

## ANALIZA MES GRUPY STREF DOCISKU W BETONIE

Piotr Sokal

**Streszczenie:** Praca przedstawia analizę MES grupy stref docisku w betonie niezbrojonym. Ma ona na celu określenie zgodności wyników uzyskanych metodą elementów skończonych z założeniami normy EC2. Badania przeprowadzono na trzech typach próbek prostopadłościennych. W pierwszej określono nośność na docisk pojedynczej strefy docisku, gdzie średni błąd wynosił 23%, a wartości wg MES były zawsze mniejsze niż według EC2. Natomiast dla dwóch kolejnych typów próbek obliczono nośność grupy z różnymi modyfikacjami ułożenia próbek, gdzie średni błąd do wyników normowych wynosił 27% i 26%. Wykorzystywany model bazował na nieliniowych założeniach dotyczących pracy betonu.

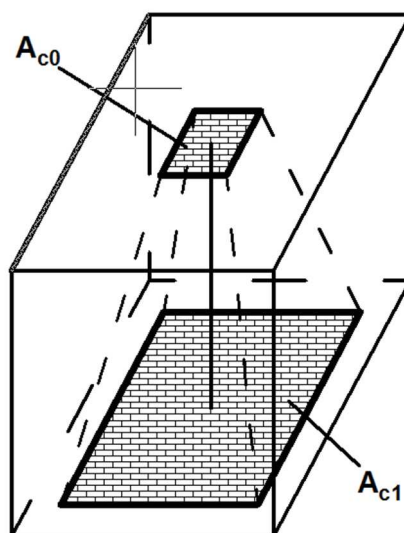
**Słowa kluczowe:** docisk, analiza MES docisku, grupa stref docisku, strefa zakotwień

## 1. Wstęp

W obecnych czasach budynki w Polsce wykonywane są najczęściej jako konstrukcje żelbetowe. Do wykonania tych konstrukcji wykorzystuje się zazwyczaj betony klas od około C20/25 do C35/45. Betony tych klas należą do betonów zwykłych. Podgrupą konstrukcji żelbetowych są sprężone konstrukcje betonowe, które mogą występować jako konstrukcje kablobetonowe lub strunobetonowe. W konstrukcjach kablobetonowych ważnym zagadnieniem jest projektowanie strefy zakotwień, w której przenoszona jest siła sprężająca z kabla na belkę. Projektowaniu stref zakotwień towarzyszy zagadnienie docisku betonu, które związane jest z miażdżeniem betonu na skutek sił ściskających. W dotychczas prezentowanych publikacjach i przepisach normowych stwierdzano ograniczenie nośności na docisk przy występowaniu koło siebie kilku stref docisku. Taka sytuacja ma miejsce na przykład w strefie podporowej belki kablobetonowej, w której kotwione jest kilka kabli sprężających.

$$F_{Rdu} = A_{c0} \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \quad (1)$$

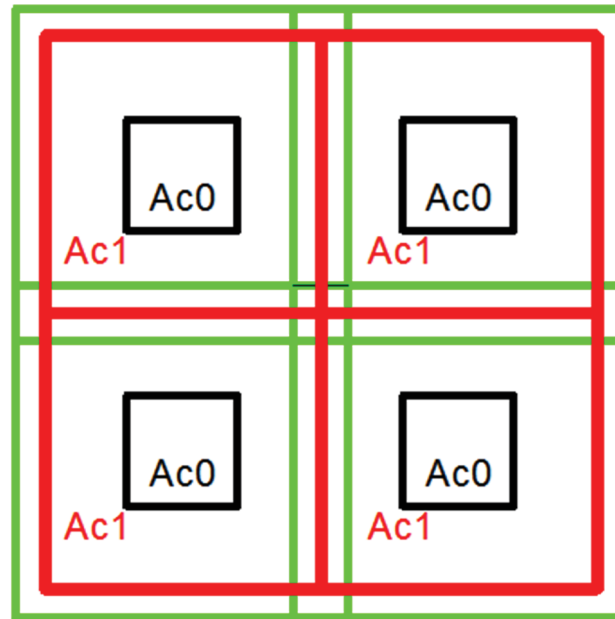
W obowiązującej w Polsce normie europejskiej EC2 [Eurokod 2 2008], w celu obliczenia nośności  $F_{Rdu}$  na docisk korzysta się ze wzoru (1). W powyższym wzorze  $A_{c0}$  oznacza powierzchnię docisku, czyli powierzchnię, na której przyłożone jest obciążenie.  $A_{c1}$  to powierzchnia rozdziału, czyli obszar, na którym rozchodzi się obciążenie, natomiast  $f_{cd}$  to obliczeniowa wytrzymałość betonu na ściskanie.



Ryc. 1. Powierzchnia rozdziału i docisku

Ryc. 1. przedstawia powierzchnie docisku i rozdziału. Norma EC2 [Eurokod 2 2008] wymaga, aby powierzchnia rozdziału była podobna do powierzchni docisku, a linia przechodząca przez środki ciężkości obu powierzchni była współosiowa z działającą siłą. EC2 dodatkowo ogranicza wielkość powierzchni rozdziału. Jej wymiary nie mogą być większe niż trzykrotność wymiarów powierzchni docisku. Kolejnym ważnym wymogiem tej normy jest fakt, że powierzchnie rozdziału sąsiednich stref docisku nie mogą na siebie nachodzić. W przypadku, gdy poszczególne powierzchnie rozdziału nachodzą na siebie, należy zredukować ich rozmiary, zachowując wcześniejsze wymagania tak, aby nie nachodził na siebie. Ryc. 2. przedstawia taką sytuację. Kolorem zielonym oznaczono powierzchnię rozdziału dla każdej strefy docisku w sytuacji, gdy nie jest ona niczym

ograniczona, prócz zachowania warunku, że jej wymiary nie mogą być większe niż trzykrotność wymiarów powierzchni docisku. Jak można zaobserwować, oznaczone tu kolorem zielonym powierzchnie rozdziału nachodzą na sąsiednie. Norma EC2 wymaga, aby ograniczyć je do czerwonych stref rozdziału, które przylegają do siebie.



Ryc. 2. Nachodzenie sąsiednich powierzchni rozdziału (opis w tekście)

Celem przeprowadzonej analizy MES było określenie zachowania się grupy stref docisku w betonie zwykłym i porównanie wyników z wynikami uzyskanymi wg zaleceń normy EC2.

## 2. Materiał i metody

Badania numeryczne MES prowadzone były na trzech typach próbek (A, B i C). W ramach każdego typu przebadano 8 próbek. Każda z nich różniła się wartością  $\sqrt{R}$ , gdzie  $R$  jest stosunkiem pola powierzchni rozdziału - zdefiniowanej zgodnie z EC2 i nienachodzącej na sąsiednie powierzchnie rozdziału - do pola powierzchni docisku. Wymiary próbek podano w tab. 1, 2 i 3.

Każda powierzchnia docisku miała kształt kwadratu o wymiarach 10x10 cm i była umieszczona na środku górnej powierzchni próbki. Powyższe typy próbek (A, B i C) (ryc. 3) miały charakterystyczne cechy:

A – próbka, w której występowała pojedyncza strefa docisku. Wymiary poprzeczne zostały tak dobrane, aby powierzchnia rozdziału pokrywała się z przekrojem poprzecznym, a wysokość próbki była równa podwojonemu wymiarowi boku przekroju poprzecznego.

B – próbka, w której występowały cztery strefy docisku w układzie kwadratowym. Próbka powstała z połączenia czterech próbek typu A. Powierzchnie rozdziału nie nachodziły na siebie i zapełniały całą powierzchnie przekroju poprzecznego próbki.

C – próbka, w której znajdowały się cztery strefy docisku w układzie kwadratowym. Próbka powstała poprzez „włożenie” próbki typu B w blok o wymiarach 100x100x100, przy czym powierzchnia górna pochodząca z próbki typu B znajdowała się na środku górnej powierzchni tego bloku.

Tab. 1. Wymiary próbek typu A

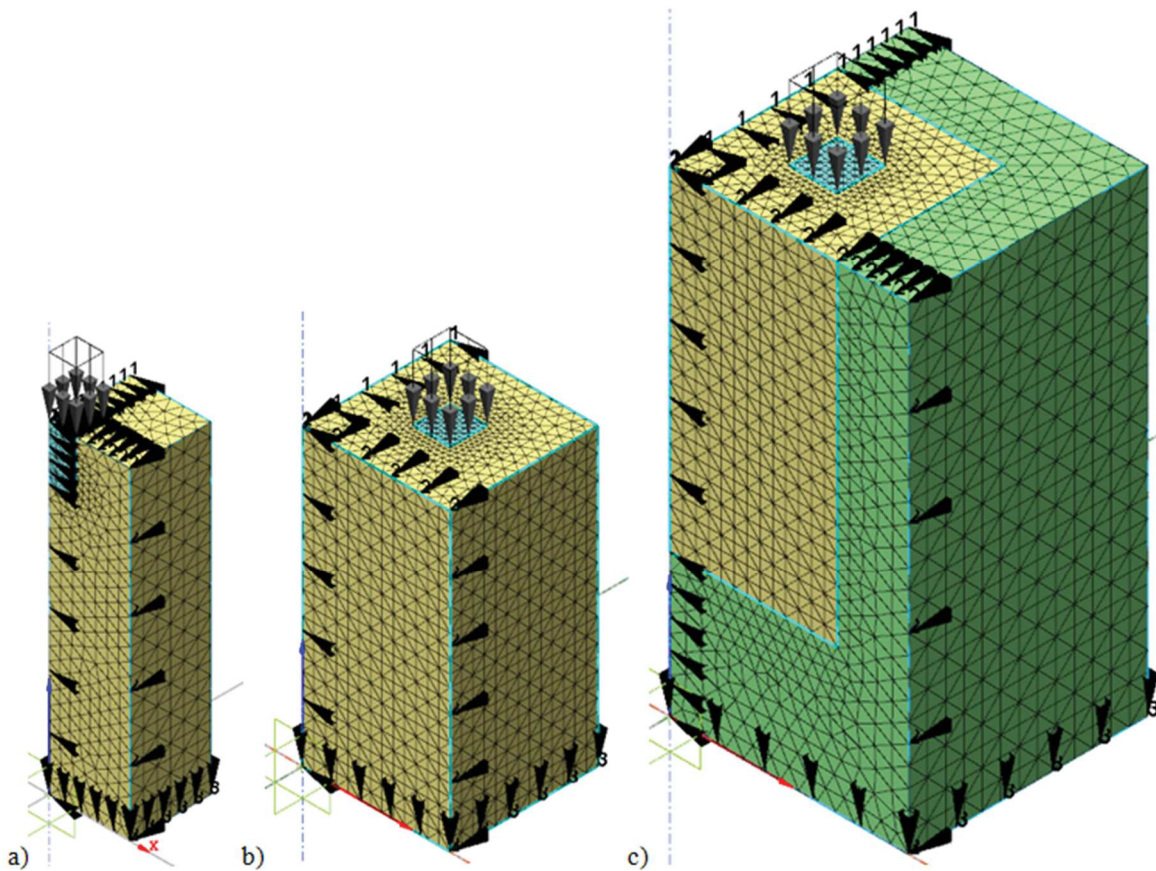
| Symbol | $\sqrt{R}$ | Wymiary (szer. x<br>dług. x wys.) w cm |
|--------|------------|--|
| A1.5   | 1.5        | 15x15x30                               |
| A2.0   | 2.0        | 20x20x40                               |
| A2.5   | 2.5        | 25x25x50                               |
| A3.0   | 3.0        | 30x30x60                               |
| A3.5   | 3.5        | 35x35x70                               |
| A4.0   | 4.0        | 40x40x80                               |
| A4.5   | 4.5        | 45x45x90                               |
| A5.0   | 5.0        | 50x50x100                              |

Tab. 2. Wymiary próbek typu B

| Symbol | $\sqrt{R}$ | Wymiary (szer. x dług. x wys.) w cm | Odl. między śr. pow. docisku w cm | Odl. od śr. pow. docisku do kraw. betonu w cm |
|--------|------------|-------------------------------------|-----------------------------------|---|
| B1.5   | 1.5        | 30x30x30                            | 15                                | 7.5   |
| B2.0   | 2.0        | 40x40x40                            | 20                                | 10.0  |
| B2.5   | 2.5        | 50x50x50                            | 25                                | 12.5  |
| B3.0   | 3.0        | 60x60x60                            | 30                                | 15.0  |
| B3.5   | 3.5        | 70x70x70                            | 35                                | 17.5  |
| B4.0   | 4.0        | 80x80x80                            | 40                                | 20.0  |
| B4.5   | 4.5        | 90x90x90                            | 45                                | 22.5  |
| B5.0   | 5.0        | 100x100x100                         | 50                                | 25.0  |

Tab. 3. Wymiary próbek typu C

| Symbol | $\sqrt{R}$ | Wymiary (szer. x dług. x wys.) w cm | Odl. między śr. pow. docisku w cm | Odl. od śr. pow. docisku do kraw. Betonu w cm |
|--------|------------|-------------------------------------|-----------------------------------|---|
| C1.5   | 1.5        | 100x100x100                         | 15                                | 42.4  |
| C2.0   | 2.0        | 100x100x100                         | 20                                | 40.0  |
| C2.5   | 2.5        | 100x100x100                         | 25                                | 37.5  |
| C3.0   | 3.0        | 100x100x100                         | 30                                | 35.0  |
| C3.5   | 3.5        | 100x100x100                         | 35                                | 32.5  |
| C4.0   | 4.0        | 100x100x100                         | 40                                | 30.0  |
| C4.5   | 4.5        | 100x100x100                         | 45                                | 27.5  |
| C5.0   | 5.0        | 100x100x100                         | 50                                | 25.0  |



Ryc. 3. Typy próbek (ćwiartki): a) A, b) B, c) C

Do wykonania modelu numerycznego i obliczeń wykorzystano pakiet TNO DIANA z interfejsem FX+. W celu przyspieszenia obliczeń analizy prowadzono na ćwiartkach próbek, co było możliwe na skutek symetryczności próbek. Zapewniono odpowiednie warunki brzegowe w postaci zablokowania przesuwny

w kierunku do powierzchni spodniej elementu i na dwóch ścianach bocznych (pokrywających się z płaszczyznami symetrii pełnych próbek).

Wytrzymałość na ściskanie betonu próbek przyjęto równą 38 MPa, co odpowiada klasie C30/37, którą można stosować w konstrukcjach sprężonych. Wytrzymałość na rozciąganie wynosiła 2.9 MPa. Pracę betonu opisano krzywą  $\sigma$ - $\epsilon$  bazującą na wykresie paraboliczno-prostokątnym. W celu uwzględnienia skrępowania wykorzystano model Selby i Vecchio [Selby, Vecchio 1993]. Natomiast dla określenia zarysowania zastosowano model Hordijka, Cornellijsena i Reinhardta [Hordijk, Cornelissen, Reinhardt 1986], [Hordijk 1991]. Uwzględniono również wpływ zarysowania na wytrzymałość przez zastosowanie modelu Vecchio i Collinsa [Vecchio, Collins 1993]. Elementy siatki miały kształt piramid i były zagęszczone w pobliżu miejsca przyłożenia siły. Liczba elementów wynosiła: około 6000 dla próbek typu A, około 20000 dla próbek typu B i od około 24000 do 50000 dla próbek typu C.

Obciążenie przyłożono do powierzchni docisku znajdującej się na górnej powierzchni próbki. W celu określenia nośności zwiększano je stopniowo. Przyrosty obciążenia wahały się w granicach 0.1 – 1.0 MPa i zależały od ilości iteracji w poprzednim kroku i optymalnej liczby iteracji wynoszącej 7. W obliczeniach nie stosowano algorytmu związanego ze sterowaniem przemieszczeniem przy obciążaniu.

Obliczenia według EC2 prowadzone były dla wytrzymałości betonu wynoszącej 38 MPa i tę wartość wprowadzono do wzoru (1).

### 3. Wyniki

Wyniki obliczeń normowych i numerycznych przedstawiono w tab. 4. Wartość  $q$  to naprężenia na powierzchni docisku przy których dochodzi do zniszczenia. Dolny indeks z oznaczeniem „MES” oznacza wartość z obliczeń numerycznych, a EC2 z obliczeń według Eurokodu 2. Ryc. 4 przedstawia sposób zarysowania elementów.

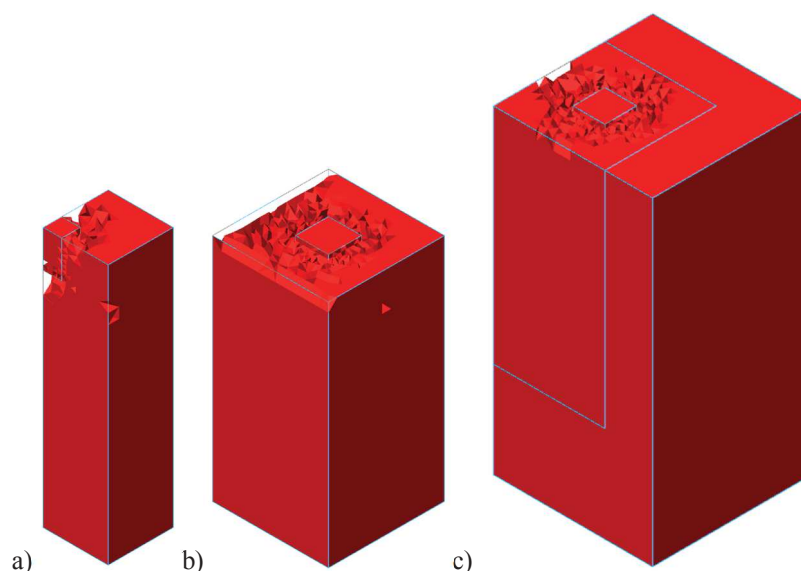
Tab. 4 Wyniki

| Symbol | $\sqrt{R}$ [-] | $q_{MES}$ | $q_{EC2}$ | $n = \frac{q_{MES}}{q_{EC2}}$ |
|--------|----------------|-----------|-----------|-------------------------------|
| A1.5   | 1.5            | 48.0      | 57.0      | 0.84                          |
| A2.0   | 2.0            | 63.0      | 76.0      | 0.83                          |
| A2.5   | 2.5            | 73.1      | 95.0      | 0.77                          |
| A3.0   | 3.0            | 75.0      | 114.0     | 0.66                          |
| A3.5   | 3.5            | 85.6      | 114.0     | 0.75                          |
| A4.0   | 4.0            | 87.8      | 114.0     | 0.77                          |
| A4.5   | 4.5            | 83.1      | 114.0     | 0.73                          |
| A5.0   | 5.0            | 90.2      | 114.0     | 0.79                          |
| B1.5   | 1.5            | 9.0       | 57.0      | 1.57                          |
| B2.0   | 2.0            | 62.7      | 76.0      | 1.17                          |
| B2.5   | 2.5            | 75.2      | 95.0      | 0.95                          |
| B3.0   | 3.0            | 61.0      | 114.0     | 0.77                          |
| B3.5   | 3.5            | 83.9      | 114.0     | 0.73                          |
| B4.0   | 4.0            | 85.2      | 114.0     | 0.74                          |
| B4.5   | 4.5            | 83.2      | 114.0     | 0.74                          |
| B5.0   | 5.0            | 86.5      | 114.0     | 0.76                          |
| C1.5   | 1.5            | 89.7      | 57.0      | 1.57                          |
| C2.0   | 2.0            | 89.2      | 76.0      | 1.17                          |
| C2.5   | 2.5            | 89.8      | 95.0      | 0.95                          |
| C3.0   | 3.0            | 87.4      | 114.0     | 0.77                          |
| C3.5   | 3.5            | 83.7      | 114.0     | 0.73                          |
| C4.0   | 4.0            | 84.2      | 114.0     | 0.74                          |
| C4.5   | 4.5            | 84.0      | 114.0     | 0.74                          |
| C5.0   | 5.0            | 86.5      | 114.0     | 0.76                          |

### 4. Dyskusja

Z przedstawionych wyżej rezultatów wynika, że dla próbek typu A, czyli dla pojedynczych stref docisku średni błąd wynosił 23%. Wszystkie wyniki były mniejsze niż uzyskane wg EC2. Dla próbek typu B błąd wynosił 34%, lecz spadał on do wartości 27%, gdy nie uwzględniano się wyniku dla próbki B1.5. Wynik dla tej próbki był zadziwiająco niski. Prawdopodobnie wystąpiły pewne niezgodności w modelu MES tej próbki. Podobnie zastanawiający wynik dotyczy próbki B3.0. Dla próbek typu C średni błąd wynosił 26%. Można się spodziewać, że zastosowanie algorytmów ze sterowaniem przemieszczeniem spowoduje rozwiązanie problemu z próbkami

B1.5 i B3.0, a także pozwoli na uzyskanie lepszej zgodności poprzez uwzględnienie dodatkowej nośności w końcowej fazie pracy elementu. Można zaobserwować, że próbki typu A i B otrzymują podobne nośności przy tym samym  $R$ . Natomiast między próbkami typu A i B a próbkami typu C przy tym samym  $R$  występują znaczące różnice. Widoczne jest to przede wszystkim na próbkach o  $\sqrt{R}$  równym 1.5, 2.0 i 2.5. Wskazuje to na fakt współpracy (w próbkach typu C) betonu znajdującego się poza powierzchnią rozdziału. Fakt ten powinien być sprawdzony również innymi modelami betonu, a także badaniami doświadczalnymi. W normach budowlanych można znaleźć zapisy podobne do EC2, jednak dostęp do badań eksperymentalnych grup docisku jest bardzo słaby. Można również zaobserwować, że dla próbek typu A i B dla  $\sqrt{R}$  większego od 3.0 osiągały wartości nośności wynoszące około 84 MPa. Wszystkie próbki typu C uzyskiwały nośność około 85 MPa, bez względu na wartość  $\sqrt{R}$ .



Ryc. 4. Zarysowanie ćwiartek próbek: a) typu A, b) typu B, c) typu C

## 5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań należy stwierdzić, że modele numeryczne grupy stref docisku uwzględniają do współpracy betonu znajdujący się poza powierzchnią rozdziału. Tylko w przypadku próbek C1.5 i C2.0 wartości nośności przekraczały wartości normowe. Dla próbki C2.5 nośność wynosiła 95% wartości normowej. W pozostałych przypadkach obliczone wartości były mniejsze o około 25%. Z tego względu wydaje się korzystne w dalszych pracach uwzględnienie możliwości sterowania przemieszczeniem przy obciążaniu. Może to poprawić zwiększenie dokładności obliczeń. W dalszych badaniach należy przeprowadzić analizę wpływu wytrzymałości betonu na ściskanie i rozciąganie na nośność grupy stref docisku. Z powodu słabego dostępu do badań grupy stref docisku może okazać się konieczna weryfikacja eksperymentalna tego zagadnienia.

## 6. Literatura

- Eurokod 2.** 2008. PN-EN 1992-1-1:2008, Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1. Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN, Warszawa.
- Selby R. G., Vecchio F. J.** 1993. Three-dimensional Constitutive Relations for Reinforced Concrete. Tech Rep. 93-02, University of Toronto, dept. Civil Engineering, Toronto.
- Model Code 2010** 2012. Final draft, Vol. 1, Bulletin 65. FIB, Lausanne.
- Hordijk D. A.** 1991. Local Approach to Fatigue of Concrete, praca doktorska, Technical University Delft, Delft.
- Cornelissen H. A., Hordijk D. A., Reinhardt H.** 1986. Experimental determination of crack softening characteristics of normalweight and lightweight concrete. Heron, Vol. 31, No. 2, 1986.
- Vecchio F. J., Collins M. P.** 1993. Compression response of cracked reinforced concrete. Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 12. ASCE, 3590-3610.

**Nazwa instytucji:** Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Pracownia Konstrukcji Sprężonych

**Opiekun naukowy:** dr hab. inż. Andrzej Seruga, prof. PK

**Adres do korespondencji:** piotr@sokal.pl