POLITECHNIKA KRAKOWSKA
im. Tadeusza Kościuszki

ZOFIA GRĘPLOWSKA

ZBIÓR ZADAŃ Z PRZEPŁYWÓW W PRZEWODACH POD CIŚNIENIEM

POMOC DYDAKTYCZNA

Wydanie drugie poprawione

Kraków 2001

ADRES REDAKCJI
ul. Warszawska 24
31-155 Kraków

Projekt graficzny okładki: Barbara Skąpska
Komputerowe przygotowanie okładki: Andrzej Szewczyk

Wydanie pierwsze – 1993 r.

ISBN 83-7242-147-1

Z dostarczonego składu łamanie, druk i oprawę wykonano w Zakładzie Graficznym PK.
Ark. wyd. 5,00. Ark. druk. 6,00. Oddano do druku 2.04.2001 r. Podpisano do druku 3.04.2001 r.

Zam. 59/2001 Nakład 300+65+18 egz. Cena zł 13,00

SPIS TREŚCI

1. WSTĘP 5
2. PODSTAWOWE ZAŁOŻENIA I DEFINICJE 5
3. PODSTAWOWE RÓWNANIA 6
   3.1. Równanie ciągłości przepływu 6
   3.2. Równanie Bernoulliego 7
4. KONSTRUOWANIE LINII ENERGII, CIŚNIEŃ BEZWZGLĘDNYCH I PIEZOMETRYCZNYCH 11
5. KLASYFIKACJA RUROCIĄGÓW POJEDYNCZYCH ORAZ PODSTAWOWE TYPY ZADAŃ 13
   5.1. Rurociągi krótkie i długie. Definicja pojęć 13
   5.2. Podstawowe typy zadań z rurociągów wraz z przykładami 14
6. PRZEPUSTY, SYFONY, LEWARY 30
   6.1. Przepusty i syfony 30
   6.2. Lewary 33
7. OBLICZANIE UKŁADÓW RUROCIĄGÓW DŁUGICH 37
   7.1. Rurociągi w układzie szeregowym 37
   7.2. Rurociągi w układzie równoległym 42
   7.3. Rurociągi równomiernie wydatkujące po drodze 47
   7.4. Sposoby rozwiązywania zadań z układów rurociągów długich 51
8. ZBIÓR ZADAŃ Z RUROCIĄGÓW Z ROZWIĄZANIAMI 57
9 LITERATURA 98

1. WSTĘP

Tematem niniejszej pomocy dydaktycznej jest ustalony przepływ w przewodach pod ciśnieniem. Problematyka ta wchodzi w zakres wykładów i ćwiczeń audytoryjnych z przedmiotów: Mechanika płynów, Hydraulika, Hydraulika budowli wodnych oraz Hydraulika i hydrologia prowadzonych dla studentów różnych specjalności Wydziału Inżynierii Środowiska i Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Krakowskiej.

Zbiór zadań z przepływów w przewodach pod ciśnieniem odpowiada swoją treścią i zakresem tematyce wymienionych zajęć i przeznaczony jest dla studentów studiów dziennych oraz studiów zaocznych.

Niniejszy podręcznik obejmuje cztery części:

I) teoretyczne podstawy przepływów pod ciśnieniem (rozdz. 2÷4),

II) podstawowe typy zadań wraz z przykładami (rozdz. 5),

III) podstawy obliczeń zasadniczych elementów sieci wodociągowych oraz szczególnych urządzeń przesyłających wodę (rozdz. 6 i 7),

IV) zbiór zadań z rozwiązaniami.

Część zadań zamieszczonych w niniejszej publikacji jest oryginalna. Pozostałe zostały zapożyczone z innych podręczników i zbiorów zadań, przy czym w większości przypadków zostały przeredagowane odpowiednio do potrzeb przewidywanego odbiorcy tej pomocy dydaktycznej.

Autorka dziękuje **dr. hab. inż. A. Kisielowi – prof. PK** za korektę merytoryczną tekstu oraz **mgr inż. K. Baran i mgr inż. A. Rysiowi** za wykonanie rysunków.

2. PODSTAWOWE ZAŁOŻENIA I DEFINICJE

Niniejszy zbiór zadań dotyczy ustalonego przepływu pod ciśnieniem w rurociągach i ich układach. Zakłada się, iż parametrami istotnymi dla obliczeń inżynierskich są: średnia prędkość przepływu v w przekroju poprzecznym przewodu oraz ciśnienie p w jego środku geometrycznym.

Definicje:

Ruch pod ciśnieniem jest to ruch wywołany różnicą ciśnień w skrajnych przekrojach rozpatrywanego odcinka strumienia. Oznacza to, że siłą motoryczną ruchu jest spadek linii ciśnień.

Ruch ustalony jest to ruch, którego parametry w danym przekroju są stałe w czasie: $v(t)$ =const, $Q(t)$ =const.

Szczególnym przypadkiem ruchu ustalonego jest przepływ jednostajny, którego parametry są stałe w czasie i przestrzeni.

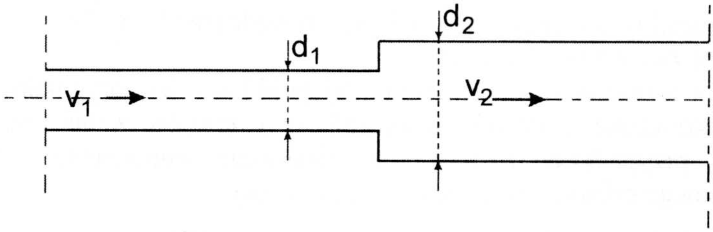
Średnia prędkość przepływu: $v = Q / A$, gdzie Q jest natężeniem przepływu, zaś A - polem powierzchni przepływu.

3. PODSTAWOWE RÓWNANIA

3.1. RÓWNANIE CIĄGŁOŚCI PRZEPŁYWU

Równanie ciągłości przepływu wynika z zasady zachowania masy i w ruchu ustalonym ma postać:

$$Q = \text{const}$$



Rys.1. Szkic rurociągu w układzie szeregowym

Dla przewodów w układzie szeregowym przybiera ono postać zgodnie z rys. 1 :

$$Q_1 = Q_2 = A_1 v_1 = A_2 v_2 \tag{1}$$

gdzie:

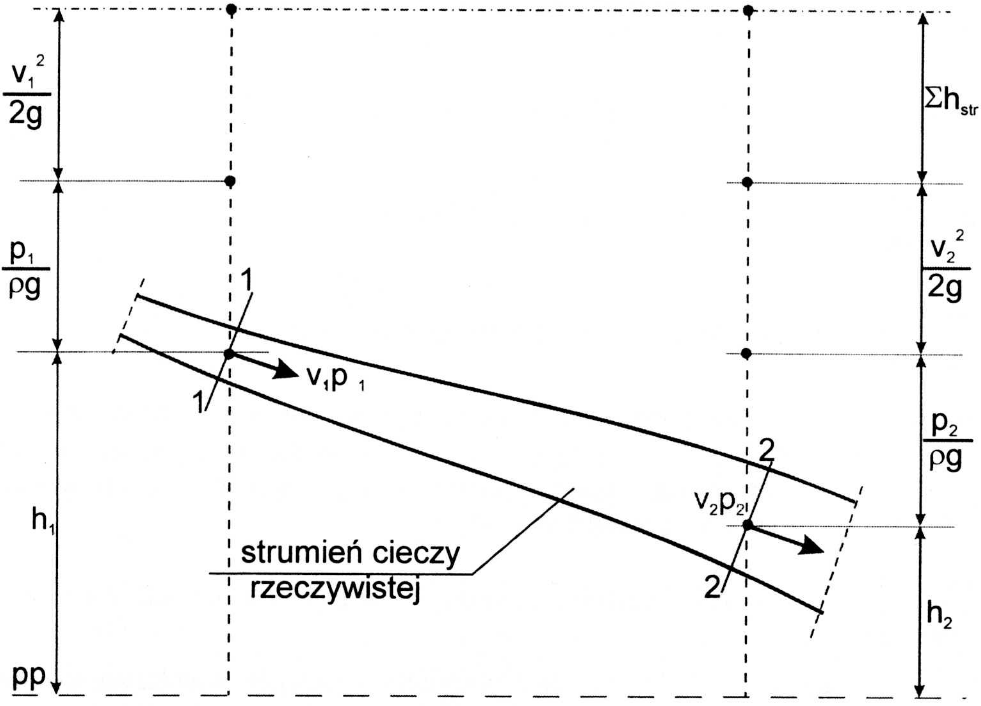
$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$$

$$A_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}$$

3.2. RÓWNANIE BERNOULLIEGO

Wynika ono z zasady zachowania energii mechanicznej. Podana poniżej postać równania odnosi się do strumienia cieczy rzeczywistej.

> **Uwaga:** Ciecz rzeczywista to ciecz lepka. Jej przepływowi towarzyszy wydatkowanie energii na pokonanie oporów ruchu. Tę ilość energii traktuje się w hydraulice jako stratę energii mechanicznej.



Rys.2. Interpretacja graficzna równania Bernoulliego dla strumienia cieczy rzeczywistej

W ruchu ustalonym cieczy rzeczywistej wysokości energii mechanicznej, czyli odpowiednie sumy wysokości energii potencjalnej i kinetycznej dla dwóch przekrojów tego samego strumienia, różnią się między sobą o wartość wysokości strat energii wydatkowanej na pokonanie oporów ruchu.

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum h_{str} \tag{2}$$

gdzie:

h_1, h_2 – wzniesienie środków ciężkości strumienia w przekrojach 1-1 i 2-2 ponad poziom porównawczy, czyli wysokości energii położenia tych punktów,

$\frac{p_1}{\rho g}, \frac{p_2}{\rho g}$ – wysokości ciśnienia w środkach ciężkości przekrojów 1-1 i 2-2,

$h_1 + \frac{p_1}{\rho g}$ – wysokość energii potencjalnej w przekroju 1-1,

$h_2 + \frac{p_2}{\rho g}$ – wysokość energii potencjalnej w przekroju 2-2,

$\frac{v_1^2}{2g}, \frac{v_2^2}{2g}$ – wysokości średnich prędkości w przekrojach 1-1 i 2-2,

α_1, α_2 – współczynniki St. Venanta (zwane również współczynnikami Coriolisa), wyrażające wartość stosunku rzeczywistej energii kinetycznej strumienia do wartości tej energii określonej w oparciu o prędkość średnią w przekroju,

$\frac{\alpha v_1^2}{2g}, \frac{\alpha v_2^2}{2g}$ – wysokości energii kinetycznej strumienia w przekrojach 1-1 i 2-2.

Uwaga: ze względu na to, że w przypadku rurociągów współczynnik α jest bliski "1" , został on w dalszych rozważaniach pominięty.

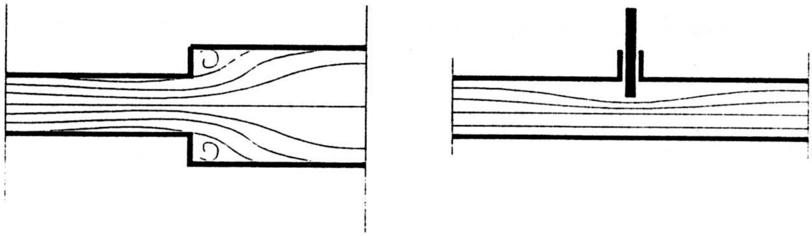
Jak widać, równanie Bernoulliego zostało zapisane dla tzw. **wysokości** energii mechanicznej. Wysokość energii jest to jej wartość przypadająca na jednostkę ciężaru rozpatrywanego elementu cieczy, stąd wymiar tej wielkości to [m].

Na występujący w równaniach człon $\sum h_{str}$ składają się straty energii dwojakiego rodzaju: straty lokalne i liniowe straty na tarcie (tzw. straty na długości):

$$\sum h_{str} = \sum h_{lok} + \sum h_{dl}$$

Lokalne straty energii

Lokalne straty energii związane są z koniecznością pokonania przez strumień miejscowych przeszkód, wywołujących lokalne zaburzenie przepływu.



Rys. 3. Przykłady przeszkód, powodujących lokalne straty energii strumienia

Wysokość straty lokalnej oblicza się ze wzoru:

$$h_{lok} = \zeta \frac{v^2}{2g} \tag{3}$$

gdzie:

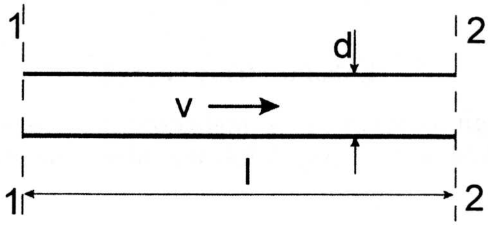
ζ – empiryczny współczynnik zależny od rodzaju przeszkody i parametrów ją charakteryzujących (patrz: norma PN-76/M 34034),

v – prędkość za przeszkodą, wywołującą stratę energii.

Uwaga: Jedynym wyjątkiem od powyższej zasady jest przypadek straty na wylocie z rurociągu (współczynnik $\zeta = 1$ i odnosi się do prędkości w rurociągu, a zatem przed wylotem – patrz rozdz. 5.2).

Straty na długości

Straty na długości (liniowe) wywołane są wewnętrznym tarciem cieczy oraz tarciem cieczy o ściany przewodu. Wysokość tych strat jest proporcjonalna do długości rozpatrywanego odcinka przewodu.



Rys. 4. Interpretacja wielkości występujących we wzorze na wysokość straty liniowej

$$h_{dl} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \tag{4}$$

gdzie:

v – średnia prędkość na rozpatrywanym odcinku rurociągu o stałej średnicy d,

l – długość rozpatrywanego odcinka rurociągu,

λ – współczynnik strat na tarcie określony przez Colebrooka i White'a:

$$\lambda = f\left(\frac{k}{d}, \mathrm{Re}\right) \tag{5}$$

k – chropowatość bezwzględna przewodu, równa średniej wysokości nierówności na jego wewnętrznej powierzchni,

d – średnica rozpatrywanego odcinka rurociągu,

$\frac{k}{d}$ – chropowatość względna,

$\mathrm{Re} = \frac{vd}{\nu}$ – liczba Reynoldsa,

ν – kinematyczny współczynnik lepkości cieczy w danej temperaturze; w przypadku wody, o ile nie ma konkretnych danych, wartość jego można przyjmować równą $1 \cdot 10^{-6}$ [m²/s], co odpowiada temperaturze ~ 20°C.

Współczynnik λ odczytuje się z nomogramu Colebrooka-White'a dla obliczonych wartości k/d oraz Re (patrz: norma jw.).

Uwaga: Równanie Bernoulliego bilansuje energię mechaniczną pomiędzy dwoma przekrojami w odniesieniu do pewnego poziomu porównawczego, zatem przed jego zapisaniem należy:

- przyjąć i zaznaczyć poziom porównawczy,
- przyjąć i zaznaczyć dwa rozpatrywane przekroje rurociągu (prostopadłe do kierunku przepływu).

4. KONSTRUOWANIE LINII ENERGII, CIŚNIEŃ BEZWZGLĘDNYCH I PIEZOMETRYCZNYCH

Zgodnie z oznaczeniami przyjętymi na rys.5 równanie Bernoulliego ma postać:

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{str} \tag{6}$$

Linia energii jest to graficzny obraz przebiegu zmian wysokości energii na rozpatrywanym odcinku strumienia, opisanych równaniem Bernoulliego.

Uwaga: Linia energii zawsze opada w kierunku zgodnym z kierunkiem przepływu, gdyż podczas ruchu wartość energii mechanicznej maleje, ponieważ częściowo zostaje spożytkowana na pokonanie oporów ruchu.

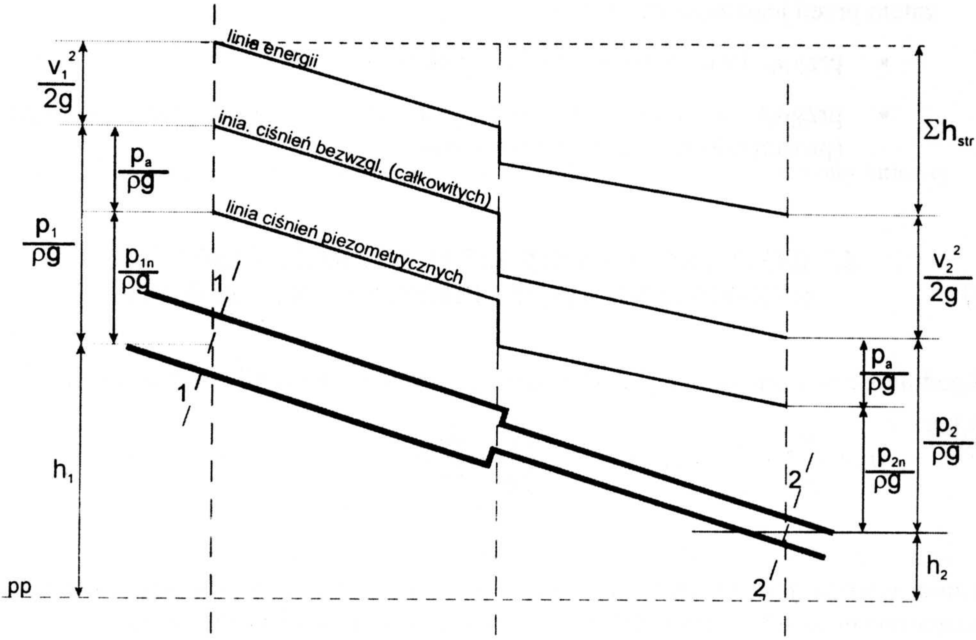
Linia ciśnień bezwzględnych jest to linia odpowiednio obniżona w stosunku do linii energii o wysokość energii kinetycznej $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$; obrazuje ona przebieg zmian energii potencjalnej strumienia na długości rozpatrywanego odcinka rurociągu.

Linia ciśnień piezometrycznych jest to linia obniżona w stosunku do linii ciśnień całkowitych (bezwględnych) o wartość wysokości ciśnienia atmosferycznego $\left(\frac{p_a}{\rho g}\right)$, zgodnie z definicją ciśnienia piezometrycznego :

$p_{piez} = p - p_a$,

gdzie p jest ciśnieniem całkowitym, a p_a ciśnieniem atmosferycznym.

Należy pamiętać, iż wysokość ciśnienia atmosferycznego, którego wartość przyjmuje się jako p_a = 1013 [hPa], wynosi 10,33 [m]. Z praktycznych więc względów przyjęło się pomijać linię ciśnień bezwzględnych, czyli całkowitych i nieco inaczej podchodzić do linii energii.



Rys.5. Przebieg linii energii i ciśnień w rurociągu pod ciśnieniem

Odejmijmy zatem od obu stron równania (6) wysokość ciśnienia atmosferycznego $\frac{p_a}{\rho g}$. Otrzymamy wówczas równanie o postaci:

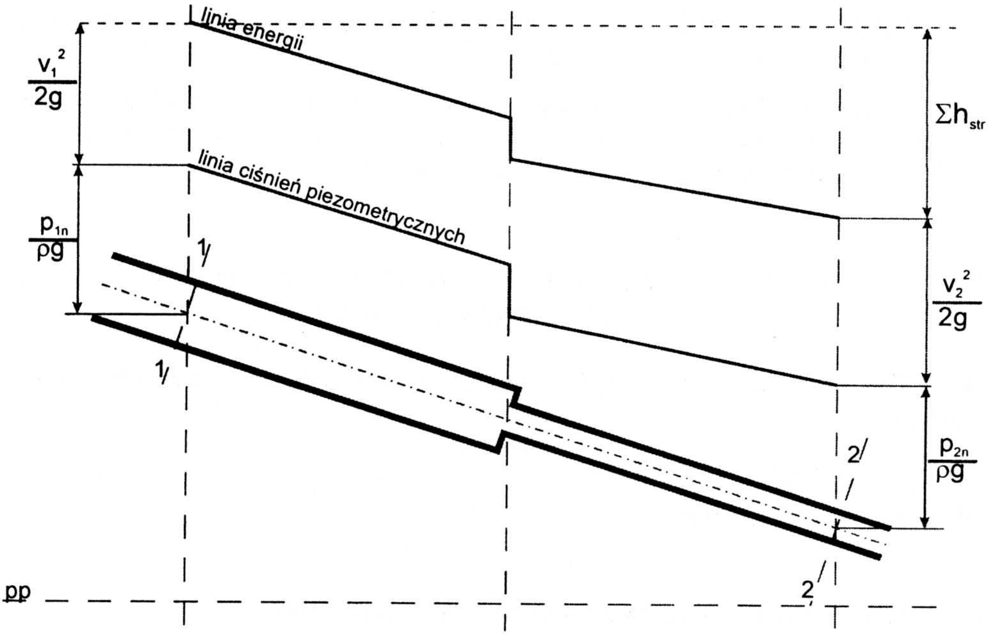
$$h_1 + \frac{p_{1n}}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_{2n}}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{str} \tag{7}$$

gdzie:

$\frac{p_{1n}}{\rho g}, \frac{p_{2n}}{\rho g}$ – wysokości ciśnienia piezometrycznego (nadciśnienia) w rozpatrywanych przekrojach rurociągu.

Przy tak zapisanym równaniu Bernoulliego „linia energii“ przesunięta jest w dół o wartość wysokości ciśnienia atmosferycznego, a przebieg linii ciśnień piezometrycznych nie ulega zmianie (rys.6). W dalszych rozważaniach będziemy brać pod uwagę:

- liniię energii wynikającą z pominięcia ciśnienia atmosferycznego, czyli opartą o równanie typu (7),
- linię ciśnień piezometrycznych.



Rys. 6. Zmodyfikowany obraz linii energii i linii ciśnień piezometrycznych

5. KLASYFIKACJA RUROCIĄGÓW POJEDYNCZYCH ORAZ PODSTAWOWE TYPY ZADAŃ

5.1. RUROCIĄGI KRÓTKIE I DŁUGIE. DEFINICJA POJĘĆ

Mianem **rurociągu krótkiego** określa się rurociąg, którego długość jest na tyle mała, że suma wysokości strat na tarcie $\sum h_{dl}$ jest wielkością niższego rzędu w stosunku do do wysokości sumy strat lokalnych $\sum h_{lok}$ i w związku z tym w obliczeniach uwzględnia się jedynie straty lokalne, pomijając straty na długości.

Nazwą **rurociąg długi** określa się zaś rurociąg o długości na tyle znacznej, że suma wysokości strat na tarcie jest wielkością wyższego rzędu w stosunku do sumy wysokości strat lokalnych i w związku z tym w obliczeniach pomija się straty lokalne, uwzględniając jedynie straty na długości. Kwalifikując rurociąg jako długi należy szczególnie starannie przeanalizować straty na zaworach. W przypadku ich znacznego przymknięcia straty na nich mogą osiągać wartości znaczące.

Uwaga: Dla konsekwencji w przypadku rurociągów długich pomija się również wysokości prędkości (patrz p.7.1).

W przypadku gdy dla rozpatrywanego odcinka rurociągu suma strat lokalnych jest porównywalna z sumą strat liniowych, należy uwzględniać w obliczeniach oba rodzaje strat oraz odpowiednie wysokości prędkości.

5.2. PODSTAWOWE TYPY ZADAŃ Z RUROCIĄGÓW WRAZ Z PRZYKŁADAMI

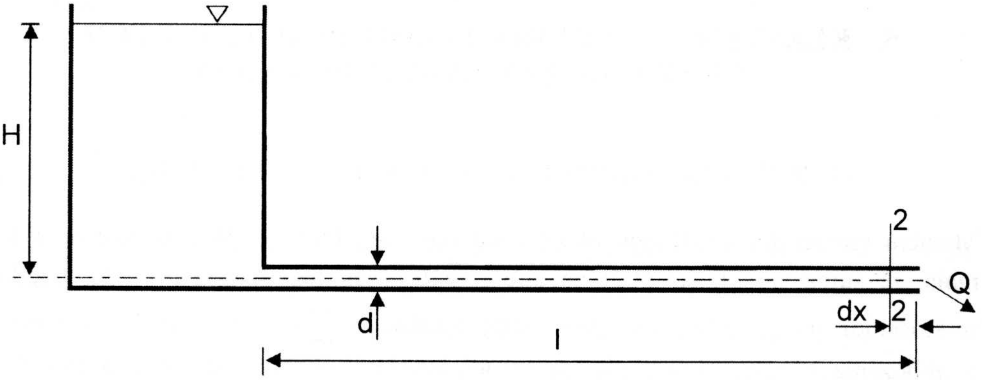
Klasyfikację zadań z rurociągów można przeprowadzić ze względu na dwa kryteria:

I – rodzaj wylotu z rurociągu,

II – rodzaj niewiadomej.

I. Klasyfikacja rurociągów ze względu na rodzaj wylotu

a) Rurociągi z wylotem w atmosferę (wypływ swobodny)



Rys.7. Rurociąg o swobodnym wypływie

Poniżej przedstawione równanie Bernoulliego dla rurociągu o swobodnym wypływie (rys.7) bilansuje energię mechaniczną strumienia pomiędzy:

- przekrojem 1-1 wybranym jako początkowy, który w tym przypadku jest przekrojem zasilającym,
- przekrojem 2-2 leżącym na końcu rurociągu, ale jeszcze w jego obrębie, a zatem w odległości *dx* przed wylotem z przewodu; w przekroju tym panuje taka sama prędkość jak w pozostałej jego części.

Równanie Bernoulliego ma więc postać:

$$H + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = 0 + \frac{p_a + \rho g \frac{d}{2}}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{str}$$

Należy zwrócić uwagę na drugi człon równania po jego prawej stronie. Przekrój 2-2 założony jest o *dx*, czyli w nieskończenie małej odległości przed wylotem z przewodu. Zatem można przyjąć, iż w tym przekroju na powierzchnię strugi działa ciśnienie zewnętrzne, czyli atmosferyczne. Jak wiadomo wszystkie wielkości wchodzące do równania Bernoulliego odnoszone są do środka ciężkości strumienia. Ciśnienie w środku ciężkości przekroju 2-2 strumienia wynosi zgodnie z podstawowym wzorem hydrostatyki:

$$p_2 = p_a + \gamma \frac{d}{2} = p_a + \rho g \frac{d}{2}$$

Proste przekształcenia równania wyjściowego prowadzą do związków:

$$H + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{d}{2} + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{str} \qquad (*)$$

$$\left(H - \frac{d}{2}\right) + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{str}$$

Jeśli mamy do czynienia z taką sytuacją, że średnica rurociągu *d* posiada wartość niższego rzędu w stosunku do głębokości wody w zbiorniku *H* (co z reguły zachodzi w przypadku przewodów wodociągowych), to możemy przyjąć założenie, iż:

$$H - \frac{d}{2} \cong H$$

i ostatecznie zapisać równanie:

$$H+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{v_2^2}{2g}+\sum h_{str}$$

Człon oznaczający sumę wysokości strat obejmuje, jak wiadomo, straty lokalne i liniowe straty na tarcie:

$$\sum h_{str}=\sum h_{lok}+\sum h_{dl}$$

Wysokości obu rodzajów strat są wprost proporcjonalne do wysokości prędkości występujących na odpowiednim odcinku rurociągu (patrz rozdz.3.2). Natężenie przepływu Q jest takie samo w zbiorniku jak i w każdym z odcinków rurociągu (założenie o ustaloności ruchu). Przekrój przepływu (prostopadły do kierunku wektora prędkości) w zbiorniku jest natomiast wielokrotnie większy od przekroju przepływu w rurociągu. Z równania ciągłości ($Q = Av$ =const) wynika zatem, że średnia prędkość przepływu w zbiorniku jest wielkością niższego rzędu w stosunku do prędkości w rurociągu. Stwierdzenie to upoważnia do przyjęcia założenia o nieistotności członu $\frac{v_1^2}{2g}$ w porównaniu zarówno z członem opisującym sumaryczną wysokość strat w rurociągu, jak i członem oznaczającym wysokość prędkości w rurociągu i pominięcia go w dalszych rozważaniach:

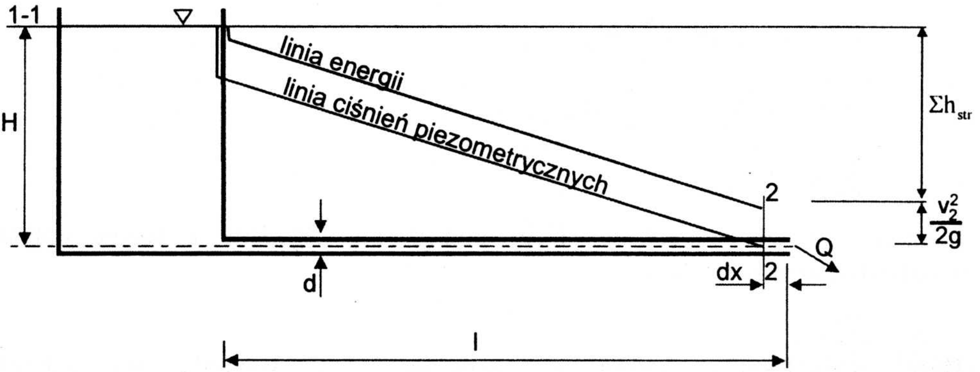
$$H=\frac{v_2^2}{2g}+\sum h_{str}$$

Uwaga: zapis równania Bernoulliego w dalszym ciągu niniejszego podręcznika oparty będzie na założeniach wynikających z wyżej przedstawionych analiz.

Należy zwrócić jeszcze uwagę na to, iż w rozpatrywanym przypadku przekrój 2-2 przyjęty został w obrębie rurociągu, w odległości *dx* **przed** wylotem z niego, a zatem przed przekrojem, w którym zachodzi strata związana z wylotem. Oznacza to więc, iż człon określający sumę wysokości strat lokalnych nie obejmuje straty na wylocie z rurociągu (ma to wyraźne odbicie w przebiegu linii energii – patrz rys.7) i jedyną stratą lokalną jest, zgodnie z rys.7, strata na wlocie do rurociągu h_{wl}:

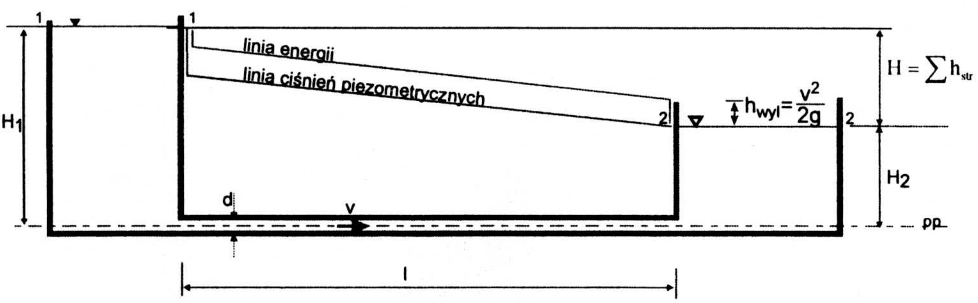
$$\sum h_{str}=h_{wl}+h_{dl}$$

Na rys. 7a przedstawiono linię energii i linię ciśnień piezometrycznych odpowiadającą przyjętym założeniom, iż w równaniu Bernoulliego, oznaczonym (*) na s. 15, pomija się wysokość prędkości wody w zbiorniku $v_1^2/2g$ oraz wartość $d/2$. Efektem ostatniego założenia jest fakt, iż linia ciśnień piezometrycznych w przekroju 2-2 trafia w środek ciężkości tego przekroju, choć w rzeczywistości zwierciadło wody w tym przekroju leży na wysokości $d/2$ ponad poziomem porównawczym (tak jak wskazuje na to prawa strona równania (*)).



Rys.7a. Linia energii i linia ciśnień piezometrycznych dla rurociągu z wylotem swobodnym odpowiadająca przyjętym wyżej założeniom

b) Rurociąg z wylotem pod zwierciadło wody



Rys. 8. Rurociąg z wylotem pod zwierciadło wody

W tym przypadku przekrój 2-2 przyjmujemy na poziomie zwierciadła wody w drugim (dolnym) zbiorniku, a zatem poza przekrojem, w którym występuje strata energii związana z wylotem z rurociągu. Musi być więc ona uwzględniona w równaniu Bernoulliego, które przybiera następującą postać:

$$H_1 + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = H_2 + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{str}$$

zatem:

$$H_1 - H_2 = H = \sum h_{str}$$

$$\sum h_{str} = \sum h_{lok} + \sum h_{dl}$$

$$\sum h_{lok} = h_{wl} + h_{wyl}$$

Prędkości w zbiornikach v_1 i v_2 pomija się, zgodnie z rozumowaniem przedstawionym w punkcie a.

II. Klasyfikacja zadań z rurociągów ze względu na wartość poszukiwanego parametru

Trzy podstawowe parametry charakteryzujące przepływ w rurociągu to:

Q – natężenie przepływu,

H – wysokość ciśnienia na wlocie do rurociągu lub w dowolnym jego punkcie, albo różnica wysokości na końcach rozpatrywanego odcinka rurociągu,

d – średnica rurociągu.

W związku z powyższym wyróżnić można trzy podstawowe problemy obliczeniowe dotyczące rurociągów (typy zadań):

A. Dane: ***Q*** **– natężenie przepływu,**
geometria przewodu (w tym *l*, *d*, *k*),

Szukane: *H* – wysokość ciśnienia w pewnym przekroju przewodu lub różnica wysokości ciśnień między dwoma przekrojami.

Przykład 1

Dwa otwarte zbiorniki połączone są stalowym przewodem (k = 1,50 [mm]) o stałej średnicy d = 100 [mm] i długości l =120 [m]. Na przewodzie tym występują lokalne zaburzenia przepływu: wlot do rurociągu o ostrych krawędziach, dwa załamania pod kątem 90^0, zasuwa przymknięta do głębokości 0,25d. Przepływ przez rurociąg wynosi $Q = 7{,}85 \cdot 10^{-3}$ [m^3/s]. Określić różnicę poziomów wody w zbiornikach Δh. Temperaturę wody przyjąć równą 20^0 C.

Dane : $Q = 7{,}85 \cdot 10^{-3}$ [m^3/s],

$l = 120$ [m],

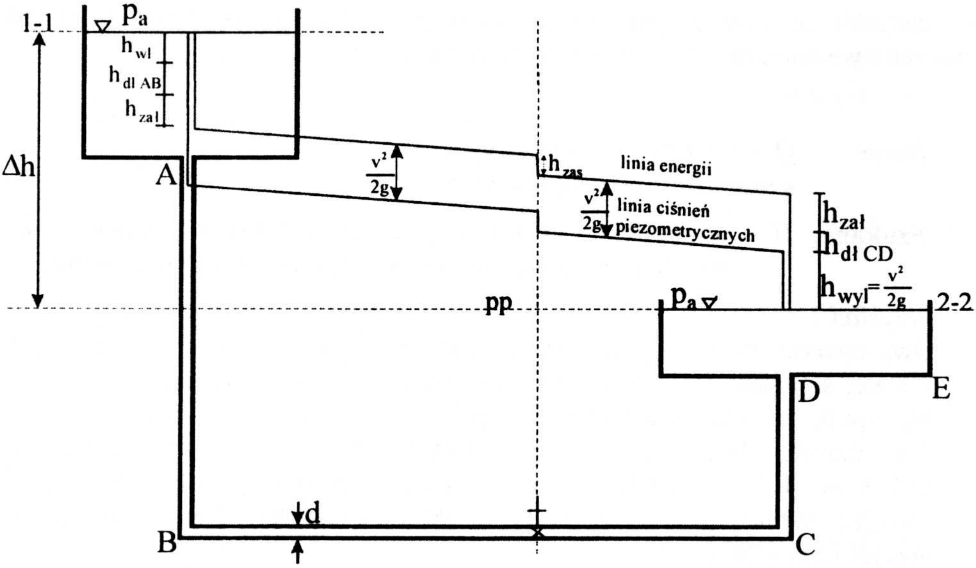
$d = 100$ [mm],

$k = 1{,}5$ [mm],

$t = 20^0 \rightarrow \nu = 1 \cdot 10^{-6}$ [m^2/s].

Przyjmijmy poziom porównawczy na wysokości zwierciadła wody w drugim (dolnym) zbiorniku oraz przekroje ograniczające na poziomach zwierciadeł wody w obu zbiornikach. Pamiętajmy, że :

- na zwierciadło wody w otwartych zbiornikach działa ciśnienie atmosferyczne p_a,
- wartości prędkości wody w zbiornikach przyjmuje się jako zerowe ze względu na to, że są one niższego rzędu w stosunku do prędkości w rurociągu,
- wypływ z rurociągu odbywa się pod zwierciadło wody.



Rys. 9. Szkic rurociągu do przykładu 1

Równanie Bernoulliego:

$$\Delta h + \frac{p_a}{\rho g} + 0 = 0 + \frac{p_a}{\rho g} + 0 + \sum h_{str}$$

$$\Delta h = \sum h_{str}$$

gdzie:

$$\sum h_{str} = \sum h_{lok} + \sum h_{dl}$$

$$\sum h_{lok} = \zeta_{wl} \frac{v^2}{2g} + 2\zeta_{zal} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{zas} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{wyl} \frac{v^2}{2g}$$

Wartości współczynników strat lokalnych odczytujemy z normy lub odpowiednich tablic:

$\zeta_{wl} = 0{,}5$

$\zeta_{zal} = 0{,}98$

$\zeta_{zas} = 0{,}26$

$\zeta_{wyl} = 1{,}0$

$$\sum h_{lok} = \frac{v^2}{2g}\left(0{,}5 + 2 \cdot 0{,}98 + 0{,}26 + 1{,}0\right) = 3{,}72\frac{v^2}{2g}$$

$$\sum h_{dl} = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}$$

W celu określenia wartości współczynnika λ, który jest funkcją chropowatości względnej i liczby Reynoldsa obliczamy:

– chropowatość względną:

$$\frac{k}{d} = \frac{1{,}5}{100} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$$

– liczbę Reynoldsa:

$$\mathrm{Re} = \frac{vd}{\nu},$$

przy czym:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1^2}{4} = 7{,}85 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{m}^2]$$

zatem:

$$v = \frac{7{,}85 \cdot 10^{-3}}{7{,}85 \cdot 10^{-3}} = 1{,}0\ [\mathrm{m/s}]$$

$$\mathrm{Re} = \frac{1{,}0 \cdot 0{,}1}{1 \cdot 10^{-6}} = 10^5$$

Z nomogramu Colebrooka–White'a odczytujemy dla k/d=$1{,}5 \cdot 10^{-2}$ oraz $\mathrm{Re} = 10^5$ wartość współczynnika $\lambda = 0{,}044$.

Zatem:

$$\sum h_{dl} = 0{,}044\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}$$

Stąd więc:

$$\Delta h = \sum h_{str} = 3{,}72\frac{v^2}{2g} + 0{,}044\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}\left(3{,}72 + 0{,}044\frac{l}{d}\right) =$$

$$\frac{1{,}0^2}{2\cdot 9{,}81}\left(3{,}72 + 0{,}044\frac{120}{0{,}1}\right) = 2{,}88\,[\mathrm{m}]$$

Odpowiedź:

Różnica poziomów wody wynosi 2,88 [m].

B. Dane: H **– jak wyżej,**
geometria przewodu (w tym l, d, k**),**

Szukane: Q **– natężenie przepływu.**

Uwaga: Faktycznie poszukiwaną wielkością w tym typie zadań jest prędkość (średnica jest dana, a zatem powierzchnia przepływu jest znana : $Q = \frac{\pi d^2}{4} v$)

Przykład 2

Obliczyć wartość przepływu przez rurociąg pokazany na rys. 10. Wzniesienie swobodnego zwierciadła wody ponad środek ciężkości wylotowego przekroju rurociągu wynosi H = 6,20 [m], średnica rurociągu d = 25 [mm], długość rurociągu l = 100 [m], chropowatość bezwzględna k = 0,4 [mm], a kinematyczny współczynnik lepkości $\nu = 10^{-6}$ [m^2/s]. Rurociąg zaopatrzony jest w zawór motylkowy zamknięty pod katem $\varphi = 30^o$.

Dane: H = 6,20 [m],

L = 100 [m],

d = 25 [mm],

k = 0,4 [mm],

$\nu = 10^{-6}$ [m^2/s].

Przyjmując poziom porównawczy przechodzący przez środek ciężkości przekroju wylotowego, przekrój 1–1 na poziomie zwierciadła wody w zbiorniku, a przekrój 2–2 zgodnie z zasadą dotyczącą swobodnego wypływu z rurociągu, czyli o *dx* przed wylotem oraz pamiętając, że:

- zarówno na zwierciadło wody w zbiorniku, jak i na strugę przy wylocie działa ciśnienie atmosferyczne,
- można pominąć prędkość wody w zbiorniku,
- średnica rurociągu ma wartość niższego rzędu w porównaniu z *H*

otrzymujemy równanie Bernoulliego o postaci:

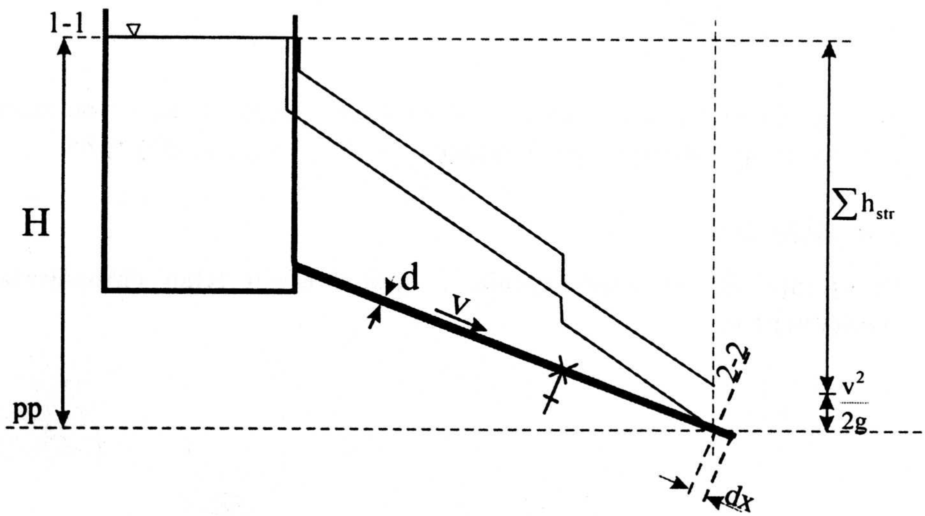
$$H + \frac{p_a}{\rho g} + 0 = 0 + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + \sum h_{str}$$

gdzie:

$$\sum h_{str} = \sum h_{lok} + \sum h_{dl}$$

$$\sum h_{lok} = \zeta_{wl} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{zaw} \frac{v^2}{2g}$$

$$h_{dl} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$



Rys. 10. Szkic rurociągu do przykładu 2

zatem:

$$H = \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g}\left(\zeta_{wl} + \zeta_{zaw} + \lambda\frac{l}{d}\right) = \frac{v^2}{2g}\left(1 + \zeta_{wl} + \zeta_{zaw} + \lambda\frac{l}{d}\right)$$

stąd:

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \zeta_{wl} + \zeta_{zaw} + \lambda\frac{l}{d}}}$$

Z tablic odczytujemy:

$$\zeta_{wl} = 0{,}5$$

$$\zeta_{zaw} = 3{,}91$$

Po podstawieniu otrzymujemy:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 6{,}20}{1 + 0{,}5 + 3{,}91 + \lambda\frac{100}{0{,}025}}} = \sqrt{\frac{121{,}64}{5{,}41 + \lambda\frac{100}{0{,}025}}}$$

Jak wiadomo współczynnik λ jest funkcją chropowatości względnej k/d oraz liczby Reynoldsa, której wartość zależy od prędkości:

$$\lambda = f\left(\frac{k}{d}, \mathrm{Re} = \frac{vd}{\nu}\right)$$

Ze względu na to, że prędkość v jest wielkością nieznaną, tego typu zadanie rozwiązuje się określając współczynnik λ metodą kolejnych przybliżeń.

I przybliżenie

Przyjmuje się, że współczynnik λ jest funkcją tylko chropowatości względnej k/d:

$$\lambda = f\left(\frac{k}{d}\right)$$

W naszym przypadku $\frac{k}{d}=\frac{0,4}{25}=1,6\cdot 10^{-2}$, a zatem pierwsze przybliżenie współczynnika strat na tarcie, odczytane z nomogramu Colebrooka–White'a, wynosi $\lambda^{'}=0,044$.

Obliczone na tej podstawie pierwsze przybliżenie prędkości równa się :

$$v^{'}=\left(\frac{121,64}{5,41+0,044\dfrac{100}{2,5\cdot 10^{-2}}}\right)^{\frac{1}{2}}=0,82\ [\mathrm{m/s}]$$

Pierwsze przybliżenie liczby Reynoldsa:

$$\mathrm{Re}'=\frac{v^{'}d}{\nu}=\frac{0,82\cdot 2,5\cdot 10^{-2}}{10^{-6}}=2,05\cdot 10^{4}$$

II przybliżenie

Przyjmuje się, że w drugim przybliżeniu współczynnik strat na tarcie jest funkcją chropowatości względnej jak poprzednio oraz liczby Reynoldsa o wartości określonej w pierwszym przybliżeniu:

$$\lambda^{''}=f\left(\frac{k}{d},\mathrm{Re}^{'}\right)$$

Zatem:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{k}{d}=1,6\cdot 10^{-2}\\&\mathrm{Re}^{'}=2,05\cdot 10^{4}\end{aligned}\right\}\quad\Rightarrow\quad \lambda''=0,046$$

Ponieważ $\lambda^{''}\neq\lambda^{'}$, więc obliczamy drugie przybliżenie prędkości :

$$v^{''}=\sqrt{\frac{121,64}{5,41+0,046\dfrac{100}{2,5\cdot 10^{2}}}}=0,80\ [\mathrm{m/s}]$$

Znając tę wartość można obliczyć trzecie przybliżenie współczynnika λ i na tej podstawie trzecie przybliżenie prędkości v. Można dalej postępować analogicznie dotąd, aż obliczymy prędkość z zadaną (wymaganą) dokładnością:

$$\left|v^{i} - v^{i+1}\right| \leq \varepsilon$$

gdzie:

v^{i}, v^{i+1} – prędkości obliczone w dwu kolejnych przybliżeniach,

ε – wymagana dokładność obliczeń, np. 0,01[m/s].

W praktyce inżynierskiej obliczanie prędkości kończy się zwykle na jej drugim przybliżeniu. W rozwiązywanym zadaniu można więc przyjąć:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} v'' = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}025^2}{4} \cdot 0{,}80 = 3{,}9 \cdot 10^{-4} \, [\mathrm{m^3/s}]$$

Odpowiedź:

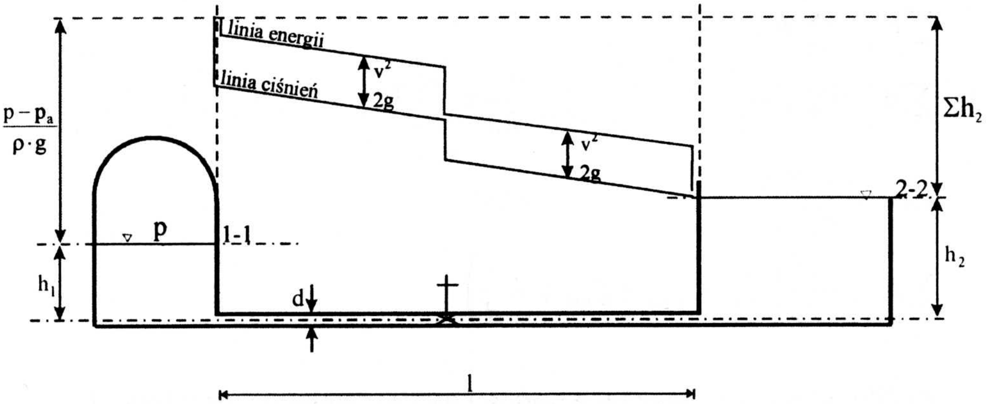
Przepływ w rurociągu wynosi 39 [l/s].

C. Dane: **H – jak wyżej,**
Q – jak wyżej,
v,

Szukane: d – średnica rurociągu.

Przykład 3

Rurociąg o długości l łączy dwa zbiorniki, z których pierwszy jest zbiornikiem zamkniętym, a drugi otwartym. Na zwierciadło wody w zbiorniku zamkniętym działa ciśnienie p. Głębokości wody w zbiornikach wynoszą odpowiednio h_1 i h_2. Zaprojektować średnicę rurociągu tak, aby przy zasuwie zamkniętej do połowy prowadził on objętość wody Q.



Rys. 11. Szkic rurociągu do przykładu 3

Dane: $Q = 2{,}9*10^{-3}$ [m³/s],

$h_1 = 2{,}0$ [m],

$h_2 = 3{,}0$ [m],

$p = 1\,268$ [hPa],

$p_a = 1\,013$ [hPa],

$l = 20{,}0$ [m],

$k = 0{,}1$ [mm],

$\nu = 10^{-6}$ [m²/s],

$\rho = 1000$ [kg/m³].

Przyjmując poziom porównawczy w osi rurociągu, przekroje 1-1 i 2-2 na poziomach zwierciadeł wody w zbiornikach oraz pomijając panujące w nich prędkości, otrzymujemy następującą postać równania Bernoulliego:

$$h_1 + \frac{p}{\rho g} + 0 = h_2 + \frac{p_a}{\rho g} + 0 + \sum h_{str}$$

Zatem:

$$h_1 + \frac{p - p_a}{\rho g} - h_2 = \sum h_{str}$$

$$\sum h_{str} = \sum h_{lok} + h_{dl}$$

$$\sum h_{lok} = \zeta_{wl}\frac{v^2}{2g} + \zeta_{zas}\frac{v^2}{2g} + \zeta_{wyl}\frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}\left(\zeta_{wl} + \zeta_{zas} + \zeta_{wyl}\right)$$

$$h_{dl} = \lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}$$

$$\sum h_{str} = \frac{v^2}{2g}\left(\zeta_{wl} + \zeta_{zas} + \zeta_{wyl} + \lambda\frac{l}{d}\right)$$

Z tablic odczytano następujące wartości współczynników strat lokalnych:

$\zeta_{wl} = 0{,}5$

$\zeta_{zas} = 2{,}06$

$\zeta_{wyl} = 1{,}0$

A więc:

$$\sum h_{str} = \sum h_{lok} + h_{dl} = \frac{v^2}{2g}\left(0{,}5 + 2{,}06 + 1{,}0 + \lambda\frac{l}{d}\right)$$

$$\sum h_{str} = \frac{v^2}{2g}\left(3{,}56 + \lambda\frac{l}{d}\right)$$

$$\frac{p - p_a}{\rho g} = \frac{(1268 - 1013)\ [\mathrm{hPa}]}{9810\ [\mathrm{N/m^2}]} = \frac{25500\ [\mathrm{N/m^2}]}{9810\ [\mathrm{N/m^3}]} = 2{,}6\ [\mathrm{m}]$$

Zatem:

$$2 + 2{,}6 - 3{,}0 = \frac{v^2}{2g}\left(3{,}56 + \lambda\frac{l}{d}\right)$$

$$1{,}6 = \frac{v^2}{2 \cdot 9{,}81}\left(3{,}56 + \lambda\frac{20}{d}\right) = P \qquad (*)$$

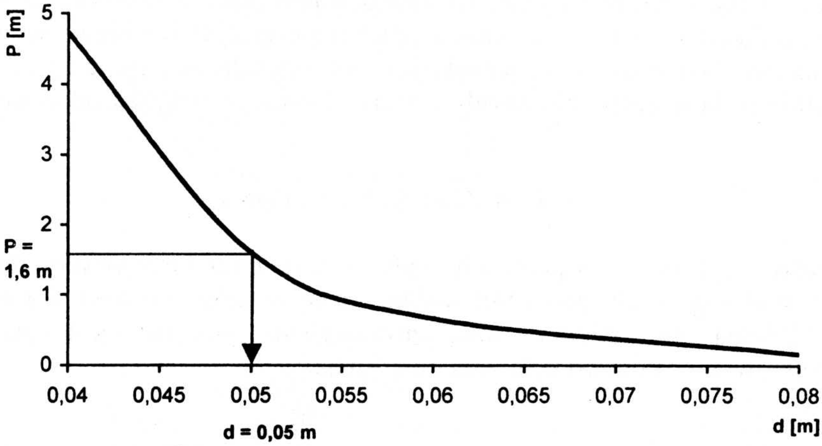
Współczynnika strat na długości λ nie można określić wprost, gdyż nie jest znana średnica rurociągu ani związana z nią prędkość. Ten typ zadań rozwiązuje się, wyznaczając średnicę rurociągu metodą kolejnych przybliżeń.

Polega ona na tym, że z przedziału rozsądnych wartości średnic (tzn. takich, jakie stosowane są w praktyce dla danych warunków) wybiera się co najmniej trzy i oblicza dla nich prawą stronę równania (*). Średnicę należy dobrać tak, aby wartość lewej strony powyższego równania mieściła się pomiędzy obliczonymi wartościami strony prawej.

Obliczenia najlepiej prowadzić tabelarycznie, jak to pokazano poniżej dla rozwiązywanego przykładu.

d [m]	$A=\frac{\pi d^2}{4}$ [m^2]	$v=\frac{Q}{A}$ [m/s]	k/d	$\mathrm{Re}=\frac{vd}{\nu}$	λ	P [m]
0,04	$1{,}26\cdot 10^{-3}$	2,3	$2{,}5\cdot 0^{-3}$	$9{,}2\cdot 10^{4}$	0,028	4,73
0,06	$2{,}8\cdot 10^{-3}$	1,04	$1{,}7\cdot 10^{-3}$	$6{,}2\cdot 10^{4}$	0,025	0,66
0,08	$5{,}0\cdot 10^{-3}$	0,58	$1{,}3\cdot 0^{-3}$	$4{,}6\cdot 10^{4}$	0,024	0,16

Z tak obliczonych wartości prawej strony równania (*) utworzyć można wykres zależności $P(d)$ – rys.12.



Rys. 12. Zależność prawej strony równania (*) od średnicy *d* rurociągu

Z wykresu tego dla wartości P = 1,6 [m] odczytać można, iż poszukiwana średnica wynosi 0.05 [m]. Dla tej wartości sprawdzono równanie (*) i otrzymano następujące wartości członów wyróżnionych w tabeli, potwierdzające trafność przyjętego rozwiązania:

$d = 0{,}05$ [m],

$A = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ [m^2],

$v = 1{,}5$ [m],

$k/d = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$,

$\mathrm{Re} = 7{,}5 \cdot 10^4$,

$\lambda = 0{,}026$,

$P = 1{,}6$ [m].

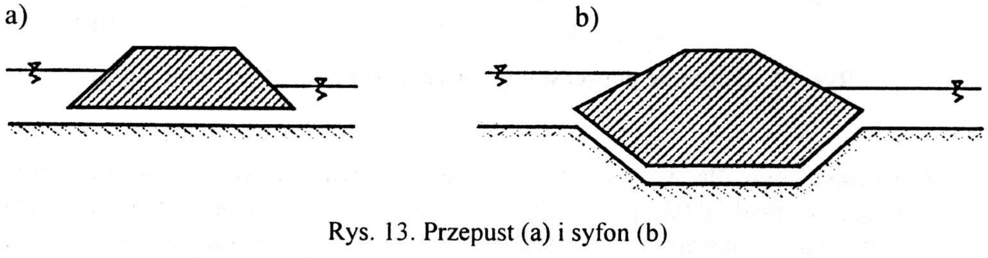
Uwaga: Jeśli w wyniku rozwiązania tego typu zadania otrzyma się nietypową średnicę, to jako odpowiedź należy przyjąć najbliższą wartość średnicy handlowej.

6. PRZEPUSTY, SYFONY, LEWARY

Nazwami tymi określa się pewne typy rurociągów, najczęściej krótkich (choć nie zawsze), które bądź ze względu na zastosowanie, bądź z powodu konieczności zapewnienia odpowiednich warunków pracy mają specyficzne cechy, wymagające komentarza. Przewody te są jednak, jak już powiedziano, rurociągami, a więc wszystkie podane uprzednio zasady i uwagi dotyczące obliczeń odnoszą się i do nich.

6.1. PRZEPUSTY I SYFONY

Przepusty i syfony są to przewody wykonywane z rur betonowych, służące do przeprowadzenia wody pod przeszkodami (nasypy dróg kołowych i kolejowych itp.). Różnią się między sobą przebiegiem: przepust jest przewodem prostoliniowym, natomiast syfon ma linię łamaną.



Rys. 13. Przepust (a) i syfon (b)

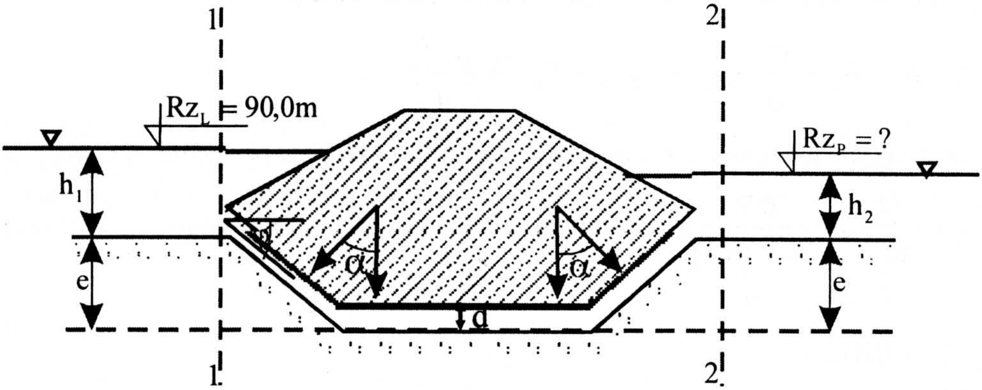
Zarówno syfony, jak i przepusty mają średnicę rzędu kilkuset (lub więcej) milimetrów i charakteryzują się współczynnikami chropowatości bezwzględnej rzędu 0,3 – 9 [mm] (przy średnich warunkach gładkości można przyjąć k = 2,5 [mm]).

Przykład 4

W celu przeprowadzenia wody pod nasypem kolejowym zbudowano syfon z rur betonowych o średnicy wewnętrznej d = 0,8 [m]. Obliczyć przy jakiej rzędnej zwierciadła wody w kanale przepływ przez syfon wynosić będzie Q = 0,75 [m^3/s].

Pozostałe dane:

l = 20 [m] (całkowita długość syfonu), R = 4,0 [m], $\alpha = 45^o$, $\varphi = 43^o$ (kąt wlotu do syfonu), Rz_L = 90,0 [m n.p.m.] (rzędna zwierciadła „wody górnej"), k = 2,5 [mm], t = 10 [°C] (temperatura wody).



Rys. 14. Szkic syfonu do przykładu 4

Przyjmijmy poziom porównawczy na wysokości poziomego dna syfonu, przekrój 1-1 przed wlotem, a przekrój 2-2 za jego wylotem (zgodnie z zasadą są to przekroje prostopadłe do kierunku przepływu w kanale). Zapiszmy równanie Bernoulliego, pamiętając, iż wszystkie człony odnosimy do środka ciężkości rozpatrywanego przekroju. Mamy zatem:

$$\left(e+\frac{h_1}{2}\right)+\frac{p_a+\rho g\dfrac{h_1}{2}}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}=\left(e+\frac{h_2}{2}\right)+\frac{p_a+\rho g\dfrac{h_2}{2}}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+\sum h_{str}$$

Po prostych przekształceniach otrzymujemy:

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{str}$$

$$h = h_1 - h_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \sum h_{str}$$

$$\sum h_{str} = \zeta_{wl} \frac{v^2}{2g} + 2\zeta_{zal} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{wyl} \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Prędkości v_1 i v_2 to odpowiednio prędkości powyżej i poniżej syfonu, czyli występujące w kanale. Prędkość v to prędkość w syfonie. Załóżmy, że różnica kwadratów prędkości w odpowiednich odcinkach kanału jest wartością niższego rzędu w stosunku do kwadratu prędkości w syfonie, a zatem i do wartości wyrażenia określającego sumę wysokości strat energii przy przepływie przez ten syfon. W związku z tym można ją pominąć i ostatecznie przyjąć:

$$h = h_1 - h_2 = \frac{v^2}{2g}\left(\zeta_{wl} + 2\zeta_{zal} + \zeta_{wyl} + \lambda \frac{l}{d}\right)$$

Wszystkie wielkości stojące po prawej stronie powyższego równania są znane:

$$v = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{0{,}75}{\frac{3{,}14 \cdot (0{,}8)^2}{4}} = 2{,}0 \text{ [m/s]}$$

$$\zeta_{wl} = 0{,}812$$

$$\frac{\frac{d}{2}}{R} = \frac{0{,}4}{4{,}0} = 0{,}1 \rightarrow \zeta_{zal} = 0{,}065$$

$$\zeta_{wl} = 0{,}812$$

$$\frac{d/2}{R} = \frac{0{,}4}{4{,}0} = 0{,}1 \rightarrow \zeta_{zal} = 0{,}065$$

$$\frac{k}{d} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-3}}{0{,}8} = 3{,}12 \cdot 10^{-3}$$

$$t = 10^o C \rightarrow \nu = 1{,}31 \cdot 10^{-6} \quad \text{[m}^2\text{/s]}$$

$$Re = \ = \frac{vd}{\nu} = \frac{2{,}0 \cdot 0{,}8}{1{,}31 \cdot 10^{-6}} = 1{,}22 \cdot 10^{6}$$

zatem:

$$\lambda = 0{,}026$$

$$h = \frac{(2{,}02)^2}{2 \cdot 9{,}81}\left(0{,}812 + 2 \cdot 0{,}065 + 1{,}0 + 0{,}026\frac{20{,}0}{0{,}8}\right) = 0{,}54\,[\mathrm{m}]$$

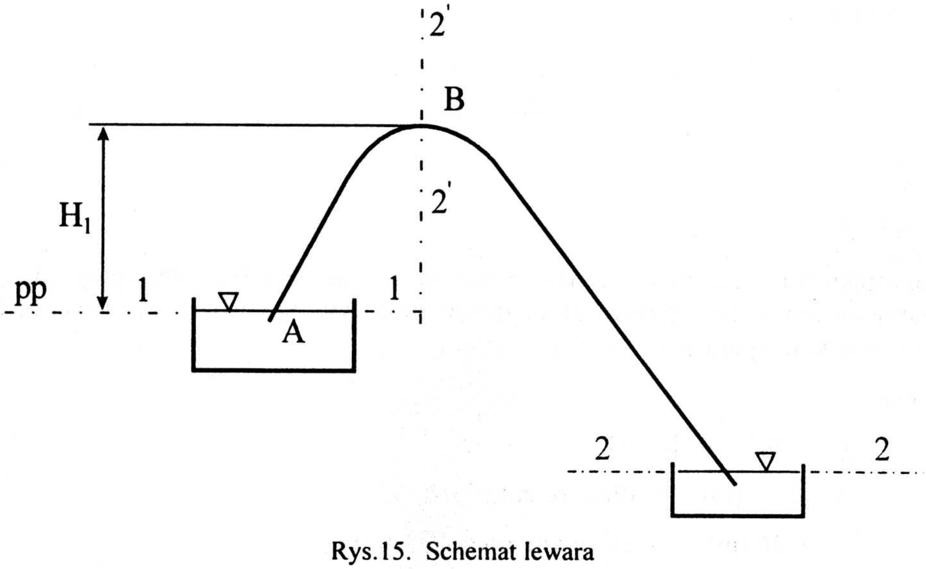
Odpowiedź:

Poszukiwana rzędna zwierciadła „wody górnej":

$$Rz_P = Rz_L - h = 90{,}00 - 0{,}54 = 89{,}46\ [\mathrm{m}]$$

6.2. LEWARY

Lewarem nazywamy rurociąg pozwalający na przeprowadzenie wody ze zbiornika położonego wyżej do zbiornika położonego niżej (możliwy jest też wylot swobodny) ponad przeszkodą. W związku z tym najwyżej położony punkt lewara (głowica) położony jest powyżej zwierciadła wody w zbiorniku górnym.



Rys.15. Schemat lewara

Ze względu na to, iż wewnątrz lewara panuje ciśnienie niższe od atmosferycznego, istnieje niebezpieczeństwo przerwania ciągłości jego pracy. Aby do tego nie doszło, musi być spełniony następujący warunek:

$$\frac{p_B}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} - \left(H_1 + \frac{v^2}{2g} + \sum h_{str}^{AB} \right) \rangle \frac{p_0}{\rho g} \tag{8}$$

gdzie:

p_a – ciśnienie atmosferyczne (w punkcie A),

p_B – ciśnienie w najwyżej położonym punkcie lewara B (najniższe ciśnienie w lewarze),

p_0 – ciśnienie wrzenia cieczy (wody) w danej temperaturze,

H_1 – wzniesienie najwyżej położonego punktu B ponad zwierciadłem wody w „górnym zbiorniku",

v – średnia prędkość w lewarze,

$\sum h_{str}^{AB}$ – suma wysokości strat energii na odcinku od wlotu do lewara (A) do najwyżej położonego punktu (B).

Lewa strona nierówności (8) wynika z równania Bernoulliego zapisanego dla przekrojów 1-1 i 2-2.

Z nierówności (8) wynika warunek konstrukcyjny określający maksymalne możliwe wzniesienie punktu B lewara, przy którym jeszcze nie zostanie przerwana jego praca:

$$H_1 \langle \frac{p_a}{\rho g} - \left(\frac{p_0}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + \sum h_{str}^{AB} \right) \tag{9}$$

Przykład 5

Zaprojektować średnicę lewara pokazanego na rys.16, aby przy danych zestawionych poniżej prowadził on zadany przepływ. Sprawdzić, czy lewar będzie pracował w temperaturze 30 [^{o}C].

Dane:

$Q = 19{,}2 \cdot 10^{-3}$ [m^3/s],

$l_1 = 2{,}12$ [m] – długość gałęzi AB,

$l = 6{,}36$ [m] – całkowita długość lewara,

$H_1 = 1,5$ [m],

$h = 1,5$ [m],

$k = 0,1$ [mm],

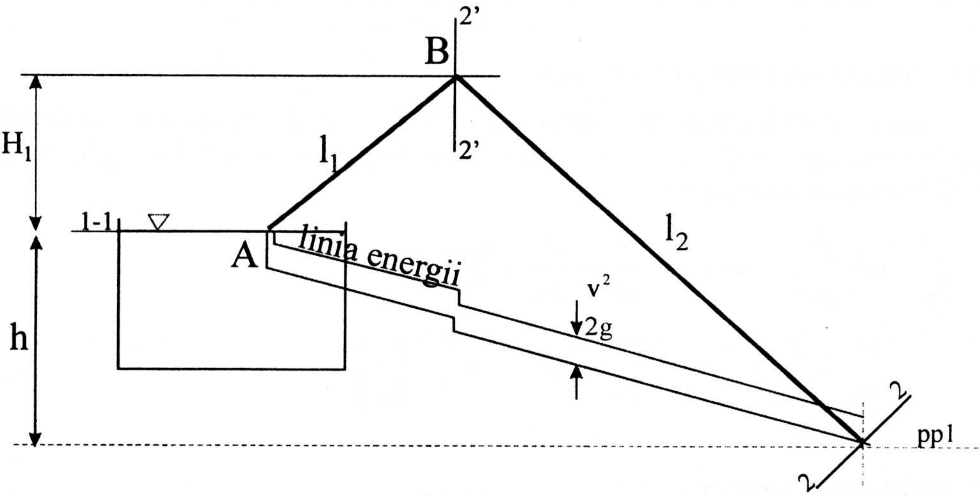
$p_a = 1013$ [hPa],

$\zeta_{skr} = 1,98$,

$\zeta_{wl} = 0,5$,

$\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ [m^2/s],

$\rho = 1000$ [kg/m^3],



Rys. 16. Schemat lewara do przykładu 5

Określenie średnicy lewara

Równanie Bernoulliego dla przekrojów 1-1 i 2-2 względem poziomu porównawczego $pp1$, przechodzącego przez środek ciężkości przekroju wylotowego, jest następujące:

$$h + \frac{p_a}{\rho g} + 0 = 0 + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + \sum h_{str}$$

Zatem:

$$h = \frac{v^2}{2g} + \sum h_{str}$$

$$\sum h_{str} = \zeta_{wl}\frac{v^2}{2g} + \zeta_{skr}\frac{v^2}{2g} + \lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}$$

$$1{,}5 = \frac{v^2}{2\cdot 9{,}81}\left(3{,}48 + \lambda\frac{6{,}36}{d}\right)$$

d [m]	A [m^2]	v [m/s]	k/d	Re	λ	P [m]
0,04	$12{,}56\cdot10^{-4}$	15,29	$2{,}5\cdot10^{-3}$	$6{,}1\cdot10^{5}$	0,025	88,83
0,08	$6{,}4\cdot10^{-3}$	3,0	$1{,}25\cdot10^{-3}$	$2{,}4\cdot10^{5}$	0,022	2,40
0,12	$11{,}3\cdot10^{-3}$	1,7	$8{,}0\cdot10^{-4}$	$2{,}0\cdot10^{5}$	0,021	0,68
0,10	$7{,}85\cdot10^{-3}$	2,45	$1\cdot10^{-3}$	$2{,}45\cdot10^{5}$	0,022	1,49

Sprawdzenie warunków pracy lewara

Równanie Bernoulliego dla przekrojów 1-1 i 2′-2′ względem poziomu porównawczego *pp*2 (poziom zwierciadła wody w zbiorniku „górnym“) przedstawia się następująco:

$$0 + \frac{p_a}{\rho g} + 0 = H_1 + \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + \sum h_{str}^{AB}$$

$$\frac{p_B}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} - \left[H_1 + \frac{v^2}{2g} + \left(\zeta_{wl} + \lambda\frac{l_1}{d}\right)\frac{v^2}{2g}\right]$$

Po podstawieniu wartości:

$$\frac{p_B}{\rho g} = \frac{101300}{1000\cdot 9{,}81} - \left[1{,}5 + \frac{(2{,}45)^2}{2\cdot 9{,}81}\left(1{,}0 + 0{,}5 + 0{,}22\frac{2{,}12}{0{,}1}\right)\right] =$$

$$10{,}33 - (1{,}5 + 0{,}6) = 8{,}23\,[\mathrm{m}]$$

W temperaturze $t = 30^{\circ}$C :

$$\frac{p_0}{\rho g} = 0{,}42\ [\mathrm{m}] \ \langle\ \frac{p_B}{\rho g} = 8{,}23\ [\mathrm{m}]$$

Odpowiedź:

Należy przyjąć średnicę lewara równą 100 [mm]. Warunek pracy lewara jest spełniony.

7. OBLICZANIE UKŁADÓW RUROCIĄGÓW DŁUGICH

Układy rurociągów są elementami sieci o złożonej strukturze, której podstawową cechą jest znaczna długość przeciętnego połączenia dwóch węzłów. Są to zatem układy rurociągów złożone z przewodów długich, również w hydraulicznym rozumieniu tego określenia.

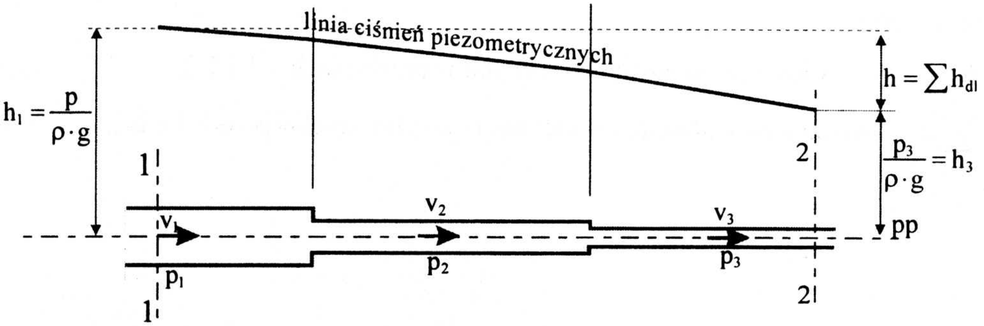
Rozwiązanie układu złożonego z długich przewodów polega, podobnie jak w przypadku rurociągów pojedynczych, na obliczeniu jednej z trzech wielkości (w oparciu o odpowiednie dane):

- przepływu Q (co jak pamiętamy jest równoznaczne z obliczeniem prędkości) w pewnych gałęziach układu,
- wysokości ciśnienia piezometrycznego h w jakimś punkcie rurociągu lub
- średnicy d któregoś odcinka układu.

7.1. RUROCIĄGI W UKŁADZIE SZEREGOWYM

Układem szeregowym rurociągów nazywamy układ złożony z kolejno po sobie następujących odcinków o różnych średnicach.

Układ szeregowy o osi poziomej



Rys.17. Schemat szeregowego układu rurociągów o osi poziomej

Dla układu takiego obowiązuje równanie ciągłości:

$$Q = \text{const} \rightarrow \quad Q = A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = A_3 v_3$$

gdzie:

v_1, v_2, v_3 – prędkości w poszczególnych odcinkach rurociągu,

A_1, A_2, A_3 – przekroje poprzeczne poszczególnych odcinków rurociągu.

Zapiszmy równanie Bernoulliego dla takiego układu rurociągów, oznaczając symbolami p_1, p_3 nadciśnienia panujące w przekrojach 1-1, 2-2:

$$0+\frac{p_1+p_a}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}=0+\frac{p_3+p_a}{\rho g}+\frac{v_3^2}{2g}+\sum h_{dl}+\sum h_{lok}$$

Zakładając, że mamy do czynienia z rurociągiem długim pomijamy straty lokalne oraz wysokości prędkości i otrzymujemy:

$$\frac{p_1}{\rho g}=\frac{p_3}{\rho g}+\sum h_{dl}$$

gdzie:

$$\frac{p_1}{\rho g}=h_1 \quad i \quad \frac{p_3}{\rho g}=h_3$$

są wysokościami ciśnień piezometrycznych w przekrojach 1-1 i 2-2.

Zatem mamy:

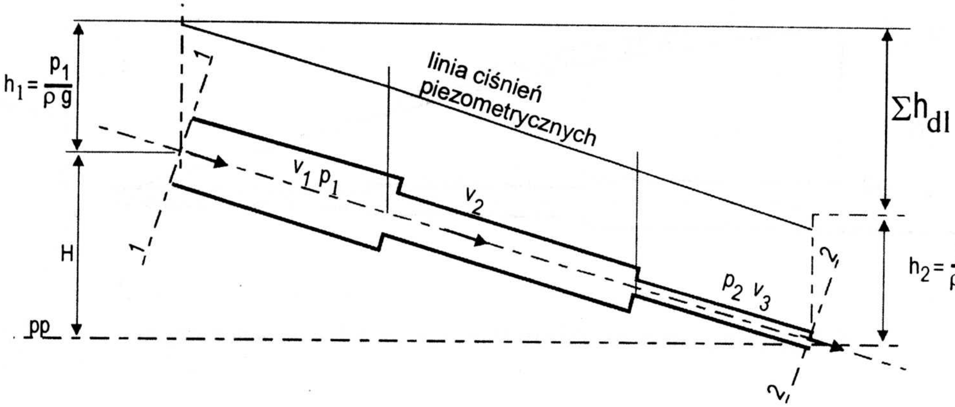
$$h=h_1-h_2=\sum h_{dl}$$

przy czym:

h – różnica ciśnień piezometrycznych w przekrojach 1-1 i 2-2,

$\sum h_{dl}$ – suma strat na tarcie, na odcinku pomiędzy przekrojami 1-1 i 2-2.

Układ szeregowy o osi nachylonej



Rys.18. Schemat układu szeregowego o osi nachylonej

Przyjmując analogiczne oznaczenia jak poprzednio otrzymujemy:

$$H+\frac{p_1+p_a}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}=0+\frac{p_3+p_a}{\rho g}+\frac{v_3^2}{2g}+\sum h_{lok}+\sum h_{dl}$$

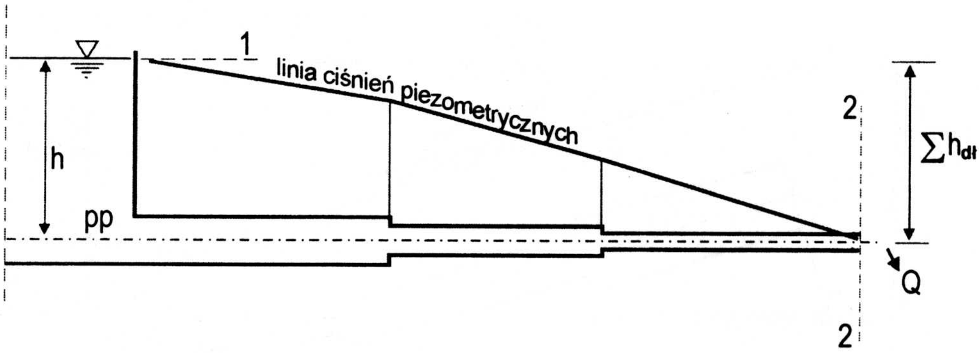
Pomijając straty lokalne i wysokości prędkości mamy:

$$H+\frac{p_1-p_3}{\rho g}=\sum h_{dl}$$

czyli:

$$H+h_1-h_2=\sum h_{dl}$$

Układ szeregowy z wypływem swobodnym



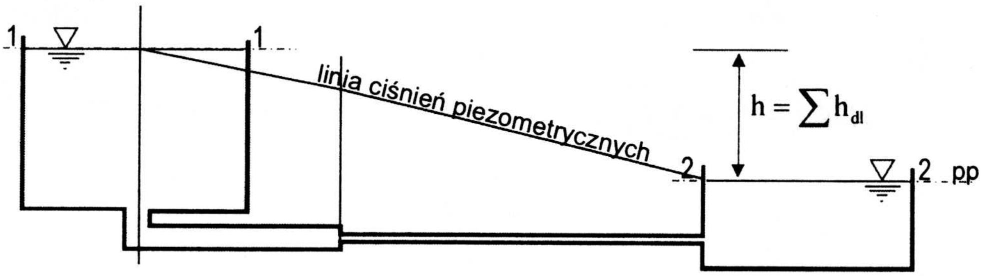
Rys.19. Schemat układu szeregowego z wypływem swobodnym

$$h + \frac{p_a}{\rho g} + 0 = 0 + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g} + \sum h_{lok} + \sum h_{dl}$$

Pomijając wysokości prędkości i wysokości strat lokalnych:

$$h = \sum h_{dl}$$

Układ szeregowy z wypływem pod zwierciadło



Rys.20. Schemat układu szeregowego z wypływem pod zwierciadło

Równanie Bernoulliego:

$$h + \frac{p_a}{\rho g} + 0 = 0 + \frac{p_a}{\rho g} + 0 + \sum h_{lok} + \sum h_{dl}$$

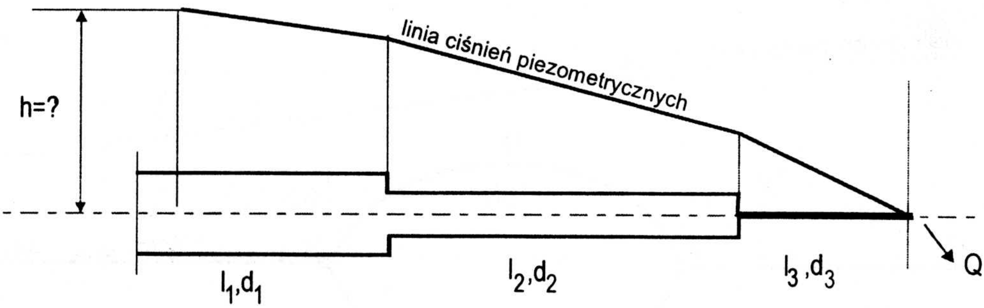
Po pominięciu strat lokalnych:

$$h = \sum h_{dl}$$

Przykład 6

Obliczyć konieczną wysokość ciśnienia piezometrycznego h na wlocie do rurociągu przedstawionego na rys.21, jeśli przy zadanych średnicach wypływ z niego wynosi Q.

Dane: d_1, d_2, d_3,
l_1, l_2, l_3,
k, ν,
Q.



Rys. 21. Schemat rurociągu do przykładu 6

Z uprzednio przedstawionych rozważań wynika, że:

$$h = \sum h_{dl}$$

Zatem:

$$h = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2}\frac{v_2^2}{2g} + \lambda_3 \frac{l_3}{d_3}\frac{v_3^2}{2g} \qquad (**)$$

gdzie:

$$v_i = \frac{Q}{\frac{\pi d_i^2}{4}}$$

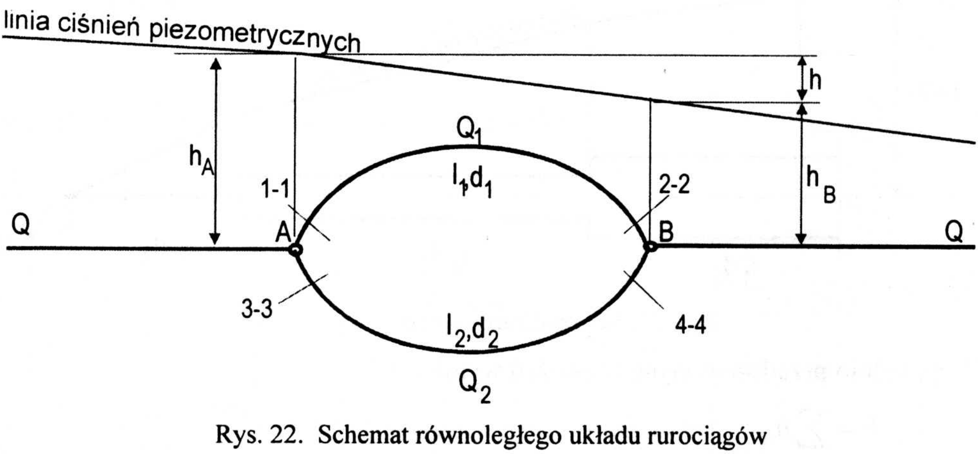
Dla poszczególnych odcinków rurociągu o stałej średnicy d_i obliczamy:

$$\frac{k}{d_i}$$

$$\mathrm{Re}_i = \frac{v_i d_i}{\nu}$$

i na tej podstawie z nomogramu odczytujemy odpowiadające im wartości współczynników oporu dla kolejnych odcinków rurociągu λ_i. Znamy zatem wszystkie wielkości występujące po prawej stronie równania oznaczonego (**).

7.2. RUROCIĄGI W UKŁADZIE RÓWNOLEGŁYM



Rys. 22. Schemat równoległego układu rurociągów

Bilans przepływów w węzłach zapisać można w postaci:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

Zakładając, że układ pokazany na rys.22 leży w płaszczyźnie poziomej, zapiszmy równanie Bernoulliego dla gałęzi o długości l_1 i średnicy d_1, przyjmując poziom porównawczy w tej samej płaszczyźnie, przekrój 1-1 w odległości *dx* za węzłem *A* oraz przekrój 2-2 w odległości *dx* przed węzłem *B*:

$$0+\frac{p_A+p_a}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}=0+\frac{p_B+p_a}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}+\sum h_{dl.1}+\sum h_{lok.1}$$

Ze względu na to, że mamy do czynienia z równanie:

$$\frac{p_A}{\rho g}-\frac{p_B}{\rho g}=\sum h_{dl.1}$$

$$h_1-h_2=h=\sum h_{dl.1}$$

Przyjmując analogiczne założenia co do położenia poziomu porównawczego oraz rozpatrywanych przekrojów (3-3 i 4-4), zapiszmy równanie Bernoulliego dla gałęzi o długości l_2 i średnicy d_2:

$$0+\frac{p_A+p_a}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}=0+\frac{p_B+p_a}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+\sum h_{dl.2}+\sum h_{lok.2}$$

Jak widać przez p_A oraz p_B oznaczono odpowiednie ciśnienia piezometryczne.

Po pominięciu członów niższego rzędu otrzymujemy:

$$\frac{p_A}{\rho g}-\frac{p_B}{\rho g}=\sum h_{dl.2}$$

$$h_1-h_2=\sum h_{dl.2}$$

Tak więc dla równoległego układu rurociągów (oprócz równania bilansu przepływów) obowiązuje związek:

$$h_1-h_2=\sum h_{dl.1}=\sum h_{dl.2}$$

Jest to oczywiste, gdyż w danym punkcie cieczy ciśnienie ma określoną (jedną) wartość. W punkcie *A* – początkowym dla gałęzi 1 i 2 – panuje to samo ciśnienie w odniesieniu do obu gałęzi, analogicznie w punkcie *B*. Oznacza to więc, iż rozdział przepływu w punkcie węzłowym A dokonuje się w taki sposób, aby straty na tarcie dla gałęzi równoległych, które mogą mieć różne długości, były sobie równe.

Przykład 7

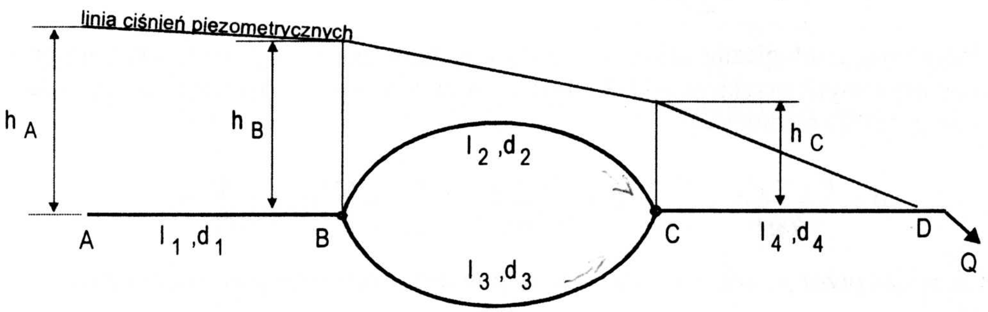
Obliczyć jaki jest wypływ Q z rurociągu przedstawionego na rys.23, przy danych wielkościach:

h_A – wysokość ciśnienia piezometrycznego w punkcie A,

l_1, l_2, l_3, l_4 – długości poszczególnych odcinków rurociągu,

d_1, d_2, d_3, d_4 – średnice odpowiednich odcinków rurociągu,

k – chropowatość bezwzględna wszystkich odcinków rurociągu.



Rys.23. Szkic układu równoległego do przykładu 7

Wypływ z rurociągu Q wynosi, zgodnie z równaniem bilansu przepływów:

$$Q = Q_1 = Q_2 + Q_3 = Q_4$$

czyli:

$$Q = v_4 \frac{\pi d_4^2}{4} = v_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = v_2 \frac{\pi d_2^2}{4} + v_3 \frac{\pi d_3^2}{4} \tag{10}$$

Zatem rozwiązanie zadania sprowadza się do znalezienia np. prędkości v_1 panującej na odcinku o długości l_1 i średnicy d_1.

Równanie Bernoulliego dla odcinka AD:

$$h_A = \lambda_4 \frac{l_4}{d_4} \frac{v_4^2}{2g} + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} + \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} \tag{11}$$

lub

$$h_A = \lambda_4 \frac{l_4}{d_4}\frac{v_4^2}{2g} + \lambda_3 \frac{l_3}{d_3}\frac{v_3^2}{2g} + \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g}$$

$$\lambda_2 \frac{l_2}{d_2}\frac{v_2^2}{2g} = \lambda_3 \frac{l_3}{d_3}\frac{v_3^2}{2g} \tag{12}$$

Z powyższego równania wynika:

$$v_3 = \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_3}\frac{l_2}{l_3}\frac{d_3}{d_2}}v_2 \tag{13}$$

Z równania ciągłości wynika:

$$v_4 = \frac{d_1^2}{d_4^2}v_1 \tag{14}$$

Wstawiając powyższy związek do równania (10) otrzymujemy:

$$\frac{\pi d_1^2}{4}v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4}v_2 + \frac{\pi d_3^2}{4}\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_3}\frac{l_2}{l_3}\frac{d_3}{d_2}}\ v_2 \tag{15}$$

a stąd:

$$v_2 = \frac{d_1^2}{d_2^2 + d_3^2\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_3}\frac{l_2}{l_3}\frac{d_3}{d_2}\right)^{\frac{1}{2}}}\ v_1 \tag{16}$$

Wstawiając teraz (14) i (16) do (11) otrzymujemy:

$$h_A = \lambda_4 \frac{l_4}{d_4}\left(\frac{d_1}{d_4}\right)^4 \frac{v_1^2}{2g} + \\ + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2}\left[\frac{d_1^2}{d_2^2 + d_3^2\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_3}\frac{l_2}{l_3}\frac{d_3}{d_2}\right)^{1/2}}\right]^2 \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g} \tag{17}$$

a stąd:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh_A}{\lambda_4 \frac{l_4}{d_4}\left(\frac{d_1}{d_4}\right)^4 + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2}\left[\frac{d_1^2}{d_2^2 + d_3^2\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_3}\frac{l_2}{l_3}\frac{d_3}{d_2}\right)^2} + \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\right]^2}} \qquad (18)$$

Zgodnie z zasadami podanymi w rozdziale 4.2 zadanie rozwiązujemy metodą kolejnych przybliżeń, stosując ją do wszystkich współczynników λ_i. A zatem:

I przybliżenie: $\lambda_i' = f\left(\frac{k}{d_i}\right)$

Wstawiając tak określone wartości pierwszego przybliżenia współczynników λ_i' do wzoru (18) obliczamy pierwsze przybliżenie prędkości v_1'. Znając tę wartość, z wzoru (14) obliczamy pierwsze przybliżenie prędkości v_4', z wzoru (16) pierwsze przybliżenie prędkości v_2', a z wzoru (13) pierwsze przybliżenie prędkości v_3'. Używając wartości pierwszego przybliżenia prędkości $v_1 - v_4$ obliczamy wartości pierwszego przybliżenia liczb Reynoldsa:

$$\mathrm{Re}_i' = \frac{v_i' d_i}{\nu}$$

II przybliżenie: $\lambda_i'' = f\left(\frac{k}{d_i}, \mathrm{Re}_i'\right)$

Mając obliczone powyższe liczby oraz uprzednio określone chropowatości względne, z nomogramu Colbrooka–White'a odczytujemy wartości drugich przybliżeń współczynników oporu λ_i'' i korzystając z wzoru (18) obliczamy drugie przybliżenie prędkości v_1''. Sprawdzamy teraz czy wartość ta różni się od jej pierwszego przybliżenia w większym stopniu niż wymaga tego założona dokładność obliczeń:

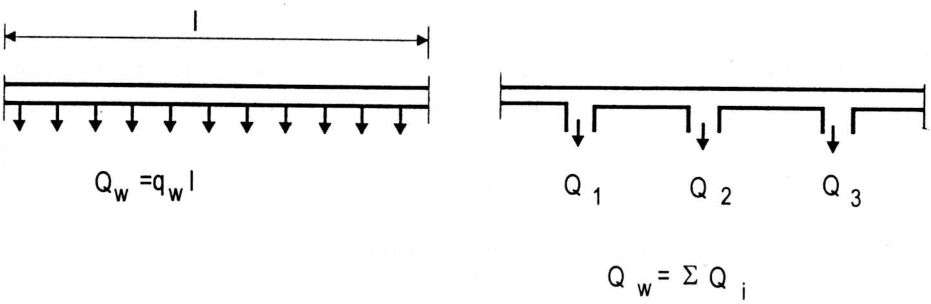
$$\left| v_1' - v_1'' \right| \leq \varepsilon$$

Jeśli powyższa nierówność jest spełniona, to zadanie jest rozwiązane – wypływ z rurociągu wynosi:

$$Q = \frac{\pi d_1^2}{4} v_1''$$

Jeśli nierówność nie jest spełniona, to opisany wyżej algorytm postępowania należy powtarzać dotąd aż osiągnięta zostanie założona dokładność obliczeń. W praktyce zwykle kończy się obliczenia na drugim przybliżeniu prędkości.

7.3. RUROCIĄGI RÓWNOMIERNIE WYDATKUJĄCE PO DRODZE



Rys. 24. Szkic rurociągu równomiernie wydatkującego po drodze

Rurociąg wydatkujący po drodze jest uproszczonym modelem rzeczywistego przewodu wodociągowego, posiadającego na swej długości odgałęzienia zasilające w wodę poszczególne budynki lub posesje. Jeżeli odgałęzienia te są gęsto rozmieszczone, a wydatek ich jest zbliżony, to praktyczny efekt obliczeń niewiele się różni od wyników uzyskiwanych przy założeniu równomiernego wydatku (tak jakby wypływ odbywał się przez szczelinę przebiegającą na całej długości rozpatrywanego odcinka przewodu).

Przy przyjętym założeniu obowiązują następujące związki:

- równanie bilansowe:

$$Q_p = Q_k + Q_w$$

$$Q_w = q_w l$$

gdzie:

Q_p – wydatek w punkcie A, początkującym odcinek wydatkujący po drodze,

Q_k – wydatek w punkcie B, kończącym rozpatrywany odcinek wydatkujący po drodze,

Q_w – objętość wody wydatkowanej na odcinku l w jednostce czasu,

q_w – objętość wydatkowana w jednostce czasu przez jednostkę długości odcinka l [m^3/ms],

l – długość rozpatrywanego odcinka wydatkującego;

- równanie strat na długości:

$$\sum h_{dl} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v_z^2}{2g} \tag{19}$$

gdzie:

λ – współczynnik strat na długości zależny od współczynnika chropowatości względnej k/d oraz liczby Reynoldsa:

$$\mathrm{Re} = \frac{v_z d}{\nu} \tag{20}$$

v_z – tzw. prędkość zastępcza definiowana jako:

$$v_z = \frac{Q_z}{\frac{\pi d^2}{4}} \tag{21}$$

przy czym:

Q_z – tzw. przepływ zastępczy, określony związkiem:

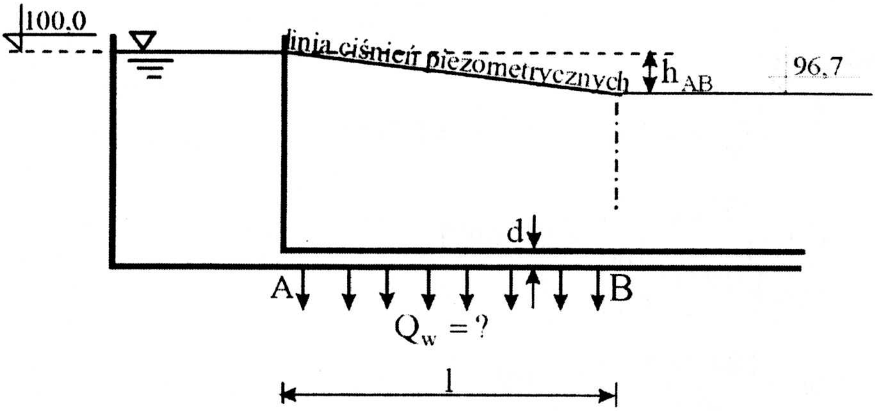
$$Q_z = Q_k + 0{,}55 Q_w = Q_k + 0{,}55 q_w l \tag{22}$$

Uwaga: Przepływ zastępczy Q_z jest stałym przepływem fikcyjnym. Służy on wyłącznie do obliczania prędkości zastępczej v_z. Prędkość zastępcza v_z używana jest zaś jedynie do obliczania strat na długości rurociągu wydatkującego. Innymi słowy mówiąc, gdyby rozpatrywany odcinek nie wydatkował po drodze, a przepływ byłby stały na całej długości i równy Q_z, to jego średnia prędkość byłaby równa v_z, a suma strat ciśnienia na jego długości równa sumie strat, jaka występuje w rzeczywistości przy zmiennym przepływie na długości odcinka wydatkującego po drodze.

Należy więc pamiętać, że wielkości v_z i Q_z nie wolno stosować w równaniach bilansowych.

Przykład 8

Rurociąg o średnicy d zasilany ze zbiornika wydatkuje po drodze na odcinku AB. Wiedząc, że w przekroju B-B rzędna linii ciśnień wynosi 96,70 [m n.p.m.], a wydatek w tym przekroju $Q_B = 16 \cdot 10^{-3}$ [m³/s], obliczyć ile wody zostaje wydatkowane na odcinku AB. Rzędna zwierciadła wody w zbiorniku wynosi 100,0 [m n.p.m.].



Rys.25. Szkic rurociągu do przykładu 8

Dane: $d = 150$ [mm],

$l = 100$ [m],

$k = 0{,}6$ [mm],

$\nu = 10^{-6}$ [m²/s],

$Q = 16 \cdot 10^{-3}$ [m³/s].

Rozwiązanie:

$$Q_z = Q_B + 0{,}55 Q_w \quad \rightarrow \quad Q_w = \frac{1}{0{,}55}\left(Q_z - Q_B\right) \tag{23}$$

$$Q_z = \frac{\pi d^2}{4} v_z \tag{24}$$

$$h_{AB} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2gh_{AB}}{\lambda \frac{l}{d}}}$$

$h_{AB} = 100,0 - 96,7 = 3,3$ [m]

v_z obliczamy metodą kolejnych przybliżeń:

I przybliżenie:

$$\frac{k}{d} = \frac{0,6}{150} = 4 \cdot 10^{-3} \quad \rightarrow \quad \lambda' = 0,0285$$

$$v_z' = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 3,3}{0,0285 \frac{100}{0,15}}} = 1,84 \text{ [m/s]}$$

$$\mathrm{Re}' = \frac{1,84 \cdot 0,15}{10^{-6}} = 2,77 \cdot 10^5$$

II przybliżenie:

$$\lambda'' = 0,0285 = \lambda'$$

a więc $v_z = v_z' = 1,84$ [m/s]

Wstawiając tak obliczoną wartość do wzoru (24) otrzymujemy:

$$Q_z = \frac{3,14 \cdot (0,15)^2}{4} \cdot 1,84 = 0.032 \text{ [m}^3\text{/s]}$$

Z wzoru (23) obliczamy:

$$Q_w = \frac{1}{0,55}(Q_2 - Q_B) = \frac{1}{0,55}(0,032 - 0,016) = 0,029 \text{ [m}^3\text{/s]}$$

$$q_w = \frac{Q_w}{l} = \frac{0,029}{100} = 0,29 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3\text{/sm]}$$

7.4. SPOSOBY ROZWIĄZYWANIA ZADAŃ Z UKŁADÓW RUROCIĄGÓW DŁUGICH

Rozwiązanie układu długich rurociągów połączonych w pewnych fragmentach szeregowo, w innych równolegle, posiadających odcinki wydatkujące po drodze, sprowadza się do kolejnego rozwiązywania poszczególnych gałęzi rurociągu. Każdą z takich gałęzi traktuje się jak pojedynczy rurociąg, dla którego trzeba rozwiązać jeden z trzech podstawowych typów zadań, szukając wydatku Q, wysokości ciśnienia piezometrycznego w pewnym punkcie H bądź średnicy d. Rozwiązując takie zadania cząstkowe należy stosować zasady przedstawione w punkcie 4, uwzględniając, tam gdzie ma miejsce wydatek po drodze, reguły zawarte w punkcie 7.3. Przechodząc zaś z rozwiązaniem od odcinka do odcinka należy odpowiednio stosować prawidła odnoszące się do rurociągów w układzie szeregowym lub równoległym.

Praktycznie istnieją dwa sposoby podejścia do rozwiązywania układów rurociągów.

Pierwszy z nich polega na przeanalizowaniu schematu układu rurociągów w celu znalezienia gałęzi tego układu charakteryzującej się tylko jedną niewiadomą Q, H lub d, którą można obliczyć wykorzystując podane wcześniej zasady. Mając rozwiązany jeden odcinek, a zatem znając wszystkie jego parametry przepływu oraz odpowiednio stosując reguły odnoszące się do rurociągów w układzie szeregowym lub równoległym, można przejść do kolejnego odcinka z jedną niewiadomą: Q, H lub d. W ten sposób, rozwiązując kolejno poszczególne odcinki, można rozwiązać cały układ.

Przykład 9

Obliczyć potrzebną w punkcie A wysokość ciśnienia piezometrycznego.

Dane: l_1 - l_3 – długości poszczególnych odcinków rurociągu,

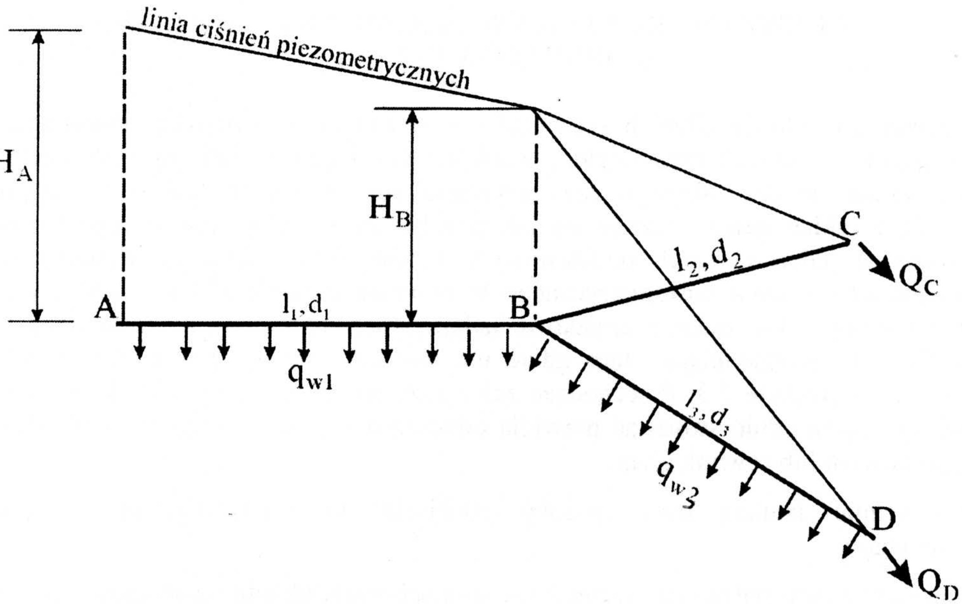
d_1 - d_3 – średnice poszczególnych odcinków rurociągu,

Q_c – swobodny wypływ w punkcie C,

q_{w1}, q_{w3} – jednostkowe wydatki po drodze na odcinkach AB i BD,

ν – kinematyczny współczynnik lepkości,

k – chropowatość bezwzględna.



Rys.26. Szkic układu rurociągów do przykładu 9

Gałęzią, na której występuje tylko jedna niewiadoma (wysokość ciśnienia piezometrycznego H_B) jest gałąź BC. Zatem obliczenia zaczynamy od niej.

$$H_B = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g}$$

gdzie:

$$v_2 = \frac{Q_c}{\frac{\pi d_2^2}{4}}$$

$$\lambda_2 = f\left(\frac{k}{d}, \mathrm{Re} = \frac{v_2 d_2}{\nu}\right)$$

Znając wysokość ciśnienia piezometrycznego w punkcie B (H_B) można obliczyć prędkość zastępczą w gałęzi BD:

$$H_B = \lambda_3 \frac{l_3}{d_3}\frac{v_{z3}^2}{2g} \quad \rightarrow \quad v_{z3} = \sqrt{\frac{2gH_B}{\lambda_3 \frac{l_3}{d_3}}}$$

Prędkość tę obliczamy drogą kolejnych przybliżeń:

$$\frac{k}{d_3} \quad \rightarrow \quad \lambda_3^{'} \quad \rightarrow \quad v_{z3}^{'} \quad \rightarrow \quad \mathrm{Re}_3^{'}$$

$$\lambda_3^{''} = f\left(\frac{k}{d_3}, \mathrm{Re}_3^{'}\right) \quad \rightarrow \quad v_{z3}^{''}$$

Znając już prędkość $v_{z3}^{''}$ można określić wielkość wypływu Q_D z gałęzi BC:

$$Q_{z3} = v_{z3}\frac{\pi d_3^2}{4}$$

$$Q_{z3} = Q_D + 0{,}55 q_{w3} l_3 \quad \rightarrow \quad Q_D = Q_{z3} - 0{,}55 q_{w3} l_3$$

Obliczywszy przepływ końcowy w gałęzi BD można określić przepływ zastępczy w gałęzi AB:

$$Q_B = Q_C + Q_D + q_{w3} l_3 \; ; \quad Q_B \quad - \text{ wypływ końcowy z gałęzi } AB$$

$$Q_{z1} = \left(Q_C + Q_D + q_{w3} l_3\right) + 0{,}55 q_{w1} l_1$$

$$v_{z1} = \frac{Q_{z1}}{\frac{\pi d_1^2}{4}}$$

Zatem wysokość ciśnienia piezometrycznego w punkcie A wynosi:

$$H_A = H_B + \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\frac{v_{z1}^2}{2g}$$

przy czym współczynnik $\lambda_1 = f\left(\frac{k}{d_1}, \mathrm{Re}_1 = \frac{v_{z1} d_1}{\nu}\right)$ można określić wprost z nomogramu Colebrooka–White'a.

Drugi sposób rozwiązywania zadań z układów rurociągów długich, korzystny zwłaszcza w przypadku układów skomplikowanych, polega na tym, że wypisuje się kolejno równania :

- strat na długości wszystkich odcinków układu,
- bilansujące przepływ we wszystkich węzłach układu,
- przepływów zastępczych.

Mając wypisane wszystkie równania ustala się kolejność ich rozwiązywania.

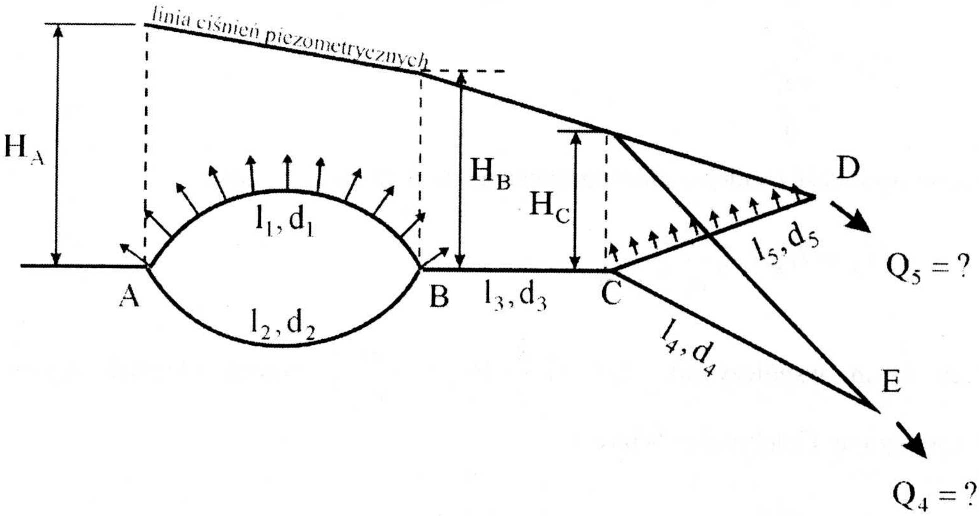
Przykład 10

Obliczyć wydatki Q_4 i Q_5 rurociągów należących do układu pokazanego na rys. 27 oraz średnicę d_5 przy danych wielkościach: H_A, Q_{w1}, Q_2, Q_{w5}, $l_1 - l_5$, $d_1 - d_4$, k, ν.

Równania strat:

$$H_A - H_B = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{v_{z1}^2}{2g} \qquad (25)$$

$$H_A - H_B = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} \qquad (26)$$



Rys.27. Szkic układu rurociągów do przykładu 10

$$H_B - H_C = \lambda_3 \frac{l_3}{d_3} \frac{v_3^2}{2g} \tag{27}$$

$$H_{CE} = H_C = \lambda_4 \frac{l_4}{d_4} \frac{v_4^2}{2g} \tag{28}$$

$$H_{CD} = H_C = \lambda_5 \frac{l_5}{d_5} \frac{v_{z5}^2}{2g} \tag{29}$$

Równania bilansowe przepływów w węzłach:

$$Q_2 + Q_{k1} = Q_3 \tag{30}$$

$$Q_3 = Q_4 + Q_5 + Q_{w5} \tag{31}$$

Równania przepływów zastępczych:

$$Q_{z1} = Q_{k1} + 0{,}55 Q_{w1} \tag{32}$$

$$Q_{z5} = Q_{k5} + 0{,}55 Q_{w5} \tag{33}$$

Kolejność rozwiązywania równań:

- wśród powyższych równań jedną niewiadomą zawiera równanie (26) i z niego obliczamy H_B, przy czym:

$$v_2 = \frac{Q_2}{\frac{\pi d_2^2}{4}} \quad , \qquad \lambda_2 = f\left(\frac{k}{d_2}, \mathrm{Re}_2 = \frac{v_2 d_2}{\nu}\right)$$

- znając H_B, metodą kolejnych przybliżeń z równania (25) obliczamy v_{z1}:

$$\lambda_1^{'} = f\left(\frac{k}{d_1}\right) \quad \rightarrow \quad v_{z1}^{'} \quad \rightarrow \quad \lambda_1^{''} \quad \rightarrow \quad v_{z1}^{''}$$

$$Q_{z1} = v_{z1}^{''} \frac{\pi d_1^2}{4}$$

- z równania (32) wyliczamy Q_{k1},
- z równania (30) wyliczamy Q_3,
- z równania (27) wyliczamy H_C, przy czym:

$$v_3 = \frac{Q_3}{\frac{\pi d_3^2}{4}}, \qquad \lambda_3 = f\left(\frac{k}{d_3}, \mathrm{Re}_e = \frac{v_3 d_3}{\nu}\right)$$

- z równania (28) obliczamy v_4 metodą kolejnych przybliżeń,
- z równania (31) obliczamy Q_5,
- z równania (33) obliczamy Q_{z5},
- z równania (29) obliczamy d_5 metodą kolejnych przybliżeń (rozdz. 4.2.3).

8. ZBIÓR ZADAŃ Z RUROCIĄGÓW Z ROZWIĄZANIAMI

Zadanie 1

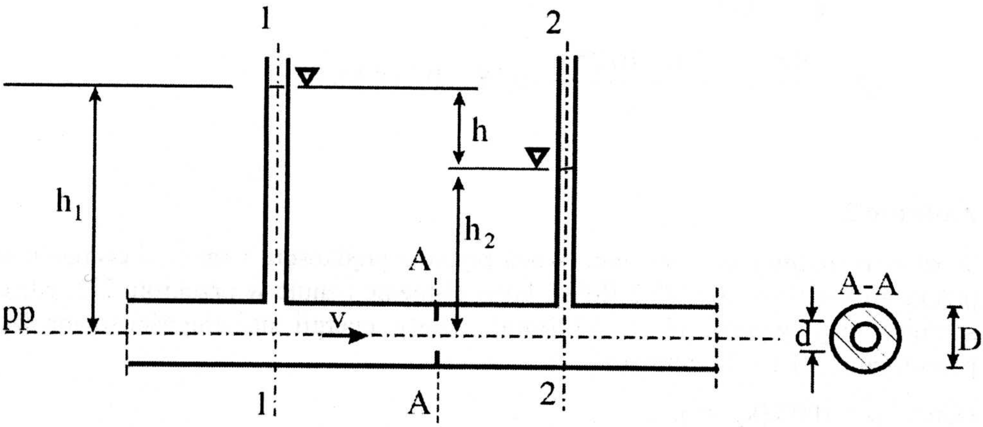
W rurze o średnicy D = 250 [mm] umieszczono kryzę o średnicy d = 125 [mm]. Piezometry wykazują różnicę wysokości ciśnień przed i za kryzą h = 0,2 [m]. Obliczyć przepływ przez rurę pomijając straty na długości pomiędzy piezometrami.

Dane: h = 0,2 [m],

D = 250 [mm],

d = 125 [mm].

Szukane: Q.



Rys. 28

$$Q = Av$$

$$v = \frac{\pi d^2}{4}$$

Prędkość panującą w rurociągu obliczamy z równania Bernoulliego, zapisanego dla przyjętego poziomu porównawczego i przekrojów 1-1 oraz 2-2.

$$0+\frac{(p_a+\rho g h_1)}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}=0+\frac{(p_a+g h_2)}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+\sum h_{str}$$

$$h_1-h_2=\sum h_{str}$$

$$h=\sum h_{str}$$

$$\sum h_{str}=\zeta_{kryzy}\frac{v^2}{2g}$$

$$h=\zeta_{kryzy}\frac{v^2}{2g}\quad\rightarrow\quad v=\sqrt{\frac{2gh}{\zeta_{kryzy}}}$$

Z tablic dla $\left(\frac{d}{D}\right)^2=\left(\frac{125}{250}\right)^2=\frac{1}{4}\quad\rightarrow\quad\zeta_{kryzy}=31{,}0$

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}2}{31{,}0}}=0{,}38\ [\mathrm{m/s}]$$

$$Q=\frac{\pi D^2}{4}v=\frac{3{,}14\cdot(0{,}25)^2}{4}\cdot 0{,}38=0{,}018\ [\mathrm{m^3/s}]$$

Zadanie 2

W rurze o średnicy d_1 = 60 [mm] woda płynie z prędkością 1 [m/s], a ciśnienie w przekroju 1-1 wynosi 1177,2 [hPa]. Jakie ciśnienie panuje w przekroju 2-2, gdzie średnica rury wynosi d_2 = 40 [mm]. Straty energii na długości pomiędzy przekrojami 1-1 i 2-2 pominąć.

Dane: $\rho = 1000$ [kg/m^3],

$g = 9{,}81$ [m/s^2],

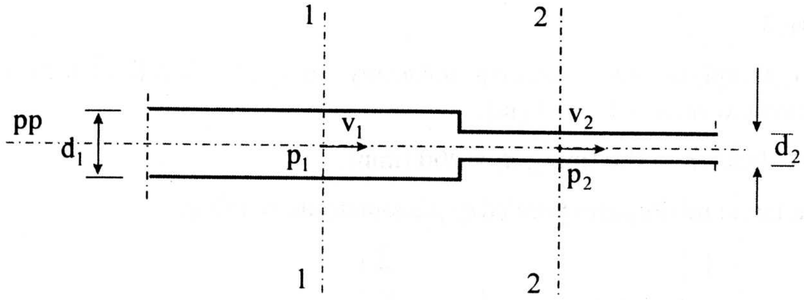
$p_1 = 1177{,}2$ [hPa]

$d_1 = 60$ [mm],

$d_2 = 40$ [mm],

$v_1 = 1{,}0$ [m/s].

Szukane: p_2.



Rys. 29

Prędkość v_2 obliczamy z równania ciągłości:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{\frac{\pi d_1^2}{4}}{\frac{\pi d_2^2}{4}} v_1 = \frac{d_1^2}{d_2^2} v_1 = \left(\frac{0{,}06}{0{,}04}\right)^2 1{,}0 = 2{,}25\ [\mathrm{m/s}]$$

Ciśnienie p_2 obliczamy z równania Bernoulliego:

$$0 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = 0 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{str}$$

$$\frac{p_2}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} - \sum h_{str}$$

$$\sum h_{str} = h_{zw} = \zeta_{zw} \frac{v_2^2}{2g}$$

Z tablic odczytujemy:

$$\frac{A_d}{A_g} = \frac{\frac{\pi d_2^2}{4}}{\frac{\pi d_1^2}{4}} = \frac{d_2^2}{d_1^2} = 0{,}44 \qquad \rightarrow \qquad \zeta_{zw} = 0{,}32$$

$$\frac{p_2}{\rho g} = \frac{117\,720}{9810} + \frac{(1{,}0)^2}{2 \cdot 9{,}81} - 0{,}32 \frac{(2{,}25)^2}{2 \cdot 9{,}81} = 11{,}71 [\mathrm{m}]$$

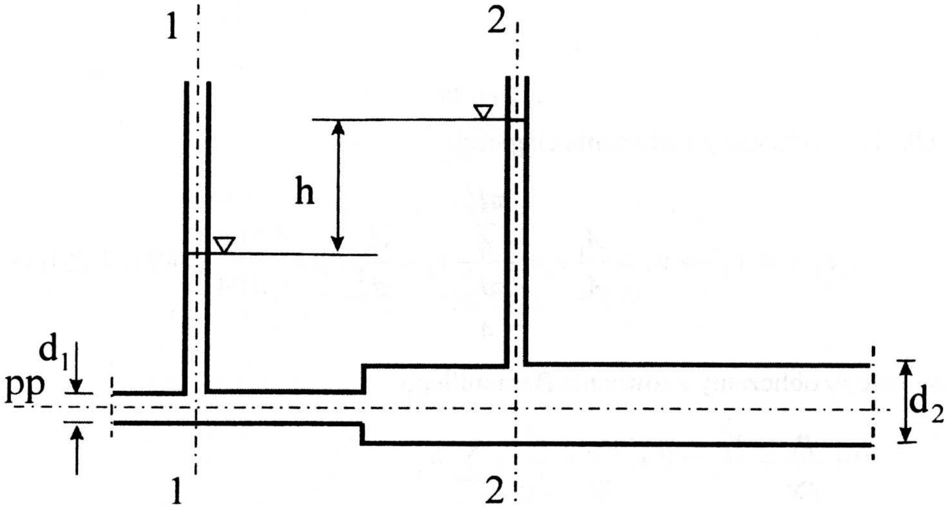
$$p_2 = \rho g 11{,}71 = 9\,810 \cdot 11{,}71 = 114\,884\ [\mathrm{Pa}] = 1\,148{,}84 [\mathrm{hPa}]$$

Zadanie 3

Jaki jest przepływ przez rurociąg pokazany na rys.31, jeżeli różnica wskazań piezometrów wynosi $\Delta h = 0,1$ [m].

Pozostałe dane: $d_1 = 100$ [mm], $d_2 = 200$ [mm].

Stratę na tarcie na długości pomiędzy piezometrami pominąć.



Rys. 30

$$Q_2 = A_2 v_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} v_2$$

Prędkość v_2 obliczamy z równania Bernoulliego:

$$0 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = 0 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{str}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h_{str}$$

gdzie:

$$h_{str} = \zeta_{posz} \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = h$$

Równanie ciągłości:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \quad \rightarrow \quad v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 = \frac{d_2^2}{d_1^2} v_2 = 4v_2$$

Z tablic odczytujemy wartość współczynnika straty na poszerzeniu przekroju.

$$\frac{A_d}{A_g} = \frac{d_2^2}{d_1^2} = 4 \quad \rightarrow \quad \zeta_{posz} = 9$$

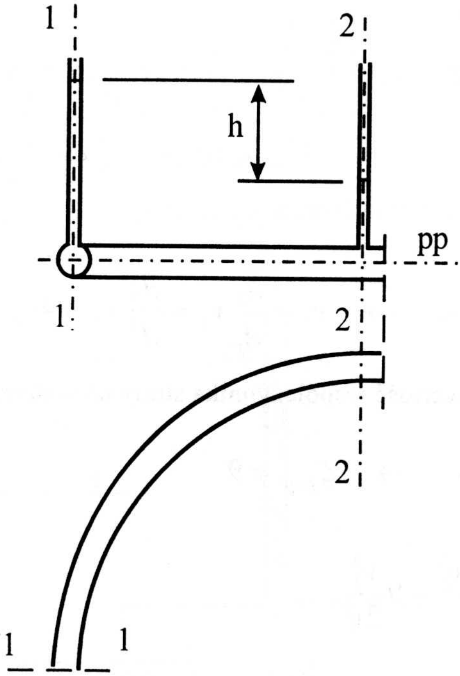
$$h = \frac{(4v_2)^2 - v_2^2}{2g} - 9\frac{v_2^2}{2g}$$

$$h = 6\frac{v_2^2}{2g} \quad \rightarrow \quad v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{6}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}1}{6}} = 0{,}57 \quad [\mathrm{m/s}]$$

$$Q = \frac{\pi d_2^2}{4} v_2 = \frac{3{,}14 \cdot (0{,}2)^2}{4} 0{,}57 = 0{,}0179\,[\mathrm{m/s}]$$

Zadanie 4

Obliczyć współczynnik straty na kolanie, którego średnica wynosi d = 30 [mm], wydatek Q = 0,0015 [m^3/s], a różnica wskazań piezometrów przed i za kolanem h = 0,1 [m]. Straty na długości kolana nie uwzględniać.



Rys. 31

$$0+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}=0+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+h_{str}$$

$$\frac{p_1-p_2}{\rho g}=h_{str}$$

$$\frac{p_1-p_2}{\rho g}=h$$

$$h_{str}=\zeta_{kol}\frac{v^2}{2g}$$

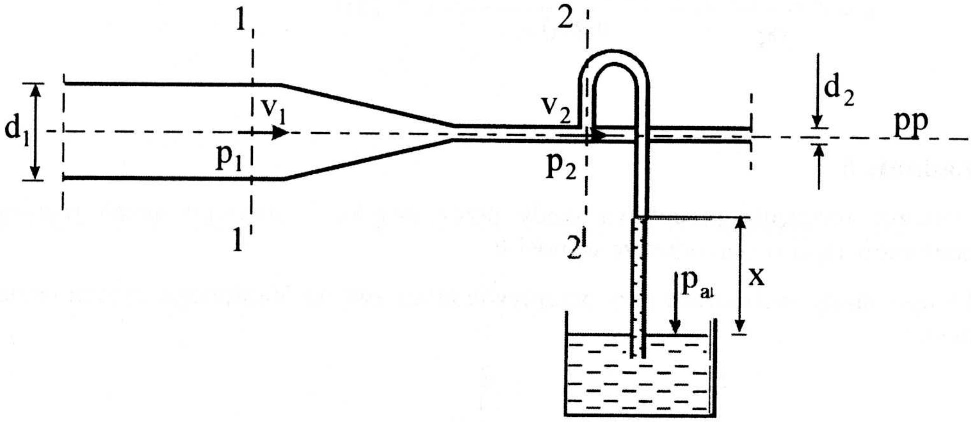
$$h=\zeta_{kol}\frac{v^2}{2g}\quad\rightarrow\quad\zeta_{kol}=\frac{2gh}{v^2}$$

$$v = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{0{,}0015}{\frac{3{,}14 \cdot (0{,}03)^2}{44}} = 2{,}12\ [\mathrm{m/s}]$$

$$\zeta_{kol} = \frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}1}{(2{,}12)^2} = 0{,}44$$

Zadanie 5

Na jaką wysokość podniesie się woda w pionowej rurce, której dolny koniec zanurzony jest w zbiorniku z wodą, górny zaś połączony z rurą o średnicy d_2 = 10 [mm], jeżeli d_1 = 30 [mm], v_1 = 0,6 [m/s], p_1 = 1 107,95 [hPa]. Straty hydrauliczne pominąć oraz przyjąć, że ciśnienie atmosferyczne p_a = 1013 [hPa].



Rys. 32

Stosując podstawowy wzór hydrostatyki otrzymujemy:

$$p_a = p_2 + \rho g x \quad \rightarrow \quad x = \frac{p_a - p_2}{\rho g}$$

Ciśnienie p_2 obliczamy z równania Bernoulliego:

$$0 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = 0 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{str}$$

$$\sum h_{str} = 0$$

$$p_2 = \rho g\left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right) = \rho g\left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\left(v_1^2 - v_2^2\right)}{2g}\right)$$

Prędkość v_2 obliczamy z równania ciągłości:

$$\frac{\pi d_1^2}{4} v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} v_2 \quad \rightarrow \quad v_2 = \frac{d_1^2}{d_2^2} v_1 = 9v_1$$

$$p_2 = \rho g\left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2 - (9v_1)^2}{2g}\right) = p_1 - \frac{\rho g}{2g} \cdot 80 v_1^2 =$$

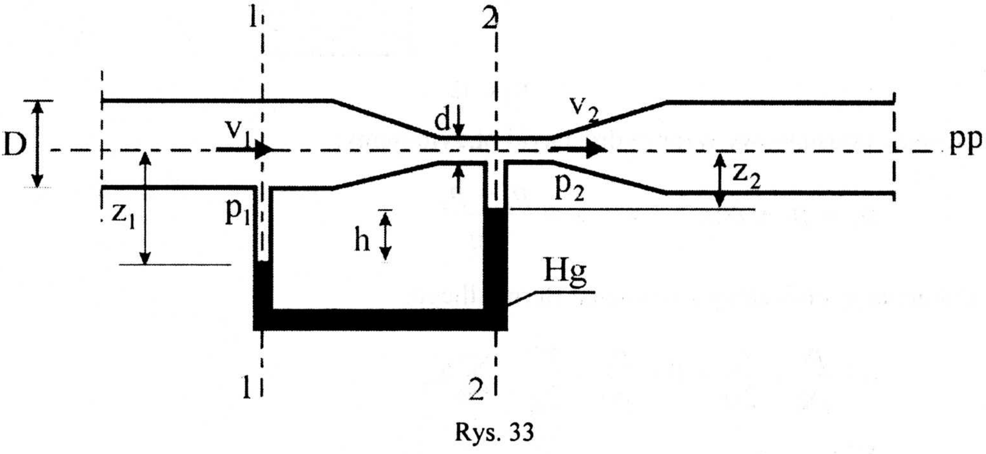
$$110\,795 - \frac{9810}{2 \cdot 9{,}81} \cdot 80(0{,}6)^2 = 96395 Pa = 963{,}95 \text{ [hPa]}$$

$$x = \frac{p_a - p_2}{\rho g} = \frac{101\,300 - 96\,395}{9\,810} = 0{,}5 \text{ [m]}$$

Zadanie 6

Obliczyć natężenie przepływu wody przez zwężkę Venturiego, jeżeli różnica poziomów rtęci w manometrze wynosi h.

Uwaga: straty zachodzące przy przepływie przez zwężkę Venturiego są pomijalnie małe.



Rys. 33

Dane: $D = 0{,}05$ [m],

$d = 0{,}03$ [m],

$h = 0{,}1$ [m],

$\rho_w = 1000$ [kg/m^3],

$\rho_{Hg} = 13\,546$ [kg/m^3].

Szukane: Q.

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} v_1 = \frac{\pi d^2}{4} v_2 \tag{34}$$

Prędkość v_1 znajdujemy z równania Bernoulliego:

$$0 + \frac{p_1}{\rho_w g} + \frac{v_1^2}{2g} = 0 + \frac{p_2}{\rho_w g} + \frac{v_2^2}{2g} + 0$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho_w g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$$

Prędkość v_2 wyrazimy za pomocą prędkości v_1, korzystając z równania ciągłości:

$$\frac{\pi D^2}{4} v_1 = \frac{\pi d^2}{4} v_2 \quad \rightarrow \quad v_2 = \frac{D^2}{d^2} v_1$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - \left(\frac{D}{d}\right)^4 v_1^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{D}{d}\right)^4\right]$$

Zatem:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g(p_2 - p_1)}{\rho_w g\left[1 - \left(\frac{D}{d}\right)^4\right]}} \tag{35}$$

Różnicę ciśnień $p_1 - p_2$ obliczamy korzystając z podstawowego wzoru hydrostatyki w odniesieniu do manometru pokazanego na rys. 33:

$$p_1 + \rho_w g Z_1 = p_2 + \rho_w g Z_2 + \rho_{Hg} g h$$

stąd:

$$p_2 - p_1 = h(\rho_w g - \rho_{Hg} g) = 0{,}1(9\,810 - 132\,840) = -12\,303\,[\mathrm{Pa}]$$

Wstawiając powyższą wartość do wzoru (35) na v_1 otrzymujemy:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot (-12\,303)}{9\,810\left[1 - \left(\frac{0{,}05}{0{,}03}\right)^4\right]}} = 1{,}98\,[\mathrm{m/s}]$$

Znając prędkość v_1 obliczmy przepływ ze wzoru (34):

$$Q = \frac{3{,}14 \cdot (0{,}05)^2}{4} \cdot 1{,}9 = 0{,}0037\ [\mathrm{m^3/s}]$$

Zadanie 7

Obliczyć przepływ w nachylonym rurociągu o średnicy D, do którego wmontowano zwężkę Venturiego o średnicy d_2. Różnica poziomów rtęci w manometrze wynosi h. Jaki wpływ na wynik obliczeń ma nachylenie rurociągu?

Dane: $D = 0.05$ [m],

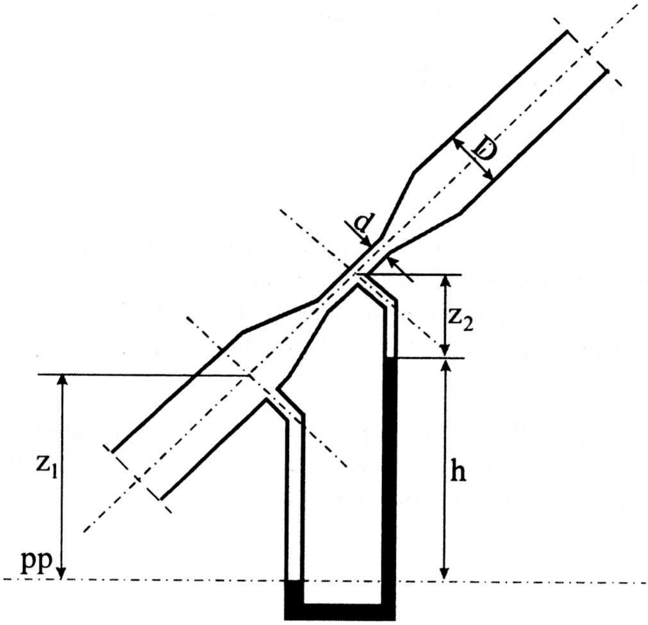
$d_2 = 0{,}03$ [m],

$h = 0{,}1$ [m],

$\rho_w = 1000$ [kg/m^3],

$\rho_{Hg} = 13\,546$ [kg/m^3].

Szukane: Q.



Rys. 34

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = h + Z_2 + \frac{p_2}{\rho_w g} + \frac{v_2^2}{2g} + 0$$

$$Z_1 - Z_2 - h + \frac{p_1 - p_2}{\rho_w g} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \tag{36}$$

Prędkość v_2 wyrażamy za pomocą v_1 z równania ciągłości:

$$v_2 = \frac{D^2}{d^2} v_1 \tag{37}$$

Lewą stronę równania (36) określimy z podstawowego wzoru hydrostatyki:

$$p_1 + \rho_w g Z_1 = p_2 + \rho_w g Z_2 + \rho_{Hg} g h$$

Stąd otrzymujemy:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho_w g} + Z_1 - Z_2 = \frac{\rho_{Hg} g}{\rho_w g} h \tag{38}$$

Wstawiając związki (37) i (38) do równania (36) otrzymujemy:

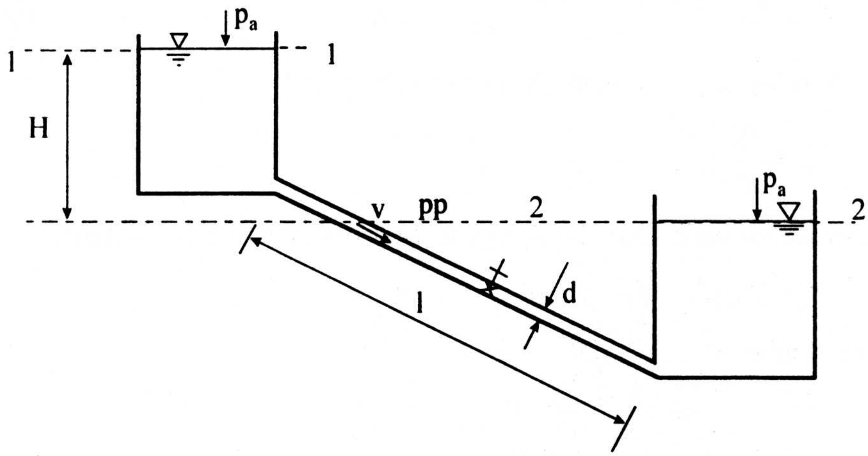
$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh(\rho_{HG} - \rho_W)}{\rho_W\left[\left(\frac{d}{D}\right)^4 - 1\right]}} \tag{39}$$

Łatwo sprawdzić, że po prostych przekształceniach wzór (35) z poprzedniego zadania przyjmuje postać wzoru (39). W związku z powyższym oraz ze względu na to, że dane w obu zadaniach są identyczne, przepływ w rurociągu o osi nachylonej jest równy przepływowi w rurociągu z zadania poprzedniego: Q = 0,0037 [m^3/s] .

Zatem o wielkości przepływu decyduje różnica ciśnień panujących w przekrojach 1-1 i 2–2. Przy zachowaniu jej stałej wartości wielkość przepływu nie ulega zmianie, bez względu na nachylenie osi rurociągu.

Zadanie 8

Obliczyć przepływ przez rurociąg o średnicy d = 100 [mm], który łączy dwa otwarte zbiorniki. Różnica poziomów wody w zbiornikach wynosi 4,6 [m]. Długość rurociągu wynosi l = 50 [m], chropowatość bezwzględna k = 1 [mm]. Zasuwa jest zamknięta do połowy, a wlot do rurociągu ma ostre krawędzie.



Rys. 35

$$Q = Av$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

Prędkość v obliczamy z równania Bernoulliego:

$$H + \frac{p_a}{\rho g} + 0 = 0 + \frac{p_a}{\rho g} + 0 + \sum h_{str}$$

$$H = \sum h_{str}$$

$$\sum h_{str} = \sum h_{lok} + \sum h_{dl}$$

$$\sum h_{lok} = \zeta_{wl}\frac{v^2}{2g} + \zeta_{zas}\frac{v^2}{2g} + \zeta_{wyl}\frac{v^2}{2g}$$

$$\zeta_{wl} = 0{,}5$$

$$\zeta_{zas} = 2{,}06$$

$$\zeta_{wyl} = 1{,}0$$

$$\sum h_{lok} = \frac{v^2}{2g}(0{,}5 + 2{,}06 + 1{,}0) = 3{,}56\frac{v^2}{2g}$$

$$\sum h_{str} = 3{,}56\frac{v^2}{2g} + \lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}\left(3{,}56 + \lambda\frac{50}{0{,}1}\right)$$

$$H = \sum h_{str} = \frac{v^2}{2g}(3{,}56 + 500\cdot\lambda)$$

$$v = \sqrt{\frac{90{,}25}{3{,}56 + 500\cdot\lambda}}$$

Współczynnik λ określamy metodą kolejnych przybliżeń:

I przybliżenie

$$e = \frac{k}{d} = \frac{1}{100} = 10^{-2}$$

$$\lambda' = f(e) = 0{,}038$$

$$v' = \sqrt{\frac{90{,}25}{3{,}56 + 500 \cdot 0{,}038}} = 2{,}0 \text{ [m/s]}$$

$$Re' = \frac{v'd}{\nu} = \frac{2{,}0 \cdot 0{,}1}{10^{-6}} = 2 \cdot 10^{-5}$$

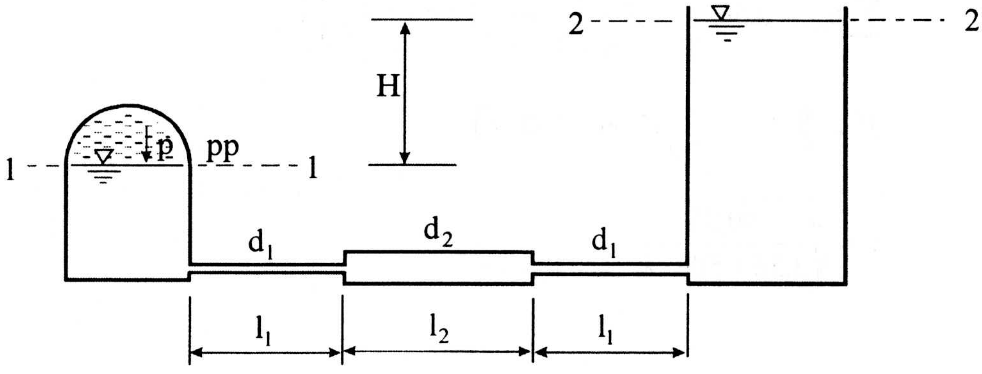
II przybliżenie

$$\lambda'' = 0{,}038 = \lambda' \quad \rightarrow \quad v'' = v' = 2{,}0 \text{ [m/s]}$$

$$Q = Av'' = \frac{\pi d^2}{4} v'' = \frac{3{,}14 \cdot (0{,}1)^2}{4} \cdot 2{,}0 = 0{,}0157 \text{ [m}^3\text{/s]}$$

Zadanie 9

Obliczyć ciśnienie p działające na zwierciadło wody w zbiorniku zamkniętym, przy którym przepływ w rurociągu pokazanym na rys.36 wynosi 0,00393 [m^3/s].



Rys. 36

Dane: $d_1 = 50$ [mm], $H = 0{,}5$ [m], $p_a = 1013$ [hPa],
$d_2 = 100$ [mm], $k = 0{,}1$ [mm], $\rho = 1000$ [kg/m^3],
$l_1 = 20$ [m], $\nu = 10^{-6}$ [m^2/s], $Q = 0{,}00393$ [m^3/s],
$l_2 = 20$ [m].

Szukane: p.

$$0 + \frac{p}{\rho g} + 0 = H + \frac{p_a}{\rho g} + 0 + \sum h_{str}$$

$$\frac{p}{\rho g} = H + \frac{p_a}{\rho g} + \sum h_{str}$$

$$\sum h_{str} = \sum h_{lok} + \sum h_{dl}$$

$$\sum h_{lok} = \zeta_{wl}\frac{v_1^2}{2g} + \zeta_{posz}\frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{zw}\frac{v_1^2}{2g} + \zeta_{wyl}\frac{v_1^2}{2g} =$$

$$\left(\zeta_{wl} + \zeta_{zw} + \zeta_{wyl}\right)\frac{v_1^2}{2g} + \zeta_{posz}\frac{v_2^2}{2g}$$

$$\sum h_{dl} = \lambda_1\frac{2 \cdot l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g} + \lambda_2\frac{l_2}{d_2}\frac{v_2^2}{2g}$$

Współczynniki strat lokalnych:

- przy wlocie do rurociągu

  $\zeta_{wl} = 0{,}5$

- przy nagłym poszerzeniu przekroju

  $\frac{A_d}{A_g} = \frac{d_2^2}{d_1^2} = 4 \quad \rightarrow \quad \zeta_{posz} = 0{,}98$

- przy wylocie z rurociągu

  $\zeta_{wyl} = 1{,}0$

- przy nagłym zwężeniu przekroju

$$\frac{A_d}{A_g}=\frac{d_1^2}{d_2^2}=0{,}25 \quad \rightarrow \quad \zeta_{zw}=0{,}41$$

$$v_1=\frac{Q}{\frac{\pi d_1^2}{4}}=\frac{3{,}93}{1{,}96\cdot 10^{-3}}=2{,}0\ \text{[m/s]}$$

$$v_2=\frac{Q}{\frac{\pi d_2^2}{4}}=\frac{3{,}93}{7{,}85\cdot 10^{-3}}=0{,}5\ \text{[m/s]}$$

$$\sum h_{lok}=(0{,}5+0{,}41+1{,}0)\frac{(2{,}0)^2}{2\cdot 9{,}81}+9{,}0\frac{(0{,}5)^2}{2\cdot 9{,}81}=0{,}50\ \text{[m]}$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{k}{d_1}=\dfrac{0{,}1}{50}=5\cdot 10^{-2}\\ \mathrm{Re}_1=\dfrac{v_1 d_1}{\nu}=\dfrac{2{,}0\cdot 0{,}05}{10^{-6}}=1\cdot 10^{-5}\end{array}\right. \Rightarrow \quad \lambda_1=0{,}073$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{k}{d_2}=\dfrac{0{,}1}{100}=10^{-3}\\ \mathrm{Re}_2=\dfrac{v_2 d_2}{\nu}=\dfrac{0{,}5\cdot 0{,}1}{10^{-6}}=5\cdot 10^{4}\end{array}\right. \Rightarrow \quad \lambda_2=0{,}028$$

$$\sum h_{dl}=0{,}073\frac{40}{0{,}05}\frac{(2{,}0)^2}{2\cdot 9{,}81}+0{,}028\frac{20}{0{,}1}\frac{(0{,}5)^2}{2\cdot 9{,}81}=12{,}62\text{[m]}$$

$$\sum h_{str}=0{,}50+12{,}62=13{,}12\ \text{[m]}$$

$$\frac{p}{\rho g}=H+\frac{p_a}{\rho g}+\sum h_{str}=0{,}5+\frac{101\,300}{1000\cdot 9{,}81}+13{,}12=23{,}95\ \text{[m]}$$

$$p=\rho g\cdot 23{,}5=234\,949\ \text{[Pa]}\ =2\,349{,}5\,\text{[hPa]}$$

Zadanie 10

Obliczyć różnicę poziomów zwierciadeł wody H w zbiornikach połączonych rurociągiem jak na rys. 37.

Dane: p_1 = 1 863,9 [hPa], p_2 = 1 569,6 [hPa],

d_1 = 100 [mm], d_2 = 150 [mm],

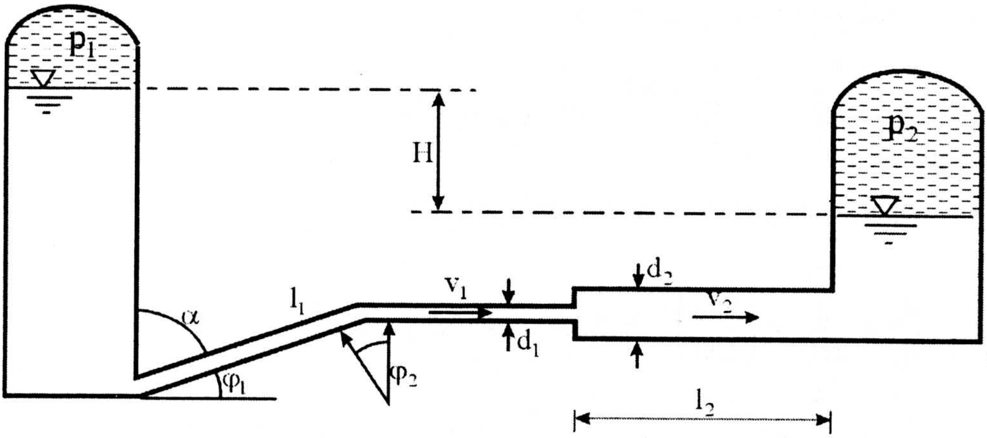
l_1 = 5 [m], l_2 = 50 [m],

k_1 = 0,2 [mm], k_2 = 0,1 [mm],

R = 250 [m], Q = 0,02 [m^3/s],

$\nu = 10^{-6}$ [m^2/s], φ_1 = 10 [^{0}], φ_2 = 170 [^{0}].

Szukane: H.



Rys. 37

$$H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \sum h_{str}$$

$$H = \sum h_{str} + \frac{p_2 - p_1}{\rho g}$$

$$\sum h_{str} = \sum h_{lok} + \sum h_{dl}$$

$$\sum h_{lok} = \zeta_{wl}\frac{v_1^2}{2g} + \zeta_{skr}\frac{v_1^2}{2g} + \zeta_{posz}\frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{wyl}\frac{v_2^2}{2g} =$$

$$\frac{v_1^2}{2g}\left(\zeta_{wl} + \zeta_{skr}\right) + \frac{v_2^2}{2g}\left(\zeta_{posz} + \zeta_{wyl}\right)$$

$$\sum h_{dl} = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2}\frac{v_2^2}{2g}$$

Wartości współczynników strat lokalnych:

- współczynnik straty na wlocie

  $\varphi_1 = 10^o \quad \rightarrow \quad \zeta_{wl} = 0{,}558$

- współczynnik straty na skręcie

  $$\begin{matrix} \dfrac{r}{R} = \dfrac{0{,}5 \cdot d_1}{R} = \dfrac{50}{250} = 0{,}2 \\ \varphi_2 = 170^o \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \varsigma_{skr} = 0{,}210$$

- współczynnik straty na poszerzenie przekroju

  $$\frac{A_d}{A_g} = \frac{\dfrac{\pi d_2^2}{4}}{\dfrac{\pi d_1^2}{4}} = \left(\frac{150}{100}\right)^{0,5} = 2{,}25 \quad \rightarrow \quad \zeta_{skr} = 1{,}625$$

- współczynnik straty wylotowej

  $\zeta_{wyl} = 1{,}0$

$$\sum h_{lok} = \frac{(2{,}15)^2}{2 \cdot 9{,}81}\left(0{,}558 + 0{,}210\right) + \frac{(1{,}11)^2}{2 \cdot 9{,}81}\left(1{,}625 + 1{,}0\right) = 0{,}41\,[\mathrm{m}]$$

Współczynnik strat na tarcie:

$$v_1 = \frac{Q}{\frac{\pi d_1^2}{4}} = \frac{0{,}02}{\frac{3{,}14 \cdot (0{,}1)^2}{4}} = 2{,}5 \text{ [m/s]}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{k_1}{d_1} &= \frac{0{,}2}{100} = 2 \cdot 10^{-3} \\ Re_1 &= \frac{v_1 \cdot d_1}{\nu} = \frac{2{,}5 \cdot 0{,}1}{10^{-6}} = 2{,}5 \cdot 10^5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda_1 = 0{,}029$$

$$v_2 = \frac{Q}{\frac{\pi d_2^2}{4}} = \frac{0{,}02}{\frac{3{,}14 \cdot (0{,}15)^2}{4}} = 1{,}11 \text{ [m/s]}$$

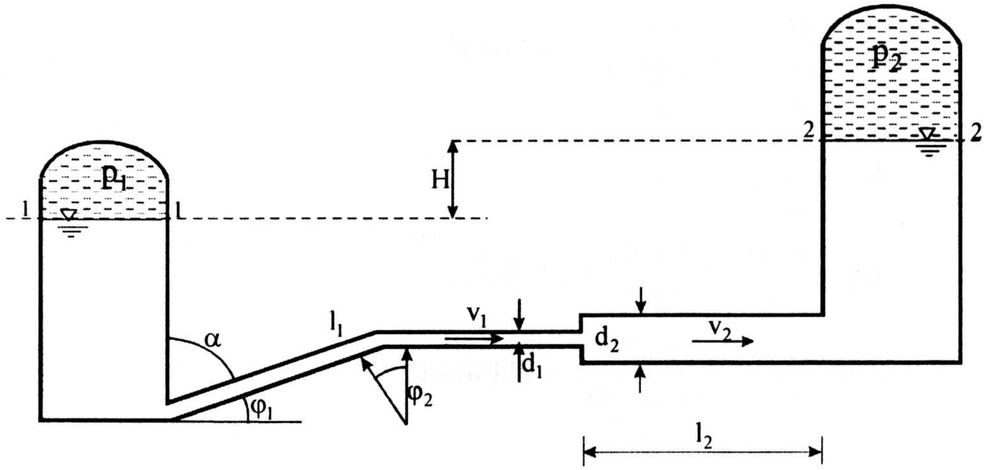
$$\left.\begin{aligned} \frac{k}{d_2} &= \frac{0{,}1}{150} = 6{,}6 \cdot 10^{-4} \\ \mathrm{Re}_2 &= \frac{v_2 \cdot d_2}{\nu} = \frac{1{,}11 \cdot 0{,}15}{10^{-6}} = 1{,}7 \cdot 10^5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda_2 = 0{,}020$$

$$\sum h_{dl} = 0{,}029 \frac{5}{0{,}1} \frac{(2{,}5)^2}{2 \cdot 9{,}81} + 0{,}020 \frac{50}{0{,}15} \frac{(1{,}11)^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}88 \text{ [m]}$$

$$\sum h_{str} = \sum h_{lok} + \sum h_{dl} = 0{,}41 + 0{,}88 = 1{,}29 \text{ [m]}$$

$$H = \frac{(156\,960 - 186\,390)}{1000 \cdot 9{,}81} + 1{,}29 = -1{,}71 \text{ [m]}$$

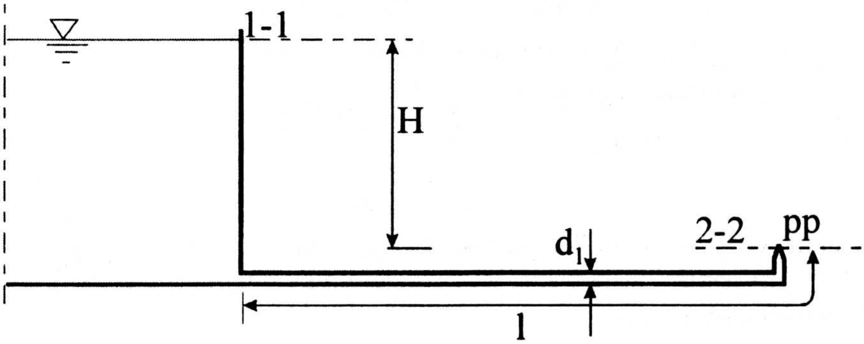
Zwierciadło wody w zbiorniku pierwszym (po lewej stronie) musi zatem leżeć o $H = 1{,}71$ [m] poniżej zwierciadła wody w zbiorniku drugim (po prawej stronie), tak jak pokazuje to rys. 37a.



Rys. 37 a

Zadanie 11

Jaką wysokość ciśnienia piezometrycznego H należy zapewnić na wlocie do rurociągu o długości l = 20 [m] i średnicy d_1 = 25 [mm], zakończonego zwężką o średnicy d_2 = 10 [mm], aby fontanna osiągnęła wysokość h = 5 [m]. Strat na zwężce nie uwzględniać i przyjąć wlot o ostrych krawędziach.



Rys. 38

Wysokość fontanny h jest równa wysokości prędkości na wylocie z rurociągu :

$$h = \frac{v_2^2}{2g} \quad \rightarrow \quad v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 5{,}0} = 9{,}9 \text{ [m/s]}$$

Równanie ciągłości:

$$\frac{\pi d_1^2}{4} v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} v_2 \quad \rightarrow \quad v_1 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 v_2 = \left(\frac{10}{25}\right)^2 \cdot 9{,}9 = 1{,}58\,[\mathrm{m/s}]$$

Równanie Bernoulliego:

$$H + \frac{p_a}{\rho g} + 0 = 0 + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{str}$$

$$H = \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{str}$$

$$\sum h_{str} = \sum h_{lok} + \sum h_{dl}$$

$$\sum h_{str} = \zeta_{wl} \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_{skr} \frac{v_1^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g}\left(\zeta_{wl} + \zeta_{skr} + \lambda \frac{l}{d_1}\right)$$

$$\zeta_{wl} = 0{,}5$$

$$\zeta_{skr} = 0{,}98$$

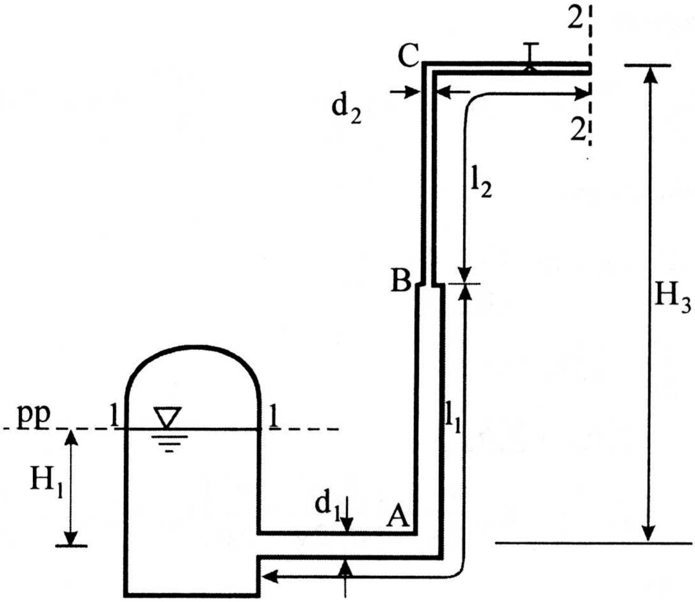
$$\left.\begin{aligned} &\frac{k}{d_1} = \frac{0{,}1}{25} = 4 \cdot 10^{-3} \\ &\mathrm{Re}_1 = \frac{v_1 d_1}{\nu} = \frac{1{,}58 \cdot 0{,}025}{10^{-6}} = 4 \cdot 10^4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \lambda = 0{,}031$$

$$H = \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{str} = 5{,}0 + \frac{(1{,}58)^2}{2 \cdot 9{,}81}\left(0{,}5 + 0{,}98 + 0{,}031 \frac{20}{0{,}025}\right) = 8{,}34\,[\mathrm{m}]$$

Zadanie 12

Obliczyć nadciśnienie $\Delta p = p - p_a$, jakie powinno panować na powierzchni wody w zbiorniku, aby wydatek rurociągu był równy $Q = 0{,}001$ [m^3/s], przy kącie otwarcia zaworu motylkowego $\varphi = 30^0$.

Dane: $d_1 = 30$ [mm], $l_1 = 12$ [m],
$d_2 = 20$ [mm], $l_2 = 10$ [m],
$H_1 = 2{,}1$ [m], $H_2 = 15$ [m],
$k = 0{,}15$ [mm].



Rys. 39

$$0+\frac{p_0}{\rho g}+0=\left(H_3-H_1\right)+\frac{p_a}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+\sum h_{str}$$

$$\frac{p_0-p_a}{\rho g}=\left(H_3-H_1\right)+\frac{v_2^2}{2g}+\sum h_{str} \tag{40}$$

$$\sum h_{str}=\zeta_{wl}\frac{v_1^2}{2g}+\zeta_{skr1}\frac{v_1^2}{2g}+\zeta_{posz}\frac{v_2^2}{2g}+\zeta_{skr2}\frac{v_2^2}{2g}+\zeta_{zaw}\frac{v_2^2}{2g}+$$
$$\lambda_1\frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g}+\lambda_2\frac{l_2}{d_2}\frac{v_2^2}{2g}$$

$$v_1=\frac{Q}{\frac{\pi d_1^2}{4}}=\frac{0{,}01}{\frac{3{,}14(0{,}03)^2}{4}}=1{,}41\,[\mathrm{m/s}]$$

$$v_2=\frac{Q}{\frac{\pi d_2^2}{4}}=\frac{0{,}001}{\frac{3{,}14(0{,}02)^2}{4}}=3{,}18\,[\mathrm{m/s}]$$

Współczynniki strat lokalnych:

$$\zeta_{wl} = 0{,}5$$
$$\zeta_{skr1} = 0{,}148$$
$$\zeta_{zw} = 0{,}34 \qquad (A_d / A_g = 0{,}44)$$
$$\zeta_{skr2} = 0{,}148$$
$$\zeta_{zaw} = 5{,}17$$

Współczynniki strat na długości:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{k}{d_1} = \frac{0{,}15}{30} = 5 \cdot 10^{-3} \\ &\mathrm{Re}_1 = \frac{v_1 d_1}{\nu} = \frac{1{,}41 \cdot 0{,}03}{10^{-6}} = 4{,}2 \cdot 10^4 \end{aligned}\right. \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = 0{,}032$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{k}{d_2} = \frac{0{,}15}{20} = 7{,}5 \cdot 10^{-3} \\ &\mathrm{Re}_1 = \frac{v_2 d_2}{\nu} = \frac{3{,}18 \cdot 0{,}02}{10^{-6}} = 6{,}4 \cdot 10^4 \end{aligned}\right. \quad \Rightarrow \quad \lambda_2 = 0{,}036$$

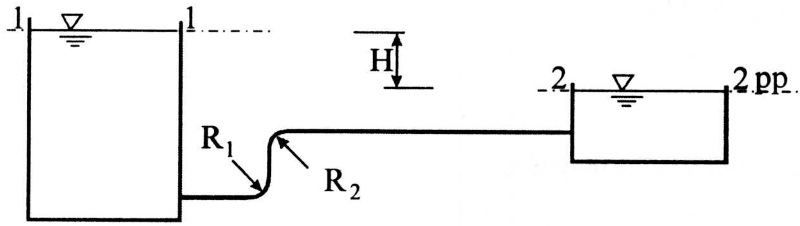
Zatem z równania (40) obliczamy:

$$\frac{p_0 - p_a}{\rho g} = (15{,}0 - 2{,}1) + \frac{(3{,}18)^2}{2 \cdot 9{,}81} + \frac{(1{,}41)^2}{289{,}81}\left(0{,}5 + 0{,}148 + 0{,}032\frac{12}{0{,}03}\right) +$$
$$\frac{(3{,}18)^2}{2 \cdot 9{,}81}\left(0{,}34 + 0{,}148 + 5{,}17 + 0{,}036\frac{10}{0{,}02}\right) = 27{,}07\,[\mathrm{m}]$$

$$\Delta p = p_0 - p_a = 27{,}07 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 = 265\,556{,}7\ [\mathrm{Pa}] = 2\,655{,}6\ [\mathrm{hPa}] = 265{,}5\ [\mathrm{kN/m^2}]$$

Zadanie 13

Zaprojektować średnicę rurociągu o długości l = 20 [m], tak aby przy różnicy położeń zwierciadeł wody w zbiornikach wynoszącej H = 2 [m] prowadził on Q = 0,006 [m/s]. Przyjąć k = 0,08 [mm].



Rys. 40

Dane: $l = 20$ [m], $H = 2$ [m], $Q = 0{,}006$ [m^3/s],
$k = 0{,}08$ [mm], $R_1 = 100$ [mm], $R_2 = 50$ [mm], $\alpha_1 = \alpha_2 = 90$ [^{0}].

$$H = \frac{p_a}{\rho g} + 0 = 0 + \frac{p_a}{\rho g} + 0 + \sum h_{str}$$

$$H = \sum h_{str}$$

$$\sum h_{str} = \zeta_{wl}\frac{v^2}{2g} + \zeta_{skr1}\frac{v^2}{2g} + \zeta_{skr2}\frac{v^2}{2g} + \zeta_{wyl}\frac{v^2}{2g} + \lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} \qquad (41)$$

Współczynniki strat lokalnych:

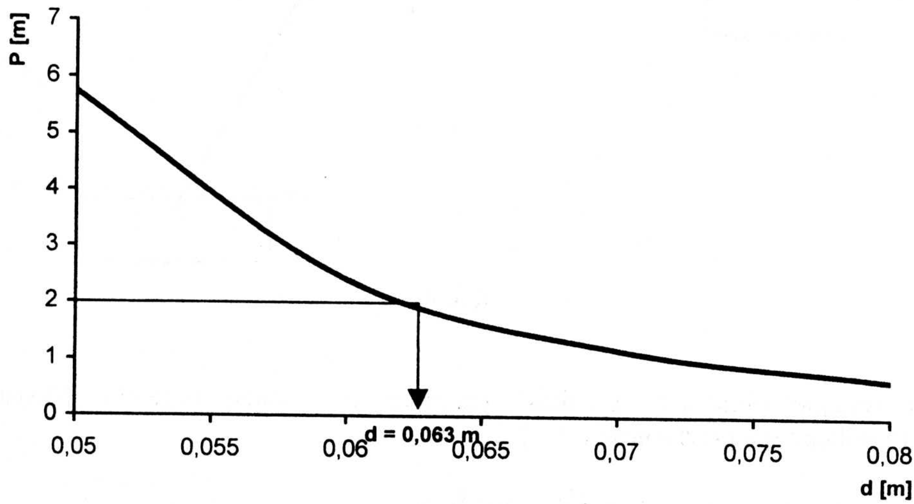
$$\zeta_{wl} = 1{,}30$$

$$\zeta_{wyl} = 1{,}0$$

Współczynniki ζ_{skr1}, ζ_{skr2} są zależne od poszukiwanej średnicy, a więc ich wartość będzie określona w toku kolejnych przybliżeń wartości średnicy d. Po podstawieniu określonych wartości do równania (41) otrzymujemy:

$$2=\frac{v^2}{2\cdot 9{,}81}\left(1{,}30+\zeta_{skr1}+\zeta_{skr2}+1{,}0+\lambda\frac{20}{d}\right)$$

d [m]	v [m/s]	ζ_{skr1}	ζ_{skr2}	k/d	Re	P [m]
0,05	3,056	0,148	0,294	$1{,}6\cdot 10^{-3}$	$1{,}53\cdot 10^{5}$	5,74
0,07	1,559	0,178	0,661	$1{,}1\cdot 10^{-3}$	$1{,}10\cdot 10^{5}$	1,18
0,08	1,194	0,206	0,997	$1{,}0\cdot 10^{-3}$	$9{,}6\cdot 10^{4}$	0,66
0,06	2,122	0,158	0,440	$1{,}3\cdot 10^{-3}$	$1{,}27\cdot 10^{4}$	2,40



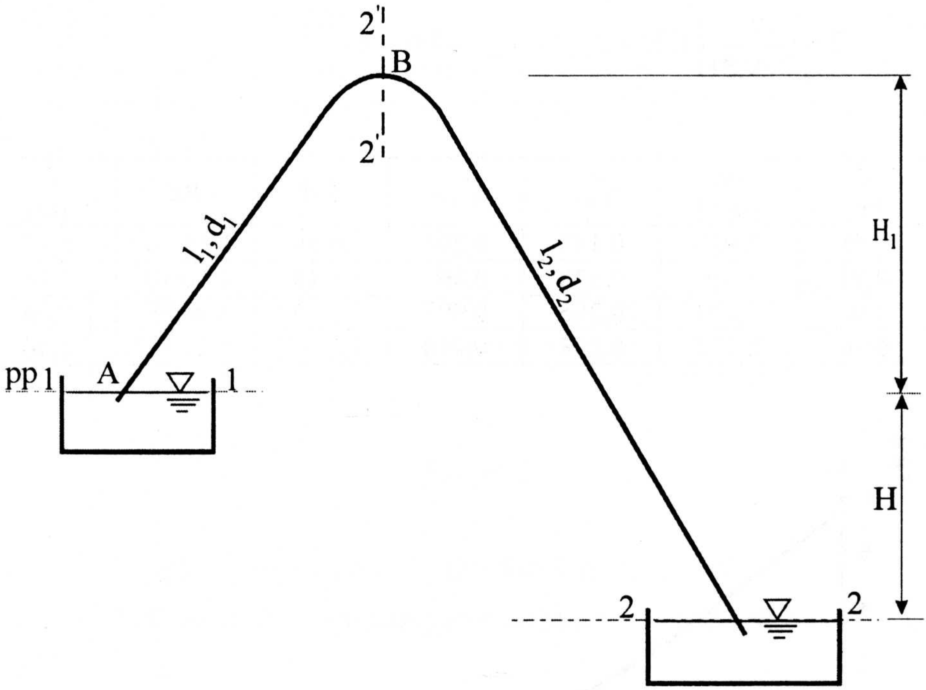
Rys.40a

Zadanie 14

Określić maksymalne możliwe wzniesienie lewego ramienia lewara pokazanego na rys. 41 przy następujących danych:

$l_1 = 3$ [m], $l_2 = 9$ [m], $k = 1$ [mm], $d = 100$ [mm],

$H = 0.84$ [m], $\zeta_{wl} = 0{,}8$, $\zeta_{zal} = 0{,}98$, $t = 40$ [^{0}C].



Rys. 41

Na wstępie obliczamy prędkość panującą w lewarze zapisując równanie Bernoulliego dla przekrojów 1-1 i 2-2.

$$0 + \frac{p_a}{\rho g} + 0 = -H + \frac{p_a}{\rho g} + 0 + \sum h_{str}$$

$$H = \sum h_{str}$$

$$H = \frac{v^2}{2g}\left(\zeta_{wl} + +\zeta_{zal} + \zeta_{wyl} + \lambda \frac{(l_1 + l_2)}{d}\right)$$

$$0{,}84 = \frac{v^2}{2g}\left(0{,}8 + 0{,}98 + 1{,}0 + \lambda \frac{12}{0{,}1}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}84}{2{,}78 + \lambda \cdot 120}}$$

$$\frac{k}{d}=\frac{1}{100}=10^{-2} \quad \rightarrow \quad \lambda'=0{,}038$$

$$v'=\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}84}{2{,}78+0{,}038\cdot 120}}=1{,}5\,[\mathrm{m/s}]$$

$$\mathrm{Re}'=\frac{v'\cdot d}{\nu}=1{,}5\cdot 10^{-5}$$

$$\lambda''=0{,}038=\lambda' \quad \rightarrow \quad v=v''=v'=1{,}5\,[\mathrm{m/s}]$$

Znając prędkość w lewarze v = 1,5 [m/s] obliczamy maksymalne możliwe wzniesienie lewara, korzystając z równania Bernoulliego dla przekrojów 1-1 i 2'-2':

$$0+\frac{p_a}{\rho g}+0=H_1^{\max}+\frac{p_0}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+\sum h_{str}^{AB}$$

$$H_1^{\max}<\frac{p_a}{\rho g}-\left[\frac{p_0}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}+\sum h_{str}^{AB}\right]$$ (patrz p. 6.2)

dla $t = 40^0$C $\rightarrow$ $p_0 = 73{,}57$ [hPa]

(ciśnienie, przy którym woda wrze w temperaturze 40^0C)

$$H_1^{\max}<\frac{101\,300}{100\cdot 9{,}81}-\left[\frac{7\,357}{1000\cdot 9{,}81}+\frac{(1{,}5)^2}{2\cdot 9{,}81}\left(1+0{,}8+0{,}038\frac{3}{0{,}1}\right)\right]$$

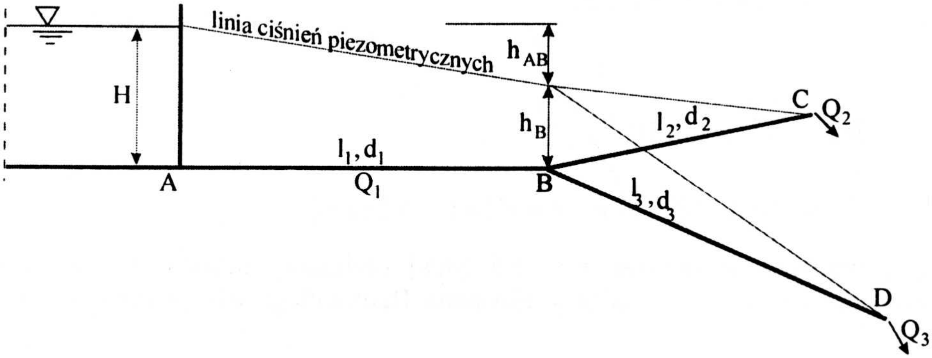
$$H_1^{\max}<9{,}24 \quad [\mathrm{m}]$$

Wynika stąd, że przy zadanych warunkach lewar będzie pracował (przy l_1 = 3 [m] wzniesienie punktu B ponad poziom porównawczy, przyjęty na wysokości zwierciadła wody w zbiorniku górnym, jest mniejsze od 9,24 [m]).

Uwaga: poniżej przedstawione zadania nr 15, 16 i 17 mogą też być rozwiązane metodą zastosowaną do zadań następnych, tzn. zamieszczonych pod numerami począwszy od 18.

Zadanie 15

Obliczyć wielkość przepływów w poszczególnych gałęziach układu rurociągów oraz wysokość ciśnienia piezometrycznego H na wlocie do rurociągu. Rurociąg traktować jako długi.



Rys.42

Dane: $l_1 - l_3$,

$d_1 - d_3$,

h_B,

k, ν.

Szukane: Q_1, Q_2, Q_3, H.

$$h_B = h_{str}^{BC} = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh_B}{\lambda_2 \frac{l_2}{d_2}}}$$

v_2 – obliczamy metodą kolejnych przybliżeń:

I przybliżenie:

$$\frac{k}{d_2} \quad \rightarrow \quad \lambda_2 \quad \rightarrow \quad v_2' \quad \rightarrow \quad \mathrm{Re}_2'$$

II przybliżenie

$$\begin{matrix} \dfrac{k}{d_2} \\ \mathrm{Re}_2' \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \lambda_2' \quad \rightarrow \quad v_2''$$

Przyjmując $v_2 = v_2''$ obliczamy:

$$Q_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} v_2$$

$$h_B = h_{BD} = \lambda_3 \frac{l_3}{d_3} \frac{v_3^2}{2g}$$

$$v_3 = \sqrt{\frac{2gh_B}{\lambda_3 \dfrac{l_3}{d_3}}}$$

v_3 – obliczamy również metodą kolejnych przybliżeń wg schematu przedstawionego wyżej dla v_2.

Następnie obliczamy:

$$Q_3 = \frac{\pi d_3^2}{4} v_3''$$

Układając bilans przepływów w punkcie *B* obliczamy wydatek Q_1:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

Teraz obliczamy wysokość ciśnienia *H*:

$$H = h_B + h_{str}^{AB}$$

$$h_{str}^{AB} = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g}$$

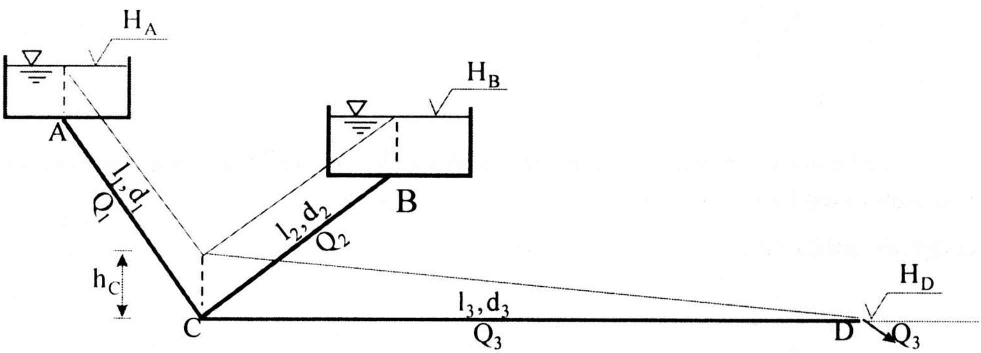
gdzie:

$$v_1 = \frac{Q_1}{\frac{\pi d_1^2}{4}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{k}{d_1} \\ \mathrm{Re}_1 = \dfrac{v_1 d_1}{\nu} \end{array}\right\} \lambda_1$$

Zadanie 16

Punkt *D* zasilany jest wodą pochodzącą z dwóch zbiorników. Zaprojektować średnicę *CD* tego rurociągu i rzędną zwierciadła wody w zbiorniku H_A tak, aby przy danych zestawionych niżej, w punkcie *D*, dopływ wynosił Q_3.



Rys. 43

Dane: Q_2, Q_3, k,
$l_1 - l_3$,
d_1, d_2,
H_B, H_D.

Szukane: d_3, H_A.

$$H_B - h_C = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2}\frac{v_2^2}{2g} \quad \rightarrow \quad h_C = H_B - \lambda_2 \frac{l_2}{d_2}\frac{v_2^2}{2g}$$

gdzie: $v_2 = \dfrac{Q_2}{\dfrac{\pi d_2^2}{4}}$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{k}{d_2} \\ \mathrm{Re}_2 = \dfrac{v_2 d_2}{\nu} \end{array}\right. \Rightarrow \quad \lambda_2$$

$$H_A - h_C = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g} \quad \rightarrow \quad H_A = h_C + \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g} \qquad (*)$$

gdzie: $v_1 = \dfrac{Q_1}{\dfrac{\pi d_1^2}{4}} = \dfrac{Q_3 - Q_2}{\dfrac{\pi d_1^2}{4}}$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{k}{d_1} \\ \mathrm{Re}_1 = \dfrac{v_1 d_1}{\nu} \end{array}\right. \Rightarrow \quad \lambda_1$$

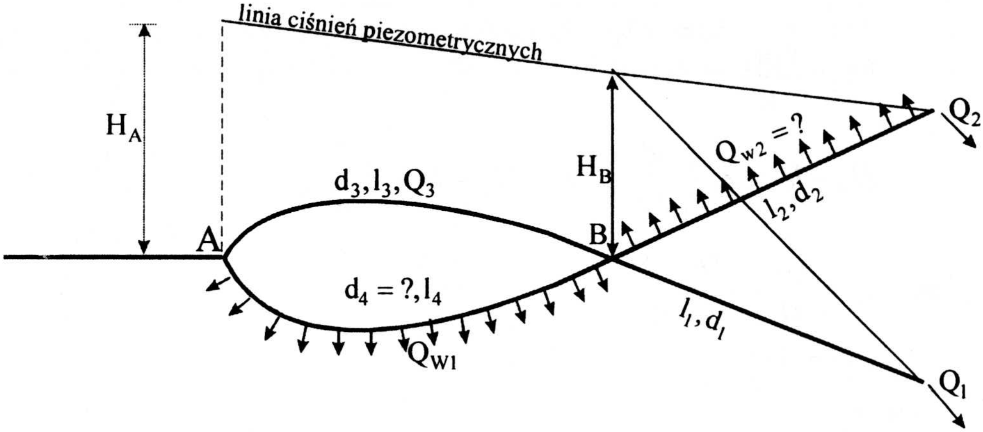
$$h_C = \lambda_3 \frac{v_3}{d_3}\frac{v_3^2}{2g}\,; \qquad v_3 = \frac{Q_3}{\dfrac{\pi d_3^2}{4}}$$

Średnicę d_3 określa się metodą kolejnych przybliżeń, prowadząc obliczenia tabelarycznie (P – jest wartością prawej strony równania (*)):

d_3	v_3	k/d_3	Re_3	λ_3	P

Zadanie 17

Obliczyć wydatek Q_{w2} oraz wielkość średnicy d_4 dla rurociągu pokazanego na rys. 44.



Rys.44

Dane: Q_1, Q_2, Q_3, Q_{w1},

$d_1 - d_3$,

$l_1 - l_4$,

k.

Szukane: Q_{w2}, d_4.

1. Obliczamy wysokość ciśnienia piezometrycznego w punkcie B:

$$H_B = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g} \quad \text{gdzie:} \quad v_1 = \frac{Q_1}{\frac{\pi d_1^2}{4}}$$

Współczynnik λ obliczyć można w oparciu o znane wartości k/d_1 oraz $Re_1 = f(v_1, d_1)$.

2. Obliczamy prędkość zastępczą v_{z2}:

$$H_B = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2}\frac{v_2^2}{2g} \quad \rightarrow \quad v_{z2} = \sqrt{\frac{2gH_B}{\lambda_2 \frac{l_2}{d_2}}}$$

Prędkość tę oblicza się metodą kolejnych przybliżeń:

$$e = \frac{k}{d_2} \quad \rightarrow \quad \lambda_2' \quad \rightarrow \quad v_{z2} \quad \rightarrow \quad Re_2'$$

$$e, Re_2' \quad \rightarrow \quad \lambda_2'' \quad \rightarrow \quad v_{z2}''$$

3. Obliczamy wypływ Q_{w2}:

$$Q_{z2} = Q_2 + 0{,}55 \cdot Q_{w2} \quad \rightarrow \quad Q_{w2} = \frac{Q_{z2} - Q_2}{0{,}55}$$

4. Obliczamy wysokość strat pomiędzy węzłami A i B:

$$H_A - H_B = \lambda_3 \frac{l_3}{d_3}\frac{v_3^2}{2g}$$

Współczynnik λ_3 obliczamy wykorzystując znane wartości parametrów, od których zależy (k/d_3 oraz $Re_3 = f(v_3)$).

5. Obliczamy średnicę d_4 metodą kolejnych przybliżeń:

$$H_A - H_B = \lambda_4 \frac{l_4}{d_4} \frac{v_{z4}^2}{2g} \qquad (**)$$

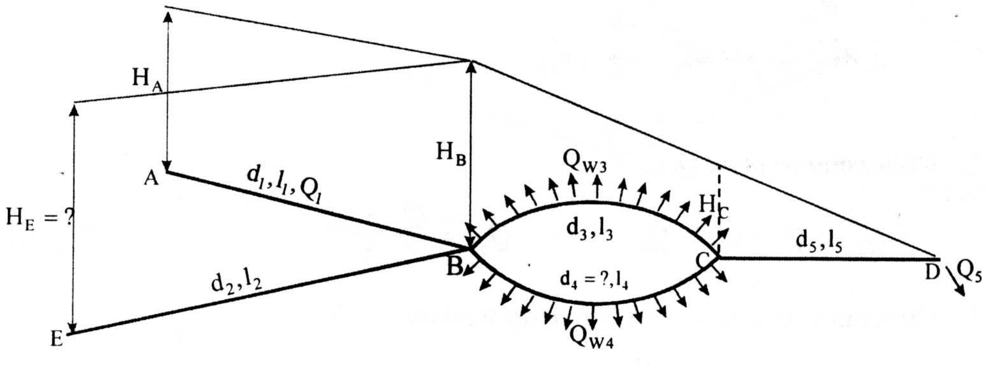
$$v_{z4} = \frac{Q_{z1}}{\frac{\pi d_1^2}{4}}, \quad Q_4 = \left(Q_2 + Q_{w2} + Q_1 - Q_3\right) + 0{,}55 \cdot Q_{w1}$$

Wzór tabeli (P oznacza wartość prawej strony równania przedstawionego wyżej (**)

d_4	v_{z1}	k/d_4	Re_4	λ_4	P

Zadanie 18

Obliczyć wysokość ciśnienia piezometrycznego w punkcie E oraz średnicę d_4 rurociągu pokazanego na rys. 45.



Rys. 45

Dane: $d_1 - d_3$, d_5,

$l_1 - l_5$,

Q_1, Q_5, Q_{w3}, Q_{w4},

H_A, k.

Szukane: H_E, d_4.

1. Równania strat:

$$H_C = \lambda_5 \frac{l_5}{d_5}\frac{v_5^2}{2g} \tag{42}$$

$$H_B - H_C = \lambda_3 \frac{l_3}{d_3}\frac{v_{z3}^2}{2g} \tag{43}$$

$$H_B - H_C = \lambda_4 \frac{l_4}{d_4}\frac{v_{z4}^2}{2g} \tag{44}$$

$$H_E - H_B = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2}\frac{v_2^2}{2g} \tag{45}$$

$$H_A - H_B = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g} \tag{46}$$

2. Bilans przepływów w węzłach:

$$Q_5 = Q_{k3} + Q_{k4} \tag{47}$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_{w3} + Q_{w4} + Q_5 \tag{48}$$

3. Równania przepływów zastępczych:

$$Q_{z3} = v_{z3}\frac{\pi d_3^2}{4} = Q_{k3} + 0{,}55 \cdot Q_{w3} \tag{49}$$

$$Q_{z4} = v_{z4}\frac{\pi d_4^2}{4} = Q_{k4} + 0{,}55 \cdot Q_{w4} \tag{50}$$

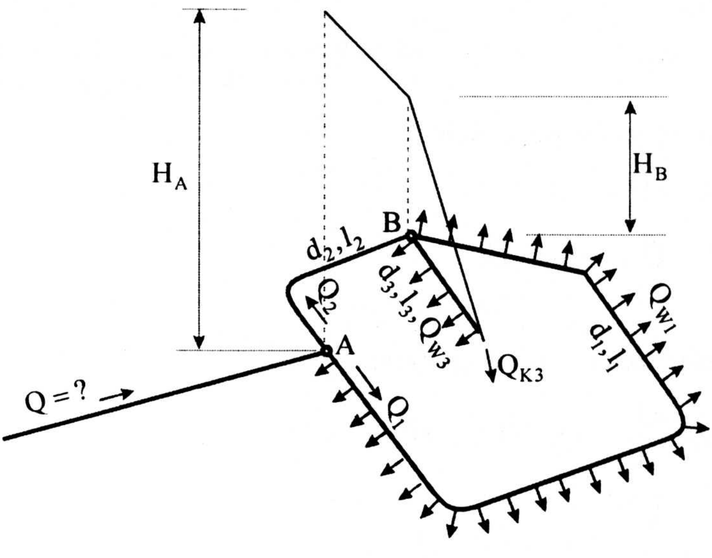
4. Kolejność obliczeń:

- z równania (46) → H_B,
- z równania (48) → Q_2,
- z równania (45) → H_e

- z równania (42) → H_c
- z równania (43) → v_{z3} (metodą kolejnych przybliżeń)
- z równania (49) → Q_{k3}
- z równania (50) → Q_{k4}
- z równania (44) → d_4 (metodą kolejnych przybliżeń).

Zadanie 19

Obliczyć dopływ do węzła *A* układu rurociągów długich. Zadanie rozwiązać przy zadanych kierunkach przepływu.



Rys. 46

Dane: Q_2, Q_{k3},

$l_1 - l_3$,

$d_1 - d_3$,

k, H_B.

Szukane: Q.

1. Równania strat między węzłami:

$$H_A - H_B = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} \tag{51}$$

$$H_A - H_B = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{v_{z1}^2}{2g} \tag{52}$$

$$H_B = \lambda_3 \frac{l_3}{d_3} \frac{v_{z3}^2}{2g} \tag{53}$$

2. Bilans przepływów w węzłach:

$$Q = Q_2 + Q_{k1} + Q_{w1} \tag{54}$$

$$Q_2 + Q_{k1} = Q_{k3} + Q_{w3} \tag{55}$$

3. Równania przepływów zastępczych:

$$Q_{z3} = Q_{k3} + 0{,}55\ Q_{w3} \tag{56}$$

$$Q_{z1} = Q_{k1} + 0{,}55\ Q_{w1} \tag{57}$$

4. Kolejność obliczeń:

z równania (53) → v_{z3} (metodą kolejnych przybliżeń)

z równania (56) → Q_{W3}

z równania (55) → Q_{k1}

z równania (51) → H_A

z równania (52) → v_{z1} (metodą kolejnych przybliżeń)

z równania (57) → Q_{w1}

z równania (54) → Q.

Zadanie 20

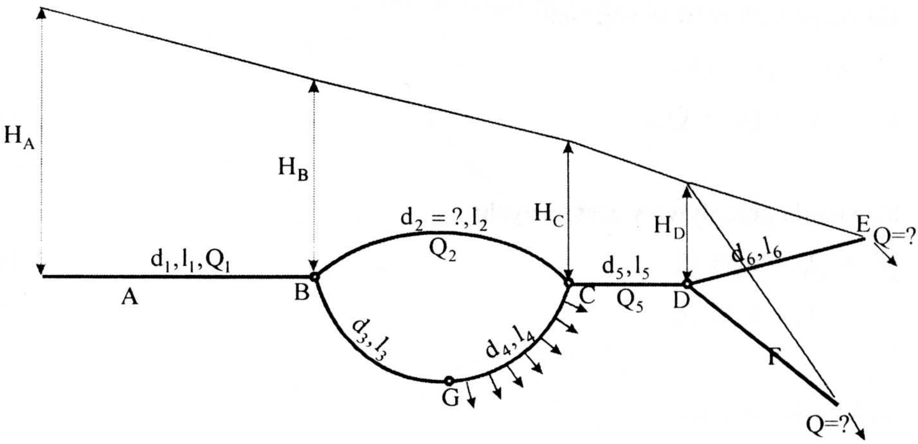
Obliczyć wielkość wydatku w punktach E i F oraz średnicę gałęzi BC rurociągu pokazanego na rys. 47.

Dane: d_1, $d_3 - d_6$,

$l_1 - l_6$,

H_A,

Q_1, Q_2, Q_w.



Rys.47

1. Równania strat:

$$H_A - H_B = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} \tag{58}$$

$$H_B - H_C = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} \tag{59}$$

$$H_B - H_C = \lambda_3 \frac{l_3}{d_3} \frac{v_3^2}{2g} + \lambda_4 \frac{l_4}{d_4} \frac{v_{z4}^2}{2g} \tag{60}$$

$$H_C - H_D = \lambda_5 \frac{l_5}{d_5}\frac{v_5^2}{2g} \tag{61}$$

$$H_D = \lambda_6 \frac{l_6}{d_6}\frac{v_6^2}{2g} \tag{62}$$

2. Równania bilansu wody:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \tag{63}$$

$$Q_3 = Q_{k4} + Q_{w4} \tag{64}$$

$$Q_5 = Q_2 + Q_{k4} \tag{65}$$

$$Q_5 = Q_E + Q_F \tag{66}$$

3. Równania przepływów zastępczych:

$$Q_{z4} = Q_{k4} + 0{,}55\, Q_{w4} \tag{67}$$

4. Kolejność obliczeń:

z równania (58) → H_B

z równania (63) → Q_3

z równania (67) → Q_{z4}

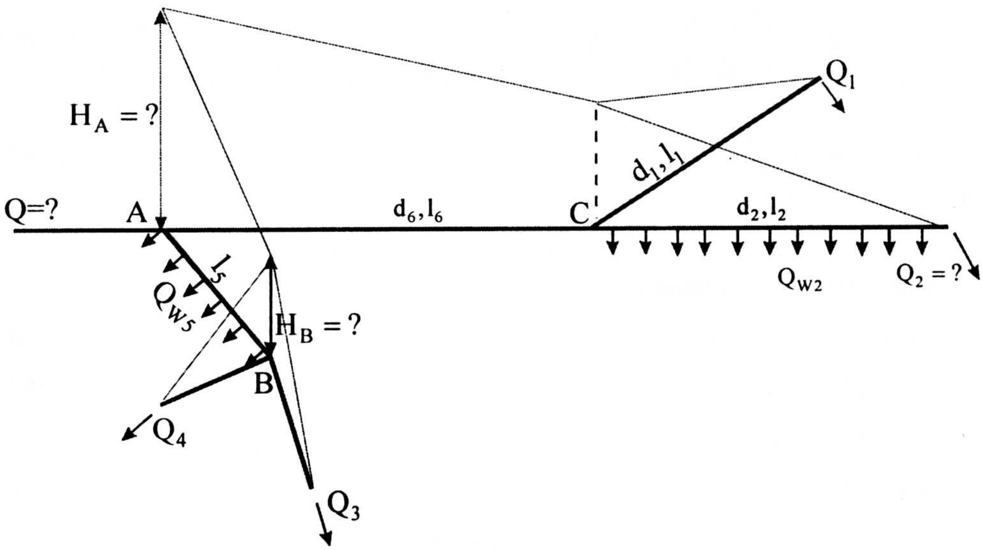
z równania (60) → H_C

z równania (59) → d_2 (metodą kolejnych przybliżeń)

z równania (66) → Q_F.

Zadanie 21

Obliczyć przepływ Q i Q_2 oraz wysokości ciśnień piezometrycznych w punktach A i B rurociągu pokazanego na rys. 48.



Rys. 48

Dane: d_1, d_2, d_5, d_6,

l_1, l_2, l_5, l_6,

Q_{w2}, Q_{w5},

Q_1, Q_3, Q_4,

k.

Szukane: Q, Q_2, H_A, H_B.

1. Równania strat:

$$H_A - H_C = \lambda_6 \frac{l_6}{d_6} \frac{v_6^2}{2g} \tag{68}$$

$$H_A - H_B = \lambda_5 \frac{l_5}{d_5} \frac{v_{z5}^2}{2g} \tag{69}$$

$$H_C = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} \tag{70}$$

$$H_C = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_{z2}^2}{2g} \tag{71}$$

2. Równania bilansu przepływów:

$$Q = Q_6 + Q_{k5} + Q_{w5} \tag{72}$$

$$Q_6 = Q_1 + Q_2 + Q_{w2} \tag{73}$$

$$Q_{k5} = Q_3 + Q_4 \tag{74}$$

3. Równania przepływów zastępczych:

$$Q_{z5} = Q_{k5} + 0{,}55\ Q_{w5} \tag{75}$$

$$Q_{z2} = Q_2 + 0{,}55\ Q_{w2} \tag{76}$$

4. kolejność obliczeń:

z równania (70) $\rightarrow$ H_C

z równania (71) $\rightarrow$ v_{z2} (metodą kolejnych przybliżeń)

z równania (76) $\rightarrow$ Q_2

z równania (73) $\rightarrow$ Q_6

z równania (68) $\rightarrow$ H_A

z równania (74) $\rightarrow$ Q_{k5}

z równania (75) $\rightarrow$ Q_{z5}

z równania (69) $\rightarrow$ H_B

z równania (72) $\rightarrow$ Q.

9. LITERATURA

[1] Czetwertyński E.,Utrysko B., *Hydraulika i hydromechanika*, PWN, Warszawa 1968.

[2] Troskolański A., *Hydromechanika,* Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1969.

[3] Walden H., Stasiak J., *Mechanika cieczy i gazów w inżynierii sanitarnej*, Arkady, Warszawa 1971.

[4] Grabarczyk Cz., *Przepływy cieczy w przewodach. Metody obliczeniowe*, Envirotech, Poznań 1997.

[5] PN-76 / M - 34034 *Rurociągi. Zasady obliczeń strat ciśnienia.*