \sigma_{bd}}{\frac{1}{2} Bh (2x - h) \sigma_{bd}} \quad 439$$

Dalej z wzoru 433. otrzymujemy uproszczony wzór 422.

$$F_{ez} = \frac{Mx - \left\{ Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] \right\} \sigma_{bd}}{\nu (H - a - x)^2 \sigma_{bd}} \quad 440$$

a po wyceliniowaniu  $(H - a - x)$  z tego równania zapomocą wzoru 438., według którego

$$H - a - x = \frac{\frac{1}{2} Bh (2x - h)}{\nu F'_{ez}} \quad 441$$

będzie

$$F_{ez} = \frac{Mx - Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] \sigma_{bd}}{\nu \frac{1}{4} B^2 h^2 (2x - h)^2 \sigma_{bd}} \cdot \nu^2 F_{ez}^2,$$

ostatecznie uproszczony wzór 425.

$$F_{ez} = \frac{\frac{1}{4} B^2 h^2 (2x - h)^2 \cdot \sigma_{bd}}{\nu Mx - \nu Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] \sigma_{bd}} \quad 442$$

**9.** Belka płytowa z pojedynczym szeregiem jednostronnym wkładek ciągnionych, zresztą jak poprzednio określono, ale z uwzględnieniem normalnych nateżeń ciągnących w betonie.

1. Gdy  $x \leq h$ .

Jak to już wyżej pod 8. poz. 1. zaznaczono, uwidoczniła na rys. 94. i 95. część  $O O_1 C D E F G J$  poprzecznego przekroju betonu płyty belkowej jest narażona na ciągnięcie, które w niniejszym wypadku uwzględnić trzeba. Równanie sił musi tu zatem obejmować: wypadkową ciśnienia w betonie górnej części

$A B_1 O O_1$  przekroju płyty  $D_b = Bx \frac{\sigma_{bd}}{2}$ , wypadkową ciągnięcia w betonie obu skrajnych dolnych części przekroju płyty  $Z_b = (B - b)(h - x) \frac{\sigma_{bz}}{2}$ , wypadkową ciągnięcia w środkowej dolnej

części przekroju płyty i w przekroju żebra  $Z_b = b (H - x) \frac{\sigma_{bz}}{2}$

i wypadkową ciągnięcia w szeregu wkładek żelaznych  $Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}$ .

Stąd równanie sił

$$D_b = Z_b + Z'_b + Z_e \quad 443$$

czyli

$$\frac{1}{2} B x \sigma_{bd} = (B - b) (h - x) \frac{\sigma'_{bz}}{2} + b (H - x) \frac{\sigma_{bz}}{2} + F_{ez} \sigma_{ez} \quad 444$$

Z uwidocznionych w rys. 95. podobnych trójkątów  $J O J_1 \sim F O F_1$  wynika na zasadzie wzoru 399. proporcja

$\sigma_{bz} : \sigma'_{bz} = (H - x) : (h - x)$ , a stąd  $\sigma'_{bz} = \frac{h - x}{H - x} \sigma_{bz}$ , a po podstawieniu tu wartości za  $\sigma_{bz}$  z wzoru 312.

$$\sigma'_{bz} = \frac{h - x}{H - x} \cdot \frac{\mu (H - x)}{x} \sigma_{bd} = \frac{\mu (h - x)}{x} \sigma_{bd} \quad 445$$

po wyrażeniu zaś wszystkich natężeń w równaniu 444. przez  $\sigma_{bd}$  zapomocą wzorów 260., 312. i 445. otrzymamy

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} B x \sigma_{bd} &= \frac{1}{2} (B - b) (h - x) \mu \frac{h - x}{x} \sigma_{bd} + \frac{1}{2} b (H - x) \mu \frac{H - x}{x} \sigma_{bd} + \\ &+ \nu F_{ez} \frac{(H - a - x)}{x} \sigma_{bd} \\ \frac{1}{2} B x \sigma_{bd} &= \frac{\mu}{2} (B - b) \frac{(h - x)^2}{x} \sigma_{bd} + \frac{\mu}{2} b \frac{(H - x)^2}{x} \sigma_{bd} + \\ &+ \nu F_{ez} \frac{H - a - x}{x} \sigma_{bd}. \end{aligned} \quad 446$$

$B x^2 = \mu (B - b) h^2 - 2 \mu (B - b) h x + \mu (B - b) x^2 + \mu b H^2 -$   
 $- 2 \mu b H x + \mu b x^2 + 2 \nu F_{ez} (H - a) - 2 \nu F_{ez} x.$

$B (1 - \mu) x^2 - 2 \{ \mu [(B - b) h + b H] + \nu F_{ez} \} x = \mu [(B - b) h^2 +$   
 $+ b H^2] + 2 \nu F_{ez} (H - a)$ , stąd wreszcie odstęp osi obojętnej

$$\begin{aligned} x &= - \frac{\mu [(B - b) h + b H] + \nu F_{ez}}{B (1 - \mu)} + \\ &+ \sqrt{\frac{\{ \mu [(B - b) h + b H] + \nu F_{ez} \}^2}{(1 - \mu)^2 B^2} +} \\ &+ \frac{\mu [(B - b) h^2 + b H^2] + 2 \nu F_{ez} (H - a)}{(1 - \mu) B} \end{aligned} \quad 447$$

albo po uproszczeniu zapomocą pomnożenia drugiego ułamka pod znakiem pierwiastka przez wyraz

$$\frac{\{ \mu [(B - b) h + b H] + \nu F_{ez} \}^2 (1 - \mu) B}{(1 - \mu) B \{ \mu [(B - b) h + b H] + \nu F_{ez} \}^2}$$

<sup>1</sup> Zob. dopisek <sup>1</sup> na str. 1236.

i po wyłączeniu wspólnego czynnika poza znak pierwiastka i poza nawias

$$x = \frac{\mu [(B-b)h + bH] + \nu F_{ez}}{(1-\mu)B} \times$$

$$\times \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{\mu [(B-b)h^2 + bH^2] + 2\nu F_{ez}(H-a)}{\{\mu [(B-b)h + bH] + \nu F_{ez}\}^2}} \right\} (1-\mu)B \quad 448$$

Równanie momentów względem osi obojętnej odnośnie do równania 443. względnie 446.

$$D_b \cdot \frac{2}{3} x + Z_b \cdot \frac{2}{3} (h-x) + Z'_b \cdot \frac{2}{3} (H-x) + Z_e (H-a-x) =$$

$$= \left[ \frac{1}{3} B x^2 + \frac{1}{3} \mu (B-b) \frac{(h-x)^3}{x} + \frac{1}{3} \mu b \frac{(H-x)^3}{x} + \right.$$

$$\left. + \nu F_{ez} \frac{(H-a-x)^2}{x} \right] \sigma_{bd} = M$$

$$\left[ \frac{1}{3} B x^3 + \frac{1}{3} \mu (B-b) (h-x)^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2 \right] \times$$

$$\times \sigma_{bd} = Mx, \text{ stąd}$$

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{\frac{1}{3} B x^3 + \frac{1}{3} \mu (B-b) (h-x)^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2} =$$

$$= \frac{Mx}{J_i} \quad 449$$

gdy zaś według wzoru 311.

$$\sigma_{bd} = \frac{x}{\mu (H-x)} \sigma_{bz} =$$

$$= \frac{Mx}{\frac{1}{3} B x^3 + \frac{1}{3} \mu (B-b) (h-x)^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2}$$

więc największe natężenie ciągnące w betonie belki płytowej

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu M (H-x)}{\frac{1}{3} B x^3 + \frac{1}{3} \mu (B-b) (h-x)^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2} =$$

$$= \frac{\mu M (H-x)}{J_i} \quad 450$$

2. Gdy  $x > h$ .

W niniejszym wypadku równanie sił 397. względnie 398. trzeba uzupełnić jeszcze występującą w części  $E_1 E F F_1$  przekroju betonu żebra (rys. 96. i 97.) wypadkową ciągnięcia  $Z_b = b (H-x) \frac{\sigma_{bz}}{2}$ , wypadnie tu zatem równanie sił

$$D_b + D'_b = Z_b + Z_e, \quad 451$$

czyli po wstawieniu wartości sił

$$\frac{1}{2} B h (\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}) + \frac{1}{2} b (x - h) \sigma'_{bd} = \frac{1}{2} b (H - x) \sigma_{bz} + F_{ez} \sigma_{ez}. \quad 452$$

Po podstawieniu wartości za  $\sigma_{ez}$ ,  $\sigma_{bz}$  i  $\sigma'_{bd}$  z wzorów 260., 312., 399. będzie

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} B h \frac{2x - h}{x} \sigma_{bd} + \frac{1}{2} b \frac{(x - h)^2}{x} \sigma_{bd} &= \frac{1}{2} \mu b \frac{(H - x)^2}{x} \sigma_{bd} + \\ &+ \nu F_{ez} \frac{(H - a - x)}{x} \sigma_{bd} \end{aligned} \quad 453$$

stąd

$$\begin{aligned} B h x - \frac{1}{2} B h^2 + \frac{1}{2} b x^2 - b h x + \frac{1}{2} b h^2 &= \frac{1}{2} \mu b H^2 - \mu b H x + \\ &+ \frac{1}{2} \mu b x^2 + \nu F_{ez} (H - a) - \nu F_{ez} x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} b (1 - \mu) x^2 + (B h - b h + \mu b H + \nu F_{ez}) x &= \frac{1}{2} B h^2 - \frac{1}{2} b h^2 + \\ &+ \frac{1}{2} \mu b H^2 + \nu F_{ez} (H - a) \end{aligned}$$

$$x^2 + \frac{2(B - b)h + \mu b H + \nu F_{ez}}{(1 - \mu)b} x = \frac{(B - b)h^2 + \mu b H^2 + 2\nu F_{ez}(H - a)}{(1 - \mu)b}$$

wreszcie odstęp osi obojętnej

$$\begin{aligned} x &= - \frac{(B - b)h + \mu b H + \nu F_{ez}}{(1 - \mu)b} + \\ &+ \sqrt{\frac{[(B - b)h + \mu b H + \nu F_{ez}]^2}{(1 - \mu)^2 b^2} + \frac{(B - b)h^2 + \mu b H^2 + 2\nu F_{ez}(H - a)}{(1 - \mu)b}} \end{aligned} \quad 454$$

albo po uproszczeniu zapomocą pomnożenia drugiego ułamka pod znakiem pierwiastka przez wyraz

$$\frac{[(B - b)h + \mu b H + \nu F_{ez}]^2 (1 - \mu)b}{(1 - \mu)b [(B - b)h + \mu b H + \nu F_{ez}]^2}$$

i wyłączeniu wspólnego czynnika poza znak pierwiastka i poza nawias

$$\begin{aligned} x &= \frac{(B - b)h + \mu b H + \nu F_{ez}}{(1 - \mu)b} \times \\ &\times \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{(B - b)h^2 + \mu b H^2 + 2\nu F_{ez}(H - a)}{[(B - b)h + \mu b H + \nu F_{ez}]^2} (1 - \mu)b} \right\}. \end{aligned} \quad 455$$

Na podstawie równania sił 451. względnie 453. otrzymujemy równanie momentów (rys. 96 i 97)



$$D_b \cdot y + D' \cdot \frac{2}{3}(x-h) + Z_b \cdot \frac{2}{3}(H-x) + Z_e(H-a-x) = \left[ \frac{1}{2} B h \frac{2x-h}{x} \cdot y + \frac{1}{2} b \frac{(x-h)^2}{x} \cdot \frac{2}{3}(x-h) + \frac{1}{2} \mu b \frac{(H-x)^2}{x} \cdot \frac{2}{3}(H-x) + \nu F_{ez} \frac{H-a-x}{x} (H-a-x) \right] \sigma_{bd} = M, \text{ a po wstawieniu wartości za } y$$

z WZORU 407.

$$\left[ \frac{1}{2} B h \frac{2x-h}{x} \cdot \frac{3(2x-h)x-h(3x-2h)}{3(2x-h)} + \frac{1}{3} b \frac{(x-h)^3}{x} + \frac{1}{3} \mu b \frac{(H-x)^3}{x} + \nu F_{ez} \frac{(H-a-x)^2}{x} \right] \sigma_{bd} = M$$

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2 \right\} \sigma_{bd} = Mx \text{ stąd}$$

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2} = \frac{Mx}{J_i}$$

456

gdy zaś według wzoru 312.

$$\sigma_{bd} = \frac{x}{\mu(H-x)} \sigma_{bz} = \frac{Mx}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2}$$

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu M(H-x)}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{1}{3} h \right) \right] + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2} = \frac{\mu M(H-x)}{J_i}$$

457

**10.** Belka płytowa z podwójnym szeregiem jednostronnym ciągnionym wkładem żelaznych, zresztą jak poprzednio określono, bez uwzględnienia normalnych nateżeń ciągnących w betonie.

1. Gdy  $x \leq h$ .

Ponieważ w niniejszym wypadku oś obojętna wpada w przekrój poprzeczny płyty lub w dolną jego krawędź, więc reszta przekroju poprzecznego betonowego belki płytowej nie wchodzi w rachubę pod względem statycznym, wobec czego dają się tu zastosować wzory 326. do 339., zestawione wyżej pod 3. (str. 1232) dla belek i płyt o przekroju prostokątnym po stosownej zmianie oznaczeń:  $b$  na  $B$ ,  $h$  na  $H$ ,  $a$  na  $a_0 = \frac{a+a'}{2}$  (rys. 89., 90., 98., 99.), a mianowicie:

Odstęp osi obojętnej w odniesieniu do wspólnego środka ciężkości obu szeregów wkładek

$$x = \frac{\nu \Sigma F_{ez}}{B} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2B(H-a_0)}{\nu \Sigma F_{ez}}} \right], \quad 458$$

gdzie  $\Sigma F_{ez}$  jest sumą przekrojów zbiorowych:  $F_{ez}$  szeregu skrajnego i  $F''_{ez}$  szeregu poprzedniego wkładek żelaznych, to jest

$$\Sigma F_{ez} = F_{ez} + F''_{ez}$$

odnośnie do wzorów 338., 339., 333. i 334.

$$F_{ez} = \frac{Mx - \frac{1}{2} Bx^2 \left( H - a' - \frac{x}{3} \right) \sigma_{bd}}{\nu (H - a - x) (a' - a) \sigma_{bd}} \quad 459$$

$$F''_{ez} = \frac{\frac{1}{2} Bx^2 \left( H - a - \frac{x}{3} \right) \sigma_{bd} - Mx}{\nu (H - a' - x) (a' - a) \sigma_{bd}} \quad 460$$

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{\frac{1}{3} Bx^3 + \nu F''_{ez} (H - a' - x)^2 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2} = \frac{Mx}{J_t} \quad 461$$

$$\sigma_{ez} = \frac{1}{3} Bx^3 + \nu F''_{ez} (H - a' - x)^2 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2 = \frac{J_t}{\nu M(H - a - x)} \quad 462$$

Zresztą odnośnie do wzorów 330. i 337. wynikają ścisłejsze wartości na:

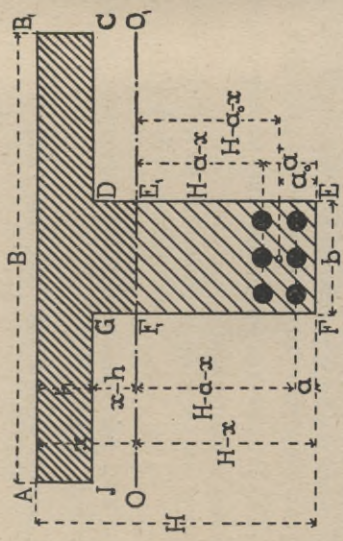
$$x = \frac{\nu(F''_{ez} + F_{ez})}{B} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2B[F''_{ez}(H-a') + F_{ez}(H-a)]}{\nu(F''_{ez} + F_{ez})^2}} \right] \quad 463$$

$$H = \frac{F''_{ez}(a+x) + F_{ez}(a+x)}{F''_{ez} + F_{ez}} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{Mx - \left\{ \frac{1}{3} Bx^3 - \nu[F''_{ez}(a'+x)^2 + F_{ez}(a+x)^2] \right\} \sigma_{bd}}{\nu[F''_{ez}(a'+x) + F_{ez}(a+x)]^2}} \right] \cdot 464$$

2. Gdy  $x > h$ .

a) Położenie osi obojętnej.

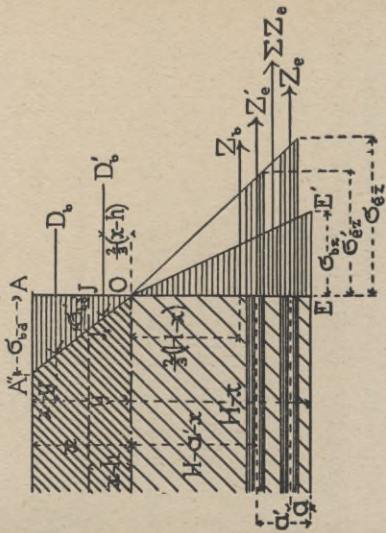
Rysunek 98.



Równanie sił odnośnie do rys. 98. i 99.

$$D_b + D'_b = Z'_e + Z_e$$

Rysunek 99.



$$\text{gdzie } D_b = B h \frac{\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}}{2}, \quad D'_b = b(x-h) \frac{\sigma_{bd}}{2}, \quad Z'_e = F''_{ez} \sigma'_{ez}, \quad Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}, \quad \text{stad } \frac{1}{2} B h (\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}) +$$

$+\frac{1}{2} b(x-h) \sigma'_{bd} = F''_{ez} \sigma'_{ez} + F_{ez} \sigma_{ez}$ , a po podstawieniu wartości na zasadzie wzorów 328., 399. i 400.

$$\frac{1}{2} B h \frac{2x-h}{x} \sigma_{bd} + \frac{1}{2} b \frac{(x-h)^2}{x} \sigma_{bd} = \nu F''_{ez} \sigma_{bd} + F_{ez} \frac{H-a-x}{x} \sigma_{bd} \quad 466$$

$$\text{stad } \frac{1}{2} B h (2x-h) + \frac{1}{2} b(x-h)^2 = \nu F''_{ez} (H-a'-x) + \nu F_{ez} (H-a-x) \quad 467$$

$$\frac{1}{2} (B-b) h (2x-h) + \frac{1}{2} b x^2 = \nu F''_{ez} (H-a'-x) + \nu F_{ez} (H-a-x) \quad 468$$

$$\frac{1}{2} b x^2 + [(B-b) h + \nu (F''_{ez} + F_{ez})] x = \frac{1}{2} (B-b) h^2 + \nu [F''_{ez} (H-a') + F_{ez} (H-a)]$$

$$x^2 + \frac{2[(B-b) h + \nu (F''_{ez} + F_{ez})]}{b} x = \frac{(B-b) h^2 + 2\nu [F''_{ez} (H-a') + F_{ez} (H-a)]}{b} \quad \text{stad}$$

$$x = \frac{(B-b) h + \nu (F''_{ez} + F_{ez})}{b} + \sqrt{\frac{[(B-b) h + \nu (F''_{ez} + F_{ez})]^2}{b^2} + \frac{(B-b) h^2 + 2\nu [F''_{ez} (H-a') + F_{ez} (H-a)]}{b}} \quad 469$$

albo po uproszczeniu jak wzór 405.

$$x = \frac{(B-b) h + \nu (F''_{ez} + F_{ez})}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{(B-b) h^2 + 2\nu [F''_{ez} (H-a') + F_{ez} (H-a)]}{[(B-b) h + \nu (F''_{ez} + F_{ez})]^2}} \right] \quad 469a$$

b) Natężenie ciskające w betonie.

Odnosnie do równania sil 465. i 466., oraz rys. 98. i 99. będzie równanie momentów względem osi obrotnej

$$D_b \cdot y + D'_b \cdot \frac{2}{3}(x-h) + Z'_e(H-a'-x) + Z_e(H-a-x) = M$$

$$\sigma_{bd} \left[ \frac{1}{2} B h \frac{2x-h}{x} \cdot y + \frac{1}{2} b \frac{(x-h)^2}{x} \cdot \frac{2}{3}(x-h) + \nu F^{ne} \frac{H-a'-x}{x}(H-a'-x) + \nu F_{ez} \frac{H-a-x}{x}(H-a-x) \right] = M$$

$$\sigma_{bd} \left[ \frac{1}{2} B h (2x-h) \cdot y + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \nu F_{ez} (H-a'-x)^2 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2 \right] = Mx, \text{ a po podsta-}$$

wieniu wartości za  $y$  z równania 407. i sprawieniu według równania 408.

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \nu F^{ne} (H-a'-x)^2 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2 \right\} \sigma_{bd} = Mx \quad 470$$

stąd największe napięcie ciskące w betonie

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \nu F^{ne} (H-a'-x)^2 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2} = \frac{Mx}{J_i} \quad 471$$

albo po wykonaniu wskazanych działań w mianowniku i sprawieniu, jak w równaniu 410.

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{(B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 + \nu F^{ne} (H-a'-x)^2 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2} = \frac{Mx}{J_i} \quad 471a$$

c) Napięcie ciągnące w żelazie wkładek.

Z pomocą wzoru 273, na którego podstawie

$$\sigma_{bd} = \frac{x}{\nu(H-a-x)} \sigma_{ez} \quad 472$$

ORAZ

$$\sigma_{bd} = \frac{x}{\nu(H-a'-x)} \sigma'_{ez} \quad 473$$

otrzymujemy z równania 470. względnie 471. i 471.a największe natężenie ciągnące w najskrajniejszym szeregu wkładek żelaznych, podobnie jak wzory 411. i 412.

$$\sigma_{ez} = \frac{\nu M(H-a-x)}{\nu M(H-a-x)} = \frac{J_i}{\nu M(H-a-x)^2} \quad 474$$

albo

$$\sigma_{ez} = \frac{\nu M(H-a-x)}{\nu M(H-a-x)} = \frac{J_i}{\nu M(H-a-x)^2} \quad 474a$$

d) Rozmiary poprzecznego przekroju belki płytowej.

Z równania 470. wynika

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \nu F'_{ez} H^2 - 2 \nu F'_{ez} H(a'+x) + \nu F'_{ez} (a'+x)^2 + \nu F'_{ez} H^2 - 2 \nu F'_{ez} H(a+x) + \right. \\ \left. + \nu F'_{ez} (a+x)^2 \right\} \sigma_{bd} = M x$$

$$\sigma_{bd} \{ \nu (F'_{ez} + F_{ez}) H^2 - 2 \nu [F'_{ez}(a'+x) + F_{ez}(a+x)] H \} = M x - \left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \right. \\ \left. + \nu [F'_{ez} (a'+x)^2 + F_{ez} (a+x)^2] \right\} \sigma_{bd} \\ H^2 - \frac{2 [F'_{ez} (a'+x) + F_{ez} (a+x)]}{F'_{ez} + F_{ez}} H =$$

$$M x - \left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \nu [F'_{ez} (a'+x)^2 + F_{ez} (a+x)^2] \right\} \sigma_{bd} \\ = \frac{\nu (F'_{ez} + F_{ez}) \sigma_{bd}}$$

ostatecznie całkowita wysokość belki płytowej

$$H = \frac{F_{ez}(a' + x) + F_{ez}(a + x)}{F_{ez} + F_{ez}} + \frac{Mx - \left\{ Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \nu [F_{ez}(a' + x)^2 + F_{ez}(a + x)^2] \right\} \sigma_{bd}}{\nu (F_{ez} + F_{ez}) \sigma_{bd}}$$

albo po uproszczeniu jak we wzorze 337.

$$H = \frac{F_{ez}(a' + x) + F_{ez}(a + x)}{F_{ez} + F_{ez}} \times$$

$$\left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{Mx - \left\{ Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \nu [F_{ez}(a' + x)^2 + F_{ez}(a + x)^2] \right\} \sigma_{bd}}{\nu [F_{ez}(a' + x) + F_{ez}(a + x)]^2 \sigma_{bd}}} \right] \frac{(F_{ez} + F_{ez})}{\sigma_{bd}}$$

albo wreszcie po wykonaniu działań wskazanych i sprawieniu

$$H = \frac{F_{ez}(a' + x) + F_{ez}(a + x)}{F_{ez} + F_{ez}} \times$$

$$\left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{Mx - \left\{ (B - b) h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 + \nu [F_{ez}(a' + x)^2 + F_{ez}(a + x)^2] \right\} \sigma_{bd}}{\nu [F_{ez}(a' + x) + F_{ez}(a + x)]^2 \sigma_{bd}}} \right] \frac{(F_{ez} + F_{ez})}{\sigma_{bd}} \quad 475$$

Z równania 470. otrzymujemy także

$$B = \frac{Mx - \left\{ \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \nu F_{ez}(H - a' - x)^2 + \nu F_{ez}(H - a - x)^2 \right\} \sigma_{bd}}{h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] \sigma_{bd}}$$

oraz

$$b = \frac{Mx - \left\{ Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \nu F_{ez} (H - a' - x)^2 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2 \right\} \sigma_{bd}}{\frac{1}{3} (x - h)^3 \sigma_{bd}}$$

477

Z równań 467. i 468. wynika

$$F_{ez} = \frac{\frac{1}{2} Bh (2x - h) + \frac{1}{2} b (x - h)^2 - \nu F_{ez} (H - a - x)}{\nu (H - a' - x)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} (B - b) h (2x - h) + \frac{1}{2} b x^2 - \nu F_{ez} (H - a - x)}{\nu (H - a' - x)}$$

478

co wstawione w równanie 470. daje

$$\left\{ Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \nu \frac{\frac{1}{2} Bh (2x - h) + \frac{1}{2} b (x - h)^2 - \nu F_{ez} (H - a - x)}{\nu (H - a' - x)} (H - a' - x)^2 + \right.$$

$$\left. + \nu F_{ez} (H - a - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = Mx$$

$$\left\{ Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \left[ \frac{1}{2} Bh (2x - h) + \frac{1}{2} b (x - h)^2 \right] (H - a' - x) + \nu F_{ez} (H - a - x) (H - a - x) - \right.$$

$$\left. - H + a' + x \right\} \sigma_{bd} = Mx$$

$$F_{ez} = \frac{Mx - \left\{ Bh \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \frac{1}{2} [Bh (2x - h) + b (x - h)^2] (H - a' - x) \right\} \sigma_{bd}}{\nu (H - a - x) (a' - a) \sigma_{bd}}$$

479



albo po wykonaniu wskazanych działań i sprawieniu

$$F_{ez} = \frac{Mx - \left\{ (B-b)h \left[ (H-a') \left( x - \frac{h}{2} \right) - h \left( \frac{x}{2} - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{2} b x^2 (H-a' - \frac{x}{3}) \right\} \sigma_{bd}}{\nu (H-a-x) (a'-a) \sigma_{bd}} \quad 479a$$

Z równań 467. i 468. wynika także

$$F_{ez} = \frac{\frac{1}{2} B h (2x-h) + \frac{1}{2} b (x-h)^2 - \nu F_{ez} (H-a'-x)}{\nu (H-a-x)} = \\ = \frac{\frac{1}{2} (B-b) h (2x-h) + \frac{1}{2} b x^2 - \nu F_{ez} (H-a'-x)}{\nu (H-a-x)} \quad 480$$

a po podstawieniu w równanie 470.

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \nu \frac{\frac{1}{2} B h (2x-h) + \frac{1}{2} b (x-h)^2 - \nu F_{ez} (H-a'-x)}{\nu (H-a-x)} (H-a-x)^2 + \right. \\ \left. + \nu F_{ez} (H-a'-x)^2 \right\} \sigma_{bd} = Mx$$

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \left[ \frac{1}{2} B h (2x-h) + \frac{1}{2} b (x-h)^2 \right] (H-a-x) + \nu F_{ez} (H-a'-x) (a-a') \right\} \sigma_{bd} = Mx$$

stąd

$$F_{ez} = \frac{Mx - \left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x-h)^3 + \left[ \frac{1}{2} B h (2x-h) + \frac{1}{2} b (x-h)^2 \right] (H-a-x) \right\} \sigma_{bd}}{\nu (H-a'-x) (a-a') \sigma_{bd}} \quad 481$$

albo po wykonaniu wskazanych działań i sprawieniu

$$F''_{ez} = \frac{Mx - \left\{ (B-b)h \left[ (H-a) \left( x - \frac{h}{2} \right) - h \left( \frac{x}{2} - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{2} b x^2 \left( H - a - \frac{x}{3} \right) \right\} \sigma_{bd}}{\nu (H - a' - x) (a - a')} \quad 481a$$

Ponieważ we wzorze 481. a względnie 481. a mianownik ze względu na czynnik  $(a - a')$  jest ujemny, więc i licznik musi wypaść ujemny, gdyż wartość rzetelna  $F''_{ez}$  musi być dodatnia.

e) Przybliżone wyznaczenie statyczne belki płytowej. Wzory statyczne przybliżone do obliczenia niniejszej belki płytowej dają się wyprowadzić w sposób przedstawiony pod g) na str. 1264 itd. z tą różnicą, że równanie sił będzie tu

$$D_b = Z'_e + Z_e \quad 482$$

czyli

$$\frac{1}{2} B h \cdot \frac{2x - h}{x} \sigma_{bd} = \nu F''_{ez} \frac{H - a' - x}{x} \sigma_{bd} + \nu F'_{ez} \frac{H - a - x}{x} \sigma_{bd}, \quad 483$$

a równanie momentów

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \nu F''_{ez} (H - a' - x)^2 + \nu F'_{ez} (H - a - x)^2 \right\} \sigma_{bd}. \quad 484$$

11. Belka płytowa z podwójnym szeregiem jednostronnym wkładek ciągnionych, zresztą jak poprzednio określono, ale z uwzględnieniem normalnych natężeń ciągnących w betonie.

1. Gdy  $x \leq h$ .

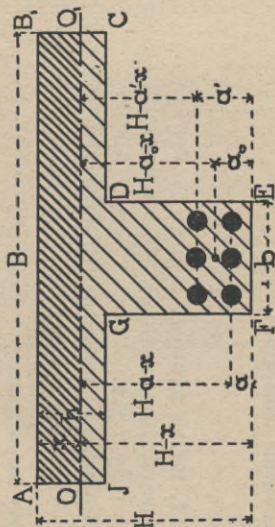
Równanie sił wewnętrznych uwidoczonych wyżej w rys. 100. i 101.

$$D_b = Z'_b + Z_b + Z_e + Z_e \quad 485$$

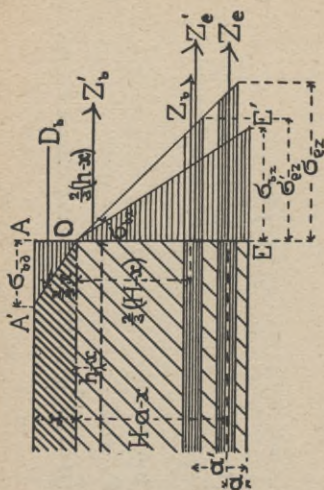
gdzie  $D_b = B x \frac{\sigma_{bd}}{2}$ ,  $Z'_b = (B - b) (h - x) \frac{\sigma'_{bz}}{2}$ ,  $Z_b = b (H - x) \frac{\sigma_{bz}}{2}$ ,  $Z'_e = F''_{ez} \sigma'_{ez}$ ,  $Z_e = F'_{ez} \sigma_{ez}$ , stąd

$$\frac{1}{2} B x \sigma_{bd} = (B - b) (h - x) \frac{\sigma'_{bz}}{2} + b (H - x) \frac{\sigma_{bz}}{2} + F''_{ez} \sigma'_{ez} + F'_{ez} \sigma_{ez} \quad 486$$

Rysunek 100.



Rysunek 101.



po wyrażeniu wszystkich nateżeń przez  $\sigma_{bd}$  zapomocą wzorów 260., 312. i 445.

$$\frac{1}{2} B x \sigma_{bd} = \frac{1}{2} (B-b) (h-x) \cdot \frac{\mu (h-x)}{x} \sigma_{bd} + \frac{1}{2} b (H-x) \frac{\mu (H-x)}{x} \sigma_{bd} + \nu F_{ez} \sigma_{bd} + \nu F_{ez} \frac{(H-a'-x)}{x} \sigma_{bd} + \nu F_{ez} \frac{(H-a-x)}{x} \sigma_{bd}$$

487

$$\frac{1}{2} B x^2 = \frac{\mu}{2} (B-b) (h-x)^2 + \frac{\mu}{2} b (H-x)^2 + \nu F_{ez} (H-a'-x) + \nu F_{ez} (H-a-x)$$

$$\frac{1}{2} B x^2 = \frac{\mu}{2} (B-b) h^2 - \mu (B-b) h x + \frac{\mu}{2} (B-b) x^2 + \frac{\mu}{2} b H^2 - \mu b H x + \frac{\mu}{2} b x^2 + \nu F_{ez} (H-a') - \nu F_{ez} x + \nu F_{ez} (H-a) - \nu F_{ez} x$$

$$(1-\mu) B x^2 + 2 [\mu (B-b) h + \mu b H + \nu (F_{ez} + F_{ez})] x = \mu [(B-b) h^2 + b H^2] + 2 \nu [F_{ez} (H-a') + F_{ez} (H-a)]$$

$$x^2 + \frac{2[\mu(B-b) + \mu b H + \nu(F'_{ez} + F_{ez})]}{(1-\mu)B} x = \frac{\mu[(B-b)h^2 + bH^2] + 2\nu[F'_{ez}(H-a') + F_{ez}(H-a)]}{(1-\mu)B} + \frac{\mu[(B-b)h + bH] + \nu(F'_{ez} + F_{ez})}{(1-\mu)B} + \sqrt{\frac{[\mu(B-b)h + \mu b H + \nu(F'_{ez} + F_{ez})]^2}{(1-\mu)^2 B^2} + \frac{\mu[(B-b)h^2 + bH^2] + 2\nu[F'_{ez}(H-a') + F_{ez}(H-a)]}{(1-\mu)B}}$$

488

albo po uproszczeniu jak równanie 448.

$$x = \frac{\mu[(B-b)h + bH] + \nu(F'_{ez} + F_{ez})}{(1-\mu)B} \times$$

$$\times \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{\mu[(B-b)h^2 + bH^2] + 2\nu[F'_{ez}(H-a') + F_{ez}(H-a)]}{[\mu(B-b)h + \mu b H + \nu(F'_{ez} + F_{ez})]^2}} (1-\mu)B \right].$$

488a

Równanie momentów względem osi obojętnej odnosić do równania sił 485. do 487. i rys. 101.

$$D_b \cdot \frac{2}{3} x + Z'_b \cdot \frac{2}{3} (h-x) + Z_b \cdot \frac{2}{3} (h-x) + Z_e (H-a'-x) + Z_c (H-a-x) = M$$

$$\left\{ \frac{1}{2} B x \cdot \frac{2}{3} x + \frac{1}{2} (B-b) \frac{\mu(h-x)^2}{x} \cdot \frac{2}{3} (h-x) + \frac{1}{2} b \frac{\mu(H-x)^2}{x} \cdot \frac{2}{3} (H-x) + \nu F'_{ez} \frac{H-a'-x}{x} \cdot (H-a'-x) + \nu F_{ez} \frac{H-a-x}{x} (H-a-x) \right\} \sigma_{bd} = M$$

$$\left\{ \frac{1}{3} B x^3 + \frac{1}{3} \mu (B-b) (h-x)^3 + \nu F_{ez} (H-a'-x)^2 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2 \right\} \sigma_{bd} = M x \quad 489$$

stad

$$\sigma_{bd} = \frac{1}{3} B x^3 + \frac{1}{3} \mu (B-b) (h-x)^3 + \nu F_{ez} (H-a'-x)^2 + \nu F_{ez} (H-a-x)^2 \quad M x \quad \frac{M x}{J_i} = \quad 490$$

a z pomocą wzoru 311.

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{x} \sigma_{bz} = \frac{1}{3} Bx^3 + \frac{1}{3} \mu (B-b)(h-x)^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F''_{ez} (H-a'-x)^2 + \nu F'_{ez} (H-a-x)^2$$

ostatecznie największe napięcie ciągnące w betonie

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu M (H-x)}{\frac{1}{3} Bx^3 + \frac{1}{3} \mu (B-b)(h-x)^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F''_{ez} (H-a'-x)^2 + \nu F'_{ez} (H-a-x)^2} = \frac{\mu M (H-x)}{J_i}.$$

491

2. Gdy  $x > h$ .

Równanie sił odnośnie do rys. 99.

$$D_b + D'_b = Z_b + Z'_e + Z_e$$

492

gdzie wypadkowa napiężeń ciskających w betonie  $D_b = B \frac{\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}}{2}$  i  $D'_b = b \frac{\sigma'_{bd}}{2}$ , wypadkowa napiężeń ciągnących w części  $E_1 E F F_1$  przekroju betonu  $Z_b = b (H-x) \frac{\sigma_{bz}}{2}$ , wypadkowe napiężeń ciągnących w żelazie  $Z'_e = F''_{ez} \sigma'_{ez}$ ,  $Z_e = F'_{ez} \sigma_{ez}$ , co wszystko podstawione w równanie 492. daje

$$\frac{1}{2} B h (\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}) + \frac{1}{2} b (x-h) \sigma'_{bd} = \frac{1}{2} b (H-x) \sigma_{bz} + \nu F''_{ez} \sigma'_{ez} + \nu F'_{ez} \sigma_{ez},$$

a po podstawieniu wartości za  $\sigma_{bz}$ ,  $\sigma'_{bd}$ ,  $\sigma_{ez}$  i  $\sigma'_{ez}$  odnośnie do wzorów 312., 399. i 400.

$$\frac{1}{2} B h \frac{x-h}{x} \sigma_{bd} + \frac{1}{2} b \frac{(x-h)^2}{x} \sigma_{bd} = \frac{\mu}{2} b \frac{(H-x)^2}{x} \sigma_{bd} + \nu F''_{ez} \frac{H-a'-x}{x} \sigma_{bd} + \nu F'_{ez} \frac{H-a-x}{x} \sigma_{bd}$$

493

stąd

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} B h (2x - h) + \frac{1}{2} b (x - h)^2 = \frac{\mu}{2} b (H - x)^2 + \nu F'_{e2} (H - a' - x) + \nu F_{e2} (H - a - x) \\ B h x - \frac{1}{2} B h^2 + \frac{1}{2} b x^2 - b h x + \frac{1}{2} b h^2 &= \frac{\mu}{2} b H^2 - \mu b H x + \frac{\mu}{2} b x^2 + \nu F'_{e2} (H - a') - \nu F_{e2} x + \\ &+ \nu F_{e2} (H - a) - \nu F_{e2} x \\ \frac{1}{2} (1 - \mu) b x^2 + [(B - b) h + \mu b H + \nu (F'_{e2} + F_{e2})] x &= \frac{1}{2} (B - b) h^2 + \frac{\mu}{2} b H^2 + \nu [F'_{e2} (H - a') + F_{e2} (H - a)] \\ x^2 + \frac{2[(B - b) h + \mu b H + \nu (F'_{e2} + F_{e2})]}{(1 - \mu) b} x &= \frac{(B - b) h^2 + \mu b H^2 + 2\nu [F'_{e2} (H - a') + F_{e2} (H - a)]}{(1 - \mu) b} \\ x &= - \frac{(B - b) h + \mu b H + \nu (F'_{e2} + F_{e2})}{(1 - \mu) b} + \end{aligned}$$

$$+ \sqrt{\frac{[(B - b) h + \mu b H + \nu (F'_{e2} + F_{e2})]^2}{(1 - \mu)^2 b^2} + \frac{(B - b) h^2 + \mu b H^2 + 2\nu [F'_{e2} (H - a') + F_{e2} (H - a)]}{(1 - \mu) b}}$$

494

albo po uproszczeniu jak równanie 455.

$$x = \frac{(B - b) h + \mu b H + \nu (F'_{e2} + F_{e2})}{(1 - \mu) b} \times$$

$$\times \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{(B - b) h^2 + \mu b H^2 + 2\nu [F'_{e2} (H - a') + F_{e2} (H - a)]}{[(B - b) h + \mu b H + \nu (F'_{e2} + F_{e2})]^2}} \right] \frac{1}{(1 - \mu) b}$$

494a

Równanie momentów względem osi obojętnej odnośnie do równania sił 492. i 493.

$$D_b \cdot y + D'_b \cdot \frac{2}{3} (x - h) + Z_b \cdot \frac{2}{3} (H - x) + Z'_e (H - a' - x) + Z_e (H - a - x) = M$$

$$\left\{ \frac{1}{2} B h \frac{2x - h}{x} \cdot y + \frac{1}{3} b \frac{(x - h)^3}{x} + \frac{\mu}{3} b \frac{(H - x)^3}{x} + \nu F'_{e2} \frac{(H - a' - x)^2}{x} + \nu F_{e2} \frac{(H - a - x)^2}{x} \right\} \sigma_{bd} = M$$

po podstawieniu wartości za  $y$  z wzoru 407. i sprawdzeniu

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \frac{\mu}{3} b (H - x)^3 + \nu F_{ez} (H - a' - x)^2 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = M x \quad 495$$

albo po wykonaniu wskazanych działań i sprawieniu

$$\left\{ B h x^2 - B h^2 x + \frac{1}{3} B h^3 + \frac{1}{3} b x^3 - b x^2 h + b x h^2 - \frac{1}{3} b h^3 + \frac{\mu}{3} b H^3 - \mu b H^2 x + \mu b H x^2 - \frac{\mu}{3} b x^3 + \right.$$

$$\left. + \nu F_{ez} (H - a' - x)^2 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = M x$$

$$\left\{ (B - b) h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \mu b H \left[ x^2 - H \left( x - \frac{H}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} (1 - \mu) b x^3 + \nu F_{ez} (H - a' - x)^2 + \right.$$

$$\left. + \nu F_{ez} (H - a - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = M x \quad 496$$

stąd

$$\sigma_{bd} = \frac{M x}{J_i} = \frac{\mu}{J_i} \frac{M x}{x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \frac{\mu}{3} b (H - x)^3 + \nu F_{ez} (H - a' - x) + \nu F_{ez} (H - a - x)^2} \quad 497$$

albo

$$\sigma_{bd} = \frac{M x}{J_i} = \frac{\mu}{J_i} \frac{M x}{(B - b) h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \mu b H \left[ x^2 - H \left( x - \frac{H}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} (1 - \mu) b x^3 + \nu F_{ez} (H - a' - x)^2 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2} \quad 497a$$

a po podstawieniu wartości za  $\sigma_{bd}$  z wzoru 311. będzie największe napięcie ciągnące w betonie

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu M (H - x)}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b (x - h)^3 + \frac{\mu}{3} b (H - x)^3 + \nu F_{ez} (H - a' - x)^2 + \nu F_{ez} (H - a - x)^2} = \frac{\mu M (H - x)}{J_i} \quad 498$$

albo

$$c_{bz} = \frac{\mu M(H-x)}{(B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \mu b H \left[ x^2 - H \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} \frac{H}{x - \frac{h}{3}}} + \frac{\mu M(H-x)}{J_i} = 498a$$

## PRZYKŁAD VIII.

Pod podługę w pracowni roboczej zaprojektować strop z żelbetonową płytą żebrową na rozpiętość 7 m i szerokość 5.40 m.

Według przyjętych norm obciążenie użytkowe takiego stropu  $p = 550 \text{ kg/m}^2$ , a ciężar własny — t. j. płyta żelbetonowa z nasypką, legarkami, podługą i wyprawą, ale bez żeber —  $g = 520 \text{ kg/m}^2$ , całkowite zatem obciążenie  $q = p + g = 550 + 520 = 1070 \text{ kg/m}^2$ .

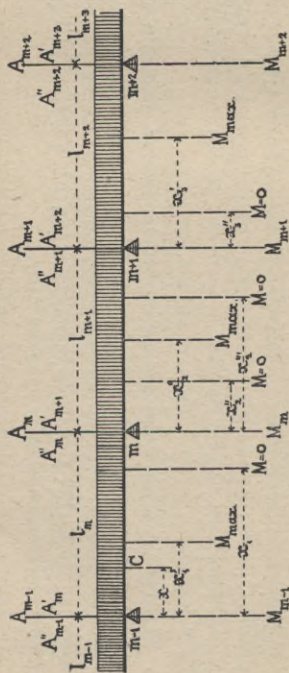
Wzajemny odstęp żeber od osi do osi ma wynosić 1.8 m, wobec czego ze względu na długość lokalu pracowni 5.4 m płyta będzie przechodzić przez trzy pola i wspierać się swymi oboma końcami na murach, a środkową swą częścią na dwu żebrach tak zresztą rozstawionych, by widoczne od spodu wszystkie trzy pola były jednakowo t. j. po 1.55 m w świetle szerokie.

Wprawdzie płyta z każdym swem żebrem tworzy jednolitą całość żelbetonową, a same żebra są podporami elastycznymi, ze względu jednak na poz. 4. w § 5. instrukcji będziemy liczyć płytę jako ciągłą o trzech równych polach. W tym celu zachodzi przedewszystkiem potrzeba zestawienia wzorów statycznych, odnoszących się do belki względnie płyty ciągłej czyli wieloprzęsłnej, według szematu obciążenia i podparcia, uwidocznionego w rysunku 102.

1. Belka względnie płyta ciągła czyli wieloprzęsłna wogóle.



Rysunek 102.



a) Momenta zgięcia podporowe.

Uwidoczony wyżej rys. 102. przedstawia belkę ciągłą czyli wieloprzęślną o rozpiętości przeseł  $l_m, l_{m+1}, l_{m+2}$  itd., obciążoną jednostajnie całkowitym ciężarem  $q$  na każdy metr jej długości pod tem zresztą założeniem, że przed podporą  $m+1$  z lewej, oraz za podporą  $m+2$  z prawej strony są jeszcze dalsze przęśla. Momenta zgięcia  $M_{m-1}, M_m, M_{m+1}, M_{m+2}$  itd. na podporach dają się obliczyć zapomocą znanego ogólnego

równania momentów podporowych Clapeyrona, które odnosi się do którychkolwiek dwu bezpośrednio przyległych przeseł, na przykład do przeseł o rozpiętości  $l_m$  i  $l_{m+1}$ :

$$M_{m-1} \cdot l_m + 2 M_m (l_m + l_{m+1}) + M_{m+1} \cdot l_{m+1} = -\frac{1}{4} q (l_m^3 + l_{m+1}^3).$$

499

Jeżeli zatem belka obejmuje  $m = n$  przeseł, to w zastosowaniu tego równania tworzyć należy idąc od lewej ku prawej stronie kolejno każdą dwójkę przeseł w ten sposób, by w jej skład wchodziło zawsze przęślo najbliższe bezpośredniej dwójki poprzedniej. Takich dwójek przeseł otrzymamy tu  $n-1$ , i tyleż równań momentów podporowych, z których to równań dają się wyznaczyć wszystkie momenta podporowe, gdyż momenta na pierwszej i ostatniej podporze są już dane samym sposobem podparcia.

W szczególności dla pierwszych dwu przeseł rys. 102. po przyjęciu  $m=1$  otrzymamy

$$M_0 l_1 + 2 M_1 (l_1 + l_2) + M_2 l_2 = -\frac{1}{4} q (l_1^3 + l_2^3),$$

gdy jednak przyjmiemy, że podpora zero (o) jest wolnem podparciem belki, więc  $M_0 = 0$ , a stąd równanie momentów oporowych będzie ostatecznie

$$2 M_1 (l_1 + l_2) + M_2 l_2 = -\frac{1}{4} q (l_1^3 + l_2^3) \quad 500$$

dla następnej dwójki, obejmującej przęsła o rozpiętości  $l_{m+1}$  i  $l_{m+2}$

$$M_1 l_2 + 2 M_2 (l_2 + l_3) + M_3 l_3 = -\frac{1}{4} q (l_2^3 + l_3^3) \quad 501$$

itd.; wreszcie dla  $m = n-2$ , t. j. dla dwójki przęseł o rozpiętości  $l_{n-2}$  i  $l_{n-1}$

$$M_{n-3} l_{n-2} + 2 M_{n-2} (l_{n-2} + l_{n-1}) + M_{n-1} l_{n-1} = -\frac{1}{4} q (l_{n-2}^3 + l_{n-1}^3) \quad 502$$

ostatecznie dla dwójki i rozpiętości przęseł  $l_{n-1}$  i  $l_n$

$$M_{n-2} l_{n-1} + 2 M_{n-1} (l_{n-1} + l_n) + M_n l_n = -\frac{1}{4} q (l_{n-1}^3 + l_n^3),$$

gdy zaś na ostatniej podporze  $n$ ,  $M_n = 0$ , więc ostatecznie równanie momentów podporowych będzie

$$M_{n-2} l_{n-1} + 2 M_{n-1} (l_{n-1} + l_n) = -\frac{1}{4} q (l_{n-1}^3 + l_n^3). \quad 503$$

b) Momenta zgięcia międzypodporowe czyli w obrębie przęsła.

Równanie momentu zgięcia w przekroju  $C$  położonym w odstepie  $x$  od lewej podpory  $n$  p. w przęśle  $m$  (rys. 102.):

$$M = M_{m-1}^+ A_{m-1}^x - q x \times \frac{x}{2} = M_{m-1}^+ A_{m-1}^x - \frac{1}{2} q x^2 \quad 504$$

ponieważ w przekroju na podporze  $m$  moment zgięcia (rys. 102.)

$$M_m = M_{m-1}^+ A_{m-1}^X l_m - \frac{1}{2} q l_m^2, \text{ a stąd } A_{m-1}^X = \frac{M_m - M_{m-1}^+}{l_m} + \frac{1}{2} q l_m$$

505

co podstawione w równanie 504. daje ogólne równanie

$$M = M_{m-1}^+ \frac{M_m - M_{m-1}^+}{l_m} x + \frac{1}{2} q l_m x - \frac{1}{2} q x^2 = \frac{M_{m-1}^+}{l_m} (l_m + x) + \frac{M_m}{l_m} x + \frac{1}{2} q x (l_m - x).$$

506

W szczególności równanie to odniesione do pierwszego przęsła o rozpiętości  $l_m$ , dla  $m=1$ , przybierze postać

$$M = M_0 + \frac{M_1 - M_0}{l_1} x + \frac{1}{2} q x (l_1 - x) = M_0 \frac{l_1 - x}{l_1} + M_1 \frac{x}{l_1} + \frac{1}{2} q x (l_1 - x),$$

gdy zaś w pierwszym przęsle  $M_0 = 0$  będzie więc

$$M = \frac{M_1}{l_1} x + \frac{1}{2} q x (l_1 - x).$$

507

Dla przekroju w drugim z kolei przęsle, to jest dla  $m=2$ :

$$M = M_1 + \frac{M_2 - M_1}{l_2} x + \frac{1}{2} q x (l_2 - x) = M_1 \frac{l_2 - x}{l_2} + \frac{M_2}{l_2} x + \frac{1}{2} q x (l_2 - x).$$

508

Dla przekroju w trzecim przęsle czyli dla  $m=3$

$$M = M_2 + \frac{M_3 - M_2}{l_3} x + \frac{1}{2} q x (l_3 - x) = \frac{M_2}{l_3} (l_3 - x) + \frac{M_3}{l_3} x + \frac{1}{2} q x (l_3 - x)$$

509

itd.; wreszcie dla ostatniego przęsła czyli dla  $m=n$ :

$$M = M_{n-1}^+ \frac{M_n - M_{n-1}^+}{l_n} x + \frac{1}{2} q x (l_n - x) = \frac{M_{n-1}^+}{l_n} (l_n - x) + \frac{M_n}{l_n} x + \frac{1}{2} q x (l_n - x),$$

gdy zaś w ostatniem przęśle wolno podpartem  $M_n = 0$ , więc

$$M = M_{n-1} \frac{M_{n-1}}{l_n} x + \frac{1}{2} q x (l_n - x) = \frac{M_{n-1}}{l_n} (l_n - x) + \frac{1}{2} q x (l_n - x). \quad 510$$

Największy moment dodatni w obrębie danego przęśla będzie, jak wiadomo, dla tej wartości  $x$ , która różniczkę odnośnego momentu sprowadzi do zera. Skoro zatem różniczkę tego momentu przyrównamy do zera, to jest

$$\frac{dM}{dx} = 0 \quad 511$$

i z tego właśnie równania wyznaczymy wartość  $x$  i wstawimy w równanie odnośnego momentu zgięcia, otrzymamy największy moment.

#### c) Oddziaływania podporowe.

Obciążenie całkowite każdego przęśla wywołuje na obu własnych podporach oddziaływania, które znowu sumują się z odnośnymi oddziaływaniami przęseł przylegających bezpośrednio z lewej i prawej strony.

Tak więc w przęśle pierwszym na podporze  $m-1$  (rys. 102.) powstanie wskutek obciążenia własnego oddziaływanie  $A''_{m-1}$ , zaś wskutek obciążenia przyległego następnego przęśla oddziaływanie  $A'_m$ , w przęśle drugim na podporze  $m$  wystąpi własne oddziaływanie  $A''_m$  oraz oddziaływanie  $A'_{m+1}$  idące z obciążenia przyległego trzeciego przęśla itd. Stąd więc na podporze:

$$\begin{array}{ll} m-1, & \text{oddziaływanie } A_{m-1} = A''_{m-1} + A'_m \\ m, & \text{"} \\ & A_m = A''_m + A'_{m+1} \\ m+1, & \text{"} \\ & A_{m+1} = A''_{m+1} + A'_{m+2} \\ m+2, & \text{"} \\ & A_{m+2} = A''_{m+2} + A'_{m+3} \end{array}$$

Wielkość tych oddziaływań daje się obliczyć za pomocą równania momentów, a mianowicie: w przęśle o rozpiętości  $l_m$  równanie momentów co do przekroju poprzecznego belki na podporze  $m-1$  będzie odnośnie do wzoru 504. względnie 505.

$$M_{m-1}^{\bar{}} M_m^+ A''^+ \times l_m \frac{1}{2} q l_m^2, \text{ stąd } A''^+ = (M_{m-1}^{\bar{}} M_m) \frac{1}{l_m} + \frac{1}{2} q l_m$$

512

zaś względem przekroju na podporze  $m+1$ :

$$M_{m+1}^{\bar{}} M_m^+ A' \times l_{m+1} \frac{1}{2} q l_{m+1}^2, \text{ stąd } A' = (M_{m+1}^{\bar{}} M_m) \frac{1}{l_{m+1}} + \frac{1}{2} q l_{m+1}.$$

513

Oddziaływanie zatem na podporze  $m$ :

$$A_m^{\bar{}} A''^+ A' = (M_{m-1}^{\bar{}} M_m) \frac{1}{l_m} + (M_{m+1}^{\bar{}} M_m) \frac{1}{l_{m+1}} + \frac{1}{2} q (l_m^+ l_{m+1}).$$

514

Z tego ogólnego równania otrzymujemy szczegółowe równania do obliczenia oddziaływań na każdej poprzedniej względnie następnej podporze, jeżeli w równaniu 514. wskaźniki zgodne ze wskaźnikami oddziaływania zamienimy na wskaźnik danej własnie podpory, zaś resztę wskaźników zastąpimy zmniejszonym względnie zwiększonym o jednostkę rzeczonym wskaźnikiem danej podpory z zachowaniem porządku w równaniu 514. uwidoczniemy. Tak na przykład w podporze  $m-1$  otrzymamy

$$A_{m-1}^{\bar{}} (M_{m-2}^{\bar{}} M_{m-1}) \frac{1}{l_{m-1}} + (M_m^{\bar{}} M_{m-1}) \frac{1}{l_m} + \frac{1}{2} q (l_{m-1}^+ l_m) = A''^+ A' m.$$

515

Na podporze  $m+1$ :

$$A_{m+1}^{\bar{}} A''^+ A' = (M_m^{\bar{}} M_{m+1}) \frac{1}{l_{m+1}} + (M_{m+2}^{\bar{}} M_{m+1}) \frac{1}{l_{m+2}} + \frac{1}{2} q (l_{m+2}^+ l_{m+3}).$$

516

Na podporze  $m+2$ :

$$A_{m+2}^{\bar{}} A''^+ A' = (M_{m+1}^{\bar{}} M_{m+2}) \frac{1}{l_{m+2}} + (M_{m+3}^{\bar{}} M_{m+2}) \frac{1}{l_{m+3}} + \frac{1}{2} q (l_{m+3}^+ l_{m+4}).$$

517

d) Belka ciągła o trzech przęsłach.

Jeżeli w rys. 102. podstawimy  $m=1$  i przyjmiemy, że rozpiętość przęseł  $l_{m-1} = l_m = l_{m+1}$ ,  $l_{m-2}$  i że pierwsza i ostatnia podpora stanowią wolne podparcie belki, wówczas ów rysunek wyobrażał będzie belkę ciągłą o trzech przęsłach równych wzajemnie eo do rozpiętości, wspartą na podporach  $m-1=0$ ,  $m=1$ ,  $m+1=2$ ,  $m+2=3$ , jak to zresztą rysunek 103. wykazuje.

W myśl tych określeń podnieść należy przedewszystkiem, że momenta podporowe na pierwszej i ostatniej podporze mają wartość zera, to jest  $M_0 = M_3 = 0$ ; reszta momentów podporowych daje się wyznaczyć z pomocą

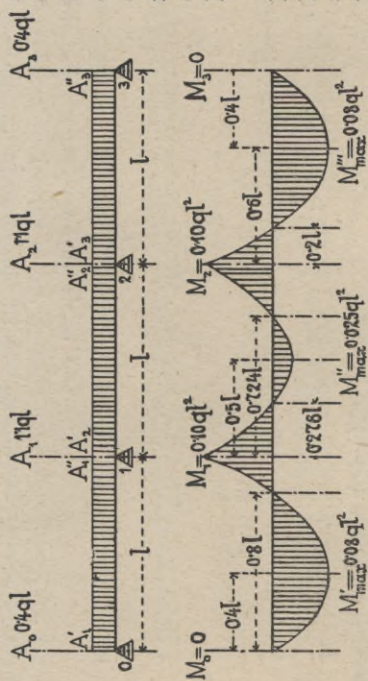
$$4 M_1 l + M_2 l = -\frac{1}{2} q l^2, \quad \text{stad } 4 M_1 + M_2 = -\frac{1}{2} q l^2;$$

$$4 M_1 + M_2 = M_1 + 4 M_2 = -\frac{1}{2} q l^2, \quad \text{czyli } (4-1) M_1 = (4-1) M_2 \quad \text{ostatecznie } M_1 = M_2,$$

to jest momenta podporowe na obu środkowych podporach są tu sobie równe. Zastosowawszy tę równość do jednego z poprzednich równań na przykład:

$$4 M_1 + M_2 = 4 M_1 + M_1 = -\frac{1}{2} q l^2, \quad \text{5 } M_1 = -\frac{1}{2} q l^2$$

Rysunek 103.



równań 500. i 501., a mianowicie: pierwsze z nich przybierze postać

z obu tych równań wynika

to jest momenta podporowe na obu środkowych podporach są tu sobie równe. Zastosowawszy tę równość do jednego z poprzednich równań na przykład:

otrzymano wreszcie

$$M_1 = M_2 = -0.10 \text{ } q \text{ } l^2.$$

518

Moment zgięcia ogólny między podporami dodatni w pierwszym przęśle wynika z równania 507. po podstawieniu  $l_1 = l$ , oraz  $M_1 = -0.10 \text{ } q \text{ } l^2$

$$M = M_1 \frac{x_1}{l} + \frac{1}{2} q x_1 (l - x_1) = -0.10 \text{ } q \text{ } l x_1 + \frac{1}{2} q l x_1 - \frac{1}{2} q x_1^2,$$

ostatecznie

$$M = M_1 \frac{x_1}{l} + \frac{1}{2} q x_1 (l - x_1) = 0.4 \text{ } q \text{ } l x_1 - 0.5 \text{ } q \text{ } x_1^2.$$

519

Moment zgięcia jak wyżej, ale w drugim przęśle odnośnie do równania 508. po podstawieniu wartości  $l_2 = l$ , oraz  $M_1 = M_2$ ,

$$M = M_1 + \frac{1}{2} q x_2 (l - x_2) = -0.10 \text{ } q \text{ } l^2 + \frac{1}{2} q x_2 (l - x_2).$$

520

Moment zgięcia jak wyżej, ale w trzecim i ostatnim przęśle odnośnie do równania 509. po podstawieniu  $l_3 = l$ ,  $M_3 = 0$

$$M = \frac{M_2}{l} (l - x_3) + \frac{1}{2} q x_3 (l - x_3) = -0.10 \text{ } q \text{ } l (l - x_3) + \frac{1}{2} q x_3 (l - x_3).$$

521

Największy moment między podporami dodatni w pierwszym przęśle wynika z równań 511. i 519.

$$\frac{dM}{dx} = 0, \text{ czyli } dM = d \left[ M_1 \frac{x_1}{l} + \frac{1}{2} q x_1 (l - x_1) \right] = \frac{M_1}{l} + \frac{1}{2} q l - q x_1 = 0,$$

$$dM = -0.10 \text{ } q \text{ } l + 0.5 \text{ } q \text{ } l - q x_1 = 0, \text{ stąd } x_1' = 0.4 l$$

i jest odstępem, w którym znajduje się tu największy moment dodatni od lewej podpory  $o$  mierząc; podstawiając tę wartość w równanie 519., otrzymujemy największy moment dodatni w pierwszym przęśle

$$M = -0.10 \text{ } q \text{ } l^2 \times 0.4 + 0.5 \text{ } q \times 0.4 l (l - 0.4 l) = -0.04 \text{ } q \text{ } l^2 + 0.12 \text{ } q \text{ } l^2, \text{ ostatecznie } M_{max} = 0.08 \text{ } q \text{ } l^2.$$

W środkowym przęśle odnośnie do równania 520. będzie

$$dM = d \left[ M_1 + \frac{1}{2} q x_2 (l - x_2) \right] + \frac{1}{2} q l - q x_2 = 0, \text{ stąd } x'_2 = 0.5 l,$$

a po podstawieniu tej wartości w równanie 520. otrzymujemy największy moment dodatni w drugim przęśle

$$M = -0.10 q l^2 + \frac{1}{2} q \times 0.5 l (l - 0.5 l) = -0.10 q l^2 + 0.5 \times 0.25 q l^2, \text{ ostatecznie } M_{max} = 0.025 q l^2.$$

W trzecim przęśle odnośnie do równania 521.

$$dM = d \left[ \frac{M_2}{l} (l - x_3) + \frac{1}{2} q x_3 (l - x_3) \right] = -\frac{M_2}{l} + \frac{1}{2} q l - q x_3 = 0 = 0.10 q l + 0.5 q l - q x_3, \quad x'_3 = 0.6 l,$$

co wstawione w równanie 521.

$M_{max} = -0.10 q l (l - 0.6 l) + 0.5 q \times 0.6 l (l - 0.6 l) = q l^2 (-0.10 + 0.06 + 0.30 - 0.18)$ , ostatecznie największy moment w trzecim przęśle

$$M_{max} = 0.08 q l^2.$$

Miejsce wreszcie w obrębie poszczególnych przęseł, w którym dodatni moment zgięcia schodzi do zera, wyznacza się z odpowiedniego równania momentu do zera przyrównanego.

W pierwszym przęśle więc odnośnie do równania 519. będzie  $M = 0.4 q l x_1 - 0.5 q x_1^2 = 0$ , stąd  $0.4 l = 0.5 x_1$ , ostatecznie  $x'_1 = 0.8 l$ , to znaczy, że moment  $M = 0$ , będzie się znajdował w odstępnie  $0.8 l$  od lewej podpory pierwszego przęśla.

W drugim przęśle czyli środkowym odnośnie do równania 520.

$$M = -0.10 q l^2 + \frac{1}{2} q x_2 (l - x_2) = 0, \quad -0.10 l^2 + 0.5 l x_2 - 0.5 x_2^2 = 0,$$

$$x_2^2 - l x_2 = -0.20 l^2, \text{ stąd } x_2 = \frac{1}{2} l \pm \sqrt{\frac{1}{4} l^2 - 0.2 l^2} = 0.5 l \pm l \sqrt{0.05}$$



$x_2 = 0.5 l \pm 0.224 l$ , ostatecznie  $x''_2 = 0.724 l$  oraz  $x''_3 = 0.276 l$ . W drugim przeszło zatem są dwa momenta  $M = 0$  w odstępach od lewej podpory przęsa wyżej właśnie obliczonych.

W trzecim ezyli ostatniem przeszło odnośnie do równania 521.  $M = -0.10 q l (l - x_3) + 0.5 q x_3 (l - x_3) = 0$ , stąd  $-0.10 q l + 0.5 q x_3 = 0$ , ostatecznie  $x''_3 = 0.2 l$ . W trzecim zatem przeszło jest jeden moment  $M = 0$  w odstepie od lewej podpory przęsa mierząc właśnie obliczonym.

Oddziaływanie podporowe oblicza się tu na podstawie wzorów 512. do 517. po zmianie wskaźników ze względu na  $m=1$  i po dostosowaniu niektórych czynników do warunków, właściwych belce trójprzęsłowej.

Ponieważ tu przed pierwszą podporą  $m=1$  nie ma żadnego przęsa, więc  $M_{m-2} = 0$ ,  $l_{m-1} = 0$ ,  $A''_{m-1} = 0$ , a nadto moment na pierwszej podporze  $M_{m-1} = 0$ , więc równanie 515. w zastosowaniu do wyznaczenia oddziaływania na pierwszej podporze zmieni swą postać w sposób następujący

$$A_0 = A'_1 = M_1 \cdot \frac{1}{l} + \frac{1}{2} q l, \quad 522$$

a po podstawieniu wartości za  $M_1$  z wzoru 518. otrzymujemy oddziaływanie na podporze 0:

$$A_0 = A'_1 = -0.10 q l + 0.5 q l = 0.4 q l.$$

Ogólny wzór 514. w zastosowaniu do oddziaływania  $A_1$  na drugiej podporze  $m=1$  zmieni się na

$$A_1 = A''_1 + A'_2 = -M_1 \cdot \frac{1}{l} + q l, \quad 523$$

gdyż tu  $M_{m-1} = M_m$  czyli  $M_2 = M_1$ ; po podstawieniu następnie wartości za  $M_1$  z wzoru 518.

$$A_1 = A''_1 + A'_2 = +0.10 q l + q l = 1.10 q l.$$

Ponieważ oczywiście  $A'_1 + A''_1 = q l$ , więc  $A''_1 = q l - A'_1$ , a po podstawieniu obliczonej poprzednio wartości ( $A'_1 = A_0$ ) będzie  $A''_1 = q l - 0.4 q l = 0.6 q l$ ; dalej, ponieważ  $A'_2 = A_1 - A''_1$  więc po podstawieniu obliczonych wyżej odnośnych wartości będzie

$$A'_2 = 1.10 q l - 0.6 q l = 0.50 q l.$$

## Wreszcie

$$A''_2 = ql - A'_2 = ql - 0.50 ql = 0.50 ql.$$

Na trzeciej podporze  $m+1=2$  ogólny wzór **516**. przybierze postać

$$A_2 = A''_2 + A'_3 = -M_2 \cdot \frac{1}{l} + ql,$$

gdyż  $M_1 = M_2$ , zaś  $M_3 = 0$ , a po podstawieniu wartości za  $M_2$  z wzoru **518**. otrzymamy

$$A_2 = A''_2 + A'_3 = 0.10 ql + ql = 1.10 ql,$$

a zatem oddziaływanie to  $A_2 = A_1$  stąd  $A''_2 = A''_3 = 0.50 ql$ , zaś  $A''_1 = A'_3 = 0.6 ql$ .

Oddziaływanie wreszcie na ostatniej podporze  $m+2=3$  odnośnie do równania **517**. będzie

$$A_3 = A''_3 = M_2 \cdot \frac{1}{l} + \frac{1}{2} ql,$$

gdyż  $l_{m+1}, l_4 = 0$ , a więc i  $M_4 = 0$ , i  $A'_4 = 0$ , a nadto końcowy moment podporowy  $M_3 = 0$ . Po podstawieniu wartości za  $M_2$  otrzymamy

$$A_3 = A''_3 = -0.10 ql + 0.5 ql = 0.4 ql,$$

z czego wynika, że  $A_3 = A_0$ .

2. Wyznaczenie wytrzymałości płyty na żebrach wspartej.

Wytrzymałość naszej płyty stropowej na żebrach wspartej trzeba liczyć według bezwzględnie największego momentu zgięcia, który występuje na podporze 1. i 2., jak to we wzorze **518**. obliczono i w rysunku 103. wykazano, mianowicie  $M_1 = M_2 = -0.10 ql^2$ , gdzie  $q = 1070 \text{ kg/m}^2$  jako całkowite obciążenie 1  $m$  bieżącego płyty, zaś  $l = 1.8 \text{ m}$  jako statyczna rozpiętość płyty.

$$M = M_1 = M_2 = 0.10 \times 100 \times 1070 \times 1.8^2 = 34668 \text{ kgcm}.$$

Jeżeli beton płyty będzie zawierał 350  $kg$  cementu portlandkiego na 1  $m^3$  piasku z kamykami, a wkładki będą z żelaza spawalnego, to według wzoru **283**, po przyjęciu szerokości płyty  $b = 100 \text{ cm}$ ,

524

525

$h - a = 0.40293 \sqrt{\frac{34668}{100}} = 0.40293 \times 18.62 = 7.50$ ; jeżeli wreszcie w myśl poz. 24. w § 5. instrukcji przyjmujemy  $a = 1.5$  cm, więc grubość płyty

$$h = 7.5 + 1.5 = 9 \text{ cm.}$$

Według wzoru 301. zbiorowy poprzeczny przekrój wkładek żelaznych płyty

$$F_{zs} = 0.0031592 \sqrt{100 \times 34668} = 0.0031592 \times 1861.934 = 5.8822 \text{ cm}^2.$$

Przyjawszy, że każdej wkładki żelaznej średnica  $\delta = 1$  cm, otrzymujemy z wzoru 296. odstęp wzajemny wkładek

$$e_1 = b \cdot \frac{f_{zs}}{F_{zs}} = 100 \cdot \frac{1^2 \times 0.7854}{5.8822} = 100 \frac{0.7854}{5.8822} = 13.35 \text{ cm,}$$

z tego też wzoru 296. i 295. wynika ilość wkładek na 1 m szerokości płyty

$$n = \frac{b}{e_1} = \frac{100}{13.35} = 7.5.$$

Zresztą odstęp osi obojętnej od najsłabszej krawędzi ciśnionej poprzecznego przekroju płyty według wzoru 259.

$$x = \frac{\nu F_{zs}}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2b(h-a)}{\nu F_{zs}}} \right] = \frac{15 \times 5.88}{100} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 100(9 - 1.5)}{15 \times 5.88}} \right] = 0.882 [-1 + \sqrt{18.00680272}] = 0.882 \times 3.2434 = 2.8607, \quad x = 2.86 \text{ cm.}$$

3. Obliczenie statyczne belki płytowej.

Przyjmijmy, że szerokość poprzecznego przekroju każdego żebra  $b = 25$  cm, to wobec tego, że dany odstęp od osi do osi żeber  $l_2 = 1.8$  m, który jako policzalna rozpiętość statyczna stosuje się w myśl poz. 1. w § 5. instrukcji także i do obu pół skrajnych płyty, więc widoczna od spodu rozpiętość świetlna wszystkich trzech pól płyty właśnie obliczonej 9 cm grubości będzie  $l_1 = 1.80 - 2 \times \frac{0.25}{2} = 1.55$  m. Na podstawie tych danych

w myśl poz. 12. w § 5. instrukcji otrzymujemy co do spóldzielnicy pod względem statycznym szerokości  $B$  płyty następujące trzy miary:  $4 \times 25 \times 2 = 200 \text{ cm}$ , albo  $8 \times 9 \times 2 = 144 \text{ cm}$ , albo  $\frac{1.8}{2} \times 2 = 180 \text{ cm}$ , z których to 3 miar musimy uwzględnić najmniejszą, to jest  $B = 144 \text{ cm}$ .

Ciężar własny 1  $m$  żebra wyniesie około  $240 \text{ kg}$ ; gdy zaś nadto policzony poprzednio całkowity ciężar płyty  $q = 1070 \text{ kg/m}^2$ , a płyty tej ciężar będzie po  $1.8 \text{ m}^2$  na każdy 1  $m$  żebra, więc całkowite obciążenie żebra  $q_1 = 1.8 \times 1070 + 240 = 2166 \text{ kg/m}$ .

Zresztą odnośnie do danej rozpiętości świetlnej lokalu  $l = 7 \text{ m}$  otrzymujemy w myśl poz. 1. instrukcji statyczną rozpiętość belki płytowej  $l_s = l + 0.05 l = 1.05 \times 7 = 7.30 \text{ m}$ .

Największy moment zgięcia belki płytowej

$$M = \frac{100}{8} q_1 l_s^2 = 12.5 \times 2166 \times 7.35^2 = 1462659.2 \text{ kgcm.}$$

Z wzoru 387. otrzymujemy przekrój zbiorowy wkładek żelaznych belki płytowej

$$F_{ez} = 0.0031592 \sqrt{B M} = 0.0031592 \sqrt{144 \times 1462659.2} = 0.0031592 \times 12 \times 1209.40447, F_{ez} = 45.85 \text{ cm}^2; \text{ z wzoru}$$

$$\text{zaś 385. wysokości belki płytowej } H - a = 0.40293 \sqrt{\frac{1462659.2}{144}} = 40.6088 \text{ cm.}$$

Ze względu na obliczony wyżej znaczny przekrój zbiorowy wkładek żelaznych, a niewielką szerokość poprzecznego przekroju żebra ( $b = 25 \text{ cm}$ ) trzeba będzie dać szeregi wkładek, wobec czego należy przyjąć co najmniej  $a = 6.5 \text{ cm}$ .

Do ocenienia dalej, czy w danych właśnie warunkach podparcia i obciążenia belki płytowej oś obojętna wypadnie w poprzeczny przekrój płyty lub żebra, służy wzór 375., a mianowicie

$$x = \frac{15 \times 45.85}{144} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 144 \times 40.61}{15 \times 45.85}} \right] = 4.7760 [-1 + 4.2433] = 15.49 \text{ cm};$$

oś obojętna zatem wpada w żebro, gdyż  $x = 15.49 > h = 9$  cm, zaczem w niniejszym wypadku musimy stosować wzory, wprowadzając wyżej pod 8. (alternatywa 2, na str. 1257.). Wzory te jednak polegają właściwie na dwu równaniach, to jest na równaniu sił i na równaniu momentów, dają więc możliwość wyznaczenia dwu tylko niewiadomych, podczas gdy jest ich trzy, to jest  $x$ ,  $H - a$ , i  $F_{cz}$ , reszta bowiem niewiadomych jest określona normami, zastrzeżeniami w instrukcji, oraz względami praktycznymi. Skład wszakże owych równań jest tak niekorzystny, że zachodzi potrzeba przyjęcia dwu niewiadomych, zaczem idzie możliwość wielu rozwiązań mniej lub więcej udatnych pod względem wyzyskania dopuszczalnych natężeń materiałów.

Obliczone wyżej  $F_{cz} = 45.85$  cm<sup>2</sup>, oraz  $H - a = 40.61$  cm zależnie od  $x = 15.49$  cm odnoszą się w rzeczywistości do prostokątnego przekroju poprzecznego zwykłej belki żelbetonowej; gdy zaś w niniejszym wypadku  $x > h$ , więc ze względu na zmieniony rozkład natężeń zależnie od postaci przekroju belki płytowej — wśród tego samego zresztą sposobu i wielkości obciążenia, trzeba przyjąć  $H$  i  $F_{cz}$  stosownie większe, na przykład  $H = 50$  cm,  $F_{cz} = 48$  cm<sup>2</sup>. Ponieważ szerokość przekroju żebra  $b = 25$  cm, więc w jednym szeregu dadzą się tu zmieścić tylko cztery wkładki żelazne uwisłe w odstępach, unormowanych pod poz. 24. w § 5. instrukcji; tymczasem z wielkości przyjętego właśnie przekroju zbiorowego wkładek wynika, że będzie tych wkładek co najmniej 8, każda o powierzchni przekroju poprzecznego  $f_{cz} = \frac{48}{8} = 6$  cm<sup>2</sup>; stąd według wzoru 308. średnica każdej będzie

$$\delta = 1.128377 \sqrt{6} = 1.128377 \times 2.4495 = 2.764 \text{ cm,}$$

i stosownie do tego trzeba przyjąć  $a = 3.5$  cm dla szeregu najskrajniejszego,  $a' = 9.5$  cm dla szeregu drugiego,  $a_0 = 6.5$  cm dla obu szeregów razem jako odstęp spólnego ich środka ciężkości od najskrajniejszej krawędzi ciągniętej przekroju betonu.

Według wzoru 405., odniesionego do odstepu środka ciężkości spólnego obu szeregów

$$x = \frac{(144 - 25) \cdot 9 + 15 \times 48}{25} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{(144 - 25) \cdot 9^2 + 2 \times 15 \times 48 (50 - 6.5)}{[(144 - 25) \cdot 9 + 15 \times 48]^2}} \right\} \times 25 =$$

$$= 71.64 \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{(9639 + 62640) \times 25}{3207681}} \right\} = 71.64 \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{1806975}{3207681}} \right\} = 71.64 \times 0.25033 = 17.9336 \text{ cm,}$$

zatem  $x = 17.93 \text{ cm}$ .

Z wzoru 410. największe natężenie ciskane w betonie

$$\sigma_{bd} = \frac{1462659.2 \times 17.93}{(144 - 25) 9 \left[ 17.93^2 - 9 \left( 17.93 - \frac{9}{3} \right) \right] + \frac{25}{3} \times 17.93^3 + 15 \times 48 (50 - 6.5 - 17.93)^2} = \frac{26225479.456}{200400.0579 + 48035.2021 + 470753.928}$$

$$\sigma_{bd} = \frac{26225479.456}{719189.188} = 36.4653, \text{ a zatem } \sigma_{bd} = 36.47 \text{ kg/cm}^2 < \sigma_{bd} = 37 \text{ kg/cm}^2$$

dalej według wzoru 412. największe natężenie ciągnące odniesione do spólnego obu szeregom środka ciężkości w odstępnie  $a_0 = 6.5 \text{ cm}$

$$\sigma_{cs}^0 = \frac{15 \times 1462659.2 (50 - 6.5 - 17.93)}{(144 - 25) 9 \left[ 17.93^2 - 9 \left( 17.93 - \frac{9}{3} \right) \right] + \frac{25}{3} \times 17.93^3 + 15 \times 48 (50 - 6.5 - 17.93)^2} = \frac{561002936.16}{719189.188} = 780.0492$$

$$\sigma_{cs}^0 = 780.05 \text{ kg/cm}^2 < \sigma_{cs} = 900 \text{ kg/cm}^2.$$

Poz. 10. w § 5. instrukcji wymaga jednak wyznaczenia największego natężenia ciągnącego  $\sigma_{cs}$  w najskrajniejszym szeregu wkładek żelaznych (którego środek ciężkości w niniejszym przypadku ma  $a = 3.5 \text{ cm}$ ), i w tym celu musimy zwrócić się do proporcjonalności natężeń, zależnej od odległości środków ciężkości odnoszonych szeregow wkładek względem osi obojętnej przekroju belki. Otóż odnośnie do rys. 98. i 99. spólny środek ciężkości obu szeregow jest w odległości  $H - a_0 - x = 50 - 6.5 - 17.93 = 25.57 \text{ cm}$ , zaś najskrajniejszego szeregu

$$H - a - x = 50 - 3.5 - 17.93 = 28.57 \text{ cm} \text{ od osi obojętnej, stąd zatem } \sigma_{es}^0 : \sigma_{es} = 25.57 : 28.57 \text{ zaś}$$

$$\sigma_{es} = \frac{28.57}{25.57} \sigma_{es}^0 = \frac{28.57}{25.57} \times 780.05 = 1.1173 \times 780.05 \quad \sigma_{es} = 871.55 \text{ kg/cm}^2 < s_{es} = 900 \text{ kg/cm}^2.$$

Wobec tego belka płytowa nasza o przyjętych rozmiarach  $H = 50 \text{ cm}$ ,  $F_{es} = 48 \text{ cm}^2$  jest w myśl instrukcji dostatecznie wytrzymała do zamierzonego celu, gdyż natężenia zarówno w betonie jak i we wkładkach najskrajniejszego szeregu nieprzekraczają dopuszczalnej miary unormowanej pod poz. 1. w § 6. instrukcji.

Ścisłejsze obliczenie wskaźke wynika z wzorów, zestawionych wyżej pod 10. (alternatywa 2., str. 1274.), odniesionych do odstępów środków ciężkości każdego szeregu z osobna.

Ponieważ odstęp osi obojętnej, obliczony z wzoru 405. na  $x = 17.93 \text{ cm}$  będzie bardzo mało różnić się od wartości wzorem 469. względnie 469. a określonej, więc oparłszy się na owej już obliczonej wartości otrzymamy z wzoru 479. a powierzchnię zbiorową poprzecznego przekroju wkładek najskrajniejszego szeregu.

$$F_{es} = \frac{1462659.2 \times 17.93 - \left\{ (144 - 25) \cdot 9 \left[ (50 - 9.5) \left( 17.93 - \frac{9}{2} \right) - 9 \left( \frac{17.93}{2} - \frac{9}{3} \right) \right] + \frac{25}{2} \times 17.93^2 \left( 50 - 9.5 - \frac{17.93}{3} \right) \right\} \times 37}{15 \times (50 - 3.5 - 17.93) (9.5 - 3.5) 37} = \frac{95138.10}{26225479.456 - \{1071 \times 490.23 + 138733.9956\} \times 37} = \frac{95138.10}{26225479.456 - 24559502.0472} = 17.51 \text{ cm}^2.$$

Według wzoru 481. a powierzchnia zbiorowa przekroju wkładek żelaznych szeregu przedostatniego

$$F_{es} = \frac{1462659.2 \times 17.93 - \left\{ (144 - 25) \cdot 9 \left[ (50 - 3.5) \left( 17.93 - \frac{9}{2} \right) - 9 \left( \frac{17.93}{2} - \frac{9}{3} \right) \right] + \frac{25}{2} \times 17.93^2 \left( 50 - 3.5 - \frac{17.93}{3} \right) \right\} \times 37}{15 (50 - 9.5 - 17.93) (3.5 - 9.5) \times 37} = \frac{26225479.456 - \{1071 [624.495 - 53.685] + 4018.56125 \times 40.5233\} \times 37}{15 \times 22.57 \times (-6) \times 37} = \frac{26225479.456 - \{611337.51 + 162845.3631\} \times 37}{-75158.10} = \frac{26225479.456 - 28644766.3047}{-75158.10} = 376.11$$

$$= \frac{-2419286 \cdot 8487}{-75158 \cdot 10} = 32 \cdot 1893, \text{ czyli } F''_{ez} = 32 \cdot 19 \text{ cm}^2.$$

Wartości te na  $F_{ez}$  i  $F''_{ez}$  wstawione w równanie **469. a** dają

$$x = \frac{(144 - 25) \cdot 9 + 15(32 \cdot 19 + 17 \cdot 51)}{25} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{(144 - 25)^2 \cdot 9^2 + 2 \times 15(32 \cdot 19(50 - 9 \cdot 5) + 17 \cdot 51(50 - 3 \cdot 5)) \times 25}{[(144 - 25) \cdot 9 + 15(32 \cdot 19 + 17 \cdot 51)]^2}} \right] =$$

$$= 72 \cdot 66 \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{9639 + 30[32 \cdot 19 \times 40 \cdot 5 + 17 \cdot 51 \times 46 \cdot 50]}{1816 \cdot 5^2}} \times 25 \right] = 72 \cdot 66 \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{1829407 \cdot 5}{3299672 \cdot 25}} \right] =$$

$= 72 \cdot 66 [-1 + 1 \cdot 24676] = 72 \cdot 66 \times 0 \cdot 24676 = 17 \cdot 92958$ , a zatem  $x = 17 \cdot 93 \text{ cm}$  i wartość ta jego pozostała niezmienną w porównaniu do wartości wynikłej z wzoru **405**.

Z wzoru **475**. otrzymujemy ściślejszą wysokość poprzecznego przekroju belki płytowej

$$H = \frac{32 \cdot 19(9 \cdot 5 + 17 \cdot 93) + 17 \cdot 51(3 \cdot 5 + 17 \cdot 93)}{32 \cdot 19 + 17 \cdot 51} [1 +$$

$$+ \sqrt{1 + \frac{1462659 \cdot 2 \times 17 \cdot 93 - \left\{ (144 - 25) \cdot 9 \left[ 17 \cdot 93^2 - 9 \left( 17 \cdot 93 - \frac{9}{3} \right) \right] + \frac{25}{3} \times 17 \cdot 93^3 + 15[32 \cdot 19(9 \cdot 5 + 17 \cdot 93)^2 + 17 \cdot 51(3 \cdot 5 + 17 \cdot 93)^2 \right\} \times 37}{15[32 \cdot 19(9 \cdot 5 + 17 \cdot 93) + 17 \cdot 51(3 \cdot 5 + 17 \cdot 93)]^2 \times 37}} \times 49 \cdot 70} =$$

$$= \frac{1258 \cdot 211}{49 \cdot 7} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{26225479 \cdot 456 - \{200400 \cdot 0579 + 48035 \cdot 2021 + 483919 \cdot 37895\} \times 37}{15 \times 1258 \cdot 211^2 \times 37}} \times 49 \cdot 7 \right] =$$

$$= 25 \cdot 316116 \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{26225479 \cdot 45 - 27097121 \cdot 64115}{878617680 \cdot 88915} \cdot 49 \cdot 7} \right] = 25 \cdot 316116 \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{43320616 \cdot 5945}{878617680 \cdot 8891}} \right] =$$

$= 25 \cdot 316116 [1 + 0 \cdot 97503] = 49 \cdot 9999$ , okrąгло zatem  $H = 50 \text{ cm}$  i ma tę samą wartość jak pierwotnie przyjęto, eo jest dowodem rzetelności wzoru niniejszego.



Największe natężenie ciskane w betonie według wzoru **471. a**

$$\begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{1462659 \cdot 2 \times 17 \cdot 93}{(144-25) \cdot 9 \left[ 17 \cdot 93^2 - 9 \left( 17 \cdot 93 - \frac{9}{3} \right) \right] + \frac{25}{3} \times 17 \cdot 93^3 + 15 \times 32 \cdot 19 (50 - 9 \cdot 5 - 17 \cdot 93)^2 + 15 \times 17 \cdot 51 (50 - 3 \cdot 5 - 17 \cdot 93)^2} \\ &= \frac{26225479 \cdot 456}{200400 \cdot 0579 + 48035 \cdot 2021 + 245966 \cdot 155965 + 214386 \cdot 722985} = \frac{26225479 \cdot 456}{708788 \cdot 13895} = 37 \cdot 0004, \end{aligned}$$

a zatem

$$\sigma_{bd} = 37 \text{ kg/cm}^2 = s_{bd}.$$

Największe natężenie ciągnące w najskrajniejszym szeregu wkładek według wzoru **474. a**, który ma ten sam mianownik, co wzór **471. a**

$$\begin{aligned} \sigma_{cz} &= \frac{15 \times 1462659 \cdot 2 (50 - 3 \cdot 5 - 17 \cdot 93)}{(144-25) \cdot 9 \left[ 17 \cdot 93^2 - 9 \left( 17 \cdot 93 - \frac{9}{3} \right) \right] + \frac{25}{3} \times 17 \cdot 93^3 + 15 \times 32 \cdot 19 (50 - 9 \cdot 5 - 17 \cdot 93)^2 + 15 \times 17 \cdot 51 (50 - 3 \cdot 5 - 17 \cdot 93)^2} \\ &= \frac{626822600 \cdot 16}{708788 \cdot 14} = 884 \cdot 3582, \text{ a więc okrągło } \sigma_{cz} = 884 \cdot 36 \text{ kg/cm}^2 < s_{cz} = 900 \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

Ścisłejsze obliczenie zatem według wzorów wyżej pod 10. (str. 1272) wyprowadzonych stwierdziło tu właśnie, że belka nasza płytowa o przyjętych pierwotnie rozmiarach jest dostatecznie wytrzymała.

Pozostaje jeszcze do stwierdzenia, czy belka ta byłaby także dostatecznie wytrzymała na natężenie ciągnące w betonie, gdyby była wystawiona na działanie wilgoci itp. w myśl poz. 9. w § 5. instrukcji.

W tym celu według wzoru **494. a** odstęp osi obojętnej

$$x_1 = \frac{(144 - 25) \cdot 9 + 0 \cdot 4 \times 25 \times 50 + 15 (32 \cdot 19 + 17 \cdot 51)}{(1 - 0 \cdot 4 = 0 \cdot 6) \times 25} \left[ -1 + \frac{(144 - 25) \cdot 9^2 + 0 \cdot 4 \times 25 \times 50^2 + 2 \times 15 [32 \cdot 19 (50 - 9 \cdot 5)] + 17 \cdot 51 (50 - 3 \cdot 5)}{[(144 - 25) \cdot 9 + 0 \cdot 4 \times 25 \times 50 + 15 \times (32 \cdot 19 + 17 \cdot 51)]^2} \times 0 \cdot 6 \times 25 \right] =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2316 \cdot 5}{15} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{6939 + 25000 + 63537 \cdot 3}{2316 \cdot 5^2} \times 15} \right] = 154 \cdot 4333 \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{1432134 \cdot 50}{5366172 \cdot 25}} \right] = \\
 &= 154 \cdot 4333 \left[ -1 + \sqrt{1 + 0 \cdot 26688381} \right] = 154 \cdot 4333 \times 0 \cdot 1255 = 19 \cdot 3814, \text{ czyli } x_1 = 19 \cdot 38 \text{ cm, a po wstawieniu} \\
 &\text{tej wartości we wzór 498. a otrzymujemy największe natężenie ciągnące w betonie} \\
 &\sigma_{bz} = \frac{0 \cdot 4 \times 1463659 \cdot 2 (50 - 19 \cdot 38)}{(144 - 25)9 \left[ 19 \cdot 38^2 - 9 \left( 19 \cdot 38 - \frac{9}{3} \right) \right] + 0 \cdot 4 \times 25 \times 50 \left[ 19 \cdot 38^2 - 50 \left( 19 \cdot 38 - \frac{50}{3} \right) \right] + \frac{0 \cdot 6}{3} \cdot 25 \times 19 \cdot 38 + 15 \left[ 32 \cdot 19(50 - 9 \cdot 5 - 19 \cdot 38)^2 + 17 \cdot 51(50 - 3 \cdot 5 - 19 \cdot 38)^2 \right]}{17914649 \cdot 8816} = \\
 &= \frac{244364 \cdot 0724 + 119957 \cdot 2 + 36394 \cdot 12886 + 408554 \cdot 9562}{809270 \cdot 35696} = 22 \cdot 1368, \text{ czyli}
 \end{aligned}$$

$\sigma_{bz} = 22 \cdot 14 \text{ kg/cm}^2 < s_{bz} = 24 \text{ kg/cm}^2$ , nasza zatem belka płytowa jest także dostatecznie wytrzymała na natężenie ciągnące w betonie.

**12.** Belka płytowa z dwustronnymi pojedynczymi szeregi wkładki żelaznych, ciągnionymi względnie ciśnionymi, zresztą jak poprzednio określono, bez uwzględnienia normalnych natężeń ciągnących w betonie.

1. Gdy  $x \leq h$ .

Ponieważ w tym wypadku oś obojętna wpada w poprzeczny przekrój płyty lub w dolną jego krawędź, więc reszta poprzecznego przekroju belki płytowej w myśl unormowanego zastrzeżenia nie wchodzi w rachubę sta-tyczną, wobec czego należy tu zastosować wzory, zestawione wyżej pod 5. (str. 1246) dla belek i płyt o przekroju prostokątnym poprzecznym podobnie uzbrojonych, po stosownej zmianie oznaczeń literalnych, a mianowicie:

Wzór 350. i 351.:

$$\sigma_{zz} = \nu \frac{H - a_z - x}{x} \sigma_{bd} \quad 526$$

$$\sigma_{cd} = \nu \frac{x - a_d}{x} \sigma_{bd}. \quad 527$$

Wzór 354. i 355.:

$$x = \frac{\nu(F_{ed} + F_{ez})}{B} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{2B[F_{ed} a_d + F_{ez}(H - a_z)]}{\nu(F_{ed} + F_{ez})^2}} \right\}$$

528

$$x = \frac{\nu s_{bd}}{s_{ez} + \nu s_{bd}} (H - a_z)$$

529

Wzór 356., 358. i 359.:

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{\frac{1}{3} B x^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2} = \frac{Mx}{J_i}$$

530

$$\sigma_{ed} = \frac{1}{\nu} \frac{M(x - a_d)}{M(x - a_d)} = \frac{\nu M(x - a_d)}{J_i}$$

531

$$\sigma_{ez} = \frac{1}{\frac{3}{3} B x^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2} = \frac{\nu M(H - a_z - x)}{J_i}$$

532

Wzór 360. i 361.:

$$H - a_z = x + \frac{\sqrt{Mx - \left[ \frac{1}{3} B x^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 \right] \sigma_{bd}}}{\nu F_{ez} \sigma_{bd}}$$

533

$$H - a_z = \frac{s_{ez} + \nu s_{bd}}{\nu s_{bd}} x$$

534

Wzór 362. i 363. warunkowy:

$$H - a_z \leq \sqrt{\frac{6M(H - a_z)^2}{x[3(H - a) - x] b s_{bd}}}$$

535

albo

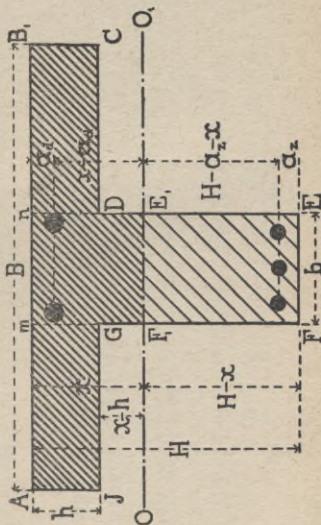
wzór 364. i 365.:

$$b \leq \frac{6 M}{[\beta (H - a_2) - x] x s_{bd}}$$

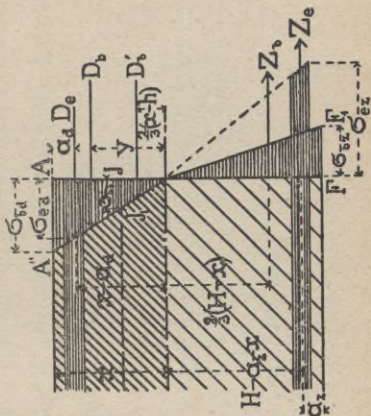
$$F_{ed} = \frac{M x - \frac{1}{2} B x^2 (H - a_2 - \frac{x}{3}) \sigma_{bd}}{v (H - a_d - a_2) (x - a_d) \sigma_{bd}}$$

$$F_{ez} = \frac{M x + \frac{1}{6} B x^2 (x - 3 a_d) \sigma_{bd}}{v (H - a_d - a_2) (H - a_2 - x) \sigma_{bd}}$$

Rysunek 104.



Rysunek 105.



536

537

538

wzór 366.:

$$F_{ed} = \frac{H - a_z - x}{x - a_d} F_{ez} - \frac{B x^2}{2 \nu (x - a_d)}$$

539

Dla  $F_{ed} = F_{ez} = F_e$ , oraz  $a_d = a_z$ , oraz  $\sigma_{bd} = \sigma_{bd}$  będzie zmieniony wzór 367.:

$$F_e = \frac{M x - \frac{1}{3} B x^3 \sigma_{bd}}{\nu [(x - a)^2 + (H - a - x)^2] \sigma_{bd}}$$

540

a) Położenie osi obojętnej.

Równanie sił odnośnie do rys. 104. i 105.:

541

$$D_b + D'_b + D_e = Z_e,$$

gdzie  $D_b = (B - b) h \frac{\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}}{2}$  jest wypadkową nateżeń cisnących w obu bocznych skrzydłach poprzecznego przekroju płyty  $A J G m$  i  $B_1 C D n$ , zaś  $J_1 J = \sigma'_{bd}$  jest nateżeniem cisnącem w betonie, występującem w krawędzi  $C D G J$  przekroju płyty,  $D'_b = b x \frac{\sigma_{bd}}{2}$  jest takąż wypadkową w środkowej części przekroju płyty  $m n D G$  i w części przekroju żebra  $D E_1 F_1 G$ ,  $D_e = F_{ed} \sigma_{ed}$  wypadkową cisnącą w zbiorowym poprzecznym przekroju  $F_{ed}$ , szeregu wkładek cisionych,  $Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}$  wypadkową nateżeń ciągnących w zbiorowym poprzecznym przekroju  $F_{ez}$  szeregu wkładek ciągnionych.

Odmienne od własnie wyżej założonego, przyjęto w rysunku 105. sposób rozkładu i liczenia sił wewnętrznych cisnących w betonie, a mianowicie:  $D'_b$  odnosi się li tylko do części  $D E_1 F_1 G$  przekroju żebra z punktem zaczepienia w odstepie  $\frac{2}{3}(x - h)$  od osi obojętnej, wobec czego w danym razie należałoby liczyć  $D'_b =$

$$= b(x - h) \frac{\sigma'_{bd}}{2}, \text{ zaś } D_b = B h \frac{\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}}{2}.$$

Tu wszakże podnieść należy, iż wyżej założony sposób jest prostszy i że

oba zresztą sposoby prowadzą do ściśle tych samych niżej zestawionych wzorów statycznych, a zatem w rezultacie nie czynią różnicy.

Po podstawieniu założonych poprzednio na wstępie wartości w równanie 541. otrzymujemy

$$\frac{1}{2}(B-b)h(\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}) + \frac{1}{2}bx\sigma_{bd} + F_{ed}\sigma_{ed} = F_{e2}\sigma_{e2} \quad 542$$

a odnośnie do wzoru 399.

$$\frac{1}{2}(B-b)h\frac{2x-h}{x}\sigma_{bd} + \frac{1}{2}bx\sigma_{bd} + F_{ed}\sigma_{ed} = F_{e2}\sigma_{e2}$$

dalej z pomocą wzorów 351. i 400.

$$\frac{1}{2}(B-b)h\frac{2x-h}{x}\sigma_{bd} + \frac{1}{2}bx\sigma_{bd} + \nu F_{ed}\frac{x-a_d}{x}\sigma_{bd} = \nu F_{e2}\frac{H-a_2-x}{x}\sigma_{bd} \quad 543$$

$$\frac{1}{2}(B-b)h(2x-h) + \frac{1}{2}bx^2 + \nu F_{ed}(x-a_d) = \nu F_{e2}(H-a_2-x) \quad 544$$

$$\frac{1}{2}bx^2 + [(B-b)h + \nu(F_{ed} + F_{e2})]x = \frac{1}{2}(B-b)h^2 + \nu[F_{ed}a_d + F_{e2}(H-a_2)]$$

$$x^2 = \frac{2[(B-b)h + \nu(F_{ed} + F_{e2})]}{b}x = \frac{(B-b)h^2 + 2\nu[F_{ed}a_d + F_{e2}(H-a_2)]}{b}$$

$$x = \frac{(B-b)h + \nu(F_{ed} + F_{e2})}{b} + \sqrt{\frac{[(B-b)h + \nu(F_{ed} + F_{e2})]^2}{b^2} + \frac{(B-b)h^2 + 2\nu[F_{ed}a_d + F_{e2}(H-a_2)]}{b}} \quad 545$$

albo po uproszczeniu na sposób wzoru 469. a

$$x = \frac{(B-b)h + \nu(F_{ed} + F_{e2})}{b} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{(B-b)h^2 + 2\nu[F_{ed}a_d + F_{e2}(H-a_2)]}{[(B-b)h + \nu(F_{ed} + F_{e2})]^2} \cdot b} \right\} \quad 545a$$

b) Natężenie ciskające w betonie i w żelazie.

Odnosnie do rys. 104. i 105., oraz do równania sił wewnętrznych 541. otrzymujemy równanie momentów względem osi obojętnej

$$D_b \cdot y + D'_b \cdot \frac{2}{3}x + D_e(x - a_d) + Z_e(H - a_z - x) = M$$

po podstawieniu wartości za  $y$  z równania 407. oraz wartości ze zredukowanego równania sił 543. otrzymamy

$$\frac{1}{2} \frac{(B-b)h}{x} \frac{2x-h}{3} \frac{\sigma_{bd}}{x} \frac{x-h}{3} + \frac{1}{3} \frac{2x-h}{3} \frac{\sigma_{bd}}{x} \frac{x-h}{3} + \frac{1}{2} \frac{b x \sigma_{bd}}{3} \cdot \frac{2}{3} \frac{x-a_d}{x} x + \nu F_{ed} \frac{x-a_d}{x} (x-a_d) \sigma_{bd} + \\ + \nu F_{ez} \frac{H-a_z-x}{x} \sigma_{bd} (H-a_z-x) = M$$

$\left\{ (B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ed} (x-a_d)^2 + \nu F_{ez} (H-a_z-x)^2 \right\} \sigma_{bd} = Mx$  546

stad największe natężenie ciskające w betonie

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{(B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ed} (x-a_d)^2 + \nu F_{ez} (H-a_z-x)^2} = \frac{Mx}{J_i} \quad 547$$

gdz zaś odnosnie do wzoru 351.

$$\sigma_{bd} = \frac{x}{\nu(x-a_d)} \sigma_{ed} = \frac{Mx}{J_i}, \text{ więc największe natężenie ciskające w szeregu wkładek cisknionych będzie} \\ \sigma_{ed} = \frac{\nu M(x-a_d)}{(B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ed} (x-a_d)^2 + \nu F_{ez} (H-a_z-x)^2} = \frac{\nu M(x-a_d)}{J_i} \quad 548$$

c) Natężenie ciągnące w żelazie wkładek.

Odnosnie do wzoru 472. i 547.

$$\sigma_{bd} = \frac{x}{\nu(H-a_z-x)} \sigma_{ez} = \frac{Mx}{J_i}, \text{ więc największe natężenie ciągnące w szeregu wkładek ciągnionych}$$

$$\sigma_{ez} = \frac{\nu M(H - a_s - x)}{(B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{2} b x^3 + \nu F_{ed}(x - ad)^2 + \nu F_{ez}(H - a_s - x)^2} = \frac{\nu M(H - a_s - x)}{J_i} \quad 549$$

d) Wyznaczenie rozmiarów poprzecznego przekroju i belki płytowej. Z równania sił wewnętrznych 544. otrzymujemy

$$\begin{aligned} \nu F_{ed}(x - ad) &= \nu F_{ez}(H - a_s - x) - \frac{1}{2}(B-b)h(2x-h) - \frac{1}{2}bx^2 \\ \nu F_{ez}(H - a_s - x) &- \frac{1}{2}(B-b)h(2x-h) - \frac{1}{2}bx^2 \\ F_{ed} &= \frac{\nu(x-ad)}{\nu(x-ad)} \end{aligned} \quad 550$$

co podstawione w równanie momentów 546. daje

$$\begin{aligned} &\left\{ (B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3}bx^3 + \nu \frac{\nu F_{ez}(H - a_s - x) - \frac{1}{2}(B-b)h(2x-h) - \frac{1}{2}bx^2}{\nu(x-ad)} (x-ad)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \nu F_{ez}(H - a_s - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = Mx \\ &\left\{ (B-b)h \left[ x^2 - hx + \frac{h^2}{3} \right] + \frac{1}{2}bx^3 + [\nu F_{ez}(H - a_s - x)(x-ad)] - \frac{1}{2}(B-b)h(2x-h)(x-ad) - \frac{1}{2}bx^2(x-ad) + \right. \\ &\quad \left. + \nu F_{ez}(H - a_s - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = Mx \\ &\left\{ (B-b)h \left[ \frac{hx}{2} - \frac{ad}{2} + \frac{h^2}{3} + adx \right] - \frac{1}{6}bx^2(x-3ad) + \nu F_{ez}(H - a_s - x)(H-ad-a_s) \right\} \sigma_{bd} = Mx \\ &Mx = \frac{(B-b)h \left[ ad \left( x - \frac{h}{2} \right) - h \left( \frac{x}{2} - \frac{h}{3} \right) \right] - \frac{1}{2}bx^2 \left( \frac{x}{3} - ad \right) \sigma_{bd}}{\nu(H - a_s - x)(H - ad - a_s) \sigma_{bd}} \quad 551 \end{aligned}$$



Z równania 544. wynika także

$$F_{ez} = \frac{\frac{1}{2}(B-b)h(2x-h) + \frac{1}{2}bx^2 + \nu F_{ed}(x-ad)}{\nu(H-a_z-x)}, \text{ co z równaniem 546. daje}$$

$$\left\{ (B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3}bx^3 + \nu F_{ed}(x-ad)^2 + \nu \frac{\frac{1}{2}(B-b)h(2x-h) + \frac{1}{2}bx^2 + \nu F_{ed}(x-ad)}{\nu(H-a_z-x)} (H-a_z-x)^2 \right\} \sigma_{bd} = Mx$$

$$\left\{ (B-b)h \left[ -\frac{hx}{2} + \frac{h^2}{3} + (H-a_z) \left( x - \frac{h}{2} \right) \right] + \frac{1}{2}bx^2 \left[ H - a_z - \frac{x}{3} \right] + \nu F_{ed}(x-ad) (H-a_d-a_z) \right\} \sigma_{bd} = Mx$$

$$F_{ed} = \frac{Mx - \left\{ (B-b)h \left[ \left( x - \frac{h}{2} \right) - h \left( \frac{x}{2} - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{2}bx^2 \left( H - a_z - \frac{x}{3} \right) \right\} \sigma_{bd}}{\nu(x-ad)(H-a_d-a_z) \sigma_{bd}}$$

552

Z równania momentów 546. wynika wreszcie

$$(H-a_z-x)^2 = \frac{Mx - \left\{ (B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{2}bx^3 + \nu F_{ed}(x-ad)^2 \right\} \sigma_{bd}}{\nu F_{ez} \sigma_{bd}}, \text{ stąd użyteczna wysokość}$$

przekroju poprzecznego belki płytowej

$$H-a_z = x + \sqrt{\frac{Mx - \left\{ (B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{2}bx^3 + \nu F_{ed}(x-ad)^2 \right\} \sigma_{bd}}{\nu F_{ez} \sigma_{bd}}}$$

553

e) Przybliżone wyznaczenie statyczne niniejszej belki płytowej.

Z pominięcia siły  $D'_b$ , jako w regule stosunkowo nieznacznej wypadkowej nateżeń ciśnących w części  $D E_1$   $F_1 G$  (rys. 104. i 105.) przekroju żebra wynikają wzory prostsze; w tym razie bowiem równanie sił wewnętrznych 541. do 544. zmieni się na

$$D_b + D_e = Z_e \quad 554$$

$$\text{gdzie } D_b = B h \frac{\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}}{2}, D_e = F_{ed} \sigma_{ed}, Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}, \text{ stąd } \frac{1}{2} B h (\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}) + F_{ed} \sigma_{ed} = F_{ez} \sigma_{ez} \quad 555$$

a z pomocą wzorów 351., 399. i 400.

$$\frac{1}{2} B h \frac{2x - h}{x} \frac{x - a_d}{\sigma_{bd} + \nu F_{ed}} \sigma_{bd} = \nu F_{ez} \frac{H - a_z - x}{x} \sigma_{bd} \quad 556$$

$$\text{albo } \frac{1}{2} B h (2x - h) + \nu F_{ed}(x - a_d) = \nu F_{ez}(H - a_z - x) \quad 557$$

stąd dalej  $[B h + \nu(F_{ed} + F_{ez})] x = \frac{1}{2} B h^2 + \nu[F_{ed} a_d + F_{ez}(H - a_z)]$ , ostatecznie odstęp osi obojętnej

$$x = \frac{\frac{1}{2} B h^2 + \nu[F_{ed} a_d + F_{ez}(H - a_z)]}{B h + \nu(F_{ed} + F_{ez})} \quad 558$$

Równanie momentów względem osi obojętnej, odnośnie do równania sił 554.

$D_b \cdot y + D_e \cdot (x - a_d) + Z_e \cdot (H - a_z - x) = M$ , a po podstawieniu wartości za  $y$  z równania 407. oraz war-  
tości ze zredukowanego równania sił 556., otrzymujemy

$$B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \nu F_{ed}(x - a_d)^2 + \nu F_{ez}(H - a_z - x)^2 = \frac{1}{\sigma_{bd}} \times M x \quad 559$$

a stąd nateżenie cislące największe w betonie

$$\sigma_{bd} = \frac{M x}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2} = \frac{M x}{J_i} \quad 560$$

a odnośnie do wzoru 551. największe nateżenie cislące w szeregu wkładek żelaznych cislionym

$$\sigma_{ed} = \frac{\nu M (x - a_d)}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2} = \frac{J_i}{\nu M (x - a_d)} \quad 561$$

wreszcie największe nateżenie ciągnące w szeregu wkładek ciągnionym odnośnie do wzoru 472. i 560.

$$\sigma_{ez} = \frac{\nu M (H - a_z - x)}{B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2} = \frac{J_i}{\nu M (H - a_z - x)} \quad 562$$

Z równania 557. wynika

$$F_{ed} = \frac{\nu F_{ez} (H - a_z - x) - \frac{1}{2} B h (2x - h)}{\nu (x - a_d)} \quad 563$$

co wstawione w równanie 559. daje

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \nu \frac{\nu F_{ez} (H - a_z - x) - \frac{1}{2} B h (2x - h)}{\nu (x - a_d)} - (x - a_d)^2 + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = M x$$

$$\left\{ B h \left[ x^2 - h x + \frac{h^2}{3} \right] + \nu F_{ez} (H - a_z - x) (x - a_d) - \frac{1}{2} B h (2x^2 - h x - 2 a_d x + a_d h) + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = M x$$

$$\left\{ B h \left[ a_d \left( x - \frac{h}{2} \right) - h \left( \frac{x}{2} - \frac{h}{3} \right) \right] + \nu F_{ez} (H - a_z - x) (H - a_d - a_z) \right\} \sigma_{bd} = M x$$

$$F_{e2} = \frac{Mx - \left\{ Bh \left[ ad \left( x - \frac{h}{2} \right) - h \left( \frac{x}{2} - \frac{h}{3} \right) \right] \right\} \sigma_{bd}}{\nu (H - a_2 - x) (H - ad - a_2) \sigma_{bd}}$$

564

Z równania 557. otrzymujemy także

$$F_{e2} = \frac{\frac{1}{2} Bh (2x - h) + \nu Fed (x - ad)}{\nu (H - a_2 - x)}$$

565

co wstawione również we wzór 559. daje

$$\left\{ \begin{aligned} & \left\{ Bh \left[ x^2 - hx + \frac{h^3}{3} \right] + \nu Fed (x - ad)^2 + \nu \frac{1}{2} Bh (2x - h) + \nu Fed (x - ad) \right\} \sigma_{bd} = Mx \\ & \left\{ Bh \left[ x^2 - hx + \frac{h^3}{3} \right] + \nu Fed (x - ad)^2 + \frac{1}{2} Bh [(H - a_2) (2x - h) - 2x^2 + hx] + \nu Fed (x - ad) (H - a_2 - x) \right\} \sigma_{bd} = Mx \\ & \left\{ Bh \left[ (H - a_2) \left( x - \frac{h}{2} \right) - h \left( \frac{x}{2} - \frac{h}{3} \right) \right] + \nu Fed (x - ad) (H - ad - a_2) \right\} \sigma_{bd} = Mx \end{aligned} \right.$$

$$F_{ed} = \frac{Mx - \left\{ Bh \left[ (H - a_2) \left( x - \frac{h}{2} \right) - h \left( \frac{x}{2} - \frac{h}{3} \right) \right] \right\} \sigma_{bd}}{\nu (x - ad) (H - ad - a_2) \sigma_{bd}}$$

566

Nakoniec z równania 559. otrzymujemy

$$(H - a_2 - x)^2 = \frac{Mx - \left\{ Bh \left[ x^2 - hx \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \nu Fed (x - ad)^2 \right\} \sigma_{bd}}{\nu F_{e2} \sigma_{bd}}, \text{ a stąd użytkowa wysokość poprzecznego}$$

przekroju belki płytowej

$$H - a_2 = x + \sqrt{\frac{Mx - \left\{ Bh \left[ x^2 - hx \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \nu Fed (x - ad)^2 \right\} \sigma_{bd}}{\nu Fed \sigma_{bd}}}$$

567

**13.** Belka płytowa z dwustronnymi pojedynczymi szeregami wkładek ciągnionymi względnie ciśnionymi, zresztą jak poprzednio określono, ale z uwzględnieniem normalnych nateżeń ciągnących w betonie.

1. Gdy  $x \leq h$ .

Z rysunków 104. i 105., które należy uzupełnić pomyslanem położeniem osi obojętnej  $O O_1$ , uwidocznionem w rys. 94. i 95. (str. 1256); wynika następujące równanie sił wewnętrznych

568

$$D_b + D_e = Z_b + Z_b' + Z_e$$

gdzie  $D_b = Bx \frac{\sigma_{bd}}{2}$  to wypadkowa nateżeń ciśnących w odciętej osią obojętną  $O O_1$  górnej części poprzecznego przekroju płyty,  $D_e = F_{ed} \sigma_{ed}$  wypadkowa nateżeń ciśnących w ciśnionym szeregu wkładek żelaznych,  $Z_b = (B - b)(h - x) \frac{\sigma'_{bz}}{2}$  wypadkowa nateżeń ciągnących w odciętej osią obojętną  $O O_1$  dolnej części poprzecznego przekroju płyty z prawej i z lewej strony żebra,  $Z_b' = b(H - x) \frac{\sigma'_{bz}}{2}$  wypadkowa nateżeń ciągnących w odciętej osią obojętną  $O O_1$  środkowej dolnej części przekroju płyty i w poprzecznym przekroju żebra,  $Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}$  wypadkowa nateżeń ciągnących w ciągnionym szeregu wkładek. Po podstawieniu tych wartości szczegółowych będzie

$$\frac{1}{2} B x \sigma_{bd} + F_{ed} \sigma_{ed} = \frac{1}{1} (B - b)(h - x) \sigma'_{bz} + b(H - x) \frac{\sigma'_{bz}}{2} + F_{ez} \sigma_{ez} \quad 569$$

a po wyrażeniu  $\sigma_{bz}$ ,  $\sigma_{ed}$ ,  $\sigma_{ez}$  przez  $\sigma_{bd}$  zapomocą wzorów 312., 351., 445., 472. otrzymamy

$$\frac{1}{2} B x \sigma_{bd} + \nu F_{ed} \frac{x - a_d}{x} \sigma_{bd} = \frac{1}{2} (B - b) \mu \frac{(h - x)^2}{x} \sigma_{bd} + \frac{1}{2} b \mu \frac{(H - x)^2}{x} \sigma_{bd} + \nu F_{ez} \frac{H - a_z - x}{x} \sigma_{bd} \quad 570$$

$$\text{stad} \quad \frac{1}{2} B x^2 + \nu F_{ed} (x - ad) = \frac{\mu}{2} (B - b) (h - x)^2 + \frac{\mu}{2} b (H - x)^2 + \nu F_{ez} (H - a_2 - x) \quad 571$$

$$\frac{1}{2} B x^3 + \nu F_{ed} x - \nu F_{ed} ad = \frac{\mu}{2} (B - b) h^2 - \mu (B - b) h x + \frac{\mu}{2} (B - b) x^2 + \frac{\mu}{2} b H^2 - \mu b H x + \frac{\mu}{2} b x^2 + \\ + \nu F_{ez} (H - a_2) - \nu F_{ez} x,$$

$$\frac{1}{2} (1 - \mu) B x^2 + [\mu (B - b) h + \mu b H + \nu (F_{ed} + F_{ez})] x = \frac{\mu}{2} (B - b) h^2 + \mu b H^2 + \nu F_{ez} (H - a_2) + \nu F_{ed} ad \\ x^2 + 2 \cdot \frac{\mu [(B - b) h + b H] + \nu (F_{ed} + F_{ez})}{(1 - \mu) B} x = \frac{\mu [(B - b) h^2 + b H^2] + \nu [F_{ed} ad + F_{ez} (H - a_2)]}{(1 - \mu) B}$$

$$x = - \frac{\mu [(B - b) h + b H] + \nu (F_{ed} + F_{ez})}{(1 - \mu) B} + \sqrt{\left( \frac{\mu [(B - b) h + b H] + \nu (F_{ed} + F_{ez})}{(1 - \mu) B} \right)^2 + \frac{\mu [(B - b) h^2 + b H^2] + \nu [F_{ed} ad + F_{ez} (H - a_2)]}{(1 - \mu) B}} \quad 572$$

albo po uproszczeniu, jak wzór 488. a będzie odstęp osi obojętnej

$$x = \frac{\mu [(B - b) h + b H] + \nu (F_{ed} + F_{ez})}{(1 - \mu) B} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{\mu [(B - b) h^2 + b H^2] + \nu [F_{ed} ad + F_{ez} (H - a_2)]}{[\mu (B - b) h + \mu b H + \nu (F_{ed} + F_{ez})]^2} \cdot (1 - \mu) B} \right] \quad 572a$$

Równanie momentów względem osi obojętnej odnośnie do równania sił wewnętrznych 568.

$$D_b \cdot \frac{2}{3} x + D_e \cdot (x - ad) + Z_b \cdot \frac{2}{3} (h - x) + Z_b \cdot \frac{2}{3} (H - x) + Z_e \cdot (H - a_2 - x) = M, \text{ a po podstawieniu wartości}$$

z równania 570. i uproszczeniu

$$\left\{ \frac{1}{3} B x^3 + \nu F_{ed} (x - ad)^2 + \frac{1}{3} \mu (B - b) (h - x)^3 + \frac{1}{3} \mu b (H - x)^3 + \nu F_{ez} (H - a_2 - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = M x \quad 573$$

$$\text{stad} \quad \sigma_{bd} = \frac{1}{3} B x^3 + \frac{1}{3} \mu (B - b) (h - x)^3 + \frac{1}{3} \mu b (H - x)^3 + \nu F_{ed} (x - ad)^2 + \nu F_{ez} (H - a_2 - x)^2 = \frac{M x}{J_i} \quad 574$$

gdź zaś odnośnie do wzoru 311.

$$\sigma_{bd} = \frac{x}{\mu(H-x)} \sigma_{bz} = \frac{Mx}{J_i} \quad 575$$

więc największe nateżenie ciągnące w betonie

$$\sigma_{bz} = \frac{1}{3} \frac{\mu M(H-x)}{[Bx^3 + (\mu B - b)(h-x)^3 + \mu b(H-x)^3] + \nu F_{ed}(x-ad)^2 + \nu F_{ez}(H-a_z-x)^2} = \frac{\mu M(H-x)}{J_i} \quad 576$$

2. Gdy  $x > h$ .

Odnosnie do rys. 104. i 105. równanie sił wewnętrznych

$$D_b + D'_b + D_e = Z_b + Z_e \quad 577$$

gdzie  $D_b = (B-b)h \frac{\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}}{2}$ ,  $D'_b = bx \frac{\sigma_{bd}}{2}$ ,  $D_e = F_{ed} \sigma_{ed}$ ,  $Z_b = b(H-x) \frac{\sigma_{bz}}{2}$ ,  $Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}$ . Wartości te podstawione w równanie 577., po wyrażeniu  $\sigma_{bz}$ ,  $\sigma_{ed}$ ,  $\sigma_{bd}$ ,  $\sigma'_{ez}$  przez  $\sigma_{bd}$  dają

$$\frac{1}{2}(B-b)h \frac{2x-h}{x} \sigma_{bd} + \frac{1}{2}bx \sigma_{bd} + \nu F_{ed}(x-ad) \sigma_{bd} = \frac{\mu}{2} b \frac{(H-x)^2}{x} \sigma_{bd} + \nu F_{ez} \frac{H-a_z-x}{x} \sigma_{bd} \quad 578$$

stad  $(B-b)hx - \frac{1}{2}(B-b)h^2 + \frac{1}{2}bx^2 + \nu F_{ed}x - \nu F_{ed}ad = \frac{1}{2}\mu bH^2 - \mu bHx + \frac{1}{2}\mu bx^2 + \nu F_{ez}(H-a_z) - \nu F_{ez}x$ ,

$$\frac{1}{2}(1-\mu)bx^2 + [(B-b)h + \mu bH + \nu(F_{ed} + F_{ez})]x = \frac{1}{2}(B-b)h^2 + \frac{1}{2}\mu bH^2 + \nu[F_{ed}ad + F_{ez}(H-a_z)] \quad 579$$

$$x = \frac{(B-b)h + \mu bH + \nu(F_{ed} + F_{ez})}{(1-\mu)b} + \sqrt{\frac{[(B-b)h + \mu bH + \nu(F_{ed} + F_{ez})]^2}{(1-\mu)^2 b^2} + \frac{(B-b)h^2 + \mu bH^2 + 2\nu[F_{ed}ad + F_{ez}(H-a_z)]}{(1-\mu)b}} \quad 580$$

albo po uproszczeniu jak wzór 572. a odstęp osi obojętnej

$$x = \frac{(B-b)h + \mu bH + \nu(F_{ed} + F_{ez})}{(1-\mu)b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{(B-b)h^2 + \mu bH^2 + 2\nu[F_{ed}ad + F_{ez}(H-a_z)]}{[(B-b)h + \mu bH + \nu(F_{ed} + F_{ez})]^2}} \right] \cdot (1-\mu)b \quad 580a$$

Odnosnie do równania sił wewnętrznych 577. będzie równanie momentów względem osi obojętnej

$$D_b \cdot y + D'_{b'} \cdot \frac{2}{3} x + D_e \cdot (x - a_d) + Z_b \cdot \frac{2}{3} (H - x) + Z_e (H - a_z - x) = M, \text{ a po podstawieniu wartości } y$$

z równania 407., wartości sił z równania 578. i uproszczeniu

$$\left\{ (B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2 \right\} \sigma_{bd} = M x \quad 581$$

$$\text{stad } \sigma_{bd} = \frac{M x}{(B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2} = \frac{M x}{J_i} \quad 582$$

a z pomocą wzoru 575. największe nateżenie ciągnące w betonie

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu M (H - x)}{(B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{3} \mu b (H-x)^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2} = \frac{\mu M (H - x)}{J_i} \quad 583$$

Uwaga. Ze względów praktycznych przyjmuje się zwykle w budownictwie lądowym:

$$\frac{b}{B} = 0.30, 0.25, 0.20, 0.15, 0.10; \quad \frac{h}{H} = 0.30, 0.20, 0.10;$$

zaś w budownictwie mostowym:

$$\frac{b}{H} = 0.30, 0.25, 0.20, 0.16; \quad \frac{h}{H} = 0.30, 0.25, 0.20, 0.16, 0.13.$$

W każdym zresztą razie przyjmuje się granice  $\frac{a}{H} = 0.06$  do  $0.10$ , czyli średnio  $\frac{a}{H} = 0.08$ .



## VI. Wytrzymałość na zginanie zespołów żelbetonowych ze względu na natężenia nie-normalne.

### 1. Pogląd ogólny.

#### 14. Idealny przekrój poprzeczny.

W zespole z żelbetonu wytrzymałość betonu na natężenie ciśnące  $\sigma_{bd}$  różni się od natężenia ciągnącego  $\sigma_{bz}$ ; każde zaś z tych natężeń z osobna różni się od wytrzymałości żelaza wkładek na odnośne natężenia  $\sigma_{ed}$ ,  $\sigma_{ez}$ . Wzajemny stosunek tych wszystkich natężeń wynika z norm, zawartych pod poz. 8. b i 9. w § 5. instrukcji, co umożliwia wyrażenie jednego natężenia drugim, jak to widno zresztą z równań 241. do 249., a mianowicie:  $\sigma_{ez} = \sigma_{ed} = \nu \sigma_{bd} =$

$$= \frac{\nu}{\mu} \sigma_{bz}, \quad \sigma_{bz} = \mu \sigma_{bd}, \quad \text{a w szczególności } \sigma_{ez} = \sigma_{ed} = 15 \sigma_{bd} = \\ = \frac{15}{0.4} \sigma_{bz} = 37.5 \sigma_{bz}, \quad \sigma_{bz} = 0.4 \sigma_{bd}.$$

Równania te wyrażają, że 1  $cm^2$  przekroju poprzecznego wkładek żelaznych jest w stanie wytrzymać tak wielkie natężenie ciśnące, jak razem 15  $cm^2$  przekroju betonu, a względnie tak wielkie natężenie ciągnące, jak razem 37.5  $cm^2$  przekroju betonu; natomiast 1  $cm^2$  przekroju betonu wytrzymuje — bezwzględnie biorąc tylko tak małe natężenie ciągnące, jak 0.4  $cm^2$  przekroju betonu natężenia ciśnącego.

Jeżeli zatem w zespole z żelbetonu:  $F_{bd}$  jest ciśnioną częścią powierzchni poprzecznego przekroju betonu,  $F_{ed}$  zbiorową powierzchnią poprzecznego przekroju szeregu wkładek ciśnionych,  $F_{bz}$  ciągnioną częścią powierzchni przekroju betonu,  $F_{ez}$  zbiorową powierzchnią przekroju szeregu wkładek ciągnionych, to odnośnie do wywodów i obliczeń, będących przedmiotem całego poprzedniego rozdziału V. (str. 1213 do 1316) — wewnętrzna siła wypadkowa natężeń ciśnących w betonie  $D_b = F_{bd} \sigma_{bd}$ , natężeń ciśnących w żelazie  $D_e = F_{ed} \sigma_{ed}$ , natężeń ciągnących w betonie  $Z_b = F_{bz} \sigma_{bz}$ , natężeń ciągnących w żelazie  $Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}$ . Suma tych sił w przekroju zespołu, ze względu na równowagę statyczną musi czynić zadość równaniu:  $(D_b + D_e) - (Z_b + Z_e) = 0$  czyli

$$(F_{bd} \sigma_{bd} + F_{ed} \sigma_{ed}) - (F_{bz} \sigma_{bz} + F_{ez} \sigma_{ez}) = 0 \quad 584$$

a nadto po wyrażeniu natężeń  $\sigma_{ed}$ ,  $\sigma_{bz}$ ,  $\sigma_{ez}$  przez  $\sigma_{bd}$  z pomocą powtórzonych wyżej wzorów 241. do 249. także i

$$(F_{bd} \sigma_{bd} + \nu F_{ed} \sigma_{bd}) - (\mu F_{bz} \sigma_{bd} + \nu F_{ez} \sigma_{bd}) = 0.$$

Ponieważ znak ujemny w tem równaniu zawisł wyłącznie od kierunku działania nateżeń odnośnych, więc równanie to można napisać:

$$(F_{bd} + \nu F_{ed}) \sigma_{bd} + (\mu F_{bz} + \nu F_{ez}) (-\sigma_{bd}) = 0 \quad 585$$

Oba czynniki dwumianowe są tu dodatnie i przedstawiają poszczególne części poprzecznego przekroju zespołu, z których trzy są uwielokrotnione zależnie od natury i wielkości nateżeń właściwych obu materiałom składowym. Uwielokrotnienie to powierzchni składowych rzeczywistych  $F_{ed}$ ,  $F_{bz}$ ,  $F_{ez}$ , na  $\nu F_{ed}$ ,  $\mu F_{bz}$ ,  $\nu F_{ez}$  należy odnieść jedynie do ich szerokości w kierunku równoległym do osi obojętnej i rozłożyć symetrycznie z lewej i prawej strony osi symetrycznej przekroju na zewnątrz (zwiększenie średnicy wkładek po połowie), względnie na wewnątrz przekroju (zmniejszenie szerokości powierzchni  $F_{bz}$   $\mu$  razy po połowie).

Uwielokrotnione w ten sposób i ujęte zarysem części składowe przekroju przedstawiają równoważny przekrój zespołu żelbetonowego, sprowadzony do jednolitego materiału betonowego. Przekrój ten  $F_i = F_{bd} + \nu F_{ed} + \mu F_{bz} + \nu F_{ez} = F_{bd} + 15 F_{ed} + 0.4 F_{bz} + 15 F_{ez}$  586 nazwano przekrojem idealnym.

Rozumie się, że o ile w danem obliczeniu statycznym nie uwzględnia się normalnych nateżeń ciągnących w betonie lub uzbrojenie składa się tylko z jednostronnych wkładek ciągnionych, to postać idealnego przekroju zmieni się na

$$F_i = F_{bd} + \nu F_{ed} + \nu F_{ez} \quad 587$$

$$\text{lub } F_i = F_{bd} + \nu F_{ez} \quad 588$$

### 15. Równanie momentów statycznych.

Moment statyczny — jak wiadomo — jest iloczynem całej lub części owej powierzchni poprzecznego przekroju, pomnożonej przez odstęp jej środka ciężkości od linii prostej, położonej dowolnie w tej samej płaszczyźnie co przekrój. Jeżeli rzeczona linja jest zarazem osią obojętną, która jak wiadomo przechodzi przez środek ciężkości całego przekroju dźwigara, to suma momentów statycznych względem osi obojętnej wszystkich części składowych tegoż przekroju jest zerem.

Oznaczywszy moment statyczny względem osi obojętnej części przekroju poprzecznego ciśnionej przez  $S_d$ , zaś części ciągnionej przez  $S_z$ , to prawo wyżej wypowiedziane przedstawia się równaniem  $S_d - S_z = 0$ , czyli

$$S_d = S_z \quad 589$$

i stosuje się również do przekroju idealnego, przedstawionego równaniem 586.

Na tej zasadzie pp. Haberkalt i Postuvanschitz w dziele swem „Die Berechnung der Tragwerke aus Eisenbeton oder Stampfbeton“ z r. 1912. oparli swoje wywody wzorów do obliczania statycznego zespołów żelbetonowych. Przyjęli mianowicie, że przekrój poprzeczny dźwigara jest symetryczny, że kierunek sił spada z osią symetryczną przekroju, że wkładki znajdują się tak w części ciśnionej jak ciągniętej przekroju i że beton wytrzymuje także natężenia ciągnące i w ścisłym wywodzie wyprowadzili równanie momentów statycznych idealnego przekroju  $F_i$  (wzór 586.), odniesionych do osi obojętnej, a mianowicie:

$$S_{id} = S_{bd} + \nu S_{ed} \quad 590$$

$$S_{iz} = \mu S_{bz} + \nu S_{ez} \quad 591$$

gdy zaś według równania 589.

$$S_{id} = S_{iz} \quad 592$$

$$\text{więc} \quad S_{bd} + \nu S_{ed} = \mu S_{bz} + \nu S_{ez} \quad 593$$

gdzie  $S_{bd}$  jest momentem statycznym ciśnionej powierzchni  $F_{bd}$  przekroju betonu,  $\nu S_{ed}$  momentem statycznym  $\nu$  krotnej ciśnionej powierzchni zbiorowej  $F_{ed}$  wkładek,  $\mu S_{bz}$  momentem statycznym  $\mu$  krotnej ciągniętej powierzchni przekroju betonu  $F_{bz}$ ,  $\nu S_{ez}$  momentem statycznym  $\nu$  krotnej ciągniętej powierzchni zbiorowej wkładek  $F_{ez}$ .

W dalszym toku wyprowadzili obaj autorowie równanie momentów sił zewnętrznych i wewnętrznych

$$M = \frac{\sigma_{bd}}{x} (J_{bd} + \nu J_{ed} + \mu J_{bz} + \mu J_{ez}) = \frac{\sigma_{bd}}{x} J_i = \sigma_{bd} W_{id} \quad 594$$

$$\text{stad} \quad \sigma_{bd} = \frac{M x}{J_i} = \frac{M}{W_{id}} \quad 595$$

a po wyrażeniu  $\sigma_{bd}$  przez  $\sigma_{bz}$  z pomocą wzoru 312. otrzymujemy

$$\frac{x}{\mu(h-x)} \sigma_{bz} = \frac{M x}{J_i}, \text{ skąd } \sigma_{bz} = \frac{\mu M (h-x)}{J_i} = \frac{\mu M}{W_{iz}} \quad 596$$

We wzorach 594. do 596.  $M$  jest momentem zgięcia sił zewnętrznych,  $\sigma_{bd}$ ,  $\sigma_{bz}$ ,  $x$ ,  $h-x$ , mają tu znaczenie, określone w poprzednim rozdziale V. (str. 1213),

$$J_i = J_{bd} + \nu J_{ed} + \mu J_{bz} + \nu J_{ez} \quad 597$$

jest momentem bezwładności względem osi obojętnej idealnego przekroju  $F_i$ , określonego równaniem 586.,  $J_{bd}$  moment bezwładności powierzchni  $F_{bd}$ ,  $\nu J_{ed}$   $\nu$  krotność momentu bezwładności powierzchni  $F_{ed}$ ,  $\mu J_{bz}$   $\mu$  krotność momentu bezwładności powierzchni  $F_{bz}$ ,  $\nu J_{ez}$   $\nu$  krotność momentu bezwładności powierzchni  $F_{ez}$ ,  $W_{id} =$

$$= \frac{J_i}{x} \text{ jest moment oporu powierzchni ciśnionej idealnego prze-}$$

kroju  $F_{id} = F_{bd} + \nu F_{ed}$ ,  $W_{iz} = \frac{J_i}{h - x}$  moment oporu powierzchni ciągniętej idealnego przekroju  $F_{iz} = \mu F_{bz} + \nu F_{ez}$ .

Z tego wszystkiego wynika, że po utworzeniu idealnego przekroju z rzeczywistego poprzecznego przekroju dźwigara żelbetonowego całe dalsze obliczenie statyczne sprowadza się do liczenia zapomocą wzorów statycznych zwykłej postaci, odnoszących się do dźwigarów z materiału jednolitego, jak np. drzewo, żelazo itp.

O zasadach zresztą wyrażonych wzorami 594. do 597. były już poprzednio wzmianki w odniesieniu do wzoru 267. na str. 1219, oraz do wzoru 320. do 325. na str. 1230 i 1231.

Wzór 597. można napisać w skróceniu

$$J_i = J_{bd} + \mu J_{bz} + \nu J_e \quad 598$$

$$\text{gdzie} \quad \nu J_e = \nu (J_{ed} + J_{ez}) \quad 599$$

jest ogólnym wyrazem momentów bezwładności zbiorowych przekrojów wkładek żelaznych ciśnionych i ciągniętych, gdzie jak wiadomo

$$J_{ed} = (J_{ed}^0 + F_{ed} e^2_d) \quad 600$$

$$\text{zaś} \quad J_{ez} = (J_{ez}^0 + F_{ez} e^2_z) \quad 601$$

W równaniach tych  $J_{ed}^0$ ,  $J_{ez}^0$  są momentami bezwładności przekroju wkładek ciśnionych i ciągniętych względem własnej osi ciężkości, równoległej do osi obojętnej, zaś  $e_d$ ,  $e_z$  są odnośnymi odstępami obu tych osi ciężkości od osi obojętnej.

Jeżeli wkładki są małego przekroju, t. zw. uwisłe, to moment bezwładności ich względem własnej osi ciężkości wypadnie stosunkowo tak mały, że można go opuścić bez ujmy dla wyniku obliczenia, zaczem będzie

$$\nu J_e = \nu (F_{ed} e^2_d + F_{ez} e^2_z) \quad 602$$

skoro jednak przekrój wkładek będzie znaczniejszy, to trzeba bezwarunkowo uwzględnić także ich moment bezwładności względem własnej osi ciężkości i w tym razie zastosować wzór

$$\nu J_e = \nu (J_{ed}^0 + F_{ed} e^2_d + J_{ez}^0 + F_{ez} e^2_z) \quad 603$$

O ile zresztą prostszym jest sposób wyprowadzenia wzorów statycznych z pomocą momentów statycznych zastosowanych przez pp. Haberkalta i Postuvanschitza w porównaniu do sposobu w poprzednich rozdziałach uwidocznionego, wykazują następujące przykłady.

#### PRZYKŁAD IX.

Wyprowadzić wzory statyczne do obliczenia odstepu  $x$  osi obojętnej, oraz największego natężenia ciśnącego  $\sigma_{bd}$  w betonie belki,

względnie płyty z pojedynczym szeregiem ciągnionych wkładek żelaznych, określonej zresztą rysunkami i opisem w poddziale 2. pod 1. (rozdz. V., str. 1215).

W tym razie idealny przekrój zespołu będzie  $F_i = F_{bd} + \nu F_{ez}$ , zaczem równanie momentów statycznych **593.** przybierze postać

$$S_{bd} = \nu S_{ez} \quad \mathbf{604}$$

gdyż tu  $\nu S_{ed}$  i  $\mu S_{bz}$  są zerami; gdy zaś momenta statyczne względem osi obojętnej:

$S_{bd} = b x \cdot \frac{x}{2} = \frac{1}{2} b x^2$ ,  $S_{ez} = F_{ez} (h - a - x)$ , więc po podstawieniu w równanie **604.** będzie

$$\frac{1}{2} b x^2 = \nu F_{ez} (h - a - x), \text{ stąd } x^2 + \frac{2 \nu F_{ez}}{b} x = \frac{2 \nu F_{ez} (h - a)}{b}$$

ostatecznie

$$x = -\frac{\nu F_{ez}}{b} + \sqrt{\frac{\nu^2 F_{ez}^2}{b^2} + \frac{2 \nu F_{ez} (h - a)}{b}} = \frac{\nu F_{ez}}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 b (h - a)}{\nu F_{ez}}} \right]$$

co zgadza się zupełnie z wzorem **259.** (str. 1217).

Według wzoru **595.**

$\sigma_{bd} = \frac{M x}{J_i}$ , w niniejszym przypadku równanie **597.** przybierze postać

$$J_i = J_{bd} + \nu J_{ez}, \text{ ponieważ } J_{bd} = \frac{1}{3} b x^3, \text{ zaś } \nu J_{ez} = \nu [J_{ez}^0 + + \nu F_{ez} (h - a - x)^2] \cong \nu F_{ez} (h - a - x)^2, \text{ więc } J_i = \frac{1}{3} b x^3 + + \nu F_{ez} (h - a - x)^2, \text{ co podstawione we wzór } \mathbf{595.} \text{ daje } \sigma_{bd} = = \frac{M x}{\frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2}, \text{ a więc zgodnie z wzorem } \mathbf{267.} \text{ itd.}$$

### PRZYKŁAD X.

Dla belki płytowej z żelbetonu z dwustronnymi pojedynczymi szeregami wkładek, ciągnionymi względnie ciśnionymi; zresztą określonej rysunkami i opisem w poddziale 3. pod 13. (rozdz. V., str. 1318), alternatywa 2. wyprowadzić wzory statyczne do obliczenia odstepu  $x$  osi obojętnej i największego natężenia ciągnącego  $\sigma_{bz}$  w betonie.

W niniejszym przypadku idealny przekrój zespołu  $F_i = F_{bd} + + \nu F_{ed} + \mu F_{bz} + \nu F_{ez}$  (wzór **586.**); gdy zaś dotyczące się jego płaszczyzn składowych wszystkie momenta statyczne  $S_{bd} + \nu S_{ed} = = \mu S_{bz} + \nu S_{ez}$  (wzór **593.**) mają realną wartość, a mianowicie:

$$S_{bd} = \frac{1}{2} B x^2 - \frac{1}{2} (B - b) (x - h)^2, S_{ed} = F_{ed} (x - a_d), S_{bz} = \\ = \frac{1}{2} b (H - x)^2, S_{ez} = F_{ez} (H - a_z - x)$$

więc podstawivszy te wartości w równaniu 593. otrzymujemy

$$\frac{1}{2} B x^2 - \frac{1}{2} (B - b) (x - h)^2 + \nu F_{ed} (x - a_d) = \frac{1}{2} \mu b (H - x)^2 + \nu F_{ez} (H - a_z - x),$$

a po wykonaniu wskazanych operacji

$$(B - b) h x + \frac{1}{2} b x^2 - \frac{1}{2} (B - b) h^2 + \nu F_{ed} x - \nu F_{ed} a_d = \\ = \frac{1}{2} \mu b H^2 - \mu b H x + \frac{1}{2} \mu b x^2 + \nu F_{ez} (H - a_z) - \nu F_{ez} x$$

i po sprawieniu otrzymujemy równanie

$$\frac{1}{2} (1 - \mu) b x^2 + [(B - b) h + \mu b H + \nu (F_{ed} + F_{ez})] x = \frac{1}{2} (B - b) h^2 + \\ + \frac{1}{2} \mu b H^2 + \nu [F_{ed} a_d + F_{ez} (H - a_z)]$$

zgodne zupełnie z równaniem 579., z którego bezpośrednio wyznaczono odstęp  $x$  osi obojętnej w równaniu 580., względnie 580. a.

Dalej odnośnie do wzoru 596. otrzymujemy w niniejszym wypadku

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu M (H - x)}{J_i} \quad 605$$

gdzie poszczególne momenta bezwładności, wchodzące odnośnie do wzoru 597. w skład właściwego momentu bezwładności  $J_i$  całego idealnego przekroju belki płytowej, mają następujące wartości z uwzględnieniem opustów według wzoru 602.

$$J_{bd} = \frac{1}{2} B x^3 - \frac{1}{3} (B - b) (x - h)^3, J_{ed} = F_{ed} (x - a_d)^2, J_{bz} = \\ = \frac{1}{3} b (H - x)^3, J_{ez} = F_{ez} (H - a_z - x)^2, \text{ które podstawione we}$$

wzór 597. dają  $J_i = \frac{1}{3} B x^3 - \frac{1}{3} (B - b) (x - h)^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \\ + \frac{1}{3} \mu b (H - x)^3 + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2$ , a po wykonaniu wskazanego działania co do pierwszych dwu wyrazów prawej strony równania:

$$J_i = \frac{1}{3} B x^3 - \frac{1}{3} (B - b) x^3 + (B - b) h x^2 - (B - b) h^2 x + (B - b) h^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \\ + \frac{1}{3} \mu b (H - x)^3 + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2$$

i sprawieniu otrzymujemy

$$J_i = (B - b) h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{3} \mu b (H - x)^3 + \nu F_{ed} (x - a_d)^2 + \\ + \nu F_{ez} (H - a_z - x)^2, \text{ co podstawione w równanie 605. daje}$$

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu \cdot M (H - x)}{(B-b)h \left[ x^2 - h \left( x - \frac{h}{3} \right) \right] + \frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{3} \mu \cdot b (H-x)^3 + \nu F_{ed} (x-a)^2 + \nu F_{ez} (H-a-z-x)^2}$$

zgodnie zupełnie z wzorem 583. na innej drodze wyprowadzonym.

Oba przykłady powyższe stwierdzają nietylko rzetelność i ścisłość sposobu, zastosowanego do wywodu wzorów statycznych w poprzednim rozdz. V., ale nadto wykazują, że przyjęty przez pp. Habérkalta i Postuvanschitza sposób wyprowadzenia i zestawienia odnośnych wzorów do obliczeń statycznych zapomocą równania momentów statycznych, odniesionych do idealnego przekroju poprzecznego zespolów z żelbetonu, odznacza się wielką prostotą, łatwością i niezwykłą jasnością.

## 2. Natężenia ścierające.

### 16. Ogólne określenie.

Każda belka, względnie płyta lub belka płytowa pod wpływem sił zewnętrznych (ciężar własny, obciążenie i oddziaływanie na oporach) doznaje — prócz natężeń normalnych cisnących i ciągnących — także jeszcze równocześnie i natężeń ścierających prostopadłych i równoległych do osi podłużnej. Pierwsze zowią się natężeniami poprzecznie ścierającymi, drugie podłużnie ścierającymi. Ze względu na warunek równowagi statycznej musi w każdym punkcie danego przekroju poprzecznego natężenie poprzecznie ścierające równać się natężeniu podłużnie ścierającemu. Wielkość tych natężeń daje się wyznaczyć na podstawie sił wewnętrznych, które są zawsze znane; potrzeba tu jednak zbadać właściwy związek zachodzący między temi siłami a natężeniami, do którego to celu prowadzi następujący wywód.

#### a) Siły poprzeczne.

Najprostszym objawem sił zewnętrznych zginających jest powstanie sił poprzecznych w każdym przekroju poprzecznym belki.

Siła poprzeczna  $Q$  w dowolnym przekroju belki prostej poziomej z obciążeniem pionowym jest — jak wiadomo — sumą wszystkich po lewej stronie tego przekroju działających sił; stąd też w przekroju na lewej oporze siła poprzeczna równa się oddziaływaniu  $A_1$  na tej oporze, t. j.

$$Q_m = A_1 \quad 606$$

i jest największa; podobnie rzecz ma się i na prawej oporze, wobec czego w danym razie należy przedewszystkiem wyznaczyć oddziaływania  $A_1$  i  $A_2$  na oporach.

Jeżeli obciążenie belki jest symetryczne, to oddziaływania oporowe są sobie równe i w takim razie największa siła poprzeczna

$$Q_m = A_1 = A_2 \quad 607$$

a jeżeli na belkę poziomo na obu końcach wolno podpartą na rozpiętość  $l$  działają siły osobne  $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$  w mierzonych od oporu prawego  $A_2$  odstępach  $m_1, m_2, m_3 \dots m_n$ , to oddziaływanie na lewej podporze

$$A_1 = \frac{P_1 m_1 + P_2 m_2 + P_3 m_3 + \dots + P_n m_n}{l} = \frac{\sum P m}{l} = Q_m \quad 608$$

a oddziaływanie na podporze prawej

$$A_2 = \frac{\sum P m}{l} - A_1 = Q'_m \quad 609$$

Największa siła poprzeczna od podpory ku środkowi długości belki maleje i schodzi do zera w tym przekroju, w którym moment zgięcia jest największy; stąd na odwrót wnioskuje się, że w przekroju, w którym siła poprzeczna jest zerem, moment zgięcia jest największy.

W przypadku określonym równaniami 608. i 609. siła poprzeczna wzdłuż każdego zresztą nieobciążonego pola belki jest stała i tylko w miejscu zaczepienia każdej osobnej siły ( $P_1, P_2, P_3 \dots$ ) staje się mniejszą o wielkość tej osobnej siły; wobec tego linja graniczna przedstawiająca tę zmianę siły poprzecznej jest linią schodową.

Jeżeli belka wolno podparta jest jednostajnie obciążona ciężarem  $q$  na każdy metr swej rozpiętości  $l$ , to oddziaływanie oporowe

$$A_1 = \frac{q l^2}{2l} = \frac{1}{2} q l = A_2 = Q_m \quad 610$$

a zmniejszanie się największej siły poprzecznej będzie się odbywać według równania

$$Q = Q_m - q x \quad 611$$

to jest według linii prostej i dla  $x = \frac{l}{2}$ , będzie  $Q = Q_m - \frac{ql}{2} = 0$  z czego wynika, że w połowie długości belki siła poprzeczna  $Q$  stanie się zerem.

W ten sposób dalej dają się wyznaczyć oddziaływania podporowe i siły poprzeczne belek z obciążeniem złożonym.

b) Nateżenie poprzecznie ścierające.

Nateżenia te powstają wskutek działania sił poprzecznych; ale u belek drewnianych i żelaznych obciążonych w sposób zwykle w budownictwie praktykowany nie oblicza się ich wogóle, chyba że tego wymagają szczególne jakieś warunki obciążenia.



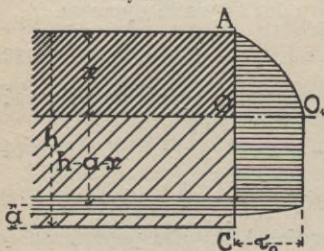
Natomiast w obliczeniu statycznym belek żelbetonowych trzeba wogóle koniecznie uwzględniać nateżenia ścierające, a zwłaszcza tam, gdzie nie trafiają na wkładki żelazne, gdyż beton sam posiada tylko małą wytrzymałość na ścieranie.

W belkach żelbetonowych jednak nie zachodzi wcale potrzeba obliczania nateżeń poprzecznie ścierających, gdyż tu zostają one ujęte wkładkami żelaznymi podłużnymi, posiadającymi w tym kierunku wielką wytrzymałość.

c) Nateżenia podłużnie ścierające.

Nateżenia podłużnie ścierające — jak wiadomo — w krawędzi przekroju belki najwięcej ciśnionej i ciągnionej mają wartość zera; i odtąd począwszy wzrastają według linii parabolicznej aż do osi obojętnej, gdzie osiągają wartość swą największą. Gdy jednak u belek żelbetonowych — w myśl poz. 8. c, e w § 5. instrukcji — w obliczaniu także i nateżeń ścierających nie uwzględnia się spółdziałania betonu na ciągnięcie, więc wartość ową największą nateżenia ścierającego począwszy od osi obojętnej trzeba już uważać jako stałą, która mocą przyczepności betonu do żelaza przenosi się niezmienną aż do wkładki ciągnionej, gdzie od środka ciężkości jej przekroju schodzi według płaskiej paraboli do zera w krawędzi najwięcej ciągnionej, jak to zresztą wykazują rysunki 106. i 107., z których pierwszy odnosi się do rys. 86., a drugi do 94.

Rysunek 106.



Pp. Haberkalt i Postuvanschitz, wychodząc z założenia, że podobnie, jak nateżenia normalne, tak i nateżenia ścierające dają się wyznaczyć wzorami statycznymi odnoszącymi się do belek z materiału jednolitego za wprowadzeniem idealnego przekroju, zastosowali tu znany ze statyki wzór dla belek z materiału jednolitego (drzewo lub żelazo) w postaci

$$T = \frac{Q S_i}{J_i} \quad 612$$

gdzie  $T$  jest siła podłużnie ścierająca w dowolnej do osi obojętnej równoległej warstwie, przypadająca na jednostkę długości belki,  $Q$  siła poprzeczna przyjęta za stałą w odnośnej jednostce,  $S_i$  moment statyczny względem osi obojętnej, odnoszący się do części idealnego przekroju odciętej badaną warstwą dowolną, równoległą do osi obojętnej,  $J_i$  moment bezwładności całego idealnego prze-

kroju poprzecznego w zakresie równań 586. do 588., względnie 597. do 603. względem osi obojętnej.

Wzór 612. stosuje się zarówno do belek, względnie płyt, jakoteż do belek płytowych z żelbetonu.

Przyjmijmy, że szerokość warstwy badanej przekroju jest  $b$ , że siła ścierająca podłużna rozkłada się jednostajnie na powierzchnię warstwy i że przypadające na  $1 \text{ cm}^2$  jej powierzchni natężenie ścierające w betonie jest  $\tau_b$ , to  $\tau_b \cdot b \cdot 1 = T$ , a odnośnie do wzoru 612.

$$\tau_b = \frac{T}{b} = \frac{Q S_i}{b J_i} \quad 613$$

Jeżeli jednak warstwa badana przecina wkładkę, to część natężenia ścierającego przenosi się z betonu na wkładkę; będzie więc

$$T = (\tau_b b + \tau_e \delta) \cdot 1 = \frac{Q S_i}{J_i} \quad 614$$

gdzie  $b$  jest szerokość warstwy zaś  $\delta$  szerokość wkładki; gdy zaś można przyjąć, że stosunek współczynnika sprężystości na ścieranie  $G_e$  w żelazie i  $G_b$  w betonie jest taki sam, jak  $\frac{E_e}{E_b}$ , a więc że  $\frac{E_e}{E_b} = \frac{G_e}{G_b} = \nu$ , to

$$\text{z proporcji } \tau_b : \tau_e = G_b : G_e \text{ wynika: } \tau_e = \tau_b \frac{G_e}{G_b} = \nu \tau_b \quad 615$$

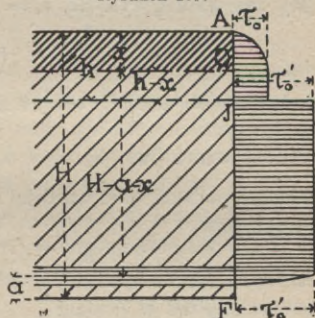
co podstawione we wzór 614. daje

$$T = \tau_b (b + \nu \delta) = \frac{Q S_i}{J_i}, \text{ a stąd } \tau_b = \frac{Q S_i}{(b + \nu \delta) J_i} \quad 616$$

**17.** Wyznaczenie natężeń ścierających u belek lub płyt, określonych w rozdz. V., podział 2., pod 1. (str. 1215.), z jednostronnym pojedynczym szeregiem wkładek ciągnionych.

W osi obojętnej  $O O_1$  (rys. 86. i 87.) belek lub płyt zarówno siła ścierająca  $T$  jak i natężenie  $\tau_b$  są największe, gdyż w równych zresztą warunkach obciążenia i rozmiarów moment statyczny części przekroju poprzecznego, odciętej warstwą w osi obojętnej jest największy, wobec czego odnośnie do równań 612. i 613. także i wartość  $T = T_b$ , oraz  $\tau_b = \tau_o$  muszą wypaść największe. Największy ów moment statyczny  $S_i = S_{id}$  będzie według równania 590.  $S_{id} = S_{bd}$ , gdyż tu  $\nu S_{ed} = 0$ ; gdy zaś według równań 591. i 592.

Rysunek 107.



$S_{id} = S_{iz}$ , a stąd  $S_{bd} = \nu S_{ez}$ , gdyż tu znowu  $\mu S_{bz} = 0$ , więc występujące w warstwie obojętnej: siła podłużnie ścierająca według równania 612. będzie

$$T_o = \frac{Q S_i}{J_i} = \frac{Q S_{bd}}{J_i} = \frac{\nu Q S_{ez}}{J_i} \quad 617$$

a największe natężenie podłużnie ścierające według wzoru 613.

$$\tau_o = \frac{T_o}{b} = \frac{Q S_i}{b J_i} = \frac{Q S_{bd}}{b J} = \frac{\nu Q S_{ez}}{b J_i} \quad 618$$

Według równań 598. do 603. moment bezwładności całego przekroju belki względnie płyty

$J_i = J_{bd} + \nu J_{ez} = J_{bd} + \nu F_{ez} e^2 z$ , gdyż tu  $\mu S_{bz} = 0$ , oraz  $\nu J_{ed} = 0$ ; gdy zaś według rys. 87.  $e_z = h - a - x$ , więc w niniejszym razie

$$J_i = \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 \quad 619$$

nadto  $S_{bd} = b x \cdot \frac{x}{2} = \frac{1}{2} b x^2$ ,  $\nu S_{ez} = \nu F_{ez} (h - a - x)$ , gdy zaś

według wzoru 592.  $S_{bd} = \nu S_{ez}$ , czyli  $\frac{1}{2} b x^2 = \nu F_{ez} (h - a - x)$ ,

więc po podstawieniu wartości za  $\nu F_{ez} (h - a - x)$  w równanie 619. otrzymamy

$$J_i = \frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{2} b x^2 (h - a - x) \quad 620$$

wreszcie wartości  $\nu S_{ez}$  i  $J_i$  wstawione w równanie 618., które można napisać w postaci

$$\tau_o = \frac{Q}{b} \times \frac{1}{\frac{S_{bd}}{J_i}} = \frac{Q}{b} \times \frac{1}{\frac{\nu S_{ez}}{J_i}}, \text{ dają } \tau_o = \frac{1}{\frac{\frac{1}{3} b x^3 + \frac{1}{2} b x^2 (h - a - x)}{\frac{1}{2} b x^2}} \times \frac{Q}{b}$$

$$\text{ostatecznie } \tau_o = \frac{Q}{b \left( h - a - \frac{x}{3} \right)} = \frac{Q}{b \rho} \quad 621$$

$$\text{z czego okazuje się, że } \frac{J_i}{\nu S_{ez}} = \frac{J_i}{S_{bd}} = \left( h - a - \frac{x}{3} \right) = \rho \quad 622$$

to znaczy, że iloraz momentu bezwładności całego idealnego przekroju przez moment statyczny części ciśnionej powierzchni tegoż przekroju lub ciągnionej jest wzajemną odległością czyli ramieniem  $\rho$  momentu pary wewnętrznych sił: cisnącej  $D_b$  i ciągnącej  $Z_e$ , uwidocznionej w rysunku 87.

Oczywiście natężenie podłużnie ścierające największe według wzoru 621. należy obliczać w tym przekroju poprzecznym belki, względnie płyty, który leży w obrębie działania największej siły

poprzecznej  $Q_m$  w pojęciu równań 606. do 610., a zatem według wzoru

$$\tau_o = \frac{Q_m}{b \left( h - a - \frac{x}{3} \right)} \quad 623$$

otrzymane zaś stąd nateżenie musi być mniejsze od dopuszczalnego pod poz. 1. w § 6. instrukcji nateżenia podłużnie ścierającego  $t_b$ , to jest musi  $\tau_o \leq t_b$ .

U belki względnie płyty wolno na dwu końcach podpartej, jednostajnie obciążonej według wzoru 610.  $Q_m = \frac{q l^2}{2}$  co wstawione wózr 623. daje

$$\tau_o = \frac{q l}{2 b \left( h - a - \frac{x}{3} \right)} \quad 624$$

Zresztą belki, względnie płyty w ten sposób obciążone, których wytrzymałość na nateżenia normalne cisnące i ciągnące została obliczeniem statycznym stwierdzoną, wykazują najczęściej nateżenie podłużnie ścierające  $\tau_o \leq t_b$ , i niema potrzebich wzmacniania w takim razie stosownemi wkładkami (przewiązkami).

**18.** Wyznaczenie nateżeń ścierających u belek płytowych, określonych w rozdz. V., poddział 3., pod 8. do 10. (str. 1254) z jednostronnym szeregiem pojedynczym wkładek ciągnionych.

W belkach płytowych powierzchnia betonowa przekroju, wystawiona na największe nateżenia podłużnie ścierające — w porównaniu do belek lub płyt o przekroju prostokątnym — jest stosunkowo znacznie mniejsza, wskutek czego zachodzi tu zawsze potrzeba obliczania tego nateżenia ścierającego i wzmocnienia betonu stosownemi wkładkami żelaznemi. Największe wszakże nateżenie podłużnie ścierające w niniejszym przypadku występuje tylko wtedy w osi obojętnej  $O O_1$  (rys. 96. do 99. na str. 1259 i 1274), gdy oś ta przecina żebro i oblicza się według wzoru 618.:

$$\tau_o = \frac{Q S_i}{b J_i} = \frac{Q}{b} \cdot \frac{S_b a}{J_i} = \frac{\nu Q S_{ez}}{b J_i} \quad 625$$

gdzie  $b$  jest szerokością przekroju.

W najprostszy sposób daje się tu obliczyć  $\tau_o$  zapomocą momentu statycznego przekroju zbiorowego szeregu ciągniętego wkładek

$$S_i = \nu S_{ez} = \nu F_{ez} (H - a - x) \quad 626$$

można jednak dojść do tego samego wyniku zapomocą wzoru

$$\tau_o = \frac{Q_m}{b (H - a - x + y)} = \frac{Q_m}{b \rho} \quad 627$$

w którym zgodnie z wzorem 621. wyraz mianownika w nawiasie  $(H - a - x + y)$  jest ramieniem momentu pary sił wewnętrznych jak to widno zresztą z rys. 97. i 99.

Gdy oś obojętna wpada w przekrój płyty czyli gdy  $x < h$ , (rys. 94. i 95. na str. 1256), to będzie  $H - a - x + y = H - a - \frac{x}{3}$ , a więc wzór 627. przybierze postać

$$\tau_o = \frac{Q S_i}{B J_i} = \frac{Q}{B \left( H - a - \frac{x}{3} \right)} = \frac{Q_m}{B \rho} \quad 627 a$$

wszakże w tym przypadku natężenie to  $\tau_o$  nie będzie już największe w osi obojętnej, tylko w warstwie żebra  $D G$  (rys. 94.) przypierającej bezpośrednio do płyty; będzie ono tu oczywiście o tyle większe, o ile szerokość  $b$  żebra będzie mniejsza od szerokości  $B$  płyty, a mianowicie

$$\tau_m = \tau_o \frac{B}{b} = \frac{Q S_i}{B J_i} \cdot \frac{B}{b} = \frac{Q S_i}{b J_i} \quad 628$$

Wreszcie, jeżeli oś obojętna wpada w żebro niedaleko od dolnej krawędzi płyty tak, że występującą w niem siłę cisnącą jako stosunkowo wcale nieznaczną można zupełnie opuścić, to  $\tau_o$  oblicza się według wzoru 627. za podstawieniem wartości  $y$  z wzoru 407.

**19.** Wyznaczenie żelaznych wkładek ścieranych, czyli przewiązek.

Według poz. 6. w § 6 instrukcji należy w dźwigarach żelbetonowych urządzić przewiązki, skoro się okaże obliczone natężenie ścierające  $\tau_o$  w betonie większe od dopuszczalnego pod poz. 1 w § 6. instrukcji unormowanego. Przewiązki te powinny być tak mocne, aby całą nadwyżkę ponad dopuszczalne natężenie mogły wytrzymać, a co najmniej 60% całkowitej obliczonej siły ścierającej  $T_o$ . Beton zaś sam dla siebie musi wytrzymywać natężenia dopuszczalne, wywołane co najmniej 30% rzeczonyj siły ścierającej.

Siła ścierająca odnośnie do wzoru 618.:

$$T_o = b \tau_o = \frac{Q S_i}{J_i} \quad 629$$

Jeżeli  $T_b = t_b b$  jest dopuszczalną siłą ścierającą w betonie na jednostkę długości dźwigara, i jeżeli się okaże z obliczenia, iż  $T_b \geq T_o$ , względnie  $t_b \geq \tau_o$ , to niepotrzeba żadnych przewiązek; chociaż — mówiąc nawiasem — dają przewiązki mimo tego z wielu innych jeszcze względów. Jeżeli natomiast okaże się  $T_b < T_o$ , względnie  $t_b < \tau_o$ , to nadwyżka

$$T_e = T_o - T_b = \frac{Q S_i}{J_i} - b t_b = b \tau_o - b t_b = b(\tau_o - t_b) \quad 630$$

musi przypaść na przewiązki.

Z zacytowanego właśnie przepisu wynika, że na sam beton ma przypaść

$$0.30 T_o \leq T_b, \text{ co się stanie, gdy będzie } T_o \leq 3.33 T_b, \text{ czyli} \\ \tau_o \leq 3.33 t_b, \quad 631$$

przewiązki zaś muszą wytrzymywać conajmniej  $0.60 T_o$ , ale też i nie więcej niż  $0.70 T_o$ .

Mogą tu zajść następujące dwa wypadki.

1.  $T_e \leq 0.60 T_o$ , co się wydarzy, gdy  $T_o \leq 2.50 T_b$ , czyli  $\tau_o \leq 2.5 t_b$ .

Jeżeli przekrój poprzeczny dźwigara zawiera w swej grupie  $n$  przewiązek pionowych, z których każda ma przekrój  $f$ ,  $c$  jest odstęp tej grupy od najbliższej grupy w poprzednim przekroju dźwigara,  $\tau_e$  nateżenie podłużnie ścierające, działające poprzecznie na  $1 \text{ cm}^2$  przekroju przewiązki, to siła podłużnie ścierająca, przypadająca na jednostkę długości dźwigara będzie

$$T_e = \frac{\tau_e n f}{c} \quad 632$$

$$\text{stąd } \tau_e = \frac{c}{n f} T_e \quad 633$$

a po podstawieniu wartości za  $T_e$  z wzoru 630.

$$\tau_e = \frac{c}{n f} \left( \frac{Q S_i}{J_i} - b t_b \right) = \frac{c}{n f} (b \tau_o - b t_b) \text{ czyli ostatecznie}$$

$$\tau_e = \frac{b c}{n f} (\tau_o - t_b) \quad 634$$

stąd dla  $\tau_e = t_e$  otrzymamy dopuszczalne nateżenie ścierające w żelazie

$$t_e = \frac{b c}{n f} (\tau_o - t_b), \text{ a odstęp badanego przekroju dźwigara od naj-} \\ \text{bliższej grupy przewiązek poprzedniego przekroju będzie}$$

$$c = \frac{t_e n f}{\frac{Q S_i}{J_i} - b t_b} = \frac{n f}{b(\tau_o - t_b)} t_e \quad 635$$

2.  $0 < T_e < 0.6 T_o$ , czyli  $T_o - T_b < 0.6 T_o$ , co się wydarzy, gdy będzie  $T_b < T_o < 2.5 T_b$  czyli  $\tau_o < 2.5 t_b$ .

W myśl zacytowanej poz. 6. w § 6. instrukcji trzeba liczyć w niniejszym przypadku:  $T_e = 0.6 T_o$ ; będzie więc  $T_e = \frac{n f}{c} \tau_e = 0.6 T_o$ , a odnośnie do wzoru 929.

<sup>1</sup> Ponieważ tu musi być  $T_e \leq 0.60 T_o$ ; czyli też odnośnie do wzoru 630.  $T_o - T_b \leq 0.60 T_o$ , więc stąd  $0.4 T_o \leq T_b$ , a ostatecznie  $T_o \leq 2.5 T_b$ .

$$\tau_e = \frac{c}{nf} \cdot 0.6 T_o = \frac{0.6 c}{nf} \cdot \frac{Q S_i}{J_i} = 0.6 \cdot \frac{b c}{nf} \cdot \tau_o \quad 636$$

a po podstawieniu za  $\tau_e$  dopuszczalnego natężenia ścierającego  $t_e$  w żelazie otrzymamy odstęp badanego przekroju dźwigara od najbliższego przekroju z poprzednią grupą przewiązek

$$c = \frac{nf}{0.6} \cdot t_e \cdot \frac{J_i}{Q S_i} = \frac{nf}{0.6 b} \cdot \frac{t_e}{\tau_o} \quad 637$$

W szczególności u belki żelbetonowej jednostajnie obciążonej na rozpiętość  $l$  z obu stron wolno podpartej, siła poprzeczna czyli poprzecznie ścierająca w przekroju położonym w odstępnie  $x$  od lewej podpory będzie

$$Q = \frac{1}{2} q l - q x = \frac{1}{2} q (l - 2x) \quad 638$$

Gdy zaś siła poprzeczna od podpory ku środkowi belki schodzi do zera, a beton sam dla siebie musi wytrzymać natężenia dopuszczalne, więc okaże się potrzeba zaopatrzenia belki przewiązkami tylko na pewną długość  $l_b$  od lewej podpory mierząc. Siła poprzeczna na końcu tej długości, czyli dla  $x = l_b$ , będzie według wzoru 638.

$$Q_b = \frac{1}{2} q (l - 2l_b) \quad 639$$

a siła podłużnie ścierająca w tym miejscu odnośnie do równania 629.

$$T_b = \frac{Q_b S_i}{J_i} = b t_b, \quad 640$$

skąd po podstawieniu wartości z równania 639. dostajemy

$\frac{1}{2} q (l - 2l_b) \cdot \frac{S_i}{J_i} = b t_b$ ,  $\frac{1}{2} l - l_b = \frac{J_i}{S_i} \cdot \frac{b}{q} \cdot t_b$  ostatecznie długość belki, mierzona od każdej podpory ku środkowi jej rozpiętości, a wymagająca zaopatrzenia przewiązkami

$$l_b = \frac{1}{2} l - \frac{J_i}{S_i} \cdot \frac{b}{q} \cdot t_b \quad 641$$

W odniesieniu do wzorów 635. i 637. przyjęto, że siła poprzeczna  $Q$  ma wartość stałą wzdłuż całego odstępu  $c$  pomiędzy dwiema grupami przewiązek, co jednak u belek jednostajnie obciążonych nie odpowiada rzeczywistości, gdyż tu siła poprzeczna od obu oporów belki ku środkowi jej rozpiętości zmniejsza się jednostajnie po linii prostej do zera. Wszakże gdy odstęp  $c$  są stosunkowo nieznaczące można dla każdego z nich wprowadzić w rachunek stosowną wartość największą dla  $Q$  jako stałą. Rozumie się, że z powodu zmienności siły  $Q$  muszą także i odstęp  $c$  wypaść zmienne.

Ilość  $n$  przewiązek zależy od względów praktycznych, wymagających możliwie równomiernego rozstawienia przewiązek w przekroju poprzecznym dźwigara.

Wyznaczenie odstępów  $c$  daje się także przeprowadzić sposobem wykreślnym.

### 3. Natężenia główne.

#### 20. Ogólne określenie.

W belkach na zginanie narażonych — prócz natężeń normalnych cisnących i ciągnących, oraz natężeń ścierających — występują także jeszcze natężenia główne cisnące i natężenia główne ciągnące, które można uważać jako wypadkowe normalnego natężenia cisnącego, względnie ciągnącego, oraz natężenia poprzecznie ścierającego.

Wzajemna ta zawisłość natężeń w dźwigarach żelbetonowych stosuje się ściśle do prawideł, dotyczących się belek z materiału jednolitego, a wyrażonych wzorami:

$$\tau'_{1d} = \frac{\sigma_{bd}}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_{bd}^2}{4} + \tau_1^2} \quad 642$$

$$\tau'_{1z} = \frac{\sigma_{bd}}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_{bd}^2}{4} + \tau_1^2} \quad 643$$

$$\tau_d = \frac{\sigma_{bz}}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_{bz}^2}{4} + \tau_2^2} \quad 644$$

$$\tau_z = \frac{\sigma_{bz}}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_{bz}^2}{4} + \tau_2^2} \quad 645$$

gdzie  $\tau'_{1d}$  jest natężenie główne cisnące  $\tau'_{1z}$  natężenie główne ciągnące i  $\tau_1$  natężenie ścierające, wszystko w części ciśnionej poprzecznego przekroju dźwigara, zaś  $\tau_d$  natężenie główne cisnące, oraz  $\tau_z$  natężenie główne ciągnące i  $\tau_2$  natężenie ścierające, wszystko w części ciągniętej przekroju dźwigara,  $\sigma_{bd}$  normalne natężenie cisnące,  $\sigma_{bz}$  normalne natężenie ciągnące.

Wobec tego zatem co wykazują poszczególnione wyżej wzory, natężenia główne cisnące we wszystkich dźwigarach żelbetonowych osiągają największą swą wartość w najskrajniejszej krawędzi ciśnionej przekroju, jako normalne natężenie cisnące  $\sigma_{bd}$ . Skoro zatem z obliczenia statycznego okaże się dźwigar dostatecznie wytrzymały na dopuszczalne normalne natężenie cisnące  $\sigma_{bd}$ , to tem pewniej będzie w stanie wytrzymać we wszystkich innych swych warstwach główne natężenie cisnące i niema potrzeby osobnych badań pod tym względem.

Wszakże inaczej przedstawia się rzecz co do natężeń głównych ciągnących, którym dźwigary żelbetonowe nie we wszy-



stkich swych warstwach są w stanie przeciwdziałać skutecznie z powodu tak dalece malej wytrzymałości betonu na normalne nateżenia ciągnące, iż poz. 8 e) w § 5. instrukcji każe także i nateżenia główne ciągnące obliczać pod założeniem, że beton nie znosi normalnych nateżeń ciągnących. Zachodzi zatem konieczna potrzeba obliczania wszystkich dźwigarów żelbetonowych co do wytrzymałości na nateżenia główne ciągnące.

Wzór 645. wykazuje, iż począwszy od osi obojętnej, gdzie normalne nateżenie ciągnące  $\sigma_{bz} = 0$ , i odtąd aż do wkładek ciągnionych musi być w betonie za zero uważane, nateżenie główne ciągnące  $\tau_z$  równa się nateżeniu odnośnemu ścierającemu  $\tau_2$  i tak jak ono wzajemnie działa równolegle w całej tej ciągnionej części przekroju dźwigara. Z równania 643. zaś widno, że nateżenie główne ciągnące  $\tau'_z$  w ciśnionej części przekroju dźwigara szybko maleje, a największe nateżenia główne ciągnące występują w ciągnionej części przekroju w parze z nateżeniami ścierającymi, które posiadają tu właśnie największą swą wartość rachunkową.

Największe nateżenie główne ciągnące występuje w warstwie obojętnej pod kątem  $45^\circ$  do podłużnej osi dźwigara, równa się poprzecznemu i podłużnemu nateżeniu ścierającemu w tem miejscu i działa na jednostkę powierzchni przekroju ukośnego, tworzącego kąt prosty z kierunkiem rzeczzonego nateżenia głównego.

### 21. Wyznaczenie nateżenia głównego ciągnącego.

Jeżeli  $\tau_z$  jest największym nateżeniem głównym ciągnącym na  $1 \text{ cm}^2$  ukośnego przekroju dźwigara w warstwie obojętnej, to  $\tau_z = \tau_o$ , i wartość tę w myśl cytowanej wyżej poz. 8 e) instrukcji zatrzymuje stale aż do wkładek ciągnionych; to samo tyczy się siły głównej ciągnącej, która równa się podłużnie ścierającej sile w tem samem miejscu, to jest  $T_z = T_o$ .

Zresztą odnośnie do poz. 1. w § 6. instrukcji dopuszczalne nateżenie ścierające  $t_b$  równa się nateżeniu głównemu ciągnącemu  $t_z$ , t. j.  $t_b = t_z$ ; gdzie zatem z obliczenia statycznego okaże się beton za słaby na nateżenia ścierające i musi otrzymać stosowne wkładki, tam niewątpliwie potrzeba go także zaopatrzyć wkładkami ukośnymi, najlepiej pod kątem  $45^\circ$  do osi podłużnej nachyleniami osobnymi wkładkami, sięgającymi od wkładek ciągnionych aż w obręb ciśnionej części przekroju dźwigara.

Z głównej siły ciągnącej  $T_z$  (równej zresztą sile ścierającej  $T_o$ ), działającej pod kątem  $45^\circ$  do podłużnej osi dźwigara, przypadła jednostkę tej osi

$$Z_1 = T_z \cos 45^\circ = T_o \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ gdyż}$$

$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , stąd po podstawieniu największej wartości za  $T_z$  z wzoru 629.

$$Z_o = \frac{Q S_i}{J_i} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = b \tau_o \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 646$$

Jeżeli przypadająca na jednostkę osi podłużnej dźwigara dopuszczalna główna siła ciągnąca

$$Z_b = b t_z \quad 647$$

gdzie  $b$  jest szerokością warstwy obojętnej w przekroju poprzecznym, to na wkładkę ukośną przypadnie odniesiona do jednostki osi podłużnej główna siła ciągnąca

$$\begin{aligned} Z_e = Z_o - Z_b &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \frac{Q S_i}{J_i} - b t_z \right) = (b \tau_o - b t_z) \frac{\sqrt{2}}{2} = \\ &= \frac{b \sqrt{2}}{2} (\tau_o - t_z) \quad 648 \end{aligned}$$

Gdy zaś odniesione poprzednio do nateżeń ścierających postawienie pod poz. 6. w § 6. instrukcji stosuje się także i do głównych nateżeń ciągnących, więc i tu mogą zajść te same dwa wypadki, omówione pod 19. (rozdz. VI., str. 1332), a mianowicie:

1.  $Z_e \leq 0.6 Z_o$ , co się wydarzy, gdy  $Z_o \leq Z_b$ , czyli  $(\tau_z = \tau_o) \leq 2.5 t_z = 2.5 t_b$ .

Jeżeli  $e$  jest wzajemny odstęp wkładek nachylonych pod kątem  $45^\circ$  do osi podłużnej, zaś  $f$  przekrój poprzeczny wkładki, to główna siła ciągnąca działająca na wkładkę będzie

$$Z = e Z_e = \tau_{ez} f \quad 649$$

a po podstawieniu wartości z równania 648.

$$\tau_{ez} f = e b (\tau_o - t_z) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = e \left( \frac{Q S_i}{J_i} - b t_z \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 650$$

$$\text{wreszcie} \quad \tau_{ez} = \frac{b e}{f} (\tau_o - t_z) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 651$$

a odstęp wzajemny dwu za sobą idących wkładek

$$e = \frac{2 f \tau_{ez}}{b (\tau_o - t_z) \cdot \sqrt{2}} \quad 652$$

2.  $0 < Z_e < 0.6 Z_o$ , co się wydarzy, gdy  $Z_b < Z_o < 2.5 Z_b$ , czyli  $(t_z = t_b) < (\tau_z = \tau_o) < (2.5 t_z = 2.5 t_b)$ .

I tu główna siła ciągnąca wkładkę we wzajemnym odstępnie  $e$  wkładek

$$Z = e Z_e = \tau_{ez} f \quad 653$$

gdy zaś w myśl poz. 6. w § 6. instrukcji należy w niniejszym przypadku liczyć conajmniej  $Z_e = 0.6 Z_o$ , więc otrzymamy

$$\tau_{ez} f = \frac{0.6 \sqrt{2}}{2} \cdot e \cdot \frac{Q S_i}{J_i} = \frac{0.6 \sqrt{2}}{2} \cdot e b \tau_o, \text{ a stąd}$$

$$\tau_{ez} = \frac{0.6 \sqrt{2}}{2} \cdot b e \tau_o \quad 654$$

$$e = \frac{2 \tau_{ez} f}{0.6 \sqrt{2} \cdot b \tau_o} = \frac{2}{0.6 \sqrt{2}} \cdot \frac{\tau_{ez} f}{b \tau_o} \quad 655$$

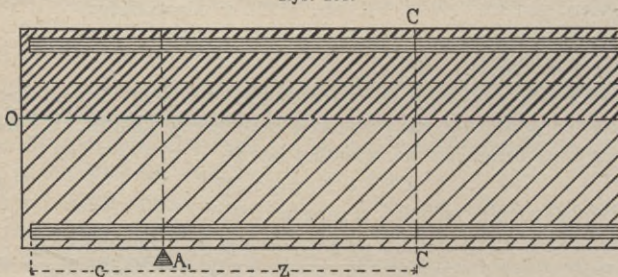
W obrębie odstepu  $e$  wyznacza się i przyjmuje za podstawę obliczenia największa siła poprzeczna  $Q$  w tym obrębie występująca w razie, gdy obciążenie dźwigara jest jednostajne. Zresztą jeżeli w danym razie dźwigar otrzyma wkładki ukośne o rozmiarach odpowiednich i stosownym rozkładzie, to w każdym miejscu dźwigara musi być  $\tau_{ez} \leq t_z$ .

#### 4. Natężenie przyczepności.

##### 22. Pogląd ogólny.

Pozycja 23. w §. 5. instrukcji wymaga dowodu, że działająca w którymkolwiek przekroju poprzecznym wkładki siła ciągnąca,

Rys. 108.



lub ciśnąca może przenieść się z betonu na żelazo wkładki jeszcze przed tym przekrojem zapomożą dopuszczalnych średnich natężeń przyczepności pod założeniem, jednostajnego rozłożenia się tych natężeń na odnośną powierzchnię przyczepności.

Rysunek 108. i 109. wyżej uwidoczniiony przedstawia żelbetonową belkę płytową narażoną na zginanie, zaopatrzoną uwisłami (cienkimi) wkładkami żelaznymi w części ciągnionej i w części ciśnionej poprzecznego przekroju  $CC$ , znajdującego się w odstepie  $z$  od teoretycznej lewej podpory  $A_1$ , poza którą koniec wkładki sięga

jeszcze na długość  $c$  tak, że całkowity odstęp przekroju od końca wkładki wynosi  $c + z$ .

Normalna siła ciągnąca, działająca w przekroju  $CC$  na wkładki jest  $Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}$ , a po podstawieniu wartości za  $\sigma_{ez}$  z równania 549. będzie

$$Z_e = \frac{\nu M (H - a_z - x) F_{ez}}{J_i} = \frac{\nu M S_{ez}}{J_i} = F_{ez} \sigma_{ez} \quad 656$$

gdzie  $M$  jest momentem zgięcia w badanym przekroju,  $F_{ez} (H - a_z - x) = S_{ez}$  jest momentem statycznym zbiorowego przekroju  $F_{ez}$  wkładek ciągniętych względem osi obojętnej, a reszta oznaczeń wynika z rysunku i z poprzednich rozdziałów.

Powierzchnia przyczepności wkładki ciągniętej, względnie ciśnionej począwszy od końca jej aż do badanego przekroju  $CC$  jest  $u(c + z)$ , gdzie  $u$  jest obwodem wkładki pojedynczej, względnie zbiorowym obwodem szeregu ciągniętego wkładek, względnie szeregu ciśnionego; jeżeli zaś  $\tau_{hz}$  jest przeciętnym natężeniem przyczepności na  $1 \text{ cm}^2$  całej rzeczonyj powierzchni przyczepności, to przeciętna siła przyczepności od końca wkładek aż do badanego przekroju będzie

$$T_{hz} = u(c + z) \tau_{hz} \quad 657$$

Ze względów statycznych oczywiście musi być

$$T_{hz} = Z_e \quad 658$$

$$\text{czyli } u(c + z) \tau_{hz} = \frac{\nu M (H - a_z - x) F_{ez}}{J_i} = F_{ez} \sigma_{ez} = Z_e,$$

a stąd przeciętne natężenie przyczepności na ciągnięcie

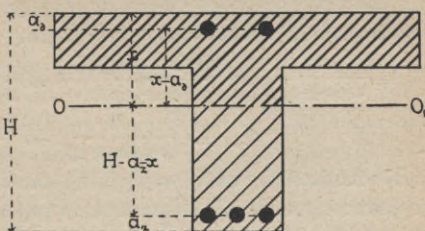
$$\begin{aligned} \tau_{hz} &= \frac{Z_e}{u(c + z)} = \frac{\nu M (H - a_z - x) F_{ez}}{u(c + z) J_i} = \frac{\nu M S_{ez}}{u(c + z) J_i} = \\ &= \frac{F_{ez}}{u(c + z)} \sigma_{ez} \quad 659 \end{aligned}$$

Ponieważ  $\frac{J_i}{\nu S_{ez}} = \frac{J_i}{\nu F_{ez} (H - a_z - x)} = \rho$  jest ramieniem momentu sił wewnętrznych, więc stąd

$$\tau_{hz} = \frac{M}{\rho u(c + z)} = \frac{F_{ez} \sigma_{ez}}{u(c + z)} \quad 659 a$$

Równanie to stosuje się do dźwigarów o każdym danym przekroju.

Rys. 109.



Drogą podobnego przebiegu wyznacza się przeciętne natężenie przyczepności na ciśnienie eo do wkładek ciśnionych o zbiorowym przekroju  $F_{ed}$  i ostatecznie otrzymujemy

$$\tau_{hd} = \frac{D_e}{u(c+z)} = \frac{\nu M(x-a_d)F_{ed}}{u(c+z)J_i} = \frac{\nu M S_{ed}}{u(c+z)J_i} = \frac{F_{ed} \sigma_{ed}}{u(c+z)} \quad 660$$

$$\text{albo} \quad \tau_{hd} = \frac{M}{\rho u(c+z)} = \frac{F_{ed} \sigma_{ed}}{u(c+z)} \quad 660 a$$

Równania 659. i 660., względnie 659.a i 660.a stosują się zarówno do jednostronnie, jak i dwustronnie pojedynczymi lub podwójnymi szeregami wkładek uzbrojonych belek, płyt i belek płytowych, a różnica polega tu jedynie w sposobie wyznaczania sił ciągnących i ciśnących, działających na wkładki. Zresztą jeżeli uzbrojenie składa się z podwójnych lub wielokrotnych szeregów wkładek, to dla każdego z nich trzeba zestawić osobne równanie 659. względnie 660.

### 23. Wyznaczenie przeciętnego natężenia przyczepności.

Do porównania z dopuszczalnym natężeniem przyczepności  $t_h$ , unormowanym pod poz. 1. w § 6. instrukcji, należy wyznaczyć największe przeciętne natężenie przyczepności na ciągnięcie  $\tau_{hz}$ , względnie na ciśnienie  $\tau_{hd}$ , jeżeli w odnośnym zespole będą zmienne  $\sigma_{ez}$ ,  $F_{ez}$ ,  $S_{ez}$ ,  $\sigma_{ed}$ ,  $F_{ed}$ ,  $S_{ed}$ ,  $u(z+c)$ ,  $J_i$ , zaś odstęp  $z$  przyjmie taką wartość, która będzie w stanie następującą różniczkę równania 659. względnie 660. sprowadzić do zera:

$$\frac{d\tau_{hz}}{dz} = \frac{d\left(\frac{\nu M S_{ez}}{u(c+z)J_i}\right)}{dz} = \frac{d\left(\frac{F_{ez} \sigma_{ez}}{u(c+z)}\right)}{dz} = 0 \quad 661$$

względnie

$$\frac{d\tau_{hd}}{dz} = \frac{d\left(\frac{\nu M S_{ed}}{u(c+z)J_i}\right)}{dz} = \frac{d\left(\frac{F_{ed} \sigma_{ed}}{u(c+z)}\right)}{dz} = 0 \quad 662$$

Jeżeli wszakże dany dźwigar będzie o przekroju stałym, a stąd i wartości  $F_{ez}$ ,  $F_{ed}$ ,  $S_{ez}$ ,  $S_{ed}$ ,  $u$ ,  $J_i$  będą stałe, więc należy wyznaczyć wartość  $z$  dla największego średniego natężenia przyczepności z obu powyższych równań różniczkowych, które w tym razie zejść do postaci

$$\frac{d\tau_{hz}}{dz} = \frac{d\left(\frac{M}{c+z}\right)}{dz} = \frac{(c+z)dM - M d(c+z)}{(c+z)^2} = 0 \quad 663$$

$$\frac{d\tau_{hd}}{dz} = \frac{d\left(\frac{M}{c+z}\right)}{dz} = \frac{(c+z)dM - M d(c+z)}{(c+z)^2} = 0 \quad 664$$

Po wyznaczeniu z któregoś z równań 661. do 664. wartości odstepu  $z$  i po wstawieniu w równanie 659., względnie 660. otrzymamy największe przeciętne natężenie przyczepności na ciągnięcie względnie na ciśnienie. W skład  $c$  należy — prócz długości prostoliniowej, o którą wkładka wychodzi poza punkt teoretycznej podpory — wliczyć dodatek za hakowate zakończenie wkładki, unormowany pod poz. 23. w § 5. instrukcji, a mianowicie za każdy hak prosto lub ostrokątnie zagięty 4 krotną, a za półkołowy 12 krotną grubość wkładki, mierzoną w płaszczyźnie zgięcia, względnie średnicę wkładki.

Wzory 656. do 664. opierają się na szczegółowym i wyczerpującym przedstawieniu zagadnień przyczepności z uwzględnieniem austr. instrukcji (dotąd jeszcze w Małopolsce obowiązującej) w znanym dziele pp. Haberkalta i Postuvanschitza „Die Berechnung der Tragwerke aus Eisenbeton oder Stampfbeton“ z r. 1912., i w podręczniku p. Prof. M. Thulliego „Teorja Żelbetu“ z r. 1915.

**24.** Sposób wyznaczenia natężeń przyczepności za pomocą wzorów odmiennych od wyżej właśnie poszczególnionych.

W dziełach wybitnych autorów dziedziny betoniarstwa w Niemczech, a mianowicie w dziele „Der Eisenbetonbau von E. Mörsch“, wydanie trzecie z r. 1908. (str. 149. i następne), oraz w dziele „Handbuch der Architektur (I. Teil, 1. Band, Heft 2: „Die Statik der Hochbaukonstruktionen“ v. Dr. Ing. T. Landsberg z r. 1909. (str. 117 i 118) są wyprowadzone uwagi godne następujące, odmienne od austriackich wzory statyczne przyczepności.

Oдноśnie do równania 656. siła ciągnąca w badanym przekroju danego dźwigara żelbetonowego będzie

$$Z = \frac{\nu M S_{iz}}{J_i} = \frac{M}{\frac{J_i}{\nu S_{iz}}} = \frac{M}{\rho} \quad 665$$

gdzie  $\rho = \frac{J_i}{\nu S_{iz}}$  jest ramieniem momentu pary sił wewnętrznych  $Z$  i  $D$ .

W następnym przekroju dźwigara, odległym od poprzedniego o bardzo mały odstęp  $dl$ , zmieni się siła  $Z$  na  $Z + dZ$ , a różnica między temi siłami  $Z + dZ - Z = dZ$  musi być zapomocą przyczepności przeniesiona z betonu na wkładkę; będzie zatem odnośnie do równania 665.

$$dZ = d \left( \frac{M S_{iz}}{J_i} \right) = d \left( \frac{M}{\rho} \right) \quad 666$$

Jeżeli ilość wkładek w szeregu ciągnionym jest  $n$ , zaś obwód każdej wkładki  $u$ , to powierzchnia przyczepności między oboma przekrojami będzie  $n \cdot u \cdot dl$ , zaś odnośna siła przyczepności  $d T_{hz} = \tau_{hz} \cdot n \cdot u \cdot dl$ ; ponieważ dalej ze względów statycznych musi być  $d T_{hz} = d Z$ , czyli  $\tau_{hz} \cdot n \cdot u \cdot dl = \frac{d M}{\rho}$ , stąd  $\tau_{hz} = \frac{d M}{dl} \cdot \frac{1}{n \cdot u \cdot \rho}$ ; gdy zaś jak wiadomo  $\frac{d M}{dl} = Q$  jest siłą poprzeczną, więc ostatecznie natężenie przyczepności na ciągnięcie w ogóle

$$\tau_{hz} = \frac{Q}{n \cdot u \cdot \rho} = \frac{Q \cdot S_{iz}}{n \cdot u \cdot J_i} \quad 667$$

W ten sam sposób można otrzymać także i natężenie przyczepności na ciśnienie, a mianowicie

$$\tau_{hd} = \frac{Q}{n \cdot u \cdot \rho} = \frac{Q S_{id}}{n \cdot u \cdot J_i} \quad 668$$

gdzie ramię momentu  $\rho$  ma tę samą wartość, co w równaniu 667., gdyż odnośnie do równania 592.  $S_{id} = S_{iz}$ , a więc

$$\rho = \frac{J_i}{S_{id}} = \frac{J_i}{S_{iz}} \quad 669$$

Do porównania natężenia przyczepności z unormowaniem pod poz. 1. w § 6. instrukcji dopuszczalnym, należy więc uwzględniać największe  $\tau_{hz}$  względnie  $\tau_{hd}$ , które według równań 667. i 668. osiągną swą największość, gdy  $Q$  oraz  $S_{iz}$ , względnie  $S_{id}$  będą największe; i tak dla stałego przekroju dźwigara są także  $n$ ,  $u$ ,  $J_i$  wartościami stałymi; należy tu zatem uwzględniać zawsze siłę poprzeczną  $Q_m$  na podporze jako największą, zaś momenta statyczne  $S_{iz}$ ,  $S_{id}$  względem osi obojętnej, gdzie są największemi.

Zresztą wzory te zasadnicze 667. i 668. w zastosowaniu do poszczególnych przypadków przedstawiają się w sposób następujący.

1. W zastosowaniu do belek, względnie płyt o przekroju prostokątnym z jednostronnym szeregiem ciągnionym wkładek żelaznych.

Przyjmijmy, że belka względnie płyta żelbetonowa posiada w swym szeregu ciągnionym  $n$  krągłych wkładek żelaznych o średnicy  $\delta$  i zbiorowym przekroju  $F_{ez}$ , to odnośnie do równania 591. będzie w niniejszym przypadku  $S_{iz} = \nu S_{ez}$  z powodu, że  $\mu S_{bz} = 0$ , a wobec tego równanie 667. zmieni się na

$$\tau_{hz} = \frac{Q}{n \delta \pi \rho} = \frac{Q}{n \delta \pi} \cdot \frac{\nu S_{ez}}{J_i} \quad 670$$

gdy zaś według równania 622.  $\frac{J_i}{\nu S_{ez}} = h - a - \frac{x}{3} = \rho$ , więc z uwzględnieniem równania 621. największe natężenie przyczepności w niniejszym przypadku będzie ostatecznie odnośnie do wzoru 670.

$$\tau_{hz} = \frac{Q_m}{n \delta \pi \rho} = \frac{Q_m}{n \delta \pi \left( h - a - \frac{x}{3} \right)} = \frac{b \tau_o}{n \delta \pi} \quad 671$$

2. W zastosowaniu do belki płytowej.

a) Jeżeli grubość płyty  $h > x$ , czyli jeżeli oś obojętna wpada w przekrój płyty, to odnośnie do wzoru 627. a

$$B \tau_o = \frac{Q}{H - a - \frac{x}{3}} \quad 672$$

gdy zaś w tym razie największe natężenie ścierające nie będzie już w osi obojętnej, lecz w warstwie zetknięcia się płyty z żebrzem, jak to wykazuje wzór 628., więc odnośnie do tego wzoru będzie

$$b \tau_m = B \tau_o, \quad 673$$

co podstawione w równanie 671. daje największe natężenie przyczepności w niniejszym przypadku

$$\tau_{hz} = \frac{Q_m}{n \delta \pi \left( H - a - \frac{x}{3} \right)} = \frac{B \tau_o}{n \delta \pi} \quad 674$$

b) Jeżeli  $h = x$ , t. j. jeżeli oś obojętna spada z dolną krawędzią przekroju płyty będzie odnośnie do równania 671.

$$\tau_{hz} = \frac{Q_m}{n \delta \pi \left( H - a - \frac{x}{3} \right)} = \frac{b \tau_o}{n \delta \pi} \quad 675$$

gdzie  $b$  jest szerokością przekroju żebra.

c) Jeżeli  $h < x$ , t. j. jeżeli oś obojętna wpada w przekrój żebra, to w najprostszy sposób daje się wyznaczyć natężenie przyczepności z równania 670., zapomoceą statycznego momentu powierzchni zbiorowego przekroju  $F_{ez}$  szeregu ciągniętego wkładek, po podstawieniu  $\nu S_{ez} = \nu F_{ez} (H - a - x)$ , będzie więc

$$\tau_{hz} = \frac{Q_m}{n \delta \pi} \cdot \frac{\nu F_{ez} (H - a - x)}{J_i} = \frac{Q_m}{n \delta \pi \rho} \quad 676$$

gdzie  $\rho = \frac{J_i}{\nu F_{ez} (H - a - x)}$ ; albo też podobnie jak we wzorze 627., przyjąwszy  $\rho = H - a - x + y$  i podstawiawszy odnośnie do tegoż wzoru



$$\frac{Q_m}{H - a - x + y} = \frac{Q_m}{\rho} = b \tau_o$$

otrzymano ostatecznie z równania 670.

$$\tau_{hz} = \frac{Q_m}{n \delta \pi (H - a - x + y)} = \frac{Q_m}{n \delta \pi \rho} = \frac{b \tau_o}{n \delta \pi} \quad 677$$

Wszystkie powyższe równania 665. do 677. włącznie nie uwzględniają wcale przedłużenia poza teoretyczny punkt podpory i hako-wego zagięcia końca wkładek, co zresztą przypada na korzyść wytrzymałości dźwigara żelbetonowego, chociaż pod względem ekonomicznym przedstawia się mniej korzystnie.

#### PRZYKŁAD XI.

Wyznaczyć największe natężenia podłużnie ścierające-główne ciągnące i natężenia przyczepności w belec płytowej żelbetonowej, określonej wyżej w przykładzie VIII. (rozdz. V., poddział 3. pod 11., str. 1287 do 1305) obliczonej.

Wprawdzie u belek i płyt żelbetonowych wogóle, a zwłaszcza wśród danych w przykładzie VIII. warunków obciążenia i wyni-klých rozmiarów, natężenie podłużnie ścierające nieprzekracza naj-częściej dopuszczalnej miary i niema potrzeby ich obliczania; jednak celem wykazania tego faktu i samego przebiegu obliczenia przed-stawia się rzecz w sposób następujący.

##### 1. W płycie belki płytowej.

Według danych i obliczeń w „przykładzie VIII.“, tamże literalnie oznaczonych,  $h = 9 \text{ cm}$ ,  $a = 1.5 \text{ cm}$ ,  $x = 2.86 \text{ cm}$ ,  $b = 100 \text{ cm}$ ,  $l = 1.8 \text{ m}$ ,  $F_{ez} = 5.88 \text{ cm}^2$ , ilość wkładek żelaznych na szerokość  $b = 100 \text{ cm}$  płyty:  $n = 7.5$  o średnicy  $\delta = 1 \text{ cm}$ ,  $q = 1070 \text{ kg/m}^2$ .

##### a) Największe natężenie podłużnie ścierające w płycie.

Największe natężenie podłużnie ścierające wystąpi tu na podporze 1 i 2 (rys. 103., str. 1293.) w osi obojętnej, gdyż na tych podporach siły poprzeczne są największe i sobie równe, jak wy-kazano w rys. 103. i obliczono w przykładzie VIII. na str. 1296., a mianowicie  $Q_m = A_1 = A_2 = 1.10 \text{ ql}$ , gdzie  $q = 1070 \text{ kg/m}^2$ , zaś rozpiętość statyczna  $l = 1.8 \text{ m}$ . Zresztą beton płyty zawiera  $350 \text{ kg}$  na  $1 \text{ m}^3$  piasku z kamykami (str. 1297.), a żelazo wkładek jest spawalne. Po podstawieniu tych danych w ewzór 623. otrzy-mujemy największe natężenie ścierające

$$\tau_o = \frac{1.10 \times 1070 \times 1.8}{100 \left( 9 - 1.5 - \frac{2.86}{3} \right)} = \frac{2118.6}{654.67} = 3.2361, \text{ czyli w za-}$$

okrągleniu  $\tau_o = 3.24 \text{ kg/cm}^2$ , które w porównaniu do unormowanego pod poz. 1. w § 6. instrukcji dopuszczalnego nateżenia ścierającego  $t_b = 4 \text{ kg/cm}^2$ , jest mniejsze o  $4 - 3.24 = 0.76 \text{ kg/cm}^2$  i wobec tego nie ma potrzeby zaopatrzenia płyty przewiązkami, czyli pionowymi wkładkami żelaznymi.

b) Największe nateżenie główne ciągnące w płycie.

Z poprzedniej odnośnej treści wiemy, że nateżenie główne ciągnące działające ukośnie pod kątem  $45^\circ$  do osi podłużnej na centymetr kwadratowy powierzchni prostopadłego przekroju, równa się nateżeniu podłużnie ścierającemu w tem samym miejscu, to jest  $\tau_z = \tau_o = 3.24 \text{ kg/cm}^2$ , co zresztą i poz. 1. w § 6. instrukcji normuje, więc stąd i  $\tau_z < t_z = 4 \text{ kg/cm}^2$ , wobec czego nie ma również potrzeby zaopatrywania naszej płyty odnośnemi wkładkami ukośnemi.

c) Największe nateżenie przyczepności w płycie.

Przyjawszy, że wychodzące na zewnątrz poza teoretyczny punkt podpory zero (0) końce wkładek w pierwszym przęśle są zagięte jako hak półkolisty, a łączna długość każdego z nich  $c = 16 - \frac{7}{2} + 12 \times 1 = 24.5 \text{ cm} = 0.245 \text{ m}$ , trzeba przedewszystkiem wyznaczyć, w którym przekroju tego przęsła przeciętne nateżenie przyczepności  $\tau_{hz}$  będzie największe.

Oдноśnie do równania 519. otrzymujemy moment zgięcia dodatni w pierwszym przęśle po podstawieniu  $x_1 = z$ ,  $M = 0.4qlz - 0.5qz^2$ ,

stąd różniczka  $\frac{dM}{dz} = 0.4ql - qz$ , co wstawione w równanie 663. daje

$$\frac{d\tau_{hz}}{dz} = \frac{(c+z)(0.4ql - qz) - (0.4qlz - 0.5qz^2) \times 1}{(c+z)^2} = 0$$

$0.4cql - cqz + 0.4qlz - qz^2 - 0.4qlz + 0.5qz^2 = 0$ , po uproszczeniu  $0.5qz^2 + cqz = 0.4cql$ ,  $z^2 + 2cqz = 0.8cql$ , stąd  $z^2 + 2cz = 0.8cl$ ,  $z = -c + \sqrt{c^2 + 0.8cl}$ , dla  $c = 24.5 \text{ cm}$ ,  $l = 180 \text{ cm}$ ,  $z = -24.5 + \sqrt{24.5^2 + 0.8 \times 24.5 \times 180} = -24.5 + \sqrt{600.25 + 3528} = -24.5 + 64.25 = 39.75 \text{ cm}$  okrągło  $z = 40 \text{ cm}$ . Po podstawieniu tej wartości w równanie 519. otrzymujemy wielkość momentu zgięcia w przekroju, odległym na  $40 \text{ cm}$  od teoretycznego punktu podpory 0.

$$M = (0.4 \times 1070 \times 1.8 \times 0.4 - 0.5 \times 1070 \times 0.4^2) \times 100 = 0.4^2 \times 1070 (1.8 - 0.5) \times 100 = 22256 \text{ kgcm.}$$

Nadto według wzoru 269. moment bezwładności idealnego przekroju płyty względem osi obojętnej

$$J_i = \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ez} (h - a - x)^2 = \frac{1}{3} \times 100 \times 2.86^3 + 15 \times 5.88 (9 - 1.5 - 2.86)^2 = 779.79 + 1898.91, J_i = 2678.7 \text{ cm}^4.$$

Po podstawieniu obliczonych wartości i odnośnych danych we wzór 659.

$$\tau_{hz} = \frac{15 \times 22256 (9 - 1.5 - 2.86) 5.88}{7.5 \times 1 \times 3.1415 (24.5 + 40) 2678.7} = \frac{333840 \times 4.64 \times 5.88}{23.56125 \times 64.5 \times 2678.7} = \frac{9108223.488}{4070822.064} = 2.2374 \text{ czyli otrzymujemy największe przeciętne}$$

natężenie przyczepności na ciągnięcie

$$\tau_{hz} = 2.24 \text{ kg/cm}^2 < t_h = 5 \text{ kg/cm}^2,$$

które jako mniejsze od unormowanego dopuszczalnego stwierdza, że płyta nasza w pierwszym swem przęśle jest pod tym względem dostatecznie wytrzymała.

W drugim przęśle:  $c = 0.245 + 1.8 = 2.045 \text{ m} = 204.5 \text{ cm}$ . Odnośnie do równania 520. po podstawieniu  $x_1 = z$  moment zgięcia  $M = -0.10 q l^2 + 0.5 q z (l - z)$ , stąd różniczka

$$dM = 0.5 q l - q z,$$

co wstawione w równanie 663. daje

$$\frac{d\left(\frac{M}{c+z}\right)}{dz} = \frac{(c+z) dM - M d(c+z)}{(c+z)^2} = \frac{(c+z)(0.5 q l - q z) - [-0.10 q l^2 + 0.5 q z (l - z)] \times 1}{(c+z)^2} = 0$$

gdyż różniczka  $d(c+z) = 1$

$$0.5 q l c - c q z + 0.5 q l z - q z^2 + 0.10 q l^2 - 0.5 q l z + 0.5 q z^2 = 0$$

$$0.5 z^2 + c z = 0.10 l^2 + 0.5 c l, z^2 + 2 c z = 0.2 l^2 + c l, \text{ stąd}$$

$$z = -c + \sqrt{c^2 + 0.2 l^2 + c l} = -2.045 + \sqrt{2.045^2 + 0.2 \times 1.8^2 + 2.045 \times 1.8} = -2.045 + \sqrt{4.182025 + 0.648 + 3.681} = -2.045 + \sqrt{8.511025} = -2.045 + 2.91736, z = 0.872 \text{ m} = 87.2 \text{ cm}.$$

Wartość ta w równaniu 520. daje moment  $M = 1070 (-0.10 \times 1.8^2 + 0.5 \times 1.8 \times 0.872 - 0.5 \times 0.872^2) \times 100 = 1070 \times 0.080608 \times 100; M = 8625.056 \text{ kgcm}$ .

Z wzoru wreszcie 659. otrzymujemy

$$\tau_{hz} = \frac{\nu M (h - a - x) F_{ez}}{u (c + z) J_i} = \frac{15 \times 8625.056 (9 - 1.5 - 2.86) 5.88}{7.5 \times 1 \times 3.1415 \times 204.5 \times 2678.7} = \frac{3529786.92}{12906714.85} = 0.2734, \text{ czyli } \tau_{hz} = 0.28 \text{ kg/cm}^2 < t_h = 5 \text{ kg/cm}^2.$$

Z tego widno, że drugie przeszło płyty posiada o wiele większą jeszcze wytrzymałość, niż przeszło pierwsze; wreszcie przeszło trzecie, mające te same warunki podparcia, obciążenia i wyposażenia co pierwsze, jest z niem jednakowo wytrzymałe.

2. We właściwej belce płytowej.

Dane odnośnie do przykładu VIII. (str. 1298):  $B = 144 \text{ cm}$ ,  $b = 25 \text{ cm}$ ,  $q_1 = 2166 \text{ kg/m}$ , rozpiętość statyczna  $l_s = 7.35 \text{ m}$ , największy moment zgięcia  $M = 1462659.2 \text{ kgcm}$ ,  $x = 17.93 \text{ cm}$ ,  $H = 50 \text{ cm}$ ,  $F_{ez} = 48 \text{ cm}^2$ , w szeregu podwójnym ilość wkładek  $n = 8$  o średnicy  $\delta = 2.764 \text{ cm}$ , odstęp punktu ciężkości spólnego obu szeregiem wkładek  $a_o = 6.5 \text{ cm}$ , niższego szeregu  $a = 3.5 \text{ cm}$ , wyższego  $a' = 9.5 \text{ cm}$ .

a) Wyznaczenie największego nateżenia ścierającego podłużnie w belce płytowej.

Według wzoru 625. największe nateżenie podłużnie ścierające w niniejszym przypadku  $\tau_o = \frac{Q_m S_i}{b J_i}$ , gdzie odnośnie do wzoru 610.

$Q_m = 0.5 q_1 l_s = 0.5 \times 2166 \times 7.35 = 7960.05 \text{ kg}$ ; ponieważ tu  $S_i = S_{id} = S_{bd} + \nu S_{ed}$  według wzoru 590., zaś  $\nu S_{ed}$  jest zerem, więc

$$\begin{aligned} S_{id} &= S_{bd} = \frac{1}{2} B x^2 - \frac{1}{2} (B - b) (x - h)^2 = \\ &= \frac{1}{2} [144 \times 17.93^2 - (144 - 25) (17.93 - 9)^2] = \\ &= \frac{1}{2} [46293.8256 - 9489.6431] = 18402.09125, \quad S_{id} = 18402.09. \\ J_i &= \frac{1}{3} [B x^3 - (B - b) (x - h)^3] + \nu F_{ez} (H - a_o - x)^2 = \\ &= \frac{1}{3} [144 \times 17.93^3 - (144 - 25) (17.93 - 9)^3] + 15 \times 48 (50 - \\ &- 6.5 - 17.93) = \frac{1}{3} [830048.293008 - 84742.512883] + 470753.928 = \\ &= 248435.2600416 + 470753.928, \quad J_i = 719189.188 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

Te szczególne wartości podstawione we wzór 625. dają

$$\tau_o = \frac{7960.05 \times 18402.09125}{25 \times 719189.188} = 318.402 \times 0.025587 = 8.1469,$$

czyli okrągło  $\tau_o = 8.15 \text{ kg/cm}^2$ .

Ponieważ to największe nateżenie podłużnie ścierające jest większe do unormowanego pod poz. 1. w § 6. instrukcji, t. j.  $\tau_o = 8.15 \text{ kg/cm}^2 > t_b = 4 \text{ kg/cm}^2$ , więc zachodzi potrzeba zaopatrzenia naszej belki płytowej przewiązkami.

b) Wyznaczenie przewiązek ścieranych w belce płytowej.

Największa siła podłużnie ścierająca odnośnie do wzoru 629.

będzie tu  $T_o = \frac{Q_m S_i}{J_i} = b \tau_o = 25 \times 8.15 = 203.75 \text{ kg}$ , z czego przypada część dopuszczalna na beton:  $T_b = b t_b = 25 \times 4 = 100 \text{ kg}$ , resztę zaś według wzoru 630.

$$T_e = T_o - T_b = 203.75 - 100 = 103.75 \text{ kg}$$

trzeba przenieść na przewiązki. Według poz. 6. w § 6. instrukcji ma w niniejszym przypadku przypaść co najmniej: na beton  $0.3 T_o = 0.3 \times 203.75 = 61.125 \text{ kg}$ , a na przewiązki  $0.6 \times 203.75 = 122.25 \text{ kg}$ ; ale z powyższego obliczenia widno, że wprawdzie na beton przypada nieco więcej niż  $0.3 T_o$ , natomiast na przewiązki mniej od unormowanego minimum  $0.6 T_o$ . Ponieważ jednak w tym razie żąda norma, by co najmniej było  $T_e = 0.6 T_o$ , więc jest to przypadek przewidziany pod 19., poz. 2. (str. 1333), a mianowicie  $o < T_e = 103.75 < 0.6 T_o = 122.25 \text{ kg}$ , gdyż  $T_b = 100 < T_o = 203.75 < 2.5 T_b = 250 \text{ kg}$

i wyznaczenie przewiązek trzeba przeprowadzić według odnośnych wzorów 636. do 641.

Część długości belki, wzdłuż której trzeba urządzić przewiązki, według wzoru 641.

$$l_b = \frac{l_s}{2} - \frac{b t_b \cdot J_i}{q_1 \cdot S_i} = \frac{7.35}{2} - \frac{25 \times 4}{2166} \cdot \frac{719189.19}{18402.09} = 3.675 - 0.046168 \times 39.08193 = 3.67 - 1.80, \quad l_b = 1.87 \text{ m}$$

od lewej i prawej podpory ku środkowi mierząc.

Pierwszy odstęp między dwiema bezpośrednio po sobie następującymi grupami przewiązek, czyli między przekrojem z pierwszą grupą przewiązek na lewej podporze belki, a najbliższym przekrojem z drugą grupą przewiązek według wzoru 637.

$$c_1 = \frac{4 \times 1.8}{0.6 \times 25} \cdot \frac{500}{8.15} = 0.48 \times 61.349693 = 29.4478, \text{ czyli } c_1 \cong 29 \text{ cm},$$

po przyjęciu, że ilość przewiązek w grupie  $n = 4$ , przekrój każdej przewiązki z żelaza płaskiego  $f = 0.6 \times 3 \text{ cm} = 1.8 \text{ cm}^2$ ,  $t_e = 500 \text{ kg/cm}^2$  i po podstawieniu obliczonych reszty danych.

Siła poprzecznie ścierająca od przekroju na podporze do przekroju na końcu odstepu  $c_1$  maleje od  $Q_m$  aż do  $Q_1$  w linii prostej odnośnie do wzoru 611.  $Q_1 = Q_m - q_1 x = 7960.05 - 2166 \times 0.29 = 7331.91 \text{ kg}$ . Po podstawieniu tej wartości, oraz obliczonych już poprzednio wartości  $S_{i\alpha}$ ,  $J_i$ ,  $b$  we wzór 625., otrzymu-

jemy największe nateżenie ścierające w przekroju na końcu odstepu  $c_1$

$$\tau_{01} = \frac{Q_1 S_{id}}{b J_i} = 7331 \cdot 91 \times \frac{18402 \cdot 09}{25 \times 719189 \cdot 19} = 7331 \cdot 91 \times \\ \times 0 \cdot 00102349 \cong 7 \cdot 5 \text{ kg/cm}^2.$$

Według wzoru 637. zatem odstep najbliższej grupy przewiązek

$$c_2 = 0 \cdot 48 \times \frac{500}{7 \cdot 5} = 0 \cdot 48 \times 66 \cdot 6666 \cong 32 \text{ cm.}$$

Ponieważ w przekroju na końcu odstepu  $c_2$  siła poprzeczna

$$Q_2 = Q_m - q_1 (c_1 + c_2) = 7960 \cdot 05 - (0 \cdot 29 + 0 \cdot 32) \times 2166 = \\ = 6638 \cdot 79 \text{ kg, więc } \tau_{02} = 6638 \cdot 79 \times 0 \cdot 00102349 = 6 \cdot 8 \text{ kg/cm}^2.$$

$$c_3 = 0 \cdot 48 \times \frac{500}{6 \cdot 8} = 0 \cdot 48 \times 73 \cdot 5294 \cong 35 \text{ cm.}$$

Na końcu  $c_3$  w przekroju,  $Q_3 = 7960 \cdot 05 - 2166 (0 \cdot 29 + 0 \cdot 32 + \\ + 0 \cdot 35) = 5880 \cdot 69 \text{ kg}$

$$\tau_{03} = 5880 \cdot 69 \times 0 \cdot 00102349 \cong 6 \cdot 02 \text{ kg/cm}^2.$$

$$c_4 = 0 \cdot 48 \times \frac{500}{6 \cdot 02} = 0 \cdot 48 \times 83 \cdot 056478 \cong 40 \text{ cm.}$$

$Q_4 = 7960 \cdot 05 - (0 \cdot 29 + 0 \cdot 32 + 0 \cdot 35 + 0 \cdot 40) 2166 = 7960 \cdot 05 - \\ - 2166 \times 1 \cdot 36 = 5014 \cdot 29 \text{ kg}$

$$\tau_{04} = 5014 \cdot 29 \times 0 \cdot 00102349 \cong 5 \cdot 132 \text{ kg/cm}^2.$$

$$c_5 = 0 \cdot 48 \times \frac{500}{5 \cdot 132} = 0 \cdot 48 \times 97 \cdot 4279 \cong 46 \text{ cm.}$$

Suma obliczonych dotąd odstepów  $\sum_1^5 c = 0 \cdot 29 + 0 \cdot 32 + 0 \cdot 35 + \\ + 0 \cdot 40 + 0 \cdot 46 = 1 \cdot 82 \text{ cm}$ , podczas gdy obliczona wyżej, a wymagająca przewiązek długość belki  $l_b = 1 \cdot 87 \text{ m}$ ; różnica wynosi tu  $1 \cdot 87 - 1 \cdot 82 = 0 \cdot 05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$ , o którą można bez ujemy dla wytrzymałości zwiększyć ostatni odstep tak, aby było  $c'_5 = c_5 + 5 = \\ = 46 + 5 = 51 \text{ cm}$ , albo też rozdzielić ją na wszystkie odstepy po jednym centymetrze; gdyż w obliczeniu wyżej przyjmowaliśmy dla większej pewności w każdym odstepie największą siłę poprzeczną  $Q$ , podczas gdy w praktyce przyjmują, przeciętną siłę poprzeczną bez ujemy zresztą wytrzymałości.

Tak n. p. przyjmawszy  $c'_5 = c_5 + 5 = 51 \text{ cm}$ , otrzymamy siłę poprzeczną na końcu tego odstepu  $Q_5 = 7960 \cdot 05 - 2166 \times 1 \cdot 87 = \\ = 7960 \cdot 05 - 4050 \cdot 42 = 3909 \cdot 63 \text{ kg}$ , stąd przeciętna siła poprzeczna dla tego odstepu  $c'_5 = 51 \text{ cm}$

$$\frac{Q_4 + Q_5}{2} = \frac{5014 \cdot 29 + 3909 \cdot 63}{2} = 4461 \cdot 96 \text{ kg}$$

$$\tau'_{05} = 4461 \cdot 96 \times 0 \cdot 00102349 = 4 \cdot 57 \text{ kg/cm}^2 \text{ a stąd}$$

$$e_1'' = 0.48 \times \frac{500}{4.57} = 0.48 \times 109.40 \cong 52 \text{ cm.}$$

Zupełnie tak samo i symetrycznie wypadną poszczególne odstępki grup przewiązek od prawej podpory ku środkowi rozpiętości belki licząc (rys. 110. i 111)..

c) Wyznaczenie największego natężenia głównego ciągnącego.

Obliczenie właśnie wyżej pod a) i b) przeprowadzone wykazało potrzebę zaopatrzenia belki przewiązkami ściieranymi; gdy zaś natężenia główne równają się natężeniom ściierającym, więc zachodzi niewątpliwie potrzeba uchwycenia także i nadmiernych natężeń głównych osobnymi wkładkami ukośnemi, pod kątem  $45^\circ$  do podłużnej osi belki nachyleniemi.

Największa siła główna ciągnąca, na jednostkę długości osi belki przypadająca według wzoru 646.

$$Z'_0 = b \tau_0 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7071 \times 25 \times 8.15 = 144.07 \text{ kg, największe natężenie główne } \tau_{z0} = \tau_0 = 8.15 \text{ kg/cm}^2, \text{ największa dopuszczalna siła}$$

$$\text{główna } Z'_b = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot b t_b = 0.7071 \times 25 \times 4 = 70.71 \text{ kg.}$$

d) Wyznaczenie wkładek podgiętych, natężeniem głównym ciągnionych. Z obliczenia pod c) właśnie przeprowadzonego okazuje się nadwyżka siły głównej na wkładki podgięte przypadająca  $Z'_e = Z'_0 - Z'_b = 144.07 - 70.71 = 73.36 \text{ kg}$ .

Wobec tego, że odnoszące się do natężeń ściierających postanowienie pod poz. 6. w § 6. instrukcji tyczy się także natężeń głównych, i że

$$Z'_e = 73.36 \text{ kg} < 0.6 Z'_0 = 86.44 \text{ kg, czyli że } Z'_0 = 144.07 \text{ kg} < < 2.5 Z'_b = 176.775 \text{ kg}$$

więc zachodzi tu przypadek przewidziany pod 21, poz. 2. (str. 1337).

Stąd odstęp wzajemny między pierwszą a drugą wkładką podgiętą od lewej podpory belki zaczawszy — po podstawieniu danych:  $\tau_{ez} = t_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f = 6 \text{ cm}^2$ ,  $b = 25 \text{ cm}$ ,  $\tau_0 = 8.15 \text{ kg/cm}^2$  we wzór 655. otrzymamy:

$$e_1 = \frac{2 \times 6}{25 \times 0.6 \sqrt{2}} \frac{900}{8.15} = 0.565685 \times 110.4296 = 62.4683 \cong \cong 62 \text{ cm.}$$

Odnośnie do wzoru 611. siła poprzeczna na końcu odstepu  $e_1$   $Q_1 = Q_m - q_1 e_1 = 7960.05 - 2166 \times 62 = 7960.5 - 1342.92 = = 6617.13 \text{ kg}$ , stąd największe natężenie główne  $\tau_{z1} = \tau_{o1}$ , czyli

odnośnie do wzoru 625. z uwzględnieniem stałych czynników obliczonych poprzednio dla nateżeń  $\tau_{o1}$  itd.:

$$\tau_{z1} = 6617.13 \times 0.00102349 \cong 6.78 \text{ kg/cm}^2,$$

$$e_2 = \frac{2 \times 6}{25 \times 0.6 \sqrt{2}} \cdot \frac{900}{6.78} = 0.565685 \times 132.7433 \cong 75 \text{ cm},$$

$$Q_2 = Q_m - q_1 \sum_1^2 e = 7960.05 - 2166 (62 + 75) \times 0.01 = 4884.33 \text{ kg},$$

$$\tau_{z2} = 4884.33 \times 0.00102349 \cong 5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$e_3 = 0.565685 \times \frac{900}{5} = 0.565685 \times 180 \cong 102 \text{ cm}.$$

Zaopatrzenie wkładkami podgiętymi trzeba uskutecznić na taką samą długość belki, jak poprzednio wkładkami ścieranymi (przewiązkami), t. j. od obu podpór ku środkowi rozpiętości, mierząc po  $l_b = 1.87 \text{ m}$ ; gdy zaś długość sumą wkładek podgiętych zajęta  $\sum_1^3 e = 0.62 + 0.75 + 1.02 = 2.39 \text{ m}$ , i jest o  $2.39 - 1.87 = 0.52 \text{ m}$  większą niż potrzeba, gdyż beton w tym obszarze sam już wytrzymuje nateżenia główne, więc pomiędzy ostatnią parą podgiętych wkładek powinien wzajemny odstęp  $e_3 = 0.50 \text{ m}$ .

Na wkładki ukośne na nateżenie główne w obrębie  $l_b = 1.87 \text{ m}$  od obu podpór ku środkowi rozpiętości belki można użyć odnośnie końcowe części wkładek zwykłych szeregu ciągnione zapomożą podgięcia, o ile na to wielkość momentów zgięcia w rzeczonym obrębie  $l_b$  pozwala. W przeciwnym razie należy zastosować osobne wkładki podgięte (rys. 110., 111.).

e) Wyznaczenie największego nateżenia przyczepności w belce płytowej.

Odnośnie do danych tu pod 2. (str. 1347.):  $x = 17.93 \text{ cm} > h = 9 \text{ cm}$ , szerokości przekroju żebra  $b = 25 \text{ cm}$ , ilości wkładek żelaznych  $n = 8$  o średnicy  $\delta = 2.764 \text{ cm}$  i obliczonego pod 2 a) największego nateżenia ścierającego  $\tau_o = 8.15 \text{ kg/cm}^2$  (str. 1347.), — otrzymamy największe nateżenie przyczepności w sposób następujący.

W przekroju C, znajdującym się w odległości  $z$  od lewej podpory belki będzie moment zgięcia (rys. 108., 109.) wogóle

$$M = Q_m z - \frac{1}{2} q_1 z^2 = \frac{1}{2} q_1 l z - \frac{1}{2} q_1 z^2, \text{ a stąd różniczka}$$

$$\frac{dM}{dz} = \frac{1}{2} q_1 l - q_1 z;$$

przyjawszy dalej  $c = (20 - 7.5) + 12 \times 2.764 = 45.67 \text{ cm} = 0.4567 \text{ m}$  otrzymujemy z wzoru 663. po podstawieniu szczegółowych danych



$$\frac{d\tau_{hz}}{dz} = \frac{d\left(\frac{M}{c+z}\right)}{dz} = \frac{(c+z)dM - M d(c+z)}{(c+z)^2} = 0 \text{ stąd}$$

$$(c+z)\left(\frac{1}{2}q_1 l - q_1 z\right) - \left(\frac{1}{2}q_1 l z - \frac{1}{2}q_1 z^2\right) \times 1 = 0, \text{ gdyż}$$

$$d(c+z) = 1$$

$$\frac{1}{2}q_1 l c - c q_1 z + \frac{1}{2}q_1 l z - q_1 z^2 - \frac{1}{2}q_1 l z + \frac{1}{2}q_1 z^2 = 0$$

$$-\frac{1}{2}z^2 - cz = -\frac{1}{2}cl, \quad z^2 + 2cz = cl, \quad \text{stąd } z = -c +$$

$$+ \sqrt{c^2 + cl},$$

$$z = -0.4567 + \sqrt{0.4567^2 + 7.35 \times 0.4567} = -0.4567 +$$

$$+ \sqrt{3.56531989} = -0.4567 + 1.8882$$

wreszcie  $z = 1.4315 \text{ m}$ , a teraz moment zgięcia w przekroju C

$$M = \frac{1}{2}q_1 l z - \frac{1}{2}q_1 z^2 = \left(\frac{1}{2} \times 2166 \times 7.35 \times 1.4315 - \frac{1}{2} \times\right.$$

$$\left. \times 2166 \times 1.4315^2\right) \times 100 = \left(11394.811525 - 2219.27520675\right) \times$$

$$\times 100 = 917553.6318, \text{ wreszcie } M = 917553.63 \text{ kgcm.}$$

Podstawiawszy szczegółowe dane, obliczone obecnie i poprzednio, a zwłaszcza  $J_i = 719189.188 \text{ cm}^4$  we wzór 659. otrzymujemy największe przeciętne nateżenie przyczepności

$$\tau_{hz} = \frac{v M (H - a - x) F_{cz}}{u (c + z) J_i} =$$

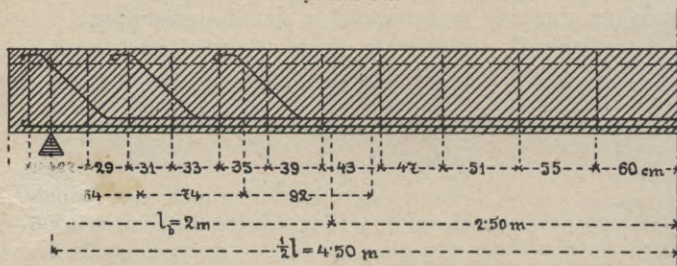
$$= \frac{15 \times 917553.63 (50 - 6.5 - 17.93) \times 48}{8 \times 2.764 \times 3.1415 \times 719189.188 (143 + 45.67)} =$$

$$= \frac{2111566168.719}{1178205652.525} = 1.7921, \text{ czyli okrągło } \tau_{hz} = 1.80 \text{ kg/cm}^2.$$

Gdy zatem największe przeciętne nateżenie przyczepności

$$\tau_{hz} = 1.8 \text{ kg/cm}^2 < t_h = 5 \text{ kg/cm}^2,$$

Rysunek 110.

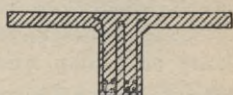


więc belka nasza jest dostatecznie wytrzymała ze względu na dopuszczalne natężenie przyczepności.

Uwidoczniony obok rysunek 110. i 111. przedstawia rozkład przewiązek ścieryanych oraz podgiętych wkładek dla uchwycenia

Rysunek 111.

natężenia głównego ciągnącego tak, jak je wyznaczono wyżej w przykładzie XI. pod 2. b) i 2. d) na str. 1348. do 1351.



## VII. Wytrzymałość ciśnionych zespołów żelbetonowych.

### 1. Pogląd ogólny.

**25.** Do zespołów żelbetonowych ciśnionych należą słupy, filary, stojaki, podpory, rozpory itp. człony w ten sposób obciążone, że doznają ciśnienia w kierunku swej osi podłużnej. Jeżeli obciążenie  $P$  działa w kierunku osi podłużnej słupa i ma swój punkt zaczepienia w środku poprzecznego przekroju  $F_i$ , złożonego z przekroju betonu  $F_b$  i zbiorowego przekroju poprzecznego  $F_e$  wkładek żelaznych, to natężenie z obciążenia  $P$  idące rozkłada się jednostajnie na beton i na żelazo z zachowaniem wszakże stosunku współczynników sprężystości, właściwych obu materiałom, w następujący sposób

$$P = F_b \sigma_{bd} + F_e \sigma_{ed} \quad 678$$

Pod działaniem tej siły centrycznej musi ze względów statycznej równowagi nastąpić w równej mierze stłoczenie betonu i żelaza, co jest jedynie wtedy możliwe, gdy natężenia cisnące obu materiałów zrównoważą się wzajemnie z pomocą przyczepności, to jest gdy

$$\sigma_{ed} = \nu \sigma_{bd} \quad 679$$

wobec czego równanie 678. przybierze postać

$$P = (F_b + \nu F_e) \sigma_{bd} = F_i \sigma_{bd} \quad 680$$

gdzie  $F_i = F_b + \nu F_e$  znowu jest przekrojem idealnym; stąd

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_b + \nu F_e} = \frac{P}{F_i} \quad 681$$

$$\sigma_{ed} = \frac{\nu P}{F_b + \nu F_e} = \frac{\nu P}{F_i} = \nu \sigma_{bd} \quad 682$$

W zespole żelbetonowym tego rodzaju dopuszczalne natężenie cisnące wkładek żelaznych jest zawsze o wiele większe niż 15krotne dopuszczalne natężenie cisnące betonu, unormowane pod poz. 1.

w § 6. instrukcji; niema zatem potrzeby osobnego obliczania natężenia  $\sigma_{ed}$  w żelazie, chyba gdyby szło o zbadanie wytrzymałości wkładek samych na wyboczenie w myśl poz. 4. w § 6. instrukcji.

Co do powierzchni idealnego przekroju poprzecznego wogóle

$$F_i = F_{bd} + 15 F_{ed} + 0.4 F_{bz} + 15 F_{ez} \quad \mathbf{683}$$

należy podnieść, że zarówno w ciśnionej  $F_{bd}$ , jak i ciągnionej  $F_{bz}$  swej części zawiera już raz przekroje zbiorowe wkładek  $F_{ed}$  i  $F_{ez}$ , które należałoby właściwie potrącić tak, aby  $F_i = F_{bd} - F_{ed} + + 15 F_{ed} + 0.4 (F_{bz} - F_{ez}) + 15 F_{ez} = F_{bd} + 14 F_{ed} + 0.4 F_{bz} + + 14.6 F_{ez}$ ; jednakże dla uproszczenia rachunku pozostawia się powierzchnię idealnego przekroju w postaci i wielkości określonej równaniem **683.**, co — mówiąc nawiasem — wcale mało wpływa na dokładność wyniku obliczeń, i dlatego też przyjmujemy tu mileżeniem  $\nu' = 16$  w części ciśnionej, zaś  $\nu'' = 15.6$  w części ciągnionej, zamiast  $\nu = 15$ . Stąd dalej  $F_b$  uchodzi w praktyce za całkowitą powierzchnię  $F$  betonu, i można z dostateczną dokładnością zamiast  $F_b$  wstawić w rachunek tę całkowitą powierzchnię  $F$ .

W myśl poz. 18. w § 5. instrukcji należy ściśle przestrzegać we wzorach **680.** do **682.** włącznie, by wartość

$$F_e \leq 0.008 F \quad \mathbf{684}$$

ale gdyby się okazało kiedykolwiek nadto, że

$$F_e > 0.02 F \quad \mathbf{685}$$

to w obliczeniu statycznym wolno uwzględnić jedynie

$$F_e' = 0.02 F + \frac{1}{3} (F_e - 0.02 F) = 0.0133 F + 0.33 F_e \quad \mathbf{685a}$$

O ileby się okazało jednak w danym wypadku, że  $F_e < 0.008 F$ , to zespół taki należy uważać tak, jakby nie miał wcale żadnych wkładek i obliczać jak zwykły beton ubijany (poz. 1. w § 17. instrukcji).

Dalej poz. 21. w § 5. instrukcji przepisuje, że w obliczaniu wszelkich zespołów ciśnionych co do działania sił należy uwzględnić jako skuteczną powierzchnię przekroju betonu jedynie co najwyżej 1.8 krotną część  $F_k$  jego, otoczoną wkładkami poprzecznymi czyli opaskami, zwaną rdzeniem betonu. Z tego postanowienia wynika, że w obliczeniu statycznym wolno uwzględnić także  $F$ , względnie  $F_b$ , byleby tylko  $F = F_b < 1.8 F_k$ . W szczególności postanowienie zacytowane tyczy się tylko wyznaczenia natężenia cisnącego, idącego z obciążenia siłą  $P$ , lub wyznaczenia dopuszczalnego udźwigu  $P_u$ , i w takim razie należy za  $F_i$  w odnośnych wzorach wstawić

$$F'_i = 1.8 F_k + \nu F_e \quad 686$$

tak n. p. siła dopuszczalnego udźwigu będzie

$$P_u = (1.8 F_k + \nu F_e) s b d = F'_i s b d \quad 687$$

Natomiast do obliczenia momentu bezwładności, jego ramienia lub dalekości rdzenia tego samego dźwigara ciśnionego, potrzebnych do zbadania wyboczenia lub ekscentrycznego nateżenia ciśnionego, należy w każdym razie uwzględniać pełną wartość przekroju  $F$ , względnie  $F_b$ , a zatem trzeba liczyć

$$F_i = F_b + \nu F_e \quad 688$$

Uwaga. Na opaski używa się płaskiego żelaza 5 do 10 mm grubego.

## 2. Centrycznie obciążone zespoły względnie człony ciśnione.

**26.** Centrycznie obciążone słupy, względnie człony itp. ciśnione, których stosunek  $\frac{L}{i_n} < 60$ , czyli wyboczenie wykluczone.

Według poz. 14. w § 5. instrukcji niebezpieczeństwo wyboczenia zespołów w ten sposób obciążonych i ciśnionych zachodzi wtedy, gdy stosunek ich wolnej długości  $L$  do ramienia  $i_n$  odnośnego momentu bezwładności idealnego przekroju  $F_i$  przekracza wartość 60. Jak długo zatem  $\frac{L}{i_n} \leq 60$ , niema potrzeby obliczania wytrzymałości na wyboczenie.

Dla idealnego przekroju  $F_i = F_b + 15 F_e$  ramię najmniejszego momentu bezwładności należy obliczyć w myśl poz. 14. w § 5. instrukcji według wzoru:

$$i_n = \sqrt{\frac{J_{in}}{F_i}} = \sqrt{\frac{J_{in}}{F_b + 15 F_e}} \quad 689$$

gdzie moment bezwładności  $J_{in}$  dla stosunku rozpoznawczego wyboczalności  $\frac{L}{i}$  zawsze musi być najmniejszym, o ile niema już z góry ustalonej innej jakiej płaszczyzny najłatwiejszego wyboczenia; nadto idealna powierzchnia  $F_i$  — w myśl poz. 14. i 8. d) w § 5. instrukcji — musi tu składać się z pełnego przekroju betonu  $F_b$  i z 15-krotnej powierzchni zbiorowego przekroju wkładek podłużnych  $F_e$  zgodnie z wzorem 688.

1. Wyznaczenie natężenia cisnącego jest możliwe, jeżeli jest dane  $P$ ,  $F_b$ ,  $F_e$ ,  $L$ . W tym razie po stwierdzeniu, że  $\frac{L}{i} \leq 60$ , oblicza się natężenie cisnące odnośnie do wzoru 681 i 685. a w następujący sposób:

jeżeli  $1.8 F_k < F = F_b$ , to

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{1.8 F_k + \nu F_e} = \frac{P}{F'_i} \quad 690$$

jeżeli zaś  $1.8 F_k > F = F_b$ , to ściśle według wzoru 681. Skoro się okaże, iż obliczone  $\sigma_{bd}$  jest mniejsze lub równe dopuszczalnemu natężeniu centralnemu cisnącemu  $s_{cbd}$ , t. j. że  $\sigma_{bd} \leq s_{cbd}$ , czyli

$$P \leq F'_i s_{cbd} = P_u \quad 691$$

(zob. wzór 687.), względnie

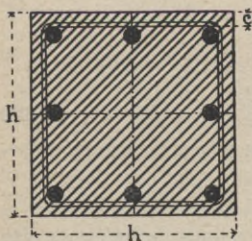
$$P \leq F_i s_{cbd} = P_u \quad 691a$$

gdzie  $P_u$  jest dopuszczalną siłą udźwigu, to wytrzymałość nie ulega kwestji.

2. Wyznaczenie rozmiarów przekroju. Ponieważ w tym razie jest dane tylko obciążenie centryczne  $P$ , wolna długość  $L$  i dopuszczalne natężenie cisnące  $s_{cbd}$ ,  $s_{ed}$ , a jedno tylko równanie 681., względnie 690. o dwu niewiadomych  $F_b$  i  $F_e$ , więc nie pozostaje nic innego, tylko przyjąć wartość za jedną niewiadomą np. za  $F_e$  z zachowaniem warunków, określonych równaniami 683. do 685. a włącznie, zaś  $F_b$  wyznaczyć z równania 681. względnie 691a.

3. Wzory szczegółowe dla zespołów, względnie członów o poprzecznych przekrojach umiarowych lub symetrycznych.

Rysunek 112.



a) Gdy przekrój kwadratowy, którego  $F = F_b = h^2$ ,  $F_k = (h - 2a)^2$ .

α) dla  $1.8 F_k < F$ , czyli  $F_k < \frac{F}{1.8}$ ,  
 $F'_i = 1.8 (h - 2a)^2 + 15 F_e$ :

$$\begin{aligned} P &= [1.8 F_k + 15 F_e] \sigma_{bd} = \\ &= [1.8 (h - 2a)^2 + 15 F_e] \sigma_{bd} = \\ &= F'_i \sigma_{bd} \quad 692 \end{aligned}$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{1.8 (h - 2a)^2 + 15 F_e} = \frac{P}{F'_i} \quad 693$$

$$h - 2a = \sqrt{\frac{P - 15 F_e s_{cbd}}{1.8 s_{cbd}}} \quad 694$$

$$F_e = \frac{P - 1.8(h - 2a)^2 s_{cbd}}{15 s_{cbd}} \quad 695$$

gdzie  $a$  oznacza odstęp środka ciężkości przekroju wkładek od zewnętrznej powierzchni betonu.

β) dla  $1.8 F_k > F = F_b$ , czyli  $F_k > \frac{F}{1.8}$ ,  $F_i = h^2 + 15 F_e$ :

$$P = (F_b + 15 F_e) \sigma_{bd} = (h^2 + 15 F_e) \sigma_{bd} = F_i \sigma_{bd} \quad 696$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{h^2 + 15 F_e} = \frac{P}{F_i} \quad 697$$

$$h = \sqrt{\frac{P - 15 F_e s_{cbd}}{s_{cbd}}} \quad 698$$

$$F_e = \frac{P - h^2 s_{cbd}}{15 s_{cbd}} = 0.06667 \frac{P - h^2 s_{cbd}}{s_{cbd}} \quad 699$$

b) Gdy przekrój prostokątny, którego  $F = bh$ :

α) dla  $1.8 F_k < F$ , czyli  $F_k < \frac{F}{1.8}$ , gdzie  $F_k = (b - 2a)(h - 2a)$ ,  
 $F_i = 1.8(b - 2a)(h - 2a) + 15 F_e$

$$P = [1.8(b - 2a)(h - 2a) + 15 F_e] \sigma_{bd} = F_i \sigma_{bd} \quad 700$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{1.8(b - 2a)(h - 2a) + 15 F_e} = \frac{P}{F_i} \quad 701$$

$$b - 2a = \frac{P - 15 F_e s_{cbd}}{1.8(h - 2a) s_{cbd}} \quad 702$$

$$h - 2a = \frac{P - 15 F_e s_{cbd}}{1.8(b - 2a) s_{cbd}} \quad 703$$

$$F_e = \frac{P - 1.8(b - 2a)(h - 2a) s_{cbd}}{15 s_{cbd}} \quad 704$$

β) dla  $1.8 F_k > F$ , czyli  $F_k > \frac{F}{1.8}$ ,  $F_i = bh + 15 F_e$ :

$$P = (bh + 15 F_e) \sigma_{bd} = F_i \sigma_{bd} \quad 705$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{bh + 15 F_e} = \frac{P}{F_i} \quad 706$$

$$b = \frac{P - 15 F_e s_{cbd}}{h s_{cbd}} \quad 707$$

$$h = \frac{P - 15 F_e s_{cbd}}{b s_{cbd}} \quad 708$$

$$F_e = \frac{P - bh s_{cbd}}{15 s_{cbd}} \quad 709$$

c) Gdy przekrój umiarowy sześciobok o  $F = 0.8660 d^2$ , gdzie  $d$  średnica wpisanego koła.

α) dla  $1.8 F_k < F$ , czyli  $F_k < \frac{F}{1.8}$ , gdzie  $F_k = 0.866(d - 2a)^2$ ,

$$F'_i = 1.8 \times 0.866 (d - 2a)^2 + 15 F_e:$$

$$P = [1.8 \times 0.866 (d - 2a)^2 + 15 F_e] \sigma_{bd} = F'_i \sigma_{bd} \quad 710$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{1.5588 (d - 2a)^2 + 15 F_e} = \frac{P}{F'_i} \quad 711$$

$$d - 2a = 0.8009 \sqrt{\frac{P - 15 F_e \sigma_{bd}}{\sigma_{bd}}} \quad 712$$

$$F_e = \frac{P - 1.5588 (d - 2a)^2 \sigma_{bd}}{15 \sigma_{bd}} \quad 713$$

β) dla  $1.8 F_k > F$ , czyli  $F_k > \frac{F}{1.8}$ ,  $F_i = 0.866 d^2 + 15 F_e$ :

$$P = (0.866 d^2 + 15 F_e) \sigma_{bd} = F_i \sigma_{bd} \quad 714$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{0.866 d^2 + 15 F_e} = \frac{P}{F_i} \quad 715$$

$$d = 1.07458 \sqrt{\frac{P - 15 F_e \sigma_{bd}}{\sigma_{bd}}} \quad 716$$

$$F_e = \frac{P - 0.866 d^2 \sigma_{bd}}{15 \sigma_{bd}} \quad 717$$

d) Gdy przekrój ośmiobok umiarowy o  $F = 0.8284 d^2$  (średnica wpisana).

α) dla  $1.8 F_k < F$ , czyli  $F_k < \frac{F}{1.8}$ , gdzie  $F_k = 0.8284 (d - 2a)^2$ ,

$$F'_i = 1.8 \times 0.8284 (d - 2a)^2 + 15 F_e:$$

$$P = [1.8 \times 0.8284 (d - 2a)^2 + 15 F_e] \sigma_{bd} = \\ = [1.4911 (d - 2a)^2 + 15 F_e] \sigma_{bd} = F'_i \sigma_{bd} \quad 718$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{1.4911 (d - 2a)^2 + 15 F_e} = \frac{P}{F'_i} \quad 719$$

$$d - 2a = 0.8189 \sqrt{\frac{P - 15 F_e \sigma_{bd}}{\sigma_{bd}}} \quad 720$$

$$F_e = \frac{P - 1.4911 (d - 2a)^2 \sigma_{bd}}{15 \sigma_{bd}} \quad 721$$

β) dla  $1.8 F_k > F$ , czyli  $F_k > \frac{F}{1.8}$ ,  $F_i = 0.8284 d^2 + 15 F_e$ :

$$P = (0.8284 d^2 + 15 F_e) \sigma_{bd} = F_i \sigma_{bd} \quad 722$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{0.8284 d^2 + 15 F_e} = \frac{P}{F_i} \quad 723$$

$$d = 1.0987 \sqrt{\frac{P - 15 F_e \sigma_{bd}}{\sigma_{bd}}} \quad 724$$

$$F_e = \frac{P - 0.8284 d^2 \sigma_{bd}}{15 \sigma_{bd}} \quad 725$$

e) Gdy przekrój kołowy o  $F = 0.7854 d^2 = \frac{d^2}{4} \pi$ .

Rysunek 113.

a) dla  $1.8 F_k < F$ , czyli  $F_k < \frac{F}{1.8}$ ,

gdzie  $F_k = 0.7854 (d - 2a)^2$ ,

$$F'_i = 1.8 \times 0.7854 (d - 2a)^2 + 15 F_e.$$

$$P = [1.8 \times 0.7854 (d - a)^2 + 15 F_e] \sigma_{bd} = [1.41372 (d - a)^2 + 15 F_e] \sigma_{bd} = F'_i \sigma_{bd} \quad 726$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{1.41372 (d - 2a)^2 + 15 F_e} = \frac{P}{F'_i} \quad 727$$

$$d - 2a = 0.841043 \sqrt{\frac{P - 15 F_e \sigma_{bd}}{\sigma_{bd}}} \quad 728$$

$$F_e = \frac{P - 1.41372 (d - 2a)^2 \sigma_{bd}}{15 \sigma_{bd}} \quad 729$$

β) dla  $1.8 F_k > F$ , czyli  $F_k > \frac{F}{1.8}$ ,  $F_i = 0.7854 d^2 + 15 F_e$ .

$$P = (0.7854 d^2 + 15 F_e) \sigma_{bd} = F_i \sigma_{bd} \quad 730$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{0.7854 d^2 + 15 F_e} = \frac{P}{F_i} \quad 731$$

$$d = 1.12837 \sqrt{\frac{P - 15 F_e \sigma_{bd}}{\sigma_{bd}}} \quad 732$$

$$F_e = \frac{P - 0.7854 d^2 \sigma_{bd}}{15 \sigma_{bd}} \quad 733$$

Co do wszystkich wzorów pamiętać należy, że w myśl poz. 18. w § 5. instrukcji zbiorowy przekrój  $F_{ez}$  wkładki powinien leżeć w granicach od  $0.008 F$  do  $0.02 F$ ; skoro nadto będzie  $F_e > 0.02 F$ , to w obliczeniu uwzględnić trzeba jedynie wartość wzorem 675. a określoną, a gdy wreszcie okaże się  $F_e < 0.008 F$ , to w obliczeniu nie uwzględnia się wcale żadnych wkładek tak, jakby ich wcale nie było.

#### PRZYKŁAD XII.

Na słupie żelbetonowym o wolnej wysokości  $L = 2.5 m$  i prostokątnym przekroju  $b h = 25 \times 45 cm$  trzeba wesprzeć ciężar  $30.000 kg$ , którego wypadkowa spada z osią pionową słupa, mającego 6 wkładek żelaznych o średnicy po  $2.5 cm$  pionowo osadzonych w równych odstępach wzajemnych. Odstęp przewiązek od powierzchni ścian słupa:  $c = 4.10 cm$ , zaś środka ciężkości poprzecznego przekroju



każdej wkładki podłużnej  $a = 5.25 \text{ cm}$ ; stosunek cementu portlandzkiego wynosi  $350 \text{ kg}$  na  $1 \text{ m}^3$  mieszaniny piasku z kamykami.

Z danych tych wynika:  $F = F_b = b h = 45 \times 25 = 1125 \text{ cm}^2$ ,  
 $F_k = (45 - 2 \times 4.1)(25 - 2 \times 4.1) = 36.8 \times 16.8 = 618.24 \text{ cm}^2$ ,  
 $1.8 F_k = 1.8 \times 618.24 = 1112.84 \text{ cm}^2$ ; skoro zatem  $1.8 F_k < F$ , więc do obliczenia statycznego musimy tu używać wzorów **700.** do **704.**, t. j. liczyć  $1.8 F_k$ , zamiast  $F_b$ ; jedynie tylko do obliczenia momentów bezwładności, ich ramion i dalekości rdzenia należy uwzględnić tu  $F_b$ , względnie  $F_i = F_b + \nu F'_e$ . Przekrój zbiorowy wkładek danych  $F_e$   $6 \times \frac{2.5^2}{4} \times 3.1415 = 29.45 \text{ cm}^2$ , z czego widno wprawdzie, że  $F_e > 0.008 F$ , gdy jednak  $F_e > 0.02 F$ , więc w obliczeniu statycznym wolno uwzględnić jedynie wartość według wzoru **685.a**:

$$F'_e = 0.0133 F + 0.33 F_e = 0.0133 \times 1125 + 0.33 \times 29.45 = \\ = 14.9625 + 9.7185, \quad F'_e = 24.681 \text{ cm}^2, \quad \text{stad } \frac{\delta_1^2}{4} = \frac{24.681}{6 \times 3.1415},$$

$$\text{a także } 6 \times \frac{\delta_1^2}{4} \times 3.1415 = 24.681, \quad \text{według wzoru } \mathbf{308.}$$

$$\delta_1 = 1.128377 \sqrt{\frac{F'_e}{6}} = 1.128377 \sqrt{\frac{24.681}{6}} = \\ = 1.128377 \sqrt{4.1135} = 2.2885, \quad \delta_1 = 2.29 \text{ cm.}$$

Celem stwierdzenia, czy nie zachodzi niebezpieczeństwo wybożenia, trzeba obliczyć ramię najmniejszego momentu bezwładności idealnego przekroju słupa według wzoru **688.**  $F_i = F_b + 15 F_e$ , gdzie w niniejszym przypadku trzeba zamiast  $F_e$  podstawić  $F'_e$ , będzie więc  $F_i = 1125 + 15 \times 24.681 = 1495.215 \text{ cm}^2$ ; zaś najmniejszy moment bezwładności będzie tu oczywiście względem osi równoległej do dłuższego boku przekroju, a mianowicie

$$J_{in} = J_b + \nu (J_e^0 + F'_e e^2) = \frac{45 \times 25^3}{12} + \\ + 15 \left[ 6 \times \frac{\delta_1^4}{64} \times 3.1415 + 6 \times \frac{\delta_1^2}{4} \times 3.1415 \left( \frac{25 - 2 \times 5.25}{2} \right)^2 \right]$$

ponieważ

$$6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\delta_1^4}{64} \cdot 3.1415 = \frac{1}{4} \cdot \frac{\delta_1^2}{4} \cdot 6 \cdot \frac{\delta_1^2}{4} \cdot 3.1415 = \\ = \frac{1}{4} \cdot \frac{24.681}{6 \times 3.1415} \cdot 24.681, \quad \text{więc}$$

$$J_{in} = \frac{45 \times 25^3}{12} +$$

$$\begin{aligned}
 & + 15 \left[ \frac{24 \cdot 681}{4 \times 6 \times 3 \cdot 1415} \times 24 \cdot 681 + 24 \cdot 681 \times \frac{14 \cdot 5^2}{4} \right] = \\
 & = 58593 \cdot 75 + 15 \times 24 \cdot 681 \left[ \frac{24 \cdot 681}{75 \cdot 396} + 52 \cdot 5625 \right] = 58593 \cdot 75 + \\
 & \quad + 370 \cdot 215 [0 \cdot 33 + 52 \cdot 5625]
 \end{aligned}$$

$J_{in} = 58593 \cdot 75 + 19581 \cdot 60 = 78175 \cdot 35 \text{ cm}^4$ . Odnośnie zatem do wzoru 688. i 689. otrzymujemy

$$i_n = \sqrt{\frac{J_{in}}{F_i}} = \sqrt{\frac{78175 \cdot 35}{1495 \cdot 215}} = \sqrt{52 \cdot 28368495} = 7 \cdot 2307,$$

$i = 7 \cdot 23 \text{ cm}$  stąd stosunek rozpoznawczy co do wyboczenia w myśl poz. 14., w § 5. instrukcji.

$\frac{L}{i_n} = \frac{2 \cdot 5 \times 100}{7 \cdot 23} = 34 \cdot 58$  wykazuje, że wyboczenie jest w niniej-

szym przypadku wykluczone, gdyż  $\frac{L}{i_n} = 34 \cdot 58 < 60$ .

Według wzoru 685. a, 686. i 701. natężenie ciśnające centrycznie

$$\begin{aligned}
 \sigma_{bd} &= \frac{P}{F'_i} = \frac{30000}{1 \cdot 8 F_k + 15 \times 24 \cdot 681} = \frac{30000}{1 \cdot 8 \times 618 \cdot 24 + 370 \cdot 215} = \\
 &= \frac{30000}{1483 \cdot 055} = 20 \cdot 2285 \text{ czyli okrągło } \sigma_{bd} = 20 \cdot 23 \text{ kg/cm}^2 \text{ i jest mniej-}
 \end{aligned}$$

sze od dopuszczalnego natężenia centrycznie ciśnającego  $\sigma_{cbd} = 25 \text{ kg/cm}^2$ , unormowanego pod poz. 1. w § 6. instrukcji dla danego właśnie stosunku mieszaniny betonowej, wobec czego słup niniejszy jest do zamierzonego obciążenia aż nadto wytrzymały.

Zachodzi jeszcze pytanie, jak wielkim ciężarem możnaby jeszcze słup ten obciążyć czyli jak wielką jest zdolność udźwigu jego w granicach dopuszczalności.

Odnośnie do wzoru 687. zdolność udźwigu

$$\begin{aligned}
 P_u &= (1 \cdot 8 F_k + 15 F_e) \sigma_{cbd} = F'_i \sigma_{cbd} = 1483 \cdot 055 \times 25 = \\
 &= 37076 \cdot 375 \text{ kg};
 \end{aligned}$$

można zatem nasz słup obciążyć ponad zamierzony ciężar, nadto jeszcze  $7076 \cdot 375 \text{ kg}$  w granicach dopuszczalności.

**27.** Centrycznie obciążone słupy, względnie człony ciśnione, których  $\frac{L}{i} > 60$ , a zatem zachodzi niebezpieczeństwo wyboczenia.

Na ten przypadek przepisuje poz. 4. a) w § 6. instrukcji zmniejszenie dopuszczalnego natężenia centrycznego ciśnającego  $\sigma_{cbd}$  zapo-  
mocą wymnożenia współczynnikiem zmniejszającym

$$\alpha = 1.72 - 0.012 \frac{L}{i} \quad 734$$

stąd zatem dopuszczalne natężenie wyobczające

$$s_{cbw} = s_{cbd} \left( 1.72 - 0.012 \frac{L}{i} \right) = \alpha s_{cbd} \quad 735$$

Ramię najmniejszego momentu bezwładności  $J_{in}$  oblicza się i tu ściśle wzorem 689. z uwzględnieniem wzoru 688.

$$i = \sqrt{\frac{J_{in}}{F_i}} = \sqrt{\frac{J_{in}}{F_b + 15 F_e}}$$

gdzie  $F_i$  jest określone wzorem 688., zaś  $J_{in}$  odnośnie do wzorów 598. i 601. będzie

$$J_{in} = J_{bd} + \nu (J_e^0 + F_e e^2) \quad 736$$

gdyż tu  $\mu J_{bz} = 0$ .

Jeżeli przekrój  $F_b$  względnie  $F$  jest dany, a niebezpieczeństwo wyoboczenia zapomocą oznaki  $\frac{L}{i}$  stwierdzone, to oblicza się natężenie eiszące  $s_{bd}$  i porównuje z wynikiem z wzoru 735. natężeniem dopuszczalnym  $\alpha s_{cbd}$ , zaś zamierzone, względnie obliczone obciążenie  $P$  z dopuszczalnym udźwigniem  $P_u$  słupa, mianowicie  $P \ll P_u$ , otrzymanym z wzoru

$$P_u = F_i \alpha s_{cbd} = (1.8 F_k + \nu F_e) s_{cbw} \quad 737$$

jeżeli  $1.8 F_k < F$ , względnie

$$P_u = F_i \alpha s_{cbd} = (F_b + \nu F_e) s_{cbw} \quad 738$$

jeżeli  $1.8 F_k > F$ , czyli  $F_k > \frac{F}{1.8}$ .

Zresztą obliczenie statyczne przeprowadza się według wzorów, zestawionych wyżej pod 25. (str. 1353.) z tą różnicą, że zamiast  $s_{cbd}$  trzeba tu wszędzie wstawić zmniejszone dopuszczalne natężenie  $\alpha s_{cbd}$ .

### PRZYKŁAD XIII.

Istniejący zwykły strop drewniany na trawersach pod podłogą izby roboczej 12 m szerokiej trzeba podeprzeć krągłymi słupami żelbetonowymi o wolnej wysokości  $L = 6.5$  m, rozstawionymi w odstępach co 6 m od osi do osi; mieszanina betonu zawiera 350 kg cementu portlanckiego na 1 m<sup>3</sup> piasku z kamykami. Obliczyć średnicę  $d$  tych słupów.

Na każdy słup przypadnie do dźwignia  $6 \times 6 = 36$  m<sup>2</sup> stropu, którego całkowite obciążenie  $q = 260 + 550 = 810$  kg/m<sup>2</sup>, a stąd na każdy słup przypadnie obciążenie  $P = 36 \times 810 = 29160$  kg.

W niniejszym przypadku musimy przyjąć grubość słupa, oraz ilość  $n$  i grubość  $\delta$  krągłych wkładek z żelaza spawalnego, np.  $d = 38 \text{ cm}$ ,  $n = 6$ ,  $\delta = 2.5 \text{ cm}$ , stąd

$$F = F_b = 0.7854 \times 38^2 = 1134.12 \text{ cm}^2, F_k = (d - 2a)^2 \times \frac{\pi}{4} = \\ = 0.7854 (38 - 2 \times 3.5)^2, F_k = 754.77 \text{ cm}^2, 1.8 F_k = 1358.59 > F = \\ = 1134.12 \text{ cm}^2, \text{ wobec czego wolno i należy w obliczeniu natężenia} \\ \text{i udźwigu uwzględnić } F' = F_b.$$

Zbiorowy przekrój wkładek  $F_e = 6 \cdot \frac{2.5}{4} \cdot 3.1415 = 29.45 \text{ cm}^2$ , i jest wprawdzie  $F_e > 0.008 F = 9.07$ , gdy jednak  $F_e > 0.02 F = 22.68 \text{ cm}^2$ , więc należy w obliczeniu statycznym zamiast  $F_e$  uwzględnić jedynie wartość, wynikającą z wzoru 685. a.

$$F'_e = 0.0133 F + 0.33 F_e = 0.0133 \times 1134.12 + 0.33 \times 29.45 = \\ = 24.80 \text{ cm}^2,$$

gdy zaś przekrój poprzeczny jednej wkładki  $f_e = \frac{24.8}{6} \text{ cm}^2$ , więc odnośnie do wzoru 308. średnica każdej wkładki

$$\delta_1 = 1.128377 \sqrt{\frac{24.8}{6}} \cong 2.30 \text{ cm}$$

$F_i = F_b + 15 F'_e = 1134.12 + 15 \times 24.8 = 1506.12 \text{ cm}^2$ , najmniejszy moment bezwładności według wzoru 688., 689. i 736.

$$J_{in} = J_b + 15 (J^0_e + F'_e e^2), \text{ ponieważ } F'_e = 6 \cdot \frac{\delta_1^2}{4} \cdot \pi,$$

$$\text{więc } \frac{\delta_1^2}{4} = \frac{F'_e}{6\pi},$$

$$J_b = \frac{\pi d^4}{64}, J^0_e = \frac{\pi \delta_1^4}{64} \cdot 6 = 6 \cdot \frac{\delta_1^2}{4} \cdot \pi \cdot \frac{\delta_1^2}{4} \cdot \frac{1}{4} = F'_e \cdot \frac{F'_e}{6\pi} \cdot \frac{1}{4},$$

$$F'_e e^2 = 4 \cdot \frac{\delta_1^2}{4} \cdot \pi \left( \frac{d - 2a}{4} \right)^2 + 2 \cdot \frac{\delta_1^2}{4} \pi \left( \frac{d - 2a}{2} \right) = \\ = \frac{\delta_1^2}{4} \pi \left[ 4 \cdot \frac{(d - 2a)^2}{16} + 2 \cdot \frac{(d - 2a)^2}{4} \right]$$

$$F'_e e^2 = 6 \cdot \frac{\delta_1^2}{4} \cdot \pi \cdot \frac{(d - 2a)^2}{8} = F'_e \cdot \frac{(d - 2a)^2}{8}$$

stad przyjąwszy  $a = 3.5 \text{ cm}$ ,

$$J_{in} = \frac{\pi d^4}{64} + 15 \left[ F'^2_e \cdot \frac{1}{6 \times 4 \times \pi} + F'_e \cdot \frac{(d - 2a)^2}{8} \right] = \\ = \frac{38^4}{64} \cdot 3.1415 + 15 \times 24.8 \left[ \frac{24.8}{6 \cdot 4 \cdot 3.1415} + \frac{(38 - 2 \times 3.5)^2}{8} \right]$$

$$J_{in} = 102350.85 + 372 [0.3289 + 120.125] = 102350.85 + 44808.85 = \\ = 147159.7 \text{ cm}^4,$$

$$i = \sqrt{\frac{J_{in}}{F_i}} = \sqrt{\frac{147159 \cdot 70}{1506 \cdot 12}} = 9 \cdot 88 \text{ cm},$$

$\frac{L}{i} = \frac{6 \cdot 5}{9 \cdot 88} \cdot 100 = 65 \cdot 79$ ; gdy zatem  $\frac{L}{i} = 65 \cdot 79 > 60$ , wobec czego zachodzi niebezpieczeństwo wyboczenia, zatem dopuszczalne natężenie wyboczające należy obliczać z wzoru 735., a mianowicie

$$\begin{aligned} s_{cbw} &= 25 \left( 1 \cdot 72 - 0 \cdot 012 \cdot \frac{L}{i} \right) = 25 (1 \cdot 72 - 0 \cdot 012 \times 65 \cdot 79) = \\ &= 25 \times 0 \cdot 93552 = 23 \cdot 388 \\ & \quad s_{cbw} = 23 \cdot 39 \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

Natężenie cisnące w betonie według wzoru 731. i 738.

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_b + 15 F_e} = \frac{29160}{1506 \cdot 12} = 19 \cdot 3610, \text{ czyli}$$

$\sigma_{bd} = 19 \cdot 36 < s_{cbw} = 23 \cdot 39 \text{ kg/cm}^2$ , a stąd natężenie cisnące w żelazie według wzoru 679.  $\sigma_{ed} = 15 s_{cbw} = 15 \times 23 \cdot 39 = 290 \cdot 415$ ,  $\sigma_{ed} = 291 \text{ kg/cm}^2$ .

Wreszcie dopuszczalny udźwig słupa według wzoru 738.

$$P_u = F_i s_{cbw} = (F_b + 15 F_e) s_{cbw} = 1506 \cdot 12 \times 23 \cdot 388 \cong 35225 \text{ kg}.$$

Słup nasz zatem z uwzględnieniem niebezpieczeństwa wyboczenia jest do zamierzonego celu aż nadto wytrzymały, gdyż obciążenie jego projektowane na 29160 kg jest znacznie mniejsze od dopuszczalnego udźwigu, wynoszącego 35225 kg.

**28.** Centrycznie obciążone słupy, względnie członki ciśnione z żelbetonu spowitego, jeżeli  $\frac{L}{i} < 60$ , czyli gdy niebezpieczeństwo wyboczenia jest wykluczone.

Beton słupów, względnie członów centrycznie ciśnionych zaopatrzone przez zwykłych wkładek żelaznych podłużnych także żelaznym owinięciem śrubowym, którego poszczególne zwoje są właściwie wkładkami poprzecznymi, czyli przewiązkami, zowie się betonem spowitym. Considère wykazał doświadczalnie, że taki beton wskutek owinięcia jest 1·5 raza, a żelazo w owinięciu 2·4 razy wytrzymałsze w porównaniu do wkładek podłużnych.

W niniejszym przypadku postanawia poz. 19. w § 5. instrukcji, że celem obliczania natężeń cisnących, wywołanych obciążeniem centrycznym, należy wprowadzić w rachunek idealny przekrój poprzeczny spowicia

$$F_{is} = F_b + 15 F_e + 30 F_s = F_i + 30 F_s \quad \mathbf{739}$$

gdzie  $F_b = F$  jest poprzeczny przekrój betonu w znaczeniu poprzednim,  $F_e$  zbiorowy przekrój poprzeczny wkładek podłużnych

w ścisłym znaczeniu pozyeji 18. w § 5. instrukcji,  $F_s$  przekrój pomyślanej podłużnej wkładki żelaznej o ciężarze równającym się ciężarowi spowicia z odniesieniem obu tych ciężarów do jednostki długości słupa, względnie członu ciśnionego. I tu więc co do wielkości poprzecznego przekroju zbiorowego  $F_e$  wkładek żelaznych obowiązują ustanowione pod poz. 18. w § 5. instrukcji granice, których ostatecznym wyrazem jest wzór 685. a; tak samo postanowienia poz. 21. w § 5. instrukcji co do granic policzalnej wielkości  $F_b$  mają i tu swoje zastosowanie.

Zresztą zacytowana poprzednio pozyeja 19. w § 5. postanawia, że gdy obliczone według wzoru 739.:

$$F_{is} > 1.5 (F_b + 15 F_e) = 1.5 F_i \quad 740$$

$$\text{albo } F_{is} > 2 F_b \quad 741$$

to zamiast wartości  $F_{is}$ , wynikającej z wozu 739., należy w obliczeniu statycznym uwzględnić jedynie mniejszą z obu wartości, tworzących prawą stronę wzoru 740. i 741.; musi być zatem

$$F_{is} \leq 1.5 (F_b + 15 F_e) = 1.5 F_i \quad 742$$

$$\text{względnie } F_{is} \leq 2 F_b \quad 743$$

aby można wartość jego ustanowioną i przedstawioną równaniem 739. uwzględnić w całości do obliczenia statycznego.

Jeżeli słup, względnie człon ciśniony jest dany, to przedewszystkiem celem stwierdzenia, czy niebezpieczeństwo wybooczenia zachodzi lub nie, należy wyznaczyć względną wielkość znamiennego

stosunku wybooczalności  $\frac{L}{i} \geq 60$ . Ramię  $i$  momentu oblicza się — jak poprzednio — ściśle według wzoru 689. na podstawie  $F_i$  określonego poz. 14. w § 5. instrukcji, oraz wzorem 688.; zaczem bez uwzględnienia wkładek śrubowych  $F_s$  względnie pomyślanych równoważnych im wkładek podłużnych.

Po stwierdzeniu obliczeniem, że  $\frac{L}{i} \leq 60$ , wyznacza się następnie natężenie cisaące

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_{is}} \quad 744$$

które powinno być równe lub mniejsze od dopuszczalnego natężenia cisaącego centrycznie, a mianowicie  $\sigma_{bd} \leq \sigma_{cbd}$ ; podobnie też musi być projektowane obciążenie

$$P = F_{is} \sigma_{bd} \leq P_u = F_{is} \sigma_{cbd} \quad 745$$

Stosownie do unormowanych we wzorach 740. do 743. uwidoczonych granicznych wartości przekroju poprzecznego idealnego  $F_{is}$  mogą zajść następujące przypadki:

a)  $F_{is} = (F_b + 15 F_e + 30 F_s) > 1.5 (F_b + 15 F_e) > 2 F_b$ ,  
co się wydarzy, gdy będzie

$$\left. \begin{aligned} F_s &> 0.01666 F_b + 0.25 F_e^1 \\ \text{oraz równocześnie } F_e &> 0.02222 F_b^2 \\ \text{to musi być } F_{is} &= 2 F_b \end{aligned} \right\} 746$$

Stąd natężenie cisnące itd.

$$\begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{P}{2 F_b} & 747 \\ P &= 2 F_b \sigma_{bd} & 748 \\ P_u &= 2 F_b s_{cbd} & 749 \\ F_b &= \frac{P}{2 s_{cbd}} & 750 \end{aligned}$$

b)  $F_{is} = (F_b + 15 F_e + 30 F_s) > 2 F_b > 1.5 (F_b + 15 F_e)$ , co się wydarzy, gdy będzie

$$\begin{aligned} F_s &> (0.03333 F_b - 0.50 F_e)^3 & 751 \\ \text{oraz równocześnie } F_e &< 0.02222 F_b^4 & 751a \end{aligned}$$

W tym razie musi być

$$F_{is} = 1.5 (F_b + 15 F_e) = 1.5 F_i \quad 751b$$

a stąd dalej  $\sigma_{bd} = \frac{P}{1.5 (F_b + 15 F_e)} = \frac{P}{1.5 F_i} \quad 752$

$$P = 1.5 (F_b + 15 F_e) \sigma_{bd} = 1.5 F_i \sigma_{bd} \quad 753$$

$$F_b = \frac{P_u - 22.5 F_e s_{cbd}}{1.5 s_{cbd}} \quad 754$$

$$P_u = 1.5 (F_b + 15 F_e) s_{cbd} = 1.5 F_i s_{cbd} \quad 755$$

$$F_e = \frac{P_u - 1.5 F_b s_{cbd}}{22.5 s_{cbd}} \quad 756$$

c)  $F_{is} \leq 1.5 (F_b + 15 F_e) \leq 2 F_b$  co się wydarzy, gdy będzie

$$\left. \begin{aligned} F_s &\leq (0.01666 F_b + 0.25 F_e) \leq (0.03333 F_b - 0.5 F_e)^5 \\ \text{i równocześnie } F_e &\leq 0.02222 F_b^6 \end{aligned} \right\} 757$$

W tym przypadku musi być

$$F_{is} = F_b + 15 F_e + 30 F_s$$

<sup>1</sup>  $(F_b + 15 F_e + 30 F_s) > 1.5 F_b + 22.5 F_e$ ,  $30 F_s > (0.5 F_b + 7.5 F_e)$ ,  
 $F_s > (0.01666 F_b + 0.25 F_e)$ .

<sup>2</sup>  $(1.5 F_b + 22.5 F_e) > 2 F_b$ , stąd  $22.5 F_e > 0.5 F_b$ , wreszcie  $F_e > 0.02222 F_b$ .

<sup>3</sup>  $(F_b + 15 F_e + 30 F_s) > 2 F_b$ ,  $30 F_s > (F_b - 15 F_e)$ ,  $F_s > (0.03333 F_b - 0.5 F_e)$ .

<sup>4</sup>  $2 F_b > 1.5 (F_b + 15 F_e)$ ,  $2 F_b > (1.5 F_b + 22.5 F_e)$ ,  $0.5 F_b > 22.5 F_e$ ,  
 $0.02222 F_b > F_e$ .

<sup>5</sup>  $(F_b + 15 F_e + 30 F_s) \leq (1.5 F_b + 22.5 F_e) \leq 2 F_b$ ,  $30 F_s \leq (0.5 F_b + 7.5 F_e) \leq 2 F_b$ ,  
 $F_s \leq (0.01666 F_b + 0.25 F_e) \leq (0.03333 F_b - 0.5 F_e)$ .

<sup>6</sup>  $1.5 (F_b + 15 F_e) \leq 2 F_b$ ,  $22.5 F_e \leq 0.5 F_b$ ,  $F_e \leq 0.02222 F_b$ .

$$P_u = (F_b + 15 F_e + 30 F_s) s_{cbd} = F_{is} s_{cbd} \quad 758$$

stąd  $15 F_e + 30 F_s = \frac{P_u}{s_{cbd}} - F_b$ , czyli

$$F_e + 2 F_s = 0.06666 \left( \frac{P_u}{s_{cbd}} - F_b \right) \quad 759$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_b + 15 F_e + 30 F_s} = \frac{P}{F_{is}} \quad 760$$

$$F_b = \frac{P_u - (15 F_e + 30 F_s) s_{cbd}}{s_{cbd}} \quad 761$$

$$F_e = \frac{P_u - (F_b + 30 F_s) s_{cbd}}{15 s_{cbd}} \quad 762$$

$$F_s = \frac{P_u - (F_b + 15 F_e) s_{cbd}}{30 s_{cbd}} \quad 763$$

**29.** Centrycznie obciążone słupy względnie członki ciśnione z żelbetonu spowitego, jeżeli wyboczenie nie jest wykluczone, t. j.  $\frac{L}{i} > 60$ .

Skoro rachunek okaże na podstawie wzorów 688. i 689., uwzględniających jedynie wkładki podłużne z wykluczeniem śrubowego spowicia, iż  $\frac{L}{i} > 60$ , to właściwe obliczenie statyczne przeprowadza się według tych samych wzorów, zestawionych właśnie wyżej pod 27. (str. 1361), i tylko występujące w tych wzorach dopuszczalne natężenie centrycznie ciśnięte  $s_{cbd}$  należy zmniejszyć zapomocą unormowanego pod poz. 4. a) w § 6. instrukcji współczynnika  $\alpha$ , wyrażonego zresztą szeregółowo wzorem 734.

Tak np. odnośnie do wzoru 760. musi być

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_{is}} \leq \alpha s_{cbd} \quad 764$$

$$P \leq (P_u = F_{is} \alpha s_{cbd}) \quad 765$$

itd.

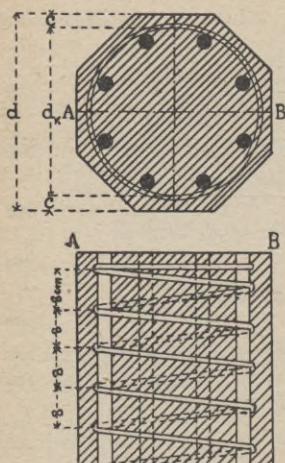
#### PRZYKŁAD XIV.

Na słupie o przekroju umiarowym ośmiobocznym, 5 m w świetle wysokim, z żelbetonu spowitego o mieszaninie w stosunku 350 kg cementu portlandzkiego na 1 m<sup>3</sup> piaska z kamykami, podpierającym środek długości podciągu stropowego, ma spocząć całkowity ciężar centryczny, wynoszący 48.000 kg; jakie rozmiary powinien otrzymać poprzeczny przekrój słupa  $F = F_b$ , oraz jego całe uzbrojenie, a mianowicie  $F_e$  i  $F_s$ ?

Przyjmijmy średnicę przekroju ośmiobocznego wpisaną  $d = 40$  cm, więc  $F = F_b = 0.8284 \times 40^2 = 1325.44$  cm<sup>2</sup>; dalej ze względu na



Rys. 114.



wymagania poz. 21. w § 5. instrukcji przymujemy zgodnie z wzorami pod 26., poz. 3  $d$ ,  $\beta$ ), (str. 1358)

$$1.8 F_k > F_b \text{ czyli } F_k > \frac{F_b}{1.8} = \frac{1325.44}{1.80} = 736.3555 \text{ cm}^2,$$

stąd średnica wpisana  $d_k$  rdzenia musi być

$$d_k \geq \sqrt{\frac{736.3555}{0.8284}} = 29.814 \cong 30 \text{ cm},$$

czyli szerokość  $c$  (rys. 114) warstwy betonu łącznie ze spowiciem, otaczającej rdzeń  $F_k$  betonu musi być równa lub mniejsza niż  $\frac{40-30}{2} = 5 \text{ cm}$ , t. j. musi być  $c \leq 5 \text{ cm}$ ; dajmy zatem  $c = 3.5 \text{ cm}$ , to  $F_k = 0.8284 \times (40 - 2 \times 3.5)^2 = 902.13 \text{ cm}^2$ , zaś  $1.8 F_k = 1623.83 >$

$> F_b = 1325.44 \text{ cm}^2$ , wobec czego wolno i należy wprowadzić w rachunek statyczny zamiast  $1.8 F_k$ , przekrój  $F_b = 1325.44 \text{ cm}^2$ .

Stosownie do wzoru 757. przyjmuje się dalej  $F_e < 0.02222 F_b$ , np.  $F_e = 0.0137 \times 1325.44 = 18.158 \text{ cm}^2$ , następnie otrzymuje się  $F_s < 0.01666 F_b + 0.25 F_e$  na podstawie wzorów 757. ze stosunku

$$\frac{F_s}{F_e} = \frac{0.01666 \times 1325.44 + 0.25 \times 18.158}{0.02222 \times 1325.44} = \frac{26.62}{29.45} = 0.9039, \text{ a stąd}$$

$$F_s = 0.9039 F_e = 0.9039 \times 18.158 = 16.41 \text{ cm}^2.$$

Ponieważ ta wielkość zbiorowych przekrojów wkładek  $F_e$  i  $F_s$  odpowiada warunkowym równaniom 757., wolno więc w niniejszym przypadku wprowadzić w rachunek statyczny określoną pod 28. a) wartość  $F_{is}$ , mianowicie:  $F_{is} = F_b + 15 F_e + 30 F_s$ .

Nadto przyjęta wyżej wartość  $F_e = 18.16 \text{ cm}^2 > 0.008 F_b = 10.6 \text{ cm}^2$ , oraz  $F_e < 0.02 F_b = 26.51 \text{ cm}^2$ , leży zatem w obrębie unormowanych wzorami 684. i 685. określonych granic, wobec czego można całą tę wartość wprowadzić w rachunek statyczny. Słup nasz jako ośmio-boczny ma 8 wkładek podłużnych (w każdym narożu jedna), każda o poprzecznym przekroju  $f_e = \frac{18.16}{8} = 2.27 \text{ cm}^2$  i o średnicy według wzoru 308.

$$\delta = 1.128377 \sqrt{2.27} = 1.128377 \times 1.50665 = 1.70007, \text{ czyli okrągło}$$

$\delta = 1.7 \text{ cm}$ , zaś odległość środka ciężkości przekroju od zewnętrznej powierzchni słupa  $a = 4.35 \text{ cm}$ .

Według końcowego zastrzeżenia pod poz. 19. w § 5. instrukcji wysokość jednego biegu spowicia nie powinna przekroczyć piątej części najmniejszego przez środek ciężkości przechodzącego rozmiaru przekroju poprzecznego; w niniejszym przypadku wysokość ta

$$h_s = \frac{d - 2c}{5} = \frac{40 - 2 \times 3.5}{5} = 6.6 \text{ cm}.$$

Ponieważ jeden bieg spowicia przedstawia na rozwiniętej powierzchni walcowej spowicia trójkąt prostokątny, którego obu przyprostokątnymi jest: obwód walca  $\pi d_k$  i wysokość biegu  $h_s$ , zaś przeciwprostokątnią długość jednego biegu  $l_s$  spowicia, więc będzie

$$l_s^2 = \pi^2 (d - 2c)^2 + h_s^2 \quad 766$$

a stąd

$$l_s = \sqrt{\pi^2 (d - 2c)^2 + h_s^2} \quad 767$$

wreszcie po podstawieniu wartości

$$l_s = \sqrt{3.1415^2 (40 - 2 \times 3.5)^2 + 6.6^2} = \\ = \sqrt{10747.36523025 + 43.56} = \sqrt{10790.92523025} = 103.8793 \text{ cm}$$

na 1 cm wysokości słupa przypada zatem długość spowicia:  $\frac{l_s}{6.6} =$

$$= \frac{103.8793}{6.6} = 15.7392 \cong 15.74 \text{ cm}; \text{ gdy zaś na tę samą wysokość 1 cm}$$

przypada według założenia objętość pomyślanej równoważnej wkładki podłużnej  $F_s \times 1 = 16.41 \times 1 = 16.41 \text{ cm}^3$  i objętość ta musi równać się odnośnej objętości spowicia o przekroju  $f_s$ , to jest musi być

$$15.74 f_s = 16.41 \text{ cm}^3, \text{ więc stąd } f_s = \frac{16.41}{15.74} = 1.04256 \cong 1.04 \text{ cm}^2, \text{ zaś}$$

według wzoru 308. średnica spowicia

$$\delta_s = 1.128377 \sqrt{f_s} = 1.128377 \sqrt{1.04256} = 1.128 \times 1.021 = 1.15 \text{ cm}$$

czyli okrągło  $\delta_s = 1.2 \text{ cm}$ .

Ramię najmniejszego momentu bezwładności oblicza się ściśle według wzoru 689. z wartością  $F_i$  określoną wzorem 688., zaś najmniejszy moment bezwładności odnośnie do wzoru 736.

$$J_{in} = J_{bd} + \nu (J_e^0 + F_e e^2) = 0.0547 d^4 + \\ + \nu \left\{ 8 \cdot \frac{\pi \delta^4}{64} + 4 \cdot \frac{F_e}{8} \left[ \left( \frac{d - 2a}{2} \times 0.4142 \right)^2 + \left( \frac{d - 2a}{2} \right)^2 \right] \right\}$$

$$\text{gdy zaś } 8 \cdot \frac{\pi \delta^4}{64} = 8 \cdot \frac{\pi \delta^2}{4} \cdot \frac{\delta^2}{4} \cdot \frac{1}{4} = F_e \cdot \frac{F_e}{8\pi} \cdot \frac{1}{4} \text{ więc}$$

$$J_{in} = 0.0547 d^4 + \nu F_e \left\{ \frac{F_e}{8 \times 4 \times \pi} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{d-2a}{2} \times 0.4142 \right)^2 + \left( \frac{d-2a}{2} \right)^2 \right] \right\} = 0.0547 \times 40^4 + 15 \times 18.16 \left\{ \frac{18.16}{8 \times 4 \times 3.1415} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{40-2 \times 4.35}{2} \times 0.4142 \right)^2 + \left( \frac{40-2 \times 4.35}{2} \right)^2 \right] \right\}$$

$$J_{in} = 140032 + 272.4 \{0.1806 + 0.5 [42.0193 + 244.9225]\} = 140032 + 39130.6686$$

$$J_{in} = 179162.67 \text{ cm}^4.$$

$$F_i = F_b + 15F_e = 1325.44 + 15 \times 18.16 = 1597.84 \text{ cm}^2$$

$$i = \sqrt{\frac{J_{in}}{F_i}} = \sqrt{\frac{179162.67}{1597.84}} = 10.58905,$$

$\frac{L}{i} = \frac{5}{10.59} \times 100 = 47.21$ , zatem niebezpieczeństwo wybożenia jest tu wykluczone.

Wreszcie z powodu wyżej wypowiedzianych uwag co do dopuszczalności zastosowania tu wartości  $F_{is}$ , zawarowanej pod 28. a) wzorami 746. będzie odnośnie do wzoru 739.

$$F_{is} = F_b + 15F_e + 30F_s = 1325.44 + 15 \times 18.16 + 30 \times 16.41 = 2090.14 \text{ cm}^2;$$

stąd widno, że

$$F_{is} = 2090.14 < 1.5 (F_b + 15F_e) = 2396.76 < 2F_b = 2 \times 1325.44 = 2650.88 \text{ cm}^2, \text{ wobec czego stosownie do postanowienia, wyrażonego równaniem 742. i 743. należy uwzględnić w obliczeniu statycznym pełną wartość } F_{is}.$$

Na tej podstawie dopuszczalny udźwig niniejszego słupa  $P_u = F_{is} s_{cbd} = 2090.14 \times 25 = 52253.5 \text{ kg}$ , co ze względu na zamierzone obciążenie jego centryczne  $48.000 \text{ kg}$ , wykazuje, że byłby aż nadto wytrzymały.

Z warunku wybożalności  $\frac{L}{i} \leq 60$  dowiadujemy się, że słup niniejszy mógłby wytrzymać obciążone właśnie dopuszczalne obciążenie centryczne  $P_u = 52253.5 \text{ kg}$  bez niebezpieczeństwa wybożenia, chociażby wolna jego wysokość  $L = 60i = 60 \times 10.59 = 635.4 \text{ cm} = 6.35 \text{ m}$ .

Nasuwa się zatem pytanie, jak wielkie obciążenie mógłby ten słup dźwigać z dostateczną pewnością, gdyby miał wolną wysokość  $L = 7 \text{ m}$ ?

W tym razie znamy wybożalności  $\frac{L}{i} = \frac{7}{10.59} \times 100 = 66.10$ , a stąd unormowany współczynnik zmniejszający według równania 734.

będzie  $\alpha = 1.72 - 0.012 \frac{L}{i} = 1.72 - 0.012 \times 66.1 = 0.9268$ ; po wymnożeniu dopuszczalnego centrycznego natężenia tym współczynnikiem otrzymujemy dopuszczalne obciążenie centryczne z wzoru 758.  $P_u = F_{is} \alpha s_{cbd} = 2090.14 \times 0.9268 \times 25 = 2090.14 \times 23.17 = 48428.54 \text{ kg}$ .

Okazuje się więc, że chociażby nawet słup niniejszy miał wolną wysokość  $L = 7 \text{ m}$  i co zatem idzie był narażony na wyboczenie, to jeszcze mimo tego byłby dostatecznie wytrzymały do udźwigu projektowanego pierwotnie obciążenia 48.000 kg.

### 30. Wytrzymałość na wyboczenie wkładek żelaznych.

Celem przepisanego (pod poz. 16. w § 5. instrukcji) obliczenia wytrzymałości samych wkładek osobno na wyboczenie w słupach względnie członach ciśnionych, należy — w myśl drugiego ustępu pod poz. 4. b) w § 6. instrukcji — dopuszczalne natężenie cisnące  $s_{ed}$  w żelazie bądź spawalnym, bądź zlewnem, unormowane pod poz. 1. w § 6. instrukcji przemienić na dopuszczalne natężenie wyboczające  $s_{ew}$  zapomocą współczynników zmniejszających, a mianowicie:

a) Jeżeli stosunek długości wkładek

$$\frac{L}{i} = 10 \text{ do } 105 \quad 768$$

wyłącznie, czyli gdy  $\frac{L}{i} < 105$ , to musi być

$$s_{1w} = \left( 0.816 - 0.003 \frac{L}{i} \right) s_{ed} = \alpha_1 s_{ed} \quad 769$$

b) jeżeli zaś

$$\frac{L}{i} > 105 \quad 770$$

to musi

$$s_{2w} = 5580 \left( \frac{i}{L} \right)^2 s_{ed} = \alpha_2 s_{ed} \quad 771$$

1. Sposób obliczenia na podstawie wzoru Eulera.

Jeżeli  $L$  jest wolną długością wyboczalną wkładek, czyli wzajemnym odstępem przewiązek,  $F_e$  poprzeczny przekrój zbiorowy ilości  $n$  okrągłych wkładek, a przekrój każdej wkładki  $f = \frac{F_e}{n}$ , to badaną na wyboczenie część długości wkładki można uważać za słup, którego oba końce są w osi przytrzymane przewiązkami i zastosować znany wzór Eulera

$$\frac{P}{n} = \frac{\pi^2}{k L^2} E_{ed} J_e^0 \quad 772$$

gdzie współczynnik bezpieczeństwa  $k = 10$ , a reszta oznaczeń jest znana; ponieważ najmniejszy moment bezwładności równikowy przekroju kołowego wkładki  $J_e^0 = \frac{\pi \delta^4}{64}$ , więc siła cisnąca wkładkę każdą

$$D_e = \frac{P}{n} = \frac{\pi^2}{10 L^2} \cdot \frac{\pi \delta^4}{64} \cdot E_{ed} = f_{s_w} = \frac{\delta^2}{4} \pi s_w \quad 773$$

stąd

$$\frac{\pi^2}{10} \cdot \frac{\delta^2}{16} \cdot E_{ed} = L^2 s_w, \quad L = \frac{\pi \delta}{4} \cdot \sqrt{\frac{E_{ed}}{10 s_w}} = \frac{3 \cdot 1415}{4} \cdot \delta \sqrt{\frac{E_{ed}}{10 s_w}} \quad 774$$

a po podstawieniu  $E_{ed} = 2100000$

$$L = 359 \cdot 904 \frac{\delta}{\sqrt{s_w}} \quad 775$$

W tem równaniu są dwie niewiadome  $L$  i  $s_w$  potrzeba więc przyjmując jedną z nich; a mianowicie obliczamy natężenie wyboczające  $s_w$  w słupie według wzoru 769., względnie 771., odnoszące się zresztą i do wkładek we właściwej mierze, zwłaszcza że wielkość stosunku  $\frac{L}{\delta}$  słupa jest dana. Tak obliczone  $s_w$ , wstawione we wzór 775.

daje największą długość wyboczalną  $L$ , którą ostatecznie bada się ze stanowiska pozycji 16. w § 5. instrukcji i ewentualnie modyfikuje.

2. Sposób obliczenia przyjęty w dziele pp. Haberkalta i Postuvanschitza.

W dziele swem wychodzą ci autorowie z tego słusznego zresztą założenia, że główny warunek wytrzymałości wkładek na wyboczenia wymaga, aby — wśród zupełnego wyzyskania mocy betonu — natężenie cisnące  $\sigma_{ed}$  w żelazie nie było większe od dopuszczalnego natężenia wyboczającego  $s_w$ , a mianowicie powinno co najwyżej

$$\sigma_{ed} \leq s_w \quad 776$$

albo też aby między dopuszczalnym natężeniem centrycznym  $s_{cbd}$  w betonie a dopuszczalnym natężeniem wyboczającym  $s_w$  w żelazie zachodził następujący związek

$$15 s_{cbd} \leq \alpha s_{ed} = s_w \quad 777$$

Przekrój  $F_b$  słupa, względnie ezłona ciśnionego, wraz z dopuszczalnym zbiorowym przekrojem poprzecznym wkładek i z całkowitem obciążeniem, jest zawsze dany. Przyjmijmy, że całkowite obciążenie  $P$  działa centrycznie, to według wzoru 682. będzie natężenie cisnące w żelazie

$$\sigma_{ed} = \nu \frac{P}{F_i} = \frac{\nu P}{F_b + \nu F_e} = \nu \sigma_{bd}$$

O ile przekrój poprzeczny wkładki w danym razie może mieć momenta bezwładności różnej wielkości względem własnej osi głównej ciężkości, to w niniejszym przypadku wogóle ramię  $i$  musi się odnosić do najmniejszego momentu bezwładności. Dla krągłych cienkich wkładek o średnicy  $\delta$ , ramię momentu bezwładności względem osi głównej przekroju, t. j. przechodzącej przez jego środek ciężkości

$$i = \sqrt{\frac{J'_e}{f_e}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi \delta^4}{64}}{\frac{\delta^2}{4} \pi}} = \sqrt{\frac{\delta^2}{16}} = 0.25 \delta \quad 778$$

Odnosnie do równia 768. po podstawieniu tej wartości za  $i$  będzie  $\frac{L}{i} < 105$ ,  $L < 105 i$ ,  $L < 105 \times 0.25 \delta$ , wreszcie  $L < 26.25 \delta$  779  
podobnie odnośnie do wzoru 770.:

$$\frac{L}{i} > 105, L > 26.25 \delta \quad 780$$

Po podstawieniu obliczonej wzorem 778. wartości za  $i$ , oraz wartości za  $s_{1w}$  z równania 769. w równanie 777. otrzymujemy dla  $L < 26.25 \delta$ :

$$15 s_{cbd} \leq \left( 0.816 - 0.003 \frac{L}{0.25 \delta} \right) s_{ed},$$

$$L \leq \left( \frac{0.816 \times 0.25}{0.003} - \frac{15 \times 0.25}{0.003} \cdot \frac{s_{cbd}}{s_{ed}} \right) \delta \quad \text{stad}$$

$$L \leq \left( 68 - 1250 \frac{s_{cbd}}{s_{ed}} \right) \delta \quad 781$$

względnie wartości  $i$  za  $s_{2w}$  z równania 771. otrzymujemy dla  $L > 26.25 \delta$ :

$$15 s_{cbd} \leq 5580 \left( \frac{0.25 \delta}{L} \right)^2 s_{ed},$$

$$L^2 \leq \frac{0.25^2 \times 5580}{15} \cdot \frac{s_{ed}}{s_{cbd}} \cdot \delta^2 = 23.25 \frac{s_{ed}}{s_{cbd}} \delta^2, \quad \text{stad}$$

$$L \leq 4.8218 \delta \sqrt{\frac{s_{ed}}{s_{cbd}}} \quad 782$$

Z pomocą wzorów 769. do 782. daje się zestawić szereg odstępów największych wzajemnych między przewiązkami, czyli szereg tych wolnych długości  $L$ , w obrębie których bezpieczeństwo wkładek przeciw wyboczeniu wśród pełnego wyzyskania mocy betonu jest dostatecznie zapewnione na podstawie odnośnych wzorów warunkowych 769., 771., 776. i 777., a mianowicie

A. Dla  $\frac{L}{i} = 10$  do 105, względnie dla  $L < 26 \cdot 25 \delta$

a) w betonie o zawartości cementu portlandzkiego  $470 \text{ kg/m}^3$  piasku z kamykami i o dopuszczalnym natężeniu centrycznym ciśnieniem w betonie  $s_{cbd} = 28 \text{ kg/cm}^2$

α) jeżeli wkładki są z żelaza spawalnego, którego  $s_{ed} = 900 \text{ kg/cm}^2$

$$L \leq \left( 68 - 1250 \cdot \frac{28}{900} \right) \delta \leq 29 \cdot 11 \delta \quad \mathbf{783}$$

β) jeżeli żelazo jest zlewne, którego  $s_{ed} = 1000 \text{ kg/cm}^2$

$$L \leq \left( 68 - 1250 \cdot \frac{28}{1000} \right) \delta \leq 33 \delta \quad \mathbf{783a}$$

b) w betonie o zawartości cementu portlandzkiego  $350 \text{ kg/m}^3$  piasku z kamykami i dopuszczalnym natężeniu  $s_{cbd} = 25 \text{ kg/cm}^2$ ,

α) jeżeli żelazo wkładek spawalne, którego  $s_{ed} = 900 \text{ kg/cm}^2$

$$L \leq \left( 68 - 1250 \cdot \frac{25}{900} \right) \delta \leq 33 \cdot 28 \delta \quad \mathbf{784}$$

δ) jeżeli żelazo jest zlewne, którego  $s_{ed} = 1000 \text{ kg/cm}^2$

$$L \leq \left( 68 - 1250 \cdot \frac{25}{1000} \right) \delta \leq 36 \cdot 75 \delta \quad \mathbf{784a}$$

c) w betonie z zawartością cementu portlandzkiego  $280 \text{ kg/m}^3$  piasku z kamykami i dopuszczalnym natężeniem  $s_{cbd} = 22 \text{ kg/cm}^2$

α) jeżeli żelazo wkładek spawalne, którego  $s_{ed} = 900 \text{ kg/cm}^2$

$$L \leq \left( 68 - 1250 \cdot \frac{22}{900} \right) \delta \leq 37 \cdot 44 \delta \quad \mathbf{785}$$

β) jeżeli żelazo zlewne, którego  $s_{ed} = 1000 \text{ kg/cm}^2$

$$L \leq \left( 68 - 1250 \cdot \frac{22}{1000} \right) \delta \leq 40 \cdot 5 \delta \quad \mathbf{785a}$$

B) Dla  $\frac{L}{i} > 105$ , względnie dla  $L > 26 \cdot 25 \delta$ :

a) w betonie zawierającym cement portlandzki  $470 \text{ kg/m}^3$  piasku z kamykami o dopuszczalnym natężeniu  $s_{cbd} = 28 \text{ kg/cm}^2$ ,

α) jeżeli żelazo wkładek spawalne, którego  $s_{ed} = 900 \text{ kg/cm}^2$

$$L \leq 4 \cdot 8218 \delta \sqrt{\frac{900}{28}} = 27 \cdot 34 \delta \quad \mathbf{786}$$

β) jeżeli żelazo zlewne, którego  $s_{ed} = 1000 \text{ kg/cm}^2$

$$L \leq 4 \cdot 8218 \delta \sqrt{\frac{1000}{28}} = 28 \cdot 82 \delta \quad \mathbf{786a}$$

b) w betonie z zawartością cementu portlandzkiego  $350 \text{ kg/m}^3$  piasku z kamykami i dopuszczalnym natężeniem  $s_{cbd} = 25 \text{ kg/cm}^2$

α) jeżeli żelazo spawalne, którego  $s_{ed} = 900 \text{ kg/cm}^2$ ,

$$L \leq 4.8218 \delta \sqrt{\frac{900}{25}} = 28.93 \delta \quad 787$$

β) jeżeli żelazo zlewne którego  $s_{ed} = 1000 \text{ kg/cm}^2$

$$L \leq 4.8218 \delta \sqrt{\frac{1000}{25}} = 30.5 \delta \quad 787a$$

c) w betonie z zawartością cementu portlandzkiego  $280 \text{ kg/m}^3$  piasku z kamykami i z dopuszczalnym natężeniem  $s_{cbd} = 22 \text{ kg/cm}^2$

α) jeżeli żelazo spawalne, którego  $s_{ed} = 900 \text{ kg/cm}^2$

$$L \leq 4.8218 \delta \sqrt{\frac{900}{22}} = 30.84 \delta \quad 788$$

β) jeżeli żelazo zlewne, którego  $s_{ed} = 1000 \text{ kg/cm}^2$

$$L \leq 4.8218 \delta \sqrt{\frac{1000}{22}} = 32.51 \delta \quad 788a$$

Stosunek zresztą między wolną długością wyboeczalną  $L$  a wzajemnym odstępem przewiązek jest ściśle określony pozycją 16. w § 5. instrukcji; o ile zatem według wzorów 783. do 788. a wypadnie  $L$  większe od ustanowionej najwyższej granicy, to musi otrzymać wartość tej granicy, o ile jednak wypadnie niżej tej granicy, to należy mu pozostawić wartość obliczoną.

#### PRZYKŁAD XV.

1. Słup obliczony w przykładzie XII. (str. 1359) zbadać co do wytrzymałości samych wkładek jego na wyboeczenie.

Dane są: ilość wkładek podłużnych  $n = 6$  z żelaza spawalnego, krągłych o średnicy  $\delta_1 = 2.3 \text{ cm}$ , przekrój poprzeczny  $F_b = bh = 25 \times 45 = 1125 \text{ cm}^2$ ,  $\frac{L}{i} = \frac{2.5}{7.23} \times 100 = 34.58$ , czyli  $\frac{L}{i} < 60$  a

więc wyboeczenie wykluczone, stąd zresztą  $\frac{L}{i} < 105$ , natężenie ciśnące w betonie  $\sigma_{bd} = 20.23 \text{ kg/cm}^2$ , w żelazie wkładek  $\sigma_{ed} = 15 \sigma_{bd} = 15 \times 20.23 = 303.45 \text{ kg}$  na  $1 \text{ cm}^2$ , stosunek mieszaniny betonu  $350 \text{ kg/m}^3$  piasku z kamykami.

α) Na podstawie wzoru Eulera.

Ponieważ długość wkładek równa się wolnej długości słupa wyboeczalnej, t. j.  $L = 2.5 \text{ m}$ , więc dopuszczalne natężenie wyboeczające wkładek według wzoru 769.

$s_{1w} = (0.816 - 0.003 \times 34.58) \times 900 = 641.034 \text{ kg/cm}^2$ , co wstawione we wzór 774. daje właściwą wolną długość wyboeczalną wkładek

$L = 359.904 \cdot \frac{2.3}{\sqrt{641.034}} = 359.904 \times 0.09084 = 32.69 \text{ cm}$ ; gdy zaś



ramię  $i$  momentu bezwładności wkładki  $i = 0.25 \delta_1 = 0.25 \times 2.3 = 0.575$ , więc  $\frac{L}{i} = \frac{32.694}{0.575} = 56.8591$ , a stąd natężenie wybozcające właściwe według wzoru 769.

$s_{1w} = (0.816 - 0.003 \times 56.859) \times 900 = 580.88 \text{ kg/cm}^2$ , które jest większe od natężenia ciskającego w żelazie wkładek  $\sigma_{ed} = 303.45 \text{ kg}$  na  $1 \text{ cm}^2$ , czyli  $\sigma_{ed} < s_{1w}$ .

Wobec tego zatem wkładki o największej wolnej długości  $L = 32.69 \text{ cm}$  są dostatecznie wytrzymałe same dla siebie na wyboczenie; gdy jednak pozycja 16. w § 5. instrukcji przepisuje, że wolna długość wybozczalna wkładek nie powinna przekraczać najmniejszej średnicy słupa, przez środek ciężkości przekroju idącej, więc musi  $L = b = 25 \text{ cm}$ , co w niniejszym przypadku jest tem korzystniejsze dla wytrzymałości wkładek na wyboczenie.

Gdyby wkładki były z żelaza zlewne, którego  $\sigma_{ed} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ , to dopuszczalne natężenie wybozcające  $s_{1w}$  i największa wolna długość ich wybozczalna wypadłyby jeszcze większe, zaczem także i wkładki byłyby stosunkowo wytrzymałsze.

b) Wolna długość wybozczalna wkładek z pełnem wyzyskaniem wytrzymałości betonu.

Ponieważ tu  $\frac{L}{i} < 105$ , względnie  $L < 26.25 \delta$ , więc największa wybozczalna wolna długość wkładek według wzoru 784.

$L = 33.28 \delta = 33.28 \times 2.3 = \cong 76 \text{ cm}$ , i w obrębie tej długości wkładki o średnicy  $\delta = 2.3 \text{ cm}$  są dostatecznie wytrzymałe na wyboczenie, a powstające w nich natężenia nieprzekraczają dopuszczalnej miary z równoczesnem pełnem wyzyskaniem wytrzymałości betonu.

Jednakże ze względu na cytowane postanowienie pod poz. 16. w § 5. instrukcji odstęp przewiązek musi równać się najmniejszemu rozmiarowi przekroju słupa, t. j.  $b = 25 \text{ cm}$ .

2. Słup obliczony w przykładzie XIII. (str. 1362) zbadać co do wytrzymałości samych wkładek na wyboczenie.

Dane są: przekrój kołowy słupa o średnicy  $d = 38 \text{ cm}$  z 6ma krągłymi wkładkami z żelaza spawalnego o średnicy  $\delta_1 = 2.3 \text{ cm}$ , wolna wybozczalna długość słupa  $L = 6.5 \text{ m}$ ,  $\frac{L}{i} = \frac{6.5}{9.88} \times 100 = 65.79 > 60$ , a zatem zachodzi niebezpieczeństwo wyboczenia; dopuszczalne centryczne natężenie ciskające wybozczalne słupa  $s_{cbw} = \alpha s_{cbd} = 23.39 \text{ kg/cm}^2$ ,  $F_i = F_b + 16 F_e = 1506.12 \text{ cm}^2$ , natężenie ciskające w betonie  $\sigma_{bd} = 19.36 \text{ kg/cm}^2$ , natężenie ciskające w żel

lazię  $\sigma_{ed} = 15 \sigma_{bd} = 15 \times 19.36 = 291 \text{ kg/cm}^2$ , zresztą  $\frac{L}{i} < 105$ , stosunek mieszaniny betonu  $350 \text{ kg/m}^3$ .

a) Na podstawie wzoru Eulera.

Według wzoru 769. natężenie dopuszczalne wybieczające  $s_{1w} = (0.816 - 0.003 \times 65.79) \times 900 = 556.767 \text{ kg/cm}^2$ , zaś według wzoru 774. wolna długość wybieczalna wkładek

$$L = 359.904 \cdot \frac{2.3}{\sqrt{556.7670}} = 359.904 \times 0.09747 \cong 35 \text{ cm.}$$

Ramię momentu bezwładności przekroju wkładki  $i = 0.25 \times \times 2.3 = 0.575$ , stąd  $\frac{L}{i} = \frac{35}{0.575} = 60.8695$ , właściwe zatem natężenie dopuszczalne wybieczające wkładek  $s_{1w} = (0.816 - 0.003 \times \times 60.8695) \cdot 900 = 570.05 \text{ kg/cm}^2$ , wobec czego

$$\sigma_{ed} = 291 \text{ kg/cm}^2 < s_{1w} = 570.05 \text{ kg/cm}^2.$$

Wkładki zatem w obrębie wolnej długości wybieczalnej  $L = 35 \text{ cm}$  są dostatecznie wytrzymałe na wybieczenie i odpowiadają pozycji 16. w § 5. instrukcji, gdyż obliczona wolna ich długość wybieczalna  $L$  nie przekracza najmniejszej średnicy przekroju słupa  $d = 38 \text{ cm}$ , normującej w tym razie wzajemny odstęp przewiązek.

b) Wolna długość wybieczalna wkładek z pełnym wyzyskaniem wytrzymałości betonu.

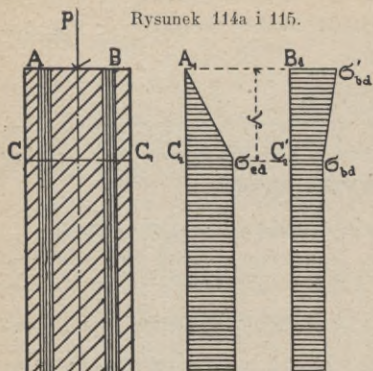
Ponieważ tu  $\frac{L}{i} < 105$ , więc według wzoru 784. największa wolna długość wybieczalna wkładek

$$L = 33.28 \delta_1 = 33.28 \times 2.3 \cong 76 \text{ cm}$$

i w obrębie tej długości wkładki są dostatecznie wytrzymałe na wybieczenie, a występujące w nich natężenia nie przekraczają granic dopuszczalnych z równoczesnym pełnym wyzyskaniem wytrzymałości betonu. Jednakże jak poprzednio, tak i tu odstęp przewiązek musi równać się najmniejszemu rozmiarowi przekroju słupa, t. j.  $d = 38 \text{ cm}$ .

**31.** Natężenia ścierające i natężenia przyczepności w centrycznie obciążonych słupach, względnie członach ciśnionych.

Ponieważ tu niema sił poprzecznych w żadnym przekroju poprzecznym, więc niema też wcale sił podłużnie ścierających. Natomiast występują natężenia przyczepności, gdyż obciążenie centryczne działa przeważnie na beton, skąd przenosi się na wkładki zapomocą przyczepności i to w ten widoczny z rys. 114., 115. sposób, że w najwyższym



przekroju  $A$  wkładki żelaznej nateżenie ciśnące jest zerem a w następnych przekrojach stopniowo wzrasta po prostej linii aż do przekroju  $CC$  w odstępnie  $\lambda$ , gdzie otrzymuje już prawidłowo pełne swe nateżenie ciśnące

$$\sigma_{cd} = \nu \sigma_{bd} \quad 789$$

a na beton przypadnie

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_b + \nu F_c} \quad 790$$

i odtąd oba materiały ulegają pełnemu działaniu statycznemu.

Jeżeli dopuszczalne nateżenie centrycznie ciśnące w betonie jest  $s_{cbd}$ , to w przekroju  $CC$  wkładki o powierzchni  $f_c$ , położonym w odstępnie  $\lambda$  objawi się dopuszczalne nateżenie ciśnące  $\nu s_{cbd}$ , siła ciśnąca w obrębie  $\lambda$  będzie  $\nu f_c s_{cbd}$  i musi być tak wielka jak siła przyczepności  $\lambda u t_h$ , gdzie  $u$  jest obwód wkładki, zaś  $t_h$  dopuszczalne nateżenie przyczepności. Wobec tego ze względu na równowagę statyczną musi być

$$\nu f_c s_{cbd} = \lambda u t_h \quad 791$$

stąd odległość

$$\lambda = \nu \frac{f_c}{u} \cdot \frac{s_{cbd}}{t_h} \quad 792$$

Dla krągłej wkładki o średnicy  $\delta$  będzie  $\frac{f_c}{u} = \frac{\frac{\delta^2}{4} \pi}{\delta \pi} = \frac{\delta}{4}$ , stąd

$$\lambda = 15 \frac{\delta}{4} \cdot \frac{s_{cbd}}{t_h} = 3.75 \delta \cdot \frac{s_{cbd}}{t_h} \quad 793$$

Zresztą nateżenie przyczepności oblicza się tu według wzorów 659. do 660. a po podstawieniu  $\lambda = c + z$ .

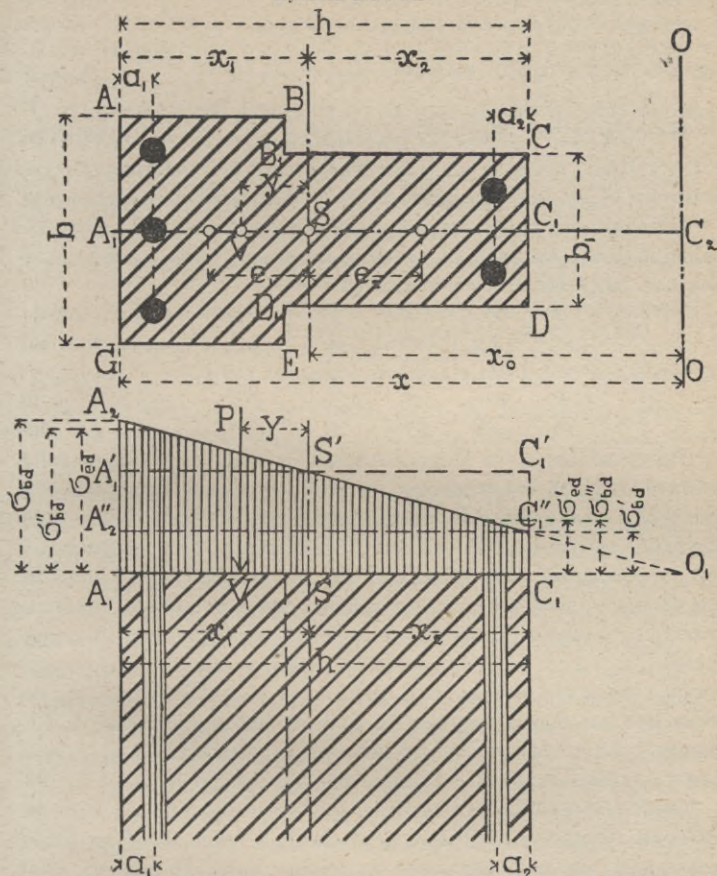
### 3. Ekscentrycznie obciążone zesp., wzgl. człony ciśnione.

#### 32. Pogląd ogólny.

Jeżeli wypadkowa sił zewnętrznych, działających na słup względnie na człon ciśniony równoległe do osi podłużnej, ma swój punkt zaczepienia w pewnym odstępnie od środka ciężkości poprzecznego przekroju, to obciążenie jest ekscentryczne, czyli mimośrodkowe.

Na filar o przekroju poprzecznym  $ABB_1$ ,  $CDD_1$ ,  $EG = F$  uwidoczonym w rys. 116. i 117. działa wypadkowa siła  $P$ , której punkt  $V$  zaczepienia leży w odstępnie  $y$  od środka ciężkości  $S$  przekroju.

Rysunek 116 i 117.



Celem wytłómaczenia działania siły ekscentrycznej pomyślny w środku ciężkości  $S$  przekroju  $F_i$  dwie siły zupełnie równe sobie i sile ekscentrycznej  $P$ , działające do niej równolegle, ale względem siebie wprost przeciwnie, a zatem znoszące się wzajemnie — to pomyślana siła centryczna  $P$ , mająca ten sam kierunek co siła ekscentryczna  $P$ , wywoła jak wiadomo w całym przekroju jednostajne natężenie cisnące  $\frac{P}{F_i}$ , przedstawione w rys. 117. powierzchnią  $A_1 A'_1 C_1 C'_1$ ; pozostałe zaś inne dwie siły utworzą „parę sił” i mocą

momentu zgięcia  $M = Py$  spowodują w przekroju nateżenia cisnące i ciągnące, uzmysłowione trójkątami  $A'_1 A_2 S'$  i  $C''_1 C'_1 S'$  w ten sposób, że największe nateżenie cisnące  $A'_1 A_2 = \frac{M x_1}{J}$  wystąpi w krawędzi  $AG$ , a największe ciągnące  $C''_1 C'_1 = \frac{M x_2}{J}$  w krawędzi  $CD$  przekroju;  $x_1$  i  $x_2$  są odległości środka ciężkości  $S$  przekroju od tych krawędzi,  $x_0$  jest odstępem linii zerowej  $oo$  od środka ciężkości przekroju.

Tak nateżenia wywołane pomyślaną siłą centryczną, jak i nateżenia momentem zgięcia pary sił, zsumują się algebrycznie i dadzą: największe nateżenie cisnące w krawędzi  $AG$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_i} + \frac{M x_1}{J_i} = \frac{P}{F_i} + \frac{P y x_1}{J_i} = \frac{P}{F_i} \left( 1 + \frac{F_i y x_1}{J_i} \right) \quad 794$$

i najmniejsze nateżenie cisnące w krawędzi  $CD$

$$\sigma'_{bd} = \frac{P}{F_i} - \frac{M x_2}{J_i} = \frac{P}{F_i} - \frac{P y x_2}{J_i} = \frac{P}{F_i} \left( 1 - \frac{F_i y x_2}{J_i} \right) \quad 795$$

Oba te równania, w których oznaczenia znane są z poprzednich równań, odnoszą się właściwie do słupów, względnie członów ciśnionych z materiału jednolitego, mającego jednakowo wielkie współczynniki sprężystości na ciśnienie i ciągnięcie, i to w granicach proporcjonalności. Do żelbetonu zaś, w którym moc betonu na ciągnięcie w myśl przepisu nie wchodzi nawet w rachubę, dają się rzeczony równania zastosować jedynie po wprowadzeniu idealnego przekroju, a i to w tym razie tylko, jeżeli w całym przekroju występuje nateżenie cisnące, t. j. jeżeli  $\sigma_{bd}$  i  $\sigma'_{bd}$  są dodatnie; w tym razie bowiem można przyjąć, że współczynniki sprężystości na ciśnienie i ciągnięcie w betonie  $E_{bd} = E_{bz}$ , zwłaszcza iż ciągnięcie jest tu tylko rachunkowe i faktycznie nie występuje.

Celem rozpoznania, czy zachodzi ten przypadek, należy obliczyć dalekość rdzenia  $e_1$  względnie  $e_2$  przekroju i jeżeli okaże się punkt zaczepienia siły ekscentrycznej w obrębie dalekości rdzenia czyli gdy będzie  $y \leq e_1$  względnie  $y \leq e_2$ , to wtedy będzie także  $x_0 > x_2$ , zaczem linia zerowa  $OO_1$  przypadnie zewnątrz przekroju, w którego całości zapanuje nateżenie cisnące, obliczalne według wzorów 794. i 795. Natomiast jeżeli punkt zaczepienia przypadnie poza obręb dalekości rdzenia, t. j. gdy będzie  $y > e_1$  względnie  $y > e_2$ , to będzie  $x_0 < x_2$  i linia zerowa  $OO_1$  padnie wewnątrz przekroju i podzieli go na dwie części, z których w jednej wystąpi nateżenie cisnące a w drugiej ciągnące.

W tym razie trzeba zwrócić się do innego sposobu obliczenia.

**33.** Ekscentrycznie obciążone zespoły względnie człony ciśnione, których stosunek  $\frac{L}{i} < 60$ , czyli wyboczenie wykluźzone.

W szczególności stosownie do uwag poprzedniego podpodziału 32. musimy tu liczyć się z dwoma przypadkami, a mianowicie:

1. Jeżeli  $y \leq e_1$  względnie  $y \leq e_2$ , czyli jeżeli  $x_0 > x_2$  i w całym przekroju panuje natężenie ciśnące.

Podobnie jak u zespołów centrycznie ciśnionych potrzeba i tu odnośnie do wzoru 689. obliczyć ramię  $i$  najmniejszego (równikowego) momentu bezwładności  $J_{in}$  dla wyznaczenia oznaki wyboeczalności  $\frac{L}{i}$ .

Oznaczywszy poprzeczny przekrój zbiorowy szeregu wkładek żelaznych, położonego bliżej siły ekscentrycznej  $P$ , przez  $F_{e_1}$ , a szeregu dalej od niej położonego przez  $F_{e_2}$ , to idealna powierzchnia przekroju, uwidocznionego w rys. 116., wchodząca w skład wzorów 794. i 795. będzie

$$F_i = F_b + \nu (F_{e_1} + F_{e_2}) \quad 796$$

gdzie  $F_b$  nie jest częścią ciśnioną  $F_{bd}$  (wzór 268.) przekroju, jak poprzednio u zespołów na zginanie wystawionych, lecz całkowitą powierzchnią przekroju betonu. Moment bezwładności  $J_i$  idealnej powierzchni  $F_i$  (ustalonej wzorem 796. w myśl poz. 8 d) w §. 5. instrukcji), wchodzi także w skład wzorów 794. i 795., służących do obliczania natężeń krawężnych, i odnosi się do osi głównej (t. j. przechodzącej przez środek ciężkości  $S$  przekroju), prostopadłej do płaszczyzny działania siły ekscentrycznej. Pamiętać tu trzeba, że ten moment bezwładności — w równych zresztą warunkach — różni się co do swej wartości zarówno od najmniejszego (ekwatorjalnego) momentu bezwładności  $J_{in}$  (względem osi  $A, C$ , przekroju w niniejszym razie), jakoteż od momentu bezwładności dźwigarów na zgięcie narażonych, tyającego się odmienniej idealnej powierzchni  $F$  (ustalonej wzorem 268.) i określonego wzorem 269.

Dalekości rdzenia wynikają ze znanego wzoru

$$e_1 = \frac{J_i}{F_i x_1} = \frac{W_1}{F_i} = \frac{i^2}{x_1} \quad 797$$

względnie

$$e_2 = \frac{J_i}{F_i x_2} = \frac{W_2}{F_i} = \frac{i^2}{x_2} \quad 798$$

gdzie kwadrat ramienia momentu  $i^2 = \frac{J_i}{F_i}$ , moment oporu

$$W_1 = \frac{J_i}{x_1} \quad 799$$

względnie

$$W_2 = \frac{J_i}{x_2} \quad 800$$

a reszta wartości  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $J_i$ ,  $F_i$  mają znaczenie poprzednio określone. Wstawiwszy na podstawie wzorów 797. i 798. dalekości rdzenia przekroju we wzory 694. i 695., otrzymamy

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_i} \left( 1 + \frac{y}{e_1} \right) = \frac{P}{F_i} \left( 1 + \frac{y x_1}{i^2} \right) \quad 801$$

$$\sigma'_{bd} = \frac{P}{F_i} \left( 1 - \frac{y}{e_2} \right) = \frac{P}{F_i} \left( 1 - \frac{y x_2}{i^2} \right) \quad 802$$

Z wzoru 801. otrzymujemy wielkość ekscentrycznej siły cisnącej dla danego  $\sigma_{bd}$

$$P = F_i \sigma_{bd} \cdot \frac{e_1}{e_1 + y} = F_i \sigma_{bd} \cdot \frac{i^2}{i^2 + y x_1} \quad 802a$$

Obliczenie nateżeń w żelazie wkładek jest tu właściwie zbędne, gdyż nie dochodzą nigdy do granicy dopuszczalności; gdyby wszakże zaszła tego potrzeba, np. celem wyznaczenia wytrzymałości wkładek na wyboczenie, to oznaczywszy nateżenie w betonie w miejscu wkładek, leżących bliżej ekscentrycznej siły  $P$  przez  $\sigma'_{bd}$ , zaś dalej położonych przez  $\sigma'''_{bd}$ , otrzymujemy na podstawie podobieństwa trójkątów nateżenia, uwidoczonych w rys. 117.:

$$(\sigma_{bd} - \sigma'_{bd}) : (\sigma''_{bd} - \sigma'_{bd}) = h : (h - a_1) \quad \text{stad} \quad \sigma''_{bd} = \sigma'_{bd} + (\sigma_{bd} - \sigma'_{bd}) \frac{h - a_1}{h} \quad 803$$

$$(\sigma_{bd} - \sigma'_{bd}) : (\sigma'''_{bd} - \sigma'_{bd}) = h : a_2, \quad \text{stad} \quad \sigma'''_{bd} = \sigma'_{bd} + (\sigma_{bd} - \sigma'_{bd}) \frac{a_2}{h} \quad 804$$

gdy zaś według wzoru 244.  $\nu \sigma''_{bd} = \sigma_{ed}$ ,  $\nu \sigma'''_{bd} = \sigma'_{ed}$ , więc ostatecznie

$$\sigma_{ed} = \nu \left[ \sigma'_{bd} + (\sigma_{bd} - \sigma'_{bd}) \frac{h - a_1}{h} \right] \quad 805$$

$$\sigma'_{ed} = \nu \left[ \sigma'_{bd} + (\sigma_{bd} - \sigma'_{bd}) \frac{a_2}{h} \right] \quad 806$$

Wreszcie z podobieństwa trójkątów  $A_1 C_2 A_2 \sim C_1 C_2 C'_1$  będzie  $\frac{\sigma_{bd}}{\sigma'_{bd}} = \frac{x}{x - h}$ , stad  $\sigma_{bd} x - \sigma_{bd} h = \sigma'_{bd} x$ , ostatecznie odległość linii zerowej  $OO_1$  od krawędzi  $AG$  przekroju

$$x = \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{bd} - \sigma'_{bd}} \cdot h \quad 807$$

Warunkiem wytrzymałości ekscentrycznie obciążonych słupów względnie członów ciśnionych jest w niniejszym przypadku, by natężenie ciskające  $\sigma_{bd}$  nie było większe od dopuszczalnego w myśl poz. 1. w § 6. instrukcji dla ekscentrycznych obciążeń natężenia ciskającego  $s_{bd}$ ; musi być zatem  $\sigma_{bd} \leq s_{bd}$ , albo też odnośnie do równanie 801.:

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_i} \left( 1 + \frac{y}{e_1} \right) \leq s_{bd} \quad 808$$

a stąd dalej musi być obciążenie ekscentryczne za uwzględnieniem wartości z wzoru 797.

$$P \leq P' = F_i s_{bd} \frac{e_1}{e_1 + y} = F_i s_{bd} \cdot \frac{i^2}{i^2 + y x_1} \quad 809$$

Wreszcie odnośnie do poz. 5. w § 6. instrukcji obciążenie  $P_e$  (względnie siła udźwigu) ekscentrycznie ciśnionego słupa, względnie członu ciśnionego nie powinno być większe od pomyślanego centrycznego obciążenia, względnie udźwigu  $P_{eu}$  tego samego słupa, jakie wynikłoby z dopuszczalnego w betonie natężenia dla centrycznego ciśnienia według poz. 1. i 4. zacytowanego paragrafu. Wobec tego musi tu być

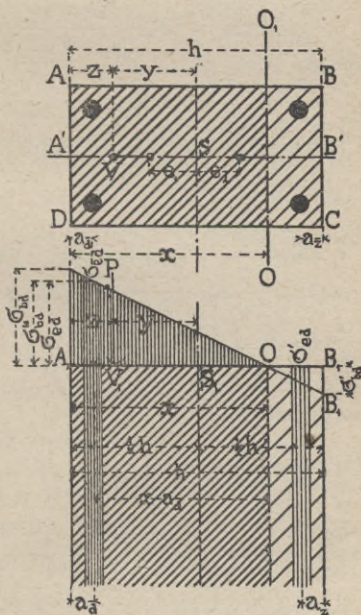
$$P_e \leq P_{eu} = F_i s_{cbd} \quad 810$$

Zresztą jak poprzednio tak i tu nie dają się bezpośrednio obliczyć rozmiary przekroju słupa względnie członu ciśnionego, lecz trzeba je próbnie przyjmować i badać, czy natężenia nie przekraczają dopuszczalnej miary.

2. Jeżeli  $y > e_1$  względnie  $y > e_2$ , czyli gdy  $x_0 < x_2$  i w przekroju występują natężenia ciskające i ciągnące.

Wobec tego, że wzory poprzednie nie dadzą się w niniejszym przypadku zastosować, zachodzi potrzeba wyprowadzenia innych wzorów właściwych, w którym to celu oprzeć się na dwu

Rysunek 118. i 119.





znanych warunkach równowagi statycznej, a mianowicie na równaniu sił i na równaniu momentów sił.

Odnosnie zatem do rys. 118. i 119. otrzymujemy równanie sił

$$P = D_b + D_e - Z_e \quad 811$$

gdzie  $P$  jest zewnętrzna siła ekscentryczna, mająca swój punkt zaczepienia  $V$  w odstępzie  $z$  od krawędzi najwięcej ciśnionej  $AD$  przekroju, który to odstęp będzie zawsze dodatni, jak długo punkt zaczepienia leżeć będzie w obrębie przekroju, — siły wewnętrzne:

$D_b = F_{bd} \cdot \frac{\sigma_{bd}}{2}$  jest wypadkową nateżeń ciskających w betonie,  $D_e = F_{ed} \sigma_{ed}$  wypadkowa nateżeń w żelazie wkładek ciśnionych,  $Z_e = F_{ez} \sigma_{ez}$  wypadkowa nateżeń ciągnących w żelazie wkładek ciągnionych; zresztą  $F_{bd}$ ,  $F_{ed}$ ,  $F_{ez}$  są znane z poprzedniej treści oznaczenia przekrojów.

Po podstawieniu tych wartości sił wewnętrznych w równanie 811.

$P = F_{bd} \frac{\sigma_{bd}}{2} + F_{ed} \sigma_{ed} - F_{ez} \sigma_{ez}$ , i po wyrażeniu  $\sigma_{ed}$  i  $\sigma_{ez}$  przez  $\sigma_{bd}$  za pomocą wzorów 260. i 351., oraz  $F_{bd} = b x$ , otrzymujemy

$$P = \frac{1}{2} b x \sigma_{bd} + \nu F_{ed} \cdot \frac{x - ad}{x} \cdot \sigma_{bd} - \nu F_{ez} \cdot \frac{h - a_z - x}{x} \cdot \sigma_{bd} \quad 812$$

a stąd

$$\frac{P x}{\sigma_{bd}} = \frac{1}{2} b x^2 + \nu F_{ed} (x - ad) - \nu F_{ez} (h - a_z - x) = S_{ix} \quad 813$$

Równanie zaś momentów sił względem linii zerowej  $OO_1$   $P(x - z) = D_b \cdot \frac{2}{3} x + D_e \cdot (x - ad) + Z_e \cdot (h - a_z - x)$ , a odnośnie do równania 812.  $P(x - z) = \frac{1}{2} b x \cdot \frac{2}{3} x \sigma_{bd} + \nu F_{ed} \frac{x - ad}{x} (x - ad) \sigma_{bd} + \nu F_{ez} \frac{h - a_z - x}{x} (h - a_z - x) \sigma_{bd}$ , stąd

$$\frac{P x}{\sigma_{bd}} (x - z) = \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ed} (x - ad)^2 + \nu F_{ez} (h - a_z - x)^2 = J_{ix} \quad 814$$

Prawa strona równania 813. jest sumą momentów statycznych biorąc na ogół

$$S_{ix} = S_{bd} + \nu S_{ed} - \nu S_{ez} \quad 815$$

względem linii zerowej, tyczących się idealnej powierzchni przekroju

$$F_i = F_{bd} + \nu F_{ed} + \nu F_{ez} \quad 816$$

a prawa strona równania 814. jest sumą momentów bezwładności tej samej idealnej powierzchni  $F_i$ , względem linii zerowej, a mianowicie

$$J_{ix} = J_{bd} + \nu J_{ed} + \nu J_{ez} \quad 817$$

Ponieważ wszystko to, co wyrażają wyżej wzory 813. i 814. w odniesieniu do przekroju prostokątnego, w rys. 118. uwidoczni-

nego, daje się tak samo wykazać i co do innych ekscentrycznie obciążonych słupów, względnie członów ciśnionych o przekrojach dowolnej postaci, więc też można wyrazić oba te wzory w następującej postaci ogólnej:

$$\frac{Px}{\sigma_{bd}} = S_{ix} \quad 818$$

$$\frac{Px}{\sigma_{bd}} (x-z) = J_{ix} \quad 819$$

Podzieliwszy równanie 819. przez 818. otrzymujemy równanie

$$x-z = \frac{J_{ix}}{S_{ix}} \quad 820$$

z którego daje się obliczyć odstęp  $x$  linii zerowej od krawędzi przekroju najbardziej ciśnionej.

Wreszcie z wzorów 618. i 619. wynika największe natężenie ciskące w betonie

$$\sigma_{bd} = \frac{Px}{S_{ix}} = \frac{Px(x-z)}{J_{ix}} \quad 821$$

a według wzorów 260. i 351. natężenie ciskące i ciągnące w żelazie

$$\sigma_{ed} = \nu \frac{x-a_d}{x} \cdot \sigma_{bd} \quad 822$$

$$\sigma_{ez} = \nu \frac{h-a_z-x}{x} \cdot \sigma_{bd} \quad 823$$

Podnieść należy, że miarą dopuszczalnej siły udźwigu  $P_u$  ma być zawsze w niniejszym przypadku dopuszczalne pod poz. 1. w § 6. instrukcji natężenie ciskące  $\sigma_{bd}$ , i że występujące równocześnie w żelazie wkładek natężenie ciągnące pozostaje zawsze niżej dopuszczalnej granicy, wobec czego niema potrzeby obliczania jego wielkości.

Zręsztą z równania 821. wynika

$$P = \frac{S_{ix}}{x} \sigma_{bd} = \frac{J_{ix}}{x(x-z)} \sigma_{bd} \quad 824$$

a jako warunek wytrzymałości musi być  $\sigma_{bd} \leq \sigma_{bd}$ , czyli

$$\frac{Px}{S_{ix}} = \frac{Px(x-z)}{J_{ix}} \leq \sigma_{bd} \quad 825$$

stąd musi być także obciążenie projektowane, względnie obliczone

$$P \leq \frac{S_{ix}}{x} \sigma_{bd} = \frac{J_{ix}}{x(x-z)} \sigma_{bd} = P_u \quad 825a$$

gdzie  $P_u$  jest dopuszczalna siła udźwigu w niniejszym przypadku. Wprawdzie z poz. 5. w § 6. instrukcji wynikałoby, że i tu obowiązuje zgodnie z wzorem 810. dopuszczalna siła udźwigu  $P_u = F_i \sigma_{cbd}$ , jest to jednak tylko pozorne; gdyż postanowienie to sto-

suje się jedynie do tych przypadków ekscentrycznego obciążenia, w których punkt zaczepienia siły wpada jeszcze w obręb dalekości rdzenia przekroju, co oznacza, iż w całym przekroju słupa występuje natężenie ciśnące, a w niniejszym przypadku rzecz się ma wręcz przeciwnie.

Dla przekroju prostokątnego, uwidocznionego w rys. 118., powyższe wzory ogólne przybiorą następującą postać szczegółową.

Po podstawieniu wartości szczegółowej za  $S_{ix}$ , oraz  $J_{ix}$ , odpowiadającej przekrojowi prostokątnemu według równań 813. i 814. w równanie 820., otrzymujemy

$$\begin{aligned} (x-z) S_{ix} &= J_{ix}, \text{ stąd } x \left[ \frac{1}{2} b x^2 + \nu F_{ed}(x-a_d) - \nu F_{ez}(h-a_z-x) \right] - \\ &- z \left[ \frac{1}{2} b x^2 + \nu F_{ed}(x-a_d) - \nu F_{ez}(h-a_z-x) \right] = \\ &= \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_{ed}(x-a_d)^2 + \nu F_{ez}(h-a_z-x)^2, \\ \frac{1}{6} b x^3 - \frac{1}{2} b z x^2 + [\nu F_{ed}(a_d-z) + \nu F_{ez}(h-a_z-z)] x &= \\ &= \nu F_{ed}(a_d^2 - a_d z) + \nu F_{ez}[(h-a_z)^2 - (h-a_z)z], \end{aligned}$$

ostatecznie

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} b x^3 - \frac{1}{2} b z x^2 + [\nu F_{ed}(a_d-z) + \nu F_{ez}(h-a_z-z)] x &= \\ &= \nu F_{ed} a_d (a_d - z) + \nu F_{ez} (h - a_z) (h - a_z - z) \end{aligned} \quad 826$$

Dla  $F_{ed} = F_{ez} = F_e$ , oraz  $a_d = a_z = a$ , a wreszcie po podzieleniu przez  $\nu F_e$  obu stron równania będzie

$$\frac{b}{6 \nu F_e} x^3 - \frac{b z}{2 \nu F_e} x^2 + (h-2z)x = 2a^2 + h^2 - h(2a+z) \quad 827$$

Z równania 826. względnie 827. oblicza się odstęp  $x$  linii zerowej od krawędzi najbardziej, ciśnionej  $DA$  przekroju, poczem na tej podstawie z równań 821. do 825. a dochodzi się do wniosków co do wytrzymałości słupa, względnie członu ciśnionego ekscentrycznie o przyjętych rozmiarach przekroju.

Równania zresztą 826. i 827. jako trzeciego stopnia rozwiązuje się najdogodniej zapomocą przyjmowania na  $x$  próbnych wartości.

**34.** Ekscentrycznie obciążone słupy względnie człony ciśnione, których stosunek  $\frac{L}{i} > 60$ , a zatem wyboczenie zagraża.

Jak poprzednio, tak i tu należy przedewszystkiem obliczyć  $\frac{L}{i}$  z pomocą wzorów 688. i 689., a następnie rozróżnić dwa przypadki.

1. Jeżeli  $y \leq e_1$  względnie  $y \leq e_2$ , czyli jeżeli  $x_0 > x_2$  i w całym przekroju panuje natężenie cisnące.

Cały sposób obliczenia statycznego przedstawiony wyżej wzorami 796. do 810. w ustępie 33. pod poz. 1. (str. 1381.) stosuje się ściśle także i do niniejszego przypadku z tą tylko różnicą, że w myśl poz. 4. b w § 6. instrukcji należy w poszczególnione właśnie wzory odnośne — w miejsce dopuszczalnego natężenia cisnącego  $s_{bd}$  — wstawić jako dopuszczalne natężenie wyboczające

$$s_{bdw} = s_{bd} - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F_i} \quad 828$$

gdzie stosownie do zacytowanego postanowienia (poz. 4. a w § 6. instrukcji) wyrażonego wzorem 734.  $\alpha = 1.72 - 0.012 \frac{L}{i}$ , zaś  $\frac{P}{F_i}$  jest natężeniem cisnącem pomyślanego obciążenia centrycznego  $P$ , równającego się odnośnemu obciążeniu ekscentrycznemu; zresztą idealna powierzchnia przekroju  $F_i$  ma tu skład i znaczenie według wzoru 796.

Jako warunek wytrzymałości słupa, względnie członu ciśnionego w niniejszym przypadku musi być największe natężenie cisnące w betonie

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_i} + \frac{P y x_1}{J_i} = \frac{P}{F_i} \left( 1 + \frac{y}{e_1} \right) \leq s_{bd} - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F_i} \quad 829$$

czyli musi być projektowane, względnie obliczone obciążenie ekscentryczne z uwzględnieniem wzoru 801.

$$P \leq F_i s_{bd} \cdot \frac{\alpha e_1}{e_1 + \alpha y} = F_i s_{bd} \cdot \frac{\alpha i^2}{i^2 + \alpha y x_1} \quad 829 a$$

Warunek wyrażony wzorem 810. co do dopuszczalnej siły udźwigu obowiązuje także i tu z tą jednak różnicą, że z powodu zachodzącego niebezpieczeństwa wyboczenia w niniejszym przypadku dopuszczalne natężenie cisnące centrycznie  $s_{cbd}$  w betonie musi ulec zmniejszeniu zapomocą wymnożenia unormowanym współczynnikiem zmniejszającym; dopuszczalna więc siła centrycznego udźwigu będzie

$$P_{cu} = F_i \alpha s_{cbd} \quad 830$$

2. Jeżeli  $y > e_1$  względnie  $y > e_2$ , czyli gdy  $x_0 < x_2$  i w przekroju występują natężenia cisnące i ciągnące.

Wzory 812. do 827. zestawione wyżej do statycznego obliczenia mają i w niniejszym przypadku swoje ściśle zastosowanie z tą tylko

<sup>1</sup> Odnośnie do wzoru 801.

$$\begin{aligned} \frac{P}{F_i} \cdot \frac{e_1 + y}{e_1} &= \frac{P}{F_i} \cdot \frac{i^2 + y x_1}{i^2} \leq s_{bd} - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F_i}, \quad \frac{P}{F_i} \left( \frac{e_1 + y}{e_1} + \frac{1 - \alpha}{\alpha} \right) = \\ &= \frac{P}{F_i} = \left( \frac{i^2 + y x_1}{i^2} + \frac{1 + \alpha}{\alpha} \right) \leq s_{bd}, \quad P \leq F_i s_{bd} \cdot \frac{\alpha e_1}{e_1 + \alpha y} = F_i s_{bd} \cdot \frac{\alpha i^2}{i^2 + \alpha y x_1} \end{aligned}$$

rożnicą, że dopuszczalne natężenie ciskające ekscentrycznie  $s_{bd}$  w betonie musi ulec zmniejszeniu w sposób, wskazany wzorem 828. A więc i w niniejszym przypadku obliczone największe natężenie ciskające w betonie musi odpowiadać warunkowi:

$$\sigma_{bd} \leq s_{bd} - \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F_i} \quad 831$$

gdzie idealna powierzchnia przekroju  $F_i$  ma skład i znaczenie według wzoru 796.

Odnosnie do wzoru 825. a z uwzględnieniem wzoru 828., w którym trzeba w tym razie podstawić  $P = P_u$  będzie

$$P_u = \frac{S_{ix}}{x} \left( s_{bd} - \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P_u}{F_i} \right) = \frac{S_{ix}}{x} s_{bd} - \frac{S_{ix}}{x} \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P_u}{F_i} \quad \text{stad}$$

$$P_u + \frac{S_{ix}}{x} \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P_u}{F_i} = \frac{S_{ix}}{x} s_{bd}, \quad P_u \left( 1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{S_{ix}}{x F_i} \right) = \frac{S_{ix}}{x} s_{bd}$$

ostatecznie dopuszczalna siła udźwigu w niniejszym przypadku

$$P_u = \frac{S_{ix} s_{bd}}{x + \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{S_{ix}}{F_i}} \quad 832$$

Zresztą tak w niniejszym, jakoteż i poprzednim pod poz. 1. zawartym przypadku wyznaczenie bezpośrednio rozmiarów przekroju jest niemożliwe i trzeba w tym celu posługiwać się przyjęciem próbnym odnośnych rozmiarów.

#### PRZYKŁAD XVI.

1. Obliczony w przykładzie XII. (str. 1359.) słup żelbetonowy 2.5 m wysoki, o przekroju  $F_b = 45 \times 25 = 1125 \text{ cm}^2$ , obciążony centrycznie 30000 kg, ma jeszcze dodatkowo dźwigać ciężar 7000 kg, którego punkt zaczepienia jest 20 cm odległy od środka ciężkości przekroju.

Należy stwierdzić statycznym obliczeniem, o ile słup ten będzie w tych warunkach obciążenia wytrzymały.

Dane z przykładu XII.:  $F_i = 1495.215 \text{ cm}^2$ ,  $1.8 F_k = 1112.84 < F_b = 1125 \text{ cm}^2$ ,  $F_{i1} = 1.8 F_k + 15 F_e = 1112.84 + 370.21$ ,  $F_{i2} = 1483.05 \text{ cm}^2$ , najmniejszy moment bezwładności  $J_{in} = 78175.75 \text{ cm}^4$ , ramię najmniejszego momentu bezwładności  $i_n = 7.23 \text{ cm}$ ,  $\frac{L}{i} = 34.58$ , dopuszczalna moc udźwigu słupa  $P_u = 37076.375 \text{ kg} \cong 37076 \text{ kg}$ ,  $F_e = 24.681 \text{ cm}^2$ , ilość wkładek  $n = 6$ .

Wypadkowa pierwotnego i dodanego obecnie obciążenia  $P_e = 30000 + 7000 = 37000 \text{ kg}$ , a odległość  $y$  jej punktu zaczepienia

wynika z równania momentów  $37000 y = 30000 \times 0 + 7000 \times 20 = 140000 \text{ kgcm}$ , stąd  $y = \frac{140000}{37000} = 3.78 \text{ cm}$ ; ponieważ w danym własnie przekroju prostokątnym dalekość rdzenia  $e_1 = e_2 = e$ , oraz  $x_1 = x_2 = \frac{45}{2} = 22.5 \text{ cm}$ .

Moment bezwładności względem osi głównej przekroju krótszej

$$J_i = J_b + \nu J_e = \frac{25 \times 45^3}{12} + 15 \left[ 6 \times \frac{\pi \delta_1^4}{64} + 4 \times \frac{24.681}{6} \times \left( \frac{45 - 2 \times 4.1}{2} \right)^2 \right], \text{ ponieważ } \frac{\pi \delta_1^2}{4} = \frac{F'_e}{6} = \frac{24.68}{6},$$

więc  $\delta_1^2 = \frac{24.68}{6\pi} \cdot 4$ , stąd  $\delta_1^4 = \frac{24.68}{6^2} \cdot \frac{4^2}{\pi^2}$ , będzie więc

$$J_i = 189843.75 + 15 \left[ 6 \times \frac{\pi}{64} \times \frac{24.681}{6^2} \cdot \frac{16}{\pi^2} \times \frac{2 \times 24.68}{3} \times 18.4^2 \right] = 189843.75 + 15 [8.07933 + 5570.44] = 189843.75 + 83677.8, \\ J_i = 273521.55 \text{ cm}^4.$$

Ponieważ ramię tego momentu bezwładności  $i = \sqrt{\frac{J_i}{F_i}}$ , więc

$$i^2 = \frac{J_i}{F_i} = \frac{273521.55}{1495.215} = 182.93, \text{ stąd dalekość rdzenia według wzoru 797.} \\ e_1 = \frac{i^2}{x_1} = \frac{182.93}{22.50} \cong 8.13 \text{ cm},$$

z czego okazuje się, że odstęp punktu zaczepienia wypadkowej siły obciążenia od środka ciężkości przekroju  $y = 3.78 \text{ cm} < e = 8.13 \text{ cm}$  i że w całym przekroju zapanuje nateżenie cisnące; gdy zaś nadto obliczony w przykładzie XII. stosunek  $\frac{L}{i} = 34.58 < 60$ , i wybochenie słupa jest wykluczone, więc według wzoru 801. największe nateżenie cisnące krawężne

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_i} \left( 1 + \frac{y}{e_1} \right) = \frac{37000}{1483.05} \left( 1 + \frac{3.78}{8.13} \right) = 24.9485 (1 + 0.4649) \cong 36.55 \text{ kg/cm}^2;$$

największe to zatem nateżenie jest mniejsze od dopuszczalnego  $\sigma_{bd} = 37 \text{ kg/cm}^2$ , to jest:  $\sigma_{bd} = 36.55 \text{ kg/cm}^2 < \sigma_{bd} = 37 \text{ kg/cm}^2$ ; nadto według wzoru 809.

$$P_e = 37000 \text{ kg} < P' = 1483.05 \times 37 \times \frac{8.13}{8.13 + 3.78} = 1483.05 \times 37 \times 0.6826 = 37456.21 \text{ kg}.$$

Wreszcie według wzoru 810. dopuszczalna siła udźwigu  $P_{cu} = F'_i \sigma_{cbd} = 1483.05 \times 25 = 37076.25 \text{ kg}$  jest większa od projektowanego obciążenia  $P_e = 37000 \text{ kg}$ .

Śłup nasz odpowiada wobec tego wszelkim unormowanym warunkom odnośnym i jest do zamierzonego celu dostatecznie wytrzymały.

2. Gdyby wszakże śłup powyższy przyszło zastosować na wolną wysokość  $L = 5 m$  ze ścisłym pozostawieniem tych samych danych i warunków obciążenia, to zachodzi pytanie, jak wielką byłaby moc udźwigu śłupa.

Przedewszystkiem należy w tym razie wyznaczyć stosunek wyboeczności, a mianowicie:  $\frac{L}{i} = \frac{5}{7.53} \times 100 = 66.40 > 60$ ; zachodzi zatem niebezpieczeństwo wyboeczenia; a gdy punkt zaczepienia siły  $P_e$  wpada w obręb rdzenia przekroju, gdyż według poprzedniego obliczenia  $y = 3.78 < e_1 = 8.13 cm$ , więc i tym razem zapanuje w całym przekroju nateżenie cisnące.

Według wzoru 829. a musi być obciążenie śłupa

$$P \leq F_i s_{bd} \cdot \frac{\alpha e_1}{e_1 + \alpha y},$$

gdzie według wzoru 734.

$$\alpha = 1.72 - 0.012 \frac{L}{i} = 1.72 - 0.012 \times 66.4, \quad \alpha = 0.9232,$$

stad

$$P \leq 1483.05 \times 37 \times \frac{0.9232 \times 8.13}{8.13 + 0.9232 \times 3.78} = 1483.05 \times 37 \times 0.6459,$$

$$P \leq 1483.05 \times 23.8983, \text{ ostatecznie musi być } P \leq 35442.37 kg.$$

Z tem wszystkiem zresztą rzeczywiste obciążenie ekscentryczne śłupa nie powinno przekraczać dopuszczalnej mocy udźwigu śłupa, wynikającej z wzoru 830.

$$P_{cu} = F_i \alpha s_{cbd} = 1483.05 \times 0.9232 \times 25 = 1483.05 \times 23.08,$$

$$P_{cu} = 34228.79 kg, \text{ to jest musi być } P \leq 34228.79 kg.$$

3. Przypuśćmy nakoniec, że obciążenie ekscentryczne śłupa wyżej obliczonego ma punkt zaczepienia w odstępnie  $y = 15 cm$  od środka ciężkości przekroju, to ponieważ w tym razie dalekość rdzenia  $e_1$ , oraz stosunek  $\frac{L}{i}$  pozostaną niezmiennione, jako zależne wyłącznie od przekroju, który pozostał także niezmienniony, więc  $y = 15 > e_1 = 8.13 cm$ , zaczem wystąpią w przekroju nateżenia cisnące i ciągnące; wreszcie także pamiętać trzeba, że i wyboeczenie nie jest wykluczone z powodu, iż  $\frac{L}{i} = 66.4 > 60$ . Zachodzi zatem pytanie, jak wielką jest siła czyli moc udźwigu śłupa w tych warunkach ekscentrycznego obciążenia.

Tu trzeba przedewszystkiem wyznaczyć odstęp  $x$  linii zerowej od krawędzi przekroju najbardziej ciśnionej, co najdogodniej da się

przeprowadzić zapomocą podstawiania próbných wartości za  $x$  w równanie 827. jako równanie trzeciego stopnia, a mianowicie:

$$\frac{b}{6 \nu F_e} x^3 - \frac{b z}{2 \nu F_e} x^2 + (h - 2 z) x = 2 a^2 + h^2 - h(2 a + z),$$

które po podstawieniu wartości:

$$b = 25 \text{ cm}, \nu = 15, F_e = F'_e = 24.68 \text{ cm}^2, z = \frac{45}{2} - 15 = 7.5 \text{ cm}, \\ h = 45 \text{ cm}, a = 4.10 \text{ cm}, \text{ będzie}$$

$$\frac{25}{6 \times 15 \times 24.68} x^3 - \frac{25 \times 7.5}{2 \times 15 \times 24.68} x^2 + (45 - 2 \times 7.5) = \\ = 2 \times 4.1^2 + 45^2 - 45(2 \times 4.10 + 7.5) \\ x^3 - 22.5 x^2 + 2665.44 x = 120133.16.$$

Po kolejnem wstawianiu próbných wartości  $x = 38, 37.3, 37.323$  itd. dochodzimy do wyniku, że wartością  $x = 37.323466$  daje się sprawdzić równanie, a mianowicie

$$51993.12 - 31343.42 + 99483.46 = 120133.16.$$

Moment statyczny według równania 813.

$$S_{ix} = \frac{1}{2} b x^2 + \nu F_{ed} (x - a_d) - \nu F_{ez} (h - a_z - x)$$

a po podstawieniu wartości za  $x$ , oraz odnośnie do rysunku 118. i innych danych:

$$F_{ed} = 4 \cdot \frac{F'_e}{6} = \frac{2}{3} \times 24.681 = 16.454 \text{ cm}^2,$$

ze wspólnym środkiem ciężkości

$$a_d = a_o = 4.10 + \frac{0.5 \times 45 - 4.10}{2} = 13.30 \text{ cm}, a_z = 4.10 \text{ cm},$$

$$F_{ez} = 2 \times \frac{F'_e}{6} = \frac{24.681}{3} = 8.227 \text{ cm}^2,$$

otrzymujemy

$$S_{ix} = \frac{1}{2} \times 25 \times 37.323466^2 + 15 \times 16.454 (37.323466 - 13.3) - \\ - 15 \times 8.227 (45 - 4.10 - 37.323466) = 17413 + 5929.2316 - \\ - 441.3622 = 22900.8694, \text{ okrągło } S_{ix} = 22900.87.$$

Według wzoru 832. dopuszczalna moc czyli siła udźwigu słupa po podstawieniu obliczonych poprzednio danych

$$a = 0.9232, F'_i = 1483.05 \text{ cm}^2 = F_i,$$

$$P_u = \frac{S_{ix} s_{bd}}{x + \frac{1-a}{a} \cdot \frac{S_{ix}}{F_i}} = \frac{22900.87 \times 37}{37.323466 - \frac{1-0.9232}{0.9232} \cdot \frac{22900.87}{1483.05}} = \\ = \frac{847332.19}{37.323466 + 0.083189 \times 15.441738} \\ P_u = \frac{847332.19}{38.61} = 21945.93 \text{ kg}.$$



Nasz słup zatem w niniejszych warunkach obciążenia byłby w stanie wytrzymać tylko obciążenie nie większe niż 21946 kg.

**35.** Ekscentrycznie obciążone słupy, względnie członki ciśnione z żelbetonu spowitego, których stosunek  $\frac{L}{i} < 60$ , a zatem wyboeczenie wykluczone.

W obliczeniu statycznym należy przedewszystkiem uwzględnić przepisane w instrukcji dla betonu spowitego warunki, a wyrażone wzorami **739.** do **763.**

1. Jeżeli  $y \geq e_1$ , względnie  $y \leq e_2$ , czyli  $x_0 > x_2$  i w całym przekroju panuje natężenie ciśnające.

Do obliczenia stosunku wyboeczalności  $\frac{L}{i}$  należy także i w niniejszym przypadku użyć wzorów **688.** i **689.**

Obliczenie statyczne w niniejszym przypadku obciążenia przeprowadza się na podstawie wzorów **796.** do **810.** w podpodziale 33. (str. 1381.) zestawionych dla ekscentrycznie obciążonych słupów, względnie członów ciśnionych, niespowitych, z tą tylko różnicą, że w myśl poz. 19. w § 5. instrukcji — celem obliczenia pierwszej części składowej natężenia ciśnającego, wywołanego pomyślaną siłą centryczną  $P$  — należy we wzór **794.** zamiast  $F_i$  wprowadzić idealną powierzchnię przekroju spowitego  $F_{is}$ , określoną wzorem **739.**, względnie **740.** do **743.**, ze ścisłym zachowaniem granic co do wielkości wkładek, unormowanych pod poz. 18. w § 5. instrukcji; natomiast do wyznaczenia drugiej części składowej natężenia, wywołanej momentem zgięcia  $P y$  (wzór **794.**) nie należy brać w rachubę śrubowych wkładek, tworzących spowicie, lecz pozostawić wielkość tej części składowej natężenia tak, jak ją wzór **794.** oblicza, t. j. pozostawić niezmiennym moment bezwładności  $J_i$ , odnoszący się do idealnej powierzchni  $F_i$  przekroju, określonej wzorem **796.** po myśli poz. 8. d) w § 5. instrukcji.

Stosownie zatem do tych uwag wzory **794.** i **795.** do obliczenia największego i najmniejszego natężenia krawężnego ciśnającego ulegną następującej zmianie

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_{is}} + \frac{P y x_1}{J_i} = \frac{P}{F_{is}} \left( 1 + \frac{F_{is} y x_1}{J_i} \right) \quad 833$$

$$\sigma'_{bd} = \frac{P}{F_{is}} - \frac{P y x_2}{J_i} = \frac{P}{F_{is}} \left( 1 - \frac{F_{is} y x_2}{J_i} \right) \quad 833 a$$

Można we wzory te wprowadzić także dalekości rdzenia przekroju podobnie, jak to się stało z wzorami **801.** i **802.**, tylko w takim

razie dalekości rdzenne  $e_1$  i  $e_2$  będą miały odmienne wartości, niż z odnośnych wzorów 797. i 798. wynika, gdyż tym razem zamiast

$e_1 = \frac{J_i}{F_i x_1}$ , względnie  $e_2 = \frac{J_i}{F_i x_2}$ , otrzymamy odnośnie do wzorów 833.

i 833. a

$$e_{1*} = \frac{J_i}{F_{is} x_1} = \frac{i_s^2}{x_1} \quad 834$$

$$e_{2*} = \frac{J_i}{F_{is} x_2} = \frac{i_s^2}{x_2} \quad 834 \text{ a}$$

gdzie

$$i_s = \sqrt{\frac{J_i}{F_{is}}} \quad 835$$

Wartość tych obu dalekości rdzennych różni się od poprzednich zwykłych zresztą tem, że w skład ich wchodzi dwojaki idealne powierzchnie przekroju, a mianowicie  $F_i$ , oraz  $F_{is}$ ; po podstawieniu tych dalekości rdzennych otrzymamy natężenia krawężne

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_{is}} \left( 1 + \frac{y}{e_{1*}} \right) \quad 836$$

$$\sigma'_{bd} = \frac{P}{F_{is}} \left( 1 - \frac{y}{e_{2*}} \right) \quad 836 \text{ a}$$

Warunkiem wytrzymałości słupa w niniejszym przypadku obciążenia musi być, by obliczone największe krawężne natężenie cisnące

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_{is}} \left( 1 + \frac{F_{is} y x_1}{J_i} \right) = \frac{P}{F_{is}} \left( 1 + \frac{y}{e_{1*}} \right) \leq \sigma_{bd} \quad 837$$

albo by projektowane obciążenie  $P$  słupa nie było większe od tej siły  $P'$ , jaka wyniknie z tego wzoru 837., jeżeli w miejsce  $\sigma_{bd}$  wstawi się dopuszczalne natężenie cisnące ekscentryczne  $\sigma_{bd}$ , unormowane pod poz. 1. w § 6. instrukcji, a mianowicie by

$$P \leq P' = \frac{F_{is} \sigma_{bd}}{1 + \frac{F_{is} y x_1}{J_i}} = F_{is} \sigma_{bd} \cdot \frac{e_{1*}}{e_{1*} + y} = F_{is} \sigma_{bd} \cdot \frac{i_s^2}{i_s^2 + y x_1} \quad 837 \text{ a}$$

Wreszcie odnośnie do przepisane go warunku, wyrażonego wzorem 810., dopuszczalny centryczny udźwig słupa żelbetonowego spowitego, względnie członu ciśnionego w niniejszym przypadku

$$P_{cu} = F_{is} \sigma_{cbd} \quad 838$$

od którego projektowane obciążenie  $P$  nie powinno być większe.

2. Jeżeli  $y > e_1$ , względnie  $y > e_2$ , czyli gdy  $x_0 < x_2$  i w przekroju występują natężenia cisnące i ciągnące.

Odnośnie do końcowego warunku pod poz. 19. w § 5. instrukcji należy człony i słupy w ten sposób centrycznie obciążone obliczać bez uwzględnienia spowicia; a zatem użycie idealnej powierzchni

przekroju  $F_{is}$  jest tu niedopuszczalne, wobec czego trzeba zastosować wzory 815. do 827.

Do obliczenia stosunku wyboeczalności  $\frac{L}{i}$  należy i tu zastosować wzory 688. i 689.; zresztą warunek co do dopuszczalnej mocy udźwigu słupa, zastrzeżony pod poz. 5. w § 6. instrukcji, a wyrażony wzorem 838. niema w niniejszym przypadku zastosowania.

**36.** Ekscentrycznie obciążone słupy, względnie członki ciśnione z żelbetonu spowitego, których stosunek  $\frac{L}{i} > 60$ , a zatem zachodzi niebezpieczeństwo wyboeczenia.

Obliczenie statyczne na ogół biorąc niewiele się różni tu od sposobu obliczenia ekscentrycznie obciążonych, niespowitych słupów, względnie członków ciśnionych żelbetonowych, przedstawionych wzorami 828. do 832. w podpodziale 34. (str. 1386.).

Do obliczenia zresztą stosunku wyboeczalności  $\frac{L}{i}$  służą i tu wzory 688. i 689.

1. Jeżeli  $y \leq e_1$ , względnie  $y \leq e_2$ , czyli gdy  $x_0 > x_2$  i w całym przekroju panuje natężenie ciśnające.

Jako unormowane dopuszczalne natężenie ekscentrycznie ciśnające, wyboeczające jest tu analogicznie do wzoru 828.

$$s'_{bdw} = s_{bd} - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F_{is}} \quad 839$$

Jako warunek wytrzymałości odnośnie do wzoru 837. musi być

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_{is}} + \frac{P y x_1}{J_i} = \frac{P}{F_{is}} \left( 1 + \frac{y}{e_1} \right) \leq s_{bd} - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F_{is}} \quad 840$$

albo odnośnie do wzoru 829. a

$$P \leq F_{is} s_{bd} \cdot \frac{\alpha e_1}{e_1 + \alpha y} = F_{is} s_{bd} \cdot \frac{\alpha i^2}{i^2 + \alpha y x_1} \quad 840 a$$

Wreszcie dopuszczalna siła czyli moc udźwigu odnośnie do wzoru 830.

$$P_u = F_{is} \alpha s_{cbd} \quad 841$$

2. Jeżeli  $y > e_1$ , względnie  $y > e_2$ , czyli gdy  $x_0 < x_2$  i w przekroju występują natężenia ciśnające i ciągnące.

Do wyznaczenia położenia linii zerowej i krawężnego natężenia ciśnającego  $\sigma_{bd}$  służą tu wzory 820. i 821.; dopuszczalne natężenie wyboeczające oblicza się ściśle według wzoru 839., a wreszcie dopuszczalna moc udźwigu odnośnie do wzoru 832.

$$P_u = \frac{S_{ix} s_{bd}}{x + \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{S_{ix}}{F_{is}}} \quad 842$$

natomiast warunek przepisany i wyrażony wzorem 841. niema tu swego zastosowania.

### 37. Uwagi końcowe.

W obliczaniu statycznym ekscentrycznie obciążonych słupów, względnie członów ciśnionych wystarcza obliczenie największego natężenia ciśnącego w tej krawędzi przekroju, która leży po stronie ekscentrycznego wychylenia siły ciśnącej. Wyboeczność wkładek podłużnych samych dla siebie należy i tu obliczać na podstawie wzorów 768. do 788. a w podpodziale 30. (str. 1371.) zestawionych.

Wreszcie co do wytrzymałości na ścieranie i na przyrzepność obowiązuja zasady i wzory 789. do 793. w podpodziale 31. (str. 1377.).

## VIII. Zespoły żelbetonowe statycznie niewyznaczalne.

### 1. Płyta z krzyżującymi się wkładkami ze wszęch stron podparta.

#### 38. Uwagi ogólne.

Pozycje 6. i 13. w § 5. instrukcji normują sposób obliczenia płyty betonowej z krzyżującymi się wkładkami żelaznemi podpartej ze wszystkich stron wolno, lub z naprężeniem.

Jeżeli płyta taka jest prostokątna, podparta na teoretyczną czyli statyczną rozpiętość  $a$  swej szerokości, oraz na rozpiętość  $b$  swej długości, zaś  $Q$  jest całkowitem jej obciążeniem odosobnionem, jednostajnem lub jakkolwiek zresztą złożonem, to — stosownie do zacytowanego właśnie postanowienia — obliczenie statyczne należy odnieść do dwu pomyślanych płyt  $A$  i  $B$ , z których płyta  $A$ , z dwu stron tylko podparta na rozpiętość  $a$ , jest obciążona stosunkowo zmniejszonym ciężarem

$$Q_a = \frac{b^2}{k a^2 + b^2} \cdot Q = \alpha Q = \alpha q a b \quad 843$$

zaś druga płyta  $B$  tak samo podparta na rozpiętość  $b$  jest obciążona stosunkowo zmniejszonym ciężarem

$$Q_b = \frac{k a^2}{k a^2 + b^2} \cdot Q = \beta Q = \beta q a b \quad 844$$

gdzie  $q$  jest całkowitem obciążeniem 1  $m^2$  płyty, jeżeli  $Q$  jest obciążeniem jednostajnem.

Po zsumowaniu obu tych równań wynika

$$Q_a + Q_b = (\alpha + \beta) Q = Q = q a b \quad 845$$

zaczem suma współczynników rozdzielczych

$$\alpha + \beta = 1 \quad 846$$

We wzorach wyżej przedstawionych  $k$  jest stosunkiem przekroju  $F_{eb}$  wkładek, równoległych do rozpiętości  $b$ , do zbiorowego przekroju  $F_{ea}$  wkładek, równoległych do rozpiętości  $a$ , w odniesieniu każdego z tych obu przekrojów do  $1\text{ m}$  bieżącego; co do tej liczby stosunkowej przepis postanawia, że powierzchnia któregokolwiek z tych dwu przekrojów nie powinna wynosić mniej niż 30% powierzchni drugiego; musi zatem

$$F_{eb} \geq 0.30 F_{ea} \quad 847$$

względnie

$$F_{eb} \geq 3.33 F_{ea} \quad 848$$

a stąd także i liczba stosunkowa  $k$  musi leżeć między ściśle określonymi granicami, a mianowicie:

$$k = \frac{F_{eb}}{F_{ea}} \geq 0.30, \text{ względnie } k = \frac{F_{eb}}{F_{ea}} \geq 3.33, \text{ czyli musi być} \\ 3.33 \geq k \geq 0.30 \quad 849$$

wreszcie postanawia przepis, że rozpiętość  $b$  nie powinna być większą od drugiej rozpiętości  $a$ , niż 1.5 raza, czyli musi być

$$\frac{b}{a} = n \leq 1.5 \quad 850$$

Po stwierdzeniu, że zastrzeżone i wzorami 848. do 850. wyrażone warunki co do  $k$  i  $n$  zostały ściśle dopełnione, to — w myśl poz. 6. w § 5. instrukcji — należy na podstawie rozkładu obciążenia według wzorów 843. i 844. obliczyć statycznie w pomysłanej płycie  $A$  i  $B$ : siły poprzeczne, oddziaływania podporowe, momenta zgięcia i natężenia. Gdyby się wszakże okazało, iż  $k$  wykracza poza unormowane granice albo  $\frac{b}{a} = n > 1.5$ , to płytę niniejszą należy obliczać tak jedynie, jak gdyby była podparta z dwu stron tylko i to na mniejszą rozpiętość  $a$ .

Szczególnie też przestrzegać należy, aby wzajemne odstępstwa  $e$  wkładek — w myśl poz. 24. w § 5. instrukcji — nie były większe niż 20 cm, to jest że musi być

$$e \leq 20 \text{ cm} \quad 851$$

i gdyby się okazało, że w jednym lub w obu krzyżujących się szeregach wkładek ten warunek nie był spełniony, to należy liczyć płytę statycznie jako z dwu stron tylko podpartą na rozpiętość  $a$ , względnie  $b$ , względnie uważać płytę za nieposiadającą żadnych wkładek policzalnych.

W razie, gdy siła odosobniona  $P$  działa na płytę za pośrednictwem nasypki itp., to w myśl poz. 13. w § 5. instrukcji należy przyjąć, jakoby siła owa działała na pewną powierzchnię płyty jednostajnie, a mianowicie: część jej stosunkowa  $P_a$  na powierzchnię

o rozpiętości  $a$  i szerokości  $b'$  pomyślanej płyty  $A$ , część stosunkowa  $P_b$  na powierzchnię o rozpiętości  $b$  i szerokości  $a'$  pomyślanej płyty  $B$ , obie zaś te szerokości  $b'$  i  $a'$  wyznaczyć ściśle w sposób, wskazany w zacytowanej pozycji instrukcji, — jak to zresztą rysunek 120. uwidocznia.

Celem ułatwienia obliczenia rozdziału całkowitego jednostajnego obciążenia  $Q$ , względnie odosobnionego obciążenia  $P$  na obie pomyślane płyty  $A$  i  $B$  według wzorów 843. i 844., zestawia się niżej „wyciąg z tablicy Nr. 19.” dzieła pp. Haberkalta i Postuvanschitza, zawierającej szczegółowe wartości współczynników rozdzielczych, obliczone według wzorów

$$\alpha = \frac{b^2}{k a^2 + b^2} = \frac{n^2}{k + n^2} \quad 852$$

$$\beta = \frac{k a^2}{k a^2 + b^2} = \frac{k}{k + n^2} = 1 - \alpha. \quad 852 a$$

### Wyciąg z tablicy Nr. 19.

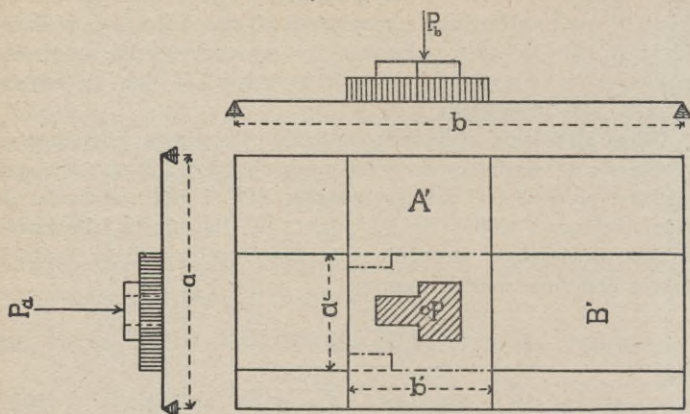
z dzieła pp. Haberkalta i Postuvanschitza.

Stosunek wzajemny												
krzyżujących się wkładki $F_{cb} : F_{ca} = k$	rozpiętości $b : a = n$											
	1		1:10		1:20		1:30		1:40		1:50	
	odnośne współczynniki rozdzielcze											
	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$
0:3	0.769	0.231	0.881	0.119	0.828	0.172	0.850	0.150	0.867	0.133	0.882	0.118
0:5	0.667	0.333	0.708	0.292	0.742	0.258	0.772	0.228	0.797	0.203	0.818	0.181
0:7	0.588	0.412	0.633	0.367	0.673	0.327	0.707	0.293	0.737	0.263	0.763	0.237
0:9	0.526	0.474	0.574	0.426	0.615	0.385	0.652	0.348	0.685	0.315	0.714	0.286
1:0	0.500	0.500	0.547	0.453	0.590	0.410	0.628	0.372	0.662	0.338	0.692	0.308
2:0	0.333	0.667	0.377	0.623	0.418	0.582	0.458	0.542	0.495	0.505	0.530	0.470
2:5	0.286	0.714	0.326	0.674	0.365	0.635	0.403	0.597	0.440	0.560	0.474	0.526
3:0	0.250	0.750	0.287	0.713	0.324	0.676	0.360	0.640	0.396	0.604	0.429	0.571
3:33	0.231	0.769	0.267	0.733	0.302	0.698	0.336	0.664	0.370	0.630	0.403	0.597

Wartości pośrednie współczynników  $\alpha$ ,  $\beta$ , między wartościami  $k$  w kolumnie pierwszej dają się wyznaczyć z dostateczną dokładnością zapomocą prostoliniowej interpolacji (reguły trzech).

**39.** Jednostajnie obciążona prostokątna płyta żelbetonowa z krzyżującymi się wkładkami, o przekroju prostokątnym, podparta wolno na wszystkich czterech bokach.

Rysunek 120.

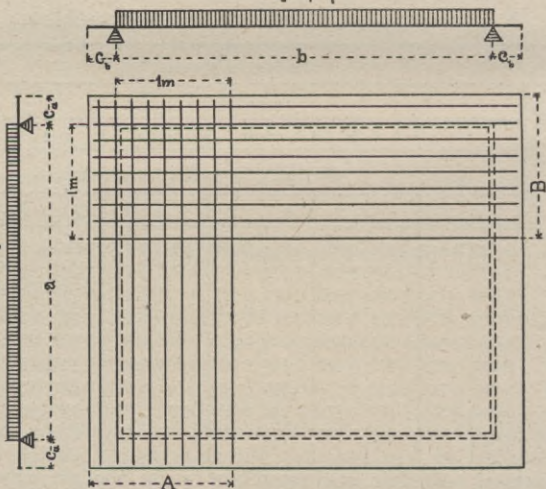


Rysunek 121.

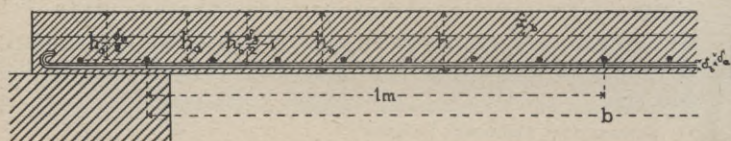
$$Q_s = \beta q$$

Rysunek 122.

$$Q_s = \alpha q$$



Rysunek 123.



Szczegóły płyty tego rodzaju przedstawionej w rysunku 121. do 123. włącznie:  $a$  i  $b$  przyległe rozpiętości, z których  $a < b$ , jednostajne obciążenie całkowite  $q$  na  $1 m^2$ , zbiorowy przekrój poprzeczny  $F_{eb}$  wkładki równoległych do rozpiętości  $b$ ,  $F_{ea}$  wkładki równoległych do rozpiętości  $a$ ,  $\delta_b$  średnica wkładki pomyślanej płyty  $B$  o grubości całkowitej  $h_b$ ,  $\delta_a$  średnica wkładki pomyślanej płyty  $A$  o grubości całkowitej  $h_a$ ; zresztą co do liczb stosunkowych  $k$ ,  $n$  i współczynników  $\alpha$ ,  $\beta$ , oraz odstęp  $e$  wkładki przyjmujemy, że odpowiadają warunkom, wyrażonym wzorami 843. do 852. a.

a) Największy moment zgięcia w *kgcm* pomyślanej płyty  $A$

$$M_a = \frac{100}{8} \cdot \alpha q a^2 = 12.5 \alpha q a^2 \quad 853$$

a stąd odnośnie do równania 297. i 298.

$$M_a = \frac{100}{8} \cdot \alpha q a^2 = 12.5 \alpha q a^2 = \frac{b_1 (h_a - a_a)^2}{C^2} = \frac{F_{ea}^2}{b_1 C_1^2} \quad 854$$

zaś podobnie płyty pomyślanej  $B$

$$M_b = \frac{100}{8} \cdot \beta q b^2 = 12.5 \beta q b^2 = \frac{b_1 (h_b - a_b)^2}{C^2} = \frac{F_{eb}^2}{b_1 C_1^2} \quad 855$$

Z wzorów 854. i 855. otrzymujemy po podstawieniu  $b_1 = 100 \text{ cm}$  całkowite jednostajne obciążenie  $1 m^2$  płyty:

$$q = \frac{M_a}{12.5 \alpha a^2} = \frac{8 (h_a - a_a)^2}{\alpha a C^2} = \frac{8 F_{ea}^2}{10^4 \alpha a^2 C_1^2} = \frac{F_{ea}^2}{1250 \alpha a^2 C_1^2} \quad 856$$

albo też

$$q = \frac{M_b}{12.5 \beta b^2} = \frac{8 (h_b - a_b)^2}{\beta b^2 C^2} = \frac{8 F_{eb}^2}{10^4 \beta b^2 C_1^2} = \frac{F_{eb}^2}{1250 \beta b^2 C_1^2} \quad 857$$

We wzorach tych  $b_1 = 100 \text{ cm}$  jest szerokość policzalna płyty  $A$ , względnie  $B$ ,  $a_a$  i  $a_b$  odstęp środka ciężkości przekroju  $F_{ea}$  i  $F_{eb}$  wkładki od najbardziej ciągniętej krawędzi przekroju poprzecznego płyty, wreszcie  $C$  i  $C_1$  są wartości, wynikające z wzoru 277. i 294., względnie 279. do 290. i 299. do 304.

b) Odstęp  $x$  linii zerowej od najbardziej ciśnionej krawędzi przekroju płyty.

Odnośnie do wzoru 259. odstęp linii zerowej od krawędzi najbardziej ciśnionej przekroju pomyślanej płyty  $A$  po podstawieniu  $\nu = 15$ ,  $b_1 = 100 \text{ cm}$ , oraz innych odnośnych oznaczeń

$$x_a = \frac{15}{100} F_{ea} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{200 (h_a - a_a)}{15 F_{ea}}} \right] \quad 858$$



zaś pomyślanej płyty  $B$

$$x_b = 0.15 F_{cb} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{200(h_b - a_b)}{15 F_{cb}}} \right] \quad 858 \text{ a}$$

gdzie conajmniej

$$a_a = \frac{\delta_a}{2} \quad 859$$

$$a_b = 1 \text{ cm} + \frac{\delta_b}{2} \quad 859 \text{ a}$$

c) Największe natężenie ciśnące w betonie i ciągnące w żelazie wkładek.

Według wzoru 266. po podstawieniu wartości za  $\nu$ ,  $b$ , oraz wartości za  $M_a$ , względnie  $M_b$  z wzoru 854., względnie 855., otrzymujemy: największe natężenie ciśnące w betonie płyty  $A$

$$\begin{aligned} \sigma_{bda} &= \frac{2 M_a}{b_1 x_a \left( h_a - a_a - \frac{x_a}{3} \right)} = \frac{25 \alpha q a^2}{100 x_a \left( h_a - a_a - \frac{x_a}{3} \right)} = \\ &= \frac{\alpha q a^2}{4 x_a \left( h_a - a_a - \frac{x_a}{3} \right)} \end{aligned} \quad 860$$

zaś płyty  $B$

$$\sigma_{bdb} = \frac{\beta q b^2}{4 x_b \left( h_b - a_b - \frac{x_b}{3} \right)} = \frac{2 M_b}{b_1 x_b \left( h_b - a_b - \frac{x_b}{3} \right)} \quad 860 \text{ a}$$

Największe natężenie ciągnące w żelazie wkładek płyt  $A$  i  $B$  według wzorów 272., 853. do 855. po wprowadzeniu odnośnych oznaczeń

$$\sigma_{eza} = \frac{12.5 \alpha q a^2}{F_{ea} \left( h_a - a_a - \frac{x_a}{3} \right)} = \frac{M_a}{F_{ea} \left( h_a - a_a - \frac{x_a}{3} \right)} \quad 861$$

$$\sigma_{ezb} = \frac{12.5 \beta q b^2}{F_{eb} \left( h_b - a_b - \frac{x_b}{3} \right)} = \frac{M_b}{F_{eb} \left( h_b - a_b - \frac{x_b}{3} \right)} \quad 861 \text{ a}$$

d) Rozmiary poprzecznego przekroju pomyślanych płyt  $A$  i  $B$  i ich wkładek żelaznych.

Rozmiary te wynikają z wzorów 279., 281., 283., 285., 287., 289. i 299. do 304. włącznie po podstawieniu wartości za  $M_a$ ,  $M_b$  z wzorów 854. i 855., oraz  $b_1 = 100 \text{ cm}$ , po wprowadzeniu odnośnych oznaczeń i po wykonaniu wskazanych działań cyfrowych, a mianowicie:

$A_1$ ) Rozmiary przekroju pomyślanej płyty  $A$

$\alpha_1$ ) z betonu, złożonego z 470 kg cementu portlandzkiego na 1 m<sup>3</sup> piasku z kamykami o dopuszczalnym natężeniu ciśnieniem  $s_{bd} = 42 \text{ kg/cm}^2$ ,

$\alpha_1$ ) gdy żelazo wkładki spawalne o dopuszczalnym natężeniu ciągnącym  $s_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ :

$$h_a - a_a = 0.36612 \sqrt{\frac{\bar{M}_a}{b_1}} = 0.36612 \sqrt{\frac{12.5}{100} \cdot \alpha q a^2} =$$

$$= 0.36612 \times 0.353553 a \sqrt{\alpha q}$$

$$h_a - a_a = 0.129443 a \sqrt{\alpha q} \quad \mathbf{862}$$

$$F_{ea} = 0.0035176 \sqrt{b_1 M} = 0.0035176 \times 35.3553 a \sqrt{\alpha q} \text{ ostatecznie}$$

$$F_{ea} = 0.124366 a \sqrt{\alpha q} \quad \mathbf{863}$$

$\beta_1$ ) gdy żelazo wkładki zlewne o natężeniu normalnym ciągnącym  $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ :

$$h_a - a_a = 0.132957 a \sqrt{\alpha q} \quad \mathbf{864}$$

$$F_{ea} = 0.107918 a \sqrt{\alpha q} \quad \mathbf{865}$$

$b_1$ ) z betonu, złożonego z 350 kg cementu portlandzkiego na 1 m<sup>3</sup> piasku z kamykami ( $s_{bd} = 37 \text{ kg/cm}^2$ ),

$\alpha_1$ ) gdy żelazo wkładki spawalne ( $s_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ ):

$$h_a - a_a = 0.142457 a \sqrt{\alpha q} \quad \mathbf{866}$$

$$F_{ea} = 0.111694 a \sqrt{\alpha q} \quad \mathbf{867}$$

$\beta_1$ ) gdy żelazo wkładki zlewne ( $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ):

$$h_a - a_a = 0.146587 a \sqrt{\alpha q} \quad \mathbf{868}$$

$$F_{ea} = 0.096789 a \sqrt{\alpha q} \quad \mathbf{869}$$

$c_1$ ) z betonu, złożonego z 280 kg cementu portlandzkiego na 1 m<sup>3</sup> piasku z kamykami ( $s_{bd} = 32 \text{ kg/cm}^2$ ),

$\alpha_1$ ) gdy żelazo wkładki spawalne ( $s_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ ):

$$h_a - a_a = 0.159396 a \sqrt{\alpha q} \quad \mathbf{870}$$

$$F_{ea} = 0.098563 a \sqrt{\alpha q} \quad \mathbf{871}$$

$\beta_1$ ) gdy żelazo wkładki zlewne ( $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ):

$$h_a - a_a = 0.164342 a \sqrt{\alpha q} \quad \mathbf{872}$$

$$F_{ea} = 0.085281 a \sqrt{\alpha q} \quad \mathbf{873}$$

$B_1$ ) Rozmiary przekroju pomyślanej płyty  $B$

$\alpha_1$ ) z betonu, złożonego z 470 kg cementu portlandzkiego na 1 m<sup>3</sup> piasku z kamykami ( $s_{bd} = 42 \text{ kg/cm}^2$ ),

$\alpha_1$ ) gdy żelazo wkładek spawalne ( $s_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ ):

$$h_b - a_b = 0.129443 b \sqrt{\beta q} \quad 874$$

$$F_{eb} = 0.124366 b \sqrt{\beta q} \quad 875$$

$\beta_1$ ) gdy żelazo wkładek zlewne ( $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ):

$$h_b - a_b = 0.132957 b \sqrt{\beta q} \quad 876$$

$$F_{eb} = 0.107918 b \sqrt{\beta q} \quad 877$$

$b_1$ ) z betonu, złożonego z 350  $\text{kg}$  cementu portlandzkiego na 1  $\text{m}^3$  piasku z kamykami ( $s_{bd} = 37 \text{ kg/cm}^2$ ),

$\alpha_1$ ) gdy żelazo wkładek spawalne ( $s_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ ):

$$h_b - a_b = 0.142457 b \sqrt{\beta q} \quad 878$$

$$F_{eb} = 0.111694 b \sqrt{\beta q} \quad 879$$

$\beta_1$ ) gdy żelazo wkładek zlewne ( $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ):

$$h_b - a_b = 0.146587 b \sqrt{\beta q} \quad 880$$

$$F_{eb} = 0.096789 b \sqrt{\beta q} \quad 881$$

$c_1$ ) z betonu, złożonego z 280  $\text{kg}$  cementu portlandzkiego na 1  $\text{m}^3$  piasku z kamykami ( $s_{bd} = 32 \text{ kg/cm}^2$ ),

$\alpha_1$ ) gdy żelazo wkładek spawalne ( $s_{ez} = 900 \text{ kg/cm}^2$ ):

$$h_b - a_b = 0.159396 b \sqrt{\beta q} \quad 882$$

$$F_{eb} = 0.098563 b \sqrt{\beta q} \quad 883$$

$\beta_1$ ) gdy żelazo wkładek zlewne ( $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ):

$$h_b - a_b = 0.164342 b \sqrt{\beta q} \quad 884$$

$$F_{eb} = 0.085281 b \sqrt{\beta q} \quad 885$$

Odnośnie do równania 295. ilość wkładek przypadająca na 1  $\text{m}$  szerokości pomyślanej płyty  $A$  i  $B$

$$m_a = \frac{F_{ea}}{f_{ea}} \quad 886$$

$$m_b = \frac{F_{eb}}{f_{eb}} \quad 887$$

gdzie  $f_{ea}$  i  $f_{eb}$  są przekroje poszczególnych wkładek; z wzoru 296. dalej odstęp wzajemny wkładek, po podstawieniu  $b_1 = 100 \text{ cm}$

$$e_a = 100 \cdot \frac{f_{ea}}{F_{ea}} = \frac{100}{m_a} \quad 888$$

$$e_b = 100 \cdot \frac{f_{eb}}{F_{eb}} = \frac{100}{m_b} \quad 889$$

stąd

$$f_{ea} = \delta_a^2 \cdot \frac{\pi}{4} = e_a \frac{F_{ea}}{100} = \frac{F_{ea}}{m_a} \quad 890$$

$$f_{cb} = \frac{\delta_b^2 \pi}{4} = e_b \cdot \frac{F_{eb}}{100} = \frac{F_{eb}}{m_b} \quad 891$$

$$\delta_a = 1.128377 \sqrt{\frac{F_{ea}}{m_a}} = 1.128377 \sqrt{e_a \frac{F_{ea}}{100}} \quad 892$$

$$\delta_b = 1.128377 \sqrt{\frac{F_{eb}}{m_b}} = 1.128377 \sqrt{e_b \frac{F_{eb}}{100}} \quad 893$$

Wreszcie, jeżeli szerokość jednostronnej podpory w kierunku statycznych rozpiętości  $a$  i  $b$  oznaczymy przez  $c_a$  i  $c_b$ , to objętość betonu projektowanej płyty w metrach sześciennych będzie

$$O_b = \frac{h}{100} (a + 2c_a)(b + 2c_b) \quad 894$$

gdzie  $a$ ,  $b$ ,  $c_a$  i  $c_b$  są liczone w metrach, zaś  $h$  w centymetrach.

Waga zaś wkładek w kilogramach z żelaza spawalnego

$$Q_s = 0.78 (F_{ea} + F_{eb})(a + 2c_a)(b + 2c_b) \quad 895$$

zaś z żelaza zlewego

$$Q_z = 0.785 (F_{ea} + F_{eb})(a + 2c_a)(b + 2c_b) \quad 896$$

gdzie  $F_{ea}$ ,  $F_{eb}$  są liczone w kwadratowych centymetrach,  $b$ ,  $c_a$  i  $c_b$  w metrach.

e) Przebieg obliczenia wogóle.

Mniejszą rozpiętość płyty oznacza się zawsze przez  $a$ , większą przez  $b$ ; związek i przenikanie się wzajemne pomysłanych płyt  $A$  i  $B$  rozumie się w ten sposób, że wkładki żelazne, wchodzące w skład przekroju  $F_{ea}$  pomysłanej płyty  $A$  leżą bezpośrednio na wkładkach, wchodzących w skład przekroju  $F_{eb}$  pomysłanej płyty  $B$ ; dla  $n = \frac{b}{a} = 1$  najodpowiedniejsze granice stosunku

$k = \frac{F_{eb}}{F_{ea}}$  są: 1.3 do 1.5; zaś dla  $n = 1.5$  najodpowiedniejsze  $k = 0.3$ .

Przed rozpoczęciem statycznego obliczenia trzeba przede wszystkim stwierdzić, czy dany, względnie przyjęty stosunek rozpiętości  $a$ ,  $b$ , oraz przekrojów zbiorowych  $F_{ea}$ ,  $F_{eb}$  wkładek pozostaje we właściwych granicach unormowanych, wyrażonych wzorami 847. do 851. Samo zaś obliczenie statyczne może rozpadać na następujące dwa zadania.

1. Dane: rozpiętości  $a$ ,  $b$ , grubość płyty  $h$  i przekroje zbiorowe  $F_{ea}$  i  $F_{eb}$  jej wkładek. W tym razie po wyznaczeniu średnicy  $\delta_a$  i  $\delta_b$  wkładek pomysłanej płyty  $A$  i  $B$  przyjmujemy, że pomysłanej płyty  $B$  grubość równa się danej grubości rzeczywistej płyty, to jest  $h_b = h$ , zaś skuteczna grubość będzie  $h_b - a_b$ , gdzie odstęp środka ciężkości przekroju  $F_{eb}$  od najbardziej ciągnionej krawędzi przekroju płyty  $a_b = 1 + \frac{\delta_b}{2}$

— i zapomocą równania momentu zgięcia 857. obliczamy całkowite obciążenie  $q$  jednego metra kwadratowego rzeczywistej płyty, oraz stosunkowe obciążenie  $\alpha q$  i  $\beta q$  pomyślanej płyty  $A$  i  $B$ . Nakoniec po obliczeniu skutecznej grubości pomyślanej płyty  $A$ :  $h_a - a_a$  gdzie  $a_a = \frac{\delta_a}{2}$  będzie można wyznaczyć natężenia w betonie i żelazie obu płyt pomyślanych w myśl wzorów 858, 858. a, 860. do 861. a oraz wielkość dopuszczalnego całkowitego obciążenia jednostajnego danej płyty.

2. Dane: rozpiętości  $a$ ,  $b$ , oraz całkowite obciążenie jednostajne  $q$  na metr kwadratowy płyty. W tym razie przyjmuje się liczbę stosunkowa  $k$  w granicach unormowanych i na tej podstawie wyznacza się moment zgięcia  $M_a$  i  $M_b$ , skuteczną grubość pomyślanej płyty  $A$  i  $B$ , oraz  $F_{ea}$  według wzorów 854. i 855., 862. do 885., a odnośnie do wzoru 847. względnie 848.  $F_{eb} = k F_{ea}$ ; oblicza według wzorów 860. do 861. a natężenia w betonie i żelazie obu pomyślanych płyt  $A$  i  $B$ , a wynik obliczenia okaże, czy grubość  $h_b$  można uznać za grubość projektowanej płyty lub też czy trzeba ją stosownie zwiększyć.

Ostatecznie grubość rzeczywista projektowanej płyty musi czynić zadosyć warunkowi:

$$h \leq h_b \quad 897$$

### PRZYKŁAD XVII.

1. Nad izbą w świetle 2.85 m szeroką, 4 m długą wykonano z betonu — złożonego z 350 kg cementu portlandzkiego na 1 m<sup>3</sup> piasku z kamykami — płytę 18 cm grubą z krzyżującymi się wkładkami z żelaza spawalnego, krągłymi, pomiędzy którymi wkładki równoległe do szerokości izby mają średnicę po 1.2 cm, a równoległe do długości izby po 1.9 cm; wkładek tych na każdy metr bieżący szerokości, jakoteż i długości płyty przypada po 8. Zachodzi pytanie, jak wielki ciężar całkowity może ta płyta wytrzymać z dostateczną pewnością.

Z danych wyżej wynikają: statyczna rozpiętość  $a = 2.85 + + 2.85 \times 0.05 \cong 3$  m,  $b = 4 \times 1.05 = 4.20$  m, przekrój zbiorowy wkładek, równoległych do rozpiętości  $b$ ,  $F_{eb} = 1.9^2 \frac{\pi}{4} \times 8 = 22.68$  cm<sup>2</sup>,  $F_{ea} = 1.2^2 \times 0.7854 \times 8 \cong 9.05$  cm<sup>2</sup>,  $k = \frac{22.68}{9.05} = 2.5$ ,  $n = \frac{4.2}{3} = 1.4$ , które to obie cyfry stosunkowe leżą w granicach, unormowanych

pod poz. 6. w § 5. instrukcji, i wyrażonych wzorami 849. i 850., wreszcie wzajemny odstęp wkładek według wzoru 888. i 889.

$e_a = e_b = \frac{100}{8} = 12.5 \text{ cm}$ , czyni zatem zadosyć warunkowi, wyrażonemu wzorem 851.

Skuteczna grubość pomyślanej płyty  $A$  będzie  $h_a - a_a$ , zaś płyty  $B$ ,  $h_b - a_b$ , gdzie według wzorów 859., 859. a

$$a_b = 1 + \frac{1.9}{2} \cong 2 \text{ cm}, \quad a_a = \frac{1.2}{2} = 0.6 \text{ cm};$$

gdy zaś tu z natury rzeczy  $h_b = h = 18 \text{ cm}$ , więc  $h_b - a_b = 18 - 2 = 16 \text{ cm}$ .

Stąd odnośnie do wzoru 855. po podstawieniu za  $C^2$ , wartości  $(C_\beta)^2$  z wzoru 284. otrzymujemy moment zgięcia pomyślanej płyty  $B$

$$M_b = \frac{b_1 (h_b - a_b)^2}{(C_\beta)^2} = \frac{100 \times 16^2}{0.16235} = \frac{25600}{0.16235} = 157684.02 \text{ kgcm},$$

z wzoru zaś 857. po podstawieniu za  $\beta$  wartości 0.56 dla  $n = 1.4$  z wyciągu tablicy Nr. 19 będzie obciążenie przypadające na  $1 \text{ m}^2$  płyty

$$q = \frac{M_b}{12.5 \beta b^2} = \frac{157684.02}{12.5 \times 0.56 \times 4.2^2} = \frac{157684.02}{123.48} \cong 1277 \text{ kg}.$$

Moment zgięcia pomyślanej płyty  $A$  według wzoru 853.  $M_a = 12.5 \alpha q a^2$ , gdy zaś odnośnie do wzoru 846.  $\alpha = 1 - \beta = 1 - 0.56 = 0.44$ , więc

$$M_a = 12.5 \times 0.44 \times 1277 \times 3^2 = 63211.5 \text{ kgcm},$$

skuteczna grubość płyty  $A$  według wzoru 866.

$$h_a - a_a = 0.142457 a \sqrt{\alpha q} = 0.142457 \times 3 \sqrt{0.44 \times 1277} = 0.427371 \times 23.704$$

$$h_a - a_a = 10.13 \text{ cm}.$$

Według wzoru 858. i 858. a odstęp linii zerowej przekroju płyty  $A$  i  $B$

$$x_a = 0.15 \times 9.05 \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{200 \times 10.13}{15 \times 9.05}} \right] =$$

$$= 1.3575 [-1 + \sqrt{15.92449355}] = 1.3575 [-1 + 3.9905]$$

$$x_a = 4.06 \text{ cm}.$$

$$x_b = 0.15 \times 22.68 \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{200 \times 16}{15 \times 22.68}} \right] =$$

$$= 3.402 [-1 + \sqrt{10.40623163}] = 7.57 \text{ cm}.$$

Według wzorów 860. i 860. a natężenie cisnące w betonie pomyslanej płyty *A* i *B*

$$\sigma_{bda} = \frac{2 M_a}{100 \times x_a \left( h_a - a_a - \frac{x_a}{3} \right)} = \frac{2 \times 63211.5}{100 \times 4.06 \left( 10.13 - \frac{4.06}{3} \right)} =$$

$$= \frac{1264.23}{35.6334} = 35.48 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{bdb} = \frac{2 \times 157684.02}{100 \times 7.57 \left( 16 - \frac{7.57}{3} \right)} = \frac{3153.6804}{102.018619} = 30.91 \text{ kg/cm}^2$$

natężenia ciągnące w żelazie wkładek według wzorów 861. i 861. a

$$\sigma_{eza} = \frac{63211.5}{9.05 \left( 10.13 - \frac{4.06}{3} \right)} = \frac{63211.5}{79.43} = 795.81 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{ezb} = \frac{157684.02}{22.68 \left( 16 - \frac{7.57}{3} \right)} = \frac{157684.02}{305.651556} = 515.90 \text{ kg/cm}^2.$$

Wreszcie całkowite obciążenie jednostajne projektowanej płyty na podstawie danych i obliczonych

$$Q = 1277 \times 3 \times 4.2 = 16090 \text{ kg}.$$

Gdy zatem obliczone właśnie natężenia cisnące w betonie i ciągnące w żelazie wkładek obu pomyslanych płyt nie przekraczają dopuszczalnej miary, więc płyta dana może wytrzymać z dostateczną pewnością jednostajne obciążenie 16090 kg, jeżeli rzeczywista jej grubość *h* spełni warunek zawarty we wzorze 897.

2. Nad prostokątną izbą w świetle 2.6 m szeroką i 3.13 m długą trzeba wykonać płytę z betonu, zmieszanego z 350 kg cementu portlandzkiego na 1 m<sup>3</sup> piasku z kamykami, z krzyżującymi się wkładkami z żelaza spawalnego, ze wszech stron wolno podpartą; płyta ma stanowić strop magazynowy, obciążony jednostajnie 1200 kg/m<sup>2</sup>. Obliczyć rozmiary przekroju płyty.

Rozpiętości statyczne:  $a = 2.6 \times 1.05 \cong 2.75 \text{ m}$ ,  $b = 3.13 \times 1.05 \cong 3.30 \text{ m}$ ;  $n = \frac{b}{a} = \frac{3.30}{2.75} = 1.2$ , leży zatem w granicy wyrażonej wzorem 850., a przyjąwszy wreszcie  $k = \frac{F_{eb}}{F_{ea}} = 1.6$  w granicach wzoru 849. dopełniamy warunków przepisanych pod poz. 6. w § 5. instrukcji.

Z wzorów 852. i 852. a wynikają współczynniki rozdzielenia

$$\alpha = \frac{3 \cdot 3^2}{1 \cdot 6 \times 2 \cdot 75^2 + 3 \cdot 3^2} = \frac{10 \cdot 89}{22 \cdot 99} = 0 \cdot 4737,$$

$$\beta = \frac{1 \cdot 6 \times 2 \cdot 75^2}{1 \cdot 6 \times 2 \cdot 75 + 3 \cdot 3^2} = \frac{12 \cdot 10}{22 \cdot 99} = 0 \cdot 5263.$$

Według wzoru 866. grubość skuteczna pomyślanej płyty *A*

$$h_a - a_a = 0 \cdot 142457 \times 2 \cdot 75 \sqrt{0 \cdot 4737 \times 1200} = 9 \cdot 34 \text{ cm},$$

zaś zbiorowy przekrój wkładek według wzoru 867.

$F_{ea} = 0 \cdot 111694 \times 2 \cdot 75 \sqrt{0 \cdot 4737 \times 1200} = 7 \cdot 32 \text{ cm}^2$ ,  
grubość skuteczna pomyślanej płyty *B* według wzoru 878.

$h_b - a_b = 0 \cdot 142457 \times 3 \cdot 3 \sqrt{0 \cdot 5263 \times 1200} = 11 \cdot 81 \text{ cm}$ ,  
zaś zbiorowy przekrój wkładek odnośnie do wzorów 847., względnie 848.

$$F_{eb} = k F_{ea} = 1 \cdot 6 \times 7 \cdot 32 = 11 \cdot 72 \text{ cm}^2.$$

Przyjawszy ilość wkładek  $m_a = m_b = 7$  na 1 m szerokości płyty *A* i *B* otrzymujemy według wzoru 888. wzajemny odstęp wkładek

$$e_a = e_b = \frac{100}{7} = 14 \cdot 3 \text{ cm}, \text{ czem warunek wzoru 851. jest spełniony.}$$

Według wzorów 892. i 893. średnica wkładek płyt *A* i *B*

$$\delta_a = 1 \cdot 128377 \sqrt{\frac{7 \cdot 32}{7}} = 1 \cdot 15 \cong 1 \cdot 20 \text{ cm},$$

$$\delta_b = 1 \cdot 128377 \sqrt{\frac{11 \cdot 72}{7}} = 1 \cdot 46 \cong 1 \cdot 50 \text{ cm},$$

stąd odnośnie do wzorów 859. i 859. a

$$a_a = \frac{\delta_a}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2} = 0 \cdot 60 \text{ cm},$$

$$a_b = 1 + \frac{\delta_b}{2} = 1 + \frac{1 \cdot 5}{2} = 1 \cdot 75 \text{ cm}.$$

Według wzorów 858. i 858. a odstęp linii zerowej od najbardziej ciśnionej krawędzi przekroju pomyślanej płyty *A* i *B*

$$\begin{aligned} x_a &= 0 \cdot 15 \times 7 \cdot 32 \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{200 \times 9 \cdot 34}{15 \times 7 \cdot 32}} \right] = \\ &= 1 \cdot 098 [-1 + 4 \cdot 2441] = 3 \cdot 56 \text{ cm}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_b &= 0 \cdot 15 \times 11 \cdot 72 \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{200 \times 11 \cdot 81}{15 \times 11 \cdot 72}} \right] = \\ &= 1 \cdot 758 [-1 + 3 \cdot 7996] = 4 \cdot 92 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Z wzorów wreszcie 860. i 860. a wynika natężenie ciśnące w betonie pomyślanej płyty *A* i *B*



$$\sigma_{bda} = \frac{\alpha q a^2}{4 x_a \left( h_a - a_a - \frac{x_a}{3} \right)} = \frac{0.4737 \times 1200 \times 2.75^2}{4 \times 3.56 \left( 9.34 - \frac{3.56}{3} \right)} =$$

$$= \frac{4298.8275}{116.102992} = 37 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{bdb} = \frac{\beta q b^2}{4 x_b \left( h_b - a_b - \frac{x_b}{3} \right)} = \frac{0.5263 \times 1200 \times 3.3^2}{4 \times 4.92 \left( 11.81 - \frac{4.92}{3} \right)} =$$

$$= \frac{6877.6884}{200.1456} = 34.3634 \text{ kg/cm}^2,$$

zaś natężenie ciągnące w żelazie wkładek według wzorów 861. i 861. a

$$\sigma_{eza} = \frac{12.5 \times \alpha q a^2}{F_{ea} \left( h_a - a_a - \frac{x_a}{3} \right)} = \frac{12.5 \times 0.4737 \times 1200 \times 2.75^2}{7.32 \left( 9.34 - \frac{3.56}{3} \right)} =$$

$$= \frac{53735.34375}{59.682156} = 900 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{ezb} = \frac{12.5 \times 0.5263 \times 1200 \times 3.3^2}{11.72 \left( 11.81 - \frac{4.92}{3} \right)} = \frac{85971.1050}{119.1924} = 721.28 \text{ kg/cm}^2.$$

Z powyższego wyniku obliczenia okazuje się, że natężenia cisnące w betonie i ciągnące w żelazie wkładek pomyślanej płyty *A* są w całej pełni dopuszczalnej miary wyzyskane; co do pomyślanej zaś płyty *B*, to wprowadzie natężenia cisnące w betonie i ciągnące w żelazie nie zostały w całej pełni wyzyskane, ale nie przekraczają dopuszczalnej miary, ustanowionej pod poz. 1. w § 6. instrukcji.

Ponieważ  $h_a - a_a = 9.34 \text{ cm}$ ,  $h_b - a_b = 11.81 \text{ cm}$ , gdzie jak wyżej obliczono  $a_a = 0.60 \text{ cm}$ ,  $a_b = 1.75 \text{ cm}$ , więc całkowita wysokość przekroju pomyślanej płyty *A* będzie  $h_a = 9.34 + 0.60 = 9.94 \text{ cm}$ , zaś płyty *B*  $h_b = 11.81 + 1.75 = 13.56 \text{ cm}$ .

Projektowana zatem płyta odpowiada zupełnie poz. 6. w § 5. instrukcji, i jeżeli otrzyma jako wysokość rzeczywistą swego przekroju

$$h = h_b \cong 13.6 \text{ cm}$$

a wkładki zajmą położenie, określone wartościami  $a_a$  i  $a_b$ , to będzie dostatecznie wytrzymała do zamierzonego celu.

## 2. Sklepienie żelbetonowe.

**40.** Sklepienie kolebkowe żelbetonowe otrzymuje przekrój podłużny głównie postaci prostokątnej płytowej bez żeber, lub z żebrami z zastosowaniem wkładek żelaznych grubych prężnych, albo cienkich uwisłych. Ostatnie bywają w szeregu pojedynczym lub podwójnym, jednostronnym lub dwustronnym, zwłaszcza wśród zmiennego obciążenia, mogącego w tych samych miejscach wywoływać naprężenia nateżenia cisnące i ciągnące.

W rozdziale II., poddział 3. (str. 1055 do 1085) przedstawiono sposób wyznaczania parcia poziomego  $H$ , oddziaływań oporowych  $O_1$ ,  $O_2$ , sił wewnętrznych  $R_1$ ,  $R_2$  . . . .  $R_n$  względnie ich składowej normalnej  $N$  i poprzecznej  $Q$ , czyli ścierającej, oraz wykreślenia rzeczywistej linii ciśnienia sklepienia kolebkowego na podstawie danych rozmiarów, całkowitego obciążenia i prawideł sprężystości. Sposób ten wyznaczania sił i linii ciśnienia stosuje się także ściśle i do kolebkowego sklepienia żelbetonowego.

Co się tyczy wszakże wyznaczania wytrzymałości na skrawczenie się, ześlizgnięcie się i zgniecenie, a w szczególności obliczania nateżeń w materiale, to sklepienie niniejsze zalicza się — zgodnie zresztą z zacytowanym rozdziałem II. — do zespołów ekscentrycznie ciśnionych, a jako żelbetonowe wymaga w tym celu ścisłego zastosowania odnośnych wzorów, zawartych w rozdziale VII., poddział 3., pod 32. i 33. (str. 1378—1386) w następujący sposób.

1. Jeżeli odstęp  $y$  punktu zaczepienia normalnej składowej siły  $N$  od środka ciężkości przekroju jest mniejszy lub równy odległości rdzenia przekroju  $e_1$ , względnie  $e_2$ , czyli gdy odstęp  $x_0$  linii zerowej od krawędzi najbardziej ciśnionej przekroju jest większy od połowy grubości sklepienia, to w całym przekroju występuje nateżenie cisnące, a największe i najmniejsze krawężne nateżenie cisnące oblicza się według wzorów 801. i 802., które po podstawieniu normalnej składowej siły  $N$ , zamiast siły  $P$  przybiorą postać w ogóle:

$$\sigma_{bd} = \frac{N}{F_i} \left( 1 + \frac{y}{e_1} \right) = \frac{N}{F_i} \left( 1 + \frac{y x_1}{i^2} \right) \quad 898$$

$$\sigma'_{bd} = \frac{N}{F_i} \left( 1 - \frac{y}{e_2} \right) = \frac{N}{F_i} \left( 1 - \frac{y x_2}{i^2} \right) \quad 898 a$$

gdzie

$$F_i = F_b + \nu F_{1c} + \nu F_{2c} \quad 899$$

jest przekrój idealny (ustalony wzorem 796.) sklepienia,  $e_1$ ,  $e_2$  odległości rdzenia, obliczalne według wzorów 797. i 798.,  $x_1$ ,  $x_2$

odległości krawędzi od środka ciężkości przekroju,  $i$  ramię momentu bezwładności  $J_i$  idealnej powierzchni  $F_i$ , odniesionego do głównej osi przekroju, prostopadłej do płaszczyzny działania siły  $N$ .

W szczególności dla prostokątnego przekroju sklepienia

$$F_i = bd + v(F_{1e} + F_{2e}) = 100d + 15(F_{1e} + F_{2e}) \quad 900$$

w którym to razie  $x_1 = x_2 = \frac{d}{2}$ ,  $e_1 = e_2 = e$ ,  $y_1 = y_2$ , będzie

$$\sigma_{bd} = \frac{N}{F_i} \left( 1 + \frac{y}{e} \right) = \frac{N}{F_i} \left( 1 + \frac{y d}{2 i^2} \right) \quad 901$$

$$\sigma'_{bd} = \frac{N}{F_i} \left( 1 - \frac{y}{e} \right) = \frac{N}{F_i} \left( 1 - \frac{y d}{2 i^2} \right) \quad 901 a$$

Wreszcie natężenia we wkładkach oblicza się według wzorów 805. i 806., zaś odnośnie do wzoru 807. odstęp linii zerowej od krawędzi najbardziej ciśnionej

$$x = \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_{bd} - \sigma'_{bd}} \cdot d \quad 902$$

2. Jeżeli  $y > e_1$  względnie  $y > e_2$ , czyli gdy linja zerowa pada wewnątrz przekroju i dzieli go na jedną część ciśnioną a drugą ciągnioną, t. j. gdy  $x_0 < \frac{d}{2}$ .

W tym przypadku odstęp  $x_0$  linii zerowej oblicza się według wzoru 820., z uwzględnieniem równań określających 815. do 817., — natężenie ciskające w betonie według wzoru 821. za podstawieniem normalnej siły  $N$  zamiast  $P$ , — natężenie w żelazie wkładek według wzorów 822. i 823. za podstawieniem  $d$  zamiast  $h$ .

Zresztą gdy przekrój jest prostokątny, to odstęp  $x_0$  linii zerowej wyznacza się według wzoru 826. względnie 827. za podstawieniem  $b = 100 \text{ cm}$ ,  $h = d$ ; wartości zaś  $S_{ix}$  i  $J_{ix}$ , wchodzące w skład wzoru 821., wynikają w tym razie z równań 813. i 814.

Ponieważ w sklepieniu natężenie w żelazie wkładek doznaje stosunkowo małego zużycia dopuszczalnej miary, więc najczęściej niema potrzeby obliczania ich; jedynie jest to tylko konieczne co do naprężonych dźwigarów łukowych (bez przegubnych) na podporach.

Również niema potrzeby obliczania natężeń ścierających w betonie sklepień o przekroju prostokątnym; kąt  $\gamma$  bowiem, jaki tworzą wypadkowe siły  $R$  z prostopadłą do spoiny równa się prawie zero, zaczem prawie  $\cos \gamma \cong 1$ , i  $N = R \cos \gamma \cong R$ , i siła poprzeczna ścierająca  $Q = R \sin \gamma \cong 0$ , wobec czego natężenie ścierające w betonie rzadko kiedy dochodzi do dopuszczalnej miary.

Mimo tego przewiązki poprzeczne ścierane są i tu potrzebne celem ustalenia położenia wkładek podłużnych podczas ubijania betonu. Natomiast u sklepień o przekroju belki płytowej zachodzi potrzeba badania wielkości nateżeń ścierających.

Nateżenie przeciętnej przyczepności oblicza się tu według zasad, ujętych wzorami 656. do 664., oraz 789. do 793., a mianowicie: po wyznaczeniu nateżeń w żelazie wkładek, i stąd ich siły ciągnącej  $Z$ , lub także i cisnącej  $D$ , oblicza się następnie z wzoru 663. względnie 664. wartość odstepu  $z$ , która wstawiona we wzór 659. względnie 660., daje ostatecznie największe przeciętne nateżenie przyczepności.

Nakoniec trzeba tu pamiętać i o tem, że ograniczenie eo do wielkości przekroju wkładek, zastrzeżone pod poz. 18. w § 5. instrukcji, nie tyczą się weale sklepienia żelbetonowego.

## IX. Dźwigary z betonu ubijanego.

### 41. Wytrzymałość na zginanie belek i płyt.

Pozycja 7. w § 16. instrukcji postanawia, że obliczenie nateżeń w materiale dźwigarów z betonu ubijanego bez wkładek należy tak przeprowadzać, jakoby były z materiału jednolitego o jednakim na zginanie i ciągnięcie współczynniku sprężystości

$$E_{bd} = E_{bz} = 140000 \text{ kg/cm}^2 \quad 903$$

Jeżeli zatem belka lub płyta ma przekrój zwykle używany prostokątny o powierzchni  $F = bh$ , to wynikły z obciążenia zwykłym sposobem moment zgięcia będzie jak wiadomo

$$M = \sigma_{bd} W = \sigma_{bz} W = \sigma_{bz} \frac{2J}{h} = \sigma_{bz} \frac{b h^3}{6} \quad 904$$

gdyż moment bezwładności względem osi ciężkości przekroju

$J = \frac{h b^3}{12}$ ; stąd zaś największe nateżenie

$$\sigma_{bz} = \sigma_{bd} = \frac{6M}{b h^2} \quad 905$$

$$h = \sqrt{\frac{6M}{b s_{bz}}} \quad 906$$

$$b = \frac{6M}{h^2 s_{bz}} \quad 907$$

gdzie  $s_{bz}$  jest dopuszczalne nateżenie ciągnące.

Unormowane dla dźwigarów z betonū ubijanego na zginanie narażonych pod poz. 1. w § 17. instrukcji dopuszczalne nateżenie

cisnące  $\sigma_{bd}$  jako znacznie większe od natężenia ciągnącego  $\sigma_{bz}$  stoi w sprzeczności z unormowanymi pod poz. 7. w § 5. instrukcji jednako wielkimi współczynnikami sprężystości dla ciśnienia i ciągnięcia, z której to równości odnośnie do wzoru 242. i 246. wynika także równość między natężeniem cisnącym i ciągnącym, t. j.  $\sigma_{bz} = \sigma_{bd}$ , jak to zresztą już we wzorze 905. z tego względu przyjęto; nie pozostaje tu zatem nic innego, tylko przestrzegać w obliczeniu statycznym, by  $\sigma_{bz}$  nieprzekraczało dopuszczalnego  $\sigma_{bz}$ .

Jeżeli dźwigar zamiast prostokątnego ma przekrój belki płytowej lub jakiegokolwiek inny, to należy przedewszystkiem wyznaczyć położenie osi ciężkości przekroju i moment bezwładności  $J$  względem tej osi, i jeżeli  $x$  jest odstępem najbardziej ciągniętej krawędzi przekroju, to największe natężenie ciągnące

$$\sigma_{bz} = \frac{Mx}{J} \quad 908$$

**42.** Centrycznie obciążone słupy z betonu ubijanego, względnie człony ciśnione z betonu ubijanego, których stosunek  $\frac{L}{i} \leq 20$ , czyli wyboczenie wykluczone.

Według poz. 5. w § 17. instrukcji niema potrzeby obliczania na wyboczenie słupa, obciążonego całkowicie siłą  $P$  w środku ciężkości przekroju  $F$ , jeżeli stosunek wolnej jego długości  $L$  do ramienia  $i$  najmniejszego momentu bezwładności względem odnośnej osi ciężkości przekroju nie przekracza cyfry 20. W celu zatem stwierdzenia tej oznaki rozpoznawczej trzeba przedewszystkiem obliczyć rzeczony ramię bezwładności według znanego wzoru

$$i = \sqrt{\frac{J_n}{F}} \quad 909$$

gdzie  $J_n$  jest najmniejszy równikowy moment bezwładności, o ile warunki obciążenia nie wskazują już z góry na inną płaszczyznę wyboczenia.

W niniejszym przypadku obciążenia przyjmuje się, że natężenie cisnące jest w całym przekroju jednostajne i oblicza się według wzoru ogólnego

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F} \quad 910$$

a stąd dalej dopuszczalny udźwig słupa

$$P_u \leq F' s_{cbd} \quad 911$$

wreszcie

$$F = \frac{P}{s_{cbd}} \quad 912$$

W odniesieniu do zwykle używanych przekrojów otrzymujemy następujące wzory szczegółowe.

1. Gdy przekrój prostokątny,  $F = b h$ :

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{b h} \quad 913$$

$$b = \frac{P}{h \sigma_{cbd}} \quad 914$$

$$h = \frac{P}{b \sigma_{cbd}} \quad 915$$

$$P_u \leq b h \sigma_{cbd} \quad 916$$

$$J_n = \frac{h b^3}{12}, \quad i = \sqrt{\frac{h b^3}{12 b h}} = b \sqrt{\frac{1}{12}} = 0.2887 b \quad 917$$

$$L = 20 i = 5.774 b \quad 918$$

2. Gdy przekrój kwadratowy,  $F = b^2$ :

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{b^2} \quad 919$$

$$b = \sqrt{\frac{P}{\sigma_{cbd}}} \quad 920$$

$$P_u = b^2 \sigma_{cbd} \quad 921$$

$$J_n = \frac{b^4}{12}, \quad i = \sqrt{\frac{b^4}{12 b^2}} = b \sqrt{\frac{1}{12}} = 0.2887 b \quad 922$$

$$L = 20 i = 5.7735 b$$

3. Gdy przekrój sześciobok umiarowy,  $F = 0.8660 d^2$ , gdzie  $d$  średnica wpisana:

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{0.8660 d^2} = 1.1547 \frac{P}{d^2} \quad 923$$

$$d = 1.07457 \sqrt{\frac{P}{\sigma_{cbd}}} \quad 924$$

$$P_u = 0.8660 d^2 \sigma_{cbd} \quad 925$$

$$J_n = 0.06014 d^4, \quad i = \sqrt{\frac{0.06014 d^4}{0.8660 d^2}} = 0.2635 d \quad 926$$

$$L = 20 i = 5.27 d \quad 927$$

4. Gdy przekrój ośmiobok umiarowy,  $F = 0.8284 d^2$ , gdzie  $d$  średnica wpisana:

$$\sigma_{bd} = \frac{1}{0.8284 d^2} \cdot P = 1.2071 \frac{P}{d^2} \quad 928$$

$$d = \sqrt{\frac{P}{0.8284 \sigma_{cbd}}} = 1.0987 \sqrt{\frac{P}{\sigma_{cbd}}} \quad 929$$

$$P_u \leq 0.8284 d^2 s_{cbd} \quad 930$$

$$i = \sqrt{\frac{0.0547 d^4}{0.08284 d^2}} = 0.2571 d \quad 931$$

$$L = 20 i = 5.1412 d \quad 932$$

5. Gdy przekrój kołowy,  $F' = \frac{1}{4} d^2 \pi = 0.7854 d^2$ :

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{0.7854 d^2} = 1.2732 \cdot \frac{P}{d^2} \quad 933$$

$$d = \sqrt{\frac{P}{0.7854 s_{cbd}}} = 1.1284 \sqrt{\frac{P}{s_{cbd}}} \quad 934$$

$$P_u = 0.7854 d^2 s_{cbd} \quad 935$$

$$i = \sqrt{\frac{\frac{\pi}{64} d^4}{\frac{\pi}{4} d^2}} = d \sqrt{\frac{1}{16}} = 0.25 d \quad 936$$

$$L = 20 i = 5 d \quad 937$$

**43.** Centrycznie obciążone słupy z betonu ubijanego, względnie człony ciśnione, których stosunek  $\frac{L}{i} > 20$ , a zatem zachodzi niebezpieczeństwo wybooczenia.

W niniejszym przypadku przepisuje poz. 5, a w § 17., że unormowane pod poz. 1. w § 17. dopuszczalne centryczne natężenie cisnące należy wymnożyć współczynnikiem zmniejszającym

$$\alpha = \left( 1.72 - 0.036 \frac{L}{i} \right) \quad 938$$

Po stwierdzeniu zatem z pomocą wzoru 909., że  $\frac{L}{i} > 20$  zastosowuje się w niniejszym przypadku wzory 907. do 937. z tą jedyną zmianą, iż we wzorach odnośnych należy dopuszczalne natężenie centrycznie cisnące zmienić na dopuszczalne natężenie cisnące wyboeczające zapomocą współczynnika zmniejszającego, wyrażonego wzorem 938.; będzie więc

$$s_{bdw} = \alpha s_{cbd} = \left( 1.72 - 0.036 \frac{L}{i} \right) s_{cbd} \quad 939$$

Stosownie do tego otrzymujemy następujące wzory ogólne

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F} \quad 940$$

$$F = \frac{P}{s_{bdw}} = \frac{P}{\alpha s_{cbd}} \quad 941$$

dopuszczalny udźwig

$$P_u \leq a F s_{cbd} \leq F s_{bdw} \quad 942$$

W praktyce nie wykonuje się prawie słupów, względnie członów ciśnionych z betonu ubijanego takich, których byłby stosunek  $\frac{L}{i} > 35$ .

**44.** Ekscentrycznie obciążone słupy z betonu ubijanego, względnie człony ciśnione, których stosunek  $\frac{L}{i} \leq 20$ , a zatem wyboeczenie wykluczone.

Odnośnie do postanowienia pod poz. 7. w § 16. instrukcji, co do obliczania nateżeń pod założeniem, jakoby beton ubijany tak jak materiał jednolity (drzewo, żelazo itp.) posiadał jednakże wielkie współczynniki na ciśnienie i ciągnienie, należy także i do niniejszego przypadku zastosować wzory statyczne, odnoszące się do materiałów jednolitych, jak to zresztą postąpiono już z dostosowaniem tych samych wzorów do materiału żelbetonowego w rozdz. VII., poddział 3. pod 32. i 33. (str. 1378—1386) pod postacią, przedstawioną tamże wzorami 794. i 795. względnie 801. i 802.

Wzory te — znane zresztą — służące do obliczenia największych krawężnych nateżeń w odniesieniu do niniejszego przypadku w ogólnym znaczeniu, przedstawiają się w sposób następujący:

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F} + \frac{P y x_1}{J} = \frac{P}{F} \left( 1 + \frac{F y x_1}{J} \right) \quad 943$$

$$\sigma'_{bd} = \frac{P}{F} - \frac{P y x_2}{J} = \frac{P}{F} \left( 1 - \frac{F y x_2}{J} \right) \quad 943 a$$

gdzie oznaczenia są znane z treści poprzednich rozdziałów odpowiednich. Po wprowadzeniu dalekości rdzenia  $e_1$  i  $e_2$ , których wartość jest:

$$e_1 = \frac{J}{F x_1} = \frac{i^2}{x_1}, \quad e_2 = \frac{J}{F x_2} = \frac{i^2}{x_2}, \quad \text{otrzymamy}$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F} \left( 1 + \frac{y}{e_1} \right) = \frac{P}{F} \left( 1 + \frac{y x_1}{i^2} \right) \quad 944$$

$$\sigma'_{bd} = \frac{P}{F} \left( 1 - \frac{y}{e_2} \right) = \frac{P}{F} \left( 1 - \frac{y x_2}{i^2} \right) \quad 944 a$$

Najeczęściej słupy względnie człony ciśnione mają przekrój prostokątny, w którym to razie  $F = b h$ ,  $x_1 = x_2 = \frac{h}{2}$ .



$e_1 = e_2 = e = \frac{2J}{Fh} = \frac{2bh^3}{12bh^2} = \frac{h}{6}$ , co podstawione we wzór 944. i 944 a. daje

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{bh} \left( 1 + \frac{6y}{h} \right) \quad 945$$

$$\sigma'_{bd} = \frac{P}{bh} \left( 1 - \frac{6y}{h} \right) \quad 945 a$$

Jak długo  $\sigma_{bd}$  i  $\sigma'_{bd}$  będą dodatnie, to w całym przekroju wystąpią wyłącznie nateżenia ciśnące, wobec czego  $\sigma'_{bd}$  ma właściwie tylko znaczenie rozpoznawcze, gdyż zresztą jako najmniejsze krańcowe ciśnące nie wchodzi w rachubę. W tym to właśnie razie dalej odnośnie do wzoru 945. obciążenie słupa nie powinno przekraczać dopuszczalnego obciążenia, a mianowicie musi być

$$P \leq \left( \frac{F s_{bd}}{1 + \frac{6y}{h}} = \frac{bh s_{bd}}{1 + \frac{6y}{h}} = P_u \right) \quad 946$$

Skoro wszakże  $\sigma'_{bd}$  wypadnie ujemne, to w przekroju wystąpią także nateżenia ciągnące, to jest będzie  $\sigma'_{bd} = \sigma_{bz}$ , w którym to razie warunkiem wytrzymałości musi być  $\sigma_{bz} \leq s_{bz}$ , albo też odnośnie do wzoru 945. a obciążenie słupa tym razem musi być

$$P \leq \left( \frac{F s_{bz}}{6 \cdot \frac{y}{h} - 1} = \frac{bh s_{bz}}{6 \cdot \frac{y}{h} - 1} = P_{uz} \right) \quad 947$$

W każdym razie jednak dopuszczalne obciążenie słupa w niniejszym przypadku w myśl poz. 6. w § 17. instrukcji nie powinno być większe od pomyślanego centrycznego obciążenia, a mianowicie musi być

$$P \leq (F s_{cbd} = bh s_{cbd} = P_{cu}) \quad 948$$

Z porównania wzoru 946. z 948. otrzymujemy

$$\frac{s_{bd}}{1 + 6 \cdot \frac{y}{h}} = s_{cbd}, \text{ stąd } \frac{s_{bd}}{s_{cbd}} - 1 = 6 \cdot \frac{y}{h}, \text{ wreszcie}$$

$$y = \frac{h}{6} \left( \frac{s_{bd}}{s_{cbd}} - 1 \right) \quad 949$$

to znaczy, że gdy odstęp  $y$  punktu zaczepienia siły od środka ciężkości przekroju przybierze wartość we wzorze 949. wykazaną, to w takim razie dopuszczalna siła udźwigu  $P_u$  według wzoru 946. będzie równa dopuszczalnej sile udźwigu  $P_{cu}$  według wzoru 948.

Dalej z wzoru 949. otrzymujemy

$$h = \frac{6y}{\frac{s_{bd}}{s_{cbd}} - 1} \quad 950$$

Natomiast z porównania wzoru 946. z 947. wynika

$$\frac{s_{bd}}{1 + 6 \cdot \frac{y}{h}} = \frac{s_{bz}}{6 \cdot \frac{y}{h} - 1}, \quad 6 \cdot \frac{y}{h} (s_{bd} - s_{bz}) = s_{bd} + s_{bz}, \quad \text{stad wreszcie}$$

$$y = \frac{h}{6} \cdot \frac{s_{bd} + s_{bz}}{s_{bd} - s_{bz}} \quad 951$$

z czego idzie ten wniosek, że gdy odstęp  $y$  ekscentryczności siły osiągnie wartość wzorem 951. wyrażoną to siła udźwigu  $P_u$  według wzoru 946. zrówna się z siłą udźwigu  $P_{uz}$  według wzoru 947., a natężenia  $s_{bd}$  i  $s_{bz}$  będą równocześnie zachowane.

Nakoniec z wzoru 951. wynika

$$h = \frac{s_{bd} - s_{bz}}{6(s_{bd} + s_{bz})} \cdot y \quad 952$$

**45.** Ekscentrycznie obciążone słupy względnie członki ciśnione, z betonu ubijanego, których stosunek  $\frac{L}{i} > 20$ , a zatem zachodzi niebezpieczeństwo wyboczenia.

W tym przypadku poz. 5.  $b$  w § 17. instrukcji postanawia, że unormowane pod poz. 1. w § 17. instrukcji natężenie cisnące  $s_{bd}$  dla ekscentrycznego obciążenia  $P$  należy zmniejszyć o  $\frac{1-\alpha}{\alpha}$  krotny iloczyn natężenia cisnącego, pochodzącego od pomyślanego centrycznego działania danej siły  $P$ , to jest o iloczyn  $\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F}$ .

A zatem w odniesieniu do wzoru 945., gdy przekrój  $F$  jest prostokątny, musi być

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F} \left( 1 + 6 \cdot \frac{y}{h} \right) \leq s_{bd} - \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F} \quad 953$$

stad  $\frac{P}{F} \left( 1 + 6 \cdot \frac{y}{h} + \frac{1}{\alpha} - 1 \right) = s_{bd}$ , czyli dopuszczalne ekscentryczne obciążenie

$$P_{ud} = \frac{F s_{bd}}{6 \cdot \frac{y}{h} + \frac{1}{\alpha}} \quad 954$$

zaś dane czyli projektowane obciążenie ekscentryczne musi odpowiadać warunkowi:

$$P \leq \frac{F s_{bd}}{6 \cdot \frac{y}{h} + \frac{1}{\alpha}} = P_{ud}$$

955

Unormowaną wartość  $\alpha$  i określoną wzorem 938. wyznacza się, jak poprzednio, według najmniejszego równikowego momentu bezwładności  $J_n$  (wzór 909.).

Jeżeli natężenia  $\sigma_{bd}$  i  $\sigma'_{bd}$ , które tu obliczyć należy według wzorów 945. i 945. a wypadną dodatnie, to  $\sigma'_{bd}$  jako mniejsze niema i tu właściwego znaczenia i nie wchodzi w rachubę, a dopuszczalne ekscentryczne natężenie oblicza się z wzoru 955.

Skoro jednak natężenie  $\sigma'_{bd}$  stanie się ujemnem, czyli ciągnącym, to celem osądzenia, czy nie przekracza ono unormowanego natężenia ciągnącego  $s_{bz}$  w betonie, można tu przyjąć — na podstawie zresztą wzoru 953., — że iloczyn  $\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F}$  w tym wzorze jest natężeniem, pochodzącym od momentu zgięcia wyboczającego, które należy dodać algebrycznie do natężeń, wywołanych działaniem siły ekscentrycznej  $P$ , a mianowicie dodać do  $\sigma_{bd}$  jako natężenie cisnące, zaś do  $\sigma'_{bd}$  jako natężenie ciągnące. W ten sposób otrzymujemy całkowite natężenie w tych narożnikowych punktach przekroju, w których największe, względnie najmniejsze natężenia, wywołane ekscentrycznem obciążeniem, schodzą się algebrycznie z dodatkowem natężeniem wyboczającym  $+\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F}$ , względnie  $-\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F}$ . Stosownie zatem do tego założenia w odniesieniu do wzoru 945. i 945. a otrzymamy największe natężenie narożnikowe cisnące

$$(\sigma_{bd}) = \frac{P}{F} \left( 1 + \frac{6y}{h} \right) + \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F} = \frac{P}{F} \left( \frac{6y}{h} + \frac{1}{\alpha} \right) \quad 956$$

a najmniejsze natężenie krawężne cisnące

$$(\sigma'_{bd}) = \frac{P}{F} \left( 1 - \frac{6y}{h} \right) - \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F} = \frac{P}{F} \left( 2 - \frac{6y}{h} - \frac{1}{\alpha} \right) \quad 956 \text{ a}$$

Jeżeli  $(\sigma_{bd})$  i  $(\sigma'_{bd})$  obliczone według wzoru 956. i 956. a są dodatnie, to z warunkowego równania 955. wypada dopuszczalna wartość  $P$ .

Natomiast jeżeli  $(\sigma'_{bd})$  obliczone według wzoru 956. a będzie ujemne, czyli stanie się największym nateżeniem ciągnącym, to bezwzględna jego wartość musi odpowiedzieć warunkowi:

$$-(\sigma'_{bd}) = \frac{P}{F} \left( -2 + \frac{6y}{h} + \frac{1}{\alpha} \right) \leq s_{bz} \quad 957$$

a stąd musi być dopuszczalne obciążenie

$$P \leq \frac{F s_{bz}}{-2 + \frac{6y}{h} + \frac{1}{\alpha}} = P_{uz} \quad 958$$

gdzie  $P_{uz}$  jest dopuszczalną siłą udźwigu.

Z porównania wzorów warunkowych 955. i 958. wynika

$$\frac{s_{bd}}{\frac{6y}{h} + \frac{1}{\alpha}} = \frac{s_{bz}}{-2 + 6\frac{y}{h} + \frac{1}{\alpha}},$$

$$s_{bd} \left( -2 + \frac{6y}{h} + \frac{1}{\alpha} \right) = s_{bz} \left( 6\frac{y}{h} + \frac{1}{\alpha} \right),$$

$$\frac{6y}{h} (s_{bd} - s_{bz}) = \frac{2\alpha s_{bd} - s_{bd} + s_{bz}}{\alpha} = \frac{(2\alpha - 1)s_{bd} + s_{bz}}{\alpha}, \text{ wreszcie}$$

$$y = \frac{h}{6} \cdot \frac{(2\alpha - 1)s_{bd} + s_{bz}}{\alpha(s_{bd} - s_{bz})} \quad 959$$

Skoro zatem ekscentryczność  $y$  obciążenia uzyska wartość wzorem 959. określoną, to dopuszczalne wartości nateżeń  $s_{bd}$  i  $s_{bz}$  będą równocześnie w całej pełni wyzyskane, a dopuszczalne obciążenia wynikłe z wzoru 955. i 958. będą sobie równe.

Z wzoru 959. wynika zaś

$$h = 6y \cdot \frac{\alpha(s_{bd} - s_{bz})}{(2\alpha - 1)s_{bd} + s_{bz}} \quad 960$$

Zresztą w myśl poz. 6. w § 17. instrukcji także i w niniejszym przypadku, gdzie  $\frac{L}{i} > 20$ , nie należy przyjmować w ogóle większej siły udźwigu słupa od tej siły, jaka wynikłaby pod założeniem centrycznego działania siły na podstawie dopuszczalnego w betonie nateżenia dla centrycznego ciśnienia. Musi zatem w każdym razie być

$$P \leq \alpha F s_{cbd} = P_{cu} \quad 961$$

Z porównania tego wzoru warunkowego, z wzorem warunkowym 955. otrzymujemy

$$\frac{s_{bd}}{6\frac{y}{h} + \frac{1}{\alpha}} = \alpha s_{cbd},$$

$$s_{bd} = \alpha s_{cbd} \left( 6 \frac{y}{h} + \frac{1}{\alpha} \right) = \alpha s_{cbd} 6 \frac{y}{h} + s_{cbd}, \text{ wreszcie}$$

$$y = \frac{h}{6} \cdot \frac{s_{bd} - s_{cbd}}{\alpha s_{cbd}} \quad 962$$

Jeżeli zatem  $y$  otrzyma wartość wzorem 962. wskazaną, to siła udźwigu według wzoru 955. będzie równa sile udźwigu według wzoru 961.

Stąd wreszcie

$$h = 6 y \cdot \frac{\alpha s_{cbd}}{s_{bd} - s_{cbd}} \quad 963$$

### PRZYKŁAD XVIII.

Strop pod podłogę pierwszego piętra w mieszkaniu ma otrzymać płyty z betonu ubijanego w stosunku cementu portlandzkiego  $350 \text{ kg/m}^3$  piasku z kamykami między trawersami żelaznymi, rozłożonymi we wzajemnych odstępach co  $1 \text{ m}$  od osi do osi. Obliczyć grubość  $h$  płyty.

Ciężar własny i użytkowy  $q = 600 + 250 = 850 \text{ kg/m}^2$ , rozpiętość statyczna, względnie odstęp płyty  $e = 1 \text{ m}$ , szerokość płyty przyjmuje się  $b = 100 \text{ cm}$ .

Największy moment zgięcia

$$M = \frac{100}{8} q \cdot e^2 = 12 \cdot 5 \times 850 \times 1^2 = 10625 \text{ kgcm},$$

dopuszczalne natężenie ciągnące według poz. 1. w § 17. instrukcji,  $s_{bz} = 2 \cdot 5 \text{ kg/m}^2$ ; stąd według wzoru 906. grubość płyty

$$h = \sqrt{\frac{6 \times 10625}{100 \times 2 \cdot 5}} = 15 \cdot 97 \cong 16 \text{ cm}.$$

W podobny sposób oblicza się także rozmiary belki z betonu ubijanego o przekroju prostokątnym, po poprzednim przyjęciu jednego z boków jego  $b$  lub  $h$ .

### PRZYKŁAD XIX.

Na  $2 \text{ m}$  wysokim słupie o przekroju prostokątnym z betonu ubijanego w stosunku cementu portlandzkiego  $350 \text{ kg/m}^3$  piasku z kamykami, ma centrycznie spoczywać ciężar  $P = 36000 \text{ kg}$ . Obliczyć statycznie rozmiary przekroju.

Przyjmuje się bok przekroju  $b = 36 \text{ cm}$  i na tej podstawie oblicza się wzorem 918. granicę wolnej długości wykluczającej wyboczenie, a mianowicie:

$L = 20 i = 5.774 \times 36 = 207.86 \text{ cm} = 2.08 \text{ m}$ ; gdy zaś nasz słup ma  $2 \text{ m}$  wolnej wysokości, więc niebezpieczeństwo wyboczenia jest w niniejszym przypadku wykluczone.

Według wzoru 915. gdzie  $s_{cbd} = 20 \text{ kg/cm}^2$

$$h = \frac{36000}{36 \times 20} = \frac{36000}{720} = 50 \text{ cm};$$

a zatem przekrój słupa  $F = 36 \times 50 = 1800 \text{ cm}^2$ .

Gdy wreszcie według wzoru 916. dopuszczalny udźwig słupa naszego  $P_u = 36 \times 50 \times 20 = 36000 \text{ kg}$ , więc jest on dostatecznie wytrzymały pod projektowane obciążenie  $36000 \text{ kg}$ .

Gdyby wszakże słup o obliczonych właśnie rozmiarach przekroju prostokątnego przyszło zastosować na wolną wysokość  $L = 3.8 \text{ m}$ , to jak wielkie obciążenie centryczne mógłby wytrzymać?

Ponieważ według wzoru 917. ramię najmniejszego momentu bezwładności równikowego  $i = 0.2887 \times 36 = 10.39$ , a stąd  $\frac{L}{i} = \frac{3.8}{10.39} \times 100 = 36.57 > 20$ , więc w tym razie zachodzi niebezpieczeństwo wyboczenia, zaczem dopuszczalny udźwig według wzoru 942.

$$P_u = 36 \times 50 (1.72 - 0.036 \times 36.57) \times 20 = 14400 \text{ kg}.$$

W tych warunkach zatem musi być projektowane centryczne obciążenie

$$P \leq 14000 \text{ kg}$$

jeżeli słup ma być dostatecznie wytrzymały.

#### PRZYKŁAD XX.

Na słupie  $2.5 \text{ m}$  wolno wysokim z betonu ubijanego w stosunku mieszany, jak poprzednio, o przekroju prostokątnym, którego bok  $b = 50 \text{ cm}$ , zaś  $h = 70 \text{ cm}$ , ma być wsparty ciężar  $60000 \text{ kg}$ , którego punkt zaczepienia znajduje się w odstępnie  $y = 8 \text{ cm}$  od środka ciężkości przekroju na osi ciężkości równoległej do boku  $h$ . Zbadać wytrzymałość tego słupa.

Według wzoru 918. graniczna wysokość świetlna

$$L_1 = 20 i = 5.774 b \times \frac{1}{100} = 5.774 \times 0.5 = 2.89 \text{ m};$$

gdy zaś nasz słup jest tylko  $2.5 \text{ m}$  wysoki, więc niema obawy wyboczenia.

Dalekość rdzenia przekroju prostokątnego

$$e = \frac{2 J}{F h} = \frac{2 b h^3}{12 b h^2} = \frac{h}{6}$$

964

$$\text{stad } e = \frac{h}{6} = \frac{70}{6} = 11.67 \text{ cm};$$

gdy zatem  $y = 8 < e = 11.67 \text{ cm}$  i w całym przekroju zapanuje tylko napięcie ciskające, więc największe napięcie krawężne ciskające według wzoru 945.

$$\sigma_{bd} = \frac{60000}{50 \times 70} \left( 1 + \frac{6 \times 8}{70} \right) = 17.143 \times 1.686 = 28.90 \text{ kg/cm}^2;$$

jest zatem mniejsze od dopuszczalnego napięcia ciskającego dla obciążeń ekscentrycznych  $\sigma_{bd} = 30 \text{ kg/cm}^2$ .

Najmniejsze napięcie krawężne według wzoru 945 a.

$$\sigma'_{bd} = 17.143 (1 - 0.686) = 17.143 \times 0.314 = 5.38 \text{ kg/cm}^2,$$

jest dodatnie zgodnie z oznaką  $y < e$ .

Dopuszczalne obciążenie według wzoru 946.

$$P_u = \frac{b h \sigma_{bd}}{1 + 6 \frac{y}{h}} = \frac{50 \times 70 \times 30}{1 + 6 \times \frac{8}{70}} = \frac{105000}{1.686} = 62130.18 \text{ kg}$$

wobec czego projektowane ekscentryczne obciążenie

$$P = 60000 < P_u = 62130.18 \text{ kg}.$$

Jednakże w myśl postanowienia pod poz. 6 w § 17. instrukcji, wyrażonego wzorem 948., musi być projektowane ekscentryczne obciążenie

$$P \leq P_{cu} = b h \sigma_{cbd} = 50 \times 70 \times 20 = 70000 \text{ kg};$$

gdy zaś  $P = 60000 \text{ kg}$  jest mniejsze od dopuszczalnego centrycznego udźwigu  $P_{cu}$ , więc wytrzymałość naszego słupa nie ulega dalszej kwestji.

Z wzoru zresztą 949. dowiadujemy się, że gdyby

$$y = \frac{70}{6} \left( \frac{30}{20} - 1 \right) = 11.67 \times 0.5 = 5.83 \text{ cm},$$

to dopuszczalne obciążenie  $P$  słupa byłoby równe dopuszczalnemu centrycznemu udźwigowi  $P_{cu}$ .

#### PRZYKŁAD XXI.

Jeżeli u słupa w przykładzie XX. obliczonego będzie ekscentryczność obciążenia  $y = 15 \text{ cm}$ , to ze względu, że dalekość rdzenia jego przekroju  $e = 11.67 \text{ cm}$  będzie tu  $y > e$ , w przekroju wystąpią obok napięć ciskających, także i ciągnące; będzie zatem największe krawężne napięcie ciskające według wzoru 945.

$$\sigma_{bd} = \frac{60000}{50 \times 70} \left( 1 + \frac{6 \times 15}{70} \right) = 17 \cdot 14 (1 + 1 \cdot 286) = \\ = 17 \cdot 14 \times 2 \cdot 286 = 39 \cdot 18 \text{ kg/cm}^2,$$

zaś według wzoru **945. a** największe krawężne napięcie ciągnące  $\sigma'_{bd} = 17 \cdot 14 (1 - 1 \cdot 286) = - 17 \cdot 14 \times 0 \cdot 286 = - 4 \cdot 90 \text{ kg/cm}^2$ .

Okazuje się tu nadto, że oba napięcia krawężne przekraczają dopuszczalną miarę:  $s_{bd} = 30 \text{ kg/cm}^2$  i  $s_{bz} = 2 \cdot 5 \text{ kg/cm}^2$ ; wobec czego dopuszczalne ekscentryczne obciążenie słupa trzeba liczyć według wzoru **947.**; będzie więc

$$P_{uz} = \frac{b h s_{bz}}{\frac{6 \times y}{h} - 1} = \frac{50 \times 70 \times 2 \cdot 5}{\frac{6 \times 15}{70} - 1} = \frac{8750}{0 \cdot 286} = 30594 \cdot 41 \text{ kg}$$

W niniejszym przypadku musi zatem być projektowane ekscentryczne obciążenie

$$P \leq 30594 \cdot 41 \text{ kg.}$$

Gdyby zresztą według wzoru **951.** było

$$y = \frac{70}{6} \cdot \frac{30 + 2 \cdot 5}{30 - 2 \cdot 5} = 11 \cdot 67 \times 1 \cdot 18 = 13 \cdot 79 \text{ cm,}$$

to dopuszczalne ekscentryczne obciążenia, wynikające z wzorów **946.** i **947.** byłyby sobie równe, a oba dopuszczalne napięcia  $s_{bd}$  i  $s_{bz}$  zostałyby wyzyskane w całej pełni.

## PRZYKŁAD XXII.

Słup o rozmiarach przekroju  $F = b h = 50 \times 70 \text{ cm}$  i ekscentryczności obciążenia  $y = 8 \text{ cm}$ , przyjętych w przykładzie XX., ma być zastosowany do wolnej wysokości  $L = 4 \cdot 5 \text{ m}$ . Obliczyć statycznie jego wytrzymałość.

Według wzoru **917.**

$$i = 0 \cdot 2887 \times 50 = 14 \cdot 43, \text{ stąd } \frac{L}{i} = \frac{4 \cdot 5}{14 \cdot 43} \times 100 = 31 \cdot 18 > 20,$$

zachodzi więc obawa wyboczenia.

Wobec tego, że  $y = 8 < e_1 = 11 \cdot 67 \text{ cm}$ , oba krawężne napięcia t. j.  $\sigma_{bd}$  i  $\sigma'_{bd}$  będą dodatnie i dopuszczalne obciążenie ekscentryczne trzeba liczyć według wzoru **954.** po podstawieniu wartości za  $\alpha$  z wzoru **938.**:

$$\alpha = 1 \cdot 72 - 0 \cdot 036 \times 31 \cdot 18 = 1 \cdot 72 - 1 \cdot 12 = 0 \cdot 60;$$

będzie więc dopuszczalny udźwig

$$P_{ud} = \frac{50 \times 70 \times 30}{\frac{6 \times 8}{70} + 0 \cdot 6} = \frac{105000}{2 \cdot 35238} = 44635 \cdot 65 \text{ kg.}$$



Gdy jednak w myśl poz. 6. w § 17. instrukcji ekscentryczne obciążenie nie powinno przekraczać pomyślanego centrycznego udźwigu, określonego wzorem 961.:

$P_{cu} = \alpha s_{cbd} F = 0.6 \times 20 \times 50 \times 70 = 12 \times 3500 = 42000 \text{ kg}$ ,  
 więc nasz słup nie można obciążyć ekscentrycznie większą siłą, niż 42.000 kg.

Pod działaniem tej siły ekscentrycznej wyniknie odnośnie do wzoru 945. największe krawężne napięcie ciskające

$$\sigma_{bd} = \frac{42000}{50 \times 70} \left( 1 + \frac{6 \times 8}{70} \right) = 12 \times 1.6857 = 20.23 \text{ kg/cm}^2,$$

zaś najmniejsze napięcie krawężne ciskające według wzoru 945. a

$$\sigma'_{bd} = \frac{42000}{50 \times 70} \left( 1 - \frac{6 \times 8}{70} \right) = 12 \times 0.3143 = 3.77 \text{ kg/cm}^2.$$

Oba zatem napięcia krawężne  $\sigma_{bd}$  i  $\sigma'_{bd}$  są dodatnie — zgodnie zresztą z oznaką  $y < e_1$  —, wobec czego  $\sigma'_{bd}$  nie wchodzi w rachubę; gdy zaś w niniejszym przypadku

$$s_{bd} = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F} = 30 - \frac{1 - 0.6}{0.6} \cdot \frac{42000}{50 \times 70} = 30 - 0.6667 \times 12 =$$

$$= 30 - 8 = 22 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{i } \sigma_{bd} = 20.23 \text{ kg/cm}^2 < s_{bd} = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F} = 22 \text{ kg/cm}^2,$$

więc z tego widno, że warunek równania 953. jest zupełnie spełniony i że słup nasz jest dostatecznie wytrzymały do dźwignia ekscentrycznej siły  $P = 42.000 \text{ kg}$  z odstępem  $y = 8 \text{ cm}$ .

#### PRZYKŁAD XXIII.

Jeżeli słup o rozmiarach przekroju i wolnej wysokości  $L$ , przedstawiony w przykładzie XXII., otrzyma odstęp ekscentryczności obciążenia  $y = 15 \text{ cm}$ , to jak wielką siłą można go będzie obciążyć?

Ponieważ zgodnie z przykładem XXII. zachodzi i tu obawa wyboczenia, a ze względu że odstęp ekscentryczności siły  $y = 15 > e_1 = 11.6667 \text{ cm}$ , napięcie krawężne najmniejsze  $\sigma'_{bd}$  wypadnie ujemne, czyli ciągnące, wskutek czego dopuszczalne ekscentryczne obciążenie trzeba obliczyć według, wzoru 958.; ekscentryczne więc obciążenie słupa musi być

$$P \leq \frac{F s_{bz}}{-2 + \frac{6y}{h} + \frac{1}{\alpha}} = \frac{50 \times 70 \times 2.5}{-2 + \frac{6 \times 15}{70} + \frac{1}{0.6}} = \frac{8750}{2.9524 - 2} =$$

$$= \frac{8750}{0.9524} = 9187.32 \text{ kg}.$$

Warunek co do największej dopuszczalnej granicy ekscentrycznego obciążenia słupa, wyrażony wzorem 961. jest tu także dopełniony, gdyż granica ta

$$P_{cu} = \alpha F s_{cbd} = 0.6 \times 50 \times 70 \times 20 = 42.000 \text{ kg},$$

zaś  $P \ll 9187.32 < P_{cu} = 42.000 \text{ kg}$ .

#### 46. Sklepienie z betonu ubijanego kolebkowe.

Po wyznaczeniu sił zewnętrznych i wewnętrznych danego sklepienia według wzorów 41. do 52., w rozdz. II., poddział 3. (str. 1055—1085), i po wykreśleniu rzeczywistej linii ciśnienia w sposób tamże wskazany, oblicza się natężenia krawężne odnośnie do dalszych wzorów 53. do 75., które obecnie dostosowano w następujący sposób także i do niniejszego sklepienia kolebkowego z betonu ubijanego:

$$\sigma_{bd} = \frac{N}{F} + \frac{N y x_1}{J} = \frac{N}{F} \left( 1 + \frac{F y x_1}{J} \right) = \frac{N}{F} \left( 1 + \frac{y}{e_1} \right) \quad 965$$

$$\sigma'_{bd} = \frac{N}{F} - \frac{N y x_2}{J} = \frac{N}{F} \left( 1 - \frac{F y x_2}{J} \right) = \frac{N}{F} \left( 1 - \frac{y}{e_2} \right) \quad 965 \text{ a}$$

W odniesieniu do właściwego sklepieniom kolebkowym przekroju prostokątnego, gdzie

$$F = b d, \quad x_1 = x_2 = \frac{d}{2}, \quad J = \frac{1}{12} b d^3,$$

$$e_1 = e_2 = e = \frac{J}{F \frac{d}{2}} = \frac{\frac{1}{12} b d^3}{\frac{1}{2} b d^2} = \frac{d}{6}, \quad b = 100 \text{ cm}$$

$$\sigma_{bd} = \frac{N}{100 d} \left( 1 + \frac{6 y}{d} \right) \quad 966$$

$$\sigma'_{bd} = \frac{N}{100 d} \left( 1 - \frac{6 y}{d} \right) \quad 966 \text{ a}$$

Jeżeli  $y < \frac{d}{6}$ , czyli gdy odstęp  $y$  ekscentryczności siły leży w obrębie środkowej trzeciej części grubości sklepienia, to w całym przekroju wystąpi natężenie ciśnące, t. j.  $\sigma_{bd}$  i  $\sigma'_{bd}$  będą dodatnie.

Skoro wszakże wypadnie  $y > \frac{d}{6}$ , czyli gdy odstęp ekscentryczności  $y$  wyjdzie poza dalekość rdzenia, względnie poza środkową trzecią część grubości sklepienia, to  $\sigma'_{bd}$  stanie się ujemnem, a więc natężeniem ciągnącym.

Ponieważ w sklepieniu z betonu ubijanego są dopuszczalne małe natężenia ciągnące w myśl poz. 7. w § 16. i poz. 1. w § 17. instrukcji, więc w przeciwieństwie do sklepienia ceglanego i żelbetonowego linja ciśnienia może nieco wyjść poza środkową trzecią część grubości sklepienia.

Odstęp  $y$  ekscentryczności, wychodzący poza środkową trzecią część grubości sklepienia, powinien być obok innych danych wzoru 965. a tak wielki, by wynikające stąd krawężne natężenie ciągnące  $\sigma'_{bd}$  w najgorszym razie nie było większe od bezwzględnej wartości dopuszczalnego natężenia ciągnącego  $s_{bz}$ . Po podstawieniu tej wartości bezwzględnej we wzór 965. a będzie

$$s_{bz} = -\frac{N}{F} + \frac{N y x_2}{J}, \text{ stąd } \frac{N y x_2}{J} = \frac{N}{F} + s_{bz}, \quad y = \frac{J}{F x_2} + \frac{J s_{bz}}{N x_2}$$

$$y = \frac{J}{F x_2} \left( 1 + \frac{F s_{bz}}{N} \right), \text{ gdy zaś } \text{dalekość rdzenia } e_2 = \frac{F x_2}{J},$$

więc otrzymamy warunkowy wzór ogólnej postaci na odstęp ekscentryczności

$$y = \frac{J}{F x_2} \left( 1 + \frac{F s_{bz}}{N} \right) = e_2 \left( 1 + \frac{F s_{bz}}{N} \right) \quad 967$$

z przeciwnej zaś strony środka ciężkości przekroju będzie druga taka wartość graniczna ciągnięcia

$$y' = \frac{J}{F x_1} \left( 1 + \frac{F s_{bz}}{N} \right) = e_1 \left( 1 + \frac{F s_{bz}}{N} \right) \quad 968$$

Oba te wzory przedstawiają najskrajniejszą granicę, poza którą odstęp ekscentryczności  $y$  nie powinien wyjść ze względu na małą wytrzymałość betonu na ciągnięcie i na grożące stąd skrawczenie się sklepienia.

W odniesieniu do prostokątnego przekroju sklepienia będzie odnośnie do wzoru 966. a oraz wzoru 967.

$$y = \frac{d}{6} \left( 1 + \frac{100 d s_{bz}}{N} \right) \quad 969$$

Ziesiątą uwagi wyrażone w rozdziale VIII., poddz. 2. pod 40, (str. 1409) a dotyczące się natężeń ścierających w betonie sklepienia żelbetonowego mają i tu także swoje zasadnicze zastosowanie.

We wzorach 965. do 969. należy liczyć  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y$ ,  $b$ ,  $d$  w centymetrach,  $F$  w centymetrach kwadratowych,  $N$  w kilogramach i w tym razie  $\sigma_{bd}$ ,  $\sigma'_{bd}$ , wypada w kilogramach na  $1 \text{ cm}^2$ .

## X. Zasady obciążania zespołów i natężania materiałów budowlanych. <sup>1</sup>

### 1. Ciężar własny 1 m<sup>3</sup> materiałów budowlanych (wartości przeciętne).

#### A. Drewno wyschłe na powietrzu.

1. Dębina . . . . .	800 kg
2. Buczyna . . . . .	750 "
3. Modrzew . . . . .	650 "
4. Sośnina . . . . .	600 "
5. Jedlina . . . . .	550 "
6. Świerk (smerek) . . . . .	500 "

#### B. Kruszce (metale).

1. Żelazo spawalne . . . . .	7.800 kg
2. Żelazo zlewne . . . . .	7.850 "
3. Żelazo surowcowe (lane) . . . . .	7.300 "
4. Ołów . . . . .	11.400 "
5. Miedź . . . . .	8.900 "
6. Cynk . . . . .	7.200 "

#### C. Mur z wyprawą.

	suchy	mokry
1. Z cegieł ręcznych na zaprawie wapiennej	1.500 kg	1.600 kg
2. Z cegieł ręcznych na zaprawie z cementu romańskiego lub portlandzkiego . . . . .	1.570 "	1.700 "
3. Z cegieł maszynowych na zaprawie wapiennej . . . . .	1.580 "	1.670 "
4. Z cegieł maszynowych na zaprawie z cementu romańskiego lub portlandzkiego . . . . .	1.650 "	1.770 "
5. Z cegieł z gliny pławionej na zaprawie wapiennej . . . . .	1.530 "	1.620 "
6. Z cegieł prasowanych filarowych lub z gliny pławionej na zaprawie z cementu portlandzkiego . . . . .	1.610 "	1.730 "
7. Z cegieł klinkerek z Schattau na zaprawie cementowej portlandzkiej . . . . .	1.920 "	2.000 "
8. Z cegieł trójdziurowych na wapie zwykłym	1.350 "	1.450 "
9. Z cegieł sześciodziurowych na wapie zwykłym . . . . .	1.250 "	1.350 "

<sup>1</sup> Według norm Związku austr. inżynierów i architektów.

10. Z cegieł porowatych pełnych na wapnie	suchy	mokry
zwykłym . . . . .	1.200 kg	1.350 kg
11. Z cegieł porowatych trójdziurowych na		
zwykłym wapnie . . . . .	1.140 "	1.290 "
Powyzsze ciężary — z wyjątkiem klinkerek — uzyskano ze zważenia muru z cegieł wiedeńskich.		
12. Mur z kamienia łamanego:		
a) lekki . . . . .		1.900 kg
b) średnio ciężki . . . . .		2.200 "
c) ciężki . . . . .		2.500 "
13. Beton cementowy portlandeki:		
a) lekki (z cegieł) . . . . .		1.800 "
b) średnio ciężki (z wapniaka i piaskowca) . . . .		2.200 "
c) ciężki (z granitu) . . . . .		2.500 "
14. Ciosy z piaskowca małej wytrzymałości . . . . .		2.100 "
Ciosy z piaskowca wielkiej wytrzymałości . . . .		2.500 "
15. Ciosy z wapniowca małej wytrzymałości . . . .		2.000 "
Ciosy z wapniowca wielkiej wytrzymałości . . . .		2.600 "
16. Ciosy z granitu . . . . .		2.700 "

#### D. Różne materiały budowlane.

1. Rumowisko z muru . . . . .	1.400 kg
2. Piasek budowlany . . . . .	1.400 "
3. Rozdrobniony żużel z pieców wysokich . . . . .	850 "
4. Popiół z węgla kamiennego . . . . .	750 "
5. Sucha zaprawa wapienna . . . . .	1.520 "
6. Sucha zaprawa z cementu rromańskiego lub portlandkiego . . . . .	1.700 "
7. Asfalt lany ze żwirkiem rzeczonym . . . . .	2.100 "
8. " ubijany . . . . .	2.040 "
9. Terazzo . . . . .	2.200 "
10. Gips w połączeniu z żużlem . . . . .	1.250 "
11. Deszczulki gipsowe . . . . .	1.000 "
12. Beton do zapelniania z cementu i żużla . . . . .	
z) lekki . . . . .	1.000 "
5) ciężki . . . . .	1.300 "
13. Szkło . . . . .	2.600 "
14. Sucha ziemia zwykła . . . . .	1.350 "
15. Mokra " " . . . . .	1.500 "
16. Żwir kragły . . . . .	2.000 "
17. Cegła korkowa . . . . .	330 "
18. Ksylolit . . . . .	1.400 "

19. Wyborowe płytki klinkerki . . . . .	2300 kg
20. Głina zwykła . . . . .	1.500—1.800 „
21. Torf sproszkowany :	
a) lekko nasypany . . . . .	200 „
b) ubity . . . . .	400 „

## 2. Ciężar własny stropów

(aż do rozpiętości 6·00 m).

Liczba	Strop	Ciężar w kg/m <sup>2</sup>	
		z trawersami (żelaznymi belkami)	bez trawers
1.	Zwykły belkowy z 10 cm nasypką, podłogą i wyprawą sufitową . . . . .	—	250
2.	Zwykły dyblowy (zbity) z 10 cm nasypką, zresztą jak 1. . . . .	—	340
3.	Zwykły dyblowy z 10 cm nasypką, wyprawą sufitową i posadzką z cegieł płazem lub płyt kamiennych . . . . .	—	360
4.	Belkowy pomiędzy żelaznymi trawersami, zresztą jak 1. . . . .	260	240
5.	15 cm grubo sklepiony cegłą na trawersach, z 8 cm nasypką w kluczu, z wyprawą i podłogą:		
	a) z odstępem trawers do 1·40 m . . . . .	480	450
	b) z odstępem trawers 1·40 m do 3·00 m . . . . .	550	520
6.	Płasko zasklepiony ceglami z odstępem trawers 1·50 m, z nasypką, wyprawą i podłogą:		
	Systemu Schober o wysokości konstrukcji 35 cm . . . . .	570	530
	Systemu Demski, Hönel, Ludwig, Schneider, Wehler o wysokości konstrukcji 32 cm . . . . .	450	420
7.	Sklepiony z betonu ubijanego z wyprawą, z 6 cm nasypką w kluczu i podłogą drewnianą:		
	a) o sklepieniu 7·5 cm grubym, strzałce 11·5 cm, a wysokości konstrukcji 30 cm . . . . .	370	350

Liczba	S t r o p	Ciężar w $kg/m^2$	
		z trawersami (żelaznymi belkami)	bez trawers
	b) o sklepieniu 8·5 <i>cm</i> grubem i strzałce 20·5 <i>cm</i> i wysokości konstrukcji 40 <i>cm</i> . . . . .	430	410
8.	Sklepiony z betonu ubijanego z wyrównaniem betonowym ubijanym i z 6 <i>cm</i> grubą posadzką betonową nad kłuzem sklepienia:		
	a) o sklepieniu 7·5 <i>cm</i> grubem, strzałce 16·5 <i>cm</i> i wysokości konstrukcji 30 <i>cm</i> . . . . .	460	440
	b) o sklepieniu 8·5 <i>cm</i> grubem, strzałce 25·5 <i>cm</i> i wysokości konstrukcji 40 <i>cm</i> . . . . .	550	530
9.	Sklepiony systemem Moniera:		
	a) 5 <i>cm</i> grubo, o strzałce 25 <i>cm</i> i wysokości konstrukcji 40 <i>cm</i> , z wyprawą, nasypką 5 <i>cm</i> w szczycie i podłogą drewnianą . . . . .	360	340
	b) 5 <i>cm</i> grubo, o strzałce 43 <i>cm</i> i wysokości konstrukcji 50 <i>cm</i> , z posadzką betonową 2 <i>cm</i> grubą i wypełnieniem kątów betonem żużlowym . . . . .	450	430
10.	Z płaskich 5 <i>cm</i> grubych płyt Moniera, z podłogą drewnianą, wyprawą, nasypką i wybetonowaniem pasów trawers . . . . .	440	420
11.	Z blachy falistej łukowo wygiętej między trawersami z podłogą i nasypką, bez prawy:		
	a) z odstępem trawers 2 <i>m</i> i 10 <i>cm</i> nasypką u szczytu . . . . .	250	235
	b) z odstępem trawers do 3 <i>m</i> i 6 <i>cm</i> nasypką u szczytu . . . . .	280	265

Uwaga. Na każdy centymetr grubszej nasypki należy zwiększyć ciężary o 14 *kg*.

## 3. Ciężar własny dachów.

Liczba	D a c h k r y t y	Stosunek wysokości do dalekości nachylenia płaszczyzny dachowej	Ciężar w $kg/m^2$ rzutu poziomego
1.	Pojedynczo dachówką . . . . .	1 : 1·25	120
2.	Podwójnie dachówką . . . . .	1 : 1·25	150
3.	Dachówką żłobkowaną . . . . .	1 : 2·25	70
4.	Pojedynczo łupkiem . . . . .	1 : 2·25	80
5.	Podwójnie łupkiem . . . . .	1 : 2·25	90
6.	Blachą cynkową lub żelazną na opierzeniu . . . . .	1 : 4	45
7.	Teksturą asfaltową . . . . .	1 : 4	40
8.	Szklę wraz z ramami żelaznymi: do 6 mm grubem . . . . . do 8 mm grubem . . . . .	1 : 2 1 : 2	26 38
9.	Blachą falistą na płatewkach z żelaza kąтового . . . . .	1 : 5	25
10.	Cementem drzewnym i z 10 cm grubym podkładem żwirowym . . . . .	1 : 20	165

Ciężary własne pod poz. 1. do 7. obejmują wagę wszystkich części pokrycia dachowego, łącznie z krokwiami, ale bez więzby dachowej. Ciężar więzby dachowej stosownie do ciężaru materiału krycia i rozpiętości do 16 m można przyjąć na 1 m<sup>2</sup> rzutu poziomego:

- a) dla więzby żelaznej 10 do 20 kg,
- b) dla więzby drewnianej 20 do 30 kg.

Dla dachów o innym nachyleniu, niż przyjęto średnio w tablicy, wystarczy zwiększenie względnie zmniejszenie w przybliżeniu ciężaru w stosunku do długości krokwi.



## 4. Przypadkowe obciążenie.

Liczba	Przestrzeń obciążona	Ciężar w $kg/m^2$
1.	Zwykły strych . . . . .	150
2.	Zwykłe mieszkanie . . . . .	250
3.	Przestrzenie szkolne . . . . .	300
4.	Schody, przejścia, sale koncertowe, do tańca, gimnastyczne, szermierze i do zgromadzeń .	400
5.	Przestrzenie zarobkowe, sale robocze, składy, na piętrach domów mieszkalnych i zarobkowych .	450
6.	Przestrzenie zarobkowe, pracownie, składy, w par- terze . . . . .	550
7.	Komory na paszę . . . . .	400
8.	Lodownie dla pokładu lodu 1 m grubego . . .	750

Wielkość przypadkowego obciążenia dla teatrów, księgozbiorów, śpielnicy, składów i izb roboczych z ciężkimi maszynami, należy w każdym danym przypadku obliczyć, a szczególnie trzeba uwzględnić działania wstrząśnień.

## 5. Obciążenie wskutek wiatru i śniegu.

Liczba	Przedmiot obciążający	Ciśnienie w $kg/m^2$
1.	Ciśnienie śniegu na płaszczyznę poziomą . . .	75
2.	Ciśnienie wiatru na płaszczyznę prostopadłą do kierunku wiatru . . . . .	200

Kierunek wiatru przyjęto poziomy.

W razie równoczesnego ciśnienia i wiatru i śniegu należy ostatnie przyjąć w  $\frac{2}{3}$  wartości wyżej podanej.

## 6. Średnie wartości wytrzymałości na zginanie betonu ubijanego z cementu portlanckiego.<sup>1</sup>

Liczba	Stosunek mieszanki	Wytrzymałość na zginanie w $kg/cm^2$
1.	500 <i>kg</i> cementu portlanckiego do 1 $m^3$ piasku i żwiru (według objętości stosunek 1:3)	42—50
2.	450 <i>kg</i> cementu portlanckiego do 1 $m^3$ piasku i żwiru (według objętości stosunek 1:3:5)	33—40
3.	400 <i>kg</i> cementu portlanckiego do 1 $m^3$ piasku i żwiru (według objętości stosunek 1:4)	24—30

## 7. Dopuszczalne natężenie materiałów.

### A. Żelazo, drzewo, szkło.

Liczba	Przedmiot	Ciężnienie	Ciśnienie	Zginanie	Ścieranie	
		$kg/cm^2$				
1.	Żelazo spawalne i zlewne .	1000	1000 <sup>2</sup>	1000	800	
2.	Żelazo surowcowe (lane) .	200	600	250	200	
					⊥ do włókien	
3.	Dębina . . . . .	100	70	100	15	30
4.	Buczyna . . . . .	100	70	100	15	30
5.	Modrzew . . . . .	80	60	80	10	20
6.	Sośnina . . . . .	80	60	80	10	20
7.	Jedlina . . . . .	80	60	80	10	20
8.	Świerk (smerek) . . . . .	80	60	80	10	20
9.	Szkło: a) dęte . . . . .	—	70	60	—	—
	b) lane . . . . .	—	70	40	—	—

<sup>1</sup> Wiek sześć miesięcy.

<sup>2</sup> Otwory nitowe należy wiercić. Ciśnienie na wewnętrzną powierzchnię wywiertu nie powinno przekraczać 1.600  $kg/cm^2$ .

Dla mostowych konstrukcji drewnianych i żelaznych istnieją osobne przepisy ustawowe.

Należy szczególniejszą uwagę zwracać:

1. Na wyboczenie części na ciśnienie narażonych.
2. Na szczególny rodzaj nateżeń w razie ekscentrycznego obciążenia.

### B. Mur ceglany, mieszany, z kamienia łamanego i z betonu.

Ciśnienie w kilogramach na  $1 \text{ cm}^2$ .

Liczba	M u r	a	b	c
1.	Z cegieł na zaprawie wapiennej . . . . .	5	2.5	—
2.	Z cegieł na zaprawie z cementu romańskiego . . . . .	7.5	5	—
3.	Z cegieł na cemencie portlanckim . . . . .	10	7.5	5
4.	Mieszany lub z kamienia łamanego na wapnie zwykłym . . . . .	4	—	—
5.	Mieszany lub z kamienia łamanego na cemencie romańskim . . . . .	5	—	—
6.	Mieszany lub z warstwowego kamienia łamanego na cemencie portlanckim . . . . .	8	—	—
7.	Z przyciosanego silnego kamienia łamanego na cemencie portlanckim . . . . .	10	—	—
8.	Z cegieł pławionych najlepszej jakości (t. z. podwójnie pławionych) lub z cegieł filarowych na zaprawie z cementu portlanckiego . . . . .	12	8	6
9.	Z klinkerek na cemencie portlanckim . . . . .	20	15	10
10.	Betonowy z cementu romańskiego w fundamencie o stosunku mieszaniny 250 kg do $1 \text{ m}^3$ piasku i żwiru (stosunek według objętości 1:5) . . . . .	5	—	—

Liczba	M u r	Wytrzymałość na		
		a	b	c
11.	Betonowy z cementu portlanckiego grubości co najmniej 45 cm:			
	a) o stosunku mieszanki 500 kg do 1 m <sup>3</sup> piasku i żwiru (według objętości 1:3) . . . . .	18	—	—
	b) o stosunku mieszanki 325 kg do 1 m <sup>3</sup> piasku i żwiru (według objętości 1:5) . . . . .	12	—	—
	c) o stosunku mieszanki 225 kg do 1 m <sup>3</sup> piasku i żwiru (według objętości 1:8) . . . . .	8	—	—
	d) o stosunku mieszanki 175 kg do 1 m <sup>3</sup> piasku i żwiru (według objętości 1:10) . . . . .	6	—	—

a) Mury nie cieńsze niż 45 cm, oraz filary dźwigające, których najmniejszy rozmiar przekroju wynosi najmniej  $\frac{1}{6}$  wysokości.

b) Mury cieńsze niż 45 cm, oraz filary dźwigające, których najmniejszy rozmiar przekroju wynosi  $\frac{1}{6} - \frac{1}{8}$  wysokości.

c) Filary o najmniejszym rozmiarze przynajmniej 30 cm, których najmniejszy rozmiar przekroju wynosi  $\frac{1}{8} - \frac{1}{12}$  wysokości.

**C. Dopuszczalne natężenie muru sklepień z cegieł, z betonu i z kamieni przyciosanych**  
(do rozpiętości 10 m).

Liczba	Sklepienie	Wytrzymałość na	
		ciśnienie	ciągnięcie
		kg/cm <sup>2</sup>	
1.	Z cegieł na wapnie . . . . .	5	—
2.	Z cegieł na cemencie romańskim . . . . .	7.5	—
3.	Z cegieł na cemencie portlanckim . . . . .	10	1

Liczba	Sklepienie	Wytrzymałość na	
		ciśnienie	ciągnięcie
		<i>kg/cm<sup>2</sup></i>	
4.	Z cegieł pławionych najlepszej jakości (t. z. podwójnie pławionych), oraz z cegieł filarowych na zaprawie z cementu portlandzkiego . . . . .	12	1
5.	Z klinkerek na cemencie portlandzkiem . .	20	—
6.	Betonowe z cementu portlandzkiego o stosunku mieszanki 500 <i>kg</i> do 1 <i>m<sup>3</sup></i> piasku i żwiru (według objętości 1:3) . . .	18	3
7.	Betonowe z cementu portlandzkiego o stosunku mieszanki 325 <i>kg</i> do 1 <i>m<sup>2</sup></i> piasku i żwiru (według objętości 1:5) . . .	12	2
8. <sup>1</sup>	Betonowe z cementu portlandzkiego z wkładkami żelaznymi (Monier, G. A. Wayss, Melan i inni) o stosunku mieszanki 500 <i>kg</i> do 1 <i>m<sup>3</sup></i> nieprzerzucanego piasku (według objętości 1:3) . . . . .	21	8
9.	Z kamieni przyciosanych na zaprawie z cementu portlandzkiego . . . . .	30	1

Wykazane wyżej natężenia mają jedynie znaczenie dla stosunku mieszanki zaprawy 1:3, a mianowicie pod poz. 1., 2., 4. i 5. tablicy 7 B i pod poz. 1. i 2. tablicy 7 C, jeżeli użyty piasek będzie budowlany, czysty, ostry, drobnoziarnisty, a pod poz. 3., 6., 7., 8. i 9. tablicy 7 B i pod poz. 3., 4., 5. i 9. tablicy 7 C, jeżeli piasek będzie taki sam, ale rzeczny; zresztą mur ceglany musi tu być wykonany tylko z cegieł dobrze wypalonych, względnie z klinkerek najlepszej

<sup>1</sup> Konstrukcje z belek betonowych według systemu Wayssa, Hennebiquea itd. nie są objęte pozycją 8

jakości, a beton tylko z czystego, ostrego piasku rzecznoego i kamyków najwyżej 4 cm dużych, wolnych od zanieczyszczeń ziemistych.

Stosunek mieszanki piasku do żwiru należy każdym razem tak dobrać, by piasek wypełnił pustą przestrzeń pomiędzy kamyczkami żwiru.

#### D. Dopuszczalne natężenie co do schodów.

Dopuszczalne natężenie co do schodów może osiągnąć jednej piątej części wytrzymałości na zginanie.

### 8. Dopuszczalne obciążenie gruntu budowlanego.

Liczba	Rodzaj gruntu	Obciążenie w $kg/cm^2$
1.	Miękką glina czysta i bardzo mokry, miękki grunt piaskowy . . . . .	do 1·0
2.	Głina zwykła, średnio zbita glina czysta i miernie mokry lub bardzo gliniasty a suchy grunt piaskowy . . . . .	„ 2·0
3.	Głina chuda, zbita glina czysta i suchy mało gliniasty grunt piaskowy . . . . .	„ 4·0
4.	Gruby piasek o zbitym uwarstwieniu, dalej żwir i drobne kamyki (szuter) . . . . .	„ 6·0
5.	Pulehny wodnisty grunt, fundowanie z pilotowaniem (w średniej odległości pilotów co najwyżej 1 m a poniżej stanu wody gruntowej) na 1 $cm^2$ przekroju pilotów . . . . .	„ 25

## D. MATEMATYKA.

## I. Dział. ALGEBRA.

## I. Działania bezpośrednie i pośrednie.

## 1. Pogląd ogólny.

Wartość danej liczby oceniamy zasadniczo albo li tylko według ilości jednostek, jaką w sobie zawiera, albo też według ilości jednostek i ich znaczenia w odniesieniu do innych liczb. W pierwszym razie oceny są to liczby bezwzględne; w drugim to liczby względne, oznaczone znakiem dodatnim + (plus), albo znakiem ujemnym — (minus). Znak plus liczby dodatniej z reguły opuszcza się, a dopisuje tylko tam, gdzie tego wymaga sposób działania rachunkowego; znak minus dopisuje się zawsze do liczby ujemnej.

Odróżniamy liczby szczegółowe, wyrażające zapomocą przyjętych dziewięciu znaków arabskich ściśle ilość jednostek w nich zawartych, oraz liczby ogólne, oznaczone literami alfabetu łacińskiego  $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z$ , albo literami alfabetu greckiego  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \sigma, \pi, \rho, \varsigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega$ , z których każda przedstawia nieokreśloną szczegółowo, czyli ogólnikową ilość jednostek.

Nauka o liczbach szczegółowych nazywa się arytmetyką, o liczbach ogólnych algebrą; obie zaś te nauki są działami umiejętności zwanej matematyką.

Liczby dane można łączyć rozmaitymi sposobami w nowe liczby, a łączenie takie zowie się działaniem rachunkowym.

Stosownie do podziału liczb względnych na dodatnie i ujemne istnieją właściwie tylko dwa główne, z natury rzeczy wynikające sposoby działania rachunkowego, mianowicie dodawanie i odejmowanie; wszelkie zaś działania inne, wynikły z tych dwu pierwotnych działań.

## 2. Dodawanie.

Znak dodatni + (plus) jest znakiem dodawania, mianowicie:

$$2a + (-7b) + (-c) + 3d + (-e) = 2a - 7b - c + 3d - e.$$

Z lewej strony znaku równości jest tu tylko wskazane dodawanie pięciu liczb ogólnych z właściwymi sobie znakami i dopisaniami szczegółowemi liczbami czyli współczynnikami; z prawej zaś strony znaku równości jest już wykonane dodawanie czyli suma, polegająca na tem, że poszczególne wyrazy czyli dodajniki zestawia się w dowolnym porządku obok siebie ze swymi znakami

i współczynnikami. Jedynek jako współczynnik liczby ogólnej opuszcza się z reguły.

Suma zależnie od tego, czy składa się z dwu, trzech lub więcej wyrazów, nazywa się dwumianem, trójmianem lub wielomianem.

### 3. Odejmowanie.

Odejmowanie jest wręcz przeciwnem działaniem od dodawania a znakiem odejmowania jest znak ujemny — (minus), a mianowicie:  $5a - (+2b) - (-3c) - (+d) - (-e) = 5a - 2b + 3c - d + e$ .

Tu z lewej strony znaku równości jest tylko wskazane odejmowanie, a z prawej jest już wykonane odejmowanie czyli różnica, polegająca na tem, że odjemna pozostaje z pierwotnym swym znakiem niezmienionym, poszczególne zaś odjemniki zestawia się w szeregu obok siebie ze zmienionymi znakami własnymi na wprost przeciwne.

Uwagi zresztą odnoszące się do szczegółowych współczynników liczb ogólnych, oraz eo do dwu i wielomianów sumy, tyczą się i odejmowania.

Znak minus przed klamrą wskazuje, że wyrazy zaklamrowane są odjemnikami; można je zatem od klamer uwolnić, poczynając od najmniejszej pary klamer za zmianą własnych znaków zaklamrowanych na przeciwne:

$$10a - [4a - (3m - 5) + 3a - 2] = 10a - [4a - 3m + 5 + 3a - 2] = 10a - 4a + 3m - 5 - 3a + 2 = 3a + 3m - 3.$$

### 4. Mnożenie.

Mnożenie powstało z tych zadań dodawania, w których powtarza się jeden i ten sam dodatek dwa do  $n$  razy. Znakiem mnożenia jest krzyż ukośny  $\times$  lub kropka w połowie wysokości wiersza  $\cdot$ , a więc  $a \times b$  lub  $a \cdot b$ ; ale znaki te służą do wskazania mnożenia, oraz tam, gdzie zachodzi tego konieczna potrzeba zwłaszcza, gdy czynniki mają znaki różne lub ujemne; w regule zaś nie używa się wcale tych znaków i mnożna pisze się wprost obok możnika bez żadnych oznaczeń. Tak n. p.  $a + a + a + a + a = 5a$ ,  $c + c + c + c + \dots + m$  razy  $= mc$ .

Jeżeli znaki czynników są jednakie, t. j. albo dodatnie albo ujemne, to iloczyn ma zawsze znak dodatni; natomiast jeżeli znak mnożnej różni się od znaku mnożnika, to znak iloczynu jest zawsze ujemny, mianowicie:

$$+a \times (+m) = +am, \quad +a \cdot (-m) = -am, \quad a \times (-b) = -ab, \\ +a \cdot (+b) = +ab, \quad a \cdot (-b) = -ab, \quad (-a) \cdot (+b) = -ab,$$



I tu którykolwiek czynnik lub oba mogą być także dwumianami lub wielomianami.

Jeżeli w iloczynie  $a \cdot b$  mnożnik  $b = 0$ , to  $a \cdot 0 = 0$ ; dla  $b = 1$ ,  $a \cdot 1 = a$ .

Sumę lub różnicę mnoży się przez sumę lub różnicę, jeżeli wszystkie wyrazy mnożnej mnoży się każdym wyrazem mnożnika, a otrzymane iloczyny dodaje się względnie odejmuje się.

$$(a+b)(m-n) = am + bm - an - bn = (a+b)m - (a+b)n = \\ = (m-n)a + (m-n)b.$$

## 5. Dzielenie.

Dzielenie powstało z tych zadań odejmowania, w których od sumy danej odejmuje się jeden i ten sam odjemnik tyle razy, ile razy się da. W tem działaniu suma dana jest dzielną, powtarzający się odjemnik dzielnikiem, a liczba wykazująca ile razy ten sam odjemnik dał się odjąć jest ilorazem. Dzielenie zresztą jest wprost odwrotnem działaniem mnożenia, a znakiem jego jest dwukropki : albo postać ułamka, w którym dzielna jest licznikiem, a dzielnik mianownikiem. Stąd pochodzi ta właściwość dzielenia, że iloraz pomnożony przez dzielnik daje dzielną i że jednakie znaki dzielnej i dzielnika dają iloraz dodatni, a w przeciwnym razie ujemny, jak to wykazują następujące przykłady.

$$+c : (+b) = \frac{c}{b}, \quad -c : (-b) = \frac{c}{b}, \quad +c : (-b) = -\frac{c}{b},$$

$$-c : (+b) = -\frac{c}{b}; \quad \frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c} = \frac{m}{m} = 1.$$

$$\begin{array}{r} [(m-n)a + (m-n)b] : (m-n) = a + b \\ \frac{(m-n)a}{(m-n)a} \\ \frac{+ (m-n)b}{+ (m-n)b} \\ \hline \hline \end{array}$$

Dla  $b$  nieskończenie wielkiego, czyli  $b = \infty$  będzie  $c : \infty = 0$ ; dla  $b = 0$ ,  $c : 0 = \infty$ .

Dzielna i dzielnik mogą być dwumianami lub wielomianami.

## 6. Ułamki.

Ułamki są wynikiem dzielenia i zewnętrzną postacią nie różnią się od niego, gdyż jak z przedstawionego wyżej pod 5. wyvodu widno, dzielenie wyraża się także postacią ułamka, którego dzielna jest licznikiem a dzielnik mianownikiem. Zasadniczą jednak różnica

polega na tem, że liczby czyli wyrazy dzielnej i dzielnika składają się z całych jednostek, podczas gdy licznik ułamka składa się z jednostek niższego rzędu, będących równemi zresztą częściami jednostki całej, a mianownik określa, ile takich części czyli jednostek niższo-rzędnych mieści się w całej jednostce.

A więc ułamek liczb szczegółowych  $\frac{3}{8}$  wyraża, iż licznik składa się z trzech jednostek niższego rzędu, czyli z trzech części całej jednostki, która według mianownika mieści w sobie 8 takich części, czyli została podzielona na 8 równych części. Dokładnie to samo znaczenie ma ułamek algebraiczny  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{m}{n}$  itd.

Przeprowadzenie rozmaitych działań rachunkowych z ułamekami i wynikiłe stąd prawidła widoczne są z następujących niżej równości.

a) Wartość ułamka niezmiennona:

$$\frac{a}{b} = \frac{a m}{b m} = \frac{a : m}{b : m} = \frac{\frac{a}{m}}{\frac{b}{m}}$$

b) Sprowadzenie do wspólnego mianownika:

$$\frac{a}{2c} + \frac{b+dm}{mn} = \frac{mna}{2cmn} + \frac{2c(b+dm)}{2cmn} = \frac{mna + 2c(b+dm)}{2cmn}$$

c) Dodawanie:

$$\frac{a}{6m} + \frac{4a}{6m} + \frac{5a}{6m} = \frac{a + 4a + 5a}{6m} = \frac{10a}{6m} = \frac{5a}{3m}$$

d) Odejmowanie:

$$\frac{m}{m-n} - \frac{n}{m-n} = \frac{m-n}{m-n} = 1; \quad a - \frac{am}{m+1} = \frac{(m+1)a}{m+1} - \frac{am}{m+1} = \frac{a}{m+1}$$

e) Mnożenie:

$$-\frac{a}{m-1} \cdot \frac{c}{d} = -\frac{ac}{(m-1)d} = \frac{-ac \cdot (-1)}{(m-1)d \cdot (-1)} = \frac{ac}{(1-m)d};$$

$$-m \left( -\frac{r}{s} \right) = \frac{mr}{s} = mr \cdot \frac{1}{s}$$

f) Dzielenie:

$$\frac{m}{m-n} : \frac{n}{m-n} = \frac{m}{m-n} \cdot \frac{m-n}{n} = \frac{m}{n}; \quad \frac{a}{m} = \frac{a}{b} \cdot \frac{n}{m} = \frac{an}{bm};$$

$$3am : \frac{6mn}{7z} = 3am \cdot \frac{7z}{6mn} = \frac{21amz}{6mn} : \frac{3m}{1} = \frac{7az}{2n}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{m}{n} : c = \frac{m}{n} : c = \frac{m}{nc}$$

## II. Stosunki i proporcje.

### 1. Stosunki.

Dwie wielkości  $A$  i  $B$  jednego gatunku (dwie długości, dwie powierzchnie, dwa ciężary, dwa czasy) można wzajemnie porównać, ile razy jedna mieści się w drugiej; porównanie to przedstawia się w postaci ilorazu  $A : B$ , który czyta się: „ $A$  ma się do  $B$ ” albo krótko: „ $A$  do  $B$ ”, i nazywa się stosunkiem.

Tu wogóle  $A$  i  $B$  mają nazwę wyrazów stosunku, a w szczególności  $A$  ma nazwę poprzednika,  $B$  nazwę następnika stosunku, wreszcie wartość stosunku wynikła z podzielenia nazywa się wykładnikiem.

Wykładnik jest albo liczbą całkowitą  $l$ , jeżeli wielkość  $A$  jest wielokrotnością  $B$  i wtedy  $A = lB$ ; — albo jest ułamkiem  $\frac{m}{n}$ , gdzie  $m$  i  $n$  są liczby całkowite, jeżeli  $A$  nie jest wielokrotnością, tylko  $m$ -krotnością  $n$ -tej części  $B$ , t. j.  $A = m \frac{B}{n}$  czyli  $A : B = \frac{m}{n}$ ; — albo wreszcie  $A$  nie jest wielokrotnością  $B$  ani żadnej jego części tak, że dla każdej liczby  $n$  jest  $A > \frac{m}{n} B$ , ale zarazem  $A < \frac{m+1}{n} B$ , czyli  $\frac{m}{n} B < A < \frac{m+1}{n} B$ .

W pierwszym i drugim przypadku tych możliwych trzech wartości wykładnika obie liczby  $A$  i  $B$  są spójmierne, w trzecim natomiast przypadku są niespójmierne.

Wartość stosunku czyli wykładnik nie zmienia się, jeżeli poprzednik i następnik przez jedną i tę samą liczbę pomnożymy lub podzielimy.

### 2. Proporcje.

Proporcja jest połączeniem dwu równych stosunków znakiem równości, a więc  $a : b = c : d$  i czyta się:  $a$  do  $b$ , jak  $c$  do  $d$ ; wyrazy proporcji nazywają się kolejno: pierwszy, drugi, trzeci,

czwartym wyraz proporcji — nadto  $a$  i  $c$  poprzednikami,  $b$  i  $d$  następnikami, —  $a$  i  $d$  skrajnymi,  $b$  i  $c$  środkowymi wyrazami proporcji, — wreszcie  $a : b$  pierwszym,  $c : d$  drugim stosunkiem proporcji.

W każdej proporcji iloczyn skrajnych wyrazów równa się iloczynowi wyrazów środkowych, t. j.  $ad = bc$ , gdyż  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  a także  $\frac{a}{b} bd = \frac{c}{d} bd$  czyli  $ad = bc$ .

I na odwrót, z dwu równych iloczynów można utworzyć proporcję, której wyrazami skrajnymi będą, czynniki jednego iloczynu, a wyrazami środkowymi czynniki drugiego.

Wszelką proporcję można zmienić na ośm sposobów, byleby zawsze iloczyn skrajnych był równy iloczynowi wyrazów środkowych, a mianowicie:

$$a : b = c : d, \quad b : a = d : c, \quad c : a = d : b, \quad d : b = c : a, \\ a : c = b : d, \quad b : d = a : c, \quad c : d = a : b, \quad d : c = b : a.$$

Proporcja złożona jest iloczynem wyrazów ilukolwiek proporcji; i tak z trzech proporcji zwykłych

$$a : b = c : d$$

$$e : f = g : h$$

$$m : n = s : t$$

otrzymujemy proporcję złożoną  $aem : bfn = cgs : dht$ , gdyż równe przez równe wymnożone daje równe.

Wszystkie wyrazy, albo tylko jeden wyraz skrajny i jeden środkowy proporcji pomnożone lub podzielone jedną i tą samą liczbą, tworzą również proporcję rzetelną.

$$am : bm = cn : dn \quad \left| \begin{array}{l} \frac{a}{m} : \frac{b}{m} = \frac{c}{n} : \frac{d}{n} \\ \frac{a}{m} : \frac{b}{n} = \frac{c}{m} : \frac{d}{n} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} am : bm = c : d \\ a : b = cm : dm \end{array} \right.$$

$$am : bn = cm : dn \quad \left| \begin{array}{l} \frac{a}{m} : \frac{b}{n} = \frac{c}{m} : \frac{d}{n} \\ \frac{a}{m} : \frac{b}{m} = cn : dn \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} am : b = cm : d \\ a : bm = c : dm \end{array} \right.$$

$$am : bm = \frac{c}{n} : \frac{d}{n} \quad \left| \begin{array}{l} \frac{a}{m} : \frac{b}{m} = cn : dn \\ \frac{a}{m} : bn = \frac{c}{m} : dn \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} am : b = cm : d \\ a : bm = c : dm \end{array} \right.$$

$$am : \frac{b}{n} = cm : \frac{d}{n} \quad \left| \begin{array}{l} \frac{a}{m} : \frac{b}{m} = cn : dn \\ \frac{a}{m} : bn = \frac{c}{m} : dn \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} am : b = cm : d \\ a : bm = c : dm \end{array} \right.$$

Wszystkich tych proporcji iloczyn skrajnych wyrazów równa się iloczynowi środkowych. W ten sposób zaś można wyrazy ułamkowe każdej proporcji zamienić na liczby całe, a wyrazy wielokrotne wyrazić liczbami całkowitemi możliwie najmniejszymi, a więc proporcję uprościć.

W każdej proporcji suma lub różnica wyrazów pierwszego stosunku ma się tak do pierwszego albo drugiego wyrazu, jak suma albo różnica wyrazów drugiego stosunku do trzeciego albo czwartego wyrazu, mianowicie:

$$(a \pm b) : a = (c \pm d) : c, \quad (a \pm b) : b = (c \pm d) : d;$$

albowiem, jeżeli w proporcji  $a : b = c : d$  jest  $a : b = w$ ,

$$c : d = w, \quad \text{to } a = bw, \quad c = dw, \quad b = a \frac{1}{w}, \quad d = c \frac{1}{w}, \quad \text{stąd}$$

$$a \pm b = a \left(1 \pm \frac{1}{w}\right), \quad c \pm d = c \left(1 \pm \frac{1}{w}\right), \quad \text{czyli } (a \pm b) : a =$$

$$= 1 \pm \frac{1}{w}, \quad \text{oraz } (c \pm d) : c = 1 \pm \frac{1}{w}, \quad \text{z tych równości więc}$$

$(a \pm b) : a = (c \pm d) : c$ ; dalej  $a \pm b = bw \pm b = b(w \pm 1)$ ,  
czyli  $a \pm b : b = w \pm 1$  tak samo  $c \pm d = dw \pm d = d(w \pm 1)$ ,  
czyli  $(c \pm d) : d = w \pm 1$  stąd wreszcie

$$(a \pm b) : b = (c \pm d) : d.$$

Na podstawie tych równości, oraz twierdzenia co do dopuszczalności zmiany proporcji na ośm sposobów zapomocą przemiany porządku wyrazów, otrzymujemy  $(a + b) : (c + d) = a : c = b : d$ ,  
 $(a - b) : (c - d) = a : c = b : d$  stąd  $(a + b) : (c + d) =$   
 $= (a - b) : (c - d)$ , albo  $(a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d)$ .

Przystawiwszy w danej proporcji  $a : b = c : d$  środkowe wyrazy  $a : c = b : d$ , otrzymamy odnośnie do poprzedniego wyводу:

$$(a \pm c) : a = (b \pm d) : b, \quad (a \pm c) : c = (b \pm d) : d,$$

$$(a + c) : (b + d) = a : b = c : d, \quad (a - c) : (b - d) = a : b =$$

$$= c : d, \quad \text{stąd } (a + c) : (b + d) = (a - c) : (b - d),$$

$$(a + c) : (a - c) = (b + d) : (b - d).$$

### 3. Rozwiązanie proporcji.

Z równania proporcji właściwego  $ad = bc$  wynika  $a = \frac{bc}{d}$ ,

$$b = \frac{ad}{c}, \quad c = \frac{ad}{b}, \quad d = \frac{bc}{a}, \quad \text{to jest:}$$

wyraz skrajny proporcji równa się iloczynowi wyrazów środkowych podzielonemu przez drugi skrajny; wyraz środkowy równa się iloczynowi wyrazów skrajnych podzielonemu przez drugi środkowy.

Obliczenie niewiadomego wyrazu proporcji na podstawie trzech danych jej wyrazów jest rozwiązaniem proporcji.

Proporcja, której średnie lub skrajne wyrazy są równe, nazywa się ciągłą, a wyraz średni równy nazywa się średnią geometryczną proporcjonalną.

Z proporcji ciągłej  $a : b = b : c$  wynika  $b^2 = ac$ .

Jeżeli liczby  $a, b, c$  czynią zadość proporcji, zwanej harmonicznie:

$$(a - b) : (b - c) = a : c$$

to liczby  $a, b, c$  są harmoniczne, zaś liczba  $b$  nazywa się średnią harmonicznie proporcjonalną.

Z proporcji harmonicznej otrzymujemy:  $(a - b)c = (b - c)a$ , stąd

$$\begin{array}{l|l|l} 2ac - ab = bc & 2ac = ab + bc & 2ac - bc = ab \\ a(2c - b) = bc & 2ac = b(a + c) & c(2a - b) = ab \\ a = \frac{bc}{2c - b} & b = \frac{2ac}{a + c} & c = \frac{ab}{2a - b} \end{array}$$

Z wzoru  $b = \frac{2ac}{a + c}$  otrzymujemy odwrotność średniej harmonicznie proporcjonalnej względem liczb  $a$  i  $c$ :

$$\frac{1}{b} = \frac{a + c}{2ac} = \frac{1}{2} \left( \frac{a}{ac} + \frac{c}{ac} \right) \text{ czyli } \frac{1}{b} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right)$$

t. j. wartość odwrotna średniej harmonicznie proporcjonalnej względem dwu liczb równa się połowie sumy odwrotności tych dwu liczb.

#### 4. Zastosowanie proporcji.

a) Reguła trzech prosta.

Wyznaczenie niewiadomej  $x$  z proporcji, gdy są dane trzy jej wyrazy  $a, b, c$ , nazywa się regułą trzech prostą.

Do ustawienia proporcji potrzeba tu koniecznie, by z trzech liczb danych były  $a$  i  $b$  jednego gatunku (np. ciężary), zaś  $c$  i  $x$  innego gatunku (np. ceny), ale zależnego od poprzedniego gatunku. Tu mogą zajść takie przypadki, że gdy liczba  $a$  podwoi się, potroi itd., to tak samo uwielokrotni się także liczba  $c$ ; w tym razie zatem oba gatunki są wprost proporcjonalne i proporcja zestawia się w prostym porządku:

$$a : b = c : x.$$

Jeżeli natomiast za zwiększeniem się liczby  $a$  dwu, trzy,  $m$ -krotnem, liczba  $c$  zmniejszy się dwa, trzy,  $m$ -krotnie, to takie dwa gatunki są odwrotnie proporcjonalne i w tym razie stosunek liczb drugiego gatunku zestawia się w odwrotnym porządku, niż stosunek liczb pierwszego porządku, a mianowicie:

$$a : b = x : c.$$

## b) Reguła trzech składana.

Jeżeli w zadaniu dotyczącym się proporcjonalności jest danych liczb więcej niż trzy, ale zawsze w ilości nieparzystej, i jeżeli z tych liczb jest jedna tego samego gatunku co niewiadoma  $x$ , zaś z pozostałych reszty liczb są każde dwie liczby jednakowego gatunku, które to wszystkie odmienne gatunki są względem gatunku nie wiadomej  $x$  bądź wprost, bądź odwrotnie proporcjonalne, — to sposób wyznaczenia niewiadomej zapomocą proporcji złożonej nazywa się regułą trzech składaną.

Skoro zatem dane są liczby  $a, b, c, d$  różnych gatunków, oraz liczby  $a_1, b_1, c_1, d_1$  odpowiednio tych samych gatunków, zaś  $m$  jest daną liczbą tego samego gatunku co niewiadoma  $x$ , to zestawia się te dane w dwa stosowne szeregi wzajemnej zależności

$$\begin{array}{c} m, a, b, c, d \\ x, a_1, b_1, c_1, d_1, \end{array}$$

przyjmuje się na razie  $b_1 = b, c_1 = c, d_1 = d$  i dobrawszy do pozostałych liczb  $a, a_1, m$  czwartą proporcjonalną  $y$  jednogatunkową z liczbą  $m$ , zestawia się je w szereg zależności

$a, m$  } i w miarę, czy zachodzi tu prosty lub odwrotny stosunek,  
 $a_1, y$  } otrzymujemy proporcję  $a : a_1 = m : y$ , lub  $a : a_1 = y : m$ ;  
 tu przykładowo przyjmujemy prosty stosunek.

W każdym razie uważamy już  $y$  jako wiadome, i po przyjęciu  $c_1 = c, d_1 = d$  porównujemy  $b, b_1, y$  z dobraną nową niewiadomą  $z$ , i z dwuszeregu zależności

$b, y$  } pod założeniem odwrotnej proporcjonalności gatunków otrzy-  
 $b_1, z$  } mujemy proporcję  $b_1 : b = y : z$ .

Uważając teraz  $z$  jako wiadome i przyjąwszy  $d_1 = d$ , porównujemy  $c, c_1, z$  z dobraną nową niewiadomą  $u$  w szeregu

$c, z$  } i w przypuszczeniu i tym razem odwrotnej proporcjonal-  
 $c_1, u$  } ności gatunków otrzymujemy proporcję  $c_1 : c = z : u$ .

Teraz porównujemy liczby  $d, d_1, u$  z szukaną niewiadomą  $x$ , i z dwuszeregu zależności

$d, u$  } pod założeniem prostego stosunku otrzymujemy ostatnią pro-  
 $d_1, x$  } porcję  $d : d_1 = u : x$ .

Mamy zatem obecnie następujące proporcje:

$$\begin{array}{l} a : a_1 = m : y \\ b_1 : b = y : z \\ c_1 : c = z : u \\ d : d_1 = u : x \end{array}$$

które po wymnożeniu wyrazów kolumnami i uproszczeniu iloczynów drugiego stosunku dają proporcję wymnożoną czyli złożoną:

$$a b_1 c_1 d : a_1 b c d_1 = m : x.$$

Zamiast całego wyżej przeprowadzonego wywodu przedstawiamy rzecz dla łatwiejszego przeglądu w sposób następujący:

$$\begin{array}{l} m : x = a : a_1, \text{ gdy } m \text{ i } a \text{ są wprost proporcjonalne,} \\ = b_1 : b, \quad \text{" " " } b \text{ " odwrotnie " } \\ = c_1 : c, \quad \text{" " " } c \text{ " " " } \\ = d : d_1 \text{ " " " } d \text{ " wprost " } \end{array}$$

---


$$m : x = a b_1 c_1 d : a_1 b c d_1, \text{ stąd } x = m \frac{a_1 b c d_1}{a b_1 c_1 d}.$$

c) Rachunek procentowy jako przykład reguły trzech składanej.

100 złotych kapitału po 1 roku daje  $P$  złotych dochodu  
 $K$  " " "  $L$  latach "  $D$  " "

Odnosnie do poprzedniego wywodu reguły trzech składanej będzie  
 $D : P = K : 100$ , gdyż  $D$  i  $K$  są wprost proporcjonalne,

$$= L : 1, \quad \text{" } D \text{ i } L \text{ " " " a zatem}$$

$D : P = KL : 100$ ; stąd otrzymujemy równość

$$100 D = P K L,$$

z której wynikają następujące wzory:

$$D = \frac{P K L}{100}, \quad K = 100 \cdot \frac{D}{P L}, \quad L = 100 \frac{D}{P K}, \quad P = 100 \frac{D}{K L}.$$

d) Reguła łańcuchowa służy do wyznaczenia stosunku dwu wielkości za pośrednictwem innych stosunków znanych. Mamy więc tu następujące zagadnienie do rozwiązania:

Ile  $x$  jednostek gatunku  $M$  przypada na  $a$  jednostek gatunku  $A$ , jeżeli  
na  $a_1$  " " "  $A$  idzie  $b$  " " "  $B$ ,  
"  $b_1$  " " "  $B$  " " "  $c$  " " "  $C$ ,  
"  $c_1$  " " "  $C$  " " "  $d$  " " "  $D$ ,  
"  $d_1$  " " "  $D$  " " "  $m$  " " "  $M$ .

Najpierw szukamy, ile  $a$  jednostek gatunku  $A$  przypada na  $y$  jednostek gatunku  $B$  z proporcji

$$a_1 : b = a : y$$

potem ile  $y$  jednostek gatunku  $B$  przypada na  $z$  jednostek gatunku  $C$  z proporcji:

$$b_1 : c = y : z$$

dalej ile  $z$  jednostek gatunku  $C$  idzie na  $u$  jednostek gatunku  $D$ , z proporcji:

$$c_1 : d = z : u$$



wreszcie ile  $u$  jednostek gatunku  $D$  idzie na  $x$  jednostek gatunku  $M$  z proporcji:

$$d_1 : m = u : x.$$

Z proporcji więc:

$$a_1 : b = a : y$$

$$b_1 : c = y : z$$

$$c_1 : d = z : u$$

$$d_1 : m = u : x$$

otrzymujemy  $a_1 b_1 c_1 d_1 : b c d m = a : x$ , zaś stąd

$$x = \frac{a b c d m}{a_1 b_1 c_1 d_1}$$

Zwykle zagadnienie to piszemy:

$x$	jedn. $M$	$a$	jedn. $A$
$a_1$	" $A$	$b$	" $B$
$b_1$	" $B$	$c$	" $C$
$c_1$	" $C$	$d$	" $D$
$d_1$	" $D$	$m$	" $M$

e) Reguła spółki. Reguła ta umożliwi rozdzielenie danej sumy  $S$  na części, pozostające do siebie w stosunku danych liczb  $a, b, c, d \dots$ . Oznaczywszy szukane części sumy  $S$  przez  $x, y, z, u \dots$ , zaś sumę danych liczb stosunkowych  $s = a + b + c + d + \dots$  to

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{u}{d} = \dots = \frac{x + y + z + u + \dots}{a + b + c + d + \dots} = \frac{S}{s} \text{ stąd}$$

$$x = \frac{S}{s} \cdot a, \quad y = \frac{S}{s} \cdot b, \quad z = \frac{S}{s} \cdot c, \quad u = \frac{S}{s} \cdot d \text{ itd.}$$

f) Reguła spółki składana.

Z pomocą tej reguły wyznacza się części  $x, y, z, u, \dots$  sumy  $S$  tak, aby były proporcjonalne do liczb  $a, b, c, d, \dots$  oraz do  $a_1, b_1, c_1, d_1, \dots$ .

Przyjmujemy  $a_1 = b_1 = c_1 = d_1 = \dots$  to  $x : y : z : u \dots = a : b : c : d \dots$  następnie dla  $a = b = c = d = \dots$  będzie  $x : y : z : u \dots = a_1 : b_1 : c_1 : d_1 \dots$  stąd po wymnożeniu kolumnami i uproszczeniu będzie

$$x : y : z : u : \dots = a a_1 : b b_1 : c c_1 : d d_1 : \dots \text{ czyli}$$

$$\frac{x}{a a_1} = \frac{y}{b b_1} = \frac{z}{c c_1} = \frac{u}{d d_1} = \dots$$

### III. Potęgi, pierwiastki i logarytmy.

#### 1. Potęgowanie.

Potęgowanie wynika z tych zadań mnożenia, w których wszystkie czynniki są tą samą liczbą. Zamiast zatem w wyniku wymnożenia pisać:  $a a a a a a = c$ , albo ogólnie  $a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot m$  razy  $= c$ , pisze się w skróceniu

$$a^7 = c, \text{ albo ogólnie } a^m = c,$$

gdzie  $a$  jako czynnik powtarzający się nazywa się zasadą,  $m$  wykładnikiem, wykazującym ilość owych czynników do wzajemnego wymnożenia przeznaczonych, wreszcie  $c$  potęgą.

Jeżeli wykładnik  $m = 1$ , to ze względu, że wykładnik pierwszej potęgi nie pisze się, z reguły będzie

$a^1 = a$ ; druga potęga  $a a = a^2$  nazywa się kwadratem liczby  $a$ , zaś trzecia potęga  $a^3$  cześcianiem liczby  $a$ ; dalsze potęgi nie mają osobnej nazwy.

Zasadnicze działania rachunkowe z potęgami i idące stąd reguły przedstawiają się w sposób niżej uwidoczniiony.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad a^m \cdot b^m = (a b)^m, \quad 1^m = 1;$$

$$\left(\frac{1}{b}\right)^m = \frac{1^m}{b^m} = \frac{1}{b^m}; \quad (a^m)^n = a^{mn}; \quad a^m : a^m = a^{m-m} = a^0 = 1,$$

stąd każda liczba podniesiona do potęgi zero równa się jednostce, a więc  $(a + b)^0 = 1$ .

$$a^0 : a^m = a^{0-m} = a^{-m} = 1 : a^m = \frac{1}{a^m}; \quad \text{stąd } \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} =$$

$$= 1 : \frac{a^n}{b^n} = 1 \times \frac{b^n}{a^n} = \frac{b^n}{a^n}; \quad \frac{1}{a^{-m}} = \frac{1}{\frac{1}{a^m}} = 1 : \frac{1}{a^m} = 1 \times \frac{a^m}{1} = a^m$$

Dodatnia liczba podniesiona do potęgi daje zawsze potęgę dodatnią; natomiast ujemna daje dodatnią potęgę, jeżeli wykładnik jest liczbą parzystą, a w przeciwnym razie daje potęgę ujemną, a mianowicie:

$$(+a)^4 = (-a)^4 = a^4; \quad (-a)^5 = -a^5; \quad \text{ogólnie } (+a)^{2n} =$$

$$= (-a)^{2n} = a^{2n}; \quad (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1};$$

$$(a+b)(a+b) = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2; \quad (a^2 - b^2) : (a+b) = a - b;$$

$$\begin{array}{r} - a^2 \pm a b \\ \hline = - a b - b^2 \\ - a b - b^2 \\ \hline = = \end{array}$$

$$(a^2 - b^2) : (a - b) = a + b.$$

Kwadrat wielomianu:  $(a + b + c)^2 = [(a + b) + c]^2 = (a + b)^2 + 2(a + b)c + c^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ ;

kładąc  $-c$  zamiast  $c$  otrzymamy:

$$(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc; \text{ ogólnie}$$

$$(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n)^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots +$$

$$+ 2a_1a_2 + 2a_1a_3 + 2a_1a_4 + \dots = \sum_1^n (a^2) + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \cdot [2(aa)]$$

gdzie  $\sum_1^n (a^2)$  jest sumą kwadratów wszystkich wyrazów wielomianu,

wyraz objęty łamanym nawiasem przedstawia symbolicznie podwójny iloczyn dwu wyrazów wielomianu, tworzących odnośną dwójkę (ambo), zaś współczynnik  $\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$  przed tym łamanym nawiasem wyraża możliwą ilość takich dwójek (amb) z  $n$  wyrazów wielomianu bez powtarzań.

$$(a + b)(a + b)(a + b) = (a + b)^2(a + b) = (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

stąd po podstawieniu  $-b$  zamiast  $+b$  otrzymamy sześcienną różnicę dwumianu:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4,$$

$$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5, \text{ ogólnie}$$

$$(a + b)^n = a^n + n a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2} b^2 +$$

$$+ \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{n-3} b^3 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} a^{n-4} b^4 +$$

$$+ \dots + b^n.$$

Po podstawieniu  $-b$  zamiast  $+b$  będzie

$$(a - b)^n = a^n - n a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2} b^2 -$$

$$- \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{n-3} b^3 + \dots \pm b^n$$

gdzie znak plus lub minus ostatniego wyrazu zawisł od tego, czy wykładnik  $n$  jest liczbą parzystą lub nieparzystą.

Potęgowanie określone równaniem  $a^m = c$  jest działaniem tyczącym się wyznaczenia wielkości potęgi, gdy daną jest zasada i wykładnik  $m$ . To działanie prowadzi jednak w konsekwencji do dwu odwrotnych potęgowaniu działań, a mianowicie do wyznaczenia

zasady  $a$ , gdy daną jest wielkość potęgi  $c$  i wykładnik, oraz do wyznaczenia wykładnika  $m$ , gdy daną jest zasada  $a$  i wielkość potęgi  $c$ . Pierwsze z tych odwrotnych działań nazywa się pierwiastkowaniem, a drugie logarytmowaniem liczby  $c$ .

## 2. Pierwiastkowanie.

Działania rachunkowe i prawa pierwiastkowania wynikają z przedstawionych niżej równości i wyjaśnień.

Jeżeli  $a$  jest  $n$ -tą potęgą zasady  $x$ , zwanej w pierwiastkowaniu  $n$ -tym pierwiastkiem liczby  $a$ , to jest jeżeli  $\sqrt[n]{a} = x$ , to oczywiście na odwrót musi być  $x^n = (\sqrt[n]{a})^n = a$ , która to równość musi odpowiadać prawidłom potęgowania nie tylko co do liczebności, lecz także i co do znakowania.

a) Pierwiastek z sumy lub różnicy:

Jeżeli  $a + b = s$ , to musi  $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{s}$ ;  $\sqrt[n]{a-b} = \sqrt[n]{r}$ , gdzie  $r$  jest obliczoną już różnicą.

b) Pierwiastek z iloczynu:

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = x$ , ponieważ  $x^n = (\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b})^n = (\sqrt[n]{a})^n \cdot (\sqrt[n]{b})^n = a b$ , więc  $\sqrt[n]{x^n} = \sqrt[n]{a b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ ;  $a \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a^m} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a^m b}$ .

c) Pierwiastek z ilorazu:

$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = x$ , gdy zaś  $x^n = \left(\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\right)^n = \frac{(\sqrt[n]{a})^n}{(\sqrt[n]{b})^n} = \frac{a}{b}$ , więc

$$\sqrt[n]{x^n} = x = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}.$$

d) Pierwiastek potęgi:

$$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m.$$

e) Pierwiastek pierwiastka:

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = x$ ,  $x^n = \left(\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}\right)^n = \sqrt[m]{a}$ ,  $(x^n)^m = (\sqrt[m]{a})^m$ ,

$$x^{mn} = a, \text{ stąd } \sqrt[mn]{x^{mn}} = x = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}.$$

f) Zasadnicze własności pierwiastka:

$\sqrt[n]{a^m} = x$ , stąd  $x^n = (\sqrt[n]{a^m})^n = a^m$ , oraz  $(x^n)^p = (a^m)^p$ ,

$$x^{np} = a^{mp}, \sqrt[np]{x^{np}} = x = \sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}, \text{ a zatem}$$

Pierwiastek jakiegokolwiek potęgi nie zmienia swej wartości, jeżeli tak wykładnik pierwiastkowy, jak i wykładnik potęgowy pomnożymy lub podzielimy przez tę samą liczbę.

Na tej podstawie otrzymamy

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{a^m} &= \sqrt[\frac{n}{m}]{a^{\frac{m}{n}}} = \sqrt[1]{\frac{a^{\frac{m}{n}}}{a^{\frac{m}{n}}}} = a^{\frac{m}{n}}, \text{ oraz } \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[\frac{n}{m}]{\frac{a^m}{a^{\frac{m}{n}}}} = \\ &= \sqrt[\frac{n}{m}]{a^1} = \sqrt[\frac{n}{m}]{a}; \end{aligned}$$

stąd dalej

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{a^m} &= a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[\frac{n}{m}]{a}, \text{ wreszcie } (\sqrt[n]{a})^m = \left(\frac{1}{a^{\frac{1}{n}}}\right)^m = a^{-\frac{m}{n}} = \\ &= \sqrt[n]{a^{-m}}; \sqrt[n]{a^{-1}} = \sqrt[n]{a^{-1}} = \sqrt[\frac{n}{1}]{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}; \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[\frac{m}{n}]{\frac{1}{a^{\frac{1}{n}}}} = \\ &= \sqrt[\frac{mn}{n}]{a^{\frac{1}{n}}} = \sqrt[mn]{a}. \end{aligned}$$

Pierwiastek kwadratowy  $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$ ;

pierwiastek sześcienny  $\sqrt[3]{a}$ .

Nieparzysty pierwiastek liczby dodatniej jest dodatni a liczby ujemnej ujemny:

$$\sqrt[2n+1]{+a} = +x; \quad \sqrt[2n+1]{-a} = -x.$$

Parzysty pierwiastek liczby dodatniej może być zarówno dodatni jak ujemny:

$$\sqrt[2n]{+a} = +x; \quad \sqrt[2n]{+a} = -x; \quad \text{czyli } \sqrt[2n]{+a} = \pm \sqrt[2n]{a}, \text{ gdyż } \\ +x^{2n} = -x^{2n} = +a.$$

Wyznaczenie zatem parzystego pierwiastka z potęgi ujemnej, to jest pierwiastka  $\sqrt[2n]{-a}$  jest niemożliwe.

Pierwiastkowi temu można nadać następującą postać:

$$\sqrt[2n]{-a} = \sqrt[2n]{a \cdot (-1)} = \sqrt[2n]{a} \cdot \sqrt[2n]{-1} \text{ a po spierwiastkowaniu czyn-} \\ \text{nika } \sqrt[2n]{a} = \pm x \text{ otrzymamy: } \sqrt[2n]{-a} = \pm x \sqrt[2n]{-1}.$$

g) Liczby urojone.

Ze względu, iż pierwiastek parzysty liczby ujemnej ma w każdym razie swoje znaczenie liczbowe i rachunkowe, więc celem umożli-

wienia rozwiązania go rozszerzono zakres liczb zapomocą wprowadzenia nowej jednostki, której kwadrat równa się jednostce ujemnej. Jednostka taka nazywa się jednostką urojoną i oznacza się literą  $i$ ; jest więc  $i = \sqrt{-1}$ , stąd zaś  $i^2 = -1$ .

Odróżniamy też jednostkę urojoną dodatnią i ujemną, a więc:

$$+i = +\sqrt{-1}, \quad -i = -\sqrt{-1}.$$

Wobec tego pierwiastek parzysty liczby ujemnej przybierze postać:

$$\sqrt{-a} = \pm x \sqrt{-1} = \pm x i$$

jako liczba urojona w przeciwstawieniu do liczby rzeczywistej.

Podobnie jak oznaczenie liczb rzeczywistych uzmysłowiamy na linii prostej, rozciągającej się od punktu zerowego w dwu kierunkach wprost przeciwnych w nieskończoność, tak też — po przyjęciu za podstawę pierwiastka kwadratowego liczby ujemnej — przedstawiamy sobie znaczenie liczb urojonych na innej linii prostej, przez ten sam punkt zerowy przechodzącej, ale prostopadłej do linii poprzedniej. Jednostkę urojoną bowiem możemy pojmować jako średnią geometrycznie proporcjonalną między jednostką dodatnią  $+1$  i jednostką ujemną  $-1$ .

Liczbę złożoną z jednostek rzeczywistych i urojonych w postaci  $a + b i$ , gdzie  $a, b$  są liczbami rzeczywistymi, nazywamy liczbą zespoloną.

Suma albo różnica liczb urojonych jest nową liczbą urojoną, a mianowicie:  $a i + b i = (a + b) i$ ;  $a i - b i = (a - b) i$ .

Iloczyn dwu liczb urojonych jest liczbą rzeczywistą dodatnią lub ujemną, zależnie od tego, czy oba czynniki mają znaki różne lub jednakie:

$$\begin{aligned} (+a i) \times (-b i) &= (-a i) \times (+b i) = -a b i^2 = (-a b) (-1) = \\ &= +a b; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+a i) \times (+b i) &= (-a i) \times (-b i) = +a b i^2 = (+a b) (-1) = \\ &= -a b. \end{aligned}$$

Iloraz dwu liczb urojonych jest liczbą rzeczywistą dodatnią lub ujemną, zależnie od tego, czy dzielna i dzielnik mają znaki te same lub różne:

$$(+a i) : (+b i) = (-a i) : (-b i) = +\frac{a}{b};$$

$$(+a i) : (-b i) = (-a i) : (+b i) = -\frac{a}{b}.$$

Potęga liczby urojonej jest liczbą rzeczywistą lub urojoną zależnie od wykładnika :

$$(a i)^2 = -a^2; \quad (b i)^3 = b^3 \cdot i^2 \cdot i = -b^3 i \text{ itd.}$$

### 3. Logarytmowanie.

Jeżeli dana całkowita liczba  $a$  jest potęgą danej zasady  $b$ , ale wykładnik  $x$  potęgi jest niewiadomy, czyli jeżeli  $a = b^x$ , to można wyznaczyć ten wykładnik  $x = \log_b a$ , zwany logarytmem liczby  $a$  dla zasady  $b$ , szukając liczby do której zasadę  $b$  potęgować należy, aby otrzymać liczbę  $a$ , co wyrażamy wzorem:

$$b^x = b \log_b a = a.$$

a) Własności logarytmów odnośnie do własności potęg:

$$\text{Ponieważ } b^0 = 1, \text{ więc } \log_b 1 = 0;$$

$$b^1 = b, \text{ więc } \log_b b = 1;$$

$$b^{-\infty} = \frac{1}{b^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0, \text{ stąd } \log_b 0 = -\infty.$$

b) Logarytm iloczynu:

$$\log a \cdot b = \log a + \log b;$$

$$\log 72 = \log 4 \times 6 \times 3 = \log 4 + \log 6 + \log 3.$$

c) Logarytm ilorazu:

$$\log(a : b) = \log \frac{a}{b} = \log a - \log b; \quad \log \frac{a^m}{n} = \log a + \log m - \log n.$$

d) Logarytm potęgi:

$$\log a^n = n \log a.$$

e) Logarytm pierwiastka:

$$\log \sqrt[n]{a} = \log a^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log a = \frac{\log a}{n};$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\log a - \log b}{n}.$$

f) Logarytmy zwyczajne.

Logarytmy zwyczajne czyli Briggsowskie, których zasada  $b = 10$ , zostały wymyślone w r. 1618 przez Henryka Briggsa, profesora Uniwersytetu w Oxford.

Część całkowita logarytmu zwyczajnego nazywa się cechą, a miejsca dziesiętne mantysą logarytmu.

Cecha logarytmu liczby  $c > 1$  jest dodatnia i o jednostkę mniejsza od ilości cyfr w całkowitej części liczby  $c$ ; mianowicie  $\log 4753 \cdot 625 = 3 \cdot 6770249$ .

Cecha logarytmu ułamka dziesiętnego mniejszego od jednostki jest ujemna i zawiera w sobie tyle jednostek, ile zer poprzedza pierwszą cyfrę określoną ułamka; mianowicie  $\log 0.00562 = = 0.7497363 - 3$ .

g) Tablice logarytmów, ułożone celem oszczędzenia roz-  
wlekłych rachunków, zawierają zwykle dla liczb od 1 do 1000  
mantysy czterocyfrowe, dla liczb do 10.000 mantysy pięćcyfrowe,  
dla liczb do 100.000 mantysy sześć- do siedmicyfrowe.

Różnice między mantysami są w przybliżeniu proporcjonalne do  
różnic odnośnych liczb i to tem dokładniej, czem mniejsze są owe  
różnice w stosunku do liczb. Na tem też polega sposób otrzymania  
logarytmu, którego w tablicach niema.

Jeżeli zatem przyjdzie obliczyć złożony z dwu liczb iloczyn

$$x = 8452796 \times 0.0548129$$

zapomocą logarytmów w tablicach Koehlera, w których takich liczb  
niema, gdyż zawarte w nich mantysy siedmicyfrowe odnoszą się  
tylko do liczb pięćcyfrowych, to postępujemy w następujący,  
sposób.

Ponieważ  $\log x = \log 8452796 + \log 0.0548129$ , więc celem wyszu-  
kania  $\log 8452796$  ustalamy przedewszystkiem cechę logarytmu,  
która w odniesieniu do naszej liczby wyniesie  $7 - 1 = 6$ ; następnie  
po opuszczeniu z prawej strony dwu ostatnich cyfr znajdziemy  
należącą do liczby 84527 mantysę  $\cdot 9269955$ . Następna mantysa  
liczby o 1 większej, t. j. liczby 84528 wynosi  $\cdot 9270006$ , a różnica  
obu tych mantys równa się 51 i pomnożona przez opuszczone cyfry,  
t. j. przez 0.96 daje poprawkę  $51 \times 0.96 = 48.96 \cong 49$ .

Wobec tego otrzymujemy  $\log 8452700 = 6.9269955$

$$\text{poprawka wynosi } 0.96 \times 51 \cong 49$$

$$\text{ostatecznie } \log 8452796 = 6.9270004$$

Podobnie postępujemy z wyszukaniem  $\log 0.0548129$ ; cecha jest  
tu  $-2$ , a po wykluczeniu ostatniej cyfry z najdujemy należącą do  
liczby 0.054812 mantysę  $\cdot 7388756$ ; gdy zaś bezpośrednio po niej  
następująca mantysa jest  $\cdot 7388836$ , więc zachodząca między nimi  
obiema różnica 80, wymnożona przez opuszczoną cyfrę 0.9 daje  
poprawkę  $0.9 \times 80 = 72$ .

Stąd otrzymujemy

$$\log 0.054812 = 0.7388756 - 2$$

$$\text{poprawka } 0.9 \times 80 = 72$$

$$\text{zatem } \log 0.0548129 = 0.7388828 - 2$$



Wobec tego

$$\log x = 6.9270004 + 0.73888728 - 2 = 7.6658882 - 2 = 5.6658882.$$

Pozostaje wreszcie do wyznaczenia liczba odpowiadająca temu logarytmowi, czyli iloczyn  $x$ , który jak wskazuje cecha 5 będzie zawierać sześćocyfrową liczbę całkowitą i prawdopodobnie dziesiętny ułamek.

Mantysa obliczonego właśnie  $\log x$  znajduje się między mantysami 6658810 i 6658904, których różnica jest 94; różnica zaś między mantysą obliczoną a mantysą bezpośrednio od niej mniejszą 6658810 wynosi 22. Tej bezpośrednio mniejszej mantysie odpowiada liczba 46332; podzieliwszy różnicę 22 przez różnicę 94, otrzymujemy poprawkę  $22 : 94 = 0.234$ , która dopisana do znalezionej liczby daje 46332234, a po oddzieleniu kropką sześciu cyfr całkowitych od ułamka dziesiętnego otrzymujemy iloczyn

$$x = 463322.34.$$

h) Zamiana układu logarytmów. Mając dany logarytm liczby  $c$  dla zasady  $b$  można go zamienić na logarytm tej samej liczby  $c$  dla innej zasady  $\beta$  w sposób następujący.

Jeżeli  $c = b^n$ , to  $n = \log_b c$ ; podobnie  $c = \beta^m$ , to  $m = \log_\beta c$ ;

$$\text{stad } \beta^m = b^n, \quad \sqrt[m]{\beta^m} = \sqrt[n]{b^n}, \quad \beta = b^{\frac{n}{m}},$$

$\log_b \beta = \frac{n}{m} \log_b b = \frac{n}{m} \cdot 1 = \frac{n}{m}$ , stad  $m = \frac{n}{\log_b \beta}$ , po podstawieniu wartości za  $m$  i  $n$  będzie

$$\log_\beta c = \frac{\log_b c}{\log_b \beta} = \log_b c \cdot \frac{1}{\log_b \beta}.$$

Z tego wynika następujące twierdzenie:

Logarytm liczby  $c$  dla zasady  $\beta$  równa się logarytmowi tej samej liczby  $c$  dla zasady  $b$ , podzielonemu przez logarytm zasady  $\beta$  dla zasady  $b$ , i na odwrót.

Z pomiędzy możliwych niezliczonych systemów logarytmicznych stały się dwa tylko praktycznymi, a mianowicie omówiony już poprzednio system logarytmów zwyczajnych czyli Briggowskich, którego zasada  $b = 10$ , oraz system logarytmów naturalnych czyli Nepera, których zasada niewymierna  $e = 2.7182818284590452. \dots$

Stąd na podstawie wyprowadzonego wyżej wzoru zamiennego

$$\log_e c = \log_{10} c \cdot \frac{1}{\log_{10} e}, \quad \text{zaś } \log_b c = \log_e c \cdot \frac{1}{\log_e 10}.$$

$$\frac{1}{\log_{10} e} = \frac{1}{0.4342944819032518} = 2.3025850929940456. \dots \text{ nazywa}$$

się zamiennikiem czyli modulem logarytmów naturalnych, którym trzeba pomnożyć logarytm zwyczajny danej liczby, aby otrzymać logarytm naturalny tej samej liczby.

I na odwrót

$$\frac{1}{\log_e 10} = \frac{1}{2.3025850929940456} = 0.4342944819032518$$

jest zamiennikiem czyli modulem logarytmów zwyczajnych, którym wyożony logarytm naturalny danej liczby staje się logarytmem zwyczajnym tej samej liczby.

## IV. Równania stopnia pierwszego.

### 1. Określenia ogólne.

Równość odnosząca się do dwu wyrazów algebrycznych, dająca się sprawdzić jedynie za podstawieniem szczegółowych wartości w miejsce liczb ogólnych, nazywa się równaniem; jest to zatem równość warunkowa w odniesieniu do równości tożsamościowej.

Równanie nie zmienia swych pierwiastków, jeżeli do obu stron równania dodamy tę samą liczbę lub odejmiemy, albo obie strony pomnożymy lub podzielimy tą samą liczbą, albo też obie strony podniesiemy do równych potęg, lub z obu stron wyciągniemy równe pierwiastki. Tak zmienione równania nazywają się równaniami równoważnemi.

W zastosowaniu poszczególnionych właśnie działań równoważnych przeprowadza się uporządkowanie równania zwykle w następujący sposób

1. Uwalnia się równanie od ułamków zapomocą wymnożenia obu jego stron najmniejszą spólną wielokrotnością wszystkich mianowników.

2. Wykonuje się naznaczone działania celem uwolnienia wyrazów od nawiasów.

3. Przenosi się wszystkie wyrazy z niewiadomemi na lewą stronę równania, a wszystkie wyrazy wiadome na prawą.

4. Wyrazy niewiadome zszeregowuje się według stopni malejących i łączy z sobą równoimienne, a z wiadomymi wykonuje się wskazane działania.

5. Według możności skraca się równanie zapomocą podzielenia obu stron spólnym czynnikiem.

6. Zmienia się w miarę potrzeby znaki wszystkich wyrazów na przeciwne zapomocą wymnożenia obu stron równania ujemną jednostką.

7. Wreszcie równanie uporządkowane już sprowadza się zwykle do zera zapomocą przeniesienia także i wszystkich wyrazów wiadomych na lewą stronę równania.

## 2. Równania stopnia pierwszego o jednej niewiadomej.

Każde równanie stopnia pierwszego o jednej niewiadomej daje się sprowadzić do postaci

$$ax + b = 0$$

gdzie  $a$ ,  $b$  są liczby wiadome; stąd zapomocą poszczególnionych wyżej działań równościowych wyznaczamy wartość niewiadomej zapomocą liczb wiadomych

$$x = -\frac{b}{a}$$

Podstawivszy za  $x$  tę wartość w dane równanie sprawdzamy je, a mianowicie:

$$a \cdot \left(-\frac{b}{a}\right) + b = -b + b = 0, \text{ czyli } 0 = 0.$$

Jak widno więc, równanie stopnia pierwszego jednej niewiadomej ma tylko jeden pierwiastek.

Rozwiązanie danych równań:

1.  $\frac{x}{7} + \frac{2x}{5} + \frac{x}{2} = x + \frac{3}{2}$ , najmniejszy spólny mianownik jest

70, stąd

$$10x + 28x + 35x = 70x + 105, \quad 10x + 28x + 35x - 70x = 105, \\ (10 + 28 + 35)x - 70x = 105, \quad 73x - 70x = 105, \quad 3x = 105, \\ \text{ostatecznie}$$

$$x = \frac{105}{3} = 35.$$

Sprawdzenie:

$$\frac{35}{7} + \frac{70}{5} + \frac{35}{2} = 35 + \frac{3}{2}, \quad \frac{70}{7} + \frac{140}{5} + 35 = 70 + 3, \\ 10 + 28 + 35 = 70 + 3, \quad 73 = 73.$$

2.  $(a + b)x = a + b - \frac{m}{n}x$ ,  $(a + b)x + \frac{m}{n}x = a + b$ ,  
 $n(a + b)x + mx = n(a + b)$ ,  $[n(a + b) + m]x = n(a + b)$ ,  

$$x = \frac{n(a + b)}{n(a + b) + m}.$$

Sprawdzenie:

$$(a+b) \frac{n(a+b)}{n(a+b)+m} = a+b - \frac{m}{n} \cdot \frac{n(a+b)}{n(a+b)+m},$$

$$(a+b)n(a+b) = (a+b)[n(a+b)+m] - \frac{m}{n} \cdot n(a+b),$$

$n(a+b) = n(a+b) + m - m$ , ostatecznie  $n(a+b) = n(a+b)$ .

### 3. Równoważność dwu równań stopnia pierwszego o jednej niewiadomej.

Dwa równania stopnia pierwszego o jednej niewiadomej sprowadzone do właściwej postaci

$$a_1 x + b_1 = 0$$

$$a_2 x + b_2 = 0$$

mają wogóle różne pierwiastki, a mianowicie, pierwiastek pierwszego równania  $x = -\frac{b_1}{a_1}$ , a drugiego  $x = -\frac{b_2}{a_2}$ , gdyż dane liczby  $a_1, b_1, a_2, b_2$  są różne.

Pierwiastki te jednak będą równe, jeżeli  $\frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2}$ , czyli jeżeli będzie  $a_1 : a_2 = b_1 : b_2$ .

Dwa równania stopnia pierwszego o jednej niewiadomej mają ten sam pierwiastek, jeżeli odnośne współczynniki tych równań są proporcjonalne.

### 4. Wyznacznik dwu równań stopnia pierwszego o jednej niewiadomej.

Przedstawiony wyżej warunek równoważności dwu równań daje się wyrazić równaniem

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$$

z którego wynika, że dwa równania stopnia pierwszego mają ten sam pierwiastek, jeżeli różnica iloczynów  $a_1 b_2$  i  $a_2 b_1$  równa się zeru.

Różnicę tę nazywamy wyznacznikiem czterech liczb  $a_1, a_2, b_1, b_2$ , i piszemy symbolicznie

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

Poszczególne cztery liczby są to elementa wyznacznika, który wytworzony z nich w symbolicznym zestawieniu składa się

z dwu wierszy, z dwu kolumn, z przekątni głównej, bieżącej od lewego elementu górnego wiersza do prawego elementu wiersza dolnego i z przekątni pobocznej, bieżącej od prawego elementu górnego wiersza do lewego elementu wiersza dolnego.

Stosownie do tego biegu przekątni głównej elementów i pobocznej obliczamy z przedstawionego wyżej symbolu wartość wyznacznika według wzoru

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

W odniesieniu więc do tego wyniku, że dwa równania stopnia pierwszego o jednej niewiadomej są równoważne, jeżeli wyznacznik utworzony ze współczynników obu równań równa się zeru.

W szczególności równania  $6x + 8 = 0$ ,  $9x + 12 = 0$  są równoważne, gdyż wyznacznik

$$\begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} = 6 \times 12 - 8 \times 9 = 72 - 72 = 0.$$

Własności wyznacznika.

1. Zmiana wierszy na kolumny a kolumny na wiersze nie zmienia wartości wyznacznika.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - b_1 a_2 = a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$$

2. Wyznacznik zmienia znak, gdy obie kolumny przestawimy

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} b_1 & a_1 \\ b_2 & a_2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = - (a_2 b_1 - b_2 a_1)$$

3. Wyznacznik ma wartość zera, jeżeli dwa równoległe rzędky są jednakie lub jeżeli wszystkie elementa jednego rzędku są zerami.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} 0 & a_2 \\ 0 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

4. Wyznacznik mnoży się liczbą, jeżeli się pomnoży nią elementa jednego rzędku.

$$p \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = p(a_1 b_2 - b_1 a_2) = p a_1 b_2 - p b_1 a_2 = \begin{vmatrix} p a_1 & b_1 \\ p a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p a_1 & p b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

5. Wyznacznik jest zerem, jeżeli elementa jednego rzędku są wielokrotnościami innego rzędku równoległego.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ p a_1 & p b_1 \end{vmatrix} = p \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = 0$$

6. Jeżeli elementa jednego rzędku są sumami  $m$  dodajników, to można go wyrazić sumą  $m$  wyznaczników.

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m & b_1 \\ a'_1 + a'_2 + a'_3 + \dots + a'_m & b_2 \end{vmatrix} &= (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m) b_2 - b_1 (a'_1 + a'_2 + a'_3 + \dots + a'_m) = \\ &= (a_1 b_2 - b_1 a'_1) + (a_2 b_2 - b_1 a'_2) + \dots + (a_m b_2 - b_1 a'_m) = \\ &= \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a'_1 & b_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 & b_1 \\ a'_2 & b_2 \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} a_m & b_1 \\ a'_m & b_2 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

7. Wyznacznik nie zmienia się, jeżeli do elementów jednego rządka dodamy odnośnie elementa innego rządka równoległego wymnożone jednym jakimkolwiek czynnikiem.

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} a_1 + m b_1 & b_1 \\ a_2 + m b_2 & b_2 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1 & b_1 \\ b_2 & b_2 \end{vmatrix} m; \quad \text{gdy zaś } \begin{vmatrix} b_1 & b_1 \\ b_2 & b_2 \end{vmatrix} = \\ &= 0, \text{ więc będzie } \begin{vmatrix} a_1 + m b_1 & b_1 \\ a_2 + m b_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

## 5. Równania stopnia pierwszego o dwu niewiadomych.

Do obliczenia wartości dwu niewiadomych potrzeba dwu równań stopnia pierwszego o dwu niewiadomych, które można sprowadzić zawsze do postaci:

$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y &= c_1 \\ a_2 x + b_2 y &= c_2 \end{aligned}$$

Do rozwiązywania takich dwu równań służą rozmaite metody a mianowicie:

**1. Metoda podstawiania.** W tym celu z pierwszego równania wyznaczamy niewiadomą  $x$

$$\begin{aligned} x &= \frac{c_1 - b_1 y}{a_1}, \text{ a po podstawieniu tej wartości w drugie równanie} \\ \text{otrzymujemy } a_2 \cdot \frac{c_1 - b_1 y}{a_1} + b_2 y &= c_2 \text{ stąd } a_2 c_1 - a_2 b_1 y + a_1 b_2 y = \\ &= a_1 c_2, (a_1 b_2 - a_2 b_1) y = a_1 c_2 - a_2 c_1, \text{ wreszcie } y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \end{aligned}$$

Podstawiając tę wartość za  $y$  w którejkolwiek z danych wyżej dwu równań, otrzymujemy wartość  $x$ .

**2. Metoda porównania.** Wyznaczamy z obu równań jedną i tę samą niewiadomą:

$$\begin{aligned} x &= \frac{c_1 - b_1 y}{a_1}, \quad x = \frac{c_2 - b_2 y}{a_2} \text{ stąd } \frac{c_1 - b_1 y}{a_1} = \frac{c_2 - b_2 y}{a_2}, \\ a_2 c_1 - a_2 b_1 y &= a_1 c_2 - a_1 b_2 y, \quad (a_1 b_2 - a_2 b_1) y = a_1 c_2 - a_2 c_1 \\ \text{wreszcie } y &= \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}. \end{aligned}$$

**3. Metoda równych współczynników.**

$a_1 x + b_1 y = c_1$ ,  $a_2 x + b_2 y = c_2$ , mnożąc pierwsze równanie przez  $b_2$ , drugie przez  $-b_1$ , oraz pierwsze przez  $-a_2$ , drugie

przez  $a_1$  i dodawszy każdą parę równań wymnożonych otrzymamy

$$\begin{aligned} a_1 b_2 x + b_1 b_2 y &= b_2 c_1, & -a_2 a_1 x - b_1 a_2 y &= -a_2 c_1 \\ -a_2 b_1 x - b_1 b_2 y &= -b_1 c_2 & a_1 a_2 x + a_1 b_2 y &= a_1 c_2 \end{aligned}$$

staąd

$$x = \frac{b_2 c_1 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \quad y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

Jeżeli dana jest suma  $a$  i różnica  $b$  dwu niewiadomych, to jedna niewiadoma równa się połowie sumy, zaś druga połowie różnicy wielkości danych  $a$  i  $b$ .

$x + y = a$ ,  $x - y = b$ ; po dodaniu, a drugi raz po odjęciu obu tych równań od siebie będzie

$$2x = a + b, \text{ oraz } 2y = a - b, \text{ staąd } x = \frac{a + b}{2}, \quad y = \frac{a - b}{2}.$$

#### 4. Metoda dowolnego czynnika.

Pomnożywszy pierwsze dane równanie przez dowolny czynnik  $\lambda$  i dodawszy je do drugiego a więc  $a_1 \lambda x + b_1 \lambda y = \lambda c_1$

oraz  $a_2 x + b_2 y = c_2$  otrzymamy nowe równanie  $(a_1 \lambda + a_2)x + (b_1 \lambda + b_2)y = \lambda c_1 + c_2$

które za podstawieniem  $a_1 \lambda + a_2 = 0$ , czyli  $\lambda = -\frac{a_2}{a_1}$ , przy-

bierze postać  $(-b_1 \frac{a_2}{a_1} + b_2)y = -\frac{a_2}{a_1} c_1 + c_2, (-b_1 a_2 + a_1 b_2)y = -a_2 c_1 + a_1 c_2$ ,

i dozwoli wyznaczyć  $y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$ ; w ten sam sposób następnie

dla  $b_1 \lambda + b_2 = 0$ , czyli dla  $\lambda = -\frac{b_2}{b_1}$  będzie  $(-a_1 \frac{b_2}{b_1} + a_2)$

$x = -\frac{b_2}{b_1} c_1 + c_2$ , a po wymnożeniu przez  $-b_1$ :

$$(a_1 b_2 - a_2 b_1)x = c_1 b_2 - c_2 b_1, \text{ wyniknie } x = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

#### 5. Metoda wyznaczników.

Niewiadome, wyznaczone według którejkolwiek z przedstawionych wyżej metod, otrzymują swoją wartość w postaci ułamków

$$x = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \quad y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

których to ułamków licznik i mianownik są wyznacznikami.

Spólnym mianownikiem obu ułamków jest wyznacznik

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

utworzony ze współczynników obu niewiadomych; natomiast liczniki można pomyśleć utworzone z mianownika w ten sposób, iż w miejsce

spółczynników szukanej niewiadomej zostały wstawione odpowiednie wyrazy wiadome, a więc

$$c_1 b_2 - c_2 b_1 = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \quad a_1 c_2 - a_2 c_1 = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

Na tej podstawie można oba wzory do obliczania wartości niewiadomych napisać w symbolicznej postaci wyznaczników:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad 970$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad 971$$

Jeżeli wyznacznik w mianowniku nie jest zerem, to  $x$  i  $y$  mają wartości oznaczone i skończone; natomiast jeżeli jest zerem, a wyznaczniki w liczniku nie są zerami, to  $x$  i  $y$  są nieskończenie wielkie, a równania takie nie spełniają się dla żadnych wartości skończonych i nazywają się równaniami sprzecznymi między sobą. Jeżeli wreszcie wyznacznik w mianowniku, oraz jeden wyznacznik będący licznikiem są zerami, to także i drugi wyznacznik, będący licznikiem, jest zerem.

## 6. Równoważność trzech równań stopnia pierwszego o dwu niewiadomych.

Trzy równania stopnia pierwszego o dwu niewiadomych w postaci

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$$

$$a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$$

$$a_3 x + b_3 y + c_3 = 0$$

dają wogóle trzy pary różnych pierwiastków, z których każda odpowiada jednej z możliwych trzech par równań.

Do wykazania zaś pod jakimi warunkami jedna tylko para pierwiastków może sprawdzić wszystkie trzy równania, prowadzi następujący wywód.

Z pierwszych dwu równań, sprowadzonych do postaci

$$a_1 x + b_1 y = -c_1$$

$$a_2 x + b_2 y = -c_2$$

wyznaczamy obie niewiadome metodą wyznaczników według wzorów 970. i 971.



$$x = \frac{\begin{vmatrix} -c_1 & b_1 \\ -c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = -\frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 - c_1 \\ a_2 - c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = -\frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

Te dwa pierwiastki podstawione w trzecie równanie sprawdzają je, jeżeli spełni się warunek

$$-a_3 \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} - b_3 \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} + c_3 = 0 \quad \text{czyli po wymnożeniu przez mianownik}$$

$$-a_3 \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} - b_3 \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} + c_3 \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$$

Na podstawie własności wyznacznika, wyrażonej pod poz. 2. (str. 1460) w poddziale 4. można napisać ten ostatni trójmian wyznaczników w postaci

$$a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} + b_3 \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} + c_3 \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{zaś w rozwinięciu}$$

$$a_3 (b_1 c_2 - b_2 c_1) + b_3 (c_1 a_2 - c_2 a_1) + c_3 (a_1 b_2 - a_2 b_1) = 0$$

$$a_3 b_1 c_2 - a_3 b_2 c_1 + b_3 c_1 a_2 - b_3 c_2 a_1 + c_3 a_1 b_2 - c_3 a_2 b_1 = 0$$

Ten sam związek współczynników daje się uzyskać, jeżeli otrzymane wartości niewiadomych z drugiego i trzeciego równania podstawimy w równanie pierwsze albo wartości niewiadomych z pierwszego i trzeciego równania w równanie drugie.

## 7. Wyznacznik trzech równań stopnia pierwszego o dwu niewiadomych.

Wykazany wyżej związek warunkowy dziewięciu współczynników układu trzech równań stopnia pierwszego, o dwu niewiadomych można uporządkować albo według liter  $a$ ,  $b$ ,  $c$ :

$$a_1 b_2 c_3 - a_1 b_3 c_2 + a_2 b_3 c_1 - a_2 b_1 c_3 + a_3 b_1 c_2 - a_3 b_2 c_1 = 0$$

albo według wskaźników 1, 2, 3:

$$a_1 b_2 c_3 - a_1 c_2 b_3 + b_1 c_2 a_3 - b_1 a_2 c_3 + c_1 a_2 b_3 - c_1 b_2 a_3 = 0$$

W każdym z tych dwu równań warunkowych mamy po lewej stronie wyrażenie, złożone z trzech iloczynów dodatnich i trzech ujemnych, a więc razem z sześciu iloczynów, z których każdy znowu zawiera po trzy różne co do liter i co do wskaźników czynniki, wybrane z pomiędzy dziewięciu współczynników danych trzech równań w ten sposób, że każdy z trzech czynników należy do innego równania i do innej niewiadomej. Wyrażenie takie na-

zywa się wyznacznikiem trzeciego rzędu dla odróżnienia poprzednio w niniejszym poddziale 4. (str. 1459) już przedstawionego wyznacznika  $a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$ , który nazywa się wyznacznikiem drugiego rzędu.

Wyznacznik trzeciego rzędu, utworzony z dziewięciu elementów:  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3$  w sposób określony równością

$D = a_1 b_2 c_3 - a_1 b_3 c_2 + a_2 b_3 c_1 - a_2 b_1 c_3 + a_3 b_1 c_2 - a_3 b_2 c_1$  oznaczamy symbolicznie

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad 972$$

Z tego symbolu można obliczyć wartość wyznacznika w sposób podany przez Sarrusa: jeżeli po prawej stronie zestawionych w symbolu dziewięciu elementów dopisze się jeszcze raz dwie pierwsze kolumny, co przedstawia się w sposób następujący:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_3 & b_3 & c_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix} \quad 973$$

Według tego szematu mnożąc elementa bieżące według przekątnej głównej (od  $a_1$  do  $c_3$ ) i dwu do niej równoległych otrzymujemy trzy iloczyny dodatnie, zaś w kierunku przekątnej pobocznej (od  $a_3$  do  $c_1$ ) i dwu do niej równoległych trzy iloczyny ujemne, a mianowicie:  $D = a_1 b_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + c_1 a_2 b_3 - a_3 b_2 c_1 - b_3 c_2 a_1 - c_3 a_2 b_1$

W odniesieniu zresztą wyznacznika rzędu trzeciego do układu trzech równań stopnia pierwszego o dwu niewiadomych wynika, iż równania te mają w tym razie te same pierwiastki, jeżeli wyznacznik trzeciego rzędu, utworzony ze współczynników tych równań, równa się zeru.

## 8. Równania stopnia pierwszego o więcej niż dwu niewiadomych.

Do wyznaczenia wogóle więcej, niż dwu niewiadomych potrzeba zawsze tylu równań ile jest niewiadomych. A zatem do wyznaczenia trzech niewiadomych potrzeba trzech równań, do czterech niewiadomych czterech równań, do  $n$  niewiadomych  $n$  równań.

Samo wyznaczanie przeprowadza się zapomocą jednej z przedstawionych wyżej metod rugowania niewiadomych; w ten sposób z  $n$  równań o  $n$  niewiadomych  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  otrzymuje się najpierw  $n-1$  równań o  $n-1$  niewiadomych, potem  $n-2$  o  $n-2$  niewiadomych itd., wreszcie dwa równania o dwu niewiadomych, nakoniec jedno równanie o jednej tylko niewiadomej, z którego można już obliczyć wartość niewiadomej. Tę wartość podstawia się w jedno z dwu równań o dwu niewiadomych i oblicza wartość drugiej niewiadomej, dalej obie obliczone wartości podstawia się w jedno z równań o trzech niewiadomych itd. aż do wyznaczenia wszystkich niewiadomych.

Do rozwiązania trzech równań stopnia pierwszego o trzech niewiadomych dają się z korzyścią zastosować wyznaczniki trzeciego rzędu.

## 9. Nierówności.

Zestawienie nierówności dwu liczb uwidocznia się znakiem kąta  $>$  zwróconego rozwartością swą ku większej liczbie, a ostrzem ku mniejszej.

Każda liczba dodatnia jest większa od zera, a tem bardziej od wszelkiej liczby ujemnej. Z dwu liczb ujemnych jest ta większa, której bezwzględna wartość jest mniejsza; a więc:  $-1 > -2 > 3$  itd.

Jeżeli z dwu równych liczb jedna jest większa (lub mniejsza) od trzeciej, to i druga jest większa (lub mniejsza) od trzeciej.

Jeżeli z trzech liczb jedna jest większa (lub mniejsza) od drugiej, a ta druga większa (lub mniejsza) od trzeciej, to pierwsza jest tem bardziej większa (lub mniejsza) od trzeciej.

Równe liczby dodane do nierównych (lub odjęte) dają sumy (lub różnice) nierówne w tym samym porządku.

$$\begin{array}{r} a > b & a > b \\ c = d & c = d \\ \hline a + c > b + d & a - c > b - d \end{array}$$

Nierówne dodane do nierównych w tym samym porządku dają sumy nierówne w tym samym porządku

$$\begin{array}{r} a > b & c = d & a > b \\ m > n & m > n & n < m \\ \hline a + m > b + n & c - m < d - n & a - n > b - m \end{array}$$

Nierówne odjęte od równych dają różnice nierówne w przeciwnym porządku.

Nierówne, odjęte od nierównych w przeciwnym porządku, dają różnice nierówne w porządku nierówności odjemnych.

Równe pomnożone przez nierówne dają iloczyny nierówne w tym samym porządku.

$$\begin{array}{cc} c = d & a > b \\ \hline m > n & m > n \\ \hline cm > dn & am > bn \end{array}$$

Nierówne pomnożone przez nierówne w tym samym porządku dają iloczyny nierówne w tym samym porządku.

Nierówne podzielone przez równe dają ilorazy nierówne w tym samym porządku; natomiast równe podzielone przez nierówne dają ilorazy w odwrotnym porządku.

$$\begin{array}{ccc} a > b & c = d & a > b \\ \hline c = d & n < m & n < m \\ \hline \frac{a}{c} > \frac{b}{d} & \frac{c}{n} > \frac{d}{m} & \frac{a}{n} > \frac{b}{m} \end{array}$$

Nierówne podzielone przez nierówne w przeciwnym porządku dają ilorazy nierówne w porządku nierówności dzielných.

Nierówności równoważne są to takie dwie nierówności, z których jedna jest wynikiem drugiej; n. p. jeżeli  $a > b$  to  $a - b > 0$ .

Nierówności warunkowe. Jeżeli nierówności są nie dla wszelkich wartości liczb ogólnych w ich skład wchodzących prawdziwe, to nazywają się nierównościami warunkowymi.

Taka nierówność zawierająca jedną niewiadomą w stopniu pierwszym rozwiązuje się jak równanie; np.  $\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} > 3$

po wymnożeniu obu stron przez 6 otrzymamy nierówność warunkową

$$3(x-1) + 2(x-2) > 18 \text{ czyli } 5x - 7 > 18,$$

stad po dodaniu z obu stron liczby 7,  $5x > 25$ , a ostatecznie  $x > 5$ .

Z tego wynika, że dana nierówność jest prawdziwą jedynie dla tych wartości  $x$ , które są większe niż 5.

## V. Równania stopnia drugiego o jednej niewiadomej.

### 1. Ogólne określenia.

Równanie stopnia drugiego o jednej niewiadomej po należytem uporządkowaniu, usunięciu ułamków i uwolnieniu od znaków pierwiastkowych daje się w góle sprowadzić do postaci

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Równanie to nazywa się równaniem zupełnym stopnia drugiego w przeciwieństwie do niezupełnego równania stopnia drugiego, w którym brakuje albo wyraz z niewiadomą w pierwszym stopniu  $b x$  albo wyraz wolny od niewiadomej, t. j. wyraz  $c$ .

Równanie niezupełne stopnia drugiego ma zatem postać:  $a x^2 + b x = 0$  i  $a x^2 + c = 0$ ; a nadto równanie tej ostatniej postaci  $a x^2 + c = 0$  nazywa się także czystem równaniem stopnia drugiego.

## 2. Równanie niezupełne stopnia drugiego.

Równanie to  $a x^2 + b x = 0$  można przedstawić w postaci iloczynu:  $x (a x + b) = 0$

gdy zaś iloczyn ten stanie się zerem dla  $x = 0$  lub  $a x + b = 0$ ,

czyli dla  $x = -\frac{b}{a}$ , więc stąd wniosek, że równanie dane  $a x^2 + b x = 0$

ma dwa pierwiastki:  $x = 0$  i  $x = -\frac{b}{a}$ , z których każdy sprowadza je do zera.

Natomiast z drugiej postaci równania nie zupełnego stopnia drugiego czyli z czystego równania stopnia drugiego  $a x^2 + c = 0$

otrzymujemy  $a x^2 = -c$ , a stąd  $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$ . Równanie to ma dwa pierwiastki równe, lecz o znakach przeciwnych.

## 3. Równanie zupełne stopnia drugiego.

Postać tego równania  $a x^2 + b x + c = 0$  można sprowadzić

do postaci  $x^2 + \frac{b}{a} x = -\frac{c}{a}$ , czyli po podstawieniu  $\frac{b}{a} = p$ ,

$-\frac{c}{a} = q$  do postaci normalnej:  $x^2 + p x = q$ .

Ponieważ  $(x + \frac{p}{2})^2 = x^2 + p x + \frac{p^2}{4}$ , więc dodawszy do obu stron równania postaci normalnej wyraz  $\frac{p^2}{4}$  otrzymamy równanie niezmi-

nione  $x^2 + p x + \frac{p^2}{4} = \frac{p^2}{4} + q$ , którego lewa strona jest zupełnym kwadratem, stąd więc

$(x + \frac{p}{2})^2 = \frac{p^2}{4} + q$ , a po spierwiastkowaniu

$x + \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} + q}$  czyli  $x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} + q}$

Z tego widać, że każde równanie zupełne stopnia drugiego ma dwa pierwiastki:

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} + q}, \quad x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} + q},$$

które to pierwiastki będą rzetelne i różne, jeżeli wyraz  $\frac{p^2}{4} + q$  będzie dodatni, — rzetelne i równe, jeżeli będzie  $\frac{p^2}{4} + q = 0$ , — wreszcie urojone i sprzężone, jeżeli wyraz  $\frac{p^2}{4} + q$  będzie ujemny.

Z tych wywodów wynika następujące prawidło rozwiązywania równań stopnia drugiego.

Niewiadoma równania normalnego stopnia drugiego równa się połowie współczynnika niewiadomej  $x$  w pierwszej potędze ze znakiem przeciwnym, powiększonej lub pomniejszonej o pierwiastek kwadratowy z sumy złożonej: z kwadratu rzeczony połowy współczynnika i z wiadomego wyrazu prawej strony równania.

## VI. Równanie dwuwyrazowe stopnia trzeciego.

Ogólna postać tego równania jest  $x^3 = a$  czyli  $x^3 - a = 0$ .

Czynnikiem dwumianu  $x^3 - a$  jest  $x - \sqrt[3]{a}$ , drugi zaś czynnik wynika z podzielenia tego dwumianu przez czynnik  $x - \sqrt[3]{a}$ , a mianowicie:  $(x^3 - a) : (x - \sqrt[3]{a}) = x^2 + x\sqrt[3]{a} + (\sqrt[3]{a})^2$

$$\begin{aligned} & \frac{-x^3 + x^2\sqrt[3]{a}}{x^2\sqrt[3]{a} - a} \\ & \frac{-x^2\sqrt[3]{a} + x(\sqrt[3]{a})^2}{x(\sqrt[3]{a})^2 - a} \\ & \frac{-x(\sqrt[3]{a})^2 + (\sqrt[3]{a})^3}{=} \end{aligned}$$

Dwumian zatem  $x^3 - a$  staje się zerem nie tylko dla  $x = \sqrt[3]{a}$ , lecz także i dla tych wartości  $x$ , dla których drugi czynnik dwumianu czyli trójmian

$$x^2 + x\sqrt[3]{a} + (\sqrt[3]{a})^2 = 0$$

Ponieważ ten trójmian jest zupełnym równaniem stopnia drugiego, więc

$$x = -\frac{\sqrt[3]{a}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sqrt[3]{a}}{2}\right)^2 - (\sqrt[3]{a})^2} = -\frac{\sqrt[3]{a}}{2} + \sqrt{\frac{(\sqrt[3]{a})^2}{4} - \frac{4(\sqrt[3]{a})^2}{4}}$$

$$x = -\frac{\sqrt[3]{a}}{2} \pm \sqrt{-\frac{3(\sqrt[3]{a})^2}{4}} = -\frac{\sqrt[3]{a}}{2} [1 \pm \sqrt{-1} \sqrt{3}] \text{ czyli}$$

$$x = \frac{\sqrt[3]{a}}{2} [-1 \pm i \sqrt{3}]$$

Równanie więc  $x^3 - a = 0$  ma trzy następujące pierwiastki:

$$x_1 = \sqrt[3]{a}, \quad x_2 = \frac{\sqrt[3]{a}}{2} [-1 + i \sqrt{3}], \quad x_3 = \frac{\sqrt[3]{a}}{2} [-1 - i \sqrt{3}],$$

z których to pierwiastków jeden jest rzeczywisty, a dwa zespolone i sprzężone.

W szczególności dla  $a = 1$  wynikną jako pierwiastki równania  $x^3 - 1 = 0$  następujące wartości:

$$x_1 = 1, \quad x_2 = -\frac{1}{2} + i\sqrt{3}, \quad x_3 = -\frac{1}{2} - i\sqrt{3},$$

zwane trzecimi pierwiastkami jednostki dodatniej.

Dla  $x = -1$  natomiast otrzymujemy jako pierwiastki równania  $x^3 + 1 = 0$  wartości:

$$x_1 = -1, \quad x_2 = \frac{1}{2} + i\sqrt{3}, \quad x_3 = \frac{1}{2} - i\sqrt{3},$$

zwane trzecim pierwiastkami jednostki ujemnej.

## VII. Szeregi arytmetyczne.

### 1. Ogólne określenia.

Liczby lub wyrażenia następujące po sobie według pewnego prawidła tworzą wogóle szereg. Każda z liczb lub wyrażeń szeregu nazywa się wyrazem szeregu, a dopisana u dołu liczba, wskazująca, które miejsce w szeregu wyraz zajmuje, jest wskaźnikiem wyrazu.

Odróżniamy szereg malejący lub rosnący według tego, czy następujące po sobie wyrazy są coraz mniejsze lub coraz większe.

Odjąwszy w danym szeregu liczb

$$a_0, a_1, a_2, a_3, \dots a_n \dots$$

od każdej następnej liczbę poprzedzającą, otrzymujemy nowy szereg

$$a_1 - a_0, a_2 - a_1, a_3 - a_2, \dots a_n - a_{n-1} \dots \text{ czyli}$$

$$d_0, d_1, d_2, \dots d_{n-1} \dots$$

zwany pierwszym szeregiem różnic. Jeżeli utworzymy dla tego szeregu różnic znowu szereg różnic

$$d_1 - d_0, d_2 - d_1, d_3 - d_2, \dots d_n - d_{n-1}$$

zwany drugim szeregiem różnic i będziemy postępować dalej w ten sposób, otrzymamy z danego pierwotnie szeregu — zwanego

w tym razie szeregiem głównym — kolejno jego szeregi różnic: pierwszy, drugi, trzeci, . . .  $r$ ty szereg różnic. Skoro się jednak okaże, iż wyrazy  $r$ tego szeregu różnic są między sobą równe, wtedy dany pierwotnie szereg nazywamy szeregiem arytmetycznym rzędu  $r$ tego. Tak na przykład:

1. Liczby nieparzyste po sobie następujące

$$1, 3, 5, 7, \dots, 2n-1, 2n+1, \dots$$

tworzą szereg arytmetyczny rzędu pierwszego, gdyż z tego szeregu jako głównego pierwszy szereg różnic: 2, 2, 2, 2, . . . 2 . . . ma wszystkie wyrazy między sobą równe.

2. Kwadraty liczb w naturalnym porządku po sobie idących

$$1, 4, 9, 16, \dots, n^2, (n+1)^2, \dots$$

tworzą szereg arytmetyczny rzędu drugiego, gdyż z szeregu tego jako głównego pierwszy szereg różnic jest: 3, 5, 7, 9, . . .  $2n+1, \dots$ , a dopiero drugi szereg różnic: 2, 2, 2, . . . 2, . . . ma wyrazy między sobą równe.

3. Sześciany liczb w naturalnym porządku po sobie idących

$$1, 8, 27, 64, 125, \dots, n^3, (n+1)^3, (n+2)^3, \dots$$

tworzą szereg arytmetyczny rzędu trzeciego, gdyż z tego szeregu jako głównego pierwszy szereg różnic jest:

$$7, 19, 37, 61, \dots, 3n^2+3n+1, 3n^2+9n+7, 3n^2+15n+19, \dots$$

$$\text{drugi szereg różnic: } 12, 18, 24, \dots, 6n+6, 6n+12, \dots$$

a dopiero trzeci szereg różnic: 6, 6, 6, . . . 6, . . . ma wyrazy między sobą równe.

Szereg arytmetyczny rzędu pierwszego nazywamy zwykle postępem arytmetycznym; ma on postać następującą:

$$a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+nd, \dots$$

## 2. Postępy arytmetyczne.

Postęp arytmetyczny jest szeregiem liczb, w którym różnica między dwiema liczbami po sobie następującymi jest liczbą stałą, zwaną różnicą postępu arytmetycznego.

Jeżeli różnica postępu arytmetycznego jest dodatnia, postęp jest rosnący, jeżeli ujemna, malejący.

Z danego pierwszego wyrazu  $a_1$  postępu arytmetycznego i jego różnicy  $d$  daje się obliczyć którykolwiek wyraz tego postępu, a mianowicie: jeżeli  $a_1$  jest pierwszy wyraz, to drugi wyraz  $a_2 = a_1 + d$ , trzeci  $a_3 = a_1 + 2d$ , czwarty  $a_4 = a_1 + 3d$ , . . .  $n$ ty wyraz zatem

$$a_n = a_1 + (n-1)d. \quad 974$$



Dla  $a_1 = 4$ ,  $d = 3$ ,  $n = 15$ , to  $a_{15} = 4 + 14 \times 3 = 46$ .

Jeżeli  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  są wyrazy postępu arytmetycznego o różnicy  $d$ , to suma wszystkich tych wyrazów

$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots + (a_n - 2d) + (a_n - d) + a_n$ ,  
zaś odwrócona suma:

$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \dots + (a_1 + 2d) + (a_1 + d) + a_1$   
zaś dodane obie sumy:

$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n) +$   
 $+ (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n)$  czyli  $2S_n = n(a_1 + a_n)$ , stąd ostatecznie

suma postępu arytmetycznego  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$  975

Z wzorów 974. i 975. można wyznaczyć tylko dwie niewiadome, a ponieważ jest ich tu wszystkich pięć, więc muszą być trzy inne dane.

### 3. Szeregi arytmetyczne wyższych rzędów.

1. Szereg kwadratów liczb.

Odnośnie do poz. 2., w poddziale 1. (str. 1471.) kwadraty liczb szeregu naturalnego

$$1^2, 2^2, 3^2, \dots, n^2$$

tworzą szereg arytmetyczny rzędu drugiego.

Celem uzyskania ogólnego wzoru do obliczenia sumy kwadratów liczb szeregu naturalnego

$$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \quad 976$$

korzystamy z wzoru:  $(n+1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1$ , w którym kładąc kolejno  $n = 1, 2, 3, \dots, n$  otrzymamy  $n$  równości:

$$(1+1)^3 = 2^3 = 1^3 + 3 \times 1^2 + 3 \times 1 + 1$$

$$(2+1)^3 = 3^3 = 2^3 + 3 \times 2^2 + 3 \times 2 + 1$$

$$(3+1)^3 = 4^3 = 3^3 + 3 \times 3^2 + 3 \times 3 + 1$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$(n-1+1)^3 = n^3 = (n-1)^3 + 3 \times (n-1)^2 + 3 \times (n-1) + 1$$

$$(n+1)^3 = (n+1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1$$

Po dodaniu tych wszystkich równości otrzymamy

$2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 + (n+1)^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 +$   
 $+ 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) + 3(1 + 2 + 3 + \dots + n) + n \times 1;$   
ponieważ te same potęgi sześciennic, znajdujące się po obu stronach

równania znoszą się wzajemnie, więc po podstawieniu ogólnych wyrazów z wzoru 975. i 976. w miejsce sum objętych nawiasami, otrzymamy

$$(n+1)^3 = 1^3 + 3 S_n + 3 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + n \text{ stąd}$$

$$2(n+1)^3 = 6 S_n + 3n(n+1) + 2(n+1)$$

$$6 S_n = 2(n+1)^3 - 3n(n+1) - 2(n+1) = (n+1)[2(n+1)^2 - 3n - 2] = (n+1)[2n^2 + 4n + 2 - 3n - 2] = (n+1)n[2n+1],$$

$$\text{ostatecznie } S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \quad 977$$

## 2. Szereg sześciąt liczb.

Według poz. 3., w podziale 1. sześciany liczb szeregu naturalnego:  $1^3, 2^3, 3^3, \dots, (n-1)^3, n^3$  tworzą szereg arytmetyczny rzędu trzeciego.

I tu w celu wyprowadzenia wzoru ogólnego do obliczania sumy sześciatów liczb szeregu naturalnego

$$S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 \quad 978$$

posłużymy się podobnym wzorem potęgowym:

$$(n+1)^4 = n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1$$

w którym kładąc kolejno  $n = 1, 2, 3, \dots, n$  otrzymamy  $n$  równości:

$$(1+1)^4 = 2^4 = 1^4 + 4 \times 1^3 + 6 \times 1^2 + 4 \times 1 + 1$$

$$(2+1)^4 = 3^4 = 2^4 + 4 \times 2^3 + 6 \times 2^2 + 4 \times 2 + 1$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$(n-1+1)^4 = n^4 = (n-1)^4 + 4(n-1)^3 + 6(n-1)^2 + 3(n-1) + 1$$

$$(n+1)^4 = (n+1)^4 = n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1.$$

To wszystko dodane daje następującą równość:

$$(n+1)^4 = 1^4 + 4(1^3 + 2^3 + \dots + n^3) + 6(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) + 4(1 + 2 + \dots + n) + n \times 1.$$

Po podstawieniu w miejsce sum, objętych nawiasami, ogólnych wyrażań według wzorów 975., 977. i 978. otrzymamy

$$(n+1)^4 = 4 S_n + n(n+1)(2n+1) + 2n(n+1) + (n+1)$$

$$4 S_n = n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n - n(n+1)(2n+1) - 2n(n+1) - (n+1)$$

$$4 S_n = n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1 - 2n^3 - 3n^2 - n - 2n^2 - 2n - n - 1$$

$$4 S_n = n^4 + n^3 + n^3 + n^2 = n^2(n^2 + 2n + 1) = n^2(n+1)^2 \text{ stąd}$$

$$S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 \quad 979$$

## VIII. Postępy geometryczne.

### 1. Ogólne określenia.

Szereg, w którym każdy wyraz równa się iloczynowi wyrazu poprzedniego przez pewną liczbę stałą nazywa się postępem geometrycznym; liczba zaś stała nazywa się ilorazem postępu geometrycznego.

Postęp geometryczny jest rosnący, jeżeli iloraz postępu jest liczbą większą niż 1, a malejący, jeżeli iloraz jest liczbą dodatnią mniejszą niż 1; wreszcie postęp ten jest oscylacyjnym, jeżeli iloraz jest liczbą ujemną.

Jeżeli  $a_1$  jest pierwszym wyrazem, zaś  $q$  ilorazem, to wyraz drugi  $a_2 = a_1 q$ , trzeci  $a_3 = a_1 q^2$ , czwarty  $a_4 = a_1 q^3$  itd.  $n$  ty wyraz, czyli wyraz ogólny  $a_n = a_1 q^{n-1}$  980

### 2. Suma postępu geometrycznego skończonego.

$S_n = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + a_1 q^3 + \dots + a_1 q^{n-1}$  pomnożona przez  $q$

$$S_n q = a_1 q + a_1 q^2 + a_1 q^3 + a_1 q^4 + \dots + a_1 q^n$$

po odjęciu pierwszego równania od drugiego będzie

$$S_n q - S_n = a_1 q^n - a_1 = a_1 (q^n - 1)$$

$$S_n (q - 1) = a_1 (q^n - 1).$$

Ostatecznie wzór ogólny do obliczania sumy postępu geometrycznego złożonej z  $n$  wyrazów:

$$S_n = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1} \quad 981$$

### 3. Suma postępu geometrycznego nieskończonego.

Szereg złożony z nieskończenie wielu wyrazów nazywa się szeregiem nieskończonym.

Z ogólnego wyrazu postępu geometrycznego (wzór 980.)  $a_n = a_1 q^{n-1}$  wynika, iż dla  $q > 1$  wyrazy nieograniczenie rosną, gdy  $n$  rośnie, natomiast dla  $q < 1$  nieograniczenie maleją ze wzrostem wskaźnika  $n$ .

Suma nieskończenie wielu wyrazów szeregu geometrycznego, określona wzorem 981., za podstawieniem  $n = \infty$  będzie:

$$S_\infty = \frac{a_1 (q^\infty - 1)}{q - 1} = \infty$$

Dla  $q = 1$  suma złożona z nieskończenie wielu wyrazów przybierze postać nieoznaczoną, będzie bowiem  $S_\infty = \frac{0}{0}$ .

Gdy  $q < 1$ , to  $q^\infty = 0$ , a stąd  $S_\infty = \frac{a_1}{q-1}$ ; podstawivszy  $S_\infty = S$  otrzymamy wzór na sumę nieskończonego szeregu geometrycznego malejącego

$$S = \frac{a}{1-q} \quad 982$$

Jeżeli zatem  $a = 1$ ,  $q = \frac{1}{2}$ , to nieskończony postęp geometryczny będzie:  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ , zaś suma tego nieskończonego postępu geometrycznego, z uwzględnieniem wzoru 982. będzie

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{2-1} = 2.$$

Szereg nieskończony, którego suma jest liczbą skończoną, nazywa się szeregiem zbieżnym; szereg zaś nieskończony, którego suma nieskończenie wielka, jest szeregiem rozbieżnym.

#### 4. Rachunek procentu składanego i rachunek rent.

##### a) Kapitał na procencie składanym.

Jeżeli procent, jaki kapitał przynosi z końcem umówionego okresu czasu dolicza się do kapitału celem łącznego oprocentowania w następnym okresie czasu, to mówimy, że kapitał jest na procencie składanym. Dołączanie zaś procentów do kapitału nazywa się kapitalizacją procentów i to roczną, półroczną, miesięczną itd., stosownie do umowy.

Umieszczenie kapitału  $K$  na  $P\%$  oznacza, że każde 100 złotych tego kapitału wzrasta po roku do sumy  $100 + P$ , czyli 1 złoty do kwoty  $\frac{100+P}{100} = 1 + \frac{P}{100} = 1+p$ , gdzie  $p$  jest dochodem od jednego złotego po roku.

Wartość ta jednego złotego z oprocentowaniem nazywa się czynnikiem procentowym i oznacza się literą  $q$ ; zaczem

$$q = 1 + \frac{P}{100} = 1+p \quad 983$$

Jeżeli 1 złoty urośnie po roku do kwoty  $q$  złotych, to kapitał obejmujący  $K$  złotych urośnie po jednym roku do kwoty

$$K_1 = Kq$$

a jeżeli ta uzyskana kwota pozostanie na procencie składanym jeszcze przez jeden rok, to wartość jej po upływie tego drugiego roku będzie  $K_2 = Kq \cdot q = Kq^2$ , po upływie trzeciego roku dojdzie do  $K_3 = Kq^2 \cdot q = Kq^3$ , itd., a z końcem  $n$ tego roku osiągnie sumy

$$K_n = Kq^n \quad 984$$

Wzór ten wyraża związek między czterema wielkościami  $K$ ,  $q$ ,  $n$ ,  $K_n$  i dozwala na obliczenie jednej, gdy trzy inne są dane, a mianowicie:

$$K = \frac{K_n}{q^n} \quad 985$$

$$q = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K}} \quad 986$$

Ponieważ  $\log K_n = \log K + n \log q$ , więc

$$n = \frac{\log K_n - \log K}{\log q} \quad 987$$

wreszcie z równania 983. otrzymujemy:

$$P = 100(q - 1)$$

a odnośnie do wzoru 986.

$$P = 100 \left[ \sqrt[n]{\frac{K_n}{K}} - 1 \right] \quad 988$$

Założywszy, że ilość lat jest liczbą mieszaną, a więc  $n + \frac{r}{m}$ , gdzie  $\frac{r}{m} < 1$ , to wartość kapitału po  $n$  latach będzie  $Kq^n$ ; gdy jednak ta kwota pozostać ma jeszcze przez przeciąg  $\frac{r}{m}$  roku, więc przyniesie jeszcze w dochodzie:  $Kq^n \cdot \frac{P}{100} \times \frac{r}{m} = Kq^n \cdot p \cdot \frac{r}{m}$ .

Całkowita zatem wartość kapitału po  $n + \frac{r}{m}$  latach wyniesie:

$$K_n + \frac{r}{m} = Kq^n + Kq^n \cdot p \frac{r}{m} = Kq^n \left( 1 + p \frac{r}{m} \right) \quad 989$$

Często doliczają procent do kapitału co pół roku, jak np. w galicyjskiej kasie oszczędności we Lwowie, i w kasie oszczędności miasta Lwowa. Celem obliczenia wartości końcowej kapitału musimy zatem we wzory 984. do 988. wstawić ilość półroczy  $2n$ , w miejsce lat  $n$ , a zamiast procentu  $P$  całego, tylko połowę jego, t. j.  $\frac{1}{2} \cdot P$ . Wartość zatem 1 złotego po upływie półrocza będzie

$$q_1 = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{100} = 1 + \frac{p}{2} \quad 990$$

a końcowa wartość kapitału po  $2n$  półroczeniach, odnośnie do wzoru 984. wyniknie:

$$K_{2n} = K q_1^{2n} = K \left(1 + \frac{p}{2}\right)^{2n} \quad 991$$

Jeżeli wreszcie okres czasu, z końcem którego dołącza się procent do kapitału, wynosi tylko  $\frac{1}{m}$  część roku (np. 1 miesiąc =  $\frac{1}{12}$  roku), to w ciągu roku będzie  $m$  okresów kapitalizacji, a procent za każdy ten okres wyniesie tylko  $\frac{1}{m}$  część procentu rocznego  $P$ . Stąd czynnik procentowy okresu

$$q_2 = 1 + \frac{1}{m} \frac{P}{100} = 1 + \frac{p}{m}$$

a wartość kapitału po  $n$  latach, czyli po  $mn$  okresach kapitalizacji, analogicznie do wzoru 991.

$$K_{mn} = K q_2^{mn} = K \left(1 + \frac{p}{m}\right)^{mn} \quad 992$$

### b) Kapitalizacja wkładek.

1. Wkładki na początku każdego roku. Ktoś składa przez  $n$  lat na początku każdego roku  $r$  złotych na procent składany  $P$  z roczną kapitalizacją. Wkładki te zatem po  $n$  latach urosną do sumy  $R_n$ , której sposób obliczenia wynika z następującego wywodu:

$r$	"	"	1 go	"	"	"	$n-1$	"	"	"	"	$\dots$	$r q^n$
$r$	"	"	2 go	"	"	"	$n-1$	"	"	"	"	$\dots$	$r q^{n-1}$
$r$	"	"	3 go	"	"	"	$n-2$	"	"	"	"	$\dots$	$r q^{n-2}$
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
$r$	"	"	$n-1$	"	"	"	2	"	"	"	"	$\dots$	$r q^2$
$r$	"	"	$n$ go	"	"	"	1 roku	"	"	"	"	$\dots$	$r q$

wartość końcowa zatem

$$R_n = r q + r q^2 + r q^3 + \dots + r q^{n-2} + r q^{n-1} + r q^n$$

$$R_n = r q (1 + q + q^2 + \dots + q^{n-3} + q^{n-2} + q^{n-1}).$$

Ujęta nawiasem suma postępu geometrycznego, którego pierwszy wyraz jest 1, zaś stały iloraz  $q$ , oblicza się według wzoru 981., stąd końcowa wartość wkładek po  $n$  latach

$$R_n = r q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad 993$$

Z tego wzoru, wykazującego związek między czterema wielkościami  $R_n$ ,  $r$ ,  $n$ ,  $q$ , można wyznaczyć zawsze jedną, gdy trzy inne są dane, a mianowicie:

$$r = \frac{R_n (q - 1)}{q (q^n - 1)} \quad 994$$

$$\text{stąd } q^n - 1 = \frac{R_n (q - 1)}{r q}, \quad q^n = \frac{R_n (q - 1)}{r q} + 1,$$

$$n \log q = \log \left[ 1 + \frac{R_n (q - 1)}{r q} \right] \text{ wreszcie}$$

$$n = \log \left[ 1 + \frac{R_n (q - 1)}{r q} \right] \cdot \frac{1}{\log q} \quad 995$$

Z wzoru 994. mamy  $r q (q^n - 1) = R_n (q - 1) = R_n q - R_n$   
stąd  $r q^{n+1} - r q - R_n q = -R_n$ ,

$$r q^{n+1} - (R_n + r) q + R_n = 0 \quad 996$$

Z równania 996. nie można bezpośrednio  $q$  wyznaczyć, gdyż jest w potęgce  $n + 1$ , oraz w potęgce pierwszej; jednakże zapomocą próbnego liczenia daje się  $q$  wyznaczyć w dostatecznym przybliżeniu.

## 2. Wkładki na końcu każdego roku.

$r$	od końca	1 go	roku urosnie po	$n$	latach do . . .	$r q^{n-1}$
$r$	"	2 go	"	"	"	$r q^{n-2}$
$r$	"	3 go	"	"	"	$r q^{n-3}$
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
$r$	"	$n - (n - 2)$	"	"	"	$r q^2$
$r$	"	$n - (n - 1)$	"	"	"	$r q$
$r$	"	$n$	"	"	"	$r$

wartość końcowa zatem wszystkich wkładek rocznych z dołu po  $n$  latach:

$$R'_n = r + r q + r q^2 + \dots + r q^{n-3} + r q^{n-2} + r q^{n-1} =$$

$$= r (1 + q + q^2 + \dots + q^{n-3} + q^{n-2} + q^{n-1})$$

stąd odnośnie do wzoru 981.

$$R'_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad 997$$

$$r = \frac{R'_n (q - 1)}{q^n - 1} \quad 998$$

$$n = \log \left[ 1 + \frac{R'_n (q - 1)}{r} \right] \cdot \frac{1}{\log q} \quad 999$$

Z wzoru 997. otrzymujemy;  $R'_n q - R'_n = r q^n - r$ , stąd

$$r q^n - R'_n q + R'_n - r = 0 \quad 1000$$

Z tego równania daje się wyznaczyć  $q$  zapomocą próbnego liczenia z dostateczną dokładnością.

### c) Kapitał z wkładkami rocznymi z dołu.

Kapitał wynoszący  $K$  złotych, umieszczony na procent składany  $P$  przez  $n$  lat, a nadto jeszcze równocześnie powiększany wkładkami  $r$  przez  $n$  lat z końcem każdego roku, osiągnie po upływie tych  $n$  lat wartość  $W_n$ , która daje się obliczyć w następujący sposób.

Według wzoru 984. kapitał  $K$  po  $n$  latach urośnie do sumy  $K q^n$ , zaś wkładki roczne z dołu  $r$  — odnośnie do wzoru 997. —

osiągną po  $n$  latach końcową swą wartość  $r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ ; stąd łączna końcowa wartość naszego kapitału z wkładkami

$$W_n = K q^n + r \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad 1001$$

### d) Umarzanie długu ratami, czyli amortyzacja.

Dług wynoszący  $K$  złotych jest do spłacenia wkładkami  $r$  przez  $n$  lat z końcem każdego roku. Ze względu, iż kwota  $K$  długu, jako należność wierzyciela, urosłaby przez okres  $n$  letniej spłaty do sumy  $K q^n$ , dłużnik ma obowiązek spłacać corocznie z dołu przez  $n$  lat tak duże wkładki  $r$ , by po  $n$  latach oprocentowania składanego końcowa ich suma  $r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$  dosięgła końcowej wartości dłużnej  $K q^n$ ; musi więc być

$$K q^n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad 1002$$

Z tego wynika wysokość rocznej spłaty  $r$  z dołu:

$$r = \frac{K q^n (q - 1)}{q^n - 1} \quad 1003$$

$$\text{oraz } K = \frac{r (q^n - 1)}{q^n (q - 1)} = r \left[ \frac{1}{q - 1} - \frac{1}{q^n (q - 1)} \right] \quad 1004$$

To ostatnie równanie daje się zastosować w tym razie np., jeżeli ktoś posiadający prawo używania na własność przez  $n$  lat czystego dochodu rocznego  $r$ , idącego z czynszu pewnego bu-



dynku, uzyskał zgodę na swoje żądanie, by mu zamiast tego wypłacono z góry jednorazową kwotę  $K$ , która złożona na procent składany  $P$  przyniosłaby po  $n$  latach sumę  $K_n = R_n$ . Wzoru tego zastosowują również tam, gdzie idzie o wyznaczenie dzisiejszej wartości dochodowej budynku, który ma trwać jeszcze około  $n$  lat i z końcem każdego roku przynosi  $r$  koron czystego dochodu z czynszu, po potrąceniu z niego wszelkich z posiadaniem budynku związanych wydatków.

Z wzoru **1002**. otrzymujemy dalej

$$r q^n - r = K q^n (q - 1), \quad q^n [r - K(q - 1)] = r, \quad q^n = \frac{r}{r - K(q - 1)}$$

$$\text{stąd } n \log q = \log r - \log [r - K(q - 1)]$$

$$n = \frac{\log r - \log [r - K(q - 1)]}{\log q} \quad \mathbf{1005}$$

Wreszcie

$$K q^n (q - 1) = r q^n - r, \quad K q^{n+1} - K q^n - r q^n + r = 0, \quad \text{ostatecznie}$$

$$K q^{n+1} - (K + r) q^n + r = 0 \quad \mathbf{1006}$$

z którego to równania daje się wyznaczyć z dostatecznym przybliżeniem  $q$  zapomocą próbnego liczenia.

Jeżeli dług  $K$  trzeba umorzyć  $n$  rocznie ratami  $r$  z dołu, a umarzanie ma zacząć się dopiero po  $m$  latach, to do tego celu służy równanie

$$K q^{m+n} = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad \mathbf{1007}$$

z którego można wyznaczyć każdą z pięciu wielkości  $K, r, m, n, q$ , gdy cztery inne są dane.

#### e) Rachunek rent.

Renta jest to kwota, którą wypłaca co roku odnośny zakład finansowy temu, kto złożył w nim stosowny na ten cel kapitał. Ten kapitał wkłada się albo doraźnie, albo corocznie jako tak zwaną premię. Renta jest czasowa, gdy ilość terminów jej płatności jest ściśle oznaczona albo dożywotnia, gdy ilość terminów płatności rozciąga się do końca życia.

Wkładki czyli premie — wnoszone do kasy ubezpieczeń przez  $m$  lat na początku każdego roku po  $a$  złotych na procent składany  $P$  w tym celu, aby po upływie tego czasu można otrzymywać przez  $n$  lat następnych na końcu każdego roku rentę wysokości  $r$  koron — utworzą po upływie  $m$  lat według wzoru **993**. łączną sumę

$$A_m = a q \frac{q^m - 1}{q - 1}$$

Ten kapitał urósłby po dalszych  $n$  latach gdyby renty nie były z niego pobierane do wysokości

$$A_m q^n = a q \cdot \frac{q^m - 1}{q - 1} \cdot q^n.$$

Renty  $r$ , pobierane z końcem każdego roku przez  $n$  lat, przedstawiają po upływie tego okresu czasu według wzoru 997. łączny kapitał

$$R_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

gdy zaś kapitał  $A_m q^n$  z wkładek powstały ma być rentami zupełnie wyczerpany, więc oczywiście musi tu zachodzić równość:  $A_m q^n = R_n$ , czyli

$$a q \cdot \frac{q^m - 1}{q - 1} \cdot q^n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad 1008$$

Z równania tego można obliczyć jedną z pięć wielkości  $a$ ,  $m$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $n$ , gdy cztery inne są dane, a mianowicie:

$$a q (q^m - 1) q^n = r (q^n - 1), \text{ stąd}$$

$$a = \frac{r (q^n - 1)}{q^{n+1} (q^m - 1)} \quad 1009$$

$$r = \frac{a q^{n+1} (q^m - 1)}{(q^n - 1)} \quad 1010$$

$$a q^{n+1} \cdot q^m - a q^{n+1} = r q^n - r, \quad q^m = [r (q^n - 1) +$$

$$+ a q^{n+1}] \cdot \frac{1}{a q^{n+1}}, \quad m \log q = \log [r (q^n - 1) + a q^{n+1}] -$$

$$- \log a - (n + 1) \log q$$

$$m = \frac{\log [r (q^n - 1) + a q^{n+1}] - \log a}{\log q} - (n + 1) \quad 1011$$

$$a q (q^m - 1) q^n - r q^n = -r, \quad q^n = \frac{r}{r - a q (q^m - 1)}$$

$$n \log q = \log r - \log [r - a q (q^m - 1)]$$

$$n = \frac{\log r - \log [r - a q (q^m - 1)]}{\log q} \quad 1012$$

Wreszcie z równania 1010. otrzymujemy

$$\frac{1}{r} = \frac{q^n - 1}{a q^{n+1} (q^m - 1)}, \text{ stąd}$$

$$\frac{a}{r} = \frac{q^n - 1}{q^{n+1} (q^m - 1)} \quad 1013$$

Z tego równania daje się wyznaczyć  $q$  z wszelką żadaną dokładnością za pomocą próbnego liczenia.

## II. Dział. GEOMETRJA.

### IX. Planimetria.

Planimetria obejmuje część geometrii, zajmującą się utworami przestrzennymi leżącymi na tej samej płaszczyźnie.

#### 1. Linje proste i kąty.

Przestrzeń ze wszech stron ograniczona jest bryłą, granice bryły tworzy powierzchnia, granice powierzchni linja, granice linji punkta.

Bryły mają trzy rozmiary, powierzchnie dwa, linje jeden.

Najmniej znamion ma linja prosta, zwana krótko „prostą“; jeżeli się składa z linij prostych nazywa się łamana, a linja której żadna część nie jest prostą, jest linją krzywą.

Przez dwa punkta można tylko jedną prostą wykreślić.

Dwie proste mające różne położenie mogą mieć tylko jeden punkt spólny, jest to punkt ich przecięcia się.

Powierzchnia jest płaszczyzną, jeżeli prosta, łącząca dwa dowolne jej punkta, leży na niej w całej swej długości.

Powierzchnia, której żadna część nie jest płaską, nazywa się powierzchnią krzywą.

Trzy punkta nie leżące w jednej prostej, albo punkt i prosta, albo dwie przecinające się proste wyznaczają położenie płaszczyzny.

Różnica co do położenia dwu prostych wykreślonych na płaszczyźnie z jednego punktu jest kątem; obie proste są ramionami kąta, a punkt przecięcia się ich wierzchołkiem kąta; wreszcie płaszczyzna między ramionami zawarta jest polem kąta.

Kąt zresztą można pomyśleć jako powstały wskutek obrotu promienia około stałego punktu końcowego własnego, w odniesieniu do pierwotnego swego położenia.

Jeżeli promień wykona cały obrót tak, iż zajmie znowu pierwotne swoje położenie, to zakreślił kąt pełny; jeżeli wykona tylko połowę obrotu tak, że utworzy z swem pierwotnem położeniem linję prostą, to opisał kąt półpełny; połowa kąta półpełnego jest kątem prostym i oznacza się literą *R*.

Jednostką kąta jest 360. część kąta pełnego, nazwana stopniem, który dzieli się dalej na 60 minut, a minuta na 60 sekund, co oznacza się w następujący sposób:  $1^\circ = 60' = 3600''$ .

Kąt półpełny wynosi  $180^\circ$ , kąt prosty  $90^\circ$ ; kąt większy od półpełnego jest wypukłym, zaś mniejszy od półpełnego ale zarazem większy od prostego jest kątem wklęsłym czyli rozwartym; wreszcie kąt mniejszy od kąta prostego jest kątem ostrym.

Dwa kąty, których suma równa się kątowi prostemu nazywają się kątami dopełniającymi, zaś których suma równa się kątowi półpełnemu, kątami spełniającymi. Kąty przyległe mają jedno ramię i wierzchołek spólny, drugie dwa ramiona tworzą jedną prostą, a suma obu tych kątów wynosi  $2R = 180^\circ$ . Dwa kąty o spólnym wierzchołku, powstałe z przedłużenia obu ramion poza wierzchołek, nazywają się kątami wierzchołkowymi i są sobie równe.

Ramiona kąta prostego stoją na sobie prostopadle.

Dwie proste leżące w jednej płaszczyźnie tak, iż przedłużone w obie strony nigdy się nie przetną, nazywają się równoległymi.

Dwa kąty, których odpowiednie ramiona są do siebie równoległe lub prostopadle, są sobie równe.

## 2. Utwory płaskie ograniczone.

### a) Trójkąty.

#### 1. Ogólne określenia.

Trójkąt jest płaszczyzną ograniczoną trzema prostymi czyli bokami, a wierzchołki kątów są jego wierzchołkami; jeżeli ma dwa boki równe, nazywa się równoramiennym, a wszystkie trzy boki równe, równobocznym.

Suma wszystkich trzech kątów trójkąta wynosi  $2R = 180^\circ$ .

Bok trójkąta prostokątnego nazywa się przeciwprostokątnią, oba zaś inne boki przyprostokątniami.

Kąt powstały za przedłużeniem jednego z boków trójkąta nazywa się kątem zewnętrznym i równa się sumie dwu kątów wewnętrznych trójkąta nieprzylegających do niego.

Naprzeciw równych boków trójkąta leżą równe kąty, a naprzeciw większego boku kąt większy, i odwrotnie; stąd w trójkącie równoramiennym kąty przy podstawie są sobie równe, a w trójkącie równobocznym wszystkie trzy kąty są równe i każdy wynosi po  $60^\circ$ .

Każdy bok trójkąta jest mniejszy od sumy dwu innych boków, ale większy od ich różnicy; przeciwprostokątnia jest dłuższa od każdej przyprostokątnej.

Prostopadła z wierzchołka trójkąta do podstawy jest jego wysokością.

## 2. Przystawanie trójkątów.

Dwa utwory geometryczne wogóle, które mają jednaką postać i wielkość tak, iż położone na siebie kryją się wzajemnie, są przystające; w utworach zatem przystających równają się sobie odpowiednie boki i kąty.

W odniesieniu do trójkątów wszystkie elementa dwu trójkątów, t. j. trzy boki i trzy kąty muszą być parami równe, jeżeli te trójkąty mają być przystające; do rozpoznania, czy trójkąty są przystające lub nie, służą następujące cztery oznaki.

I. Dwa trójkąty są przystające, jeżeli mają po jednym boku i po dwa kąty przyległe do tego boku parami równe.

II. Dwa trójkąty przystają do siebie, jeżeli mają równe dwa boki parami i kąt między nimi zawarty.

III. Dwa trójkąty są przystające, jeżeli mają równe dwa boki parami i kąt naprzeciw większego boku leżący.

IV. Dwa trójkąty przystają do siebie, jeżeli mają równe wszystkie trzy boki parami.

Prosta łącząca wierzchołek trójkąta równoramiennego ze środkiem podstawy jest prostopadłą do podstawy i połowi kąt wierzchołkowy, i odwrotnie.

Dwa punkty leżą symetrycznie względem danej prostej, jeżeli linja łącząca oba punkty jest do niej prostopadła i przepołowiona; dana prosta nazywa się osią symetrii czyli linją symetralną.

Dwa płaskie utwory geometryczne leżą symetrycznie względem prostej, jeżeli każdemu punktowi jednego utworu odpowiada symetrycznie położony punkt drugiego utworu.

Płaski utwor jest symetryczny, jeżeli daje się podzielić prostą na dwie symetrycznie leżące własne części.

Trójkąt równoramienny jest symetryczny do swej wysokości, zaś trójkąt równoboczny do każdej swej wysokości.

Symetralne wszystkich trzech boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie, jednako odległym od wszystkich trzech wierzchołków; natomiast symetralne wszystkich trzech kątów przecinają się w jednym punkcie odległym jednako od wszystkich trzech boków.

### b) Czworoboki.

Czworobok jest płaszczyzną ograniczoną czterema prostymi czyli bokami; suma zaś wszystkich jego kątów wynosi  $4R = 360^\circ$ .

Czworobok z bokami nierównoległymi jest trapezoidem; jeżeli ma parę boków równoległych, trapezem, a jeżeli dwie pary boków równoległych, równoległobokiem.

Równoległobok ma kąty i boki przeciwległe równe, a przekątnia dzieli go na dwa przystające trójkąty. Równoległobok prostokątny nazywa się prostokątem, zaś ukośnokątny romboidem; prostokąt równoboczny jest kwadratem, a romboid równoboczny rombem i ma przekątnie prostopadłe wzajemnie; przekątnie kwadratu są wzajemnie prostopadłe i równe.

Jeżeli przyległe do jednego z równoległych boków trapezu kąty są sobie równe, to boki nierównoległe oraz drugie dwa kąty są także równe, a trapez taki nazywa się równoramienny; prosta łącząca środki boków równoległych tego trapezu jest jego wysokością.

Czworobok mający dwie pary przyległych boków równych nazywa się deltoidem, a przekątnie jego są do siebie prostopadłe.

Prosta, wykreślona przez środek jednego z boków trójkąta równoległe do drugiego boku, połowi bok trzeci; stąd proste, wykreślone z punktów, dzielących jeden bok trójkąta na kilka równych części, równoległe do boku drugiego, dzielą bok trzeci na tyleż równych części.

Wszystkie trzy wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie.

Prosta, łącząca wierzchołek trójkąta ze środkiem boku przeciwległego nazywa się dośrodkową trójkąta; wszystkie trzy dośrodkowe trójkąta przecinają się w jednym punkcie, który jest punktem ciężkości trójkąta, leżącym względem każdego boku w odstępnie równym trzeciej części odnośnej wysokości trójkąta.

### c) Wieloboki.

Płaszczyzna ograniczona więcej niż czterema prostymi czyli bokami nazywa się wielobokiem albo wielokątem.

W wieloboku ilość boków, kątów i wierzchołków jest jednaka.

Z każdego wierzchołka wieloboku o  $n$  bokach można wykreślić  $n - 3$  przekątni, liczba jednak wszystkich możliwych przekątni wynosi  $\frac{1}{2}(n - 3)n$ ; każdy zresztą wielobok taki daje się rozłożyć

zapomocą przekątni, wykreślonych z jednego wierzchołka na  $n - 2$  trójkątów.

Suma wszystkich kątów wieloboku równa się dwa razy tylu prostym kątom, ile jest boków, mniej cztery prostych, to jest

$$2R(n - 2) = 2nR - 4R.$$

Dwa wieloboki przystają do siebie, jeżeli dają się zapomocą przekątni, wykreślonych z odpowiadających sobie wierzchołków, rozłożyć na trójkąty parami do siebie przystające.

Oznaki przystawania wieloboków.

Dwa wieloboki o  $n$  bokach są przystające:

1. jeżeli mają  $n - 2$  po sobie następujących boków oraz  $n - 1$  do nich przyległych kątów parami równych; albo

2. jeżeli mają  $n - 1$  po sobie następujących boków i  $n - 2$  między nimi zawartych kątów parami równych; albo

3. jeżeli mają wszystkie  $n$  boków i  $n - 3$  po sobie następujących kątów parami równych.

Do wyznaczenia wieloboku potrzeba danych  $2n - 3$  elementów jego od siebie niezależnych, ale trzy nieznanne jeszcze nie wszystkie powinny być bokami.

Wielobokami umiarowymi są te, które mają wszystkie boki i wszystkie kąty sobie równe.

Wielkość każdego kąta umiarowego wieloboku o  $n$  bokach wynosi

$$2R - \frac{1}{n} \cdot 4R.$$

Prostopadłe, wykreślone ze środka dwu przyległych boków, przecinają się w jednym punkcie, odległym jednak od wszystkich wierzchołków i jednak od wszystkich boków.

#### d) Koło.

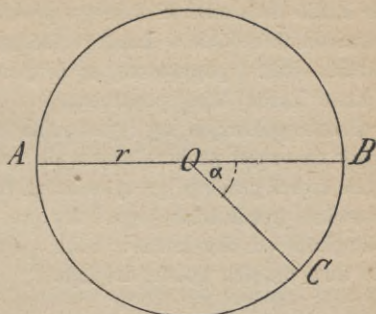
Jeżeli prosta  $AO$  (rys. 123. a) obróci się w płaszczyźnie naokoło swego granicznego ustalonego punktu  $O$  tak, iż wróci w pierwotne położenie, to drugi jej punkt graniczny  $A$  opisze linię kołową. Punkt obrotu  $O$  jest tu środkiem, a prosta  $AO = r$  promieniem koła.

Prosta łącząca dwa punkta obwodu koła jest cięciwą, a gdy przechodzi przez środek koła, jest jego średnicą.

Kąt mający wierzchołek w środku koła, a promienie za ramiona, jest kątem środkowym; kąt z wierzchołkiem na obwodzie koła i z ramionami, będącymi cięciwami, jest kątem obwodowym.

Rysunek 123 a.

W uwidocznionem kole rysunkiem 123.  $a$  jest cięciwa  $AB = D = 2r$  — jako przechodząca przez środek  $O$  koła — zarazem średnica koła, kąt  $BOC = \alpha$  jest kątem środkowym, zaś odpowiadającym temu kątowi łukiem jest  $BC = l$ .



Część koła, ograniczona cięciwą i łukiem jest odcinkiem koła, zaś dwoma promieniami i łukiem między nimi zawartym, jest wycinkiem koła.

Dwa koła o równych promieniach są przystające.

Prosta, mająca jeden punkt wspólny z kołem, jest styczną, a promień łączący ten punkt styczności ze środkiem koła jest prostopadły do stycznej.

Trzy punkta nie leżące w jednej prostej wyznaczają koło.

Równym kątom środkowym odpowiadają równe cięciwy i równe łuki i odwrotnie.

Kąt obwodowy jest połową kąta środkowego, wspartego na tym samym łuku; dwa kąty obwodowe wsparte na tej samej cięciwie spełniają się do  $2R = 180^\circ$ ; kąt obwodowy wsparty na średnicy jest prosty.

Kąt między styczną a cięciwą idącą z punktu styczności równa się kątowi obwodowemu wspartemu na tej cięciwie.

Wielobok, którego wierzchołki są na obwodzie koła a boki są cięciwami, nazywa się wpisanym w koło; natomiast wielobok, którego boki są stycznymi koła nazywa się opisanym na kole.

Na każdym wieloboku umiarowym można koło opisać lub wpisać.

Bok sześcioboku umiarowego w koło wpisanego równa się jego promieniowi.

### 3. Proporcjonalność odcinków i podobieństwo utworów płaskich.

#### a) Proporcjonalność odcinków.

Proporcjonalność odcinków polega ściśle na zasadach, omówionych poprzednio w poddziale 1. (Stosunki), rozdz. II. (str. 1442).



Jeżeli płaski pęk promieni przetną poprzeczne proste równoległe, to każde dwa odcinki jednego promienia są proporcjonalne do odpowiednich odcinków każdego innego promienia, oraz każde dwa odcinki jednej poprzecznej są proporcjonalne do odpowiednich odcinków każdej innej poprzecznej.

Prosta połowiąca kąt (symetralna) w trójkącie dzieli bok przeciwległy na części proporcjonalne do tych boków trójkąta, które do tych części przylegają; symetralna zaś zewnętrznego kąta trójkąta przecina przedłużenie jego boku przeciwległego w punkcie, którego odległości od obu końców boku przedłużonego są proporcjonalne do dwu drugich boków trójkąta.

### b) Podobieństwo utworów płaskich.

#### 1. Podobieństwo trójkątów.

Dwa trójkąty są podobne, jeżeli ich odnośne boki są proporcjonalne, a kąty między tymi bokami zawarte równe. Tak więc prosta, wykreślona w trójkącie równoległe do jednego boku, odcina trójkąt mniejszy, który jest podobny do całego danego trójkąta.

Oznaki podobieństwa trójkątów:

I. Trójkąty, mające dwa kąty równe, są podobne.

Stąd wniosek, że dwa trójkąty są podobne, jeżeli wszystkie ich boki są parami do siebie równoległe, lub prostopadłe.

II. Trójkąty, które mają po dwa boki proporcjonalne, a kąty między nimi zawarte równe, są podobne.

III. Trójkąty, których dwa boki są parami proporcjonalne, a kąty leżące naprzeciw większego z tych boków równe, są podobne.

IV. Jeżeli wszystkie trzy boki jednego trójkąta są proporcjonalne do boków drugiego, to trójkąty są podobne.

W podobnych trójkątach stosunek odpowiadających sobie wysokości równa się stosunkowi odpowiadających sobie boków.

Prostopadła, wykreślona w trójkącie prostokątnym z wierzchołka kąta prostego do przeciwprostokątnej, dzieli ją w ten sposób, że każda przyprostokątnia jest średnią proporcjonalną między całą przeciwprostokątnią a odcinkiem jej do tej przyprostokątnej przyległym, oraz że sama prostopadła jest średnią proporcjonalną między oboma odcinkami przeciwprostokątnej.

W szczególności jeżeli  $a$  jest przeciwprostokątnią,  $p$ ,  $q$  jej odcinki, oddzielone prostopadłą  $h$  do niej, z których  $p$  przylega do przyprostokątnej  $b$ , zaś  $q$  do przyprostokątnej  $c$ , to wypowiedziane

właśnie wyżej twierdzenie daje się przedstawić następującymi proporcjami:

$$a : b = b : p, \text{ stąd } b^2 = a p$$

$$a : c = c : q, \text{ stąd } c^2 = a q$$

$$p : h = h : q, \text{ stąd } h^2 = p q.$$

Po dodaniu pierwszych dwu równości wynika

$$a p + a q = b^2 + c^2, \text{ gdy zaś } a p + a q = a(p + q) = a a = a^2, \text{ więc}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

jest znanem twierdzeniem Pitagorasa.

## 2. Podobieństwo wieloboków.

Dwa wieloboki są do siebie podobne, jeżeli ich odnośne boki są proporcjonalne, a kąty zawarte między tymi bokami są parami równe, albo jeżeli dają się rozłożyć na równą liczbę trójkątów podobnych kolejno parami.

Obwody podobnych wieloboków są proporcjonalne do odpowiadających sobie boków.

Umiarowe wieloboki o równej liczbie boków są podobne.

Promienie kół wpisanych lub opisanych na wielobokach umiarowych o równej ilości boków są proporcjonalne do odpowiadających sobie boków tych wieloboków.

Obwody umiarowych wieloboków z równą ilością boków są proporcjonalne do promieni kół wpisanych lub opisanych.

## 4. Powierzchnia utworów płaskich prostolinijskich.

### a) Równość powierzchni.

Powierzchnia równoległoboku ukośnego równa się powierzchni prostokąta o tej samej podstawie i wysokości.

Trójkąt jest co do powierzchni połową równoległoboku o tej samej podstawie i wysokości.

Trapez co do powierzchni równa się równoległobokowi o tej samej wysokości, którego podstawa jest połową sumy boków równoległych trapezu.

### b) Stosunek powierzchni.

Powierzchnie dwu prostokątów o równej wysokości mają się do siebie jak ich podstawy; zaś o równych podstawach, jak ich wysokości.

Powierzchnie dwu trójkątów o wspólnym kącie mają się do siebie jak iloczyn boków ten kąt zawierających.

Powierzchnie dwu podobnych trójkątów mają się do siebie jak kwadraty ich odpowiadających sobie boków; ten sam stosunek zachodzi także co do powierzchni wieloboków.

Powierzchnie dwu umiarowych wieloboków z równą ilością boków mają się do siebie jak kwadraty promieni ich kół wpisanych lub opisanych.

### c) Obliczenie powierzchni.

Powierzchnia każdego równoległoboku równa się podstawie pomnożonej przez wysokość; stąd powierzchnia kwadratu równa się drugiej potędze jego boku.

Powierzchnia trójkąta równa się podstawie pomnożonej przez połowę wysokości.

Powierzchnia trapezu równa się połowie sumy boków równoległych pomnożonej przez wysokość.

Powierzchnia wieloboku oblicza się w ten sposób, że wielobok dzieli się na trójkąty, trapezy i na utwory tym podobnej postaci, których sposób obliczania powierzchni jest znany i prosty, a następnie sumuje się powierzchnie ich wszystkich razem.

Powierzchnia wieloboku umiarowego równa się połowie własnego obwodu przez promień koła wpisanego.

## 5. Pomiar koła.

Obwód koła jest mniejszy od obwodu umiarowego wieloboku opisanego, a większy od wpisanego. W miarę zwiększania ilości boków tych wieloboków, różnica obwodów ezem raz się zmniejsza tak, iż gdy ilość ta stanie się nieskończenie wielka, obwody wieloboków zbliżą się do wspólnej wartości granicznej, t. j. do obwodu koła.

Obwody  $U$  i  $u$  dwu kół mają się do siebie jak ich promienie  $R$  i  $r$ , a mianowicie

$U : u = R : r = 2R : 2r = D : d$ , gdzie  $D$  i  $d$  są średnice; ponieważ proporcję tę można także napisać w postaci

$$U : D = u : d, \text{ czyli } \frac{U}{D} = \frac{u}{d}$$

więc z tego wynika, że stosunek obwodu każdego koła do średnicy jest ilością stałą. Ilość tę stałą oznaczono przez  $\pi$ , a więc

$$\frac{U}{D} = \pi, \text{ a stąd obwód koła } U = D\pi = 2R\pi.$$

Dla  $R = 1$ ,  $U = 2\pi$ , wobec czego  $\pi = \frac{U}{2}$ .

Obliczenie  $\pi$  rozpoczęto od wpisanego 6boku umiarowego, dla którego przyjęto bok  $a = r = 1$ ; stąd  $u_6 = 6$ ; bok 6boku umiarowego

opisanego  $A_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.1547005$ , zaś  $U_6 = 6.928203$ . Na-

stępnie obliczono  $u$  i  $U$  12boków, 24boków itd.; aż doszło do  $u_{1536} = 6.283181$  i  $U_{1536} = 6.283194$ ; gdy zatem te obwody różnią się dopiero w piątej cyfrze dziesiętej, więc dokładnie w 4dziesiątych  $\pi = \frac{6.2832}{2} = 3.1416$ .

W ten sposób obliczono  $\pi$  z dokładnością na 20dziesiątych, a mianowicie  $\pi = 3.14159265358979323846$ .

Gdy nie zależy na wielkiej dokładności, przyjmuje się  $\pi = \frac{22}{7}$ .

Ludolf van Ceulen obliczył  $\pi$  z dokładnością 35 dziesiątych i od niego też  $\pi$  nazywa się ludolfiną.

Powierzchnia koła równa się obwodowi własnemu, pomnożonemu przez połowę promienia, gdyż koło można uważać za wielobok umiarowy o nieskończenie wielkiej ilości boków.

Jeżeli zatem  $r$  jest promieniem koła, to jak wiadomo obwód jego  $u = 2r\pi$ , a stąd powierzchnia koła

$$f = u \cdot \frac{r}{2} = 2r\pi \cdot \frac{r}{2} = r^2\pi.$$

Powierzchnie  $F$  i  $f$  dwu kół mają się do siebie, jak kwadraty ich promieni  $R$  i  $r$ ; gdyż  $F = R^2\pi$ ,  $f = r^2\pi$ , po podzieleniu zaś pierwszego równania przez drugie otrzymujemy

$$F : f = R^2\pi : r^2\pi, \text{ czyli } F : f = R^2 : r^2.$$

Powierzchnia pierścienia kołowego równa się różnicy powierzchni obu odnośnych kół współśrodkowych zakreślonych promieniami  $R$  i  $r$ ; a więc

$$f_p = F - f = R^2\pi - r^2\pi = (R^2 - r^2)\pi = (R+r)(R-r)\pi = (R+r)\pi(R-r)$$

Ponieważ  $(R+r)\pi = R\pi + r\pi = \frac{2R\pi + 2r\pi}{2}$  jest średnim obwodem obu kół, zaś  $R-r = s$  jest szerokością pierścienia, więc powierzchnia pierścienia równa się także połowie sumy obwodów obu kół czyli średniemu ich obwodowi, pomnożonemu przez szerokość pierścienia; zatem

$$f_p = \frac{U+u}{2} \cdot s = \frac{2R\pi + 2r\pi}{2} \cdot s.$$

Łuki jednego koła mają się do siebie jak odpowiadające im kąty środkowe, zaś łuki dwu kół, jak obwody tych kół.

Jeżeli więc  $l$  jest łukiem koła o promieniu  $r$ , zaś  $\varphi$  kątem środkowym odpowiadającym łukowi, to

$$l : 2 r \pi = \varphi : 360, \text{ czyli } 360 l = 2 r \pi \varphi,$$

stąd długość łuku

$$l = \frac{2 r \pi \varphi}{360} = \frac{r \pi \varphi}{180}.$$

Dla  $r = 1$  będzie

$$l = \frac{\varphi \pi}{180}$$

który to wyraz oznacza długość łuku, zakreślonego promieniem  $r = 1$ , a odpowiadającego kątowni, wynoszącemu  $\varphi$  stopni; wyraz ten oznacza się przez arcus  $\varphi$ , czyli w skróceniu  $\text{arc } \varphi^1$  zaczem

$$\frac{\varphi \pi}{180} = \text{arc } \varphi.$$

Długość łuku zakreślonego promieniem  $r = 1$  jest miarą kąta odpowiadającego, wskutek czego  $2 \pi$  wyraża kąt pełny,  $\pi$  półpełny,  $\frac{\pi}{2}$  kąt prosty, zaś wogóle  $\text{arc } \varphi$  kąt  $\varphi$ .

Z równania  $l = \frac{r \pi \varphi}{180}$ , czyli z długości łuku otrzymujemy w stopniach wielkość odpowiadającego temu łukowi kąta

$$\varphi = \frac{l}{r} \cdot \frac{180}{\pi}.$$

Wycinki jednego koła mają się do siebie jak odpowiadające im kąty środkowe, zaś wycinki dwu kół, jak powierzchnie tych kół, względnie jak kwadraty ich promieni.

Powierzchnia wycinka. Jeżeli  $f_w$  jest powierzchnią wycinka koła o promieniu  $r$ , zaś  $\varphi$  odpowiadającym odcinkowi kątem środkowym, to na podstawie wyrażonych właśnie proporcjonalności będzie

$f_w : r^2 \pi = \varphi : 360$ , stąd  $f_w = \frac{r^2 \pi \varphi}{360}$ ; gdy zaś  $\frac{r \pi \varphi}{180} = l$ , więc powierzchnia wycinka

$$f_w = \frac{r}{2} \cdot \frac{r \pi \varphi}{180} = \frac{l r}{2}.$$

<sup>1</sup> Wyraz łaciński: arcus, łuk.

Powierzchnia  $f_0$  odcinka koła o promieniu  $r$  i cięciwie  $c$  może być albo mniejsza albo większa od połowy koła; w pierwszym razie równa się różnicy, a w drugim sumie: powierzchni odpowiadającego wycinka z kątem środkowym i powierzchni trójkąta o wysokości  $h$ , ograniczonego cięciwą odcinka i promieniami.

W pierwszym razie zatem, gdy

$$f_0 < \frac{r^2 \pi}{2}, \text{ będzie } f_0 = r^2 \varphi \frac{\pi}{180} - c \cdot \frac{h}{2},$$

gdy zaś  $h^2 = r^2 - \frac{c^2}{4} = \frac{4r^2 - c^2}{4}$  czyli  $h = \frac{1}{2} \sqrt{4r^2 - c^2}$ ,

$$\text{więc } f_0 = r^2 \varphi \cdot \frac{\pi}{180} - \frac{c}{4} \sqrt{4r^2 - c^2}.$$

W drugim razie, gdy

$$f_0 > \frac{r^2 \pi}{2}, \text{ będzie } f_0 = r^2 \varphi \cdot \frac{\pi}{180} + c \cdot \frac{h}{2} = r^2 \varphi \cdot \frac{\pi}{180} + \frac{c}{4} \sqrt{4r^2 - c^2}.$$

## X. Stereometria.

Przedmiotem stereometrii jest ta część geometrii, która się zajmuje utworami geometrycznymi nie leżącymi na tej samej płaszczyźnie.

### 1. Linie proste i płaszczyzn w przestrzeni.

#### a) Położenie prostej do płaszczyzny.

Dwie proste w przestrzeni mogą być do siebie równoległe, albo się przecinać, albo być wchrowate.

Przez punkt dany w przestrzeni można wykreślić tylko jedną równoległą do danej prostej; dwie równoległe przecięte trzecią, leżą wraz z nią na jednej płaszczyźnie.

Linja przecięcia się dwu płaszczyzn jest prostą.

Linja prostopadła do dwu przecinających się prostych jest prostopadłą do płaszczyzny, wyznaczonej temi dwiema prostymi.

Rzut danej linii na płaszczyznę jest linią, złożoną z punktów, będących rzutami punktów danej linii.

Kąt między prostą pochyłą do płaszczyzny a rzutem tej prostej na płaszczyznę rzeczoną jest najmniejszy ze wszystkich kątów, które ta pochyła tworzyć może z prostymi przez jej spodek wykreślonymi na tej płaszczyźnie i nazywa się kątem nachylenia pochyłej.

Z pomiędzy wszystkich linii, jakie dadzą się wykreślić z jednego obok płaszczyzny położonego punktu, prostopadła jest najkrótsza.

Prosta w przestrzeni, równoległa do prostej na płaszczyźnie, jest równoległa także do płaszczyzny.

### b) Wzajemne położenie płaszczyzn.

Kąt, jaki tworzą dwie przecinające się płaszczyzny nazywa się kątem dwuściennym a linja spólna ich przecięcia się, krawędzią.

Jeżeli do krawędzi wykreślimy w dowolnym punkcie dwie prostopadłe, z których jedna leży na jednej, a druga na drugiej ścianie kąta dwuściennego, to kąt ten jest kątem nachylenia obu tych ścian.

Przez punkt leżący obok płaszczyzny można do niej położyć tylko jedną równoległą płaszczyznę.

Kąty dwuścienne, których ściany są do siebie zgodnie równoległe, są sobie równe.

### c) Kąty bryłowe.

Jeżeli z obranego w przestrzeni punktu wykreślimy trzy promienie i przesuniemy płaszczyznę przez każdą ich dwójkę bezpośrednio po sobie następującą, to wskutek tego powstanie przestrzeń ograniczona trzema ścianami o trzech krawędziach schodzących się w jednym punkcie.

Przeźrzeń w ten sposób zamknięta conajmniej trzema ścianami nazywa się narożem albo kątem bryłowym; punkt wspólny wszystkim krawędziom jest wierzchołkiem kąta bryłowego, kąty zawarte między dwiema bezpośrednimi krawędziami są kątami ściennymi czyli płaskimi, a kąty utworzone dwiema ścianami są kątami dwuściennymi.

Wykreśliwszy z dowolnego punktu wewnątrz kąta bryłowego prostopadłe do każdej jego ściany otrzymamy naroże biegunowe danego kąta bryłowego. Najdogodniejszym jest wykreślenie biegunowego kąta bryłowego zapomocą prostopadłych, wykreślonych u wierzchołka danego kąta bryłowego.

U naroży bryłowych będących względem siebie biegunowemi kąty płaskie jednego są spełnieniami odpowiednich kątów dwuściennych drugiego.

Wszystkie krawędzie naroża przedłużone poza wierzchołek jego tworzą naroże wierzchołkowe danego naroża; takie dwa

naroża mają parami równe kąty płaskie i parami równe kąty dwuściennie, które jednak bieżą w kierunkach wzajemnie przeciwnych, a mianowicie: jeżeli w jednym narożu liczymy kąty ściennie i dwuściennie od prawej strony ku lewej, to równe im kąty drugiego naroża następują po sobie od lewej strony ku prawej.

Dwa naroża są przystające, jeżeli jedno daje się wsunąć w drugie tak, że wszystkie ich krawędzie i ściany pokryją się wzajemnie. Stać się to zaś może wtedy tylko, jeżeli ich kąty ściennie i dwuściennie będą parami sobie równe i będą iść po sobie w tym samym kierunku obrotowym.

W każdym narożu wogóle, a więc i w narożu trójściennem suma wszystkich kątów płaskich jest mniejszą od  $4R$  ( $R$  kąt prosty).

W każdym narożu trójściennem suma wszystkich trzech kątów dwuściennych jest większa od  $2R$ , ale mniejsza od  $6R$ .

Naprzeciw równych kątów dwuściennych w trójścianie leżą równe kąty płaskie i odwrotnie; zaś naprzeciw większego kąta dwuściennego leży większy kąt płaski.

Jeżeli dwa naroża przedstawiają się co do swej postaci tak, jak przedmiot i jego obraz w zwierciadle płaskim, któreby tworzyło ich spólną ścianę, to takie dwa naroża są symetryczne.

**Oznaki przystawiania trójścianów, czyli naroży trójściennych.**

I. Dwa trójściany przystają do siebie lub są symetryczne, jeżeli mają po dwa kąty płaskie parami równe i jeżeli kąty dwuściennie między tymi płaskimi kątami zawarte są równe.

II. Dwa trójściany są przystające albo symetryczne, jeżeli mają po dwa kąty dwuściennie parami równe, oraz równe kąty płaskie między nimi zawarte.

III. Dwa trójściany są przystające lub symetryczne, jeżeli mają po dwa kąty płaskie parami równe i po równym kącie dwuściennym, leżącym naprzeciw jednego z tych kątów płaskich, oraz jeżeli kąty dwuściennie przeciwległe drugiej parze równych kątów płaskich nie spełniają się do  $2R$ .

IV. Dwa trójściany są przystające albo symetryczne, jeżeli mają po dwa kąty dwuściennie parami równe i po równym kącie płaskim, leżącym naprzeciw jednego z tych kątów dwuściennych, oraz jeżeli kąty płaskie przeciwległe drugiej parze równych kątów dwuściennych nie spełniają się do  $2R$ .



V. Dwa trójsięciany mające wszystkie trzy kąty płaskie parami równe są przystające lub symetryczne.

VI. Dwa trójsięciany mające wszystkie trzy kąty dwuścienne parami równe są przystające lub symetryczne.

## 2. Bryły graniaste.

Bryła ograniczona conajmniej czterema płaszczyznami czyli ścianami nazywa się bryłą graniastą albo wielościanem. Ze względu na postać odróżniamy następujące niżej bryły graniaste.

### a) Ostrosłup.

Ostrosłup zwany także piramidą jest narożem trój- lub wielościenne, przecięciem płaszczyzną przez wszystkie krawędzie, tworzącą zarazem czwartą trójkątną lub wieloboczną ścianę czyli podstawę ostrosłupa. Odległość wierzchołka ostrosłupa od własnej podstawy jest jego wysokością.

Płaszczyzna przecinająca ostrosłup równolegle do podstawy daje w przekroju wielobok podobny do podstawy, którego powierzchnia ma się do powierzchni podstawy, jak kwadraty ich odległości od wierzchołka ostrosłupa.

Ostrosłup mający wszystkie krawędzie równe nazywa się ostrosłupem prostym; w przeciwnym zaś razie jest ostrosłupem pochyłym. Ściany boczne ostrosłupa prostego są trójkątami równoramiennymi, podstawa zaś jest umiarowym wielobokiem.

### b) Graniastosłup.

Trzy lub więcej płaszczyzn przecinających się wzajemnie w krawędziach równoległych i przeciętych nadto dwiema równoległymi płaszczyznami tworzą graniastosłup albo przyzmat. Odróżniamy graniastosłupy trójboczne, czteroboczne, wieloboczne; nadto graniastosłupy proste, jeżeli ich krawędzie są prostopadłe do podstawy i graniastosłupy pochyłe, jeżeli krawędzie są do podstawy pochyłe; wreszcie jeżeli podstawa jest równoległobokiem, to graniastosłup nazywa się równoległościanem, a jeżeli podstawa jest prostokątem, to równoległościanem prostokątnym. Równoległościany mogą być także proste lub pochyłe.

Sześcian jest równoległościanem prostym, którego wszystkie krawędzie są sobie równe.

Wszystkie przekątne równoległościanu przecinają się w jednym punkcie i połowią się wzajemnie; przekątne jednak łączy tylko takie dwa naroża, które nie mają ściany wspólnej.

W każdym równoległościanie prostym i prostokątnym kwadrat przekątnej równa się sumie kwadratów trzech krawędzi schodzących się w jednym narożu.

### c) **Pryzmatoida.**

Bryła o równoległych jakichkolwiek podstawach i o ścianach w ogólności trójkątnych, mających z jedną podstawą bok spólny a z drugą spólny wierzchołek nazywa się pryzmatoidą; ściany jej mogą być także równoległobokami lub trapezami.

Pryzmatoida, której podstawy mają jednaką ilość boków i której przeciwległe krawędzie u podstawy są równoległe, nazywa się obeliskiem i to zależnie od ilości ścian: obeliskiem trójboecznym, czworobocznym i wielobocznym.

Trójboeczny obelisk jest albo trójboecznym ostrosłupem ściętym, albo trójboecznym graniastosłupem.

Pryzmatoida, której jedną z podstaw zastępuje krawędź jedynie, zowie się sfeniskiem albo klinem.

### d) **Wielościany wogóle.**

W każdym wie'ościanie: liczba  $J_\alpha$  wszystkich kątów jest dwa razy większa od ilości  $K$  wszystkich krawędzi, t. j.

$$J_\alpha = 2 K$$

nadto trzykrotna ilość  $N$  naroży, oraz potrójna ilość  $S$  ścian równa się co najwyżej podwójnej ilości  $K$  krawędzi, a więc

$$3 N \leq 2 K, \quad 3 S \leq 2 K;$$

wreszcie suma ilości naroży i ilości ścian jest o 2 większa od ilości naroży (twierdzenie Eulera), t. j.

$$N + S = K + 2 \qquad \qquad \qquad 1014$$

### e) **Wielościany umiarowe.**

Wielościan, którego wszystkie ściany są przystającymi umiarywymi wielobokami i wszystkie naroża są przystające, jest wielościanem umiarowym.

Wszelkich możliwych wielościanów umiarowych jest tylko pięć, co wynika z następującego wywodu.

Jeżeli umiarowy wielościan ma  $N$  naroży  $n$ -ściennych,  $S$  ścian,  $m$ -boecznych i  $K$  krawędzi, to liczba boków wszystkich ścian

wynosi  $2K$ , gdyż każda krawędź jest bokiem dwu ścian; ta liczba boków da się także wyrazić przez  $nN$ , bo w każdym narożu schodzi się  $n$  krawędzi, które w iloczynie  $nN$  powtarzają się tak, iż czynią razem  $2K$ ; a wreszcie ta liczba  $2K$  boków ściennych daje się wyrazić i przez  $mS$ .

Wobec tego więc  $nN = 2K$ , oraz  $mS = 2K$ , stąd

$$N = \frac{2K}{n} \quad 1015$$

$$S = \frac{2K}{m} \quad 1016$$

Po podstawieniu tych wartości w Eulera wzór 1014. otrzymujemy  $\frac{2K}{n} + \frac{2K}{m} = K + 2$ , czyli  $[2(m+n) - mn]K = 2mn$ , ostatecznie

$$K = \frac{2mn}{2(m+n) - mn} \quad 1017$$

$K$  musi być zawsze dodatnią liczbą; to zaś jest możliwe tylko w tym razie, jeżeli  $2(m+n) > mn$ .

Wobec tego na  $m$  i  $n$  są dopuszczalne tylko następujące niższe wartości, które podstawione we wzory 1017., 1015. i 1016. dają szczegółowe ilości na  $K$ ,  $N$ ,  $S$ , będące niewątpliwą cechą odnośnych możliwych wielościanów umiarowych, a mianowicie:

1. Dla  $m = 3$ ,  $n = 3$ , ilość  $K = 6$ ,  $N = 4$ ,  $S = 4$ ;
2. „  $m = 4$ ,  $n = 3$ , „  $K = 12$ ,  $N = 8$ ,  $S = 6$ ;
3. „  $m = 3$ ,  $n = 4$ , „  $K = 12$ ,  $N = 6$ ,  $S = 8$ ;
4. „  $m = 5$ ,  $n = 3$ , „  $K = 30$ ,  $N = 20$ ,  $S = 12$ ;
5. „  $m = 3$ ,  $n = 5$ , „  $K = 30$ ,  $N = 12$ ,  $S = 20$ .

Ilość zatem możliwych wielościanów umiarowych jest pięć: czworościan, sześcián, ośmiościan, dwunastościan i dwudziestościan.

W każdym wielościanie umiarowym znajduje się punkt równo oddalony od wszystkich ścian, oraz równo oddalony od wszystkich wierzchołków naroży; punkt ten jest środkiem umiarowego wielościanu i zarazem jego środkiem ciężkości.

### 3. Bryły krągłe.

#### a) Stożek.

Linja przytrzymana jednym końcem stałe a drugim ślizgająca się po obwodzie koła opisze powierzchnię stożkową czyli

ostrokągową, gdy znowu zajmie swoje pierwotne położenie; dane koło jest tu kierownicą a dany punkt stały wierzchołkiem powierzchni stożkowej.

Każde przecięcie powierzchni stożkowej płaszczyzną równoległą do płaszczyzny kierownicy jest kołem i zarazem podstawą bryły odciętej, zwanej stożkiem czyli ostrokągiem; powierzchnia stożkowa jest poboczną stożka, prosta łącząca jego wierzchołek ze środkiem podstawy jest osią, a odległość wierzchołka od podstawy jest wysokością stożka. Płaszczyzna przesunięta przez oś stożka przecina jego poboczną w liniach prostych, zwanych bokami stożka.

Stożek o osi prostopadłej do podstawy nazywa się prostym, zaś w przeciwnym razie stożkiem pochyłym; w stożku prostym wszystkie boki są równe; w pochyłym zaś jeden bok jest największy i jeden najmniejszy, a oba te boki leżą na płaszczyźnie, przesuniętej przez oś stożka i przez rzut tej osi na podstawę stożka.

Stożek prosty, którego bok równa się średnicy podstawy, nazywa się równobocznym.

Przecięcie stożka równoległe do podstawy jest kołem, którego powierzchnia ma się do podstawy, jak kwadraty odległości obu tych kół od wierzchołka stożka; odcięta część nazywa się tu stożkiem dopełniającym, zaś część pozostała stożkiem ścieętym; każde zresztą przecięcie przez oś stożka jest trójkątem, zaś stożka ścieętego trapezem.

Powstanie stożka prostego można sobie wyobrazić także ruchem obrotowym trójkąta prostokątnego w okóło jednej ze swych prostokątni, jako osi.

### b) Walec czyli wałek.

Jeżeli prosta porusza się równoległe do swego położenia po obwodzie koła, jako kierownicy to zakreśli powierzchnię walcową czyli cylindrową, skoro wróci do swego pierwotnego położenia.

Powierzchnia walcowa, przecięta dwiema równoległymi do kierownicy płaszczyznami tworzy bryłę zwaną walcem czyli walcem, którego podstawami są oba koła z przecięcia powstałe, a osią jest prosta łącząca środki obu podstaw. Wałek może być prostym albo pochyłym, zależnie od tego czy oś jest do podstawy prostopadłą lub pochyłą.

Walkiem równobocznym nazywa się ten, którego bok równa się średnicy podstawy.

Powstanie poboczniczy walka można sobie wyobrazić ruchem prostokąta około jednego ze swych boków, jako osi walka.

### c) Kula.

Jeżeli półkole wykona pełny obrót około swej średnicy, to obwód jego opisze powierzchnię kuli, a przestrzeń tą powierzchnią objęta jest kulą.

Cztery punkta nie w jednej płaszczyźnie wyznaczają położenie i wielkość kuli.

Linja prosta albo przebija kulę w dwóch punktach, albo jest do niej styczną; promień wykreślony do punktu styczności jest prostopadły do stycznej, wszystkie zaś styczne do kuli wykreślone z punktu zewnątrz kuli położonego są sobie równe.

Przecięcie kuli płaszczyzną nazywa się kołem kuli, a prosta łącząca środek kuli ze środkiem tego koła jest do niego prostopadła. Koło kuli, którego środek spada ze środkiem kuli, jest największem i nazywa się kołem wielkiem.

Linja przecięcia dwu kół wielkich jest średnicą kuli; dwa punkta na kuli wyznaczają położenie koła wielkiego, zaś łuk koła wielkiego ograniczony dwoma danymi punktami jest sferyczną odległością tych punktów.

Płaszczyzna tnąca dzieli kulę na dwa odcinki, zaś jej powierzchnię na dwie cząści. Dwie równoległe płaszczyzny odcinają warstwę kuli a pobocznicą tej warstwy jest pasem sferycznym kuli.

Bryła opisana obrotem wycinka koła wielkiego około jednego z promieni, tworzących boki wycinka, nazywa się wycinkiem kuli.

Kula jest wpisana we wielościan, jeżeli wszystkie jego ściany są stycznymi płaszczyznami do kuli, zaś opisana na wielościanie, jeżeli wszystkie jego wierzchołki leżą na powierzchni kuli; w każdy umiarowy wielościan można wpisać lub opisać na nim kulę.

Kąt sferyczny jest kątem odchylenia wzajemnego płaszczyzn dwu kół wielkich na kuli, a miarą kąta sferycznego jest łuk koła wielkiego, zawarty między temi płaszczyznami, odległy o  $90^\circ$  od obu końców średnicy, będącej przecięciem się płaszczyzn obu kół wielkich.

Część powierzchni kuli ograniczona półokręgami dwu kół wielkich nazywa się dwukątem sferycznym.

Równym kątom sferycznym tej samej kuli odpowiadają równe dwukąty

Trójkąt sferyczny jest częścią powierzchni kuli ograniczoną trzema łukami kół wielkich. Jeżeli wierzchołki trójkąta sferycznego o bokach mniejszych niż  $180^\circ$  połączymy promieniami ze środkiem kuli i przez każdą ich dwójkę przesuniemy płaszczyznę, otrzymamy trójscian sferyczny, którego miarą kątów płaskich są odnośne boki trójkąta sferycznego, a którego kąty dwuścienne są równe kątom trójkąta sferycznego. W trójkącie sferycznym, którego każdy bok jest mniejszy od  $180^\circ$ , suma wszystkich trzech boków jest mniejsza od  $360^\circ$ , zaś suma wszystkich trzech kątów jest większa od  $180^\circ$  a mniejsza od  $540^\circ$ ; nadto naprzeciw równych kątów leżą równe boki, naprzeciw większego kąta bok większy i odwrotnie.

Trójkąt sferyczny może być równoboczny, równoramienny, prostokątny lub ukośnokątny.

Dwa trójkąty sferyczne przystają do siebie albo są symetryczne w miarę tego, czy równe ich części składowe biegną w tym samym porządku lub w odwrotnym.

Oznaki przystawania względnie symetrii trójscianów sferycznych są podobne do 6 oznak dotyczących przystawania względnie symetrii trójscianów płaskich.

Przecięcie się wzajemne dwu kul jest kołem.

#### 4. Przystawanie i symetria brył.

Dwie bryły dające się wsunąć jedna w drugą tak, że wszystkie ich ściany kryją się wzajemnie są przystające.

Dwie bryły natomiast dające się po przeciwnych stronach płaszczyzny tak ustawić, iż proste łączące ich odpowiadające sobie punkta będą prostopadłe do tej płaszczyzny i przez nią przepołowione, nazywają się symetrycznymi, a płaszczyzna jest ich płaszczyzną symetrii. Zarówno przystające, jak i symetryczne bryły mają odpowiadające sobie krawędzie, wysokości, przekątne, promienie i osi równe, ściany przystające i kąty dwuścienne równe; naroża tylko w przystających bryłach są przystające, a w symetrycznych symetryczne. Dwie symetryczne bryły względem trzeciej są do siebie przystające. Dwa ostrosłupy, których naroża wierzchołkowe są przystające lub symetryczne, oraz trzy odpowiadające

sobie krawędzie boczne parami równe, przystają do siebie, względnie są symetryczne.

Dwa graniastosłupy, których dwa naroża przystają do siebie, albo są symetryczne, a dwie krawędzie boczne równe, są przystające, względnie symetryczne.

Dwa równoległościany przystają do siebie, jeżeli naroże jednego przystaje do naroża drugiego, a krawędzie tych naroży są parami równe.

Dwa stożki lub walki przystają do siebie, jeżeli mają podstawy, osie i nachylenie osi do podstawy równe.

Dwie kule o równych promieniach przystają do siebie.

## 5. Podobieństwo brył.

W dwu podobnych bryłach są odpowiadające sobie odcinki prostych proporcjonalne, odpowiadające sobie ściany podobne, odpowiednie kąty dwuścienne parami równe, a odpowiadające sobie naroża albo parami przystające albo symetryczne.

Ostrosłup odcięty równoległe do podstawy jest podobny do całego ostrosłupa. Dwa ostrosłupy mające naroża wierzchołkowe przystające lub symetryczne i trzy odpowiadające sobie krawędzie boczne parami proporcjonalne, są podobne.

Dwa podobne wielościany dają się rozłożyć na równą liczbę podobnych ostrosłupów.

Dwa stożki albo walki są do siebie podobne, jeżeli mają osie proporcjonalne do średnic podstawy własnej a osie do podstaw jednakowo nachylone. Wszystkie kule są do siebie podobne.

## 6. Pomiar brył.

### a) Graniastosłup.

Powierzchnia  $F$  graniastosłupa równa się podwójnej powierzchni  $f_b$  podstawy i sumie powierzchni wszystkich ścian bocznych czyli pobocznic  $\Sigma f_s$  a więc  $F = 2f_b + \Sigma f_s$ .

Pobocznica graniastosłupa prostego  $\Sigma f_s = u h$ , gdzie  $u$  jest obwodem podstawy,  $h$  wysokością graniastosłupa.

Objętość każdego graniastosłupa równa się objętości równoległościanu prostego i prostokątnego o tej samej podstawie i wysokości.

Objętość równoległościanu prostego i prostokątnego równa się podstawie pomnożonej przez wysokość.

Objętości dwu prostych i prostokątnych równoległościanów o tej samej podstawie mają się do siebie jak ich wysokości.

Objętość sześcianu równa się trzeciej potędze jednej swej krawędzi.

Objętość każdego graniastosłupa równa się podstawie pomnożonej przez wysokość.

### b) Ostrosłup i pryzmatoida.

Powierzchnia  $F$  ostrosłupa równa się powierzchni podstawy  $f_b$  i wszystkich ścian bocznych czyli pobocznic  $\Sigma f_s$ , a więc  $F' = f_b + \Sigma f_s$ . Pobocznica ostrosłupa umiarowego równa się powierzchni trójkąta, którego podstawą jest obwód  $u$  podstawy ostrosłupa, zaś wysokością boczna wysokość  $h$  ostrosłupa, zatem

$$\Sigma f_s = u \cdot \frac{h}{2}.$$

Powierzchnie dwu ostrosłupów podobnych mają się do siebie jak kwadraty ich odnośnych krawędzi.

Objętość ostrosłupa równa się podstawie  $f_b$  pomnożonej trzecią częścią własnej wysokości  $h$ , a więc  $V = f_b \frac{h}{3}$ .

Objętości dwu podobnych ostrosłupów mają się do siebie jak trzecie potęgi odpowiednich ich krawędzi.

Jeżeli  $F$  i  $f$  są powierzchnie obu podstaw ostrosłupa ściętego, zaś  $h$  jego wysokość, to objętość

$$V = (F + \sqrt{Ff} + f) \frac{h}{3}.$$

Objętość pryzmatoidy

$$V = \left( \frac{F+f}{2} + 2F_s \right) \frac{h}{3}$$

gdzie  $F$  i  $f$  powierzchnie obu podstaw,  $F_s$  średni przekrój pryzmatoidy.

### c) Wielościan umiarowy.

Jeżeli  $n$  jest ilością ścian wielościanu umiarowego, zaś  $f_s$  powierzchnia jednej jego ściany, to powierzchnia jego  $F_u = n f_s$ .

Objętość wielościanu umiarowego

$$V_u = F_u \frac{r}{3}$$

gdzie  $r$  jest promieniem kuli wpisanej w wielościan umiarowy.

### d) Stożek.

Jeżeli  $r$  jest promieniem podstawy stożka, zaś  $f_p$  pobocznica jego, to powierzchnia stożka

$$F = r^2 \pi + f_p;$$



u stożka prostego pobocznicą  $f_p = \frac{2r\pi h_s}{2}$ , gdzie  $h_s$  jest długością boku stożka, zatem powierzchnia stożka prostego

$$F = r^2\pi + \frac{2r\pi h_s}{2} = r\pi(r + h_s).$$

Objętość stożka o wysokości  $h$

$$V = \frac{h}{3} \cdot r^2\pi.$$

Jeżeli promienie obu podstaw kołowych stożka ściętego są  $R$  i  $r$ ,  $h_s$  długość jego boku, to pobocznicą jego

$f_p = \frac{2(R+r)\pi}{2} \cdot h_s = (R+r)\pi \cdot h_s$ , zaś cała powierzchnia stożka ściętego.

$$F_s = R^2\pi + r^2\pi + (R+r)\pi \cdot h_s = [R^2 + r^2 + (R+r)h_s]\pi.$$

Objętość stożka ściętego

$$V = (R^2\pi + \sqrt{R^2\pi \cdot r^2\pi + r^2\pi}) \frac{h}{3} = \frac{h}{3} (R^2 + Rr + r^2)\pi.$$

#### e) Wałek.

Powierzchnia wałka:  $F_c = 2r^2\pi + f_p$ , gdzie  $r$  jest promieniem obu podstaw kołowych,  $f_p$  pobocznicą. Jeżeli wałek jest prosty, to pobocznicą jego  $f_p = uh = 2r\pi h$ , gdzie  $u$  obwód podstawy,  $h$  wysokość wałka; stąd powierzchnia wałka prostego

$$F = 2r^2\pi + 2r\pi h = 2r\pi(r + h).$$

Powierzchnia wałka równobocznego, a więc którego  $h = 2r$

$$F_r = 2r\pi(r + 2r) = 6r^2\pi.$$

Objętość wałka

$$V = r^2\pi h.$$

Objętość wałka równobocznego  $V_r = r^2\pi \cdot 2r = 2r^3\pi$ .

#### f) Powierzchnie i bryły obrotowe.

Jeżeli linja prosta, łamana, krzywa lub utwór płaski obraca się około stałej prostej, to każdy ich punkt opisze koło, prostopadłe do stałej prostej, czyli do osi obrotu. Powierzchnia opisana linją zowie się powierzchnią obrotową tej linji, a bryła opisana utworem płaskim bryłą obrotową tego utworu.

Powierzchnie obrotowe i objętości obrotowe oblicza się według następujących reguł Guldina.

$\alpha$ ) Jeżeli  $s$  jest długością krzywej, obracającej się w okóło leżącej w jej płaszczyźnie, ale jej nietnącej osi, zaś  $x_0$  jest odstępem jej środka ciężkości od osi, to wielkość opisanej powierzchni obrotowej

$$F_0 = 2 \pi x_0 s.$$

$\beta$ ) Jeżeli  $F$  jest powierzchnią płaszczyzny, wykonującej obrót okóło osi w jej płaszczyźnie leżącej, ale jej nietnącej,  $x_0$  zaś jest odstępem jej środka ciężkości od osi obrotu, to objętość opisanego bryły obrotowej

$$V_0 = 2 \pi x_0 F.$$

### g) Kula.

Powierzchnia kuli o promieniu  $R$ :  $F_k = 4 R^2 \pi$ .

Powierzchnia dwukąta sferycznego  $F_s = R^2 \pi \cdot \frac{\varphi^0}{90^0}$ , gdzie  $\varphi^0$  jest kątem sferycznym dwukąta sferycznego.

Powierzchnia trójkąta sferycznego:

$$f_s = R^2 \pi \frac{A + B + C - 180^0}{180^0} = \frac{R^2 \pi e^0}{180^0}$$

gdzie  $R$  promień kuli  $A, B, C$ , kąty trójkąta sferycznego,  $e = A + B + C - 180^0$  przepelnienie sferyczne trójkąta sferycznego, które jest zawsze dodatnie.

Powierzchnia czaszy kulistej o wysokości  $h$  i o promieniu  $\rho$  podstawy:

$$F_c = 2 R \pi h = (\rho^2 + h^2) \pi.$$

Powierzchnia pasa sferycznego kuli o wysokości  $h$ :  $F = 2 R \pi h$ ; jeżeli prócz promienia  $R$  kuli, dane są promienie  $\rho, \rho_1$  obu podstaw pasa, to

$$F_p = 2 R \pi [\sqrt{R^2 - \rho^2} - \sqrt{R^2 - \rho_1^2}].$$

Objętość kuli:

$$V_k = 4 R^2 \pi \cdot \frac{R}{3} = \frac{4}{3} R^3 \pi.$$

Objętość wycinka kuli równa się objętości stożka, którego podstawą jest powierzchnia czaszy, a wysokości promień  $R$  kuli, a mianowicie

$$V_w = 2 R \pi h \cdot \frac{R}{3} = \frac{2}{3} R^2 \pi h.$$

Powierzchnia wycinka kuli:  $F_w = R \pi (2h + \rho)$ ; gdzie  $\rho$  jest promieniem podstawy wycinka.

Objętość odcinka kuli, mniejszego od półkuli równa się różnicy, zaś większego od półkuli równa się sumie, a mianowicie obje-

tości wycinka kuli, którego częścią jest odcinek kuli i objętości stożka, którego podstawą jest podstawa odcinka kuli, a wysokością promień  $R$  kuli, pomniejszony o wysokość  $h$  odcinka, mianowicie:

α) Dla  $V_o < \frac{4}{3} R^3 \pi \cdot \frac{1}{2}$ ,  $V_o = \frac{2}{3} R^2 \pi h - \frac{R-h}{3} \rho^2 \pi$ ; gdzie  $\rho$  jest promieniem podstawy odcinka, gdy zaś  $\rho^2 = R^2 - (R-h)^2 = = h(2R-h)$ , więc

$$V_o = \frac{2}{3} R^2 \pi h - \frac{1}{3} (R-h) \pi \cdot h(2R-h) = \frac{1}{3} h^2 (3R-h) \pi.$$

β) Dla  $V_o > \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} R^3 \pi$ ,

$$V_o = \frac{2}{3} R^2 \pi h + \frac{1}{3} (R-h) \pi \cdot h(2R-h) = 2 \cdot \frac{2}{3} R^2 \pi h - - \frac{1}{3} h^2 (3R-h) \pi.$$

Powierzchnia odcinka kuli:

$$F_o = 2R\pi h = \pi(\rho^2 + h^2).$$

Objętość kręgu kuli o wysokości  $h$  równa się różnicy objętości dwu odcinków kuli, z których pierwszy o wysokości  $h_1$  mieści w sobie objętość kręgu, drugi zaś mniejszy o wysokości  $h_2 = = h_1 - h$ , gdzie rozumie się  $h_1 > h$ ; będzie zatem

$$V_k = \frac{1}{3} h_1^2 (3R - h_1) - \frac{1}{3} h_2^2 (3R - h_2).$$

## XI. Trygonometria.

Boki i kąty trójkąta są we wzajemnej zależności; celem uzyskania tej zależności do obliczenia niewiadomych elementów trójkąta i uproszczenia rachunku, wprowadzono zamiast kątów liczby stosunkowe pewnych odcinków, zależnych ściśle od kątów tak, że gdy kąt pozostaje niezmienny, to i liczby stosunkowe nie zmieniają się, chociaż odcinki się zmieniły. Te liczby stosunkowe nazywają się funkcjami kątów, funkcjami goniometrycznymi lub trygonometrycznymi.

### 1. Goniometria.

#### a) Określenie i przedstawienie funkcji kąta.

Zakreślone w rysunku 124. promieniem  $AO = r$  koło dzielą dwie prostopadłe do siebie średnice  $AA_1$  i  $CC_1$  na cztery ćwiartki I, II, III, IV.

Jeżeli promień  $M_1 O$  począwszy od  $A O$  obróci się około środka  $O$  koła w kierunku przeciwnym od wskazówki zegara przez wszystkie cztery ćwiartki i dojdzie do swego pierwotnego położenia, to utworzy w ciągu obrotu kolejno wszystkie kąty od  $0^\circ$  do  $360^\circ$ . Kąty w ogóle zakreślone obrotem w tym kierunku przyjmuje się za dodatnie, zaś obrotem wprost przeciwnym za ujemne.

Jeżeli ramię ruchome  $M_1 O$  utworzy w obrocie kąt  $A O M_1 = \alpha$  i wykreślimy z końca  $M_1$  tego ramienia prostopadłe  $M_1 B_1$  do ramienia stałego  $A O$ , to otrzymamy trójkąt prostokątny  $B_1 O M_1$ , w którym  $B_1 O$  jest rzutem boku  $O M_1$ . Wykreśliwszy nadto z różnych punktów ramienia ruchomego  $O M_1$  prostopadłe do  $A O$  uzyskamy trójkąty podobne do poprzedniego, zaczem stosunek dwóch boków jednego z nich będzie równy stosunkowi odpowiednich dwóch boków każdego innego trójkąta. Stosunek ten dwóch boków trójkąta prostokątnego zawisł jedynie od wielkości kąta, a mianowicie jest stały dla  $\alpha$  stałego i zmienia się ze zmianą  $\alpha$ , wobec czego nazwano go funkcją kąta.

Wykreślona dalej w punkcie  $A$  prostopadła do  $A O$  aż do przecięcia ramienia ruchomego w punkcie  $D$  utworzy trójkąt  $A O D \sim \sim B_1 O M_1$ ; wreszcie w punkcie  $C$  prostopadła do  $O C$  przetnie przedłużone ramię ruchome w punkcie  $E$  i utworzy trzeci trójkąt  $E O C$ , który jest podobny do poprzednich dwu trójkątów.

Możliwe różne stosunki wzajemne boków trójkąta prostokątnego mają swoje właściwe niżej poszczególnione nazwy i na podstawie podobieństwa wyżej właśnie wyrażonych i w rys. 124. uwidoczniomych trzech trójkątów tworzą następujące równości.

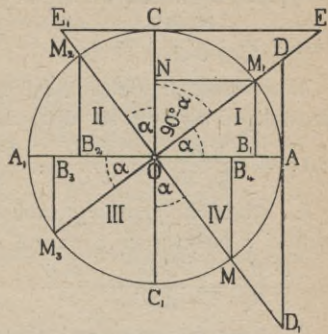
1. Stosunek przyprostokątnej przeciwległej kątowi  $\alpha$  do przeciwprostokątnej nazywa wstawą (*sinus*) kąta  $\alpha$  i pisze się:  $\sin \alpha =$

$$= \frac{M_1 B_1}{O M_1} = \frac{M_1 B_1}{r};$$

2. stosunek przyprostokątnej przyległej kątowi  $\alpha$  do przeciwprostokątnej nazywa się dostawą (*cosinus*) kąta  $\alpha$  i pisze się:  $\cos \alpha =$

$$= \frac{B_1 O}{O M_1} = \frac{B_1 O}{r};$$

Rys. 124.



3. stosunek przyprostokątnej przeciwległej kątowi  $\alpha$  do drugiej przyprostokątnej nazywa się styczną (*tangens*) kąta  $\alpha$  i pisze się:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{M_1 B_1}{O B_1} = \frac{A D}{A O} = \frac{A D}{r};$$

4. stosunek przyprostokątnej przyległej kątowi  $\alpha$  do drugiej przyprostokątnej nazywa się dotyczną (*cotangens*) kąta  $\alpha$  i pisze się:

$$\operatorname{cot} \alpha = \frac{O B_1}{M_1 B_1} = \frac{C E}{C O} = \frac{C E}{r};$$

5. stosunek przeciwprostokątnej do przyprostokątnej przyległej kątowi  $\alpha$  nazywa się sieczną (*secans*) kąta  $\alpha$  i pisze się:  $\operatorname{sec} \alpha =$

$$= \frac{O M_1}{O B_1} = \frac{O D}{A O} = \frac{O D}{r};$$

6. stosunek przeciwprostokątnej do przyprostokątnej przeciwległej kątowi  $\alpha$  nazywa się dosieczną (*cosecans*) kąta  $\alpha$  i pisze się:

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{O M_1}{B_1 M_1} = \frac{E O}{C O} = \frac{E O}{r}.$$

Jeżeli tu przyjmiemy promień koła  $r = 1$ , to powyższe stosunki czyli funkcje kąta  $\alpha$  przybiorą następującą postać:

$$\begin{array}{l} 7. \sin \alpha = M_1 B_1, \quad | \quad 9. \operatorname{tg} \alpha = A D, \quad | \quad 11. \operatorname{sec} \alpha = O D, \\ 8. \cos \alpha = B_1 O, \quad | \quad 10. \operatorname{cotg} \alpha = C E, \quad | \quad 12. \operatorname{cosec} \alpha = O E. \end{array}$$

Co do znakowania funkcyj kąta istnieją następujące reguły.

Zwykle uważa się za dodatnie to położenie prostopadłych i rzutów, jakie zajmują w pierwszej ćwiartce; a w ogóle przyjmuje się, że prostopadłe leżące ponad osią  $AA_1$  są dodatnie a pod tą osią ujemne, i że rzuty z prawej strony punktu  $O$  są dodatnie, z lewej ujemne.

Stąd sinus i cosinus w pierwszej ćwiartce są dodatnie; w drugiej ćwiartce sinus jest dodatnie, cosinus ujemne; w trzeciej ćwiartce sinus i cosinus są ujemne; w czwartej ćwiartce sinus jest ujemny, cosinus dodatni. Znaki reszty funkcyj wynikają z wzajemnej zależności, w jakiej pozostają do sinus i cosinus tego samego kąta.

### b) Wzajemna zależność funkcji tego samego kąta.

Z przedstawionych w poprzednim artykule (podpoziale  $a$ ) równości od 1. do 12. wynika następująca wzajemna zależność funkcyj kąta:

$$\begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha = \frac{M_1 B_1}{O B_1} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{cotg} \alpha = \frac{O B_1}{M_1 B_1} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \\ \operatorname{sec} \alpha = \frac{O M_1}{O B_1} = \frac{1}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{O M_1}{B_1 M_1} = \frac{1}{\sin \alpha} \end{array}$$

Z wyrażonych już wyżej i przedstawionych w rys. 121. trójkątów prostokątnych  $OM_1B_1$ ,  $ODA$ ,  $OCE$  otrzymujemy dalej

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha; \quad \operatorname{cotg}^2 \alpha + 1 = \operatorname{cosec}^2 \alpha.$$

Z danej zatem jednej funkcji można wyznaczyć każdą inną na podstawie wykazanych wyżej związków ich wzajemnych.

Stąd wynikają także wnioski co do znakowania reszty funkcyj, a mianowicie:

W I. ćwiartce (rys. 124.)  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{cotg} \alpha$ ,  $\sec \alpha$  i  $\operatorname{cosec} \alpha$  są dodatnie, gdyż sinus i cosinus są dodatnie; — w II. ćwiartce  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{cotg} \alpha$  i  $\sec \alpha$  są ujemne, gdyż sinus jest dodatni, cosinus ujemny, zatem

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{-\cos \alpha} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \operatorname{cotg} \alpha = \frac{-\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha},$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{-\cos \alpha} = -\frac{1}{\cos \alpha}; \quad \text{natomiast } \operatorname{cosec} \alpha \text{ jest dodatnią, gdyż}$$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}; \quad \text{— w III. ćwiartce } \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{cotg} \alpha, \text{ są dodatnie,}$$

$$\text{gdź sinus i cosinus są ujemne, zatem } \operatorname{tg} \alpha = \frac{-\sin \alpha}{-\cos \alpha} = +\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{-\cos \alpha}{-\sin \alpha} = +\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad \sec \alpha \text{ i } \operatorname{cosec} \alpha \text{ są ujemne, gdyż}$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{-\cos \alpha} = -\frac{1}{\cos \alpha}, \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{-\sin \alpha} = -\frac{1}{\sin \alpha}; \quad \text{—}$$

w IV. ćwiartce  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{cotg} \alpha$ ,  $\operatorname{cosec} \alpha$  są ujemne, gdyż sinus jest ujemny, cosinus dodatni, zatem  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ,

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{-\sin \alpha} = -\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{-\sin \alpha} = -\frac{1}{\sin \alpha},$$

$$\text{natomiast } \sec \alpha \text{ jest dodatnią, gdyż } \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

### c) Wielkość funkcyj kąta.

1. Wielkość funkcyj sinus i cosinus:

Gdy kąt  $\alpha$  maleje do zera, to sinus jego tak samo maleje a cosinus wzrasta tak, że dla  $\alpha = 0$ ,  $\sin 0 = 0$ ,  $\cos 0^\circ = 1$ ; stąd dla bardzo małych kątów różnica między łukiem a sinusem jest bardzo mała, ale łuk jest zawsze większy niż sinus.

Ze wzrostem  $\alpha$  do  $90^\circ$  sinus zwiększa się do 1, zaś cosinus schodzi do zera, t. j.  $\sin 90^\circ = 1$ ,  $\cos 90^\circ = 0$ .

Gdy kąt  $\alpha$  zwiększa się od  $90^\circ$  do  $180^\circ$  sinus znowu maleje do zera, a cosinus wzrasta bezwzględnie do 1, ale jest ujemny, t. j.  $\sin 180^\circ = 0$ ,  $\cos 180^\circ = -1$ .

W dalszem zwiększaniu się  $\alpha$  od  $180$  do  $270^\circ$  sinus rośnie bezwzględnie do  $1$ , cosinus maleje do zera, ale obie funkcje są ujemne, a więc  $\sin 270^\circ = -1$ ,  $\cos 270^\circ = 0$ .

Dalszy wzrost  $\alpha$  od  $270$  do  $360^\circ$  powoduje bezwzględne zmniejszenie się sinusu — który jest ujemny — aż do zera, oraz zwiększenie się cosinusu — który jest dodatni — aż do  $1$ , a więc  $\sin 360^\circ = 0$ ,  $\cos 360^\circ = 1$ .

Wartość zatem sinusu i cosinusu mieści się w granicach od  $+1$  do  $-1$ .

2. Wielkość stycznej (tangens) i siecznej (secans) (rys. 124).

Jeżeli  $\alpha$  maleje do zera, to i tangens schodzi do zera a secans do  $1$ , t. j.  $\operatorname{tg} 0^\circ = 0$ ,  $\operatorname{sec} 0^\circ = 1$ ; ze zmniejszaniem się kąta zmniejsza się i różnica między łukiem a styczną, ale styczna jest zawsze większa od łuku.

Ze wzrostem  $\alpha$  do  $90^\circ$  tangens i secans są dodatnie i rosną do nieskończoności, t. j.  $\operatorname{tg} 90^\circ = \infty$ ,  $\operatorname{sec} 90^\circ = \infty$ .

Podczas wzrostu  $\alpha$  od  $90$  do  $180^\circ$  tangens i secans są ujemne i maleją tak, iż  $\operatorname{tg} 180^\circ = 0$ ,  $\operatorname{sec} 180^\circ = -1$ .

Z dalszym wzrostem  $\alpha$  od  $180$  do  $270^\circ$  tangens jest dodatnia, secans ujemna i wzrastają do nieskończoności, czyli  $\operatorname{tg} 270^\circ = +\infty$ ,  $\operatorname{sec} 270^\circ = -\infty$ . Gdy wreszcie  $\alpha$  rośnie od  $270$  do  $360^\circ$  tangens jest ujemna, secans dodatnia i maleją pierwsza do zera, druga do  $+1$ , t. j.  $\operatorname{tg} 360^\circ = 0$ ,  $\operatorname{sec} 360^\circ = +1$ .

Tangens zatem może przybrać wszelkie wartości rzeczywiste od  $-\infty$  do  $+\infty$ , secans zaś od  $+1$  do  $+\infty$  i od  $-1$  do  $-\infty$ .

3. Wielkość dotychczasowej (cotangens) i dosiecznej (cosecans):

Za zmniejszaniem się  $\alpha$  do zera cotangens i cosecans są dodatnie i rosną do nieskończoności, a więc  $\operatorname{cotg} 0^\circ = \infty$ ,  $\operatorname{cosec} 0^\circ = \infty$ ; ze wzrostem natomiast  $\alpha$  do  $90^\circ$ ,  $\operatorname{cotg} 90^\circ = 0$ ,  $\operatorname{cosec} 90^\circ = 1$ .

Od  $90$  do  $180^\circ$  cotangens jest ujemna, cosecans dodatnia i obie wzrastają bezwzględnie do nieskończoności, zatem  $\operatorname{cotg} 180^\circ = -\infty$ ,  $\operatorname{cosec} 180^\circ = +\infty$ .

Od  $180$  do  $270^\circ$  cotangens jest dodatnia, cosecans ujemna i obie maleją, pierwsza do zera druga do  $-1$ , t. j.  $\operatorname{cotg} 270^\circ = 0$ ,  $\operatorname{cosec} 270^\circ = -1$ .

Od  $270$  do  $360^\circ$  cotangens i cosecans są ujemne i wzrastają do nieskończoności, t. j.  $\operatorname{cotg} 360^\circ = -\infty$ ,  $\operatorname{cosec} 360^\circ = -\infty$ .

Wartość cotangens wzrasta od  $-\infty$  do  $+\infty$ , zaś cosecans od  $+1$  do  $+\infty$  i od  $-1$  do  $-\infty$ .

d) **Związek między funkcjami kątów wzajemnie od siebie zależnych.**

1. Kąty dopełniające.

Na podstawie trójkątów przystających  $OM_1 B_1 \cong ONM_1$  (rys. 124.) istnieje następujący związek między funkcjami sinus i cosinus kątów dopełniających, a stąd i między resztą funkcyj tych kątów:

$$\begin{array}{l} \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha, \\ \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha, \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{cotg} \alpha, \\ \operatorname{cotg}(90^\circ - \alpha) = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha, \end{array} \right.$$

$$\sec(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\cos(90^\circ - \alpha)} = \operatorname{cosec} \alpha,$$

$$\operatorname{cosec}(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\sin \alpha} = \sec \alpha.$$

2. Dwa kąty, których różnica wynosi  $90^\circ$ , a więc wogóle kąt  $90^\circ + \alpha$  i kąt  $\alpha$ .

Kąty takie w rysunku 124. są  $AO M_2 = 90^\circ + \alpha$ , i  $AO M_1 = \alpha$ ; gdy zaś trójkąty  $OM_2 B_2 \cong OM_1 B_1$ , więc  $\sin(90^\circ + \alpha) = M_2 B_2 = OB_1 = \cos \alpha$ , oraz  $-\cos(90^\circ + \alpha) = -OB_2 = M_1 B_1 = \sin \alpha$ , czyli  $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ , stąd

$$\begin{array}{l} \sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha, \\ \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha, \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\operatorname{cotg} \alpha, \\ \operatorname{cotg}(90^\circ + \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha, \end{array} \right.$$

$$\sec(90^\circ + \alpha) = -\operatorname{cosec} \alpha,$$

$$\operatorname{cosec}(90^\circ + \alpha) = \sec \alpha.$$

3. Kąty spełniające.

Według rys. 124. kąt  $M_1 O A_1 = 180^\circ - \alpha$ , zaczem sinus tego kąta równa się  $M_1 B_1$ , zaś cosinus  $OB_1$ ; gdy jednak rozwarcie ramienia ruchomego  $OM_1$  kąta  $180^\circ - \alpha$  — w porównaniu do pierwotnego położenia tego ramienia na prostej  $OA$  — musi przypaść w II. ćwiartkę, w której sinus jest dodatni a cosinus ujemny, więc będzie

$$\begin{array}{l} \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha, \\ \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha, \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha, \\ \operatorname{cotg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{cotg} \alpha, \end{array} \right.$$

$$\sec(180^\circ - \alpha) = -\sec \alpha,$$

$$\operatorname{cosec}(180^\circ - \alpha) = \operatorname{cosec} \alpha.$$

4. Funkcje kątów ujemnych.

Funkcje kątów ujemnych są równe tym samym funkcjom kątów dodatnich, ale z przeciwnym znakiem; jedynie cosinus zatrzymuje ten sam swój znak, co u kątów dodatnich.



## e) Funkcje kątów złożonych.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad 1018$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad 1019$$

$$\sin[90^\circ + (\alpha + \beta)] = \cos(\alpha + \beta) \quad 1020$$

$$\cos[90^\circ + (\alpha + \beta)] = -\sin(\alpha + \beta) \quad 1021$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \quad 1022$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha + \beta) = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta - 1}{\operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{cotg} \beta} \quad 1023$$

Dla  $\beta = \alpha$  będzie

$$\sin 2\alpha = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad 1024$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad 1025$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad 1026$$

$$\operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha} \quad 1027$$

Dla  $\alpha = \frac{\alpha}{2}$  będzie według wzorów 1024. i 1025.

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \quad 1028$$

$$\cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad 1029$$

gdy zaś  $1 = \cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ , więc po dodaniu do wzoru 1029.,

a następnie po odjęciu będzie

$$\left. \begin{aligned} 1 + \cos \alpha &= 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \\ 1 - \cos \alpha &= 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \end{aligned} \right\} \quad 1030$$

stąd wreszcie

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} \quad 1031$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \quad 1032$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} \quad 1033$$

$$\operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} \quad 1034$$

Dla  $\beta = -\beta$  otrzymujemy z wzorów 1018. i 1019.

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos(-\beta) + \cos \alpha \sin(-\beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad 1035$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad 1036$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \quad 1037$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta + 1}{\operatorname{cotg} \beta - \operatorname{cotg} \alpha} \quad 1038$$

Wreszcie po dodaniu wzorów **1018.** i **1035.**, oraz **1019.** i **1036.** a następnie po odjęciu otrzymujemy

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta \quad 1039$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta \quad 1040$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta \quad 1041$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta \quad 1042$$

Podstawiawszy w równaniach **1039.** do **1042.**  $\alpha + \beta = \varphi$ ,  $\alpha - \beta = \psi$ , oraz wynikające z tego przyjęcia  $\alpha = \frac{1}{2}(\varphi + \psi)$ ,  $\beta = \frac{1}{2}(\varphi - \psi)$  otrzymamy:

$$\sin \varphi + \sin \psi = 2 \sin \frac{1}{2}(\varphi + \psi) \cos \frac{1}{2}(\varphi - \psi) \quad 1043$$

$$\sin \varphi - \sin \psi = 2 \cos \frac{1}{2}(\varphi + \psi) \sin \frac{1}{2}(\varphi - \psi) \quad 1044$$

$$\cos \varphi + \cos \psi = 2 \cos \frac{1}{2}(\varphi + \psi) \cos \frac{1}{2}(\varphi - \psi) \quad 1045$$

$$\cos \varphi - \cos \psi = -2 \sin \frac{1}{2}(\varphi + \psi) \sin \frac{1}{2}(\varphi - \psi) \quad 1046$$

Podzieliwszy równanie **1043.** przez **1044.** równania **1043.** i **1044.** przez **1045.**, następnie przez **1046.**, wreszcie równanie **1045.** przez **1046.** dostaniemy:

$$\frac{\sin \varphi + \sin \psi}{\sin \varphi - \sin \psi} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi + \psi)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi - \psi)} \quad 1047$$

$$\frac{\sin \varphi \pm \sin \psi}{\cos \varphi + \cos \psi} = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi \pm \psi) \quad 1048$$

$$\frac{\sin \varphi \pm \sin \psi}{\cos \varphi - \cos \psi} = -\operatorname{cotg} \frac{1}{2}(\varphi \mp \psi) \quad 1049$$

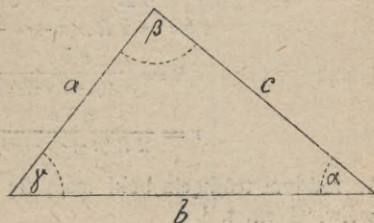
$$\frac{\cos \varphi + \cos \psi}{\cos \varphi - \cos \psi} = \frac{\operatorname{cotg} \frac{1}{2}(\varphi + \psi)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi - \psi)} \quad 1050$$

## 2. Trygonometria płaska.

### a) Twierdzenia i wzory do rozwiązania trójkątów.

Rysunek 125.

Jeżeli w uwidocznionym w rys. 125. trójkącie o bokach  $a, b, c$  i przeciwległych im kątach  $\alpha, \beta, \gamma$  wykreślimy z wierzchołka  $\beta$  prostopadłą  $h$  do podstawy  $b$ , to długość prostopadłej



$$h = \frac{1}{2b} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(c+a-b)(b+c-a)} \quad 1051a$$

Stąd powierzchnia trójkąta

$$f = \frac{bh}{2} = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(c+a-b)(b+c-a)}$$

zaś po podstawieniu  $a+b+c=2s$  i po kolejnym odjęciu od obu stron tego równania:  $2a$ ,  $2b$ ,  $2c$  otrzymamy

$$f = \frac{1}{4} \sqrt{2s \cdot 2(s-c) 2(s-b) 2(s-a)},$$

wreszcie po uproszczeniu

$$f = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad 1051$$

Jeżeli  $R$  jest promieniem koła opisanego na naszym trójkącie, to także powierzchnia jego

$$f = \frac{abc}{4R} \quad 1052$$

zaś

$$R = \frac{abc}{4f} = \frac{abc}{4\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}} \quad 1053$$

Jeżeli  $r$  jest promieniem koła wpisanego w trójkąt nasz, to powierzchnia trójkąta

$$f = \frac{ar+br+cr}{2} = \frac{r}{2}(a+b+c) = rs \quad 1054$$

gdzie  $a+b+c=2s$ , stąd

$$r = \frac{2f}{a+b+c} \quad 1055$$

albo

$$r = \frac{f}{s} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} \quad 1056$$

Z równań 1052. i 1054. wynika związek między promieniem  $R$  koła opisanego na trójkącie i promieniem  $r$  koła wpisanego w trójkąt, istnieje bowiem równość

$$\frac{abc}{4R} = \frac{r(a+b+c)}{2},$$

czyli

$$abc = 2Rr(a+b+c),$$

zaś stąd

$$R = \frac{abc}{2r(a+b+c)} = \frac{abc}{4rs} \quad 1057$$

$$r = \frac{abc}{2R(a+b+c)} = \frac{abc}{4Rs} \quad 1058$$

W każdym trójkącie boki mają się do siebie jak wstawy kątów przeciwległych, t. j.

$$\left. \begin{aligned} a : b &= \sin \alpha : \sin \beta, \\ a : c &= \sin \alpha : \sin \gamma, \\ b : c &= \sin \beta : \sin \gamma, \end{aligned} \right\} \quad 1059$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R \quad 1060$$

gdzie  $R$  jest promieniem koła opisanego, stąd zaś wynika

$$\left. \begin{aligned} a &= 2R \sin \alpha, \\ b &= 2R \sin \beta, \\ c &= 2R \sin \gamma, \end{aligned} \right\} \quad 1061$$

W każdym trójkącie kwadrat jednego boku równa się sumie kwadratów reszty dwóch boków, zmniejszonej o podwójny iloczyn tych dwóch boków i dostawy kąta między nimi zawartego (twierdzenie Carnota), a więc

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha, \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta, \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma, \end{aligned} \right\} \quad 1062$$

Pierwsze z tych równań daje

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

stąd

$$1 + \cos \alpha = 1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{2bc + b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \\ = \frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc}$$

albo też

$$1 - \cos \alpha = 1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{2bc - b^2 - c^2 + a^2}{2bc} = \frac{a^2 - (b-c)^2}{2bc},$$

wreszcie

$$1 - \cos \alpha = \frac{(a+b-c)(a-b+c)}{2bc}, \quad 1 + \cos \alpha = \\ = \frac{(b+c+a)(b+c-a)}{2bc}.$$

gdy zaś według wzorów 1030.

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \quad 1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2},$$

więc

$$\left. \begin{aligned} \sin \frac{\alpha}{2} &= \sqrt{\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{4bc}} \\ \text{albo też dla } a+b+c &= 2s: \\ \sin \frac{\alpha}{2} &= \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} \end{aligned} \right\} \quad 1063$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \frac{\alpha}{2} &= \sqrt{\frac{(b+c+a)(b+c-a)}{4bc}} \\ \cos \frac{\alpha}{2} &= \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}} \end{aligned} \right\} 1064$$

stąd

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} \sqrt{\frac{a^2 - (b-c)^2}{(b+c)^2 - a^2}} \\ \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} &= \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}} = \sqrt{\frac{(b^2 - (c-a)^2}{(c+a)^2 - b^2}} \\ \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} &= \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}} = \sqrt{\frac{c^2 - (a-b)^2}{(a+b)^2 - c^2}} \end{aligned} \right\} 1065$$

Z drugiego i trzeciego z równań 1059. wynika

$$a = \frac{c \sin \alpha}{\sin \gamma}, \quad b = \frac{c \sin \beta}{\sin \gamma},$$

a po dodaniu

$$a + b = \frac{c (\sin \alpha + \sin \beta)}{\sin \gamma},$$

stąd

$$\frac{a+b}{c} = \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \gamma},$$

po podstawieniu wartości na zasadzie równań 1028. i 1043.

$$\frac{a+b}{c} = \frac{2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}{2 \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2}},$$

gdy zaś

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 90^\circ = \frac{\gamma}{2},$$

więc

$$\sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) + \sin \left( 90^\circ - \frac{\gamma}{2} \right) = \cos \frac{\gamma}{2},$$

stąd dalej

$$\frac{a+b}{c} = \frac{2 \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}{2 \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2}} = \frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}{\sin \frac{\gamma}{2}}$$

Podobną drogą uzyskamy

$$\frac{a-b}{c} = \frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)}{\cos \frac{\gamma}{2}}$$

Są to równania Mollweidego.

1066

Z pierwszego z równań 1059. otrzymujemy

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \alpha - \sin \beta}$$

a odnośnie do równania 1047.

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha - \beta)}$$

1067

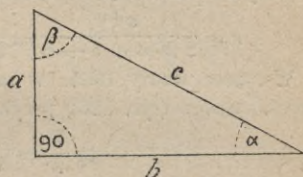
To równanie styeczny wyraża, iż suma dwu boków trójkąta ma się tak do ich różnicy, jak tangens połowy sumy kątów przeciwległych tym bokom do tangens połowy różnicy tych kątów.

### b) Rozwiązanie trójkątów prostokątnych.

Do rozwiązania trójkąta prostokątnego potrzeba danych dwu jego elementów od siebie niezależnych.

W uwidocznionym na rysunku 126. trójkącie prostokątnym  $a, b$  są przyprostokątne  $\alpha, \beta$  przeciwległe im kąty,  $c$  przeciwprostokątnia.

Rysunek 126.



Z określeń i przedstawienia funkcji kąta, oraz z własności trójkątów w ogóle, a w szczególności trójkąta prostokątnego wynikają następujące niżej twierdzenia trygonometryczne i wzory, służące do rozwiązywania trójkątów prostokątnych.

I. Każda przyprostokątnia równa się przeciwprostokątnej, pomnożonej przez sinus kąta przeciwległego lub cosinus kąta przyległego szukanej przyprostokątnej, t. j.

$$\left. \begin{aligned} a &= c \sin \alpha = c \cos \beta \\ b &= c \sin \beta = c \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad 1068$$

II. Każda przyprostokątnia równa się drugiej przyprostokątnej pomnożonej przez tangens kąta przeciwległego lub przez cotangens kąta przyległego szukanej przyprostokątnej, t. j.

$$\left. \begin{aligned} a &= b \operatorname{tg} \alpha = b \operatorname{cotg} \beta \\ b &= a \operatorname{tg} \beta = a \operatorname{cotg} \alpha \end{aligned} \right\} \quad 1069$$

III. Kwadrat przeciwprostokątnej równa się sumie kwadratów obu przyprostokątnej (twierdzenie Pitagorasa), co wynika także i z twierdzenia Carnota (zob. odnośne równanie 1062.)

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ , które w zastosowaniu do naszego trójkąta (rys. 126.) przybierze postać  $c^2 = a^2 + b^2$  1070  
gdyż tu kąt  $\gamma = 90^\circ$ , zaś  $\cos 90^\circ = 0$ .

Powierzchnia naszego trójkąta prostokątnego

$$f = \frac{ab}{2};$$

gdy zaś  $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(c+a)(c-a)}$ ,

więc  $f = \frac{a}{2} \sqrt{(c+a)(c-a)}$ ;

albo po podstawieniu

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{(c+b)(c-b)}, \quad f = \frac{1}{2} \sqrt{(c+a)(c-a)(c+b)(c-b)}.$$

Według wzoru 1053., tyżącego się wogóle trójkątów, promień koła opisanego na trójkącie

$$R = \frac{abc}{4f},$$

w zastosowaniu tu do trójkąta prostokątnego będzie

$$R = \frac{abc}{4} \cdot \frac{2}{ab} = \frac{c}{2}; \quad 1071$$

według zaś wzoru 1058. promień koła wpisanego w trójkąt będzie tu

$$r = \frac{abc}{2R(a+b+c)} = \frac{abc}{2(a+b+c)} \cdot \frac{2}{c} = \frac{ab}{a+b+c} \quad 1072$$

Wreszcie wzory 1065. w zastosowaniu do niniejszego trójkąta prostokątnego (rys. 126.) przybiorą postać:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{a^2 - (b-c)^2}{(b+c)^2 - a^2}}$$

po podstawieniu

$$a^2 = c^2 - b^2, \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{c^2 - b^2 - b^2 + 2bc - c^2}{b^2 + 2bc + c^2 - c^2 + b^2}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{2b(c-b)}{2b(c+b)}} = \sqrt{\frac{c-b}{c+b}} \quad 1073$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} &= \sqrt{\frac{b^2 - (a-c)^2}{(c+a)^2 - b^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{c^2 - a^2 - a^2 + 2ac - c^2}{c^2 + 2ac + c^2 - c^2 + a^2}} = \sqrt{\frac{c-a}{c+a}} \quad 1074 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} &= \sqrt{\frac{c^2 - (a-b)^2}{(a+b)^2 - c^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{a^2 + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2}} = \sqrt{\frac{2ab}{2ab}} = 1 \quad 1075 \end{aligned}$$

Ponieważ tu kąt  $\gamma = 90^\circ$ , więc  $\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$ , o czem zresztą łatwo się przekonać z rysunku 124. (str. 1507), po wykreśleniu kąta tak, by  $\angle O D \alpha = 45^\circ$  i po przedłużeniu ruchomego ramienia  $OM$ , aż

do przecięcia się z przedłużoną styczną  $AD$  na przykład w punkcie  $D'$ , w którym to razie musi przedłużona styczna  $AD' = AO = r = 1$ .

Odnosnie do pięciu elementów  $a, b, c, \alpha, \beta$  trójkątów prostokątnych są możliwe następujące przypadki ich rozwiązania:

1. Dane  $a, \alpha$ , obliczyć  $b, c, \beta, f$ .

$$c = \frac{a}{\sin \alpha}; b = a \cotg \alpha = \frac{a}{\tg \alpha}; \beta = 90^\circ - \alpha; f = \frac{ab}{2} = \frac{a^2}{2} \cdot \cotg \alpha = \frac{a^2}{2 \tg \alpha}$$

2. Dane,  $a, \beta$ , obliczyć  $b, c, \alpha, f$ .

$$c = \frac{a}{\cos \beta}; b = a \tg \beta; \alpha = 90^\circ - \beta; f = \frac{a^2}{2} \cdot \tg \beta = \frac{a^2}{2 \cotg \beta}$$

3. Dane  $b, \alpha$ , obliczyć  $a, c, \beta, f$ .

$$a = b \tg \alpha; c = \frac{b}{\cos \alpha}; \beta = 90^\circ - \alpha; f = \frac{ba}{2} = \frac{b^2}{2} \cdot \tg \alpha = \frac{b^2}{2 \cotg \alpha}$$

4. Dane  $b, \beta$ , obliczyć  $a, c, \alpha, f$ .

$$a = b \cotg \beta; c = \frac{b}{\sin \beta}; \alpha = 90^\circ - \beta; f = \frac{b^2}{2 \tg \beta} = \frac{b^2}{2} \cdot \cotg \beta$$

5. Dane  $c, \alpha$ , obliczyć  $a, b, \beta, f$ .

$$a = c \sin \alpha; b = c \cos \alpha; \beta = 90^\circ - \alpha; f = \frac{ab}{2} = \frac{c^2}{2} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{c^2}{4} \cdot \sin 2\alpha$$

6. Dane  $c, \beta$ , obliczyć  $a, b, \alpha, f$ .

$$a = c \cos \beta; b = c \sin \beta; \alpha = 90^\circ - \beta; f = \frac{c^2}{4} \sin 2\beta$$

7. Dane  $a, b$ , obliczyć  $c, \alpha, \beta, f$ .

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}; \tg \alpha = \frac{a}{b}; \tg \beta = \frac{b}{a}; f = \frac{ab}{2}$$

8. Dane  $a, c$ , obliczyć  $b, \alpha, \beta, f$ .

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(c+b)(c-b)}; \sin \alpha = \frac{a}{c}; \tg \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{c-a}{c+a}}$$

$$f = \frac{a}{2} \sqrt{(c+a)(c-a)}$$

9. Dane  $b, c$ , obliczyć  $a, \alpha, \beta, f$ .

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{(c+b)(c-b)}; \tg \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{c-b}{c+b}}; \sin \beta = \frac{b}{c};$$

$$f = \frac{b}{2} \sqrt{(c+b)(c-b)}$$



### c) Rozwiązanie trójkątów równoramiennych.

Rozwiązanie trójkąta równoramiennego wymaga danych dwóch jego elementów od siebie niezależnych.

Ponieważ prostopadła z wierzchołka do podstawy równoramiennego trójkąta dzieli go na dwa przystające trójkąty prostokątne, więc rozwiązanie trójkąta równoramiennego sprowadza się właściwie do rozwiązania trójkąta prostokątnego.

Jeżeli każde z równych ramion oznaczymy przez  $a$ , kąty im przeciwległe przez  $\alpha$ , podstawę przez  $b$ , kąt jej przeciwległy przez  $\beta$ , zaś przez  $h$  wysokość, wykreślona z wierzchołka kąta  $\beta$  prostopadłe do podstawy  $b$ , połowiącą — jak wiadomo — zarówno podstawę jak i kąt  $\beta$ , to będzie

$$\frac{\beta}{2} + \alpha = 90^\circ; \frac{b}{2} = a \sin \frac{\beta}{2} = a \cos \alpha; h^2 = a^2 - \frac{b^2}{4} = \left(a + \frac{b}{2}\right) \left(a - \frac{b}{2}\right),$$

a stąd

$$h = \sqrt{\left(a + \frac{b}{2}\right) \left(a - \frac{b}{2}\right)} = \frac{b}{2} \operatorname{tg} \alpha = a \sin \alpha;$$

$$f = \frac{b h}{2} = \frac{b}{2} \sqrt{\left(a + \frac{b}{2}\right) \left(a - \frac{b}{2}\right)} = \frac{b^2}{4} \operatorname{tg} \alpha = a \cos \alpha \cdot a \sin \alpha = \frac{a^2}{2} \cdot 2 \sin \alpha.$$

### d) Rozwiązanie trójkątów równobocznych.

Jeżeli jest  $a$  bok trójkąta równobocznego,  $h$  wysokość,  $f$  powierzchnia,  $R$  promień koła opisanego,  $r$  promień koła wpisanego, to do rozwiązania trójkąta równobocznego wystarcza tylko jedna dana z tych pięciu wielkości, a mianowicie:

1. Dany bok  $a$ , wyznaczyć  $h$ ,  $f$ ,  $R$ ,  $r$ .

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4a^2 - a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \text{ stąd } h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} \quad 1076$$

$$f = \frac{a h}{2} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}, \text{ czyli } f = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} \quad 1077$$

Po podstawieniu  $a = b = c$  w ogólnym dla trójkątów wzorze 1053. będzie

$$R = \frac{a b c}{4 f} = \frac{a^3}{4} \cdot \frac{4}{a^2 \sqrt{3}}, \text{ czyli } R = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad 1078$$

zaś po podstawieniu  $a = b = c$  w ogólny wzór 1055. odnośnych wartości za  $f$  z wzoru 1077. otrzymujemy

$$r = 2 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{3 a} = \frac{a \sqrt{3}}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}, \text{ wreszcie } r = \frac{a}{2 \sqrt{3}} \quad 1079$$

2. Dane  $h$ , wyznaczyć  $a$ ,  $f$ ,  $R$ ,  $r$ .

Z wzoru 1076.  $a = 2 \cdot \frac{h}{\sqrt{3}}$ ;  $f = \frac{ah}{2}$ ; z wzoru 1078. i 1079.:

$$R = \frac{2h}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2h}{3}; \quad r = \frac{2h}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{h}{3};$$

z obu tych równań wynika:

$$h = \frac{3R}{2} = 3r, \text{ stąd } R = 2r \quad \text{1080}$$

$$\text{oraz } r = \frac{1}{2}R \quad \text{1081}$$

3. Dane  $f$ , wyznaczyć  $a$ ,  $h$ ,  $R$ ,  $r$ .

$$a^2 = \frac{4f}{\sqrt{3}}, \text{ stąd } a = 2 \sqrt{\frac{f}{\sqrt{3}}} = 2 \cdot \frac{\sqrt{f}}{\sqrt[4]{3}}; \quad h = \frac{2f}{a} = \frac{f \sqrt[4]{3}}{\sqrt{f}};$$

z wzoru 1053. po podstawieniu  $a = b = c$ ,  $R = \frac{a^3}{4f}$ ;

zaś z wzoru 1055.  $r = \frac{2f}{3a}$

4. Dane  $R$ , wyznaczyć  $a$ ,  $h$ ,  $f$ ,  $r$ .

$$a = R \sqrt{3}; \quad h = \frac{a}{2} \sqrt{3} = \frac{3}{2} \cdot R; \quad r = \frac{1}{2} \cdot R.$$

Po podstawieniu w ogólny wzór 1054.  $a = b = c$  otrzymujemy dla równobocznego trójkąta powierzchnię

$$f = \frac{3ar}{2} \quad \text{1082}$$

a stąd po wyrażeniu  $a$  oraz  $r$  przez  $R$  będzie

$$f = \frac{3}{2} \cdot R \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} R = \frac{3}{4} R^2 \sqrt{3}.$$

5. Dane  $r$ , wyznaczyć  $a$ ,  $h$ ,  $f$ ,  $R$ .

$$a = 2r \sqrt{3}; \quad h = \frac{a}{2} \sqrt{3} = 2r \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 3r;$$

$$f = \frac{3ar}{2} = \frac{3}{2} \cdot (2r \sqrt{3}) \cdot r \text{ czyli } f = 3r^2 \sqrt{3}; \quad R = 2r.$$

Ponieważ w trójkącie równobocznym wszystkie trzy kąty są sobie równe i suma ich wynosi  $180^\circ$ , więc każdy z trzech kątów wynosi

$$60^\circ; \quad \text{gdy zaś } h = a \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}, \text{ więc } \sin 60^\circ = \sqrt{\frac{3}{4}} =$$

$= 0.8660254$ , zatem wysokość w trójkącie równobocznym

$$h = 0.8660254 a. \quad \text{1083}$$

## e) Rozwiązanie trójkątów wogóle.

Z sześciu elementów  $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$  potrzeba trzech danych do rozwiązania trójkąta ogólnej postaci uwidocznionego rysunkiem 125. (str. 1513), a mianowicie:

1. Dane  $a, \alpha, \beta$ , wyznaczyć  $b, c, \gamma, h, f$ .

$$b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha}; \quad c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{a \sin (\alpha + \beta)}{\sin \alpha}, \quad \text{gdyż } \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta);$$

$$f = \frac{b h}{2}, \quad \text{gdy zaś } h = c \sin \alpha = \frac{a \sin (\alpha + \beta)}{\sin \alpha},$$

$$\text{stąd } f = \frac{a^2 \sin \beta \sin (\alpha + \beta)}{2 \sin \alpha}.$$

2. Dane  $a, \alpha, \gamma$ , wyznaczyć  $b, c, \beta, h, f$ .

$$\beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma); \quad b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{a \sin (\alpha + \gamma)}{\sin \alpha}; \quad c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha};$$

$$h = a \sin \gamma; \quad f = \frac{a^2 \sin (\alpha + \gamma) \sin \gamma}{2 \sin \alpha}.$$

3. Dane  $a, \beta, \gamma$ , wyznaczyć  $b, c, \alpha, h, f$ .

$$b = \frac{a \sin \beta}{\sin (\beta + \gamma)}; \quad c = \frac{a \sin \gamma}{\sin (\beta + \gamma)}; \quad \text{gdyż } \alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma);$$

$$h = a \sin \gamma; \quad f = \frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin (\beta + \gamma)}.$$

4. Dane  $b, \alpha, \beta$ , wyznaczyć  $a, c, \gamma, h, f$ .

$$a = \frac{b \sin \alpha}{\sin \beta}; \quad c = \frac{b \sin (\alpha + \beta)}{\sin \beta}; \quad \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta);$$

$$h = c \sin \alpha = \frac{b \sin (\alpha + \beta) \sin \alpha}{\sin \beta}; \quad f = \frac{b^2 \sin (\alpha + \beta) \sin \alpha}{\sin \beta}.$$

5. Dane  $b, \alpha, \gamma$ , wyznaczyć  $a, c, \beta, h, f$ .

$$a = \frac{b \sin \alpha}{\sin \beta}; \quad c = \frac{b \sin \gamma}{\sin (\alpha + \gamma)}; \quad \beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma);$$

$$h = c \sin \alpha = \frac{b \sin \gamma \sin \alpha}{\sin (\alpha + \gamma)}; \quad f = \frac{b^2 \sin \gamma \sin \alpha}{2 \sin (\alpha + \gamma)}.$$

6. Dane  $b, \gamma, \beta$ , wyznaczyć  $a, c, \alpha, h, f$ .

$$a = \frac{b \sin (\beta + \gamma)}{\sin \beta}; \quad c = \frac{b \sin \gamma}{\sin \beta}; \quad \alpha = 180^\circ - \beta - \gamma;$$

$$h = c \sin (\beta + \gamma) = \frac{b \sin \gamma \sin (\beta + \gamma)}{\sin \beta}; \quad f = \frac{b^2 \sin \gamma \sin (\beta + \gamma)}{2 \sin \beta}.$$

7. Dane  $c, \alpha, \beta$ , wyznaczyć  $a, b, \gamma, h, f$ .

$$a = \frac{c \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}; \quad b = \frac{c \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}; \quad \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta); \quad h = c \sin \alpha;$$

$$f = \frac{c^2 \sin \beta \sin \alpha}{2 \sin(\alpha + \beta)}.$$

8. Dane  $c, \alpha, \gamma$ , wyznaczyć  $a, b, \beta, h, f$ .

$$a = \frac{c \sin \alpha}{\sin \gamma}; \quad b = \frac{c \sin(\alpha + \gamma)}{\sin \gamma}; \quad \beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma); \quad h = c \sin \alpha;$$

$$f = \frac{c^2 \sin(\alpha + \gamma) \sin \alpha}{2 \sin \gamma}.$$

9. Dane  $c, \beta, \gamma$ , wyznaczyć  $a, b, \alpha, h, f$ .

$$a = \frac{c \sin(\beta + \gamma)}{\sin \gamma}; \quad b = \frac{c \sin \beta}{\sin \gamma}; \quad \alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma); \quad h = c \sin(\beta + \gamma);$$

$$f = \frac{c^2 \sin \beta \sin(\beta + \gamma)}{2 \sin \gamma}.$$

10. Dane  $a, b, \alpha$ , wyznaczyć  $c, \beta, \gamma, h, f$ .

Gdyby było  $a > b$ , trójkąt nasz byłby wyznaczalny i byłoby:

$$\sin \beta = \frac{b \sin \alpha}{a}; \quad \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta); \quad c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha}; \quad h = a \sin \alpha;$$

$$f = \frac{b a \sin \alpha}{2}.$$

Gdy jednak według rysunku 125. jest widocznie  $a < b$ , więc  $\alpha < \beta$ , zaczem trójkąt jest nieoznaczony i w zasadzie nierozwiązalny. Rozwiązanie byłoby tu jedynie możliwe pod następującymi warunkami: gdyby  $a > b \sin \alpha$ , to wynikiem rozwiązania mogą być dwa trójkąty; mianowicie jeden z kątem  $\beta$ , obliczonym bezpośrednio z danych właśnie elementów, drugi zaś z kątem  $180^\circ - \beta$ ; — gdyby zaś było  $a = b \sin \alpha$ , to trójkąt musiałby być prostokątny z przeciwprostokątnią  $b$ , i z kątem  $\beta = 90^\circ$ ; — wreszcie gdyby było  $a < b \sin \alpha$ , wówczas trójkąt byłby niemożliwy.

11. Dane  $a, b, \beta$ , gdzie  $a < b$  oraz  $\beta > \alpha$ , wyznaczyć  $c, \alpha, \gamma, h, f$ .

$$\sin \alpha = \frac{a \sin \beta}{b}; \quad \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta); \quad c = \frac{b \sin \gamma}{\sin \beta}; \quad h = a \sin \gamma;$$

$$f = \frac{a b \sin \gamma}{2}.$$

12. Dane  $a, b, \gamma$ , wyznaczyć  $c, \alpha, \beta, h, f$ .

Z wzoru 1067. wynika

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha - \beta) = \frac{a - b}{a + b} \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = \frac{a - b}{a + b} \operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2}$$

gdyż  $\alpha + \beta = 180^\circ - \gamma$ ; z wzoru **1084**. znajdziemy  $\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ , gdy zaś  $\alpha + \beta = 180^\circ - \gamma$  jest także wiadome, więc stąd oblicza się  $\frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\alpha - \beta}{2} = \alpha$ , oraz  $\frac{\alpha + \beta}{2} - \frac{\alpha - \beta}{2} = \beta$ ;  $c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha}$ , albo też według Mollweidego wzoru **1066**.

$$c = \frac{(a+b) \sin \frac{\gamma}{2}}{\cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)}; \quad h = a \sin \gamma; \quad f = \frac{b a}{2} \sin \gamma.$$

13. Dane  $a, c, \beta$ , wyznaczyć  $b, \alpha, \gamma, h, f$ .

Odnosnie do wzoru **1084**.

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha - \gamma) = \frac{a-c}{a+c} \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = \frac{a-c}{a+c} \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2},$$

$$\text{gdyż } \alpha + \gamma = 180^\circ - \beta;$$

$$\text{stad } \frac{\alpha + \gamma}{2} + \frac{\alpha - \gamma}{2} = \alpha; \quad \frac{\alpha + \gamma}{2} - \frac{\alpha - \gamma}{2} = \gamma; \quad b = \frac{c \sin \beta}{\sin \gamma},$$

albo też według Carnota wzoru **1062**.  $b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta}$ ;

$$h = c \sin \beta; \quad f = \frac{a h}{2} = \frac{a c}{2} \cdot \sin \beta.$$

14. Dane  $a, c, \gamma$ , gdzie  $c > a$ , oraz  $\gamma > \alpha$ , wyznaczyć  $b, \alpha, \gamma, h, f$ .

$$\sin \alpha = \frac{a \sin \gamma}{c}; \quad \beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma); \quad b = \frac{c \sin \beta}{\sin \gamma}, \quad h = a \sin \gamma;$$

$$f = \frac{b a}{2} \cdot \sin \gamma, \quad \text{a po podstawieniu wartości za } b \quad f = \frac{a c \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \gamma} = \frac{a c \sin \beta}{2}.$$

15. Dane  $b, c, \alpha$ , wyznaczyć  $a, \beta, \gamma, h, f$ .

$$\operatorname{tg} \frac{\beta - \gamma}{2} = \frac{b-c}{b+c} \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\beta + \gamma) = \frac{b-c}{b+c} \cdot \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2},$$

$$\text{gdyż } \beta + \gamma = 180 - \alpha; \quad \text{stad } \frac{\beta + \gamma}{2} + \frac{\beta - \gamma}{2} = \beta,$$

$$\frac{\beta + \gamma}{2} - \frac{\beta - \gamma}{2} = \gamma; \quad a = \frac{c \sin \alpha}{\sin \gamma}; \quad h = c \sin \alpha; \quad f = \frac{b c}{2} \sin \alpha.$$

16. Dane  $b, c, \beta$ , gdzie  $b > c$ , oraz  $\beta > \gamma$ , wyznaczyć  $a, \alpha, \gamma, h, f$ .

$$\sin \gamma = \frac{c \sin \beta}{b}; \quad \alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma); \quad a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha} = \\ = \frac{b \sin \alpha}{\sin \beta}; \quad h = c \sin \alpha; \quad f = \frac{bc}{2} \sin \alpha.$$

17. Dane  $a, b, c$ , obliczyć  $\alpha, \beta, \gamma, h, f$ .

Według wzorów 1065.

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}; \quad \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}; \\ \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}; \quad h = a \sin \gamma; \quad f = \frac{ba \sin \gamma}{2} = \\ = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

Uwaga. Jeżeli połowa szukanego kąta jest bliską zera, to zapomocą dostawy (cosinus) nie daje się obliczyć z dostateczną dokładnością, gdyż dostawy kątów, zbliżających się do zera, bardzo mało różnią się wzajemnie. Z tej samej racji nie należy obliczać połówek kątów, bardzo bliskich  $90^\circ$  zapomocą wstawy (sinus).

W obu razach jest z korzyścią zastosowanie wzorów styczn (tangens).

## XII. Geometria analityczna płaska.

### 1. Równanie punktu.

Oznaczenie analityczne utworu geometrycznego jest odniesieniem go do pewnych stałych linii i punktów, tworzących układ współrzędnych.

Najprostszym i powszechnie używanym jest układ współrzędnych prostokątny; składa się on z dwu stałych co do położenia, do siebie prostopadłych prostych  $XX$  i  $YY$ , czyli osi współrzędnych, przecinających się w punkcie  $O$ , zwanym początkiem współrzędnych. W szczególności  $XX$  nazywa się osią odciętych,  $YY$  osią rzędnych.

Położenie wszelkich utworów geometrycznych w płaszczyźnie, przesuniętej przez obie osie współrzędne i podzielonej przez nie na cztery ćwiartki, odnosi się do tych osi.

I tak położenie punktu  $A$  w którejkolwiek ćwiartce wyznacza się zapomocą odległości jego od każdej z tych osi, a mianowicie prostopadła wykreślona z punktu  $A$  do osi  $XX$  jest odlegością jego od tej osi, równoległa zarazem do osi  $YY$  nazywa się rzędną i oznacza się przez  $y$ ; odcinek zaś osi  $XX$  między początkiem  $O$

spółrzędnych a rzędną  $y$  jest odległością punktu  $A$  od osi  $YY$  i nazywa się odejętą; zresztą tak rzędna jak i odejęta nazywają się współrzędnymi.

Dla rozpoznania, w której ćwiartce znajduje się rzędna i odejęta, oznacza się zwykle odejęte znakiem dodatnim, jeżeli leżą z prawej strony początku  $O$  układu, a znakiem ujemnym, jeżeli leżą z lewej jego strony; rzędne leżące nad osią  $XX$  uważa się i oznacza jako dodatnie, a pod osią  $XX$  jako ujemne.

Rzędna  $y$  i odejęta  $x$  danego punktu są wielkościami stałymi, zaczem położenie punktu przedstawia się analitycznie dwoma równaniami:

$$x = a, \quad y = b.$$

Jeżeli rzędne punktu  $A$  są  $x_1, y_1$ , zaś punktu  $B$   $x_2, y_2$ , to wzajemny odstęp tych punktów

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Prócz prostokątnego układu współrzędnych istnieje także ukośny układ współrzędnych, którego współrzędne rozumie się są równoległe do obu osi. Używają także i biegunowego układu współrzędnych, który polega na tem, że na leżącej w płaszczyźnie prostej linii, zwanej osią biegunową, obiera się punkt stały  $O$  zwany biegunem, a położenie danego punktu  $A$  wyznacza prosta, łącząca biegun  $O$  z punktem  $A$ , zwana promieniem wodzącym, oraz kąt  $\varphi$ , jaki tworzy ten promień  $OA$  z osią biegunową.

## 2. Równanie linii prostej.

Jeżeli dana linia prosta jest nachylona do osi iksów pod kątem  $\alpha$  i odejęta przez nią rzędna na osi ypsilonów jest  $b$ , to analityczne równanie tej prostej jest

$$y = x \operatorname{tg} \alpha + b \text{ albo po podstawieniu } \operatorname{tg} \alpha = a$$

$$y = ax + b$$

1085

Liczby  $a, b$  są dla każdej danej prostej stałe, zaś  $x, y$  zmienne; w szczególności jest  $a$  stałą ilością kierunkową.

Z równania linii wynika.

Do wyznaczenia prostej potrzeba dwu danych  $a, b$ , które mogą być dodatnie lub ujemne.

Dla punktu, w którym prosta przecina oś  $x$ -ów jest  $y = 0$ , a więc  $0 = ax + b$ , stąd  $x = -\frac{b}{a}$ ; natomiast dla punktu przecięcia osi  $y$ -ów jest  $x = 0$ , zaczem  $y = b$ .

Dla  $b = 0$  linja przechodzi przez początek  $O$  spólrzędnych, a równanie takiej linji jest

$$y = a x \quad 1086$$

Prosta przedstawiona tem równaniem spadnie z osią  $x$ -ów, jeżeli  $a = 0$ , z czego wynika równanie osi  $x$ -ów  $y = 0$ ; podobnie  $x = 0$  jest równaniem osi  $y$ -ów.

Dla  $a$ , względnie dla kąta  $\alpha = 0$  prosta jest równoległą do osi  $x$ -ów, a równaniem jej jest  $y = b$ ; natomiast podobnie  $x = c$  jest równaniem prostej równoległej do osi  $y$ -ów.

Prosta przechodząca przez dwa dane punkta.

Jeżeli spólrzędne tych dwóch punktów są  $x_1, y_1$  i  $x_2, y_2$ , a równanie prostej, która ma przez te dwa punkta przechodzić, jest

$$y = a x + b$$

to rzędne owych dwu punktów muszą sprawdzić to równanie, zaczem musi być

$$y_1 = a x_1 + b \quad 1087$$

$$y_2 = a x_2 + b \quad 1088$$

Równanie 1087. odjęte od równania linji, a następnie od równania 1088. daje

$$y - y_1 = a(x - x_1); \quad y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1) \quad \text{stąd} \quad a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1},$$

po podstawieniu tej wartości w równanie poprzednie otrzymujemy równanie prostej, przechodzącej przez oba dane punkta

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \quad 1089$$

Wyznaczenie punktu przecięcia się dwu prostych:

$$y = a x + b$$

$$y = a_1 x + b_1$$

Ponieważ punkt  $M$  przecięcia się prostych jest obydwom tym prostym wspólny, więc rzędne punktu  $M$  muszą sprawdzić oba równania danych prostych. Celem wyznaczenia tych rzędnych, po odjęciu drugiego równania od pierwszego otrzymamy

$$0 = a x + b - a_1 x - b_1 \quad (a_1 - a) x = b - b_1, \quad \text{stąd} \quad x = \frac{b - b_1}{a_1 - a};$$

to podstawione w równanie pierwsze daje

$$y = a \frac{b - b_1}{a_1 - a} + b = \frac{a(b - b_1) + (a_1 - a)b}{a_1 - a} = \frac{a_1 b - a b_1}{a_1 - a};$$



rządne zatem punktu przecięcia się obu danych prostych są

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{b - b_1}{a_1 - a} \\ y &= \frac{a_1 b - a b_1}{a_1 - a} \end{aligned} \right\} \quad 1090$$

### 3. Równanie koła.

#### a) Ogólne równanie koła.

Jeżeli  $x, y$  są rzędne dowolnego punktu obwodu koła, zakreślonego promieniem  $r$ ,  $p$  odejta,  $q$  rzędna środka koła, to ogólne równanie koła jest

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2 \quad 1091$$

Do wyznaczenia zatem położenia i wielkości koła potrzeba trzech danych:  $p, q, r$ .

Równanie koła można napisać także w postaci

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 - r^2 = 0 \quad 1092$$

jest to normalne równanie koła i przedstawia się krótko symbolem

$$K = 0.$$

Dla  $p = r$ , oraz  $q = 0$ , t. j. jeżeli obwód koła przechodzi przez początek  $O$  układu osi współrzędnych, a środek koła leży w osi  $x$ -ów, to równanie 1092. po wstawieniu tych wartości za  $p$  i  $q$  otrzyma postać

$$x^2 + y^2 = 2rx \quad 1093$$

i nazywa się równaniem równikowym.

Jeżeli  $p = 0, q = 0$ , to środek koła leży w początku  $O$  układu osi współrzędnych, a równanie przybierze postać

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad 1094$$

#### b) Równanie biegunowe koła.

Jeżeli  $C$  jest środek koła, zakreślonego promieniem  $r$ ,  $O$  biegun układu biegunowego,  $p$  promień wodzący środka  $C$  koła, tworzący kąt  $\alpha$  z osią biegunową,  $\rho$  promień wodzący dowolnego punktu obwodu koła, tworzący kąt  $\varphi$  z osią biegunową, to równanie biegunowe koła jest

$$r^2 = \rho^2 + p^2 - 2\rho p \cos(\alpha - \varphi) \quad 1095$$

Dla  $p = 0$  równanie to przybierze postać  $r = \rho$ .

### 4. Równanie elipsy.

#### a) Równanie środkowe elipsy.

Elipsa jest zwartą linią krzywą odznaczającą się tem, że suma odległości czyli promieni wodzących każdego jej punktu

od dwóch wewnątrz jej obwodu ustalonych punktów, zwanych ogniskami, jest liczbą stałą, którą oznaczmy przez  $2a$ .

Jeżeli zatem  $r_1$  i  $r_2$  są promieniami wodzącymi dowolnego punktu  $M$  obwodu elipsy, to wypowiedziana właśnie właściwość elipsy daje się wyrazić równaniem

$$r_1 + r_2 = 2a$$

1096

W uwidocznionej w rysunku 127. elipsie  $F_1, F_2$  są jej ogniskami, zaś punkt  $O$  połowiący ich wzajemną odległość jest początkiem osi współrzędnych.

Ponieważ  $M$  jest punktem elipsy, więc suma jego promieni wodzących

$$r_1 + r_2 = 2a.$$

Z trójkątów prostokątnych  $F_1MP$  i  $F_2MP$  otrzymujemy

$$r_1^2 = y^2 + (x + e)^2, \quad r_2^2 = y^2 + (x - e)^2,$$

gdzie  $e$  jest połową wzajemnej odległości ognisk i nazywa się mimośrodem liniowym elipsy.

Odjęwszy drugie równanie od pierwszego, otrzymamy po wykonaniu działania

$$r_1^2 - r_2^2 = 4ex, \text{ albo } (r_1 + r_2)(r_1 - r_2) = 4ex$$

po podstawieniu wartości za sumę promieni wodzących

$$2a(r_1 - r_2) = 4ex, \text{ stąd } r_1 - r_2 = \frac{2ex}{a},$$

co dodane do równania zasadniczego 1096. a następnie odjęte daje:

$$2r_1 = 2a + \frac{2ex}{a}, \text{ czyli } r_1 = a + \frac{ex}{a}, \quad r_2 = a - \frac{ex}{a}.$$

Z trójkąta  $F_1MP$  wynika także

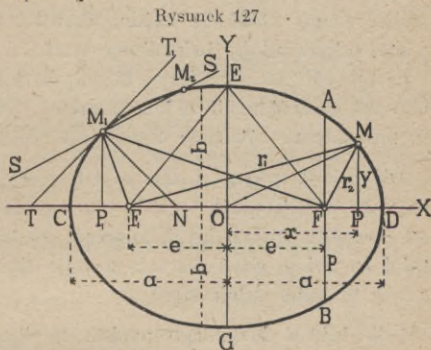
$$y^2 = r_1^2 - (x + e)^2 = \left(a + \frac{ex}{a}\right)^2 - (x + e)^2 = a^2 - e^2 - \frac{a^2 - e^2}{a^2} x^2$$

$$\text{stąd } (a^2 - e^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - e^2).$$

Ponieważ jest zawsze  $r_1 + r_2 > 2e$ ,  $2a > 2e$  czyli  $a > e$ , więc różnica  $a^2 - e^2$  musi być zawsze dodatnia; połóżmy więc w poprzednie równanie  $a^2 - e^2 = b^2$ , to ostatecznie otrzymamy równanie elipsy:

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

1097



które daje się przedstawić w postaci

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Z tego równania wynika

$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}, \quad x = \pm \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - y^2}$$

wobec czego widać, że każdej wartości  $x$ , dla której  $y$  jest rzeczywiste, odpowiadają dwie równe wartości  $y$ , ale różne co do znaku, i na odwrót, co świadczy, iż elipsa jest symetryczna względem obu osi współrzędnych, a ich początek jest środkiem elipsy, i że wyprowadzone równanie elipsy jest równaniem środkowem.

Dla  $y = 0$ ,  $x = \pm a$ , dla  $x = 0$ ,  $y = \pm b$ , zaczem elipsa przecina oś  $x$ -ów w odstępach  $+a$  i  $-a$ , zaś oś  $y$ -ów w odstępach  $b$  i  $-b$  od początku współrzędnych mierząc; są to zarazem największe wartości na  $x$  i  $y$ , gdyż dla  $x > a$  staje się  $y$  liczbą urojoną, zaś dla  $y > b$  to samo dzieje się z  $x$ .

Odległość  $d$  dowolnego punktu  $M$  elipsy od jej środka odnośnie do prostokątnego trójkąta  $OMP$  (rysunek 127.) będzie po podstawieniu wartości za  $y$

$$d = OM = \sqrt{y^2 + x^2} = \sqrt{\frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2) + x^2} = \sqrt{b^2 + \frac{a^2 - b^2}{a^2}x^2}$$

dla  $x = \pm a$  największe  $d = \pm a = OC = OD$ , dla  $x = 0$  najmniejsze  $d = \pm b = OE = OG$ .

Ze wszystkich więc cięciw przez środek elipsy największą jest  $CD = 2a$ , najmniejszą  $EG = 2b$ ; pierwsza jest osią wielką, zaś druga osią małą elipsy. Punkty  $C$  i  $D$  zowią się wierzchołkami elipsy. Ostatecznie wynika: Suma promieni wodzących każdego punktu elipsy równa się jej osi wielkiej.

Z równania, względnie z prostokątnego trójkąta  $EOF$  mamy

$$a^2 - e^2 = b^2 \quad \text{stad} \quad e = \sqrt{a^2 - b^2}$$

jest to linijny mimośród elipsy; natomiast stosunek

$$\frac{e}{a} = \varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

nazywa się numerycznym mimośrodem elipsy.

Czem mniejszy mimośród, tem mniej różni się  $a$  od  $b$ , zaczem elipsa zbliża się do koła; dla  $e = 0$ ,  $a = b$ , równanie zaś elipsy stanie się równaniem koła.

Dla  $x = e = \sqrt{a^2 - b^2}$  wypada  $y = \pm \frac{b^2}{a}$ ; jest to właśnie cięciwa  $AB$ , prostopadła do osi wielkiej w ognisku i nazywa się parametrem elipsy, który oznacza się przez  $2p$ ; zazwyczaj  $p = \frac{b^2}{a}$ .

Ta ostatnia równość wyraża, iż połowa małej osi elipsy jest średnią proporcjonalną między połową osi wielkiej i połową parametru.

Jeżeli na wielkiej osi, jako średnicy zakreślić koło, to rzędne elipsy i koła odpowiadające tej samej odciętej, mają się do siebie jak połowa osi małej do połowy osi wielkiej.

Powierzchnia elipsy tak się ma do powierzchni koła, zakreślonego promieniem  $r = a$ , jak się ma połowa osi małej do połowy osi wielkiej elipsy, t. j.

$$f: a^2 \pi = b: a \quad \text{stąd powierzchnia elipsy} \\ f = a b \pi \quad \mathbf{1099}$$

Obwód elipsy w przybliżeniu:

$$u = \pi (a + b) \quad \mathbf{1100}$$

Natomiast dokładny obwód przedstawia następujący szereg („Hütte“ des Ingenieurs Taschenbuch, 21. wydanie z r. 1911., I tom, str. 102):

$$u = \pi (a + b) \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^2 + \frac{1}{64} \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^4 + \right. \\ \left. + \frac{1}{256} \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^6 + \dots \right] = \pi (a + b) k \quad \mathbf{1101}$$

Jeżeli

$\frac{a-b}{a+b} = 0.1$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$k = 1.0025$	1.0100	1.0226	1.0404	1.0635	1.0922	1.267	1.1677	1.2155	1.2732

### b) Równanie wierzchołkowe elipsy.

Jeżeli zamiast środka  $O$  elipsy przyjmiemy wierzchołek  $C$  elipsy (rysunek 127.) za początek układu współrzędnych, to wskutek tego rzędne nie doznają zmiany, tylko odcięte, do których w niniejszym przypadku należy doliczyć lewą połowę osi wielkiej, t. j.  $-a$ . Wartość tę zatem odciętej  $x - a$  należy wstawić w równanie środkowe elipsy 1097., mianowicie:

$$b^2 (x - a)^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2, \quad \text{stąd } y^2 = \frac{b^2}{a^2} (2ax - x^2);$$

$$\text{gdym zaś } \frac{b^2}{a} = p, \quad \text{to } \frac{b^2}{a^2} = \frac{p}{a},$$

co podstawivszy w wyprowadzone właśnie równanie otrzymamy równanie wierzchołkowe elipsy

$$y^2 = \frac{p}{a}(2ax - x^2) = 2px - \frac{px^2}{a} \quad 1102$$

### c) Równanie biegunowe elipsy.

Przyjmijmy ognisko  $F$  (rysunek 127.) za biegun, prostą  $FX$  za oś biegunową, to dla dowolnego punktu  $M$  elipsy będą spólrzędne biegunowe  $r = FM = r_2$  i kąt  $\varphi = MFX$ .

Ponieważ według równań na str. 1529.  $r = r_2 = a - \frac{ex}{a}$ , zaś według rys. 127.  $x = e + r \cos \varphi$ , więc po podstawieniu tej wartości za  $x$  w równanie na  $r$  otrzymamy

$$r = \frac{a^2 - e^2 - er \cos \varphi}{a}, \text{ stąd } ar + er \cos \varphi = a^2 - e^2 = b^2,$$

$$r(a + e \cos \varphi) = b^2, \quad r = \frac{b^2}{a + e \cos \varphi} = \frac{b^2}{a \left(1 + \frac{e}{a} \cos \varphi\right)};$$

$$\text{gd}y \text{ zaś } \frac{b^2}{a} = p, \quad \frac{e}{a} = \varepsilon,$$

więc ostatecznie równanie biegunowe elipsy jest

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \quad 1103$$

### d) Sposoby wykreślenia elipsy.

1. Sposób wykreślenia elipsy na podstawie  $r_1 + r_2 = 2a$ .

Jeżeli jest dana oś wielka elipsy  $CD = 2a$  (rysunek 127.) i oś mała  $EG = 2b$ , to przedewszystkiem wyznacza się ogniska  $F_1 F$  długością  $a$ , zakreślona cyrklem z punktu końcowego  $E$  albo  $G$  małej osi, na wielkiej osi  $CD$  na tej zasadzie, że każde ognisko znajduje się od środka elipsy  $O$  w odstępnie  $e = \sqrt{a^2 - b^2}$ , oraz że oba końce małej osi są punktami obwodu elipsy, a ich promienie wodzące są właśnie połówkami osi wielkiej, zaczem  $r_1 = r_2 = a$ , oraz  $r_1 + r_2 = 2a$ .

Następnie dzielimy cyrklem oś wielką na dwa dowolne odcinki tak, by żaden z nich nie był mniejszy, niż odstęp ogniska od najbliższego wierzchołka elipsy, poczem zakreślamy cyrklem z każdego ogniska po dwa symetryczne łuczki dłuższym odcinkiem osi  $CD$ , oraz po dwa łuczki krótszym odcinkiem osi  $CD$ , przecinające poprzednie cztery łuczki i uzyskujemy w ten sposób z tych przecięć się wzajemnych łuczków cztery punkta obwodu elipsy. W ten sam

sposób postępujemy dalej aż do uzyskania ilości punktów, dostatecznej do wykreślenia elipsy.

Sposób ten wykreślenia elipsy polega na tej jej właściwości, że suma obu promieni każdego punktu obwodu elipsy równa się osi wielkiej, t. j. że  $r_1 + r_2 = 2a$ .

2. Sposób wykreślenia elipsy w prostokącie opisanym.

Szczegóły wykreślenia elipsy zapomocą prostokąta opisanego  $ABHE$  są widoczne z rysunku 128.

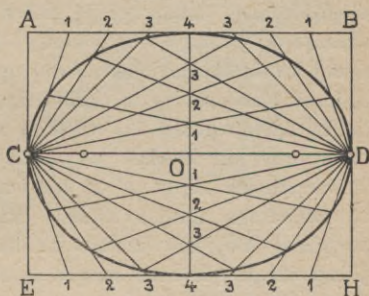
Ilość części działowych może być dowolna, ale jednaka zarówno na obu bokach podłużnych  $AB$  i  $EH$ , jak i na osi małej  $4O4$ ; pomiędzy sobą jednak wszystkie części działowe na obu bokach podłużnych prostokąta muszą być sobie równe; na osi małej mogą mieć wprawdzie inną długość, jak poprzednie, atoli między sobą muszą być także wszystkie równe.

3. Wykreślenie elipsy zapomocą kół.

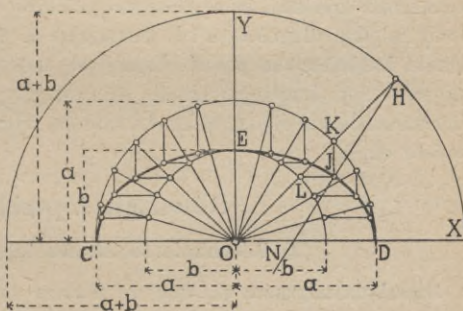
Ten często używany sposób, — jeżeli są dane obie osie elipsy, — polega na tem, że ze środka szukanej elipsy zakreślamy 3 koła: jedno promieniem równym połowie  $b$  małej osi, drugie promieniem równym połowie  $a$  wielkiej osi elipsy, trzecie promieniem równym sumie obu tych połówek osi elipsy, t. j.  $a + b$ .

Następnie kreśli się dowolny promień  $OLKH = a + b$ , zaś z punktów jego  $L$  i  $K$  równoległe do osi elipsy, względnie do osi współrzędnych, przecinają się w punkcie  $J$ , który jest punktem elipsy. Prosta  $HJN$  jest prostopadłą, czyli normalną do elipsy w tym punkcie  $J$ .

Rysunek 128.



Rysunek 129.



Kreśląc w dalszym ciągu w stosownych odstępach promienie  $a$ , względnie promienie  $a + b$  i równoległe do osi  $x$ -ów i  $y$ -ów w sposób w rysunku 128. uwidoczniiony uzyskuje się szereg punktów, potrzebnych do wykreślenia elipsy.

4. Wykreślenie elipsy na podstawie różnicy lub sumy obu półosi.

Na linijce z grubego papieru itp. materiału oznacza się kreskami długość danej, lub przyjętej półosi  $a$  i długość półosi  $b$  elipsy, mierząc od jednego i tego samego końca linijki lub od jednej i tej samej kreski skrajnej, określonej np. literą  $m$ .

Jeżeli następnie — w odniesieniu do rysunku 127. — przyłożymy linijkę np. do półosi  $CO$  wielkiej osi tak, żeby skrajna przez  $m$  oznaczona jej kreska, względnie odnośny jej koniec wpadła w wierzchołek elipsy  $C$ , i będziemy przesuwać linijkę tak, aby zawsze druga skrajna kreska, oznaczona np. przez  $n$  ślizgała się po półosi  $EG$ , zaś średnia kreska odcinająca różnicę  $a - b$  po półosi  $CO$ , to pierwsza skrajna kreska  $m$ , względnie początek linijki opisze elipsę.

Tak samo zresztą skrajna kreska  $m$  linijki opisze elipsę, jeżeli kreska średnia i druga skrajna  $n$  zamiast po krzyżujących się pod prostym kątem osiach elipsy będą się ślizgały w ogóle po ramionach prostego kąta.

W podobny sposób daje się wykreślić elipsa linijką, na której oznaczono kreskami sumę długości półosi  $a + b$ , oraz punkt działowy między długością  $a$  i  $b$ . Poruszając tę linijkę tak, aby skrajne kreski każdej z obu półosi ślizgały się zawsze po ramionach kąta prostego (np. krzyżujących się osi elipsy), spadających z różniemiemi osiami elipsy, to kreska średnia, oddzielająca długość  $a$  od  $b$  opisze elipsę.

## 5. Równanie hiperboli.

### a) Równanie środkowe hiperboli.

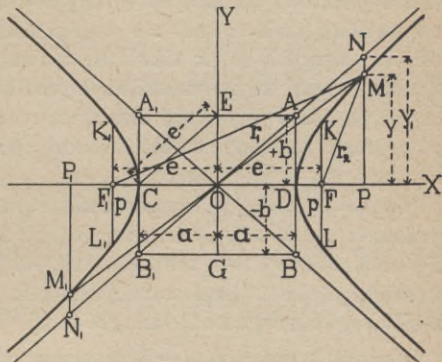
Hiperbola odznacza się tem, że różnica odległości czyli wodzących promieni każdego jej punktu od dwóch, w obrębie jej łuku położonych stałych punktów, zwanych ogniskami, jest liczbą stałą.

Jeżeli zatem promienie wodzące dowolnego punktu hiperboli oznaczymy przez  $r_1, r_2$ , zaś liczbę stałą przez  $2a$ , to wypowiedziana właśnie właściwość hiperboli daje się wyrazić równaniem

$$r_1 - r_2 = 2a,$$

Rysunek 130. przedstawia hiperbole, której ogniska są  $F_1, F_2$ , oś rzeczywista czyli główna hiperboli jest  $CD = 2a$ , punkta  $C, D$  są wierzchołkami hiperboli,  $F_1M = r_1, FM = r_2$  promienie wodzące punktu  $M$  hiperboli,  $O$  środek hiperboli i zarazem początek osi współrzędnych  $OY$  i  $OX$ .

Rysunek 130.



Z trójkątów prostokątnych  $F_1MP$  i  $FMP$  otrzymujemy  $r_1^2 = y^2 + (x + e)^2 = y^2 + x^2 + 2ex + e^2$ ,  $r_2^2 = y^2 + (x - e)^2 = y^2 + x^2 - 2ex + e^2$ , stąd  $r_1^2 - r_2^2 = 4ex = (r_1 + r_2)(r_1 - r_2)$ , gdy

zaś  $r_1 - r_2 = 2a$ , więc  $(r_1 + r_2)2a = 4ex$ ,  $r_1 + r_2 = \frac{2ex}{a}$ ; po dodaniu do tego ostatniego równania i odjęciu  $r_1 - r_2 = 2a$ , będzie  $2r_1 = \frac{2ex}{a} + 2a$ , czyli  $r_1 = \frac{ex}{a} + a$  i podobnie  $r_2 = \frac{ex}{a} - a$ .

Z trójkąta  $F_1MP$  wynika dalej  $y^2 = r_1^2 - (x + e)^2 = \left(\frac{ex}{a} + a\right)^2 - (x + e)^2$ ,  $y^2 = \frac{e^2x^2}{a^2} + 2ex + a^2 - x^2 - 2ex - e^2 = \frac{e^2 - a^2}{a^2}x^2 + a^2 - e^2$ , stąd wreszcie podobnie jak dla elipsy  $(a^2 - e^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - e^2)$ .

Ponieważ  $r_1 - r_2 < F_1F_2$ , czyli  $2a < 2e$ , oraz  $a < e$ , więc  $a^2 - e^2$  jest różnicą ujemną, a mianowicie  $a^2 - e^2 = -b^2$ ; równanie zatem hiperboli jest  $-b^2x^2 + a^2y^2 = -a^2b^2$  czyli

$$b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2 \tag{1104}$$

albo też

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{1105}$$

To równanie jako odnoszące się do współrzędnych, których początek  $O$  jest środkiem hiperboli nazywa się równaniem środkowym hiperboli.



Z równania tego wynika:

$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2}; \quad x = \pm \frac{a}{b} \sqrt{y^2 + b^2}.$$

Dla  $x < a$  rzędna  $y$  jest ilością urojoną, zatem hiperbola niema takich punktów, dla których byłoby  $x < a$ . Każdej wartości  $x > a$  odpowiadają dwie równe, ale co do znaku różne wartości  $y$  i na odwrót; hiperbola zatem składa się z dwu osobnych krzywych linii, symetrycznych względem osi rzędnych, każdą zaś z nich dzieli oś odciętych (oś  $x$  — ów) na dwa symetryczne ramiona. Spółrzędne  $x, y$  mogą przybrać wartości bardzo wielkie, zatem i ramiona hiperboli idą w nieskończoność.

Dla  $y = 0, x = \pm a$ , hiperbola zatem przecina oś odciętych w dwu punktach  $C$  i  $D$  odległych wzajemnie o  $2a$ ; odległość ta nazywa się osią rzeczywistą albo główną, zaś punkta  $C$  i  $D$  wierzchołkami hiperboli. Stąd zresztą wniosek, że różnica promieni wodzących równa się osi głównej.

Dla  $x = 0, y = \pm b \sqrt{-1}$ , hiperbola zatem nie przecina osi rzędnych; gdy jednak stosunek wartości  $b$  do hiperboli jest bardzo ważny, więc na osi rzędnych odmierza się  $OE = +b; OG = -b$ ; cała zaś ta oś  $EG = 2b$  nazywa się osią urojoną albo pomocniczą hiperboli.

Stąd mamy  $a^2 - c^2 = -b^2, e^2 = b^2 + a^2, e = \sqrt{b^2 + a^2}$ ;  $e$  nazywa się mimośrodem liniowym hiperboli, stosunek zaś  $\frac{e}{a} = \varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$  numerycznym mimośrodem hiperboli.

Dla  $x = e = \sqrt{a^2 + b^2}, y = \pm \frac{b^2}{a}$ ; jestto cięciwa w ognisku hiperboli  $KL = 2p$ , zwana parametrem hiperpoli, zatem  $p = \frac{b^2}{a}$ , czyli połowa osi urojonej jest średnią proporcjonalną między połową osi rzeczywistej i połową parametru.

Gdy  $a = b$  parabola nazywa się równoramienną zaś równanie jej przybiera postać

$$x^2 - y^2 = a^2 \quad 1106$$

Jeżeli równanie hiperboli połączymy z równaniem  $y = a_1 x$  prostej  $MM_1$  przez punkt  $O$  przechodzącej, to rzędne przecięcia się prostej z hiperbolą będą

$$x = \pm \frac{ab}{\sqrt{b^2 - a^2 a_1^2}}; \quad y = \pm \frac{a a_1 b}{\sqrt{b^2 - a^2 a_1^2}};$$

gdzie znak  $+$  odpowiada punktowi  $M$ , zaś znak  $-$  punktowi  $M_1$ , z czego widno, iż prosta przecnie wtedy tylko hiperbole, gdy będzie  $b^2 > a^2 a_1^2$ , czyli  $a_1 < \frac{b}{a}$ ; w razie przeciwnym  $x$  i  $y$  będą urojone.

Jeżeli przyjmiemy takie dwie proste, których  $a_1 = \pm \frac{b}{a}$ , czyli  $b^2 = a^2 a_1^2$ , to po wykreśleniu w punktach  $C$  i  $D$  prostopadłych  $AB$  i  $A_1 B_1$  do osi  $x$ -ów i po odcięciu na nich  $AD = DB = b$ , oraz  $A_1 C = CB_1 = b$  rysujemy proste  $AOB_1$  i  $A_1 OB$ , dla których istotnie  $a_1 = \operatorname{tg} AOD = \frac{b}{a} \operatorname{tg} A_1 OD = -\frac{b}{a}$ . Z trójkąta  $OPN$  otrzymujemy  $NP = y_1 = x \operatorname{tg} NOP = x \cdot \frac{b}{a}$ , stąd  $y_1^2 = \frac{b^2}{a^2} x^2$ ; gdy zaś rzędna punktu  $M$  hiperboli  $y^2 = \frac{b^2}{a^2} (x^2 - a^2)$ , więc  $y_1^2 - y^2 = b^2$ , czyli  $(y_1 + y)(y_1 - y) = b^2$ , ostatecznie

$$y_1 - y = \frac{b^2}{y_1 + y}$$

Ze wzrostem  $x$  rośnie  $y_1 + y$ , gdy zaś  $b^2$  jest ilością stałą, więc różnica  $y_1 - y = NM$  także maleje i stanie się bardzo małą, gdy  $x$  bardzo się zwiększy. Wobec tego hiperbola zbliża się czem raz więcej do linii  $N_1 N$ , ale jej nie dosięga; to samo wszystko tyczy także prostej  $BA_1$ .

Prosta, która zbliża się coraz więcej do linii krzywej, ale się z nią nie schodzi nigdzie, nazywa się ledwoniestyczną, czyli asymptotą tej linii krzywej. Hiperbola ma dwie asymptoty, których równania są:

$$y = \frac{b}{a} x \quad 1107$$

$$y = -\frac{b}{a} x \quad 1108$$

### b) Równanie wierzchołkowe hiperboli.

Równanie wierzchołkowe hiperboli wyprowadza się podobnym sposobem, jak równanie wierzchołkowe elipsy i jest następujące:

$$y^2 = 2px + \frac{px^2}{a} \quad 1109$$

### c) Równanie biegunowe hiperboli.

Jeżeli przyjmiemy ognisko  $F$  za biegun,  $FX$  za oś biegunową, to dla dowolnego punktu  $M$  hiperboli będzie promieniem wodzącym  $FM = r_2 = r$ , zaś  $MF\hat{X} = \varphi$  kątem zawartym między promieniem wodzącym i osią biegunową, w tym razie z równań  $r = \frac{ex}{a} - a$ , i  $x = e - r \cos \varphi$ , dających się tu wyprowadzić podobnie jak dla elipsy, otrzymujemy ostatecznie — podobnie także jak dla elipsy — równanie biegunowe dla gałęzi hiperboli z ogniskiem  $F$

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \quad 1110$$

gdzie  $\varepsilon > 1$ ; natomiast dla drugiej gałęzi hiperboli z ogniskiem  $F_1$  —

odnośnie do równań  $r = -\frac{ex}{a} + a$ , oraz  $-x = -e + r \cos \varphi$  —

otrzymujemy równanie biegunowe

$$r = \frac{-p}{1 - \varepsilon \cos \varphi} \quad 1111$$

### d) Wykreślenie hiperboli.

Jeżeli jest dana oś główna i oba ogniska hiperboli, to na przedłużeniu osi głównej np.  $CD$  (rys. 130) poza ogniskami obiera się dowolną ilość punktów 1, 2, 3... itd. i odległością każdego z tych punktów, mierzoną od bliższego wierzchołka (od  $D$  do punktu 1) hiperboli zakreśla się jako promieniem łuk z obu ognisk ( $F_1$  i  $F$ ); zaś odległością mierzoną od drugiego wierzchołka (od  $C$  do punktu 1), jako promieniem łuk około obu ognisk ( $F_1$  i  $F$ ); punkta przecięcia się tych łuków są punktami hiperboli. Postępując w ten sposób z resztą obranych punktów 2, 3, ... itd. otrzymuje się szereg punktów, które połączone z sobą krzywą linią, dają hiperbole.

## 6. Równanie paraboli.

### a) Równanie wierzchołkowe.

Parabola jest linią krzywą, odznaczającą się tą własnością, że każdy jej punkt jest równo odległy od jednego wewnątrz jej obrysu położonego punktu stałego i od prostej stałej zewnątrz niej leżącej.

W przedstawionej rysunkiem 131. paraboli jest  $F$ owym stałym punktem czyli ogniskiem,  $KK$  stałą prostą czyli kierownicą

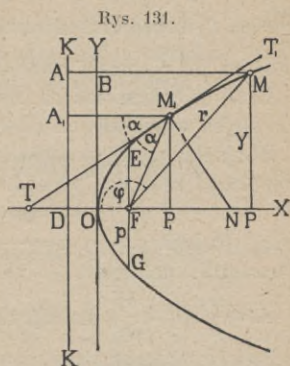
i jeżeli  $AM \perp KK$ , a  $M$  jest punktem paraboli, to musi być  $AM = FM$ ;  $FM = r$  jest promieniem wodzącym punktu  $M$ ,  $O$  jest początkiem osi współrzędnych  $OY$  i  $OX$ , oraz wierzchołkiem paraboli;  $FM = r = DP = DO + OP$ ;

wyraziwszy  $OP = x$ ,  $MP = y$ ,  $DO =$

$= OF = \frac{p}{2}$ , otrzymamy  $r = x + \frac{p}{2}$ .  
Z trójkąta prostokątnego  $FMP$  wynika  $y^2 = r^2 - \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{p}{2}\right)^2$ ,  $y^2 = x^2 + px + \frac{p^2}{4} - x^2 + px - \frac{p^2}{4}$ , stąd ostatecznie

równanie paraboli

$$y^2 = 2px \quad 1112$$



Z tego równania wypływa  $y = \pm \sqrt{2px}$ ; każdej zatem dodatniej wartości  $x$  odpowiadają dwie równe, ale o przeciwnym znaku wartości  $y$ , skąd wniosek, iż parabola rozechodzi się po obu stronach osi  $x$ -ów dwiema przystającymi częściami w nieskończoność.

Dla  $-x$  jest  $y$  urojone, a więc ujemnej odejętej nie odpowiada żaden punkt paraboli; dla  $x = OF = \frac{p}{2}$ ,  $y = \pm \sqrt{2p \cdot \frac{p}{2}} = \pm p = EF = FG$ , to znaczy, iż bezwzględna wartość prostopadłej do osi  $x$ -ów przez ognisko przechodzącej cięciwy  $EG = 2p$ ; cięciwa ta nazywa się parametrem paraboli.

Równanie  $y^2 = 2px$  przedstawia także proporcje

$$2p : y = y : x$$

która wyraża, iż rzędna każdego punktu paraboli jest średnią proporcjonalną między parametrem a odejętą tego punktu; zapomocą tej właściwości daje się także wykresić parabola.

Jeżeli  $x_1, y_1$  są rzędne jednego, zaś  $x_2, y_2$  drugiego punktu paraboli, to będzie

$y_1^2 = 2px_1, y_2^2 = 2px_2$ ; stąd proporcja  $y_1^2 : y_2^2 = x_1 : x_2$  wyraża, iż kwadraty rzędnych paraboli mają się do siebie, jak odnośne odejęte.

Jeżeli w równaniu wierzchołkowym hiperboli 1109. lub elipsy 1102.

$$y^2 = 2px \pm \frac{px^2}{a}$$

wielkość  $a$  rośnie w nieskończoność, zaś  $p$  weale się nie zmienia, — co zresztą jest możliwe, gdyż  $\frac{b^2}{a} = p$ , — to dla  $a = \infty$  stanie się  $\frac{px^2}{a} = 0$ , i wówczas równanie elipsy lub hiperboli przybierze postać zbliżoną do równania paraboli  $y^2 = 2px$ .

Parabolę zatem można uważać za elipsę lub hiperbolę, których oś wielka względnie oś główna jest nieskończenie wielka.

Wszystkie wyżej omówione krzywe dają się przedstawić zapomocą wspólnego równania wierzchołkowego

$$y^2 = 2px + qx^2 \quad 1113$$

gdzie dla koła  $p = r$ ,  $q = -1$ ; dla innych krzywych  $p$  jest połową parametru; natomiast co do drugiego spółzynnika, to dla elipsy

$$q = -\frac{p}{a} = -\frac{b^2}{a^2} \quad \text{dla hiperboli } q = \frac{p}{a} = \frac{b^2}{a^2} \quad \text{dla paraboli } q = 0.$$

Powierzchnia płaszczyzny, ograniczonej spólrzędniemi dowolnego punktu paraboli i jej łukiem, równa się dwóm trzecim częściom iloczynu tych spólrzędnych. Mianowicie powierzchnia objęta łukiem paraboli  $OM_1M$ , rzędną punktu  $MP = y$  i odciętą  $OP = x$ , czyli powierzchnia  $OM_1MP = \frac{2}{3}xy$  (rys. 131).

### b) Równanie biegunowe paraboli.

Przyjawszy za biegun ognisko  $F$  (rys. 131.),  $OX$  za oś biegunową, to dla punktu  $M$  paraboli będzie  $AM = FM = r$ , oraz  $MFO = \varphi$ ,

$$OP = x, \quad r = x + \frac{p}{2}, \quad \text{zaś } x = \frac{p}{2} + r(-\cos \varphi) = \frac{p}{2} - r \cos \varphi, \quad \text{co}$$

podstawione w poprzednie równanie daje  $r = \frac{p}{2} - r \cos \varphi + \frac{p}{2}$ , czyli  $r(1 + \cos \varphi) = p$ , stąd wreszcie równanie biegunowe paraboli

$$r = \frac{p}{1 + \cos \varphi} \quad 1114$$

Wszystkie dotąd omówione krzywe dają się przedstawić równaniem ogólnem biegunowem

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \quad 1115$$

w którym  $p$  dla koła jest promieniem, dla innych krzywych połową parametru, zaś  $\varepsilon = 0$  dla koła,  $\varepsilon < 1$  dla elipsy,  $\varepsilon > 1$  dla hiperboli,  $\varepsilon = 1$  dla paraboli.

## c) Wykreślenie parabol.

Mając daną kierownicę i ognisko, ustala się najpierw wierzchołek i oś paraboli, poczem przyjąwszy na osi dowolną ilość punktów, wykreśla się w nich prostopadłe do osi i odległością każdego punktu, od kierownicy mierząc, zakreśla łuk z ogniska. Punkty uzyskane z przecięcia prostopadłych odpowiednimi łukami są punktami paraboli.

## 7. Styczne i normalne linii krzywych.

## a) Określenie ogólne.

Z połączenia równań dwu linii prostych otrzymujemy wartości współrzędnych  $x$ ,  $y$ , punktów wspólnych obu linijom. Gdy jedna z tych linii jest kołem, elipsą, hiperbolą, lub parabolą daje na  $x$  i  $y$  dwie pary wartości, i jeżeli te wartości są rzeczywiste i różne, to prosta przecina krzywą w dwu punktach, jeżeli obie pary są sobie równe, prosta jest styczną do krzywej w punkcie wspólnym, wreszcie jeżeli wartości na  $x$  i  $y$  są urojone, to linie nie mają wcale punktu wspólnego.

W odniesieniu do rys. 127. prosta  $SS$  jest sieczną, przecinającą elipsę w dwóch punktach  $M_1 M_2$ , prosta  $TT_1$  jest styczną w punkcie  $M_1$  elipsy, a długość jej  $M_1 T$ ,  $P_1 T$  jest podstyczną, czyli rzutem stycznej na oś odciętych,  $M_1 N$  normalna czyli prostopadła do stycznej w punkcie styczności  $M_1$ ,  $P_1 N$  jest podnormalną, czyli rzutem normalnej na oś  $x$ -ów.

Styczna i normalna są zawsze dodatnie; podstyczna i podnormalna mogą być dodatnie lub ujemne, zależnie od tego, czy mierzone od rzędnej punktu styczności leżą na kierunku dodatnim lub ujemnym osi odciętych.

## b) Styczna i normalna elipsy i koła.

Jeżeli  $x_1$ ,  $y_1$  są współrzędne punktu  $M_1$ , zaś  $x_2$ ,  $y_2$  punktu  $M_2$  (rys. 127.) elipsy, której równanie 1097. jest

$$b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$$

to równaniem siecznej, jako prostej przechodzącej przez te dwa punkta jest właśnie równanie 1089.

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

gdy zaś  $M_1$  i  $M_2$  są punktami elipsy, więc ich współrzędne muszą sprawdzić także równanie elipsy, zaczem  $b^2 x_1^2 + a^2 y_1^2 = a^2 b^2$ ,

oraz  $b^2 x_2^2 + a^2 y_2^2 = a^2 b^2$ , po odjęciu pierwszego z tych równań od drugiego będzie

$$\begin{aligned} b^2(x_2^2 - x_1^2) + a^2(y_2^2 - y_1^2) &= 0, \\ b^2(x_2 + x_1)(x_2 - x_1) + a^2(y_2 + y_1)(y_2 - y_1) &= 0, \text{ stąd} \\ \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} &= -\frac{b^2(x_2 + x_1)}{a^2(y_2 + y_1)} \end{aligned}$$

Podstawivszy tę wartość w równanie siecznej, otrzymamy równanie siecznej elipsy

$$y - y_1 = -\frac{b^2(x_2 + x_1)}{a^2(y_2 + y_1)}(x - x_1) \quad \mathbf{1116}$$

Jeżeli obrócimy sieczną w ten sposób około punktu  $M_1$ , by punkt  $M_2$  padł na punkt  $M_1$ , to sieczna zajmie położenie stycznej  $TT_1$  (rys. 127.); zaczem po podstawieniu w równanie siecznej  $x_2 = x_1$ ,  $y_2 = y_1$ , otrzymamy równanie stycznej elipsy

$$y - y_1 = -\frac{b^2 x_1}{a^2 y_1}(x - x_1) \quad \left. \vphantom{\frac{b^2 x_1}{a^2 y_1}} \right\} \quad \mathbf{1117}$$

któremu można nadać także postać:

$$b^2 x x_1 + a^2 y y_1 = a^2 b^2$$

Jeżeli do danej prostej, której współczynnik stały równania wogóle  $a = \operatorname{tg} \alpha$ , wykreślimy prostopadłą, to stały współczynnik tej prostopadłej jest co do wartości i znaku odwrotnością poprzedniego współczynnika stałego, będzie zatem  $-\frac{1}{a} = -\operatorname{cotg} \alpha$ .

Ponieważ stałym współczynnikiem równania stycznej jest  $-\frac{b^2 x_1}{a^2 y_1}$  więc stosownie do wypowiedzianego właśnie warunku prostopadłości jednej prostej względem drugiej, równanie normalnej czyli prostopadłej do stycznej w punkcie  $M_1$  będzie

$$y - y_1 = \frac{a^2 y_1}{b^2 x_1}(x - x_1) \quad \mathbf{1118}$$

Dla  $b = a$  elipsa staje się kołem, zaczem po podstawieniu tej wartości w równanie 1117. i 1118. otrzymujemy:

α) równanie stycznej koła

$$y - y_1 = -\frac{x_1}{y_1}(x - x_1) \quad \left. \vphantom{\frac{x_1}{y_1}} \right\} \quad \mathbf{1119}$$

czyli  $x x_1 + y y_1 = a^2$

β) równanie normalnej koła

$$y - y_1 = \frac{y_1}{x_1}(x - x_1) \quad \left. \vphantom{\frac{y_1}{x_1}} \right\} \quad \mathbf{1120}$$

czyli  $y = \frac{y_1}{x_1} x$

gdź zaś to ostatnie równanie ma postać równania 1086., więc z tego wynika, że każda normalna koła przechodzi przez jego środek.

Długość podstycznej, stycznej, podnormalnej i normalnej elipsy.

1. Długość podstycznej (rys. 127.).

Dla  $y=0$ , według wogólnionego drugiego równania stycznej 1117. wynika  $b^2 x x_1 = a^2 b^2$ , stąd odnosząca się do punktu  $T$  odcięta  $x = \frac{a^2}{x_1}$ , zaczem długość podstycznej

$$P_1 T = x - x_1 = \frac{a^2}{x_1} - x_1 = \frac{a^2 - x_1^2}{x_1} \quad 1121$$

natomiast według zasadniczego pierwszego równania stycznej 1117. długość podstycznej

$$P_1 T = x - x_1 = y_1 \frac{a^2 y_1}{b^2 x_1} \quad 1121 a$$

2. Długość stycznej. Z prostokątnego trójkąta (rys. 127.) za uwzględnieniem równania 1121. i 1121 a. wynika

$$\begin{aligned} \overline{MT}^2 &= \overline{M_1 P_1}^2 + \overline{P_1 T}^2 = y_1^2 + \left(\frac{a^2 - x_1^2}{x_1}\right)^2 = y_1^2 + \frac{(a^2 - x_1^2)^2}{x_1^2} = \\ &= \frac{y_1^2}{x_1^2} \left(x_1^2 + \frac{a^4 y_1^2}{b^4}\right) \end{aligned}$$

stąd długość stycznej:

$$M_1 T = \frac{1}{x_1} \sqrt{y_1^2 x_1^2 + (a^2 - x_1^2)^2} = \frac{y_1}{b^2 x_1} \sqrt{b^4 x_1^2 + a^4 y_1^2} \quad 1122$$

3. Długość podnormalnej  $P_1 N$ .

Z równania 1118. normalnej dla  $y = 0$  otrzymujemy odciętą punktu  $N$ :  $x = \frac{a^2 - b^2}{a^2} x_1$ , stąd długość podnormalnej

$$P_1 N = x - x_1 = -\frac{b^2 x_1}{a^2} \quad 1123$$

4. Długość normalnej  $M_1 N$ . Z trójkąta prostokątnego  $M_1 P_1 N$

(rys. 127.) wynika  $\overline{M_1 N}^2 = \overline{M_1 P_1}^2 + \overline{P_1 N}^2 = y_1^2 + \frac{b^4 x_1^2}{a^4} = \frac{b^4 x_1^2 + a^4 y_1^2}{a^4}$  stąd długość normalnej

$$M_1 N = \frac{1}{a^2} \sqrt{b^4 x_1^2 + a^4 y_1^2} \quad 1124$$

Długość podstycznej, stycznej, podnormalnej i normalnej koła.

Dla  $b = a$ , t. j. dla koła o promieniu  $a = r$  otrzymujemy:

5. Podstyczna odnośnie do wzoru 1121. względnie 1121 a.

$$P_1 T = x - x_1 = \frac{r^2 - x_1^2}{x_1} = \frac{y_1^2}{x_1} \quad 1125$$



6. Styczna odnośnie do wzoru 1122.

$$M'_1 T' = \frac{r y_1}{x_1} \quad 1126$$

7. Podnormalna odnośnie do wzoru 1123.

$$P'_1 N' = x_1 \quad 1127$$

8. Normalna odnośnie do wzoru 1124.

$$M'_1 N' = r \quad 1128$$

Każda styczna elipsy tworzy z promieniami wodzącymi  $r_1$  i  $r_2$  punktu styczności równe kąty, a tem samem i normalna.

### c) Styczna i normalna hiperboli.

Równania stycznej i normalnej oraz długości stycznej, podstycznej, normalnej i podnormalnej hiperboli dają się wyprowadzić podobnym sposobem, jak elipsy; można je nawet wprost uzyskać z odnośnych wyników dla elipsy za podstawieniem w nich  $-b^2$ , zamiast  $+b^2$ .

Każda styczna hiperboli tworzy równe kąty z promieniami wodzącymi punktu styczności.

### d) Styczna i normalna paraboli.

Jeżeli przez dwa punkty o spórzędnych  $x_1, y_1$  i  $x_2, y_2$  paraboli, określonej równaniem 1112, przechodzi sieczna, której równanie odnośnie do wzoru 1089, jest

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

to ze względu iż owe dwa punkty hiperboli muszą być wspólne z sieczną, więc rzędne ich muszą sprawdzić zarówno równanie siecznej, jak i równanie hiperboli  $y^2 = 2px$ , a mianowicie musi być  $y_1^2 = 2px_1$ , oraz  $y_2^2 = 2px_2$ ,  $y_2^2 - y_1^2 = (y_2 + y_1)(y_2 - y_1) = 2p(x_2 - x_1)$ , stąd  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2p}{y_2 + y_1}$ ; po podstawieniu tej wartości w równanie siecznej

otrzymujemy równanie siecznej paraboli

$$y - y_1 = \frac{2p}{y_2 + y_1} (x - x_1) \quad 1129$$

Skoro wszakże punkt  $x_2, y_2$  spadnie z punktem  $x_1, y_1$ , a więc gdy stanie się  $y_2 = y_1$   $x_2 = x_1$ , wtedy sieczna stanie się styczną paraboli, której równanie uzyska postać

$$\left. \begin{aligned} y - y_1 &= \frac{p}{y_1} (x - x_1) \\ \text{albo też po wykonaniu wskazanych działań} \\ y y_1 &= 2p \frac{x + x_1}{2} \end{aligned} \right\} \quad 1130$$

Równanie normalnej prostej paraboli odnośnie do równania 1130.:

$$y - y_1 = -\frac{y_1}{p}(x - x_1) \quad 1131$$

1. Długość podstycznej  $P_1 T$  (rys. 131.). Dla  $y = 0$  punktu  $T$  stycznej otrzymamy z drugiego równania stycznej 1130.

$0 = 2p \cdot \frac{x + x_1}{2} = x + x_1$ , zatem  $x = -x_1$ ; wobec tego długość podstycznej  $P_1 T = x - x_1 = -x_1 - x_1 = -2x_1$  1132

co wyraża, że podstyczna punktu styczności paraboli bez względu na znak jest dwa razy większa od jego odciętej  $x_1$ .

2. Długość stycznej  $M_1 T$ . Z trójkąta prostokątnego otrzymujemy  $\overline{M_1 T^2} = \overline{M_1 P_1^2} + \overline{P_1 T^2} = y_1^2 + 4x_1^2 = 2px_1 + 4x_1^2 = = 2x_1(p + 2x_1)$ , stąd długość stycznej

$$M_1 T = \sqrt{2x_1(p + 2x_1)} \quad 1133$$

3. Długość podnormalnej  $P_1 N$ . Dla  $y = 0$  otrzymujemy z równania 1131.

$$0 - y_1 = -\frac{y_1}{p}(x - x_1), \quad -1 = -\frac{x - x_1}{p}$$

stąd długość podnormalnej

$$P_1 N = x - x_1 = p \quad 1134$$

zatem u paraboli długość podnormalnej jest ilością stałą i równą połowie parametru.

4. Długość normalnej  $M_1 N$ . Z trójkąta prostokątnego  $M_1 N P_1$  (rys. 131.) wynika  $\overline{M_1 N^2} = \overline{M_1 P_1^2} + \overline{P_1 N^2} = y_1^2 + p^2 = 2px + p^2$ , stąd długość normalnej

$$M_1 N = \sqrt{p(2x + p)} \quad 1135$$

Punkt styczności oraz punkta przecięcia osi  $x$ -ów przez styczną i normalną leżą w równej odległości od ogniska paraboli.

Styczna paraboli tworzy z promieniem wodzącym  $FM_1$  i z prostą wykreśloną z tegoż punktu równoległe do osi  $x$ -ów, równe kąty.

### XIII. Pomiar utworów geometrycznych płaskich i bryłowych.

#### 1. Powierzchnia utworów geometrycznych płaskich.

1. Powierzchnia trójkąta wogóle.

$$f_1 = \frac{1}{2} b h = \frac{1}{2} b c \sin \alpha = \frac{1}{2} a b \sin \gamma = \frac{1}{2} a c \sin \beta = \\ = \frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha} = \frac{b^2 \sin \alpha \sin \gamma}{2 \sin \beta} = \frac{c^2 \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin \gamma} =$$

$$= 2 R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma = r^2 \cotg \alpha \cotg \beta \cotg \gamma$$

$$r = \frac{a+b+c}{2} = \frac{abc}{4R} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Wzory wyżej zestawione odnoszą się do trójkąta według rysunku 125., a nadto promień koła jego opisanego jest  $R$ , koła wpisanego  $r$ , zaś  $s = \frac{a+b+c}{2}$ .

## 2. Powierzchnia trapezu.

Jeżeli  $c, d$  są równoległe boki trapezu, z których  $c > d$ , boki zaś nierównoległe  $a, b, h$  wysokość trapezu, przekątnie  $D, D_1$ , zaś kąt między nimi zawarty  $\varphi$ , to odnośnie do wzoru 1051. a. za uwzględnieniem tych literalnych oznaczeń trapezu i po pod-

$$\text{stawieniu w nim } c = c - d, \text{ otrzymany } h = \frac{1}{2(c-d)} \times$$

$$\times \sqrt{(a+b+c-d)(a+h-c+d)(c-d+a-b)(b+c-d-a)}$$

$$\text{wreszcie powierzchnia trapezu } f^2 = \frac{c+d}{2} \cdot h = \frac{c+d}{4(c-d)} \cdot$$

$$\cdot \sqrt{(a+b+c-d)(a+b-c+d)(c-d+a-b)(b+c-d-a)} =$$

$$= \frac{D D_1 \sin \varphi}{2}.$$

## 3. Powierzchnia czworoboku.

$f_3 = \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot D = \frac{D D_1 \sin \varphi}{2}$ , gdzie  $h_1, h_2$  wysokości trójkątów, których przekątnia  $D$  jest wspólną podstawą,  $D_1$  druga przekątnia,  $\varphi$  kąt między nimi zawarty.

## 4. Powierzchnia czworoboku w koło wpisanego.

$f_4 = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$ ;  $D D_1 = ac + bd$ ; gdzie  $a, b, c, d$  są boki czworoboku,  $s = \frac{1}{2}(a+b+c+d)$ ,  $D$  i  $D_1$  przekątnie, zaś  $ac$  i  $bd$  są iloczyny boków im przeciwległych.

## 5. Powierzchnia równoległoboku.

$f_5 = bh = ab \sin \gamma = \frac{1}{2} D D_1 \sin \varphi$ ;  $2(a^2 + b^2) = D^2 + D_1^2$ ; gdzie  $a, b$  boki przyległe,  $h$  odległość wzajemna boków  $a$  i  $b$ ,  $\gamma$  kąt.

## 6. Powierzchnia prostokątu.

$f_6 = ab = \frac{D^2 \sin \varphi}{2}$ , gdzie  $a, b$  boki.

## 7. Powierzchnia rombu.

$f_7 = a^2 \sin \gamma = \frac{D D_1}{2}$ , gdzie  $a$  bok,  $\gamma$  kąt.

## 8. Powierzchnia wieloboku.

Jeżeli  $x_1 y_1, x_2 y_2, x_3 y_3, \dots, x_{n-1} y_{n-1}, x_n y_n$  są spólrzędne  $n$  wierzchołków wieloboku  $n$ -bocznego w odniesieniu do dowolnego układu prostokątnego osi spólrzędnych, to

$$F = \pm \frac{1}{2} (x_2 y_1 - x_1 y_2) + (x_3 y_2 - x_2 y_3) + (x_4 y_3 - x_3 y_4) + \dots + (x_n y_{n-1} - x_{n-1} y_n) + (x_1 y_n - x_n y_1).$$

Ten wzór stosuje się do każdego położenia osi odcinków  $OX$  względem wieloboku, a więc chociażby nawet przecinała wielobok.

Powierzchnię wieloboku można zresztą wyznaczyć na podstawie rozłożenia go na trójkąty zapomoceą przekątni.

Suma kątów wewnętrznych wynosi:  $(n - 2) \cdot 180^\circ = (2n - 4) 90^\circ$ .

## 9. Powierzchnia wieloboku umiarowego.

Jeżeli promień koła opisanego jest  $R$ , wpisanego  $r$ , bok

$$a = 2 \sqrt{R^2 - r^2}, n \text{ ilość boków, } \varphi = \frac{180^\circ}{n}, u \text{ obwód, to}$$

$$F = \frac{1}{4} \cdot n a^2 \cotg \varphi = \frac{1}{2} \cdot n \cdot R^2 \sin 2\varphi = n r^2 \tg \varphi; \quad u = n a = 2 n R \sin \varphi = 2 n r \tg \varphi.$$

Kąt wieloboku wynosi  $180^\circ - 2\varphi$ .

Wzajemny związek między elementami  $a, R, r, F$  wieloboków umiarowych wykazuje szczegółowo następująca tabliczka.

$n$	$\frac{F}{a^2}$	$\frac{F}{R^2}$	$\frac{F}{r^2}$	$\frac{R}{a}$	$\frac{R}{r}$	$\frac{a}{R}$	$\frac{a}{r}$	$\frac{r}{R}$	$\frac{r}{a}$
3	0.4330	1.2990	5.1962	0.5774	2.0000	1.7321	3.4641	0.5000	0.2887
4	1.0000	2.0000	4.0000	0.7071	1.4142	1.4142	2.0000	0.7071	0.5000
5	1.7205	2.3776	3.6327	0.8507	1.2361	1.1756	1.4531	0.8090	0.6882
6	2.5981	2.5981	3.4641	1.0000	1.1547	1.0000	1.1547	0.8660	0.8660
7	3.6339	2.7364	3.3710	1.1524	1.1099	0.8678	0.9631	0.9010	1.0383
8	4.8284	2.8284	3.3137	1.3066	1.0824	0.7654	0.8284	0.9239	1.2071
9	6.1818	2.8925	3.2757	1.4619	1.0642	0.6840	0.7279	0.9397	1.3737
10	7.6942	2.9389	3.2492	1.6180	1.0515	0.6180	0.6498	0.9511	1.5388
12	11.196	3.0000	3.2154	1.9319	1.0353	0.5176	0.5359	0.9659	1.8660
15	17.642	3.0505	3.1883	2.4049	1.0223	0.4158	0.4251	0.9781	2.3523
16	20.109	3.0615	3.1826	2.5629	1.0196	0.3902	0.3978	0.9808	2.5137
20	31.569	3.0902	3.1677	3.1962	1.0125	0.3129	0.3168	0.9877	3.1569
24	45.575	3.1058	3.1597	3.8306	1.0086	0.2611	0.2633	0.9914	3.7979
32	81.225	3.1214	3.1517	5.1011	1.0048	0.1960	0.1970	0.9952	5.0766
48	183.08	3.1326	3.1461	7.6449	1.0021	0.1308	0.1311	0.9979	7.6285
64	325.69	3.1365	3.1441	10.190	1.0012	0.0981	0.0983	0.9988	10.178

## 10. Pomiar koła.

Obwód koła  $u = 2 r \pi = \pi d$ , gdzie  $r$  promień,  $d$  średnica koła.

$$\begin{aligned} \text{Powierzchnia koła } f &= u \cdot \frac{r}{2} = r^2 \pi = \frac{1}{4} \pi d^2 = \\ &= 0.7853981634 d^2. \end{aligned}$$

Powierzchnia pierścienia koła o promieniu zewnętrznym  $R$  względnie średnicy  $D$ , i wewnętrznym  $r$ , względnie średnicy  $d$ :

$$\begin{aligned} f &= (R^2 - r^2) \pi = \frac{1}{4} \pi (D^2 - d^2) = \pi (R + r) (R - r) = \\ &= \frac{U + u}{2} \cdot s = 2 r_0 \pi s; \text{ gdzie } U, u \text{ obwody koła zewnętrznego} \\ &\text{i wewnętrznego, } s \text{ szerokość pierścienia } (s = R - r), r_0 \text{ średni} \\ &\text{jego promień} \end{aligned}$$

$$\left( r_0 = \frac{R + r}{2} \right).$$

Długość łuku koła:  $l = \frac{2 r \pi \varphi}{360} = \frac{r \pi \varphi}{180}$ , gdzie  $\varphi$  kąt środkowy odpowiadający łukowi.

Powierzchnia wycinka koła:

$$f_w = \frac{r^2 \pi \varphi}{360} = \frac{r}{2} \cdot \frac{r \pi \varphi}{180} = \frac{l r}{2}.$$

Powierzchnia odcinka koła:

a) dla  $f_0 < \frac{r^2 \pi}{2}$ ,  $f_0 = \frac{r^2 \varphi \pi}{180} - \frac{c h}{2}$ , gdzie  $c$  jest cięciwą odcinka,

wysokość zaś  $h = \sqrt{r^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{4 r^2 - c^2}$ , stąd

$$f_0 = \frac{r^2 \varphi \pi}{180} - \frac{c}{4} \sqrt{4 r^2 - c^2};$$

β) dla  $f_0 > \frac{r^2 \pi}{2}$ , ...  $f_0 = \frac{r \varphi \pi}{180} + \frac{c}{4} \sqrt{4 r^2 - c^2}$ .

Kąt środkowy:  $\varphi = \frac{l}{r} \cdot \frac{180}{\pi}$ .

Powierzchnia wycinka pierścienia:  $f = (R^2 - r^2) \frac{\varphi \pi}{360} =$   
 $= \frac{\varphi \pi}{180} \cdot \frac{R + r}{2} (R - r) = \frac{\varphi \pi}{180} \cdot r_0 s.$

## 11. Pomiar elipsy.

Powierzchnia elipsy:  $f_e = \pi a b$ .

Obwód elipsy w przybliżeniu:  $u = \pi (a + b)$ ; dokładne obliczenie obwodu według wzoru 1101.;  $a$  jest półos wielką,  $b$  półos małą.

## 12. Pomiar paraboli.

Odnosnie do rys. 131. powierzchnia objęta łukiem paraboli  $OM_1M$ , rzędną  $MP=y$  i odciętą  $OP=x$  punktu  $M$  czyli powierzchnia  $OM_1MP = \frac{2}{3}xy$ .

Powierzchnia odcinka płaskiego paraboli o podstawie czyli cięciwie  $c$  i strzałce  $s$  wynosi w przybliżeniu  $f_0 = \frac{2}{3} \cdot cs$ .

## 2. Pomiar utworów geometrycznych bryłowych.

1. Objętość graniastoslupa albo pryzmatu:

$V = f_b h$ ; gdzie  $f_b$  powierzchnia podstawy,  $h$  wysokość.

2. Objętość kostki czyli sześciianu o krawędzi  $a$ , przekątnej  $d$ :  $V = a^3$ ;

Powierzchnia sześciianu  $f = 6a^2$ ;  $d^2 = 3a^2$ .

3. Objętość ukośnie ściętego pryzmatu trójściennego:

$V = \frac{1}{3}(a+b+c)f_n$ ; gdzie  $a, b, c$  długości krawędzi równoległych,  $f_n$  przekrój prostopadły do krawędzi.

4. Równoległoscian prosty i prostokątny:

$$V = abc; d^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

Powierzchnia  $F = 2(ab + ac + bc)$ ; gdzie  $a, b, c$  trzy krawędzie naroża,  $d$  przekątne.

5. Ostrosłup o podstawie  $f_b$ , wysokości  $h$ :

$$V = \frac{h}{3} \cdot f_b; F = f_b + \Sigma f_s.$$

6. Ostrosłup ścięty:

$$V = \frac{1}{3}h(F_b + \sqrt{F_b f_b} + f_b) = \frac{1}{3}hF \left(1 + \frac{a}{A} + \frac{a^2}{A^2}\right);$$

$F = F_b + f_b + \Sigma f_s$ ,  $F_b$  i  $f_b$  obie podstawy,  $h$  wysokość ostrosłupa ściętego,  $a, A$  odpowiednie boki obu podstaw,  $F$  powierzchnia ostrosłupa,  $\Sigma f_s$  suma powierzchni ścian bocznych.

7. Objętość obelisku:

$$V = \frac{h}{6}[(2a + a_1)b + (2a_1 + a)b_1] = \frac{h}{6}[ab + (a + a_1)(b + b_1) + a_1b_1]$$

$a$  długość dolnej,  $a_1$  długość górnej,  $b$  szerokość dolnej,  $b_1$  szerokość górnej podstawy,  $h$  wysokość obelisku.

## 8. Objętość klina:

$$V = \frac{h}{6} (2a + a_1) b;$$

$a$  i  $b$  boki prostokątnej podstawy,  $a_1$  długość ostrza klina,  $h$  wysokość klina od podstawy do ostrza.

9. Objętość wykopu ziemi, t. j. brył nieregularnych oblicza się w ten sposób, że sumę powierzchni, bezpośrednio po sobie następujących, dwóch przekrojów (profilów) niwelacyjnych wykopu, mnoży się przez połowę ich odległości, i postępuje się tak dalej kolejno od przekroju do przekroju, a zatem:

$$V = (F_1 + F_2) \frac{d_1}{2} + (F_2 + F_3) \frac{d_2}{2} + (F_3 + F_4) \frac{d_3}{2} + \dots + \\ + (F_{n-1} + F_n) \frac{d_{n-1}}{2}, \quad F_1, F_2, F_3, \dots, F_n \text{ przekroje w od-} \\ \text{ległościach kolejnych } d_1, d_2, \dots, d_{n-1}.$$

10. Objętość wałka:  $V = f_b h$ ;  $f_b$  podstawa wałka,  $h$  wysokość; jeżeli podstawa jest kołem, to  $V = r^2 \pi h$ .

## 11. Objętość ścian rury wałkowej:

$$V = \pi (R^2 - r^2) h = \pi (R + r) (R - r) h = \frac{U + u}{2} \cdot \delta \cdot h$$

$R$  promień koła zewnętrznego,  $r$  wewnętrznego,  $h$  długość wałka albo rury,  $\frac{U + u}{2}$  średni obwód przekroju ścian rury,  $\delta$  grubość ścian rury.

## 12. Objętość stożka:

$$V = \frac{1}{3} \cdot h r^2 \pi; \text{ pobocznicza stożka } F_p = \pi r \sqrt{r^2 + h^2} = \pi r s. \\ r \text{ promień podstawy, } h \text{ wysokość, } s \text{ długość boku stożka} \\ s = \sqrt{r^2 + h^2}.$$

## 13. Objętość stożka ściętego:

$$V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2); \quad R \text{ i } r \text{ promienie obu podstaw.}$$

## 14. Objętość kuli:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = 4 \cdot 188790205 R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 = 0 \cdot 523598776 D^3. \quad R \text{ pro-} \\ \text{mień kuli, } 2R = D.$$

## 15. Powierzchnia kuli:

$$F_k = 4 \pi R^2 = \pi D^2.$$

16. Pojemność kuli wydrążonej:

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) = \frac{1}{6} \pi (D^3 - d^3);$$

$r$  promień wnętrza kulistego,  $2r = d$ .

17. Powierzchnia czasy kulistej o wysokości  $h$ , i promieniu  $\rho$  podstawy:

$$F_c = 2 R \pi h = (\rho^2 + h^2) \pi.$$

18. Powierzchnia pasa sferycznego:

$$F_p = 2 R \pi [\sqrt{R^2 - \rho^2} - \sqrt{R^2 - \rho_1^2}] = 2 R \pi h$$

$R$  promień kuli,  $h$  wysokość pasa,  $\rho, \rho_1$  promienie obu podstaw pasa.

19. Objętość wycinka kuli:

$$V_c = 2 R \pi h \frac{R}{3} = \frac{2}{3} \cdot R^2 \pi h = 2.0943951024 R^2 h.$$

20. Powierzchnia wycinka kuli:

$F_w = R \pi (2h + \rho)$ ; gdzie  $\rho$  promień podstawy wycinka.

21. Objętość  $V_0$  odcinka kuli:

$$\alpha) \text{ Dla } V_0 < \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} R^3 \pi, \quad V_0 = \frac{2}{3} R^2 \pi h - \frac{R-h}{3} \cdot \rho^2 \pi;$$

gdy zaś  $\rho^2 = R^2 - (R-h)^2 = h(2R-h)$ , więc  $V_0 = \frac{2}{3} R^2 \pi h -$

$$- \frac{1}{3} (R-h) \pi h (2R-h), \text{ stąd } V_0 = \frac{1}{3} h^2 (3R-h) \pi.$$

$$\beta) \text{ Dla } V_0 > \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} R^3 \pi,$$

$$V_0 = \frac{2}{3} R^2 \pi h + \frac{R-h}{3} \cdot \rho^2 \pi = \frac{2}{3} R^2 \pi h + \frac{1}{3} (R-h) \pi h (2R-h),$$

$$\text{stąd } V_0 = 2 \cdot \frac{2}{3} R^2 \pi h - \frac{1}{3} h^2 (3R-h) \pi.$$

$R$  promień kuli,  $\rho$  promień podstawy odcinka,  $h$  wysokość odcinka.

22. Powierzchnia odcinka kuli:

$F_0 = 2 R \pi h = \pi (\rho^2 + h^2)$ ; gdzie  $R, \rho, h$ , jak poprzednio.

23. Objętość kręgu kuli o wysokości  $h$  równa się różnicy dwóch odcinków kuli, z których pierwszy ma wysokość  $h_1 > h$ , drugi zaś wysokość  $h_2 = h_1 - h$ ; będzie zatem

$$\begin{aligned} V_k &= \frac{1}{3} h_1^2 (3R - h_1) \pi - \frac{1}{3} h_2^2 (3R - h) \pi = \\ &= \frac{1}{3} [h_1^2 (3R - h_1) - h_2^2 (3R - h_2)] \pi. \end{aligned}$$



24. Powierzchnia kręgu kuli:

$$F_k = 2 R \pi h + (\rho^2 + \rho_1^2) \pi.$$

$\rho, \rho_1$ , promienie obu podstaw kręgu,  $R$  promień kuli.

25. Powierzchnia dwukąta sferycznego:

$$F_s = R^2 \pi \cdot \frac{\varphi^\circ}{90^\circ} = 0.0349066 \varphi^\circ R^2.$$

$R$  promień największego koła kuli,  $\varphi^\circ$  kąt sferyczny dwukąta sferycznego.

26. Powierzchnia trójkąta sferycznego:

$$f_s = R^2 \pi \times \frac{A + B + C - 180^\circ}{180^\circ} = \frac{R^2 \pi e^0}{180^\circ} = 0.0174533 e^0 R^2$$

$R$  promień kuli,  $A, B, C$  kąty trójkąta sferycznego,  $e = A + B + C - 180^\circ$  jest nadmiarem sferycznym trójkąta.

27. Objętość elipsoidy:

$$V_e = \frac{4}{3} \pi a b c.$$

$a, b, c$ , trzy pólosie elipsoidu.

28. Objętość elipsoidy obrotowej.

a) Jeżeli  $2a$  jest osią obrotu:

$$V_a = \frac{4}{3} \pi a b^2;$$

β) jeżeli  $2b$  jest osią obrotu:

$$V_b = \frac{4}{3} \pi a^2 b.$$

29. Objętość paraboloidy obrotowej:

$$V_p = \frac{1}{2} r^2 \pi h = 1.570796 r^2 h;$$

$r$  promień podstawy,  $h$  wysokość paraboloidy.

30. Objętość paraboloidy obrotowej ściętej:

$$V_{ps} = \frac{1}{2} \pi (R^2 + r^2) h;$$

$R, r$  promienie obu równoległych podstaw,  $h$  wysokość.

31. Pojemność wiaderka:

$$V = \frac{1}{6} \pi h [2(a b + a_1 b_1) + a b_1 + a_1 b]$$

$a, b$ , oraz  $a_1, b_1$  pólosie elips dowolnych, tworzących obie końcowe powierzchnie wiaderka,  $h$  wysokość wiaderka.

## 32. Pojemność beczki:

α) jeżeli łuk klepek jest prawie kołowy:

$$V_b = \frac{1}{12} \pi h (2 D^2 - d^2);$$

β) jeżeli łuk klepek jest ściśle paraboliczny:

$$V_b = \frac{1}{15} \pi h \left[ 2 D^2 + D d + \frac{3}{4} d^2 \right];$$

$D$  średnica beczki u czopa, czyli w środku wysokości  $h$  beczki  
 $d$  średnica obu den.

## 33. Powierzchnie obrotowe.

Jeżeli  $s$  jest długością krzywej, obracającej się w okóło osi, leżącej w jej płaszczyźnie, ale jej nietnącej, zaś  $x_0$  jest odstępem środka ciężkości krzywej od tej osi, to według reguł Guldina wielkość opisanej powierzchni obrotowej

$$F_0 = 2 \pi x_0 s.$$

## 34. Objętość brył obrotowych.

Jeżeli  $F$  jest powierzchnią płaszczyzny, wykonującej obrot, w okóło osi, leżącej w jej płaszczyźnie, ale jej nietnącej,  $x_0$  zaś jest odstępem jej środka ciężkości od osi obrotu, to według reguł Guldina objętość opisanej bryły obrotowej

$$V_0 = 2 \pi x_0 F.$$


---

## E. RÓŻNE WZORY, DATY I WSKAZÓWKI.

### I. Wyznaczenie środka ciężkości.

#### 1. Środek ciężkości linii.

O ciężkości linii wogóle, a więc i o środku jej ciężkości można mówić w tym razie tylko, jeżeli się pomyśli, iż punkta, jako składowe elementa linii w pojęciu geometrycznym, są atomami materji. Na tem więc założeniu opiera się cały wywód niżej przeprowadzony.

Środek ciężkości linii prostej jest w połowie jej długości.

Jeżeli linja jest łamana, a więc złożona z odcinków prostych, których długości są na przykład  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , to celem wyznaczenia jej środka ciężkości odnosimy ją do prostokątnego układu osi spólrzędnych  $O X$  i  $O Y$  dowolnie położonego, wyznaczamy odcięte  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ , oraz rzędne  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  środków ciężkości każdej części łamanej  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , obliczamy ich momenta statyczne względem osi  $x$ -ów  $a x_1$ ,  $b x_2$ ,  $c x_3$  i względem osi  $y$ -ów  $a y_1$ ,  $b y_2$ ,  $c y_3$ ; a opierając się na tej zasadzie, że moment statyczny wypadkowej siły, względnie ciężaru  $R$  równa się sumie momentów statycznych poszczególnych sił czyli ciężarów składowych, otrzymujemy w niniejszym przypadku

$x_0(a + b + c) = a x_1 + b x_2 + c x_3$ ;  $y_0(a + b + c) = a y_1 + b y_2 + c y_3$ ;  
stąd rzędna i odcięta całej linii łamanej

$$x_0 = \frac{a x_1 + b x_2 + c x_3}{a + b + c}; \quad y_0 = \frac{a y_1 + b y_2 + c y_3}{a + b + c};$$

gdzie dla długości  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i dla wszystkich spólrzędnych należy przyjąć tę samą podziałkę w rysunku.

W ten sam sposób dają się wyznaczyć spólrzędne  $x_0$ ,  $y_0$  środka ciężkości ramion danego kąta, albo też środka ciężkości obwodu każdego danego utworu geometrycznego, ograniczonego linjami prostymi, gdyż zarówno ramiona danego kąta, jak rzeczony obwody są właściwie linjami łamanymi.

Rzędna środka ciężkości łuku  $l$  koła o promieniu  $r$ , mierzona od środka koła, równa się iloczynowi z ciężkości i promienia, podzielonemu przez długość łuku, jak to wynika z równania

$$y_0 = \frac{r c}{l}$$

$c$  jest ciężką łuku, zaś początek  $O$  układu osi współrzędnych  $O X$  i  $O Y$  znajduje się w środku koła, zatem  $y_0$  jest odstępem środka ciężkości łuku od środka koła.

$$\text{Dla półkoła } c = 2r, \quad l = r\pi, \quad \text{stad } y_0 = \frac{2r^2}{r\pi} = \frac{2r}{\pi}.$$

## 2. Środek ciężkości płaskich utworów geometrycznych.

Środek ciężkości powierzchni trójkąta leży na linii, łączącej wierzchołek jego którykolwiek ze środkiem boku przeciwnego, w odległości  $\frac{1}{3}$  części tej linii od rzezonego boku mierzonej.

Środek ciężkości równoległoboku tworzy punkt przecięcia się obu jego przekątni.

Środek  $s$  ciężkości trapezu o wysokości  $h$  leży na linii, łączącej środki obu jego boków równoległych  $a$  i  $b$ , zawsze jednak bliżej boku dłuższego z nich obu. Gdy więc  $a < b$ , to odstęp od boku  $a$  i odstęp od boku  $b$ , czyli rzędne  $y_a$  i  $y_b$  wynikają z wzorów

$$y_a = \frac{h}{3} \cdot \frac{a+2b}{a+b}, \quad y_b = \frac{h}{3} \cdot \frac{2a+b}{a+b}$$

Z wzorów tych widno zresztą, że  $y_a > y_b$ , gdyż  $(a+2b) > (2a+b)$ .

Rysunkowo można wyznaczyć środek ciężkości trapezu, jeżeli połączy się prostą środki obu jego boków równoległych, i następnie przedłuży w przeciwne strony każdy z tych boków o długość drugiego; punkt — w którym przetnie się prosta łącząca oba końce przedłużeń z ową prostą, łączącą środki obu boków — jest środkiem ciężkości trapezu.

Środek ciężkości dowolnego czworoboku. Celem wyznaczenia tego środka dzieli się czworobok zapomocą przekątni na dwa trójkąty, wyznacza ich środki ciężkości i łączy je prostą zwaną linią ciężkości; następnie tak samo postępuje się z drugą odmienną parą trójkątów, otrzymanych zapomocą drugiej przekątni. Punkt — w którym się przetną linie środków obu par trójkątów — jest środkiem ciężkości czworoboku.

Również zapomocą momentów statycznych, odniesionych do prostokątnego układu osi współrzędnych można wyznaczyć środek ciężkości czworoboku. W tym celu dzieli się czworobok, prze-

kątnią na dwa trójkąty, wyznacza się ich środki ciężkości, oraz spólrzędne obu tych środków  $x_1, y_1$  i  $x_2, y_2$  w odniesieniu do układu osi spólrzędnych, i oblicza się powierzchnie  $f_1$  i  $f_2$  trójkątów. Na podstawie tych danych otrzymuje się równania momentów statycznych względem osi  $x$ -ów i  $y$ -ów:

$$x_0(f_1 + f_2) = x_1 f_1 + x_2 f_2, \quad y_0(f_1 + f_2) = y_1 f_1 + y_2 f_2,$$

stad spólrzędne środka ciężkości czworoboku

$$x_0 = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2}{f_1 + f_2}; \quad y_0 = \frac{y_1 f_1 + y_2 f_2}{f_1 + f_2}.$$

Środek ciężkości dowolnego wieloboku daje się wyznaczyć dokładnie tymi samymi dwoma sposobami, jak czworoboku. Jeżeli jednak wielobok ma znaczniejszą ilość boków, to dwukrotne dzielenie go przekątniami na części itd., przedstawia się w całości jako sposób bardzo zawily. W takim razie najkorzystniej zastosować sposób wyznaczenia spólrzędnych środka ciężkości zapomocą równań momentów statycznych, a mianowicie. Po podzieleniu wieloboku na poszczególne części wyznacza się każdej środek ciężkości, oraz spólrzędne wszystkich tych środków w odniesieniu do układu prostokątnego osi spólrzędnych i oblicza powierzchnie  $f_1, f_2, f_3 \dots f_n$  wszystkich części składowych wieloboku.

Na tej podstawie otrzymuje się równania momentów statycznych względem osi  $x$ -ów i  $y$ -ów:

$$x_0(f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n) = x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n,$$

czyli  $x_0 \sum_1^n f = \sum_1^n x f$

$$y_0(f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n) = y_1 f_1 + y_2 f_2 + y_3 f_3 + \dots + y_n f_n,$$

czyli  $y_0 \sum_1^n f = \sum_1^n y f$  stad

$$x_0 = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} = \frac{\sum_1^n x f}{\sum_1^n f},$$

$$y_0 = \frac{y_1 f_1 + y_2 f_2 + \dots + y_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_1^n y f}{\sum_1^n f}.$$

Środek ciężkości  $s$  wycinka koła leży na promieniu  $r$  koła, połowiącym wycinek, w odległości od środka koła

$$y_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{rc}{l} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \sin \alpha}{\text{arc } \alpha} = 38.1972 \cdot \frac{r \sin \alpha}{\alpha^2} = \frac{r^2 c}{3 F},$$

gdzie  $\text{arc } \alpha = \frac{\alpha \pi}{180}$ ,  $l$  jest łukiem wycinka,  $c$  cięciwą jego,  $\alpha$  jest połową kąta środkowego odpowiadającego wycinkowi,  $F = r^2 \text{arc } \alpha = = r^2 \frac{\alpha \pi}{180}$  jest powierzchnią wycinka.

$$\text{Dla } c = 2r, l = r\pi \text{ stąd } y_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \cdot 2r}{r\pi} = \frac{4}{3} \cdot \frac{r}{\pi} = 0.4244 r.$$

$$\text{Dla } \frac{1}{4} \text{ powierzchni koła } y_0 = \frac{4}{3} \cdot \frac{r\sqrt{2}}{\pi} = 0.6002 r.$$

$$\text{Dla } \frac{1}{6} \text{ powierzchni koła } y_0 = \frac{2r}{\pi} = 0.6366 r.$$

Środek ciężkości odcinka koła leży również na promieniu  $r$  koła, połowiącym odcinek, w odległości od środka koła

$$y_0 = \frac{c^3}{12 F} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r^3 \sin^3 \alpha}{F} = \frac{4}{3} \cdot \frac{r \sin^3 \alpha}{\text{arc } 2\alpha - \sin 2\alpha},$$

gdzie  $\text{arc } 2\alpha = 2 \cdot \frac{\alpha \pi}{180}$ ,  $F = \frac{1}{2} r^2 (\text{arc } 2\alpha - \sin 2\alpha)$  jest powierzchnią odcinka,  $c$  jego cięciwą,  $\alpha$  jest połową kąta środkowego, odpowiadającego odcinkowi.

Środek ciężkości wycinka pierścienia kołowego o promieniu zewnętrznym  $R$ , wewnętrznym  $r$ , leży na promieniu połowiącym wycinek, w odległości od środka koła

$$y_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \cdot \frac{\sin \alpha}{\text{arc } \alpha} = 38.1972 \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha},$$

gdzie  $\alpha$  jest połową kąta środkowego odpowiadającego wycinkowi pierścienia.

Środek ciężkości powierzchni, ograniczonej łukiem paraboli  $OM_1M$ , rzędną  $MP = y$  i odciętą  $OP = x$  punktu  $M$  paraboli według rysunku 131 — w odniesieniu do osi współrzędnych  $OX$  i  $OY$  wyznacza się współrzędnymi:

$$x_1 = \frac{3}{5} \cdot x, \quad y_1 = \frac{3}{8} \cdot y;$$

natomiast środek powierzchni, ograniczonej wyżej określonym łukiem  $OM_1M$  paraboli i prostymi  $OB$  i  $BM$ , czyli środek ciężkości

powierzchni  $OBMM_1$  (rys. 131.), wyznacza się odniesionemi do osi współrzędnych  $OX$  i  $OY$  współrzędnymi:

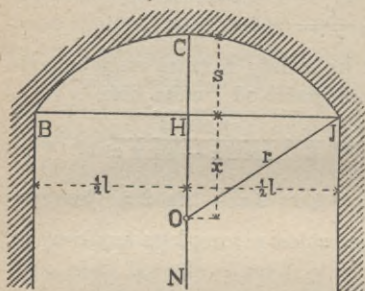
$$x_2 = \frac{3}{10} x, \quad y_2 = \frac{3}{4} y,$$

gdzie, jak już wyżej zaznaczono  $x = OP$ ,  $y = MP$  są współrzędne końcowego punktu  $M$  łuku paraboli.

## II. Wyznaczenie łuku kołowego sklepienia.

Zazwyczaj daną jest strzałka  $s$  i rozpiętość  $l$  sklepienia wogóle, a więc także i sklepienia o łuku koła, uwidoczniomym w rysunku 132. Do wykreślenia jednak łuku  $ACB$  na krążynie, potrzebnej do wykonania sklepienia, musi być jeszcze — prócz strzałki

Rysunek 132.



i rozpiętości sklepienia — dane położenie środka koła i długość jego promienia  $r$ . Ponieważ środek łuku, zakreślonego promieniem  $r$ , musi leżeć na prostopadłej do cięciwy ze środka tej cięciwy wyprowadzonej, więc uwidocznioma w rysunku 132. prosta  $CN$ , wykreślona prostopadle do cięciwy  $BJ = l$ , przechodząca przez jej środek  $H$  musi prze-

chodzić także przez środek  $O$  łuku  $JCB$ , zatem prosta, łącząca środek  $O$  z końcem  $J$  cięciwy, musi być także promieniem  $r$  tego łuku. Zadaniem naszym teraz jest wyznaczenie długości  $r$ , w którym to celu otrzymujemy z prostokątnego trójkąta  $OHJ$   $r^2 = x^2 + \frac{l^2}{4}$ , gdy zaś  $OC = OJ = r = x + s$ , a stąd  $x = r - s$ , więc po podstawieniu tej wartości, będzie

$$r^2 = (r - s)^2 + \frac{l^2}{4} = r^2 - 2rs + s^2 + \frac{l^2}{4},$$

czyli  $2rs = s^2 + \frac{l^2}{4} = \frac{4s^2 + l^2}{4}$ , wreszcie długość promienia

$$r = \frac{4s^2 + l^2}{8s} = 0.125 \cdot \frac{4s^2 + l^2}{s}$$

1136

To równanie łącznie z poprzedniem

$$r = x + s$$

1137

umożliwia wyznaczenie dwu wielkości, gdy zaś wszystkich wielkości jest tu cztery, t. j.  $l$ ,  $r$ ,  $s$ ,  $x$ , więc muszą być zawsze dane co najmniej dwie z nich, aby można wyznaczyć resztę.

Tak na przykład jeżeli jest dane  $r$ ,  $l$ , to  $x$ ,  $s$  wyznacza się w sposób następujący: Z równania 1136. otrzymujemy

$$8rs = 4s^2 + l^2, \quad 4s^2 - 8rs = -l^2, \quad s^2 - 2rs = -\frac{1}{4} \cdot l^2 \text{ stąd}$$

$$s = r \pm \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}} = r \pm \frac{1}{2} \sqrt{4r^2 - l^2} \quad 1138$$

Z równania zaś 1137. wynika  $x = r - s$ , po podstawieniu zaś za  $s$  wartości z równania 1138. mamy

$$x = r - r \mp \frac{1}{2} \sqrt{4r^2 - l^2} = \mp \frac{1}{2} \sqrt{4r^2 - l^2} \quad 1139$$

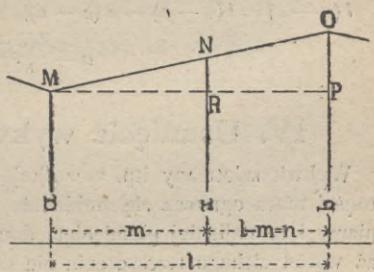
### III. Obliczenie rzędnych z planu niwelacyjnego.

Podczas projektowania budowli ziemnych podstawę obliczeń tworzą także często rzędne niwelacyjne, które nie wynikły z bezpośredniego pomiaru. W takich razach niezbędna dokładność pracy technicznej nie pozwala na zdjęcie potrzebnej rzędnej cyrklem według odnośnej podziałki planu niwelacyjnego, lecz wymaga obliczenia jej przynajmniej na podstawie najbliższych rzędnych granicznych bezpośrednio niwelacyjnym instrumentem na miejscu pomierzonych.

Rysunek 133. przedstawia dwa po sobie następujące we wzajemnym odstępie  $l$  położone punkta  $M$  i  $O$  przekroju niwelacyjnego z rzędniemi  $a$  i  $b$ , obliczonymi z bezpośredniego pomiaru instrumentem niwelacyjnym. Jeżeli zatem potrzeba obliczenia rzędnej  $x$  punktu  $N$ , położonego w odstępie  $m$  od punktu  $M$ , to wykreślona z punktu  $M$  pozioma prosta  $MP$  wykazuje, że  $R N = x - a$ , zaś  $O P = b - a$ ;

gdy zaś trójkąt  $M O P \sim M N R$ , więc  $M P : M R = O P : N R$ , czyli  $l : m = (b - a) : (x - a)$ , zatem  $l(x - a) = m(b - a)$ ,  $x - a =$

Rysunek 133.





$$= \frac{m(b-a)}{l}, \text{ zaś stąd}$$

$$x = \frac{m(b-a)}{l} + a = \frac{m(b-a) + al}{l},$$

ostatecznie

$$x = \frac{mb + a(l-m)}{l} = \frac{mb + an}{l}. \quad 1140$$

W tem równaniu jest sześć różnych wielkości  $a, b, l, m, n, x$ , a właściwie pięć tylko, gdyż  $l = m + n$ ; musi być zatem danych conajmniej cztery, aby można piątą wyznaczyć.

Rozwiązanie wzoru 1140. według każdej z tych wielkości przedstawia się w sposób następujący.

$$lx = al - am + bm, \quad l(x-a) = m(b-a)$$

$$l = \frac{m(b-a)}{x-a} \quad 1141$$

$$lx - a(l-m) = bm,$$

$$a = \frac{lx - bm}{l-m} = \frac{lx - bm}{n} \quad 1142$$

gdzie według rys. 133.  $n = l - m$ .

$$lx - a(l-m) = bm,$$

$$b = \frac{lx - a(l-m)}{m} \quad 1143$$

Z wzoru 1141. i 1142.

$$m = \frac{l(x-a)}{b-a} \quad 1144$$

$$n = \frac{lx - bm}{a} \quad 1145$$

albo po podstawieniu we wzór 1141.  $m = l - n$  będzie

$$l(x-a) = l(b-a) - n(b-a), \quad n(b-a) = l(b-a-x+a)$$

$$n = \frac{l(b-x)}{b-a} \quad 1146$$

#### IV. Usunięcie wykwitów na murach.

Wykwit saletrzany itp. szcztokuje się na sucho, a uszkodzone części muru ogrzewa się dokładnie począwszy od środka każdej plamy i to najlepiej płomieniem dmuchawki do lutowania tak długo, aż wśród cichego trzeszczenia nie odłuszczą się od ściany płytki 1 do 1.5 mm grube. Doświadczenie wykazało, że płomień dmuchawki niszczy wszelką substancję, zdolną do wytworzenia wykwitów na 2 do 3 cm głęboko.

Wypalone w ten sposób miejsca należy powlec dwukrotnie płynem, złożonym z podwójnego szkła wodnego, mialkiej kredy i wody, która to powłoka uniemożliwia wsiąkania wilgoci i nie dopuszcza powstawania plam.

Z upływem dnia po wypaleniu należy ścianę na nowo wyprawić.

Ściany nowej budowli trzeba zagruntować farbą klejową kredową przed rozpoczęciem usuwania plam, gdyż w tym razie wystąpią wszystkie plamy zupełnie wyraźnie już po kilku dniach, zaczem można je za jednym zachodem wszystkie usunąć.

## V. Izolacja murów od zamakania.

Mieszaninę złożoną z 35 l cementu portlandzkiego i ze 100 l czystego ostrego piasku zarabia się 2 litrami emulzji bitumicznej Wunnera jako zaprawę, wyprawia się nią ścianę w dwu warstwach po poprzednim oczyszczeniu i zaopatruje delikatną 3 mm grubą wierzchnią warstewką, wygladzoną aż do polysku stalową kielnią.

Całkowita grubość wyprawy stosuje się do ciśnienia wody, a mianowicie, gdy ciśnienie nie wielkie, wystarcza grubość 2.5 do 3 cm; w razie większego ciśnienia daje się wyprawę 4 do 5 cm grubą. Wyprawa w ten sposób zastosowana tworzy zupełną izolację od wilgoci.

Emulzja Wunnera jest płynem ciemno brunatnym żywicznie olejowym zapachu gazu świetlnego; nie rozpuszcza się w wodzie, ani kwasach, z hydratami wapnia względnie z cementem ściśle się miesza i zapełnia w całości pustkę międzycząstkową cementu bez wpływu na jego właściwości wiązania.

## VI. Roboty budowlane a roboty wewnętrznego urządzenia.

W budownictwie istnieje zasada, że wszystko, co jest stale związane z budynkiem, należy do robót budowlanych. Zasada ta ma rozstrzygające znaczenie w tym razie, gdy zachodzi wątpliwość, czy niektóre stale z budynkiem połączone osobne przedmioty należą do budowy, czy też do wewnętrznego urządzenia budynku.

Otóż do wewnętrznego urządzenia należy to wszystko, co stanowi istotną cechę przeznaczenia budynku; tak np. rury wodociągowe, gazowe itp. są stale z budynkiem połączone; ale ponieważ z nich nie można jeszcze poznać, na jaki cel budynek jest prze-

znaczone, więc zalicza się je tylko do robót budowy. Natomiast ławki szkolne, tablice, szafy, kuchnie chemiczne, ilość i rodzaj świeczników, ołtarze, maszyny itp. przedmioty są niewątpliwą oznaką celu, na który budynek przeznaczono i chociażby były stałe z budynkiem połączone, nie należą do robót budowlanych, tylko do robót wewnętrznego urządzenia budynku.

## VII. Przystęp powietrza do wnętrza mieszkań.

Napływ powietrza do mieszkań odbywa się nie tylko oknami, drzwiami, a zwłaszcza piecami, przedstawiającymi szczególnie w zimie wydatną wentylację, lecz także ścianami ceglanymi nawet wyprawionymi gładko i farbą wodną pomalowanymi, a tem bardziej niewyprawionymi. Przepuszczalność jednak cegły ustaje zupełnie, skoro obie jej strony oklei się papierem lub powlecze farbą olejną.

Profesor Bauschinger ogłosił doświadczenie, według którego można przez 45 cm gruby mur ceglany zgasić świecę. Stwierdzono również na dowód przepuszczalności murów to zjawisko, że w budynku o ścianach ceglanych niewyprawionych — wśród szczelnego zresztą zamknięcia drzwi i okien — wymiana powietrza w ciągu godziny wynosi jednokrotną do półtorakrotnej objętości wnętrza izby.

Puste przestrzenie izolacyjne w murach są częściej szkodliwe, jak korzystne, gdyż osłabiają mury i powodują skraplanie się w nich pary wodnej, a stąd i powstanie grzyba domowego; najlepiej zatem zapelnąć je popiołem.

## VIII. Zachowanie się podczas pożaru.

Skoro nagle przyjdzie świadomość, że powstał pożar, należy zachować możliwie największy spokój i przytomność umysłu, oraz wyteżyć wszystkie swe zdolności celem skutecznego zapobieżenia niebezpieczeństwu. Siłą woli i ćwiczeniem można sobie przyswoić tę zdolność.

Zaraz za pierwszym pobycem w nieznanym budynku należy według możności poznać się z rozkładem lokalności i z najbliższem otoczeniem tak dalece, by nawet w ciemności można się zorientować z dostateczną pewnością pod tym względem.

Podczas pobytu w hotelach itp. budynkach obcych należy zaznaczyć się dokładnie z położeniem schodów, kurytarzy, wyjść na zewnątrz itd. Kładąc się spać, należy rzeczy swoje ułożyć najbliżej siebie tak, by nawet pociemku można je znaleźć i ubrać się w nie. Nadto trzeba przygotować obok siebie zapalki i świecę, chociażby się znajdowało oświetlenie gazowe lub elektryczne.

W razie zbudzenia się wskutek alarmu, dymu, gorąca lub trzasku ognia należy przedewszystkiem zwrócić uwagę domowników wołaniem lub zbudzeniem i równocześnie stwierdzić co, gdzie i w jakim rozmiarze grozi niebezpieczeństwem pożaru.

Jeżeli kurytarze i sienie dym tak zapełnia, iż przejść nie podobna, należy wrócić do pokoju, drzwi szczelnie pozamykać, okna całkiem pootwierać i krzykiem i wołaniem zwracać uwagę na niebezpieczeństwo. Drzwi zaraz zamknięte, chociażby zwykle jodłowe wytrzymują około pół godziny nawet w gwałtownym ogniu; dębowe jeszcze dłużej, a w każdym razie gdy się je zlewa wodą z drugiej strony, wolnej jeszcze od ognia.

Wyskakiwać z okna nie należy nigdy, jak długo nie grozi objęcie płomieniem. Jeżeli straż ogniowa zajmuje się gaszeniem, należy na jej wezwanie wyskoczyć, nie zważając wcale na wołania obawiających się widzów. Nigdy zresztą nie powinny wyskakiwać dwie osoby naraz.

W razie konieczności przejścia przez zadymioną przestrzeń budynku, np. przez schody, kurytarze itp., należy zatkać usta i nos chustką, pończochą itp. i pełzać po podłodze. Należy też pamiętać czy w budynku niema innych schodów, czy i gdzie znajdują się drabiny. W przechodzie przez poszczególne izby i przestrzenie budynku należy zamykać za sobą drzwi.

Należy też pamiętać, czy są w budynku drugie schody, czy i gdzie zewnątrz budynku są drabiny lub schody i dojścia do nich, oraz czy nie istnieje możliwość dopuszczalnej ucieczki przez dachy.

Nie mając pojęcia, gdzie i jak wielki powstał ogień, nie należy tracić czasu na ratowanie jakiegokolwiek przedmiotów.

O wybuchu ognia należy przedewszystkiem zawiadomić straż ogniową bez względu na to, czy kto inny tego już nie uczynił; w razie możności użycia w tym celu telefonu należy to uczynić z wszelkim spokojem.

Podczas pożaru w piwnicy trzeba zawiadomić straż ogniową, eo się w niej znajduje.

Zwierzęta, wyprowadzone ze stajni podczas pożaru natychmiast do niej wracają przestraszone jasnością płomieni i szukają ochrony na zwykłym swym miejscu, a jeżeli wogóle nie są w stajni wcale lub tylko słabo przywiązane, to wobec ognia poodrywają się i zbijają się w taki kłęb, iż niema sposobu ich rozdzielenia.

Tyczy to się szczególnie owiec i koni, które skupiają się w ten sposób ku wspólnej obronie przed niebezpieczeństwem zwietrzonem. Z tych samych powodów uciekają zwierzęta w najdalszy i najciemniejszy kąt stajni i nie dają się niczem z miejsca ruszyć.

Wobec tego należy nie wszystkie zwierzęta naraz odwiązywać, zawiązać oczy i po jednym ze stajni wyprowadzać, zwłaszcza koni. Jedynie w razie konieczności odwiązuje się je wszystkie naraz i jedno z nich przemocą ze stajni wywleka, a resztę wypychaniem, potrącaniem i biciem za niem wypędza. Jeżeli w stajni znajdują się drzwi przeciwległe, to najlepiej je pootwierać, gdyż w takim razie zwierzęta same przez nie pouciekają; jeżeli drzwi takich niema, należy wyburzyć stosowny otwór w ścianie, odwróconej od pożaru.

Ptactwo domowe trzeba powsadzać w wory i zamknąć w miejscu bezpiecznym.

Świnie nie dają się wcale ratować i niema innego sposobu, tylko każdą związać i wynieść.

Otwory lotne w ulach pszczół należy pozatykać, ule zanieść w bezpieczne miejsce i otwory poodtykać.

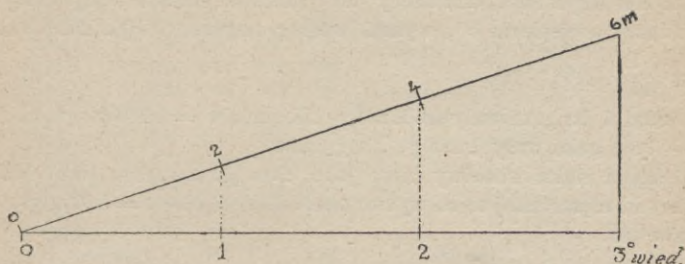
Wogóle podczas prac ratunkowych należy nieustannie postępować spokojnie, rozważnie i pamiętać o własnym bezpieczeństwie. W każdym razie jednak ratunek życia ludzkiego idzie przed ratunkiem życia zwierzęcego.

## IX. Przemiana podziałki sążniowej na metryczną.

Jeżeli jest dana podziałka w sążniach wiedeńskich (n. p. podziałka map katastralnych: 1 cal = 40 sążniom wied.), a potrzeba ją zamienić na metryczną, w takim razie na linii prostej, równej co do długości danej podziałce w szczególności i w ogóle, wykreśla się w jednym jej końcu prostopadłą, odcina na niej długość, równą jednej trzeciej części długości danej podziałki i łączy się koniec prostopadłej z drugim końcem podziałki. Linja ta będąca przeciwprostokątną zawiera dwa razy tyle metrów, ile podziałka sążni;

zaczem po podzieleniu jej na dwa razy tyle równych działek, ile ma sążni podziałka, otrzymuje się dwa razy tyle metrów, ile jest sążni w skali danej podziałki sążniowej. Rzecz tę wyjaśnia zresztą rysunek 134.

Rys. 134.



O rzetelności tego rozwiązania łatwo się przekonać z twierdzenia Pitagorasa.

Rozumie się samo przez się, że do wykreślenia wyżej opisanego obiera się taką długość danej podziałki, aby można z niej łatwo i dokładnie jedną trzecią część odmierzyć.

Całe wykreślenie musi być staranne i bardzo dokładne.

## X. Ciężar różnych ciał i materiałów.

### 1. Ciężar właściwy.

#### a) Ogólne określenia.

Ciężar właściwy jest ciężarem jednostki objętości ciała i sprowadza się do ciężaru jednostki objętości wody destylowanej o temperaturze  $4^{\circ}\text{C}$  (gęstość wody w tej temperaturze jest największa) przyjętego za jednostkę ciężaru właściwego.

Ciężar właściwy gazów odnosi się do ciepłoty  $0^{\circ}$  i ciśnienia  $760\text{ mm}$  słupa rtęci i sprowadza się do przyjętego za jednostkę ciężaru właściwego suchego powietrza o temperaturze  $0^{\circ}$  i ciśnieniu  $760\text{ mm}$  rtęci albo też do ciężaru wodoru wśród tych samych warunków ciepłoty i ciśnienia.

Jeżeli  $V$  jest objętość w decymetrach sześciennych ( $\text{dm}^3$ ) ciała stałego,  $\gamma$  ciężar jego właściwy,  $V_1$  objętość gazu w litrach ( $l$ ),  $\gamma_1$  ciężar jego właściwy, to ciężar w kilogramach ( $\text{kg}$ ) ciała stałego  $G = V\gamma$ , zaś ciężar gazu  $G_1 = V\gamma_1$ .

Zaczem  $1 \text{ dm}^3$  ciała waży  $\gamma$  kilogramów, —  $1 \text{ cm}^3$  ciała waży  $\gamma$  gramów ( $g$ ), —  $1 \text{ m}^2$  powierzchni ciała  $1 \text{ mm}$  grubej waży  $\gamma$  kilogramów, —  $1 \text{ m}^3$  ciała waży  $1000 \gamma$  kilogramów =  $\gamma$  ton ( $t$ ).

Ciężar właściwy powietrza suchego o ciepłocie  $0^\circ$  i ciśnieniu  $760 \text{ mm}$  słupa rtęci, odniesiony do jednostki ciężaru wody destylowanej o ciepłocie  $0^\circ$ , wynosi według Regnaulta  $0.001293187 \cong$

$$\cong \frac{1}{773}.$$

Stąd  $1$  litr gazu waży  $0.001293 \gamma_1$  kilogramów =  $1.293 \gamma_1$  gramów, —  $1 \text{ m}^3$  gazu waży  $1.293 \gamma_1$  kilogramów.

Średni ciężar właściwy ziemi jako ciała planetarnego jest  $5.505$ , zaczem ciężar całej ziemi wynosi około  $5960 \times 10^{18} t = 5960$  tryljonów ton.

### b) Ciężar właściwy ciał stałych jednolitych odniesiony do jednostki ciężaru wody $4^\circ \text{ C}$ .

Alabaster . . . . .	2.30—2.80	Chlorbarjum krystaliczne . . . . .	3.70
Alun . . . . .	1.71	Ciało ludzkie . . . . .	1.07
Amalgam naturalny . . . . .	13.7—14.10	Cukier biały . . . . .	1.61
Antracyt . . . . .	1.4—1.70	„ ołowiu . . . . .	2.46
Antymon . . . . .	6.62	Cyna kuta lub wałkowana . . . . .	7.30—7.50
Apatyt . . . . .	3.16—3.22	„ lana . . . . .	7.20
Arsen . . . . .	5.70—5.8	Cynk lany . . . . .	6.86
Asbest . . . . .	2.10—2.8	„ wałkowany . . . . .	7.13—7.20
Asfalt . . . . .	1.10—1.5	Cynober . . . . .	8.12
Bazalt . . . . .	2.70—3.2	Diament . . . . .	3.50—3.60
Bawelna sucha . . . . .	1.47—1.5	Dolomit . . . . .	2.90
Beton . . . . .	1.80—2.45	Drut miedziany . . . . .	8.93—8.95
Biel ołowiu . . . . .	6.70	„ mosiężny . . . . .	8.43—8.73
Błyszcz antymonu . . . . .	4.60—4.70	„ żelazny . . . . .	7.60—7.80
„ kobaltu . . . . .	6.00—6.10	Drzewo :                    suche            mokre	
„ miedzi . . . . .	5.50—5.80	Akacja . . . . .	0.58—0.85    0.75—1.00
„ ołowiu . . . . .	7.30—7.60	Brzoza . . . . .	0.51—0.77    0.80—1.09
Bor . . . . .	2.53	Buk . . . . .	0.66—0.83    0.85—1.12
Boraks . . . . .	1.70—1.80	Bukszpan . . . . .	0.91—1.16    1.20—1.26
Bronz 7.9 do 14% cyny . . . . .	7.40—8.90	Cedr . . . . .	0.57            . . . . .
„ fosforu . . . . .	8.80	Czereśnia . . . . .	0.76—0.84    1.05—1.18
„ glinu . . . . .	7.70	Dąb . . . . .	0.69—1.03    0.93—1.28
Bursztyn . . . . .	1.00—1.10	„ korkowy . . . . .	0.71—1.07    . . . . .
Cement . . . . .	0.82—1.95	Grab . . . . .	0.62—0.82    0.92—1.25
Cegła zwykła . . . . .	1.40—1.60	Gwajak . . . . .	1.17—1.39    . . . . .
„ pusta sucha . . . . .	1.20	Heban . . . . .	1.26            . . . . .
„ klinkerka . . . . .	1.70—2.00	Jabłoń . . . . .	0.66—0.84    0.95—1.26
„ szamotowa . . . . .	1.85—2.20	Jarzębina . . . . .	0.69—0.89    0.87—1.13
„ korkowa biała . . . . .	0.25	Jasion . . . . .	0.57—0.94    0.70—1.14
„ „ czarna . . . . .	0.56	Jodła . . . . .	0.37—0.75    0.77—1.23

Drzewo:	suche	mokre	Kość słoniowa . . . . .	1·83—1·92
Kasztan . . . . .	0·58	. . . . .	Kreda . . . . .	1·80—2·60
Klon . . . . .	0·53—0·81	0·83—1·05	Krochmal w kawałkach . . . . .	1·53
Korek . . . . .	0·24	. . . . .	Krzem krystaliczny . . . . .	2·39
Lipa . . . . .	0·32—0·59	0·58—0·87	„ bezpostaciowy . . . . .	2·00
Mahoń . . . . .	0·56—1·06	. . . . .	Ksylolit . . . . .	1·40
Modrzew . . . . .	0·47—0·56	0·81	Kwarc . . . . .	2·50—2·80
Olcha . . . . .	0·42—0·68	0·63—1·01	Kwas krzemowy krystaliczny . . . . .	2·60
Orzech . . . . .	0·60—0·81	0·91—0·92	„ „ bezpostaciowy . . . . .	2·20
Sosna . . . . .	0·31—0·76	0·38—1·08	Lawa bazaltowa . . . . .	2·80—3·00
„ smolna . . . . .	0·83—0·85	. . . . .	„ trachytowa . . . . .	2·00—2·70
Śliwa . . . . .	0·68—0·90	0·87—1·17	Linoleum w zwojach . . . . .	1·15—1·30
Świerk . . . . .	0·35—0·60	0·40—1·07	Lód 0° . . . . .	0·88—0·92
Topola . . . . .	0·39—0·59	0·61—1·07	Łój . . . . .	0·90—0·97
Wiąz . . . . .	0·56—0·82	0·78—1·18	Łojek . . . . .	2·70
Wierzba . . . . .	0·49—0·59	0·79	Łupek . . . . .	2·65—2·70
Fosfor jasno żółty . . . . .	. . . . .	1·82	„ alunowy . . . . .	2·34—2·59
„ czerwony . . . . .	. . . . .	2·20	„ dachowy . . . . .	2·74—2·85
„ krystaliczny . . . . .	. . . . .	2·34	„ ilasty . . . . .	1·80—2·80
Gabbro . . . . .	. . . . .	2·9—3·0	„ do polerowania . . . . .	2·10
Galma . . . . .	. . . . .	4·1—4·5	Lyszczyk . . . . .	2·65—3·20
Gips palony . . . . .	. . . . .	1·81	Magnezja . . . . .	3·20
„ lany suchy . . . . .	. . . . .	0·97	Mangan . . . . .	7·42
„ przesiany . . . . .	. . . . .	1·25	Mąka nasypana . . . . .	0·40—0·50
Glin czysty chemicznie . . . . .	. . . . .	2·60	„ słończona . . . . .	0·70—0·80
„ kuty . . . . .	. . . . .	2·75	Margiel . . . . .	2·30—2·50
„ lany . . . . .	. . . . .	2·56	Marmur zwykły . . . . .	2·52—2·85
Glina świeżo ukopana . . . . .	. . . . .	1·67—1·85	„ kararyjski . . . . .	2·72
„ sucha . . . . .	. . . . .	1·50—1·60	Masło . . . . .	0·94—0·95
„ porcelanowa (Kaolin) . . . . .	. . . . .	2·20	Melafir . . . . .	2·60
Gładź ołowiu naturalna . . . . .	. . . . .	7·83—7·98	Metal dzwonowy . . . . .	8·81
„ „ sztuczna . . . . .	. . . . .	9·30—9·40	„ łożyskowy biały . . . . .	7·10
Gnajs . . . . .	. . . . .	2·40—9·70	Minja ołowiowa . . . . .	8·60—9·10
Granat . . . . .	. . . . .	3·40—4·30	Miedź lana . . . . .	8·30—8·92
Grafit . . . . .	. . . . .	1·90—2·30	„ kuta . . . . .	8·90—9·00
Granit . . . . .	. . . . .	2·51—3·05	„ wałkowana . . . . .	8·90—9·00
Guma arabska . . . . .	. . . . .	1·31—1·45	Mosiądz wałkowany . . . . .	8·52—8·62
Gutapercha . . . . .	. . . . .	0·96—0·99	„ lany . . . . .	8·40—8·70
Jł . . . . .	. . . . .	1·50—1·80	Mur z kamienia łamanego . . . . .	1·90—2·50
Jęczmień nasypyany . . . . .	. . . . .	0·69	„ z piaskowca . . . . .	2·05—2·12
Kalafonja . . . . .	. . . . .	1·07	„ ceglany na wapnie świeży . . . . .	1·57—1·67
Karbid wapni . . . . .	. . . . .	2·26	„ „ „ suchy . . . . .	1·42—1·58
Kartofle . . . . .	. . . . .	1·06—1·13	Naftalina . . . . .	1·15
Kauczuk surowy . . . . .	. . . . .	0·92—0·96	Nikel lany . . . . .	8·35
Klej . . . . .	. . . . .	1·27	„ wałkowany . . . . .	8·60—8·90
Kobalt . . . . .	. . . . .	8·42	Oker . . . . .	3·50
„ sproszkowany . . . . .	. . . . .	9·50	Okrzemka . . . . .	2·66
Koks w kawałkach . . . . .	. . . . .	1·40	Ołów . . . . .	11·25—11·37
Korund . . . . .	. . . . .	3·90—4·00	Owies nasypyany . . . . .	0·43
Koście . . . . .	. . . . .	1·70—2·00	Papa asbestowa . . . . .	1·20



Papier . . . . .	0·70—1·15	Szkło fiaskowe . . . . .	2·60
Parafina . . . . .	0·87—0·91	„ flintowe . . . . .	3·15—3·90
Pianka morska . . . . .	0·99—1·28	„ zielone . . . . .	2·64
Piasek drobny suchy . . . . .	1·40—1·65	„ kryształowe . . . . .	2·90—3·00
„ „ mokry . . . . .	1·90—2·05	„ zwierciadłowe lub	
„ rzeźny mokry . . . . .	1·80	krawnowe . . . . .	2·45—2·75
Piaskowiec . . . . .	2·10—2·50	Sjenit . . . . .	2·60—2·80
Platyna kuta . . . . .	21·30—21·50	Szmirgel . . . . .	4·00
„ lana . . . . .	21·15	Tłuszcz . . . . .	0·92—0·94
Płyty kamionkowe . . . . .	2·30	Topaz . . . . .	3·51—3·57
Popiół z węgla kamiennego . . . . .	0·75	Torf ziemisty . . . . .	0·64
Porcelana . . . . .	2·30—2·50	„ smolny . . . . .	0·84
Porfir . . . . .	2·60—2·90	„ włóknisty prasowany . . . . .	0·21—0·23
Potaż . . . . .	2·26	Trachyt . . . . .	2·60—2·80
Proch strzelniczy nasypany . . . . .	0·90	Trass mielony . . . . .	0·95
„ „ słożony . . . . .	1·75	Tuff w kawałkach . . . . .	1·30
Próchnica . . . . .	0·83—0·86	„ jako cegła . . . . .	0·80—0·90
Przędziwo konopne suche . . . . .	1·50	Wapień . . . . .	2·46—2·84
„ lniańskie suche . . . . .	1·50	Wapno palone . . . . .	1·55—1·80
Pszonica nasypana . . . . .	0·70—0·80	„ „ sypkie . . . . .	0·90—1·30
Rumowisko . . . . .	1·40	„ „ gaszone . . . . .	1·15—1·25
Saletra . . . . .	1·95—2·08	Węgiel kamienny w kawał-	
„ chilijska . . . . .	2·26	kach . . . . .	1·20—1·50
Salmiak . . . . .	1·50—1·60	Węgiel brunatny w kawał-	
Serpentyń . . . . .	2·40—2·70	kach . . . . .	1·20—1·50
Siarka bezpostaciowa . . . . .	1·93	Węgiel drzewa szpilkowego . . . . .	0·28—0·40
„ krystaliczna . . . . .	1·96—2·07	„ „ bukowego . . . . .	0·30—0·47
„ czysta rodzima . . . . .	2·07	„ „ dębowego . . . . .	0·56
Skaleń zlewny albo topnik . . . . .	3·10—3·20	Wismut rodzimy . . . . .	9·80
„ polny albo ortoklaz . . . . .	2·53—2·58	„ lany . . . . .	9·82
„ wapienny . . . . .	2·60—2·80	Witryjol cynku krystaliczny . . . . .	2·04
Smoła . . . . .	1·07—1·10	„ miedzi „ . . . . .	2·20—2·30
Skóra tłuszczona . . . . .	1·02	„ żelaza „ . . . . .	1·80—1·90
„ sucha . . . . .	0·86	Wolfram . . . . .	19·10
Śnieg sypki . . . . .	0·125	Wosk . . . . .	0·95—0·98
Śnieg wilgotny . . . . .	0·20—0·80	Zaprawa wapienna sucha . . . . .	1·60—1·65
Soda żarzona . . . . .	2·50	„ „ mokra . . . . .	1·75—1·80
„ krystaliczna . . . . .	1·45	„ cementowa sucha . . . . .	1·70
Sól kamienna . . . . .	2·28—2·41	„ hydrauliczna sucha . . . . .	1·70
„ morska . . . . .	2·21	Ziemia gliniasta, ubita, świeża . . . . .	2·00
„ warzonka nasycona . . . . .	2·15—2·17	„ „ „ sucha . . . . .	1·60—1·90
„ Glauberska . . . . .	1·40—1·50	„ chuda „ „ . . . . .	1·34
Srebro lane . . . . .	10·42—10·53	Złoto rodzime . . . . .	19·33
„ kute . . . . .	10·50—10·60	„ lane . . . . .	19·25
„ z 10% miedzi . . . . .	10·31	„ kute . . . . .	19·30—19·35
Stal zlewna . . . . .	7·86	Żelazo chemicznie czyste . . . . .	7·88
„ cementowana . . . . .	7·26—7·80	„ kute . . . . .	7·86
„ świeżona . . . . .	7·50—7·80	„ zlewne . . . . .	7·85
„ lana . . . . .	7·80—7·90	„ surowe białe . . . . .	7·00—7·80
Szkło okienne . . . . .	2·40—2·60	„ „ szare . . . . .	6·80—7·60

Żelbeton . . . . .	2·40	Żywica . . . . .	1·07
Żuzel z pieców wysokich . . . . .	2·50—3·00	Żwir . . . . .	1·40—1·50
Żyto nasypane . . . . .	0·68—0·79		

c) Ciężar właściwy płynów odniesiony do jednostki ciężaru wody o ciepłocie 4° C.

Aldehyd 0° C . . . . .	0·80	Lug sodowy z 22% NaOH 15°	1·25
Alkohol bezwodny 15° C . . . . .	0·79	„ „ „ 66% „ „	1·70
„ metylowy 4° . . . . .	0·81	Maż węgla kamiennego . . . . .	1·20
„ amyłowy 20° . . . . .	0·81	Mleko 15° . . . . .	1·03
Anilina 0° . . . . .	1·04	Nafta wogóle 19° . . . . .	0·76
Benzyna 15° . . . . .	0·68—0·70	„ do świecenia 15° . . . . .	0·79—0·82
Benzol 0° . . . . .	0·90	Olej anyżowy 16° . . . . .	1·00
Bezwodnik węglowy 15° . . . . .	0·84	„ ziarna bawełny 15% . . . . .	0·93
Białko 15° . . . . .	1·04	„ bursztynowy 15° . . . . .	0·80
Brom 0° . . . . .	3·19	„ burakowy surowy 15° . . . . .	0·92
Chloroform 18° . . . . .	1·48	„ „ rafinowany 15° . . . . .	0·91
Dwusiareczek węgla 20° . . . . .	1·263	„ cytrynowy 16° . . . . .	0·84
Eter etylowy 0° . . . . .	0·74	„ kamforowy . . . . .	0·91
„ naftowy 15° . . . . .	0·67	„ karbolowy surowy 15° . . . . .	0·95—0·97
Gliceryna bezwodna 0° . . . . .	1·26	„ kokosowy 15° . . . . .	0·93
„ z 50% wody 0° . . . . .	1·13	„ kreozotowy 15° . . . . .	1·04—1·10
Jodek metylenu . . . . .	3·30	„ lawendowy 16° . . . . .	0·88
Kwas azotowy 15° . . . . .	1·53	„ lniany gotowany 15° . . . . .	0·94
„ masłowy 15° . . . . .	0·96	„ makowy 15° . . . . .	0·92
„ karbolowy 15° . . . . .	0·95—0·97	Oleje mineralne smarowe 20°	0·90—0·93
„ olejowy 15° . . . . .	0·90	Olej palmowy 15° . . . . .	0·91
„ saletrzany z 25% HNO <sub>3</sub>		„ rycinowy 15° . . . . .	0·97
15° . . . . .	1·15	„ rzepakowy surowy 15° . . . . .	0·92
„ saletrzany z 40% HNO <sub>3</sub>		„ „ rafinowany 15° . . . . .	0·91
15° . . . . .	1·25	„ słoniny 15° . . . . .	0·92
„ saletrzany z 91% HNO <sub>3</sub>		Piwo . . . . .	1·02—1·04
15° . . . . .	1·50	Rtęć 0° . . . . .	13·5956
„ solny z 10% HCl 15° . . . . .	1·05	Terpentyna 16° . . . . .	0·87
„ „ 40% „ „ . . . . .	1·20	Tran 15° . . . . .	0·92—0·93
„ siarkowy z 7·5% H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>		Wino reńskie . . . . .	0·99—1·00
15° . . . . .	1·05	„ francuskie . . . . .	0·99
„ siarkowy z 27% H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>		Witrjol cynku z 17% ZnSO <sub>4</sub> +	
15° . . . . .	1·20	+ 7 H <sub>2</sub> O 15° . . . . .	1·10
„ siarkowy z 50% H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>		Witrjol cynku z 55% ZnSO <sub>4</sub> +	
15° . . . . .	1·40	+ 7 H <sub>2</sub> O 15° . . . . .	1·40
„ siarkowy z 87% H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>		Witrjol miedzi z 15% CuSO <sub>4</sub> +	
15° . . . . .	1·80	+ 5 H <sub>2</sub> O 15° . . . . .	1·10
„ siarkowy z dymiący 15°	1·89	Witrjol miedzi z 28% CuSO <sub>4</sub> +	
„ nasycony — 20°	1·49	+ 5 H <sub>2</sub> O 15° . . . . .	1·15
Ligroina . . . . .	0·70—0·73	Woda destylowana 4° C	1·00
Lug sodowy z 13% NaOH 15°	1·15	„ morska 15° . . . . .	1·02—1·03

d) Ciężar właściwy gazów o ciepłocie 0° i 760 mm ciśnienia  
ręci odniesiony do jednostki ciężaru suchego powietrza.

Acetylen $C_2H_2$ . . . . .	0·9100	Kwas siarkawy $SO_2$ . . . . .	2·250
Amoniak $NH_3$ . . . . .	0·5920	Para alkoholu . . . . .	1·601
Azot N . . . . .	0·9714	„ eteru . . . . .	2·586
Bezwodnik węglowy $CO_2$ . . . . .	1·5291	„ ręki . . . . .	6·940
Chlor Cl . . . . .	2·4230	„ siarki . . . . .	6·617
Chlorowodor HCl . . . . .	1·2612	„ wodna . . . . .	0·6233
Etylen $C_2H_4$ . . . . .	0·9740	Tlen O . . . . .	1·1056
Gaz błotny czyli metan $CH_4$ . . . . .	0·5590	Tlenek węgla CO . . . . .	0·9673
„ kwasu solnego $HCl + 8H_2O$ . . . . .	1·2500	Siarczok węgla $CS_2$ . . . . .	2·6440
„ świetlny . . . . .	0·34—0·45	Siarkowodor $H_2S$ . . . . .	1·1750
Kwas fluorowodorowy HF . . . . .	2·37	Wodor H . . . . .	0·06927

2. Ciężar bezwzględny 1 m<sup>3</sup> ciał zbiorowych  
w kilogramach.

Bazalt . . . . .	3200	Piaszek formowy nasypany . . . . .	1200
Beton z tłuźceńca ceglanego . . . . .	1800	„ „ „ słuźcony . . . . .	1650
„ „ „ wapniowca . . . . .	2000	Pszemica nasypiana . . . . .	700—800
„ „ „ granitowego . . . . .	2200	Saletra chilijska nasypiana . . . . .	1000
Bób . . . . .	840—880	Siano lichtsze . . . . .	80—100
Buraki . . . . .	570—650	„ dobre . . . . .	100—120
Cegły zwykłe . . . . .	1375—1500	Siemię . . . . .	500—570
„ klinkerki . . . . .	1600—1800	Słoma wyki i grochu . . . . .	50—60
Cement sproszkowany . . . . .	1420	„ jęczmienia i owsa . . . . .	70—80
Drzewo bukowe łupane . . . . .	400	„ żyta i pszemicy . . . . .	90—100
„ dębowe „ . . . . .	420	Snieg świeży . . . . .	80—190
„ jodłowe „ . . . . .	340	„ mokry . . . . .	200—800
„ szpilkowe „ . . . . .	330	Sól NaCl warzonka gruboziarna . . . . .	745
„ świerkowe „ . . . . .	320	Sól NaCl warzonka drobnoziarna . . . . .	785
Gлина czysta, żwir, suche . . . . .	1800	Sól NaCl kamienna mielona . . . . .	1015
„ „ „ mokre . . . . .	2000	Torf suchy . . . . .	325—410
Gnój i guano . . . . .	750—950	„ mokry . . . . .	550—650
Granit . . . . .	2700	Tras mielony . . . . .	950
Groch . . . . .	710—850	Wapno hydrauliczne mielone . . . . .	550
Gruszki i śliwki . . . . .	350	Wapniowce i kamień łamany . . . . .	2000
Hreczka . . . . .	540—590	Wapno tłuźte sproszkowane . . . . .	500
Jabłka . . . . .	300	Węgiel drzewa miękkiego . . . . .	150
Jęczmień . . . . .	530—750	„ „ twardego . . . . .	220
Kartofle . . . . .	650—700	„ kamienny górno-szląski . . . . .	760—800
Koks . . . . .	380—530	„ „ dolno-szląski . . . . .	820—870
Koks gazowy . . . . .	360—470	Wyka . . . . .	670—880
Mąka nasypiana . . . . .	400—500	Zaprawa wapienna . . . . .	1700—1800
„ słuźcona . . . . .	700—800	Żyto . . . . .	600—800
Owies . . . . .	430—537		
Piaszek, glina, ziemia, suche . . . . .	1600		
„ „ „ mokre . . . . .	2000		

### 3. Objętość w metrach sześciennych jednego ładunku 10.000 kilogramów ciał zbiorowych.

Buraki . . . . .	15·4 do 17·5	Piasek formowy nasypany . . . . .	8·3
Cegły zwykłe . . . . .	6·7—7·3	„ „ słończony . . . . .	6·1
„ klinkerki . . . . .	5·6—6·3	Sól kamienna NaCl mielona . . . . .	9·80
Drzewo bukowe łupane . . . . .	25·0	Torf suchy . . . . .	24·4—30·8
„ dębowe „ . . . . .	23·8	„ mokry . . . . .	15·4—18·2
„ jodłowe „ . . . . .	29·40	Tras mielony . . . . .	10·5
„ szpilkowe „ . . . . .	30·3	Wapno palone . . . . .	7·7—8·4
„ świerkowe „ . . . . .	31·30	Wapniowce i kamień łamany . . . . .	5·0
Gлина świeżo ukopana . . . . .	6·0	Węgiel brunatny w kawałkach . . . . .	12·8—15·4
„ czysta sucha . . . . .	5·6	„ kamienny górno-szląski . . . . .	12·5—13·2
„ „ mokra . . . . .	5·0	„ „ dolno-szląski . . . . .	11·5—12·2
Kartofle . . . . .	13·7—14·3	Zaprawa wapienna . . . . .	5·6—5·9
Koks gazowy . . . . .	21·3—27·8	Żwir rzeczny suchy . . . . .	3·7—4·3
„ zwykły . . . . .	18·9—26·3	„ „ mokry . . . . .	3·5—4·0
Maż węgla kamiennego . . . . .	8·3	Żuzel i popiół koksowy . . . . .	16·7
Piasek rzeczny mokry . . . . .	5·7		

## F. PRZEDWOJENNE CENY, ZEBRANE Z CAŁEGO OBSZARU RPL. POLSKIEJ.

Opracował inż. M. Żerebecki.

**Uwagi.** Podaję ceny, obliczone w złotych, od najniższych do najwyższych, a także i ceny średnie.

Przy robociznie i zwózce: najniższe ceny obowiązują na Kresach Wschodnich, w małych miastach, najwyższe zaś w centrach przemysłowych, na Górnym Śląsku i w największych miastach.

Przy materiale budowlanym najniższe ceny obowiązują w odpowiednich centrach przemysłowych (Górny Śląsk), najwyższe zaś na Kresach Wschodnich i na innych obszarach, odległych od centr przemysłowych (ze względu na duże koszty transportu).

Stosowanie cen wynika samo przez się, przyczem otrzymuje się obraz stosunku cen dzisiejszych do cen przedwojennych, wyrażonych w parytecie złotym. Okazuje się przytem objaw ogólnej drożyzny (nawet w najsilniejszej walucie, t. j. dolarach), wahającej się między 20 a 35 procent cen przedwojennych. Drożyzna tyczy się jednak nie wszystkich pozycji, gdyż zarobki częściowo w Polsce stoją jeszcze niżej parytetu światowego.

### 1. Ceny robocizny i zwózki materiałów.

Liczba porządkowa	Nazwa	Cena za 1 godzinę pracy: Złoty			Uwagi
		od	do	średnio	
1	Starszy podmajstrzy . . . . .	—	1·64	—	
2	Pisarz budowlany . . . . .	—	0·95	—	
3	Stróż dzienny . . . . .	0·17	0·58	0·37	
4	„ nocny . . . . .	0·25	0·86	0·56	
5	Podmajstrzy betoniarski . . . . .	1·11	1·28	1·20	
6	„ ciesielski . . . . .	0·63	1·26	0·92	
7	„ kamieniarski . . . . .	0·74	1·58	1·05	
8	„ murarski . . . . .	0·63	1·28	1·00	
9	„ rusztowaniowy . . . . .	1·00	1·22	1·13	
10	Majster tracki . . . . .	1·06	1·12	1·09	
11	Nadzorca (przodownik) robotników . . . . .	0·53	1·16	0·71	
12	Asfalcjarz . . . . .	0·63	1·11	0·83	
13	Bednarz . . . . .	0·42	1·05	0·74	

Liczba pyządkowa	Nazwa	Cena za 1 godzinę pracy: Złotych			Uwagi
		od	do	średnio	
14	Błacharz . . . . .	0·33	1·05	0·64	
15	Bronzownik . . . . .	0·79	1·16	0·98	
16	Brukarz: do bruków drewnianych . .	1·05	1·05	1·05	
17	" " " kamiennych . .	1·16	1·26	1·21	
18	Ceglarz (cegielnik) . . . . .	0·58	0·63	0·61	
19	Cieśla . . . . .	0·27	0·95	0·59	
20	Czólnik (marynarz) . . . . .	—	1·05	—	
21	Dachówkarz (pokrywacz dachówką) .	0·27	0·92	0·57	
22	Drenarz . . . . .	0·21	0·75	0·48	
23	Dziecko (chłopak) . . . . .	0·21	0·32	0·26	
24	Gonciarz (pokrywacz gontem) . . . .	0·27	1·04	0·65	
25	Górnik (kamiennik) . . . . .	0·27	1·16	0·72	
26	Gracarz (zarabiacz zapraw) . . . . .	0·30	0·58	0·44	
27	Grobkarz (tamiarz) . . . . .	0·53	1·05	0·79	
28	Kamieniarz skal I. i II. klasy . . . .	0·33	1·03	0·63	
29	" " III. klasy . . . . .	0·74	1·26	0·98	
30	Kamiennik (górnik) . . . . .	0·27	1·16	0·72	
31	Kobieta . . . . .	0·21	0·42	0·28	
32	Kolodziej . . . . .	0·42	1·05	0·73	
33	Kanalarz . . . . .	—	0·32	—	
34	Kowal . . . . .	0·32	0·58	0·41	
35	Koźlarz (ustawiacz rusztowań) . . . .	0·74	1·10	0·92	
36	Lakiernik . . . . .	1·16	1·26	1·21	
37	Łupkarz (pokrywacz łupkiem) . . . .	0·23	0·92	0·59	
38	Malarz pokojowy (z farbami) . . . . .	0·27	1·47	1·17	
39	Marmurnik . . . . .	—	1·34	—	
40	Marynarz (czólnik) . . . . .	—	1·05	—	
41	Maszynista . . . . .	—	1·50	—	
42	Monter (złudec) konstrukcyj żelazn. .	—	1·26	—	
43	Murarz . . . . .	0·33	0·95	0·57	
44	" do gzymsów i fasad . . . . .	0·84	1·16	1·00	
45	" sztukaturmistrz . . . . .	0·23	1·26	0·81	
46	Paparz (pokrywacz papą) . . . . .	0·23	0·90	0·57	
47	Pokościarz (roboty malarskie) . . . .	0·95	1·05	1·00	
48	Pokrywacz dachówką . . . . .	0·27	0·92	0·57	
49	" gontem . . . . .	0·27	1·04	0·65	
50	" łupkiem . . . . .	0·23	0·92	0·59	
51	" papą . . . . .	0·23	0·90	0·57	
52	Pomocnik (robotnik dzienny) . . . . .	0·17	0·47	0·33	
53	" asfalcjarski . . . . .	0·53	0·53	0·53	
54	" betoniarski . . . . .	—	0·57	—	
55	" blacharski . . . . .	0·37	0·58	0·49	

Liczba porządkowa	Nazwa	Cena za 1 godzinę pracy: Złotych			Uwagi
		od	do	średnio	
56	Pomocnik brukarski . . . . .	0·42	0·84	0·66	
57	" cieśliński . . . . .	0·20	0·53	0·34	
58	" dachówkarza . . . . .	0·58	0·59	0·59	pokrywacza dachówką
59	" gonciarza . . . . .	—	0·58	0·58	pokrywacza gontem
60	" górnika . . . . .	0·29	0·68	0·46	
61	" kamieniarski . . . . .	0·53	0·63	0·58	
62	" koźlarza (ustawiacza ruszto- wań) . . . . .	—	0·46	0·46	
63	" kowalski . . . . .	0·37	0·51	0·45	
64	" lakierniczy . . . . .	—	—	0·36	
65	" łupkarza . . . . .	0·21	0·59	0·50	pokrywacza łupkiem
66	" malarza pokojowego . . . . .	0·37	0·68	0·50	z farbami
67	" murarski . . . . .	0·50	0·63	0·58	
68	" murarza do fasad i gzym- sów . . . . .	0·53	0·70	0·62	
69	" paparza . . . . .	—	—	0·58	pokrywacza papą
70	" ślusarski . . . . .	0·32	0·68	0·43	
71	" stolarski . . . . .	0·37	0·53	0·45	
72	" studniarski . . . . .	0·27	0·71	0·50	
73	" szklarski . . . . .	—	—	0·42	
74	" tapicerski . . . . .	0·26	1·00	0·50	
75	" tracza . . . . .	—	—	0·55	
76	" w wodzie . . . . .	0·21	0·75	0·42	
77	" wykładacza ścian płytkami	—	0·84	—	
78	" zduna . . . . .	0·37	0·74	0·56	
79	Przodownik (nadzorca) robotników . . . . .	0·53	1·16	0·71	
80	Robotnik dzienny (pomocnik) . . . . .	0·46	0·47	0·47	
81	" fabryki żelaza . . . . .	—	0·84	—	
82	Rzeźbiarz . . . . .	—	1·37	—	
83	Ślusarz . . . . .	1·05	1·05	1·05	
84	Stolarz . . . . .	0·41	1·15	0·84	
85	Studniarz . . . . .	—	1·16	—	
86	Szklarz . . . . .	1·11	1·57	1·34	
87	Tamiarz (groblarz) . . . . .	0·53	1·05	0·79	
88	Tapeciarz (roboty tapetowe) . . . . .	0·89	1·26	1·08	
89	Tapicer . . . . .	0·53	1·16	0·90	
90	Thuczkarz (naprzykład szutru) . . . . .	—	0·58	—	
91	Tracz . . . . .	—	0·60	—	
92	Układacz faszyn . . . . .	—	1·05	—	





Liczba porządkowa	Nazwa	za	Cena w złotych		
			od	do	średnio
17	Bratrura (rura do pieczenia) . . . . .	1 kg	—	—	0·63
18	Carbolinum . . . . .	"	0·13	0·44	0·42
19	Cegła piaskowa wapienna . . . . .	1000 sztuk	47·00	52·00	46·00
20	Cegła palona 29×14×6·5 cm . . . . .	"	42·00	63·00	58·00
21	" " 27×13×7 cm . . . . .	"	—	—	61·00
22	" " 25×12×6·5 cm . . . . .	"	—	—	52·50
23	Cegła dęta (pusta) . . . . .	"	59·00	83·00	73·00
24	" ogniotrwała (szamotowa) . . . . .	100 kg	—	—	4·73
25	Cement portlandzki (1 m <sup>3</sup> = 1200 kg) . . . . .	1 m <sup>3</sup>	53·50	250·00	135·00
26	" romański (1 m <sup>3</sup> = 800 kg) . . . . .	"	29·00	101·00	67·00
27	" żuźlowy . . . . .	100 kg	—	—	4·70
28	Giosy kamienne do 0·3 m <sup>3</sup> miękkie . . . . .	1 m <sup>3</sup>	—	—	46·15
29	" " 0·3 m <sup>3</sup> twarde . . . . .	"	—	—	84·05
30	" " (od 0·3 do 0·6 m <sup>3</sup> ) miękkie . . . . .	"	—	—	69·45
31	" " ( " 0·3 " 0·6 m <sup>3</sup> ) twarde . . . . .	"	—	—	126·10
32	Cyna angielska . . . . .	1 kg	2·63	3·26	3·15
33	Cynk . . . . .	"	—	—	0·63
34	Dachówka szklana . . . . .	1 sztuka	—	—	2·10
35	" żłobkowana (palona) . . . . .	1000 sztuk	80·00	170·00	116·00
36	Dranice . . . . .	1 m <sup>6</sup>	—	—	0·16
37	Dreny (polowe) . . . . .	1000 sztuk	23·00	157·00	90·00
38	Drut miedziany . . . . .	1 kg	—	—	4·20
39	" żelazny 0·3 mm gruby . . . . .	"	0·53	1·01	0·80
40	" " 0·4 " " . . . . .	"	0·29	0·95	0·65
41	" " 1·0 " " . . . . .	"	0·29	0·69	0·50
42	" " od 6·0 do 10·0 mm gruby . . . . .	"	0·29	0·53	0·44
43	" " ocynkowany . . . . .	"	1·05	2·31	1·70
44	" " żarzony (do robót sztukatoro- wych) . . . . .	"	0·79	1·89	1·15
45	Drut mosiężny . . . . .	"	—	—	2·74
46	Dyle gipsowe, 25 cm szerokie, zależnie od długości i grubości . . . . .	1 sztuka	1·90	3·60	2·80
47	Dynamit . . . . .	1 kg	—	—	2·10
48	Drzewo budowlane: okrągłe miękkie . . . . .	1 m <sup>3</sup>	19·00	45·00	36·00
49	" " " twarde . . . . .	"	38·00	73·00	56·00
50	" " kantówka miękka . . . . .	"	32·00	104·00	68·00
51	" " " twarda . . . . .	"	44·00	181·00	117·00
52	" " deski miękkie . . . . .	"	40·00	63·00	53·00
53	" " " twarde . . . . .	"	95·00	189·00	150·00
54	" " opałowe miękkie . . . . .	1 m <sup>3</sup>	6·30	14·40	10·35
55	" " " twarde . . . . .	"	8·40	18·40	13·40
56	Drzwiczki do okien piwnicznych (żelazne) . . . . .	1 kg	—	—	0·84

Liczba porządkowa	Nazwa	za	Cena w złotych		
			od	do	średnio
57	Drzwiczki do pieca piekarskiego (żelazne) . . . . .	1 kg	—	—	0.72
58	Dźwigary żelazne (walcowane) . . . . .	"	0.25	0.57	0.40
59	Farba olejna biała . . . . .	"	1.32	1.73	1.53
60	" " ciemna . . . . .	"	1.05	1.47	1.26
61	" wapienna (ziemna) biała . . . . .	"	—	—	1.22
62	" " " ciemna . . . . .	"	0.32	0.84	0.58
63	Faszyny wiązka . . . . .	1 wiązka	—	—	2.80
64	Gąsior (40×15 cm) . . . . .	1000 sztuk	116.00	520.00	210.00
65	Gips . . . . .	100 kg	5.00	13.00	9.00
66	Głaspapier (papier szklany) . . . . .	10 arkuszy	—	—	0.27
67	Glina . . . . .	1 m <sup>3</sup>	3.10	9.80	6.50
68	Gonty . . . . .	1000 sztuk	8.75	16.40	12.60
69	Graca do mieszania zaprawy . . . . .	1 sztuka	—	—	3.78
70	Gwoździe papowe . . . . .	1000 sztuk	0.80	1.54	1.40
71	" żelazne, kute, 53 do 158 mm długie . . . . .	"	53.50	94.50	74.00
72	Gwoździe drutowe, 20 mm, długie . . . . .	"	—	—	0.42
73	" " 30 " " . . . . .	"	—	—	0.68
74	" " 40 " " . . . . .	"	1.01	1.89	1.45
75	" " 50 " " . . . . .	"	—	—	1.50
76	" " 60 " " . . . . .	"	1.68	1.84	1.78
77	" " 70 " " . . . . .	"	2.32	3.15	2.74
78	" " 80 " " . . . . .	"	3.26	4.55	3.91
79	" " 90 " " . . . . .	"	4.30	4.60	4.45
80	" " 100 " " . . . . .	"	5.46	5.78	5.62
81	" " 110 " " . . . . .	"	—	—	7.15
82	" " 120 " " . . . . .	"	—	—	9.45
83	" " 130 " " . . . . .	"	—	—	10.30
84	" " 140 " " . . . . .	"	11.45	12.00	11.80
85	" " 150 " " . . . . .	"	12.60	15.10	13.90
86	" " 160 " " . . . . .	"	13.80	17.70	15.90
87	" " 170 " " . . . . .	"	—	—	16.00
88	" " 180 " " . . . . .	"	—	—	17.20
89	" " dłuższe . . . . .	"	32.60	38.00	35.30
90	" do łupku, żelazne, nieocynkowane . . . . .	"	—	—	10.50
91	" " " " ocynkowane . . . . .	"	—	—	21.00
92	" " robót sztukatorskich . . . . .	"	1.58	3.15	3.00
93	" miedziane (1000 sztuk = 2 kg) . . . . .	"	6.70	31.50	27.00
94	" gontale . . . . .	"	—	—	1.37
95	Gruz ceglany (tluczeniec) . . . . .	1 m <sup>3</sup>	—	—	4.70
96	Haki do rynien, żelazne, nieocynkowane . . . . .	1 sztuka	0.53	0.77	0.66
97	" " " " ocynkowane . . . . .	"	0.72	1.05	0.90



Liczba porządkowa	Nazwa	za	Cena w złotych		
			od	do	średnio
139	Metrówka (miara długości, 1 m) . . . . .	1 sztuka	—	—	2·73
140	Miedź . . . . .	1 kg	—	—	3·15
141	Minja . . . . .	"	—	—	0·80
142	Miotła włosienna . . . . .	1 sztuka	—	—	2·10
143	Młotek murarski . . . . .	"	1·57	1·68	1·63
144	Nożyczki stalowe, biurowe, 25 cm długie . . . . .	"	—	—	2·31
145	Obcęgi . . . . .	"	1·47	3·15	2·31
146	Obręcze (żelazne) na beczki: 2 mm grubości . . . . .	1 kg	—	—	0·34
147	Obręcze (żelazne) na beczki: 2·3 mm grubości . . . . .	"	—	—	0·32
148	Obręcze (żelazne) na beczki: od 3 mm i wyż . . . . .	"	—	—	0·30
149	Okucie okien wewnętrznych . . . . .	komplet.	1·97	10·00	5·80
150	" " zewnętrznych . . . . .	"	1·14	11·00	6·07
151	" drzwi . . . . .	"	3·87	19·43	11·65
152	Olej lniany . . . . .	1 l	1·00	1·47	1·40
153	Ołów lany . . . . .	1 kg	0·54	0·72	0·63
154	" walcowany . . . . .	"	0·78	1·26	1·02
155	Papa dachowa, zależnie od grubości (1 rolka = 10 m <sup>2</sup> ) . . . . .	1 rolka	3·15	6·30	4·80
156	Papier szklany (zwany „glaspapierem“) . . . . .	100 arkusz.	—	—	2·70
157	Pędzel murarski . . . . .	1 sztuka	—	—	1·42
158	Piasek kopany . . . . .	1 m <sup>3</sup>	4·66	6·80	5·78
159	" rzeczny . . . . .	"	—	—	6·00
160	" kwarcowy . . . . .	"	14·70	17·85	16·33
161	Piła ręczna (do drzewa) . . . . .	1 sztuka	2·36	4·72	3·54
162	Pion murarski ze sznurem i szpulką . . . . .	"	—	—	1·26
163	Pokost lniany . . . . .	1 kg	—	—	1·47
164	Plewy . . . . .	1 m <sup>3</sup>	6·30	8·40	7·35
165	Płyta korkowa: 100×25 i 50×25, zależnie od grubości . . . . .	1 m <sup>2</sup>	3·15	10·00	6·60
166	Płyta cementowa 50×50 cm . . . . .	1 sztuka	—	—	1·58
167	" z kamienia trembowelskiego 45×45×5½ cm . . . . .	1 m <sup>2</sup>	—	—	9·40
168	Płyta kamienna . . . . .	"	15·80	29·40	22·60
169	" żelazna (blat) do kuchni . . . . .	1 kg	19·00	32·00	26·00
170	Popiół . . . . .	1 m <sup>3</sup>	—	—	3·15
171	Proch strzelniczy . . . . .	1 kg	—	—	1·35
172	Ruszt z żeliwa (do pieców) . . . . .	"	0·25	0·42	0·40
173	Salmiak . . . . .	"	—	—	2·32
174	Siatka . . . . .	"	—	—	0·38



Liczba porządkowa	Nazwa	za	Cena w złotych		
			od	do	średnio
214	Węgiel kamienny . . . . .	100 kg	2·94	3·68	3·31
215	" drzewny, z drzew miękkich . . . . .	"	8·40	10·50	9·45
216	" " " " twardych . . . . .	"	14·70	16·80	16·00
217	Włosień koński . . . . .	1 kg	2·80	4·30	3·60
218	Woda . . . . .	1 m <sup>3</sup>	—	—	0·26
219	Worek na piasek, 48 cm wysoki, 21 cm szeroki . . . . .	1 sztuka	—	—	0·42
220	Żelazo okrągłe o średnicy do 10 mm . . . . .	1 kg	0·34	0·40	0·37
221	" " " " od 10 do 40 mm . . . . .	"	0·28	0·40	0·34
222	" płaskie o grubości do 5 mm . . . . .	"	0·27	0·40	0·34
223	" " " " od 5 do 10 mm . . . . .	"	0·22	0·40	0·31
224	" walcowane . . . . .	"	0·25	0·57	0·40
225	" na obręcze do beczek . . . . .	"	—	—	0·32
226	Żeliwo . . . . .	"	—	—	0·30
227	Żwir . . . . .	1 m <sup>3</sup>	6·30	9·16	7·73

S-96

КРАСНО





3.00



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



I-301242

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000231580