

**NOŚNOŚĆ GRANICZNA
STALOWYCH USTROJÓW RAMOWYCH
W POŻARZE ROZWINIĘTYM –
OSZACOWANIE METODĄ KINEMATYCZNĄ**

Anna Tkaczyk
Praca doktorska

Promotor
Dr hab. inż. Mariusz Maślak, prof. PK

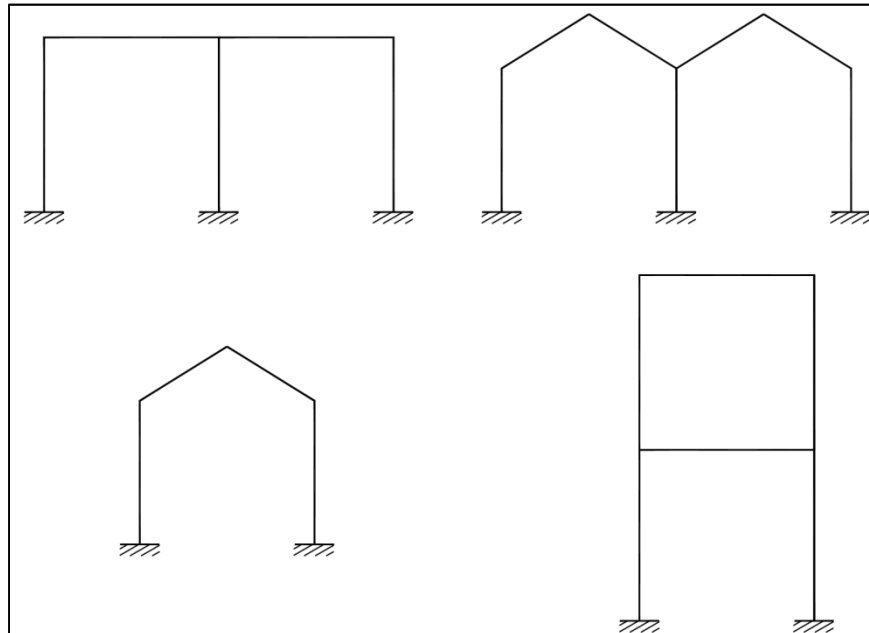


1. Cel, teza i zakres pracy.....	- 4 -
2. Kwestia miarodajności modelu pojedynczej reprezentatywnej ramy płaskiej w szacowaniu odporności ogniowej złożonego, trójwymiarowego ramowego ustroju nośnego.	- 9 -
3. Redystrybucja siły osiowej i momentów zginających w ogarniętym przez pożar stalowym elemencie prętowym.....	- 16 -
3.1. Charakterystyka analizowanego elementu prętowego.	- 16 -
3.2. Pierwsza faza pożaru – do powstania pierwszego przegubu plastycznego.	- 17 -
3.3. Pierwszy przegub plastyczny.	- 19 -
3.4. Druga faza pożaru – do zaniku siły osiowej.....	- 21 -
3.5. Trzecia faza pożaru – dominacja siły rozciągającej i efekt ciągną.....	- 22 -
3.6. Czwarta faza pożaru – do wyczerpania granicznej ciągliwości.	- 23 -
3.7. Specyfika redystrybucji w pożarze siły osiowej i momentów zginających.	- 23 -
3.8. Podsumowanie rozdziału 3.....	- 24 -
4. Proponowana procedura szacowania odporności ogniowej pojedynczej ramy poprzecznej oparta na uogólnionej regule Rankine’a – Merchanta.....	- 26 -
5. Mechanizmy zniszczenia ramy w pożarze rozwiniętym.	- 29 -
5.1. Uwagi ogólne.	- 29 -
5.2. Prosta rama portalowa.	- 33 -
5.3. Jednonawowa parterowa rama portalowa z załamaniem rygłem.	- 37 -
5.4. Dwukondygnacyjna jednonawowa rama przechyłowa.	- 42 -
5.5. Dwunawowa jednokondygnacyjna rama przechyłowa.	- 46 -
5.6. Wnioski z analizy przykładów prezentowanych w rozdziale 5.....	- 51 -
6. Szacowanie temperatury krytycznej ramy stalowej z rygłem załamanym z wykorzystaniem chwilowego środka obrotu.	- 52 -
6.1. Opis ramy analizowanej w przykładzie.....	- 52 -
6.2. Wyznaczenie miarodajnej temperatury ramy skojarzonej z mechanizmem 1-10-15-19...-	53 -
6.3. Analiza pozostałych, kinematycznie dopuszczalnych, czteroprzegubowych mechanizmów zniszczenia ramy.	- 57 -
6.4. Weryfikacja stopnia zagrożenia przy potencjalnej realizacji lokalnych trójprzegubowych mechanizmów zniszczenia.	- 60 -
7. Szacowanie temperatury krytycznej ramy stalowej metodą łączenia mechanizmów.....	- 63 -
7.1. Rama parterowa, dwunawowa, z załamanymi ryglami.	- 63 -
7.2. Jednonawowa rama dwukondygnacyjna.	- 76 -
7.3. Rama parterowa dwunawowa.....	- 88 -
8. Graficzno - analityczne podejście do szacowania temperatury krytycznej ramy stalowej.....	- 99 -
8.1. Rama jednonawowa z załamanym rygłem, przegubowo podparta w fundamencie.	- 99 -
8.2. Rama jednonawowa z załamanym rygłem, w pełni utwierdzona w fundamencie.	- 104 -

9.	Szacowanie temperatury krytycznej ramy stalowej metodami programowania liniowego.....	- 111 -
9.1.	Podstawowe założenia metody.....	- 111 -
9.2.	Liniowe warunki równowagi.....	- 112 -
9.3.	Linearyzacja warunku plastyczności.....	- 114 -
9.4.	Sformułowanie zadania programowania liniowego.	- 118 -
9.5.	Przykład obliczeniowy.	- 120 -
9.6.	Uwagi końcowe.....	- 126 -
10.	Podsumowanie i wnioski.....	- 128 -
11.	Przewidywane kierunki dalszych badań.....	- 133 -
12.	Literatura.....	- 135 -
13.	Streszczenie.....	- 141 -
14.	Summary.....	- 143 -

1. Cel, teza i zakres pracy.

Niniejsza praca dotyczy szacowania odporności ogniowej stalowych, ramowych ustrojów nośnych. Analizuje się zachowanie w pożarze ram płaskich o różnym stopniu złożoności, różnej geometrii i schemacie statycznym. Przykłady takich ram pokazano na rys. 1.1.



Rys. 1.1. Przykładowe ustroje ramowe analizowane w pracy.

W tradycyjnym ujęciu obliczeniowym odporność ogniową ustroju nośnego interpretuje się jako czas trwania pożaru $t_{fi,d}$ liczony od chwili jego zainicjowania, przez który ogarnięta tym pożarem konstrukcja będzie w stanie bezpiecznie przenosić przyłożone do niej obciążenia wraz z obciążeniami wewnętrznymi indukowanymi w tej konstrukcji wskutek skrzepowania swobody odkształceń wywołanych rozszerzalnością termiczną stali z której wykonano składające się na nią elementy. Tak zdefiniowany czas zależy od przebiegu i intensywności pożaru na który rozpatrywany ustrój jest ekspozycyjny. W przepisach normowych oraz w wymaganiach sformułowanych w przepisach prawa budowlanego [Dz. U. Nr 75 z 2002 r., poz. 690] pożarem odniesienia miarodajnym do prowadzenia tego rodzaju analizy jest tak zwany pożar standardowy, dla którego relacja pomiędzy temperaturą gazów spalinowych Θ_g a czasem trwania pożaru t_{fi} odpowiada przebiegowi znormalizowanej laboratoryjnej próby ogniowej. Taki przebieg zdecydowanie różni się jednak od scenariusza pożaru, który realnie zagraża badanej konstrukcji. W rzeczywistości jego rozwój zależy od wielu czynników, wśród których należy wymienić co najmniej rodzaj i sposób rozmieszczenia potencjalnego paliwa zgromadzonego w strefie pożarowej obejmującej analizowany ustrój nośny, co determinuje gęstość obciążenia ogniowego, a także warunki wentylacji tej strefy, różnicowane dostępnością tlenu podtrzymującego spalanie i warunkowane jej geometrią oraz liczbą i powierzchnią zastosowanych w niej otworów okiennych i drzwiowych. Poszukiwana wartość tak interpretowanej odporności ogniowej będzie zatem zależała od charakterystyki

pożaru, dla którego zostanie określona. Każda zmiana rozpatrywanego scenariusza pożaru dla tej samej ramy nośnej oznacza bowiem równoczesną zmianę przypisaną do niej odporności. W takim ujęciu odporność zdefiniowana w ten sposób nie może być uznana za obiektywną miarę bezpieczeństwa, jednoznacznie odniesioną do badanego ustroju. Z tego względu, w dalszych rozważaniach za miarę bezpieczeństwa ogarniętej przez pożar ramy przyjmuje się wyznaczoną dla niej wartość tak zwanej temperatury krytycznej [Maślak M., 2008]. Wartość tę wylicza się w taki sposób aby można było ją skojarzyć z osiągnięciem przez badany ustrój stanu granicznego nośności ogniowej. Nie wiąże się jej więc z żadnym szczególnym scenariuszem rozwoju potencjalnego pożaru. Oczywiście, znając wartość tej temperatury dla dowolnego rozpatrywanego scenariusza pożaru można w sposób jednoznaczny wyznaczyć taki czas jego trwania po którym temperatura ta zostanie osiągnięta w jednym z istotnych z punktu widzenia nośności ustroju elementów konstrukcyjnych. W takim rozumieniu temperatura krytyczna jest wartością stanowiącą charakterystykę badanego ustroju ramowego a zatem przypisaną do tego ustroju obiektywną miarą bezpieczeństwa. Szerzej o temperaturze krytycznej w aspekcie jej użyteczności do stosowania w inżynierii bezpieczeństwa pożarowego pisze M. Maślak [Maślak M., 2014a] i [Maślak M., 2014b]. Oszacowanie wartości temperatury krytycznej charakteryzującej dany ustrój nośny będzie wiarygodne tylko wtedy, gdy przy jej wyznaczaniu ustrój ten zostanie potraktowany całościowo [Kirby B.R. et al., 1994], [Kirby, B.R., Weinman D.E., 1997], [Kirby B.R., 1998], [Lennon T., Moore D.B., 2003], [Wald F. et al., 2010]. Oznacza to konieczność rozpatrzenia rzeczywistego zachowania się konstrukcji w pożarze, w tym w szczególności zidentyfikowania dla niej miarodajnego mechanizmu zniszczenia. Powszechnie stosowane w praktyce projektowej myślowe wydzielenie z ustroju pojedynczych elementów nośnych (rygli, słupów) i przypisywanie do nich lepiej lub gorzej zamodelowanych warunków brzegowych opisujących zmieniającą się wraz z rozwojem pożaru podatność więzów krępujących te elementy prowadzi co prawda do stosunkowo prostych algorytmów weryfikujących możliwość bezpiecznego przenoszenia przyłożonych do konstrukcji obciążeń niemniej jednak uzyskane wyniki z uwagi na prostotę podejścia obliczeniowego niekoniecznie odpowiadają rzeczywistemu zachowaniu się badanego ustroju w warunkach ekspozycji ogniowej. [Pettersson O., 1985] Trudno bowiem w tak prostym modelu fizycznym odwzorować chociażby zachodzącą w elementach konstrukcji poddanych bezpośrednio oddziaływaniu ognia redystrybucję sił wewnętrznych determinującą ich wynikowy stan naprężenia czy odkształcenia. Poza tym nie da się w ten sposób zidentyfikować, a zatem i oszacować istotności, pewnych specyficznych dla ogrzewanej ramy efektów, które uwidaczniają się dopiero dzięki jej analizie globalnej. Trzeba podkreślić, że dotychczasowe rekomendacje normy PN-EN 1993-1-2 [CEN, 2007] stanowiące podstawowe źródło stosowanych powszechnie procedur obliczeniowych wykorzystywanych w analizie bezpieczeństwa pożarowego obiektów budowlanych odnoszą się w zasadzie jedynie do analizy prostych elementów konstrukcyjnych myślowo wyizolowanych z bardziej złożonego ustroju nośnego. Zaleca się w nich wprawdzie aby do tego typu obliczeń stosować bardziej rozbudowane i odpowiednio zweryfikowane modele formalne, niemniej jednak nie podaje się wprost jak takie modele tworzyć, jakie mają ewentualne ograniczenia i na ile oceny otrzymane na ich podstawie są wiarygodne. Prostim skojarzeniem jest tu dążenie do posłużenia się w obliczeniach profesjonalnymi programami numerycznymi pozwalającymi nie tylko na trójwymiarową analizę zachowania się ekspozowanej na działanie ognia

konstrukcji nośnej ale także na uwzględnienie w tej analizie wszelkiego rodzaju nieliniowości, zarówno tej geometrycznej, wynikającej z dużych przemieszczeń elementów konstrukcyjnych, jak i tej materiałowej warunkowanej właściwościami stali w temperaturze pożarowej [Franssen J.M. et al., 1995]. Niestety, programy tego typu są jak dotąd stosunkowo kosztowne, a zatem dostępne w zasadzie jedynie dla profesjonalnych ośrodków badawczych. Wydaje się więc, że istnieje istotna potrzeba opracowania odpowiednio prostych procedur analitycznych nie wymagających od oceniającego eksperta zastosowania trudno dostępnego dla niego profesjonalnego oprogramowania komputerowego ale pozwalających na w miarę wiarygodną ocenę odporności ogniowej stalowych ramowych ustrojów nośnych. Próba przedstawienia takich procedur stanowi podstawowy cel niniejszej pracy. W ocenie autorki algorytmy tego typu, jakkolwiek w sposób oczywisty uproszczone i niedoskonałe, pozwolą na uzyskanie oceny znacznie bardziej wiarygodnej od tej, którą uzyskano by po bezpośrednim zastosowaniu samych tylko procedur normowych odniesionych jedynie do pojedynczych elementów nośnych. Istnieje wiele podejść obliczeniowych pozwalających na globalną analizę zachowania się ustroju ramowego w pożarze rozwiniętym. Zadaniem autorki jest rozeznanie co do możliwości zastosowania na tym polu uogólnionej na wyjątkową sytuację obliczeniową pożaru klasycznej metodyki podejścia kinematycznego do szacowania nośności granicznej prętowego obiektu ramowego. Niewątpliwą zaletą takiego podejścia jest to, że uzyskane na jego podstawie oszacowanie temperatury krytycznej ustroju nie zależy od historii obciążenia ani od tego jakie w czasie pożaru było pole sił wewnętrznych indukowanych w badanej konstrukcji wskutek postępującego ogrzewania składających się na nią elementów. Nie uwzględnia ono również zmieniającej się w czasie pożaru podatności węzłów i samych elementów konstrukcyjnych [Maślak M., Litwin M., 2010]. Zależy bowiem jedynie od zredukowanej w temperaturze pożarowej nośności plastycznej przekrojów poprzecznych rozpatrywanych elementów ramy oraz od lokalizacji i sekwencji pojawiania się kolejnych przegubów plastycznych uaktywniających kinematycznie dopuszczalne mechanizmy ruchu [Wong S.Y. et al., 1999] i [Wong S.Y. et al., 2000]. To właśnie formalne powiązanie tego typu podejścia z realnymi mechanizmami czysto plastycznego zniszczenia ramy w warunkach pożaru wydaje się stanowić o użyteczności zaproponowanej metody oceny odporności ogniowej. Stan graniczny nośności ogniowej jest tu bowiem jednoznacznie kojarzony z konkretnym mechanizmem zniszczenia specyfikowanym dla całej ramy, takim który uaktywni się przy najniższej wartości temperatury, nie zaś z lokalnym wyczerpaniem nośności lub niestatecznością samego tylko rygla czy słupa. Z tego względu podstawowa teza pracy sformułowana przez autorkę ma postać:

„Uogólnione na przypadek pożaru rozwiniętego klasyczne podejście kinematyczne do wyznaczania nośności granicznej ramowych układów konstrukcyjnych może stanowić wydajne i wiarygodne narzędzie obliczeniowe do szacowania wartości temperatury krytycznej prętowych ustrojów nośnych obiektów budowlanych”.

Tezie tej towarzyszą dwie tezy pomocnicze. Pierwsza z nich dotyczy ograniczenia bezpośredniego zastosowania zaproponowanego podejścia do oceny poszukiwanej temperatury krytycznej rozpatrywanej ramy stalowej. Ma ona następującą postać:

„Oszacowanie temperatury krytycznej rozpatrywanej ramy stalowej uzyskane po zastosowaniu uogólnionego na sytuację pożaru kinematycznego podejścia do oceny jej nośności granicznej będzie dostatecznie wiarygodne tylko wtedy, gdy rama ta z odpowiednio dużym prawdopodobieństwem zrealizuje w pożarze czysto plastyczny mechanizm zniszczenia. Oznacza to, akceptację założenia, że analizowana rama nie zostanie zniszczona wcześniej, na przykład przez jakąkolwiek formę jej globalnej lub lokalnej niestateczności.”

Czysto plastyczny mechanizm zniszczenia jest reprezentatywny dla ram wykonanych z kształtowników stosunkowo krępych, niepodatnych na globalną ani też na lokalną utratę stateczności. Chodzi o to, aby przyjęte przekroje rygli i słupów oraz ich smukłości były takie że można niejako z góry zagwarantować bezpieczne przenoszenie obciążeń w warunkach ekspozycji ogniowej aż do uplastycznienia najsłabszego z punktu widzenia pracy statycznej elementu nośnego. Gwarancję realizacji plastycznego mechanizmu zniszczenia ramy uzyskamy jednak tylko wtedy gdy zapewnimy tej ramie efektywne stężenie, skuteczne przez cały czas oddziaływania pożaru. Jeżeli jednak oceniający uzna, że w analizowanym przypadku akceptacja tego typu założenia jest wątpliwa, co znaczy, że trudno zagwarantować że w sytuacji pożaru badana rama zniszczy się dokładnie w taki sposób, to uzyskane dzięki prezentowanej w pracy procedurze obliczeniowej oszacowanie temperatury krytycznej trzeba będzie zinterpretować jedynie jako wynik cząstkowy, a poszukiwaną wartość miarodajnej temperatury krytycznej wyznaczyć w dalszych obliczeniach stosując dość już dobrze zweryfikowaną dla przypadku pożaru półempiryczną regułę *Rankine'a - Merchanta*. Szczegółowy opis postępowania w tym przypadku zostanie podany w dalszej części pracy. W tym miejscu należy jednak przytoczyć drugą tezę pomocniczą. Ma ona postać:

„Jeżeli trudno zakładać, że analizowana rama zniszczy się w pożarze w sposób czysto plastyczny to oszacowanie specyfikowanej dla niej temperatury krytycznej należy przeprowadzić w oparciu o półempiryczną metodę *Rankine'a - Merchanta*. W tym podejściu temperatura uzyskana po zastosowaniu samego tylko podejścia kinematycznego do oceny nośności granicznej tej ramy będzie interpretowana jedynie jako parametr związany z czysto plastyczną nośnością badanego ustroju, towarzyszący analogicznemu parametrowi skojarzonemu z nośnością czysto sprężystą tego ustroju.”

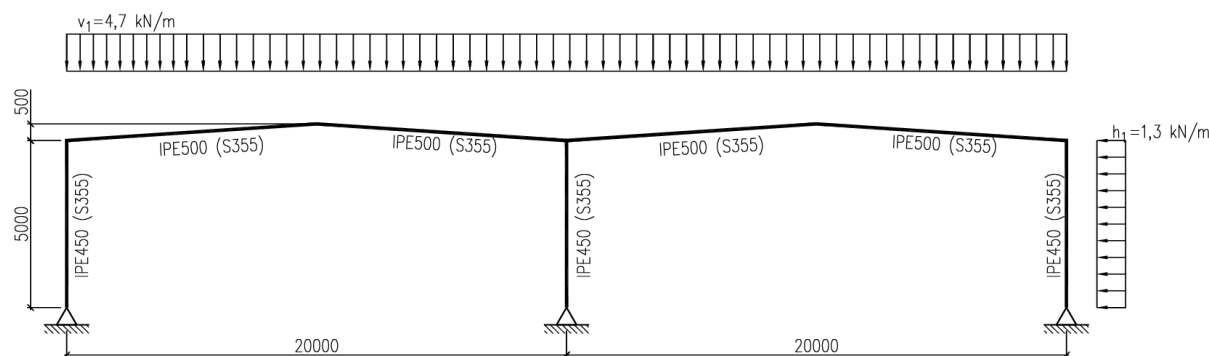
W rozważaniach przytoczonych poniżej zakłada się że temperatura poszczególnych elementów stalowych narasta wraz z rozwojem pożaru proporcjonalnie do jednego ustalonego parametru, wspólnego dla wszystkich części badanej ramy. Tak jest w istocie jedynie w przypadku gdy słupy i rygle tej ramy wykonano z tej samej stali, z elementów o takim samym przekroju poprzecznym (zarówno w odniesieniu do jego kształtu jak i rozmiaru). Na ogół jednak przekroje i smukłości słupów różnią się od tych odniesionych do rygli rozpatrywanej ramy. Różne mogą być również sposoby ich ekspozycji ogniowej (dla słupów zwykle miarodajne jest nagrzewanie na całym obwodzie przekroju poprzecznego podczas gdy pasy górne rygli bywają często osłonięte przed ogniem przez opierającą się na nich masywną żelbetową płytę stropową). Stąd wniosek, że temperatura w tych elementach narasta wraz z rozwojem pożaru z reguły w odmienny sposób. Jeżeli jednak przyjąć, że miarodajnym

scenariuszem pożaru w strefie pożarowej mieszczącej rozpatrywaną ramę nośną jest pożar w pełni rozwinięty, to oznacza to narastającą ale w danej chwili pożaru wyrównaną w całej strefie temperaturę gazów spalinowych. Przy szacowaniu temperatury krytycznej ramy przyjmuje się, że jej elementy nie są w żaden sposób izolowane przed bezpośrednią ekspozycją ogniową. Różnice w wyznaczonych ze szczegółowych obliczeń wartościach temperatury rygli i słupów będą zatem w takich warunkach zanedbywalnie małe, co czyni przyjęte wcześniej założenie o proporcjonalnym wzroście temperatury elementów ramy w pełni akceptowalnym. Trzeba również zwrócić uwagę na to, że w szacowaniu odporności ogniowej ramy stalowej mamy do czynienia z ustrojem nośnym poddanym działaniu specyficznej kombinacji oddziaływań zewnętrznych identyfikowanej dla wyjątkowej sytuacji projektowej. Oznacza to, że w odniesieniu do obciążeń zmiennych sumowane są ich efekty chwilowe nie zaś opracowane dla tych efektów statystycznie uzasadnione najbardziej prawdopodobne maksima wyliczane w odpowiednim okresie odniesienia. Tak określone pole obciążeń wywołuje w konstrukcji jednoznacznie z nim skojarzony stan deformacji. Oddziaływanie pożaru w chwili jego zainicjowania nakłada się zatem, co trzeba wyraźnie podkreślić, na wstępnie odkształcony ustrój nośny, nie zaś na idealizowaną konstrukcję typu „perfect”.

2. Kwestia miarodajności modelu pojedynczej reprezentatywnej ramy płaskiej w szacowaniu odporności ogniowej złożonego, trójwymiarowego ramowego ustroju nośnego.

W dobie współczesnych obliczeń komputerowych i powszechnego dostępu do profesjonalnego oprogramowania projektant na ogół nie ma żadnych trudności w skonstruowaniu odpowiednio precyzyjnego trójwymiarowego modelu numerycznego złożonego z elementów prętowych i odwzorowującego zarówno układ konstrukcyjny jak i geometrię nowopowstającego obiektu. W modelu tym uwzględnia on nie tylko wzajemne powiązania pomiędzy poszczególnymi elementami konstrukcyjnymi, w tym przede wszystkim różnokierunkowy charakter krępujących je więzów, ale również przestrzenny rozkład obciążeń zewnętrznych przyłożonych do ustroju nośnego. Niewątpliwie, uzyskane na podstawie takiej trójwymiarowej analizy statycznej i stowarzyszone z rozpatrywaną kombinacją oddziaływań pole sił wewnętrznych będzie znacznie bardziej wiarygodne od tego, które by otrzymano dla tej samej konstrukcji na podstawie konwencjonalnej analizy dwuwymiarowej odniesionej jedynie do pojedynczej ramy poprzecznej [Martin D., Moore D., 1999]. O ile jednak zwyczaj zbierania obciążeń i specyfikacji wygenerowanych przez te obciążenia sił wewnętrznych prowadzonych na przestrzennym modelu całej konstrukcji stał się już w zasadzie klasycznym podejściem obliczeniowym, zwłaszcza wśród młodego pokolenia inżynierów [Błyskal E., Ślęczka L., 2015], to następująca potem analiza wytrzymałościowa, pozwalająca na racjonalny dobór rozmiaru elementów przenoszących zidentyfikowane wcześniej obciążenia, sprowadza się nadal do analizy pojedynczej płaskiej ramy poprzecznej wybranej jako miarodajna z całego rozpatrywanego ustroju. Potrzebne przekroje słupów i rygli kształtowanej przez projektanta ramy nośnej wynikają bowiem ze spełnienia odpowiednich warunków nośności specyfikowanych dla każdego z tych elementów w newralgicznych dla nich przekrojach poprzecznych a także z warunków stateczności budowanych dla tych samych elementów potraktowanych jako całość. Nośność całej ramy determinuje zatem w takim ujęciu nośność słabszego z tych elementów, a w zasadzie mniejsza z dwóch granicznych wartości odniesionych do ich stateczności, oszacowanych osobno dla słupa i osobno dla rygla tej ramy. Należy przy tym podkreślić, że warunki miarodajne do wyznaczenia tej nośności wykalibrowane są przy założeniu sprężysto-plastycznej pracy ustroju, tak aby uwzględniały przestrzenną interakcję rozmaitych potencjalnie możliwych form globalnej niestateczności pojedynczych prętów. Najczęściej jest to złożenie kryterium zwichrzenia rygla lub słupa uaktywniającego się wskutek zginania i wyboczenia giętnego będącego skutkiem ściskania towarzyszącego temu zginaniu. Ważne, że w takim podejściu analizując jedynie płaską ramę poprzeczną można zweryfikować ryzyko wystąpienia globalnej formy niestateczności nie tylko w płaszczyźnie samej ramy (*in-plane buckling*) ale i na kierunku do tej płaszczyzny prostopadłym (*out-of-plane buckling*). Szacowanie nośności całej ramy w sposób tradycyjny, to znaczy jako minimum nośności (stateczności) pojedynczych prętów formujących tę ramę, budzi jednak pewne wątpliwości. Przy tego typu analizie nie wiąże się bowiem w sposób jednoznaczny wyczerpania możliwości przenoszenia przyłożonych do tej ramy obciążeń zewnętrznych z konkretną formą (wzorcem) jej zniszczenia czyli z tak zwanym *failure mode*. Taka miarodajna forma

zniszczenia jest niejako atrybutem całej ramy i nie musi być w żaden sposób odniesiona do degradacji pojedynczego pręta. Oczywiście, zniszczenie samego tylko rygła albo samego słupa z reguły będzie równoznaczne z awarią całej ramy, niemniej jednak relacja odwrotna nie musi zachodzić. Przy analizie jedynie pojedynczego pręta ramy można bowiem nie zauważyć na przykład takiego zlokalizowania przegubów plastycznych uaktywniających się w jego otoczeniu, które grozi uruchomieniem kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu ruchu. W podejściu obliczeniowym proponowanym w niniejszej pracy niejako akceptuje się zasadę, że temperatura krytyczna wyznaczona dla wybranej ale reprezentatywnej pojedynczej ramy poprzecznej złożonego, trójwymiarowego ramowego ustroju nośnego będzie tożsama z temperaturą krytyczną miarodajną dla całego badanego obiektu. Przed szczegółową prezentacją rekomendowanych procedur obliczeniowych trzeba zatem postawić pytanie na ile tego rodzaju konstatacja jest wiarygodna. Chodzi o to, czy oszacowanie temperatury krytycznej pojedynczej stalowej ramy poprzecznej może w ogóle stanowić podstawę do wiarygodnego wnioskowania o odporności ogniowej całego ustroju nośnego, którego ta rama jest częścią. Aby na tak postawione pytanie w sposób miarodajny odpowiedzieć trzeba najpierw ocenić czy uproszczenia zastosowane w proponowanym w niniejszej pracy modelu formalnym prowadzą do znaczących rozbieżności w stosunku do bardziej ogólnego, klasycznego modelu numerycznego bazującego na trójwymiarowej analizie zachowania się badanej konstrukcji w pożarze. Do tego typu oceny [Maślak M., Tkaczyk A., 2017] wykorzystano dane pochodzące z opublikowanego ostatnio raportu [Vassart O. et al., 2007] a także z pracy [Obiala R. et al., 2010] po ich odpowiednim przegrupowaniu i uporządkowaniu. Spośród wielu dostępnych wyników wybrano te, które dotyczą typowej hali dwunawowej o schemacie statycznym pojedynczej ramy poprzecznej i układzie obciążeń zewnętrznych pokazanym na rys. 2.1. Jak widać wszystkie elementy tej ramy wykonano ze stali S355. Przyjęto, że w rozpatrywanej hali występuje rozgorzenie pożaru ograniczonego jedynie do jej lewej nawy. Oznacza to równomierne i monotonicznie narastające ogrzewanie wskutek bezpośredniej ekspozycji ogniowej lewego słupa oraz załamane w kalenicy lewego rygła tej nawy. Analogiczne elementy nośne zlokalizowane w prawej nawie, a także centralny słup pomiędzy nawami w czasie pożaru pozostają zimne. Taki scenariusz pożarowy można skojarzyć chociażby z istnieniem wewnątrz hali nieskończone efektywne oddzielenia przeciwogniowego mieszczącego w sobie i doskonale izolującego centralny rząd słupów.

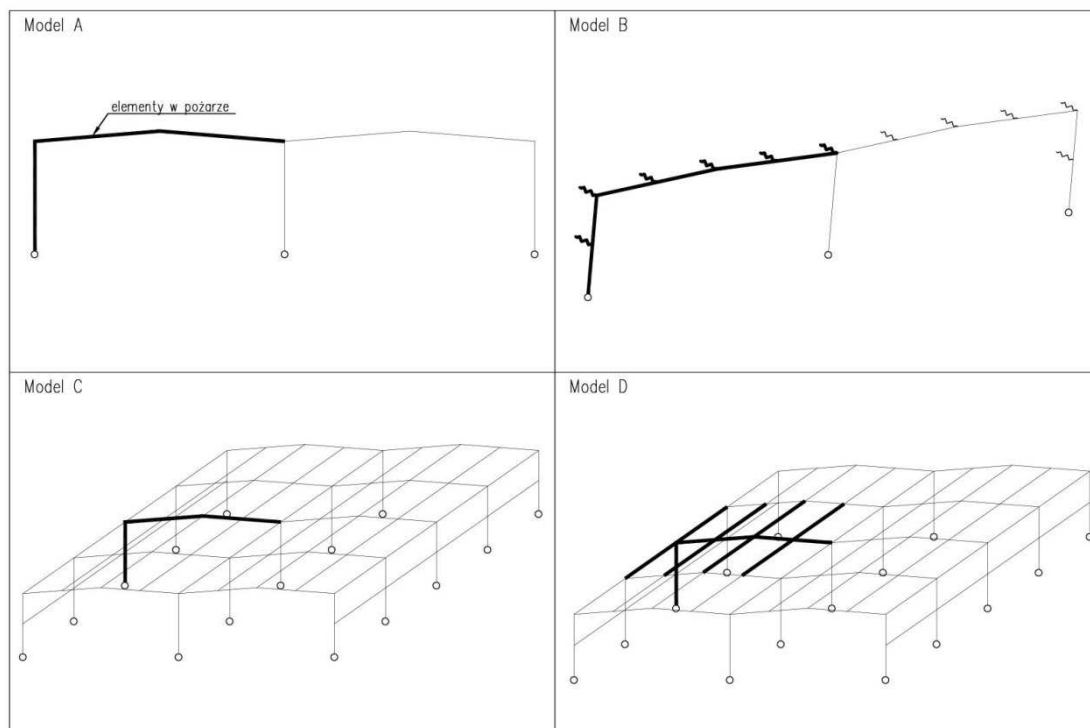


Rys. 2.1. Pojedyncza rama poprzeczna rozpatrywanej w pracy hali stalowej.

Do szczegółowej analizy [Maślak M., Tkaczyk A., 2017] wybrano cztery podstawowe modele obliczeniowe oznaczone kolejnymi literami arabskimi, odpowiednio A, B, C i D. Pokazano je

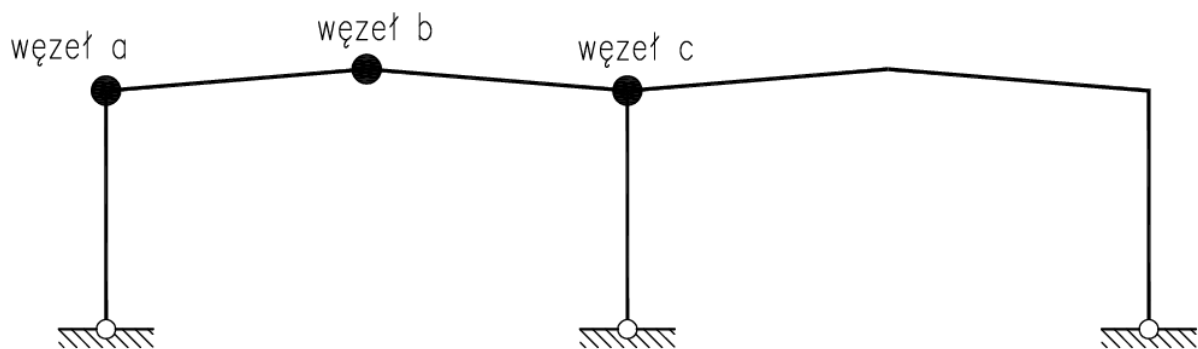
schematycznie na rys. 2.2. Elementy ogrzewane w czasie pożaru zostały przy tym odpowiednio pogrubione (brak pogrubienia oznacza, że element przez cały czas pożaru pozostaje zimny). Modele te różnią się przede wszystkim stopniem złożoności, w tym w szczególności:

- **Model A** – jest modelem w pełni dwuwymiarowym, odpowiada pojedynczej ramie poprzecznej wyizolowanej z całej hali, w pożarze równomiernie ogrzewane są przy tym jedynie lewy słup i załamany w kalenicy rygiel lewej nawy,
- **Model B** – jest modelem pojedynczej ramy poprzecznej analogicznym do modelu A, dodatkowo uwzględniono w nim jednak oddziaływanie ogrzewanych w pożarze płatwi dachowych, oddziaływanie to zamodelowano przez układ sprężyn skierowanych prostopadle do płaszczyzny ramy, w przypadku płatwi zlokalizowanych w lewej nawie sztywność tych sprężyn maleje ze wzrostem temperatury odpowiadających im płatwi,
- **Model C** – jest modelem trójwymiarowym obejmującym cały ustrój nośny hali, jedna z ram poprzecznych (pogrubiona na rys. 2.2.) została w lewej nawie poddana bezpośredniej ekspozycji ogniowej, w modelu w sposób naturalny uwzględnia się wpływ oddziaływania płatwi, nie uwzględnia się jednak nagrzewania płatwi w pożarze, wszystkie płatwie pozostają zimne przez cały czas jego trwania,
- **Model D** – jest modelem trójwymiarowym analogicznym do modelu C, przyjęto jednak że wraz z nagrzewaniem się elementów nośnych zlokalizowanych w lewej nawie ogrzewanej ramy poprzecznej w sąsiadujących z tą ramą „polach” nagrzewają się również płatwie dachowe (na rysunku odpowiednio pogrubione).



Rys. 2. 2. Rozpatrywane w pracy modele obliczeniowe hali stalowej poddanej wpływowi oddziaływania pożaru (opis w tekście).

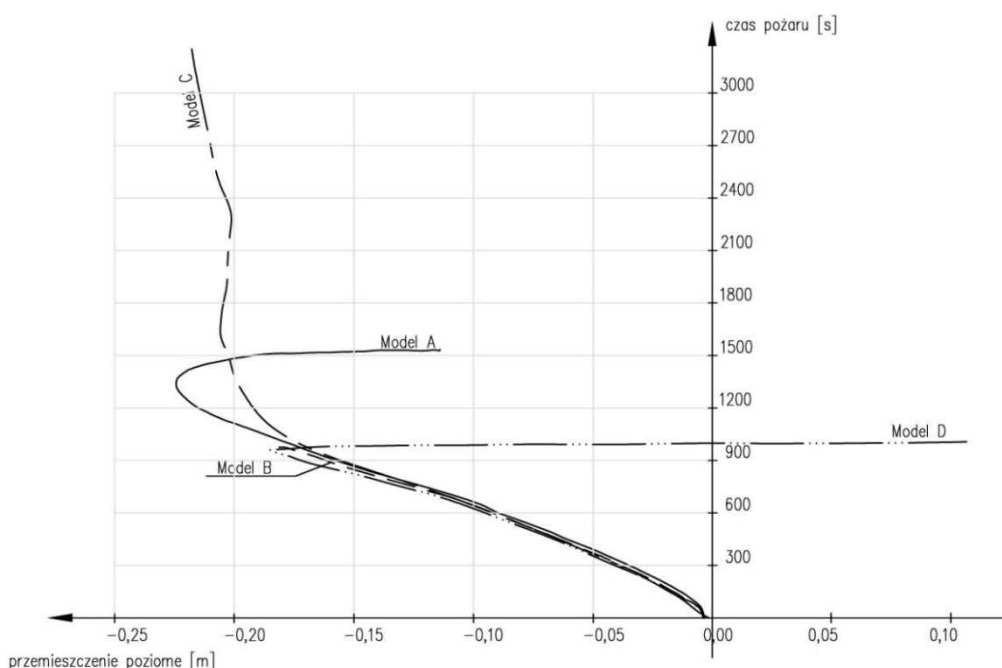
Do porównania wyników uzyskanych na podstawie analizy wyspecyfikowanych powyżej modeli obliczeniowych posłużą przemieszczenia wybranych węzłów pokazanych na rys. 2.3, w tym kolejno przemieszczenia poziome węzłów „a” i „c” oraz przemieszczenia pionowe węzła „b”. należy zaznaczyć, że podstawowym celem szczegółowych analiz prowadzonych w pracach [Vassart O. et al., 2007] i [Obiala R. et al., 2010] było porównywanie odpowiadających sobie przemieszczeń węzłów otrzymanych po zastosowaniu „bliźniaczych” programów komputerowych, odpowiednio specjalistycznego oprogramowania „SAFIR” oraz powszechnie znanych programów „ANSYS” i „ABAQUS”. W ujęciu prezentowanym w niniejszej pracy do porównania wybrano jedynie rezultaty otrzymane dzięki wykorzystaniu programu „ANSYS”. Chodzi bowiem o walidację samego modelu obliczeniowego nie zaś o interpretację różnic wynikających z zastosowania wybranego przez eksperta narzędzia informatycznego.



Rys. 2.3. Węzły ramy poprzecznej wybrane do szczegółowej analizy przemieszczeń w warunkach pożaru.

Analizę wyników uzyskanych po zastosowaniu opisanych powyżej modeli obliczeniowych rozpoczyna porównanie przemieszczeń poziomych zidentyfikowanych w węźle „a”. Pokazano je szczegółowo na rys. 2.4. Wszystkie modele wykazują, co zresztą nie jest niespodzianką, że wraz z rozwojem pożaru następuje termiczne wydłużanie się rygła ramy skutkujące jego „rozpychaniem się” pomiędzy słupami. Powoduje to przemieszczenie węzła „a” w lewo. Należy zauważyć, że biorąc pod uwagę pierwsze 15 minut pożaru, co jest równoważne 900 sekundom czasu jego trwania zaznaczonym na osi pionowej prezentowanego wykresu, nie ma znaczących różnic ilościowych w odniesieniu do przemieszczeń otrzymanych z poszczególnych modeli obliczeniowych. Sztywność giętna rygła i granica plastyczności stali z której go wykonano są bowiem na tym etapie pożaru jeszcze na tyle duże że nie obserwuje się gwałtownego przyrostu ugięcia. Analizując wyizolowaną z całej hali pojedynczą ramę poprzeczną (model A) obserwuje się jednak, że mniej więcej po 1400 sekundach nagrzewania w pożarze ugięcia rygła są już na tyle duże, że indukują ściąganie węzła „a” z powrotem do wewnątrz ramy a siła rozciągająca w ryglu coraz bardziej efektywnie niweluje dominującą dotąd siłę ściskającą. Takiego wniosku nie da się zaobserwować po analizie zachowania się w pożarze ramy modelowanej przy pomocy modelu B. Płatwie wykonane z elementów o przekrojach o znacznej smukłości już po 900 sekundach pożaru uległy bowiem całkowitej degradacji a więc sztywność modelujących ich wpływ nagrzewanych sprężyn zmalała do zera. Na dalszym etapie pożaru rama poprzeczna w jej części nagrzewanej nie jest już zatem stabilizowana przez płatwie. W pewnym

przybliżeniu można twierdzić że zachowanie się takiej ramy opisuje teraz model A. W modelu C płatwie przez cały czas pożaru pozostają zimne. Stawiają zatem skuteczny opór narastaniu ugięcia rygła a przez to nie dochodzi do generowanego przez to ugięcie ściągania węzła „a” do wewnątrz ramy. Jeżeli jednak uwzględnimy, że równocześnie z nagrzewaniem się rygła ma miejsce nagrzewanie się płatwi z nim sąsiadujących (model D) to podobnie jak w modelu B płatwie te ulegają destrukcji już po 900 sekundach pożaru i nie przeciwstawiają się gwałtownemu narastaniu ugięcia rygła skutkującemu prawie natychmiastowemu cofnięciu się węzła „a”. Zauważmy, że obwisające płatwie dachowe wyraźnie dokładają się tu do zwiększania prędkości przyrostu ugięcia rygła, co jest równoznaczne ze znacznie szybszym cofaniem się węzła „a” do wewnątrz ramy w stosunku do analogicznego efektu obserwowanego w modelu A.

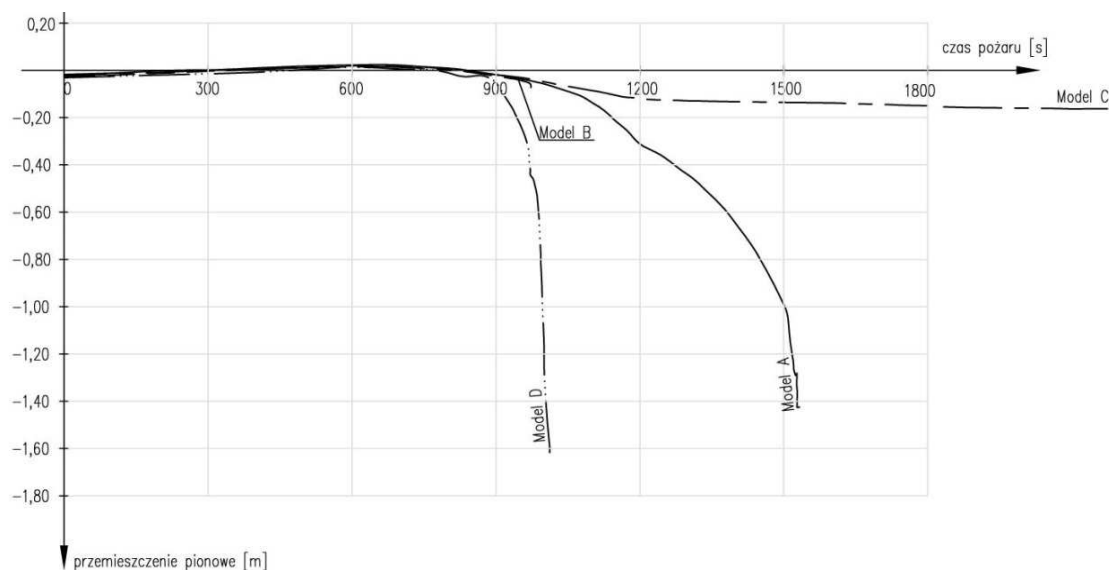


Rys. 2.4. Przemieszczenia poziome węzła „a” z rys. 2.3 uzyskane po wykorzystaniu opisanych w tekście modeli obliczeniowych.

Jakościowo podobne wnioski można wyciągnąć z obserwacji przemieszczeń pionowych zinventaryzowanych w węzle „b” w kalenicy rygła lewej nawy (rys. 2.5.). Tutaj również po 900 sekundach trwania pożaru widać wyraźny przyrost ugięcia rygła. W modelu D jest on jednak znacznie bardziej gwałtowny niż w modelu A. To, podobnie jak to pokazano na rys. 2.4, destrukcyjny wpływ obwisających płatwi dodatkowo ściągających kalenicę w dół. Model B w tym momencie pożaru niejako „przepina się” na model A. Za to zimne płatwie z modelu C skutecznie przeciwstawiają się narastaniu ugięcia a zatem i ściągnięciu węzłów okapowych do wewnątrz ramy.

Na koniec porównano przemieszczenia węzła „c” zestawione na rys. 2.6. W pierwszym etapie trwania pożaru ugięcia rygła są jeszcze małe a jego sztywność na tyle duża że dominuje rozpychanie węzłów okapowych na skutek rozszerzalności termicznej. Węzeł „c” przemieszcza się zatem w prawo i nie ma znaczących różnic pomiędzy wartościami tego przemieszczenia uzyskanymi po zastosowaniu kolejnych modeli obliczeniowych. Już jednak po mniej więcej 10 minutach pożaru (600 sekundach) wskutek szybkiego narastania ugięcia

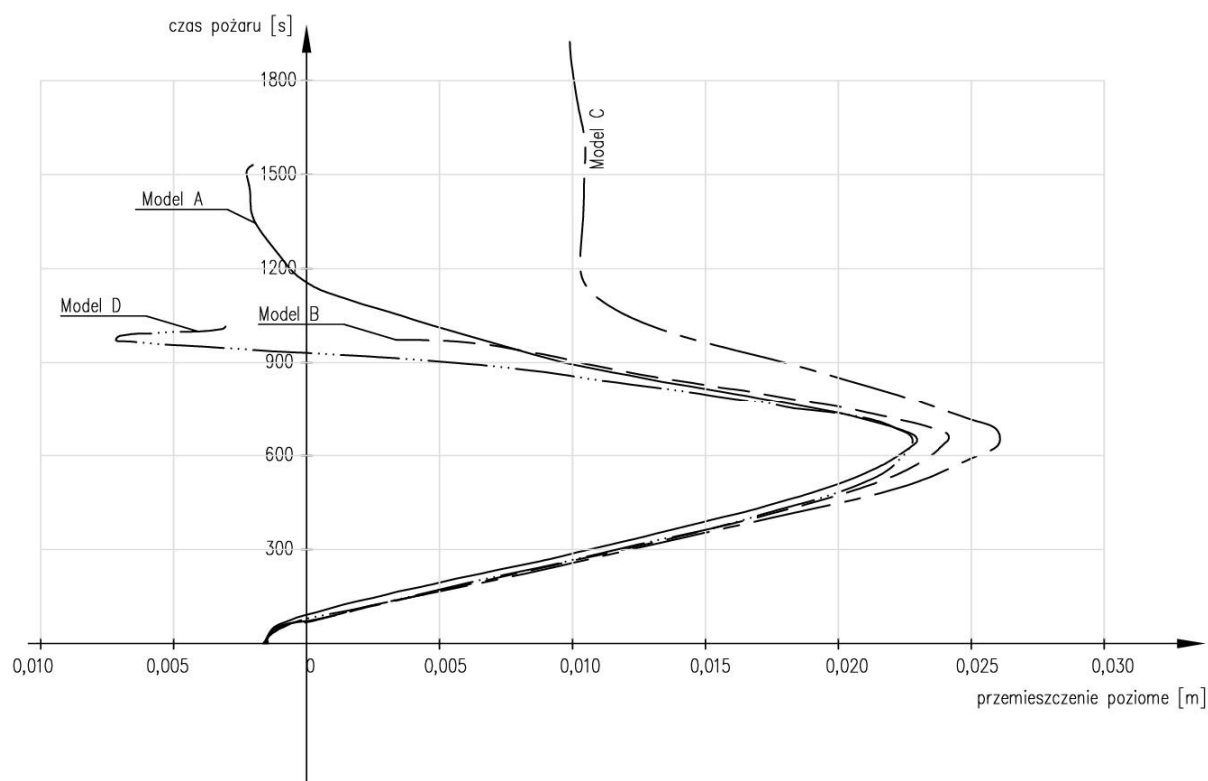
rygla coraz większą rolę zaczyna odgrywać indukująca się w nim siła rozciągająca coraz bardziej efektywnie niwelująca wpływ siły ściskającej. Nie ma też dużych różnic pomiędzy wynikami ilościowymi uzyskanymi z modeli A, B i D. W węźle „c” duży wpływ na zachowanie ramy mają bowiem płatwie z prawej nawy a te w modelach B i D przez cały czas pożaru pozostają zimne. Cofanie się węzła „c” w modelu D jest nadal nieco szybsze niż w modelu A. Różnica jest skutkiem ściągającego wpływu gorących i zwisających płatwi z lewej nawy. Znowu wyróżnia się model C. Zimne płatwie w obu nawach ramy nie pozwalają na szybkie narastanie ugięcia rygla.



Rys. 2.5. Przemieszczenia pionowe węzła „b” z rys. 2.3 uzyskane po wykorzystaniu opisanych w tekście modeli obliczeniowych.

Z przedstawionych powyżej rozważań [Maślak M., Tkaczyk A., 2017] można wyciągnąć wniosek, że szacowanie odporności ogniowej hali stalowej na podstawie szczegółowej analizy wyizolowanej z tej hali pojedynczej ramy poprzecznej może dawać w miarę wiarygodne wyniki, zwłaszcza wtedy gdy o nośności tej ramy decyduje pierwsza faza pożaru. Jest to bowiem faza w której redukcja sztywności giętej elementów nośnych oraz wynikające z tej redukcji ich sprężysto – plastyczne deformacje są jeszcze na tyle małe że można zaniedbać wpływ indukującej się w ryglu siły rozciągającej. Na tym etapie ekspozycji ogniowej wyniki otrzymane na podstawie prostego modelu dwuwymiarowego nie różnią się znacząco od tych które otrzymano by stosując bardziej złożone modele trójwymiarowe. Jeżeli jednak ustrój nośny analizowanej hali stalowej zapewnia bezpieczne przenoszenie przyłożonych do niego obciążeń także w dalszej fazie pożaru kojarzonej z dużymi przemieszczeniami elementów znacznie już osłabionych przez wpływ wysokiej temperatury to postawiony wcześniej wniosek trzeba interpretować ostrożniej. W takim przypadku analiza jedynie pojedynczej ramy poprzecznej nie daje możliwości uwzględnienia wpływu nagranych płatwi dachowych, które niebezpiecznie przyspieszają narastanie ugięć rygla rozpatrywanej ramy. Wpływ ten jest efektem obserwowanego w gorących płatwiach tak zwanego efektu ciągną, to znaczy dominacji w nich osiowej siły rozciągającej całkowicie niwelującej występujące wcześniej osiowe ściskanie będące skutkiem rozszerzalności

termicznej stali konstrukcyjnej. Odporność ogniowa hali stalowej oparta na analizie pojedynczej ramy poprzecznej będzie zatem teraz oszacowana nazbyt optymistycznie. Trzeba jednak wyraźnie podkreślić, że tego typu wynik będzie i tak znacznie bardziej wiarygodny od analogicznego rezultatu uzyskanego z modelu trójwymiarowego, w którym nie uwzględniono równoczesnego z nagraniem ram poprzecznych hali osłabienia sąsiadujących z nimi płatwi dachowych. Stąd wniosek, że uwzględnienie w trójwymiarowym modelu formalnym oddziaływania pożaru nie tylko na podstawowy ustrój nośny ale również na płatwie dachowe i cały układ stężający halę stanowi warunek *sine qua non* wiarygodności tego modelu, determinujący poprawność uzyskanych wyników.

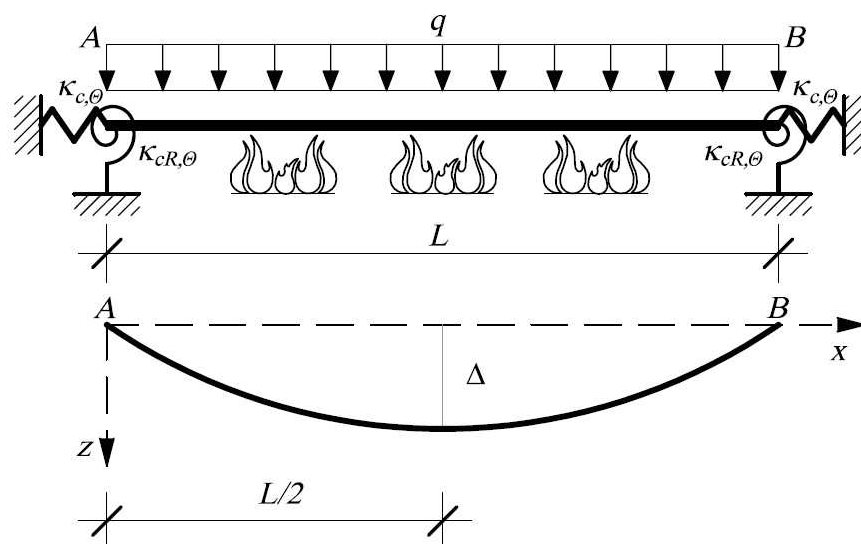


Rys. 2.6. Przemieszczenia poziome węzła „c” z rys. 2.3 uzyskane po wykorzystaniu opisanych w tekście modeli obliczeniowych.

3. Redystrybucja siły osiowej i momentów zginających w ogarniętym przez pożar stalowym elemencie prętowym.

3.1. Charakterystyka analizowanego elementu prętowego.

Celem niniejszego rozdziału jest omówienie procesu redystrybucji siły osiowej w ogarniętym przez pożar prętowym elemencie stalowym o ograniczonej możliwości swobodnej realizacji generowanych termicznie odkształceń i skojarzenie tego procesu z towarzyszącym mu procesem redystrybucji momentów zginających. Chodzi również o pokazanie jak w pożarze dochodzi do plastycznego wyrównania momentów. Wybrany do analizy element konstrukcyjny wraz z przypisanymi do niego warunkami brzegowymi może stanowić punkt wyjścia do modelowania dowolnego elementu stanowiącego integralną część bardziej złożonego, w szczególności ramowego, ustroju nośnego.



Rys. 3.1. Schemat analizowanej w pracy równomiernie ogrzanej w pożarze belki stalowej.

Do szczegółowej analizy [Maślak M., Snela M., Tkaczyk A., 2017] wybrano równomiernie obciążoną obciążeniem $q(x) = const$ belkę o rozpiętości L , wykonaną z dwuteownika stalowego i pokazaną na rys. 3.1. Jak widać, na obu podporach, oznaczonych odpowiednio symbolami A i B , zastosowano węzły podatne, przy czym sztywność tych węzłów zależy od temperatury θ . W szczególności, sztywność węzłów ze względu na osiowe wydłużenie wynosi $K_{C,\theta,A} = K_{C,\theta,B} = K_{C,\theta}$ natomiast ich sztywność obrotowa $K_{CR,\theta,A} = K_{CR,\theta,B} = K_{CR,\theta}$ (dolny indeks C oznacza tu połączenie – *connection*, indeks R zaś odnosi się do obrotu – *rotation*). W dalszych rozważaniach zakłada się idealnie sprężysto – plastyczny model opisujący zachowanie się w pożarze stali konstrukcyjnej, w którym współczynnik $k_{y,\theta} = f_{y,\theta} / f_{y,20}$ jest miarą stopnia redukcji granicy plastyczności tej stali w temperaturze pożarowej natomiast analogiczny współczynnik $k_{E,\theta} = E_{\theta} / E_{20}$ – miarą stopnia redukcji przypisanego do tej stali modułu sprężystości podłużnej. Wartości obu tych współczynników w zależności od temperatury θ_a zestawiono w normie PN-EN 1993-1-2

[CEN, 2007]. Przyjmuje się również że dwuteownik z którego wykonano belkę przez cały czas pożaru spełnia wymogi kwalifikujące go do klasy 1, tak że na długości belki możliwa jest plastyczna redystrybucja momentów zginających. Kolejne założenie dotyczy istnienia skutecznego zabezpieczenia nagrzewanej w pożarze belki zarówno przed jej zwichrzeniem jak i przed jakąkolwiek formą lokalnej utraty stateczności.

Kształt ugiętej osi belki zmienia się w pożarze wraz ze zmieniającą się ze wzrostem temperatury Θ_a podatnością węzłów. Należy jednak zauważyć, że jeśli na obu podporach założone zostanie przegubowe podparcie, co oznacza zerową sztywność obrotową, to równanie linii ugięcia opisuje formuła:

$$z(x) = 4\Delta \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L}\right) \quad (3.1)$$

w której przez Δ oznaczono ugięcie tak podpartej belki w środku jej rozpiętości. W takiej sytuacji wydłużenie ugiętej belki w stosunku do pierwotnej rozpiętości węzłów można obliczyć z zależności:

$$\delta = \int_0^L \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx - L = \frac{8\Delta^2}{3L} \quad (3.2)$$

Z równania równowagi zestawionego dla środka rozpiętości tego typu belki wynika, że:

$$-N_{\Theta}\Delta + \frac{qL^2}{8} = M_{m,\Theta} \quad (3.3)$$

Moment $M_{m,\Theta}$ jest tu zmieniającym się wraz z temperaturą Θ_a momentem zginającym określonym w środku rozpiętości belki, symbol N_{Θ} opisuje natomiast zależną od tej temperatury siłę osiową indukowaną w belce, taką że rozciąganiu przypisano wartości dodatnie. Zakłada się przy tym że siły N_{Θ} generowane na skutek oddziaływań termicznych i deformacji zgięciowych są przez cały czas pożaru na tyle małe, że momenty zginające można wyznaczać według teorii I-go rzędu.

3.2. Pierwsza faza pożaru – do powstania pierwszego przegubu plastycznego.

W pierwszej fazie pożaru wydłużająca się wskutek ogrzania belka rozpycha podpory, co generuje powstanie osiowej siły ściskającej $N_{c,\Theta}$ o wartości narastającej ze wzrostem temperatury Θ_a . Jeżeli sztywność belki ze względu na osiowe wydłużenie zostanie opisane zależnym od temperatury parametrem $\kappa_{B,\Theta}$, takim że:

$$\kappa_{B,\Theta} = \frac{k_{E,\Theta} E_{20A}}{L} \quad (3.4)$$

to wartość poszukiwanej siły wyznaczy się z formuły:

$$N_{c,\theta} = \frac{\alpha_{\theta} \theta L}{\frac{2}{\kappa_{C,\theta}} + \frac{1}{\kappa_{B,\theta}}} = \frac{\kappa_{C,\theta} \kappa_{B,\theta}}{\kappa_{C,\theta} + 2\kappa_{B,\theta}} \alpha_{\theta} \theta L \quad (3.5)$$

w której symbolem α_{θ} oznaczono zależny od temperatury współczynnik rozszerzalności termicznej stali. Skrócenie belki wywołane oddziaływaniem węzłów wyniesie zatem:

$$\delta_{C\theta} = \frac{N_{c,\theta}}{\kappa_{C,\theta}} \quad (3.6)$$

W przypadku belki z węzłami podporowymi o niezerowej sztywności obrotowej. Momenty zginające, zarówno ten generowany na podporze A jak i ten ujawniający się w środku rozpiętości belki, zależą nie tylko od sztywności obrotowej więzów ale także od zdolności do obrotu samej belki. Niech ten drugi czynnik opisuje zależna od temperatury sztywność $\kappa_{BR,\theta}$, taka że:

$$\kappa_{BR,\theta} = \frac{k_{E,\theta} E_{20} J}{L} \quad (3.7)$$

W powyższej zależności J jest momentem bezwładności przekroju belki liczonym względem tak zwanej silnej osi dwuteownika. Precyzyjne oszacowanie ugięcia Δ_{θ} narastającego wraz z monotonicznie rosnącą w pożarze temperaturą θ_a i mierzonego w środku rozpiętości belki jest teraz trudne ze względu na ciągle zmieniający się kształt odkształconej osi elementu. Wymagałoby ono zastosowania żmudnych obliczeń iteracyjnych ze stosunkowo krótkim krokiem czasowym, takich aby dało się uwzględnić wieloźródłową nieliniowość analizy. Można jednak wykorzystać na tym polu podejście uproszczone rekomendowane w pracy [Sun R., Burgess I. W., 2016] i powszechnie stosowane w praktyce. Jeżeli bowiem do opisu wprowadzić bezwymiarowy parametr $\xi_{R,\theta}$, zdefiniowany stosunkiem:

$$\xi_{R,\theta} = \frac{\kappa_{CR,\theta}}{\kappa_{BR,\theta}} \quad (3.8)$$

to moment zginający na podporze A w przybliżeniu wyrazi się jako odpowiednia część momentu generowanego w przypadku pełnego utwierdzenia, a zatem:

$$M_{A,\theta} = \xi_{R,\theta} \frac{qL^2}{12} \quad (3.9)$$

Podobnie moment indukowany w środku rozpiętości belki będzie mieścił się pomiędzy momentem generowanym dla belki swobodnie podpartej i tym, który indukuje się przy pełnym utwierdzeniu. Stosując analogiczne proporcje można zatem zapisać, że:

$$M_{m,\theta} = (1 - \xi_{R,\theta}) \frac{qL^2}{8} + \xi_{R,\theta} \frac{qL^2}{24} \quad (3.10)$$

Akceptacja stopnia przybliżenia uzyskanego z uproszczonych relacji (3.9) i (3.10) daje możliwość przybliżonego oszacowania ugięcia belki z węzłami podatnymi, mierzonego w środku rozpiętości rozpatrywanego elementu i skojarzonego z temperaturą Θ_a . Zakłada się bowiem że przy tych samych proporcjach sztywności zachodzi relacja:

$$\Delta_{\Theta} = (1 - \xi_{R,\Theta}) \frac{5qL^4}{384k_{E,\Theta}E_{20}J} + \xi_{R,\Theta} \frac{qL^4}{384k_{E,\Theta}E_{20}J} \quad (3.11)$$

3.3. Pierwszy przegub plastyczny.

W pierwszej fazie pożaru belka pracuje w zakresie sprężystym. Jej sztywność giętą jest jeszcze na tyle duża, że skutecznie przeciwstawia się gwałtownemu narastaniu ugięcia. Oznacza to zatem mały wpływ generowanej przez to ugięcie osiowej siły rozciągającej. Dominacja siły ściskającej indukowanej wskutek rozszerzalności termicznej stali nie jest więc na razie w sposób istotny niwelowana. Narastająca ze wzrostem temperatury siła ściskająca wraz ze zmieniającym się na skutek rosnącej podatności więzów momentem zginającym belkę może powodować sprężyste lub sprężysto – plastyczne wyboczenie. Ponieważ jednak w dalszych rozważaniach analizuje się sprężysto – plastyczną redystrybucję sił wewnętrznych przyjęto, że pierwszy etap odpowiedzi belki na ekspozycję pożarową kończy sytuacja alternatywna względem poprzednio wymienionej czyli uaktywnienie się przegubu plastycznego w krytycznym przekroju poprzecznym. Można zatem wyznaczyć graniczną wartość siły ściskającej dla której w interakcji z towarzyszącym tej sile momentem zginającym nastąpi pełne uplastycznienie przekroju belki. W pracy [Sun R., Burgess I. W., 2016] proponuje się przyjęcie do tego celu prostej liniowej formuły interakcyjnej typu:

$$\frac{N_{c,\Theta}^{\max}}{A k_{y,\Theta} f_{y,20}} + \frac{M_{m,\Theta}}{W_{pl} k_{y,\Theta} f_{y,20}} = 1 \quad (3.12)$$

Daje ona rozwiązania konserwatywne, a zatem bezpieczne. Wielkość A oznacza tu powierzchnię przekroju poprzecznego belki natomiast W_{pl} wskaźnik oporu plastycznego tego przekroju. Na tej podstawie otrzymuje się:

$$N_{c,\Theta}^{\max} = N_c(\Theta^{gr(I)}) = (W_{pl} k_{y,\Theta} f_{y,20} - M_{m,\Theta}) \frac{A}{W_{pl}} \quad (3.13)$$

Dokładniejsze rozwiązanie daje w tym przypadku przyjęcie biliniowej formuły interakcyjnej, opisanej zależnościami rekomendowanymi w [Yin Ying-zhi, Wang Yong-chang, 2005], dla której:

- jeżeli oś obojętna przechodzi przez środek dwuteownika to zachodzi:

$$\eta\mu \frac{N_{c,\Theta}^{\max}}{A k_{y,\Theta} f_{y,20}} + \frac{M_{m,\Theta}}{W_{pl} k_{y,\Theta} f_{y,20}} = 1 \quad (3.14)$$

- jeżeli natomiast oś obojętna przechodzi przez pas dwuteownika to wtedy:

$$\frac{N_{c,\Theta}^{\max}}{Ak_{y,\Theta}f_{y,20}} + \frac{1-\eta}{1-\eta^2\mu} \frac{M_{m,\Theta}}{W_{pl}k_{y,\Theta}f_{y,20}} = 1 \quad (3.15)$$

Symbole η i μ oznaczają tu odpowiednio stosunki:

$$\eta = \frac{A_w}{2A_f + A_w} = \frac{A_w}{A} \quad \text{i} \quad \mu = \frac{(1+\beta)^2}{\beta(2+\beta)} \quad \text{gdzie} \quad \beta = \frac{A_w}{2A_f} \quad (3.16)$$

przy czym powierzchnia A_w jest powierzchnią przekroju poprzecznego środka belki natomiast A_f - powierzchnią przekroju poprzecznego pojedynczego pasa belki. Zastosowanie zależności (3.14) prowadzi do oszacowania:

$$N_{c,\Theta}^{\max} = N_c(\Theta^{gr(I)}) = (W_{pl}k_{y,\Theta}f_{y,20} - M_{m,\Theta}) \frac{A}{W_{pl}\eta\mu} \quad (3.17)$$

W analogiczny sposób wyznacza się graniczną siłę ściskającą jeśli zachodzi sytuacja opisana równaniem (3.15).

Wróćmy teraz do ustalenia lokalizacji uaktywniającego się w belce pierwszego przegubu plastycznego. Wychodząc z równań (3.9) i (3.10) można pokazać, że jeżeli zachodzi $\xi_{R,\Theta} < 0,75$ to pierwszy przegub plastyczny indukuje się w środku rozpiętości belki.

Mamy zatem:

$$M_{m,\Theta} = M_{pl,\Theta} \quad \text{oraz} \quad M_{A,\Theta} = \frac{2\xi_{R,\Theta}}{3-2\xi_{R,\Theta}} M_{pl,\Theta} < M_{pl,\Theta} \quad (3.18)$$

co daje graniczną wartość obciążenia na poziomie:

$$q^{gr(I)} = \frac{24M_{pl,\Theta}}{(3-2\xi_{R,\Theta})L^2} \quad (3.19)$$

Oczywiście graniczny moment plastyczny zależy od temperatury, tak że zachodzi:

$$M_{pl,\Theta} = k_{y,\Theta} M_{pl} = W_{pl}k_{y,\Theta}f_{y,20} \quad (3.20)$$

Z drugiej strony, w sytuacji gdy $\xi_{R,\Theta} > 0,75$ pierwsze przeguby indukują się na obu podporach belki nie uruchamiając jednak kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu ruchu. Wtedy zachodzi:

$$M_{m,\Theta} = \frac{3-2\xi_{R,\Theta}}{2\xi_{R,\Theta}} M_{pl,\Theta} < M_{pl,\Theta} \quad \text{oraz} \quad M_{A,\Theta} = M_{B,\Theta} = M_{pl,\Theta} \quad (3.21)$$

co daje:

$$q^{gr(I)} = \frac{12M_{pl,\Theta}}{\xi_{R,\Theta}L^2} \quad (3.22)$$

3.4. Druga faza pożaru – do zaniku siły osiowej.

W drugiej fazie pożaru belka pracuje w zakresie sprężysto – plastycznym. Jej sztywność giętna zmalała już na tyle, że słabiej przeciwstawia się gwałtownemu narastaniu ugięcia. Większe ugięcie oznacza zarazem silniejsze oddziaływanie osiowej siły rozciągającej coraz skuteczniej niwelującej wpływ osiowego ściskania. Zachowanie się belki w pożarze na skutek dużych przemieszczeń jest teraz silnie nieliniowe. Jego szczegółowy opis wymaga stosunkowo złożonej analizy iteracyjnej, co wykracza poza zakres niniejszej pracy. W analizie uproszczonej można jednak wykorzystać na tym polu stowarzyszone prawo płynięcia, na przykład tak jak to zaproponowano w pracy [Li Guo-qiang et al., 2012]. Siła osiowa dokłada się teraz do specyfikacji plastycznej nośności zginanego przekroju poprzecznego, co oznacza efektywne zmniejszanie wartości tej nośności. Nośność plastyczna przekroju poprzecznego maleje jednak głównie ze względu na postępującą ze wzrostem temperatury redukcję granicy plastyczności stali. Uaktywnienie się pierwszego przegubu plastycznego w środku rozpiętości belki zmienia jej schemat statyczny na tyle że zdecydowanie przyspiesza to narastanie ugięcia. Wyrazne przyspieszenie narastania ugięcia następuje również w przypadku powstania pierwszych przegubów na podporach belki, zachowuje się ona bowiem teraz jak belka swobodnie podparta. Wszystko to sprawia, że wypadkowa siła osiowa w belce po osiągnięciu granicznej dla pierwszego etapu pożaru wartości $N_{c,\Theta}^{\max} = N_c(\Theta^{gr(I)})$ zaczyna maleć. Oczywiście, zmniejszanie się jej wartości następuje nieliniowo. Z analiz numerycznych wynika jednak, że nieliniowość nie ma tu dużego znaczenia. Istotne jest to, że w końcu siła osiowa w belce zanika, co przyjmujemy za koniec drugiego etapu pracy belki. Stowarzyszoną z tą sytuacją graniczną temperaturę $\Theta^{gr(II)}$ wyznaczymy z warunku równowagi przy założeniu plastycznego wyrównania momentów zginających w przęśle i na podporach rozpatrywanej belki. Zanik siły osiowej oznacza bowiem, że graniczna nośność plastyczna przekroju poprzecznego jest teraz nośnością specyfikowaną przy czystym zginaniu. Zależy zatem jedynie od temperatury stali, tak jak to pokazano w zależności (3.20). Ze wzrostem temperatury Θ_a moment zginający w przekroju związanym z potencjalną lokalizacją drugiego przegubu plastycznego może zatem narastać aż do pełnego uplastycznienia tego przekroju. W praktyce zerowanie się siły osiowej z reguły nie zachodzi dokładnie w tej samej chwili pożaru co plastyczne wyrównanie momentów zginających. Wiemy jednak, że jeśli wykluczyć współdziałanie siły osiowej to w sytuacji plastycznego wyrównania momentów mamy:

$$-\frac{qL^2}{8} + k_{y,\Theta} M_{pl,20} = -k_{y,\Theta} M_{pl,20} \quad (3.23)$$

co natychmiast daje:

$$k_{y,\Theta}^{gr(II)} = \frac{qL^2}{16M_{pl,20}} \Rightarrow \Theta^{gr(II)} \quad (3.24)$$

Graniczny stopień redukcji granicy plastyczności stali jest bowiem w sposób jednoznaczny powiązany z poszukiwaną wartością temperatury $\Theta^{gr(II)}$.

3.5. Trzecia faza pożaru – dominacja siły rozciągającej i efekt ciągną.

W trzeciej fazie pożaru w belce dominuje osiowa siła rozciągająca generowana przez bardzo już duże ugięcie. Sztywność giętą belki jest teraz na tyle mała że zapewnia przenoszenie jedynie nieznacznego momentu zginającego. Uaktywnienie się przegubów plastycznych zarówno w przęśle jak i na podporach grozi przy tym realizacją kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu ruchu. Przeciwstawia się temu osiowa siła rozciągająca, której wpływ staje się decydujący w stosunku do coraz bardziej zanikającego zginania. W końcu belka staje się na tyle wiotka, że nie przenosi już żadnego momentu zginającego pracując jak poprzecznie obciążone wiotkie ciągną. O jej nośności zaczyna decydować nośność plastyczna $N_{pl,\Theta}$ specyfikowana dla czystego rozciągania. Siła rozciągająca nie może zatem narastać w nieskończoność. Jej maksymalną wartość wyznacza się z warunku:

$$N_{t,\Theta}^{\max} = N_{pl,\Theta} = Ak_{y,\Theta}f_{y,20} \quad (3.25)$$

Osiągnięcie przez siłę rozciągającą swojej maksymalnej wartości przy granicznej temperaturze $\Theta^{gr(III)}$ formalnie kończy trzeci etap pożaru. Sytuację tę kojarzy się z pełnym uplastycznieniem przekrojów poprzecznych we wszystkich aktywnych przegubach, z tym że ma miejsce redystrybucja naprężeń, taka że rozkład naprężeń typowy dla dominującego zginania zmienia się na inny powiązany z dominującym rozciąganiem.

W pracy [Dwaikat M.M.S., Kodur V. K. R., 2011] pokazano, że bezpiecznym podejściem do wyznaczenia granicznej temperatury $\Theta^{gr(III)}$ jest przedłużenie linii prostej (ściślej cięciwy łuku) wyznaczonej na wykresie $N_{\Theta} - \Theta$ (siła osiowa – temperatura stali) przez punkty o współrzędnych odpowiednio $(\Theta^{gr(I)}; N_{c,\Theta}^{\max})$ oraz $(\Theta^{gr(II)}; 0)$, takie aby spełnić ograniczenie wynikające z zależności (3.25). Jak widać na rys. 3.2 na podstawie podobieństwa trójkątów mamy:

$$\frac{\Theta^{gr(III)} - \Theta^{gr(II)}}{\Theta^{gr(II)} - \Theta^{gr(I)}} = \frac{Ak_{y,\Theta}f_{y,20}}{N_{c,\Theta}^{\max}} \quad (3.26)$$

co daje:

$$\Theta^{gr(III)} = \Theta^{gr(II)} + \frac{Ak_{y,\Theta}f_{y,20}}{N_{c,\Theta}^{\max}} (\Theta^{gr(II)} - \Theta^{gr(I)}) \quad (3.27)$$

Oznacza to, że w trzecim etapie pożaru wartość osiowej siły rozciągającej belkę wyraża zależność:

$$N_{t,\Theta} = \frac{\Theta - \Theta^{gr(II)}}{\Theta^{gr(II)} - \Theta^{gr(I)}} N_{c,\Theta}^{\max} \quad (3.28)$$

Przyjmując konserwatywnie, że krzywa interakcji $M-N$ ma teraz postać:

$$\frac{N_{t,\Theta}}{Ak_{y,\Theta}f_{y,20}} + \frac{M_{m,\Theta}}{W_{pl}k_{y,\Theta}f_{y,20}} = 1 \quad (3.29)$$

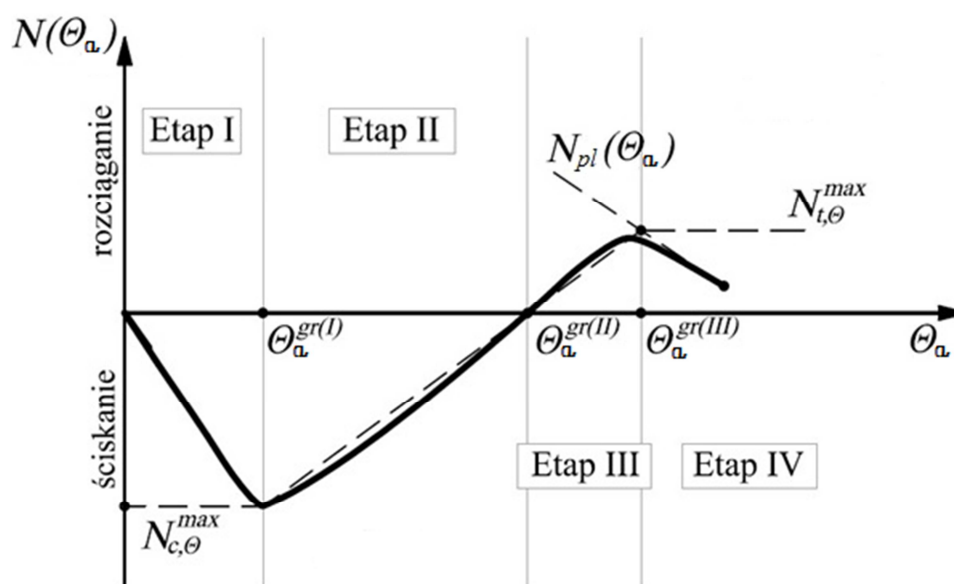
można wyznaczyć przeszłowy moment zginający, który belka jest jeszcze zdolna przenieść. Na podstawie formuły (3.29) mamy zatem zależność:

$$M_{m,\Theta} = W_{pl} k_{y,\Theta} f_{y,20} - N_{t,\Theta} \frac{W_{pl}}{A} \quad (3.30)$$

Jeżeli po jej zastosowaniu otrzymamy wartość zerową lub mniejszą od zera to będzie to oznaczać brak zdolności belki do przenoszenia momentu zginającego. Zacznie ona wtedy pracować jak typowe wiotkie ciągnio.

3.6. Czwarta faza pożaru – do wyczerpania granicznej ciągliwości.

Po przekroczeniu temperatury $\Theta^{gr(III)}$ o nośności belki decyduje już tylko ciągliwość stali. Odształcenia w strefach plastycznych narastają teraz niezwykle szybko (jeśli pozostać przy idealnie sprężysto – plastycznym modelu materiału to w zasadzie natychmiastowo). Ze wzrostem temperatury maleje również nośność $N_{pl,\Theta}$, coraz mniejsza musi być zatem również występująca w belce siła rozciągająca $N_{t,\Theta}$, która tej nośności nie może przewyższyć. W końcu, po przekroczeniu dopuszczalnej wartości odkształceń plastycznych, belka ulega zerwaniu.

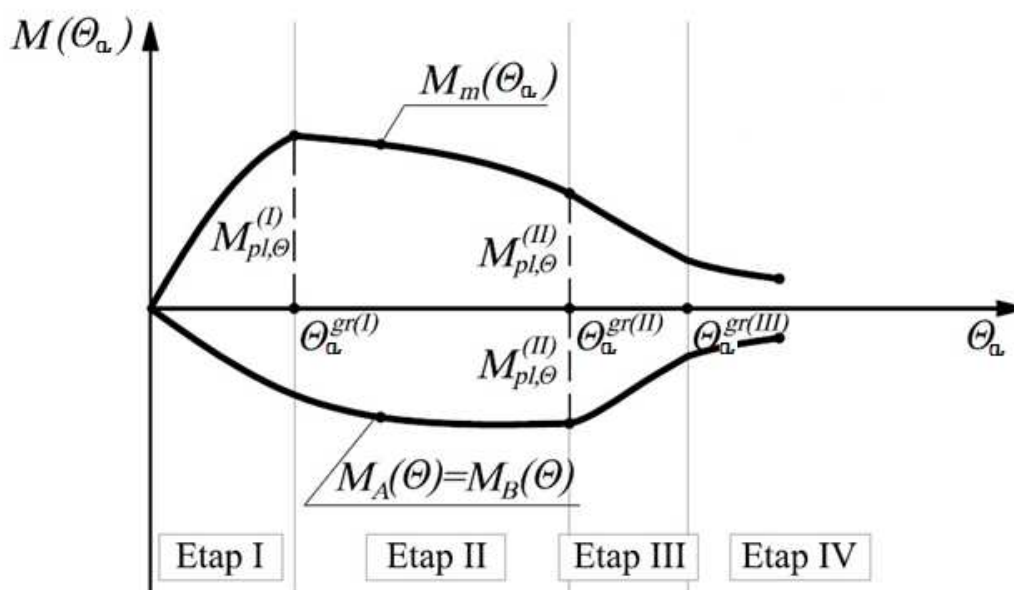


Rys. 3.2. Specyficzne dla sytuacji pożaru etapy redystrybucji siły podłużnej N_{Θ} .

3.7. Specyfika redystrybucji w pożarze siły osiowej i momentów zginających.

Podsumowując dotychczasowe rozważania uzyskane wyniki wygodnie przedstawić na wykresach $N_{\Theta} - \Theta_a$ (siła osiowa – temperatura stali) oraz $M_m - \Theta_a$ (moment zginający w środku rozpiętości przęsła – temperatura stali) i $M_A - \Theta_a$ (moment zginający na podporach belki – temperatura stali). Pierwszy z tych wykresów (rys. 3.2) obrazuje kolejne etapy redystrybucji w pożarze indukującej się w belce siły podłużnej, dwa następne (rys. 3.3) –

redystrybucję w tych samych warunkach momentów zginających. Jak widać siła osiowa osiąga swoją maksymalną wartość ze względu na ściskanie, czyli $N_{c,\Theta}^{\max}$, na zakończenie pierwszej fazy pożaru. Jej wartość następnie stopniowo maleje, tak że w końcu zmienia znak i na zakończenie trzeciego etapu pożaru jest to już siła rozciągająca $N_{t,\Theta}^{\max}$ o swojej maksymalnej, możliwej do uzyskania wartości. Rozpatrując szczegółowo schemat specyficznej dla warunków pożaru redystrybucji momentów zginających, na rys. 3.3 przedstawionej dla sytuacji gdy pierwszy przegub plastyczny wystąpi w środku rozpiętości przęsła, widzimy, że pierwszą fazę pożaru kończy uaktywnienie się wspomnianego powyżej pierwszego przegubu plastycznego. W drugiej fazie pożaru dochodzi do plastycznego wyrównania momentów zginających, tak że pod koniec tego etapu mamy już przeguby zarówno w przęśle jak i na podporach. Ważne jest przy tym to, że nośność wszystkich przegubów jest teraz mniejsza niż była ona na końcu fazy pierwszej, trzeba ją bowiem skojarzyć ze znacząco wyższą temperaturą stali. W dalszych fazach pożaru wszystkie wygenerowane wcześniej przeguby są nadal aktywne ich nośność ulega jednak ciągłemu osłabianiu. Dominujące rozciąganie w belce efektywnie przeciwstawia się przy tym uruchomieniu kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu ruchu. W sprzyjających okolicznościach przeguby plastyczne pracują nawet po zakończeniu trzeciej fazy pożaru, tak jak to pokazano na rysunku 3.3. Często jednak ich nośność wyczerpuje się znacznie wcześniej i w takiej sytuacji belka pracuje już tylko na czyste rozciąganie.



Rys. 3.3. Przebieg redystrybucji momentów zginających $M_{A,\Theta}$ i $M_{m,\Theta}$, typowy dla sytuacji gdy pierwszy przegub plastyczny uaktywnia się w środku rozpiętości przęsła co determinuje wartość $N_{c,\Theta}^{\max}$.

3.8. Podsumowanie rozdziału 3.

Szczegółowe badanie odniesionej do warunków pożaru redystrybucji sił wewnętrznych w stalowej belce dwuteowej z podatnymi węzłami wymaga złożonej analizy numerycznej prowadzonej w sposób iteracyjny, tak aby uwzględnić wieloźródłową nieliniowość, zwłaszcza

tą wynikającą z zachowania się w tym pożarze stali konstrukcyjnej i generowania podczas ogrzewania belki dużych przemieszczeń. Trzeba przy tym mieć na uwadze narastającą ze wzrostem temperatury podatność więzów krępujących swobodę deformacji rozpatrywanego elementu konstrukcyjnego. W ujęciu zaprezentowanym w niniejszej pracy pokazano jednak, że na podstawie stosunkowo prostych obliczeń analitycznych można oszacować graniczne wartości temperatury belki kojarzone z kolejnymi, następującymi po sobie fazami pożaru. Fazy te determinują specyficzny dla sytuacji pożaru sposób redystrybucji indukowanych w belce sił wewnętrznych. W artykule rozważono sytuację, w której wystąpieniu maksymalnej wartości osiowej siły ściskającej towarzyszy powstanie pierwszego przegubu plastycznego. Nie musi to jednak być regułą. Pierwszy przegub może bowiem uaktywnić się w pożarze znacznie później. Początkowa redukcja siły ściskającej będzie w takim przypadku wynikiem sprężysto – plastycznego (lub stosunkowo rzadko czysto sprężystego) giętnego wyboczenia belki a nawet samego tylko narastania jej ugięcia. Kolejność ujawniania się poszczególnych etapów redystrybucji momentów zginających będzie jednak w każdej rozpatrywanej sytuacji taka sama. Z reguły nie zachodzi przy tym ścisła koincydencja czasowa pomiędzy etapami przypisanymi do redystrybucji siły osiowej i tymi kojarzonymi z redystrybucją momentów zginających. W wielu przypadkach, zwłaszcza przy relatywnie małej wartości towarzyszącej zginaniu siły osiowej, o nośności ogrzanej belki może decydować realizacja kinematycznie dopuszczalnego plastycznego mechanizmu ruchu. O ile zatem rozważany tu schemat specyfikujący przebieg zmian z narastaniem temperatury belki wartości generowanej w niej siły osiowej (rys. 3.2) daje dość wierny opis rozwoju tej siły obserwowany w badaniach laboratoryjnych i zweryfikowany numerycznie (na przykład w [Liu T. C. H. et al., 2002] i [Buchanan A. et al., 2004]), to towarzyszący temu schematowi zaprezentowany powyżej wzorzec redystrybucji momentów zginających (rys. 3.3) ze swej natury musi mieć jedynie przybliżony charakter.

4. Proponowana procedura szacowania odporności ogniowej pojedynczej ramy poprzecznej oparta na uogólnionej regule Rankine'a – Merchanta.

Półempiryczna formuła *Rankine'a – Merchanta*, powszechnie stosowana do oceny sprężysto – plastycznej nośności ramy stalowej w podstawowej sytuacji projektowej (bez uwzględniania wpływu pożaru) ma postać:

$$\frac{1}{N_{RM}} = \frac{1}{N_{el}} + \frac{1}{N_{pl}} = \frac{N_{el} + N_{pl}}{N_{el}N_{pl}} \quad (4.1)$$

Wypada podkreślić, że w 2016 roku obchodzono okrągłą 150 rocznicę opublikowania tej zależności [*Rankine W. J. M., 1866*] i [*Merchant W., 1954*]. Przybierała ona zresztą różne formy. Warto wspomnieć chociażby taką, w której nośnościami N_{el} i N_{pl} towarzyszył kalibrowany i interpretowany w różny sposób wykładnik n [*Murzewski J., 1976*]. Zgodnie z podejściem sformalizowanym równaniem (4.1) miarodajna nośność ramy N_{RM} (indeks RM oznacza tu zbitkę nazwisk *Rankine – Merchant*) jest determinowana przez interakcję specyfikowanych dla całej ramy, nie zaś osobno dla rygla i dla słupa, nośności: czysto sprężystej N_{el} i czysto plastycznej N_{pl} . Trzeba jednak bardzo mocno podkreślić, że nie jest ona prostym minimum obu tych nośności ale jest od każdej z nich wyraźnie mniejsza. Użyteczność formuły (4.1) była wielokrotnie weryfikowana, zwłaszcza dla podstawowej sytuacji projektowej [*Maquoi R., Jaspert J. P., 2001*] i [*Maquoi R., Jaspert J. P., 2002*]. Uogólniano ją także na wyjątkową sytuację projektową pożaru rozwiniętego. Wystarczy wspomnieć na tym polu na przykład prace *Skowrońskiego* [*Skowroński W., 1997*], [*Skowroński W., 2004*] czy *Toha, Tana i Funga* [*Toh W. S. et al., 2000*], [*Toh W. S. et al., 2001*], [*Tang C.Y. et al., 2001*], [*Tang C.Y., Tan K.H., 2001*], [*Tang C.Y., 2002*] [*Toh W. S. et al., 2003*] i [*Huang Z.F., Tan K.H., 2002*]. W pracy [*Maślak M., 2011*] i [*Maślak M., 2012*] pokazano jak przy szacowaniu odporności ogniowej ramy stalowej z zależności (4.1) wyprowadzić klasyczny współczynnik wyboczeniowy, jakościowo i ilościowo różny od analogicznego współczynnika rekomendowanego w normie PN-EN 1993-1-2 [*CEN, 2007*]. Praktyczne zastosowanie formuły (4.1) do specyfikacji temperatury krytycznej miarodajnej dla warunków pożaru i dla wyizolowanej z trójwymiarowego ustroju nośnego ale reprezentatywnej dla niego pojedynczej ramy poprzecznej wymaga jednak opracowania stosownej procedury. W ujęciu zaproponowanym w niniejszej pracy jej kolejne kroki są następujące [*Maślak M., Tkaczyk A., 2017*]:

- dla analizowanej ramy, stosując postulowane w pracy i uogólnione na sytuację pożaru podejście kinematyczne do oceny nośności granicznej, wyznacza się nośność $N_{pl,\Theta}$ skojarzoną z czysto plastyczną formą jej zniszczenia (dolny indeks Θ oznacza tu sprzężenie tej wielkości z temperaturą $\Theta_{gr,pl}$ interpretowaną jako temperatura krytyczna określona dla tej ramy czyli po prostu temperatura odniesienia po osiągnięciu której zniszczenie tego typu jest realizowane),

- nośność $N_{pl,\Theta}$ odpowiada najniższej wartości temperatury odniesienia dla której możliwa staje się realizacja jakiegokolwiek kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu ruchu, co oznacza że $\Theta_{gr,pl} = \min_k \Theta_{gr,pl,k}$ gdzie $k = 1, \dots, m$ jest oznaczeniem kolejnego rozpatrywanego mechanizmu,
- wyznaczoną wartość nośności $N_{pl,\Theta}$ kojarzy się z odpowiadającą jej temperaturą $\Theta_{gr,pl}$ (oczywiście zachodzi przy tym $N_{pl,\Theta} = \min_k N_{pl,\Theta,k}$), a następnie dla tej wartości temperatury wyznacza nośność $N_{el,\Theta} = N_{el}(\Theta_{gr,pl})$ stowarzyszoną z czysto sprężystą postacią utraty stateczności ramy,
- znając wartości nośności składowych, odpowiednio $N_{pl,\Theta}$ i $N_{el,\Theta}$, wyznaczone dla tej samej granicznej temperatury $\Theta_{gr,pl}$, na podstawie klasycznej reguły Rankine'a – Merchanta wyznacza się poszukiwaną odporność ogniową analizowanej ramy czyli $N_{RM,\Theta}$, a zatem:

$$\frac{1}{N_{RM,\Theta}} = \frac{1}{N_{el,\Theta}} + \frac{1}{N_{pl,\Theta}} \quad (4.2)$$

co oznacza, że:

$$N_{RM,\Theta} = \frac{N_{el,\Theta} N_{pl,\Theta}}{N_{el,\Theta} + N_{pl,\Theta}} \quad (4.3)$$

- oszacowaną w taki sposób odporność ogniową $N_{RM,\Theta}$ specyfikowaną dla pojedynczej ramy poprzecznej hali stalowej kojarzy się zatem w sposób jednoznaczny z temperaturą krytyczną $\Theta_{gr,pl}$ wyznaczoną wcześniej przy założeniu że czysto plastyczny mechanizm ruchu będzie decydował o zniszczeniu badanej ramy,
- proponowana procedura daje miarodajne oszacowanie nośności ogniowej analizowanej ramy wtedy i tylko wtedy gdy prawdziwa jest nierówność:

$$\Theta_{gr,pl} \leq \Theta_{gr,el} \quad (4.4)$$

w której przez $\Theta_{gr,el}$ oznaczono temperaturę odniesienia, po osiągnięciu której następuje czysto sprężyste wyboczenie całej ramy lub dowolnego jej elementu (słupa, rygła),

- jeżeli nierówność (4.4) nie zachodzi to za krytyczną temperaturę ramy przyjmuje się wartość $\Theta_{gr,el}$ a następnie dla niej wylicza się nośność $N_{RM,\Theta}$ przy czym w takiej sytuacji obliczeniowej nośność $N_{pl,\Theta}$ jest plastyczną nośnością przekroju poprzecznego miarodajnego elementu ramy (rygła lub słupa) przy czystym zginaniu (wtedy $N_{pl,\Theta} = W_{pl} k_{y,\Theta} f_y$ - wartość $k_{y,\Theta} f_y$ jest tu granicą plastyczności stali z której wykonano elementy ramy zredukowaną w temperaturze Θ natomiast W_{pl} niezależnym od tej temperatury wskaźnikiem oporu plastycznego miarodajnego

przekroju poprzecznego) z ewentualnym uwzględnieniem interakcji z siłą podłużną i/lub siłą poprzeczną.

Temperaturę krytyczną $\Theta_{gr,el}$ odpowiadającą czysto sprężystej postaci zniszczenia ramy wyznacza się na ogół korzystając z konwencjonalnych procedur klasycznej teorii stateczności sprężystej [Galambos T. V., 1998]. W ujęciu zaproponowanym w niniejszej pracy w przypadku gdy o zniszczeniu ramy decyduje jej sprężyste wyboczenie jako granicę skojarzonej z tą sytuacją nośności plastycznej przyjęto moment uaktywnienia się pierwszego przegubu plastycznego co jest pewnym przybliżeniem. Oczywiście dopuszczając do pojawienia się kolejnych przegubów plastycznych niejako zakłada się, że w przekrojach krytycznych w których przeguby te potencjalnie wystąpią będzie wystarczająca zdolność do obrotu umożliwiająca redystrybucję momentów zginających.

5. Mechanizmy zniszczenia ramy w pożarze rozwiniętym.

5.1. Uwagi ogólne.

Poszukując nośności granicznej ramy w podstawowej sytuacji projektowej (bez uwzględniania wpływu pożaru) zakłada się zwykle, że wszystkie obciążenia zewnętrzne P_i przyłożone do konstrukcji narastają proporcjonalnie do pewnego mnożnika oznaczonego symbolem λ , aż do osiągnięcia wartości $P_i = P_{i,ult}$, kojarzonej z wystąpieniem stanu granicznego, takiej że $P_{i,ult} = \lambda_{cr} P_i$. Wartości λ_{cr} odpowiada zatem uaktywnieniu się kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu ruchu. Wyznacza się ją z równości prac wirtualnych:

$$\lambda_{cr} \sum_i P_i \delta_i = \sum_j M_{pl,j} \varphi_j \quad (5.1)$$

w której indeks i oznacza numer obciążenia P_i , które generuje przemieszczenie δ_i , natomiast indeks j - numer przegubu plastycznego charakteryzowanego przez nośność $M_{pl,j}$ (odpowiednio $M_{c,pl,j}$ w przypadku słupów i $M_{b,pl,j}$ w przypadku rygli) oraz przez kąt obrotu φ_j . Na ogół należy rozważyć $m > 1$ niezależnych mechanizmów, wtedy miarodajnym dla całego układu będzie mnożnik $\lambda_{min} = \min_k \lambda_{cr,k}$, gdzie $k = 1, \dots, m$, a stąd $P_{i,ult} = \lambda_{min} P_i$. W wyjątkowej sytuacji obliczeniowej pożaru rozwiniętego przyjmuje się jednak, że obciążenia P_i pozostają stałe przez cały czas ekspozycji ogniowej. Monotonicznie narasta za to temperatura stali Θ_a , we wszystkich elementach ustroju proporcjonalnie do jednolitego mnożnika β . W konsekwencji temperatura $\Theta_{a,cr} = \beta_{cr} \Theta_a^*$ (Θ_a^* jest tu pewną temperaturą odniesienia, dla której przyjęto $\beta = 1,0$) może być interpretowana jako krytyczna dla rozważanego układu przy zadanym poziomie obciążenia zewnętrznego. Zauważmy, że wprawdzie przyrost temperatury gazów spalinowych w stosunku do temperatury pokojowej na skutek ograniczenia swobody deformacji elementów generuje w ustroju samorzównoważone pole sił wewnętrznych, to jednak pole to w żaden sposób nie wpływa na oszacowaną metodą kinematyczną wartość temperatury krytycznej $\Theta_{a,cr}$. Na mocy (5.1) zależy ona bowiem od nośności $M_{pl,j}$ nie zaś od chwilowej wartości momentu zginającego w przekroju poprzecznym. W dalszych rozważaniach w celu zilustrowania proponowanego algorytmu postępowania analizuje się jednokondygnacyjną ramę przechyłową poddaną działaniu obciążeń skupionych, pionowego P_1 i poziomego P_2 (rys. 5.3). Rozmieszczenie potencjalnych przegubów plastycznych jest więc jednoznacznie zdeterminowane a możliwe mechanizmy zniszczenia znane z góry. Można przyjąć, że parametry te nie zmieniają się także w czasie pożaru. W szacowaniu temperatury krytycznej ustroju nośnego wystarczy zatem uwzględnić jedynie redukcję właściwości mechanicznych stali w temperaturze pożarowej pomijając jako nieistotne pozostałe efekty indukowane termicznie.

Nośność na zginanie przekroju poprzecznego $M_{pl,j}$ zależy od granicy plastyczności stali $f_{y,\theta}$, która ulega redukcji wraz ze wzrostem temperatury materiału, zgodnie z regułą:

$$f_{y,\theta} = k_{y,\theta} f_{y,20} \quad (5.2)$$

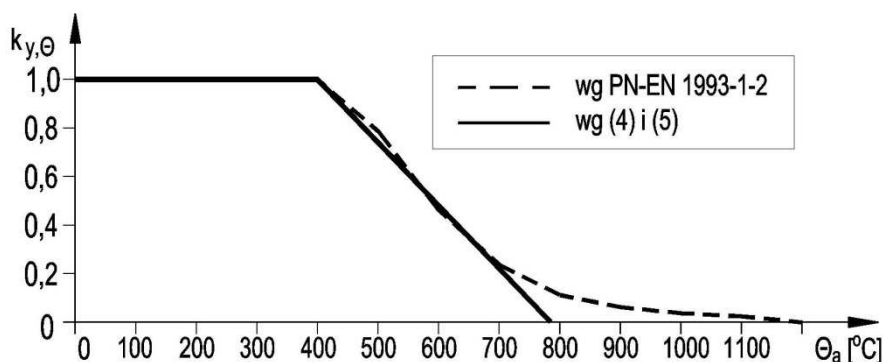
przy czym współczynnik $k_{y,\theta} = f_{y,\theta} / f_{y,20}$ określający stopień tej redukcji ma wartości wyspecyfikowane w PN-EN 1993-1-2 [CEN, 2007]. Dodatkowo zakłada się, że rozkład temperatury stali jest w danej chwili t_{fi} pożaru równomierny w całym przekroju poprzecznym, dzięki czemu można przyjmować że wskaźnik zginania W_{pl} pozostaje stały przez cały czas ekspozycji ogniowej. Takie założenie znajduje uzasadnienie w fakcie dobrej przewodności cieplnej stali konstrukcyjnej. Jeżeli temperaturę elementu równą $\Theta_a = 20^\circ C$ zwiążać z temperaturą pokojową powietrza zgromadzonego w strefie pożarowej, to miarą względnej redukcji nośności $M_{pl,j}$ w warunkach pożaru stanie się współczynnik $k_{y,\theta}$, gdyż zachodzi:

$$\frac{M_{pl,j,\theta}}{M_{pl,j,20}} = \frac{k_{y,\theta} W_{pl} f_{y,20}}{W_{pl} f_{y,20}} = k_{y,\theta} \quad (5.3)$$

Pewien problem w dalszej analizie stanowi kształt zależności $k_{y,\theta} = k_{y,\theta}(\Theta_a)$ rekomendowany w przepisach europejskich (PN-EN 1993-1-2 [CEN, 2007]). Funkcja ta ma tam bowiem postać odcinkowo liniową (łamaną ciągłą w sensie matematycznym). M. B. Wong w swojej pracy [Wong M. B., 2001] postuluje jednak aby w ocenie nośności granicznej powyższą relację zastępować formą liniową. Tylko wtedy bowiem ma sens tworzenie proporcji podobnej do tej zaproponowanej poniżej w postaci równania (5.12) [Maślak M., Tkaczyk A., 2011a]. Do wyprowadzenia tej proporcji zakłada się, że zależność pomiędzy temperaturą stali Θ_a i względną redukcją nośności przekroju, wyrażaną przez współczynnik $k_{y,\theta}$, jest biliniowa i ma postać:

$$k_{y,\theta} = k_{y,20} = k_{y,400} = 1,0 \quad \text{jeżeli} \quad 20^\circ C \leq \Theta_a \leq 400^\circ C \quad (5.4)$$

$$k_{y,\theta} = 2,04 - 2,6 \cdot 10^{-3} \Theta_a > 0 \quad \text{jeżeli} \quad \Theta_a > 400^\circ C \quad (5.5)$$



Rys. 5.1. Zależność $k_{y,\theta} = k_{y,\theta}(\Theta_a)$ według PN-EN 1993-1-2 [CEN, 2007] (linia przerywana) oraz zgodna z proponowanymi formułami (5.4) i (5.5) (linia ciągła).

Jak widać na rys. 5.1, takie przyjęcie daje dość dokładną aproksymację relacji opartej na danych zamieszczonych w normie PN-EN 1993-1-2 [CEN, 2007]. Z równości (5.5) pochodzi jednak dodatkowe ograniczenie. Współczynnik $k_{y,\Theta}$ musi być dodatni ($k_{y,\Theta} > 0$) a to zachodzi jedynie wtedy, gdy $\Theta_a < 785^\circ C$. Wynika stąd natychmiast, że w takim podejściu nie da się uzyskać temperatury krytycznej $\Theta_{a,cr}$, która będzie wyższa od tej wartości. Trzeba jednak zauważyć, że stal konstrukcyjna w takich warunkach traci już w zasadzie prawie całą wytrzymałość. Tego typu konstatacja nie jest do końca prawdziwa jeśli pozostać przy normowej (PN-EN 1993-1-2 [CEN, 2007]) specyfikacji wartości współczynników $k_{y,\Theta}$ (tabela 5.1). Należy jednak pamiętać, że rezerwa nośności zginanego przekroju poprzecznego wynikająca z podejścia normowego będzie w tak wysokiej temperaturze i tak bardzo wątpliwa ze względu na ryzyko przemiany alotropowej stali. Na podstawie równania (5.4) można stwierdzić, że:

$$\lambda_{cr,20} = \lambda_{cr,400} \quad (5.6)$$

Podobnie, w zakresie temperatury stali $400^\circ C < \Theta_a < 785^\circ C$, z formuły (5.5) wynika, że:

$$\lambda_{cr,\Theta} = k_{y,\Theta} \lambda_{cr,400} \quad (5.7)$$

A zatem, jeśli tylko obciążenia zewnętrzne pozostają stałe przez cały czas pożaru, to wyższej temperaturze elementu Θ_a odpowiada mniejsza wartość mnożnika $\lambda_{cr,\Theta}$. Jest to oczywisty efekt większej redukcji wytrzymałości stali. Mnożnik, ten nie może jednak maleć w nieskończoność. Ogranicza go stan graniczny nośności ogniowej (*fire resistance limit state - FRLS*), dla którego żadna rezerwa obciążenia nie jest już możliwa, a więc:

$$\lambda_{cr,FRLS} = 1,0 \quad (5.8)$$

Z uwagi na to, że mnożnik $\lambda_{cr,\Theta}$ ma swoją maksymalną wartość w temperaturze elementu nie wyższej niż $400^\circ C$, temperaturę tę będzie się przyjmować jako temperaturę odniesienia Θ_a^* , dla której założono mnożnik $\beta = 1,0$. Oznacza to, że jeśli $400^\circ C < \Theta_a < 785^\circ C$ to zachodzi:

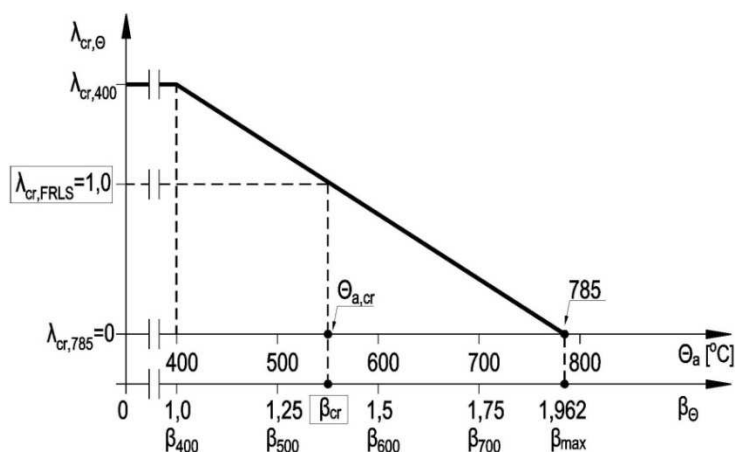
$$\beta_\Theta = \frac{\Theta_a}{400^\circ C} \quad (5.9)$$

Stąd wniosek, że w sytuacji gdy $\Theta_a = 785^\circ C$ zachodzi:

$$\beta_{785} = \beta_{max} = \frac{785^\circ C}{400^\circ C} = 1,962 \quad (5.10)$$

Ponadto, w stanie granicznym nośności mnożnikowi $\lambda_{cr,FRLS}$ odpowiada krytyczny parametr β_{cr} , taki że:

$$\Theta_{a,cr} = \beta_{cr} \cdot 400^{\circ}C \quad (5.11)$$



Rys. 5.2. Schemat do wyznaczania wartości β_{cr} .

Tym razem wyższej temperaturze elementu towarzyszy większa wartość mnożnika β_{Θ} . Ponadto, warto podkreślić, że dzięki założeniu liniowej relacji $\lambda_{cr,\Theta} = \lambda_{cr,\Theta}(\Theta_a)$ (równania (5.5) i (5.7)) liniowa pozostaje również zależność pomiędzy mnożnikami obciążenia $\lambda_{cr,\Theta}$ i temperatury β_{Θ} (rys.5.2.). Prawdziwa jest zatem następująca proporcja:

$$\frac{\lambda_{cr,400}}{\beta_{max} - \beta_{400}} = \frac{\lambda_{cr,400} - \lambda_{cr,FRLS}}{\beta_{cr} - \beta_{400}} \quad (5.12)$$

czyli inaczej:

$$\frac{\lambda_{cr,400}}{1,962 - 1,0} = \frac{\lambda_{cr,400} - 1,0}{\beta_{cr} - 1,0} \quad (5.13)$$

co po przekształceniu daje:

$$\beta_{cr} = 1,962 - \frac{0,962}{\lambda_{cr,400}} \quad (5.14)$$

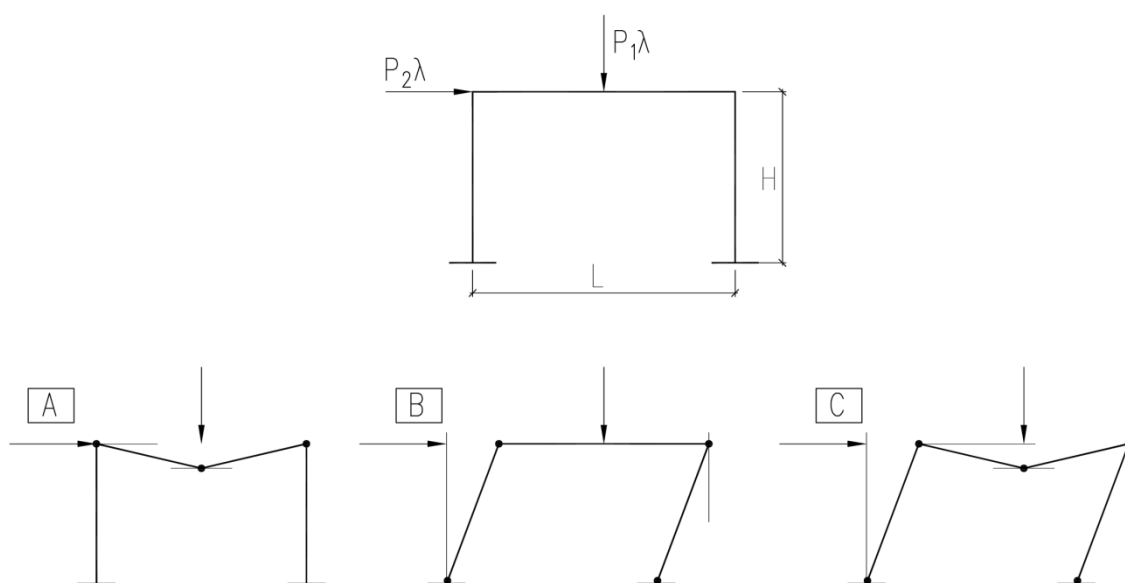
Aby otrzymać poszukiwaną temperaturę krytyczną specyfikowaną dla badanej ramy wystarczy teraz wstawić otrzymaną wartość mnożnika β_{cr} do równania (5.11).

Tabela 5.1. Stopień redukcji granicy plastyczności stali węglowej w temperaturze pożarowej (według PN-EN 1993-1-2 [CEN, 2007]).

Θ_a [°C]	$k_{y,\Theta}$	Θ_a [°C]	$k_{y,\Theta}$	Θ_a [°C]	$k_{y,\Theta}$
100	1,00	500	0,78	900	0,06
200	1,00	600	0,47	1000	0,04
300	1,00	700	0,23	1100	0,02
400	1,00	800	0,11	1200	0,00

5.2. Prosta rama portalowa.

Z równania (5.14.) wynika, że do oszacowania temperatury krytycznej $\Theta_{a,cr}$ ustroju ramowego, przy zadanym poziomie obciążenia zewnętrznego, wystarczy znajomość wartości mnożnika obciążenia λ_{min} . Tok postępowania przy tego typu analizie zostanie zilustrowany przykładem szczegółowo omówionym w pracy [Maślak M., Tkaczyk A., 2011a]. Poszukuje się w nim odporności ogniowej specyfikowanej dla jednokondygnacyjnej ramy przechyłowej, pokazanej w szczegółach na rys. 5.3. Na wskazanym rysunku zaznaczono również zidentyfikowane dla rozpatrywanej ramy trzy niezależne, kinematycznie dopuszczalne, mechanizmy ruchu, oznaczone kolejno symbolami: A – mechanizm belkowy, B – mechanizm przechyłowy, C – mechanizm kombinowany. Odpowiadające tym mechanizmom krytyczne wartości mnożnika obciążenia $\lambda_{cr,20} = \lambda_{cr,400}$, wyliczone na podstawie klasycznej analizy plastycznej, zebrano w tabeli 5.2.



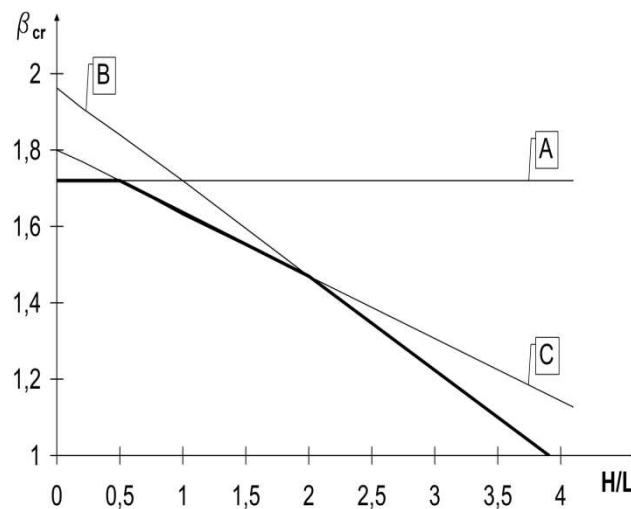
Rys. 5.3. Rama analizowana w przykładzie. Na dole możliwe (kinematycznie dopuszczalne) mechanizmy jej zniszczenia.

Tabela. 5.2. Mnożniki obciążenia odpowiadające poszczególnym mechanizmom zniszczenia, wyznaczone przy założeniu temperatury pokojowej (bez rozważania wpływu pożaru)

Mechanizm zniszczenia	Odpowiadający mnożnik obciążenia
A – belkowy	$\lambda_{A,20} = \frac{8M_{b,pl,20}}{P_1L}$
B - przechyłowy	$\lambda_{B,20} = \frac{2M_{b,pl,20} + 2M_{c,pl,20}}{P_2H}$
C - kombinowany	$\lambda_{C,20} = \frac{2(2M_{b,pl,20} + M_{c,pl,20})}{0,5P_1L + P_2H}$

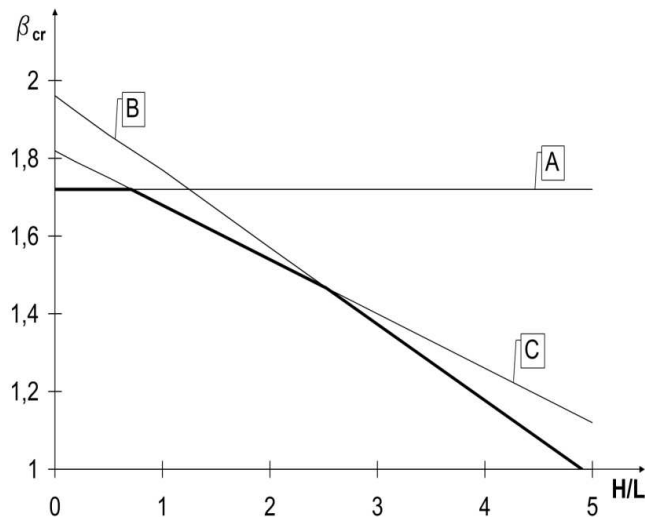
Poszczególne mnożniki są kolejno podstawiane do równania (5.14). Uzyskane tą drogą oszacowania parametru β_{cr} przedstawiono na załączonych wykresach, odpowiednio w układzie osi $\beta_{cr} - (H/L)$ - celem uwydatnienia zależności temperatury krytycznej od geometrii ramy, oraz $\beta_{cr} - (P_1/P_2)$ - aby ocenić istotność obciążenia poziomego w ogólnym bilansie przyłożonych obciążeń.

Pierwszym rozważanym przypadkiem jest sytuacja projektowa, w której wszystkie elementy konstrukcji mają w tych samych chwilach pożaru t_{fi} takie same wartości temperatury Θ_a , to znaczy gdy zachodzi $\Theta_a = \Theta_{a,b} = \Theta_{a,c}$ (a więc nie ma różnicy pomiędzy stopniem nagrzania rygla i słupów). Niech ponadto w temperaturze pokojowej plastyczna nośność przekroju słupa będzie odpowiadała plastycznej nośności przekroju rygla, czyli $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Scenariusz ten zbadano na rys. 5.4., przy założeniu, że wszystkie elementy ramy wykonano ze stali S235 i kształtownika IPE 360. Przyjęto następujące parametry obciążenia: $P_1 = 100kN$ i $P_2 = 50kN$. Łatwo zauważyć, że mechanizm belkowy (A) jest miarodajny dla oceny odporności ogniowej ramy jedynie wtedy gdy $L > 2H$, mechanizm przechyłowy (B) natomiast przy $H > 2L$ (temperatura krytyczna $\Theta_{a,cr}$ jest jednak wtedy znacznie niższa). Oczywiście pośrednim wartościom stosunku H/L odpowiada mechanizm kombinowany (C).



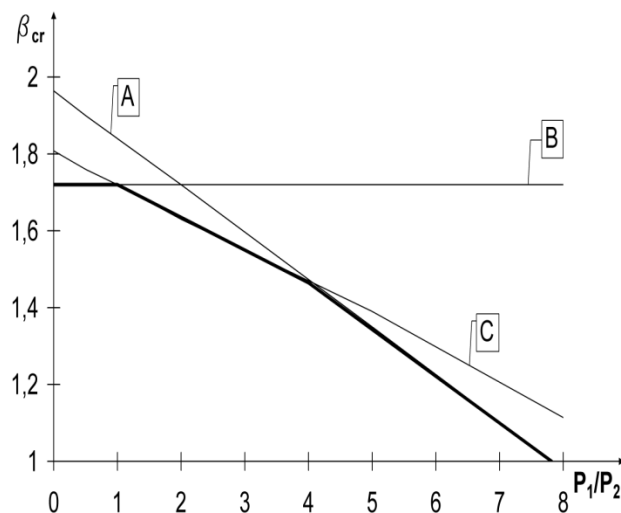
Rys. 5.4. Rama z rys. 5.3 - zależność pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem H/L w przypadku gdy zachodzi $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$.

Na rys. 5.5 przeanalizowano podobną sytuację. Założono jednak, że słupy są wyraźnie mocniejsze od rygli (zgodnie z zasadą „mocne słupy - słabe rygle”). Do obliczeń przyjęto stosunek $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Jak widać zakresy miarodajności poszczególnych mechanizmów uległy wyraźnemu przesunięciu.



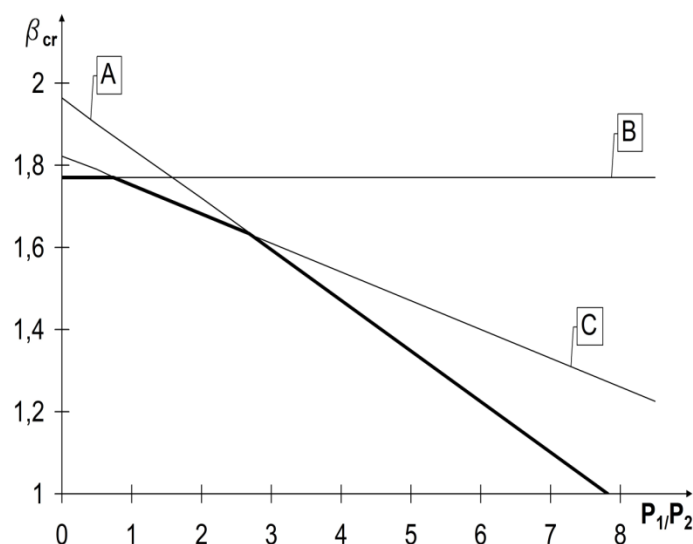
Rys. 5.5. Rama z rys. 5.3 - zależność pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem H/L w przypadku „mocnych” słupów i odpowiednio słabszych rygli (to znaczy gdy zachodzi $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$).

Jakościowo inną relację bada się na rys. 5.6 dla przypadku, gdy $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Założono tu, podobnie jak w przykładzie poprzednim, gatunek stali S235 i kształtownik IPE 360 zastosowany jednolicie na rygiel i słupy rama. Poza tym przyjęto, że $H = 5m$ i $L = 5m$. Na rys. 5.7 natomiast rygiel jest wyraźnie słabszy od słupa, gdyż zachodzi $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Zauważmy, że w obu analizowanych sytuacjach mechanizm przechyłowy (B) jest miarodajny jeśli obciążenie pionowe P_1 jest mniejsze niż poziome P_2 . Z drugiej strony mechanizm belkowy (A) powinien być brany pod uwagę tylko wtedy, gdy siła P_1 jest znacząco większa od siły P_2 , co nie jest niespodzianką.



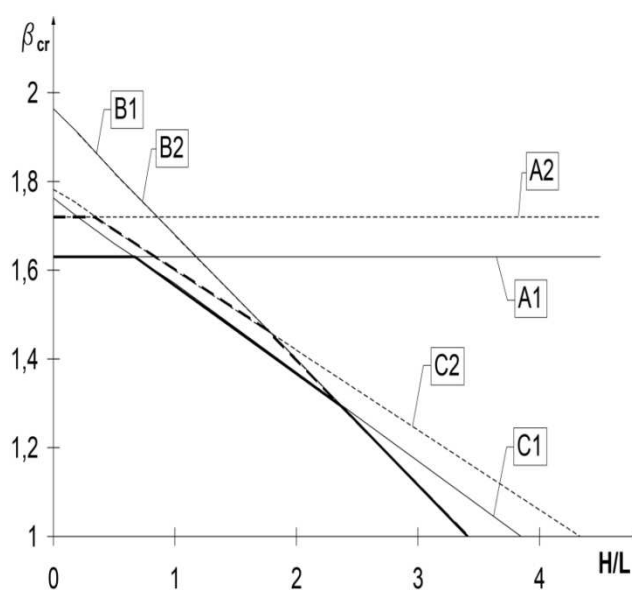
Rys. 5.6. Rama z rys. 5.3 - relacja pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem P_1/P_2 przy założeniu, że

$$M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$$



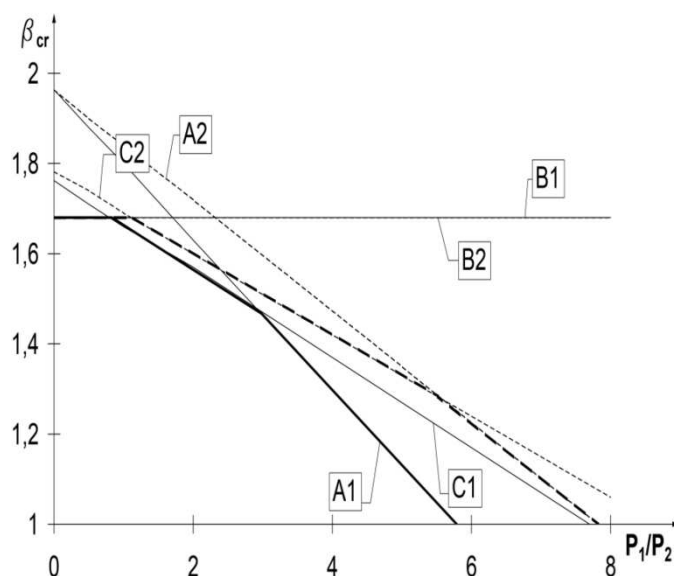
Rys. 5.7. Rama z rys. 5.3 - relacja pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i P_1/P_2 gdy zachodzi $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$.

Interesujące efekty można zaobserwować przy założeniu, że wartości temperatury słupów $\Theta_{a,c}$ w tych samych chwilach pożaru nie odpowiadają ściśle temperaturze ryglu $\Theta_{a,b}$. Należy jedynie zaakceptować postulat, że temperatura w poszczególnych elementach ramy narasta proporcjonalnie do jednego mnożnika β_{Θ} . W niniejszej pracy zbadano szczegółowo dwie sytuacje obliczeniowe. W pierwszej przyjęto, że gdy temperatura stali w słupie wynosi $\Theta_{a,c} = 400^{\circ}C$, to w tej samej chwili pożaru stal w ryglu jest już nagrzana do temperatury wyższej, równej $\Theta_{a,b} = 500^{\circ}C$ (zgodnie z zasadą „chłodniejsze słupy – gorący rygiel”). Wyniki uzyskane przy takich założeniach zaznaczono liniami ciągłymi na rys. 5.8 i rys. 5.9.



Rys. 5.8. Rama z rys. 5.3 - zależność mnożnika β_{cr} od stosunku H/L w przypadku niejednakowo ogrzanych elementów ramy (linie ciągłe – rygiel gorętszy niż słupy, linie przerywane – słupy gorętsze niż rygiel).

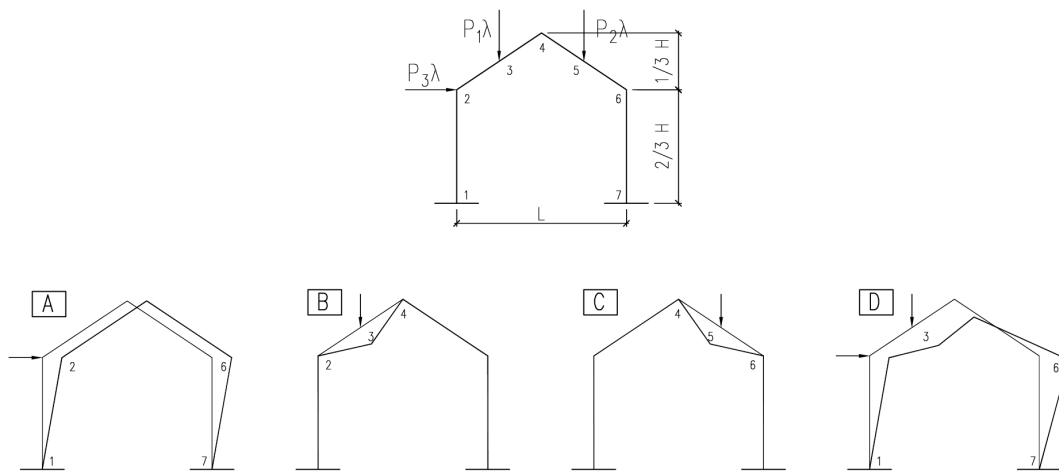
Odpowiadają im mechanizmy A1, B1 i C1. Sytuację drugą skojarzono z założeniami przeciwnymi w stosunku do zdefiniowanych poprzednio, tym razem zgodnymi z zasadą „gorące słupy – chłodniejszy rygiel”. Przyjęto odpowiednio: $\Theta_{a,b} = 400^\circ C$ i $\Theta_{a,c} = 500^\circ C$, a otrzymane rezultaty naniesiono na te same rysunki przy pomocy linii przerywanych. Odpowiednie mechanizmy oznaczono przy tym przez A2, B2 i C2. Jak widać granice pomiędzy poszczególnymi obszarami, wyznaczającymi zakresy miarodajności badanych mechanizmów, są bardzo czułe na wszelkiego typu zmiany warunków początkowych analizy. Bezpośrednim odzwierciedleniem takich zmian na zamieszczonych poniżej wykresach jest modyfikacja kąta nachylenia linii przypisanych do poszczególnych sposobów zniszczenia ramy.



Rys. 5.9. Rama z rys. 5.3 - zależność mnożnika β_{cr} od stosunku P_1/P_2 w przypadku niejednakowo ogrzanych elementów ramy (linie ciągłe – rygiel gorętszy niż słupy, linie przerywane – słupy gorętsze niż rygiel).

5.3. Jednonawowa parterowa rama portalowa z załamanym ryglem.

W tym przykładzie dąży się do oszacowania odporności ogniowej jednokondygnacyjnej ramy przechyłowej z załamanym ryglem, pokazanej na rys. 5.10. Na tym rysunku zaznaczono również zidentyfikowane dla tej ramy cztery niezależne, kinematycznie dopuszczalne, mechanizmy ruchu, oznaczone kolejno symbolami: A – mechanizm przechyłowy, B i C – mechanizmy belkowe, D – mechanizm kombinowany. Tak jak poprzednio dla każdego z tych mechanizmów wyznaczono odpowiadające im krytyczne wartości mnożnika obciążenia $\lambda_{cr,20} = \lambda_{cr,400}$. Zestawiono je w Tabeli 5.3.



Rys. 5.10. Rama analizowana w przykładzie wraz ze zidentyfikowanymi dla niej kinematycznie dopuszczalnymi mechanizmami czysto plastycznego zniszczenia.

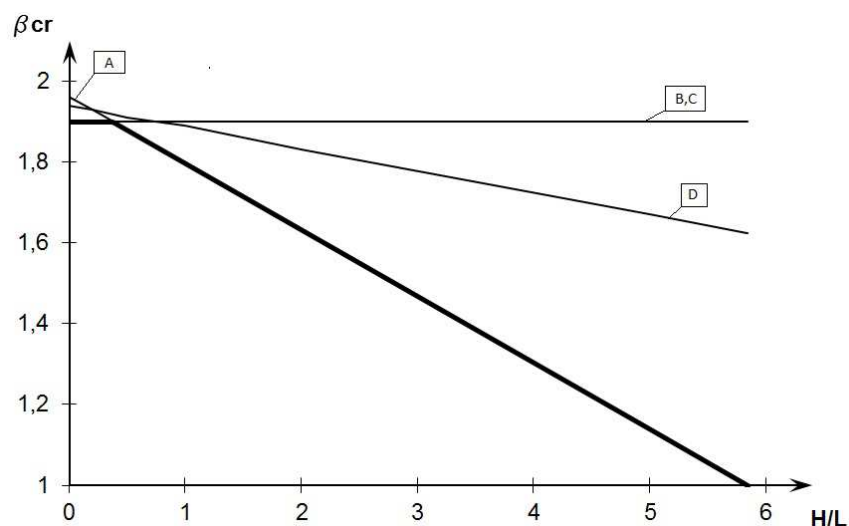
Tabela. 5.3. Mnożniki obciążenia odpowiadające poszczególnym mechanizmom zniszczenia, wyznaczone przy założeniu temperatury pokojowej (bez rozważania wpływu pożaru)

Mechanizm zniszczenia	Odpowiadający mnożnik obciążenia
A - przechyłowy	$\lambda_{A,20} = \frac{2M_{c,pl,20} + 2M_{b,pl,20}}{P_3 \cdot \frac{2}{3} \cdot H}$
B - belkowy	$\lambda_{B,20} = \frac{16M_{b,pl,20}}{P_1 L}$
C - belkowy	$\lambda_{C,20} = \frac{16M_{b,pl,20}}{P_2 L}$
D - kombinowany	$\lambda_{D,20} = \frac{11M_{b,pl,20} + M_{c,pl,20}}{0,25P_1 L + P_3 \cdot \frac{2}{3} \cdot H}$

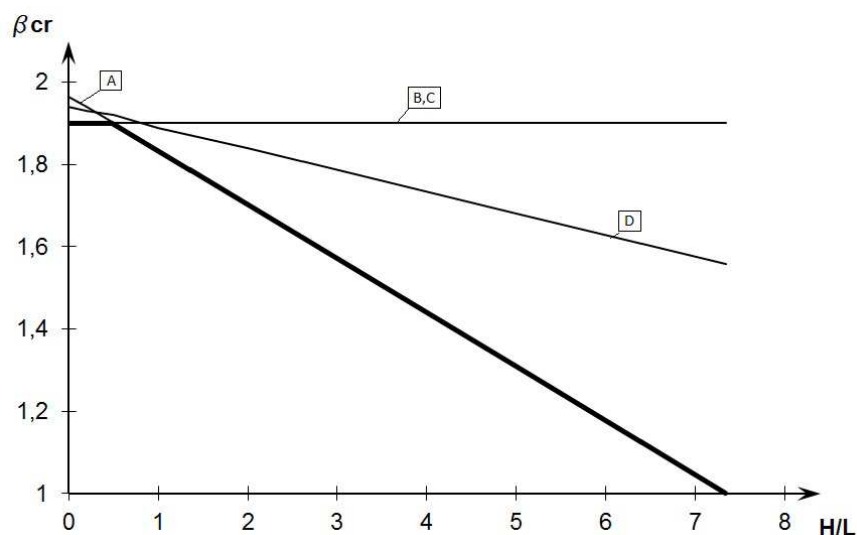
W procedurze obliczeniowej poszczególne mnożniki są kolejno podstawiane do równania (5.14). Podobnie jak poprzednio uzyskane oszacowania parametru β_{cr} przedstawiono na wykresach, w układzie osi $\beta_{cr} - (H/L)$ - celem uwydatnienia zależności temperatury krytycznej od geometrii ramy, oraz $\beta_{cr} - ((P_1 + P_2)/P_3)$ - aby ocenić istotność obciążenia poziomego w ogólnym bilansie przyłożonych obciążeń.

Analogicznie do poprzedniego przykładu pierwszym rozważanym przypadkiem jest sytuacja projektowa, w której wszystkie elementy konstrukcji mają w tych samych chwilach pożaru t_{fi} takie same wartości temperatury Θ_a (to znaczy, że $\Theta_a = \Theta_{a,b} = \Theta_{a,c}$). Ponadto zakłada się że w temperaturze pokojowej plastyczna nośność przekroju słupa będzie odpowiadała plastycznej nośności przekroju ryglu, czyli $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Scenariusz ten zbadano szczegółowo na rys. 5.11, przy założeniu, że wszystkie elementy ramy wykonano ze stali S235, z kształtownika IPE 360. Tym razem przyjęto następujące parametry obciążenia:

$P_1 = 50kN$, $P_2 = 50kN$, $P_3 = 50kN$. Łatwo zauważyć, że w tym scenariuszu mechanizm belkowy (B i C) jest miarodajny dla oceny odporności ogniowej ramy jedynie wtedy gdy zachodzi $L > 2,6H$, mechanizm przechyłowy (A) natomiast przy $H < 5,8 \cdot L$ (temperatura krytyczna $\Theta_{a,cr}$ jest jednak wtedy znacznie niższa). Mechanizm kombinowany (D) nie ma teraz wpływu na ocenę poszukiwanej odporności ogniowej ramy.



Rys. 5.11. Rama z rys. 5.10 - zależność pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem H/L w przypadku gdy zachodzi $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$.

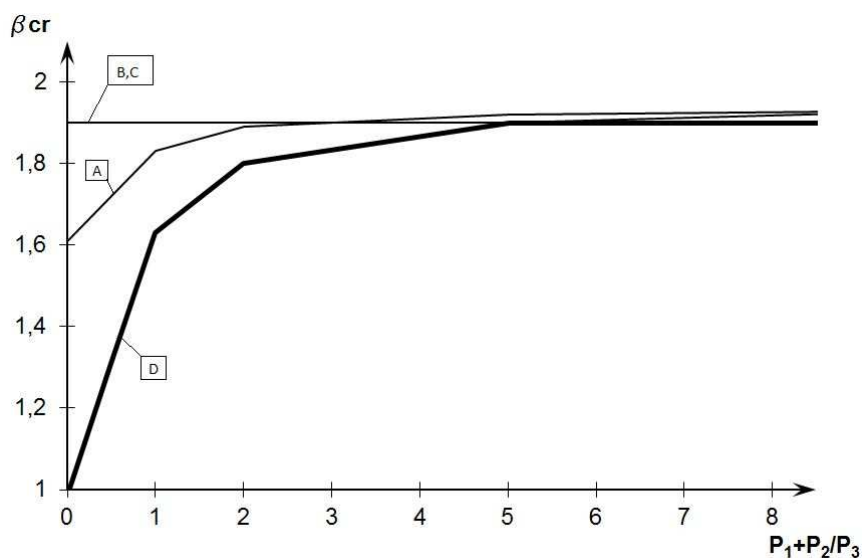


Rys. 5.12. Rama z rys. 5.10 - zależność pomiędzy β_{cr} i H/L w przypadku „mocnych” słupów i odpowiednio słabszych rygli (to znaczy, gdy zachodzi $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$).

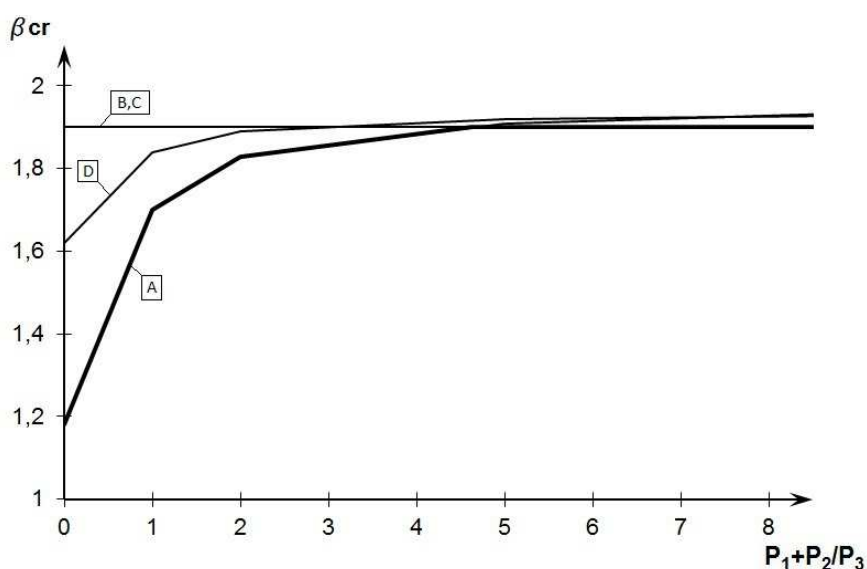
Na rys. 5.12 przeanalizowano odmienną sytuację. Założono bowiem, że słupy są wyraźnie mocniejsze od rygli (zgodnie z zasadą „mocne słupy - słabe rygle”). Do obliczeń przyjęto stosunek $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Jak widać zakresy miarodajności poszczególnych

mechanizmów uległy w tym przypadku wyraźnemu przesunięciu względem tych, które zidentyfikowano poprzednio.

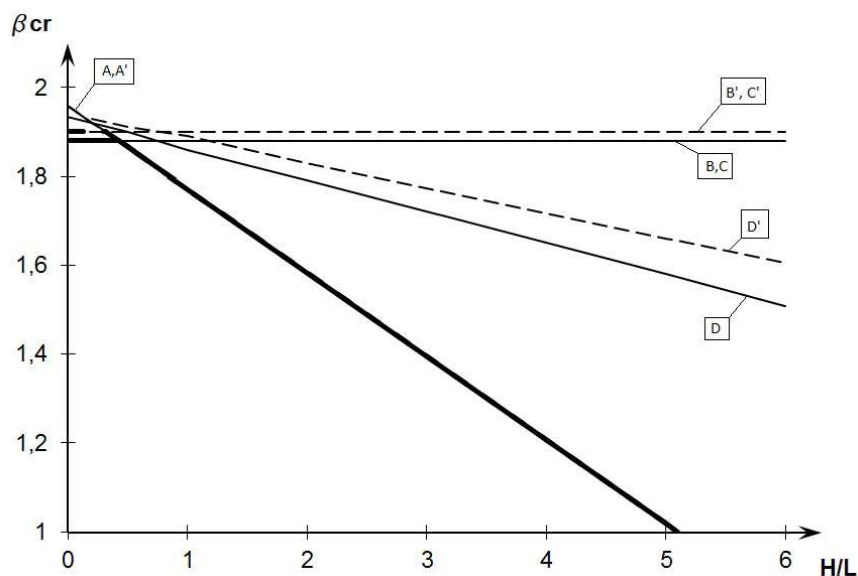
Jakościowo inną relację bada się na rys. 5.13 dla przypadku, gdy zachodzi $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Założono tu, podobnie jak w przykładzie poprzednim, gatunek stali S235 i kształtownik IPE360 zastosowany jednolicie na rygiel i słupy ramy. Poza tym przyjęto, że $H = 5m$ i $L = 5m$. Na rys. 5.14. natomiast przeanalizowano sytuację gdy rygiel jest wyraźnie słabszy od słupa, gdy zachodzi $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$.



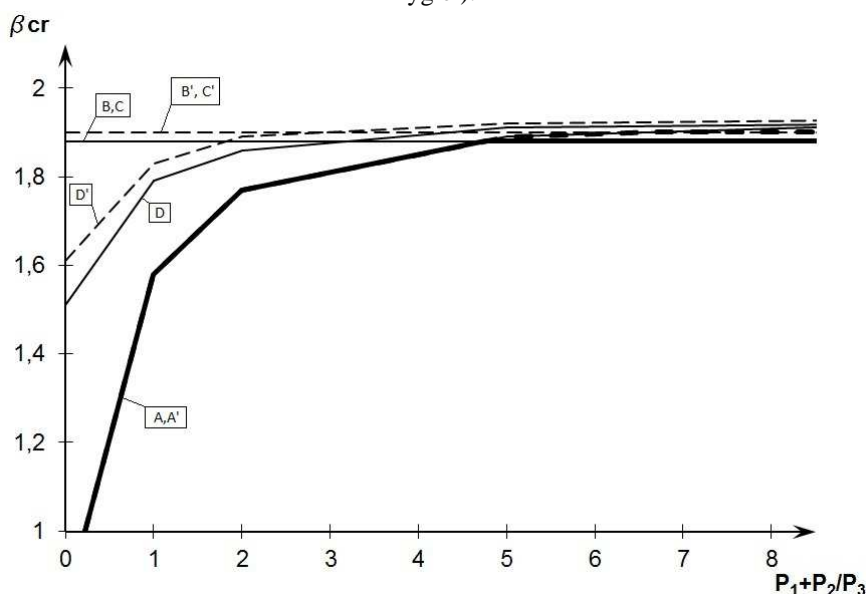
Rys. 5.13. Rama z rys. 5.10 - relacja pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem P_1/P_2 przy założeniu, że zachodzi $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$.



Rys. 5.14. Rama z rys. 5.10 - relacja pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem P_1/P_2 gdy zachodzi $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$.



Rys. 5.15. Rama z rys. 5.10 - zależność mnożnika β_{cr} od stosunku H/L w przypadku niejednakowo ogrzanych elementów ramy (linie ciągłe – rygiel gorętszy niż słupy, linie przerywane – słupy gorętsze niż rygiel).



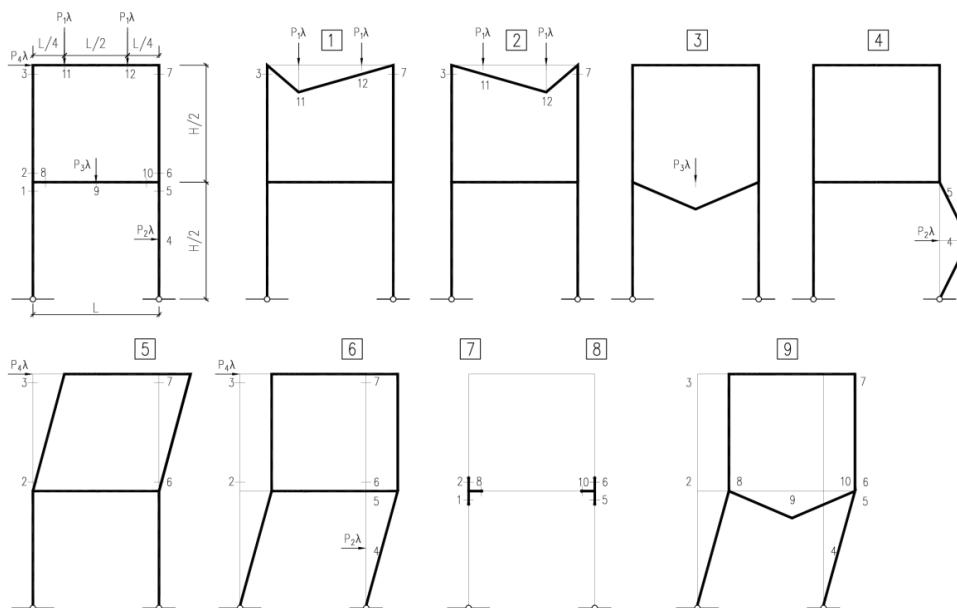
Rys. 5.16. Rama z rys. 5.10 - zależność mnożnika β_{cr} od stosunku P_1/P_2 w przypadku niejednakowo ogrzanych elementów ramy (linie ciągłe – rygiel gorętszy niż słupy, linie przerywane – słupy gorętsze niż rygiel).

Dodatkowo zbadano dwie bardziej złożone sytuacje obliczeniowe. W pierwszej przyjęto, że gdy temperatura stali w słupie wynosi $\Theta_{a,c} = 400^\circ C$, to w tej samej chwili pożaru stal w ryglu jest już nagrzana do temperatury wyższej, równej $\Theta_{a,b} = 500^\circ C$ (zgodnie z zasadą „chłodniejsze słupy – gorący rygiel”). Wyniki uzyskane przy takich założeniach zaznaczono liniami ciągłymi na rys. 5.15 i rys. 5.16. Odpowiadają im mechanizmy oznaczone w Tabeli 5.3 symbolami A, B, C i D. Sytuację drugą skojarzono z założeniami przeciwnymi w stosunku do zdefiniowanych poprzednio, tym razem zgodnymi z zasadą „gorące słupy – chłodniejszy rygiel”. Przyjęto bowiem odpowiednio: $\Theta_{a,b} = 400^\circ C$ i $\Theta_{a,c} = 500^\circ C$, a

otrzymane rezultaty naniesiono na te same rysunki przy pomocy linii przerywanych. Odpowiednie mechanizmy oznaczono przy tym symbolami A', B', C' i D'.

5.4. Dwukondygnacyjna jednonawowa rama przechyłowa.

Tym razem szacuje się odporność ogniową dla dwukondygnacyjnej jednonawowej ramy przechyłowej o geometrii i schemacie statycznym pokazanych na rys. 5.17. Na tym rysunku zaznaczono również wyspecyfikowane dla tej ramy kinematycznie dopuszczalne mechanizmy ruchu, oznaczone kolejno symbolami: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9. Odpowiadające tym mechanizmom krytyczne wartości mnożnika obciążenia $\lambda_{cr,20} = \lambda_{cr,400}$ zebrano w Tabeli 5.4.



Rys. 5.17. Rama analizowana w przykładzie. Na dole wyspecyfikowane dla niej możliwe (kinematycznie dopuszczalne) mechanizmy czysto plastycznego zniszczenia.

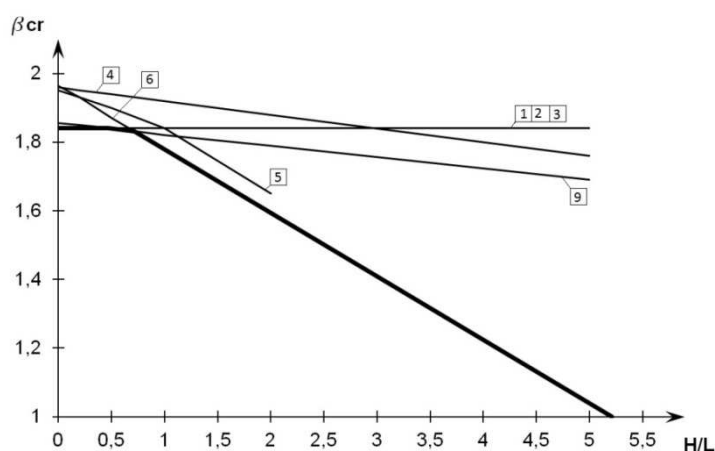
Tabela 5.4. Mnożniki obciążenia odpowiadające poszczególnym mechanizmom zniszczenia, wyznaczone przy założeniu temperatury pokojowej (bez rozważania wpływu pożaru).

Mechanizm zniszczenia	Odpowiadający mnożnik obciążenia
1 - belkowy	$\lambda_{A,20} = \frac{4M_{b,pl,20} + 4M_{c,pl,20}}{P_1 L}$
2 - belkowy	$\lambda_{A,20} = \frac{4M_{b,pl,20} + 4M_{c,pl,20}}{P_1 L}$
3 - belkowy	$\lambda_{A,20} = \frac{4M_{b,pl,20} + 4M_{c,pl,20}}{P_1 L}$
4 - belkowy	$\lambda_{B,20} = \frac{12M_{c,pl,20}}{P_3 H}$
5 - przechyłowy	$\lambda_{B,20} = \frac{8M_{c,pl,20}}{P_4 H}$

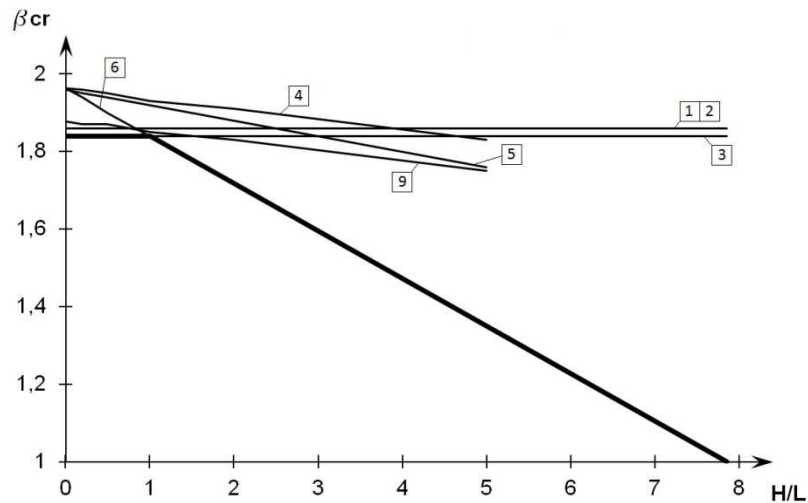
6 - przechyłowy	$\lambda_{c,20} = \frac{8M_{c,pl,20}}{2P_4H + P_2H}$
7 – obrót węzła	-
8 – obrót węzła	-
9 - kombinowany	$\lambda_{c,20} = \frac{10M_{b,pl,20} + 13M_{c,pl,20}}{2P_1L + 0,5P_2H + 0,5P_3L + P_4H}$

Tak jak poprzednio w procedurze obliczeniowej poszczególne mnożniki są kolejno podstawiane do równania (5.14). Uzyskane oszacowania parametru β_{cr} przedstawiono na wykresach, najpierw w układzie osi $\beta_{cr} - (H/L)$ - celem uwydatnienia zależności temperatury krytycznej od geometrii ramy, a następnie w osiach $\beta_{cr} - (P_1 + P_3/P_2 + P_4)$ - aby ocenić istotność obciążenia poziomego w ogólnym bilansie przyłożonych obciążeń.

Pierwszym rozważanym przypadkiem jest znowu sytuacja projektowa, w której wszystkie elementy konstrukcji mają w tych samych chwilach pożaru t_{fi} takie same wartości temperatury Θ_a (to znaczy, że zachodzi $\Theta_a = \Theta_{a,b} = \Theta_{a,c}$). Ponadto założono, analogicznie jak w przykładach 5.2 i 5.3, że w temperaturze pokojowej plastyczna nośność przekroju słupa odpowiada plastycznej nośności przekroju rygła, czyli $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Scenariusz ten zbadano szczegółowo na rys. 5.18, przy założeniu, że wszystkie elementy ramy wykonano ze stali S235 i kształtownika IPE360. W tym przykładzie przyjęto następujące parametry obciążenia: $P_1 + P_3 = 100kN$ i $P_2 + P_4 = 50kN$. Na rys. 6.19. przeanalizowano odmienną sytuację. Założono bowiem, że słupy są wyraźnie mocniejsze od rygli (zgodnie z zasadą „mocne słupy - słabe rygle”). Do obliczeń przyjęto stosunek $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Jak widać zakresy miarodajności poszczególnych mechanizmów w takiej sytuacji uległy wyraźnemu przesunięciu.

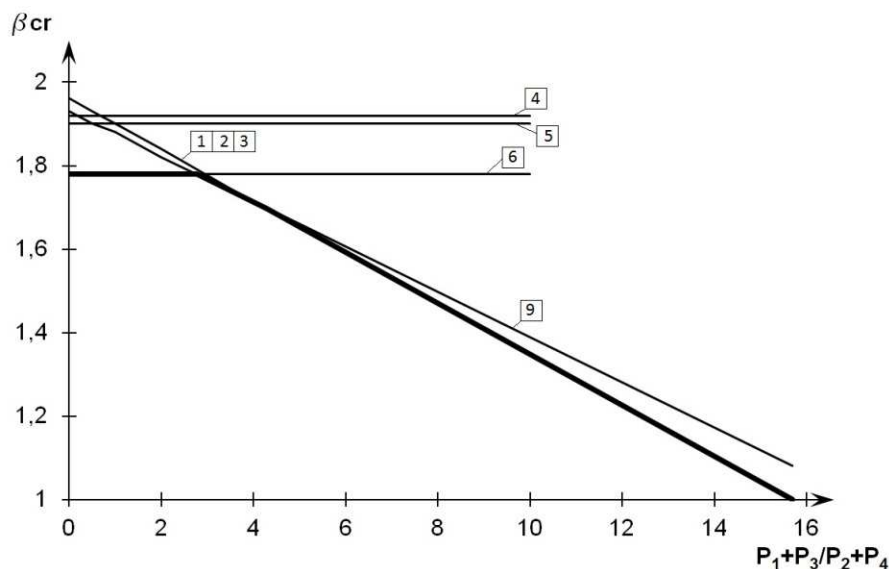


Rys. 5.18. Rama z rys. 5.17 - zależność pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem H/L w przypadku gdy zachodzi $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$.

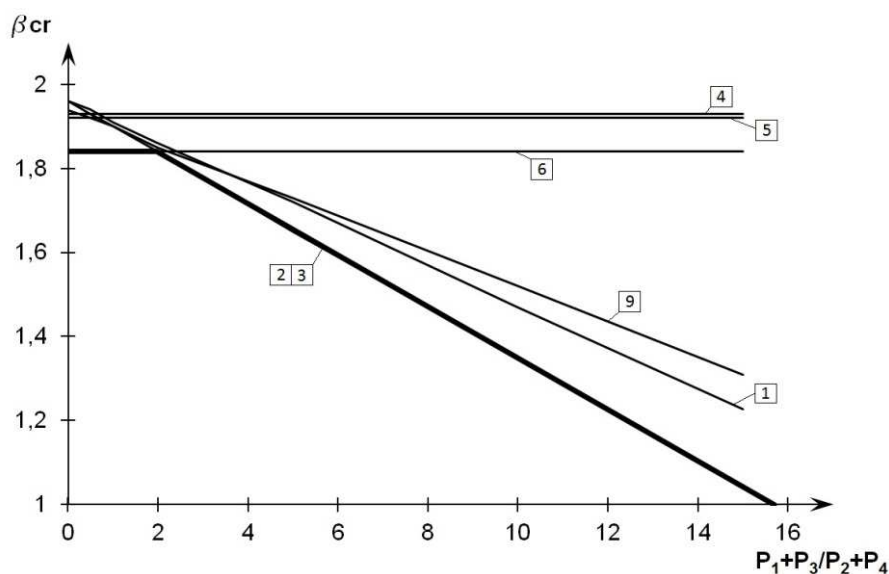


Rys. 5.19. Rama z rys. 5.17 - zależność pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem H/L w przypadku „mocnych” słupów i odpowiednio słabszych rygli (to znaczy, gdy zachodzi $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$).

Jakościowo inną relację przeanalizowano na rys. 5.20 dla przypadku gdy zachodzi równość $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Założono tu, podobnie jak w przykładzie poprzednim, gatunek stali S235 i kształtownik IPE360 zastosowany jednolicie na rygiel i słupy rama. Poza tym przyjęto, że $H = 5m$ i $L = 5m$. Na rys. 5.21. natomiast zbadano scenariusz gdy rygiel jest wyraźnie słabszy od słupa, gdyż zachodzi $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$.



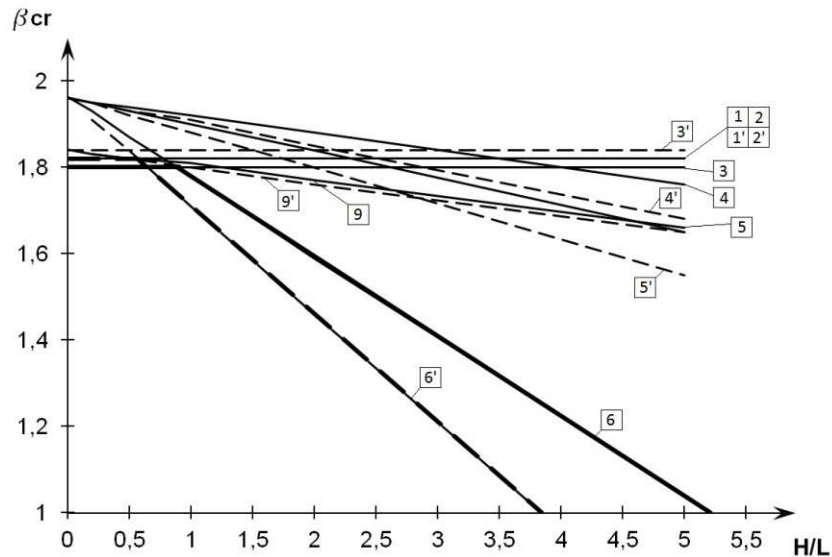
Rys. 5.20. Rama z rys. 5.17 - relacja pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem P_1/P_2 przy założeniu, że zachodzi $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$.



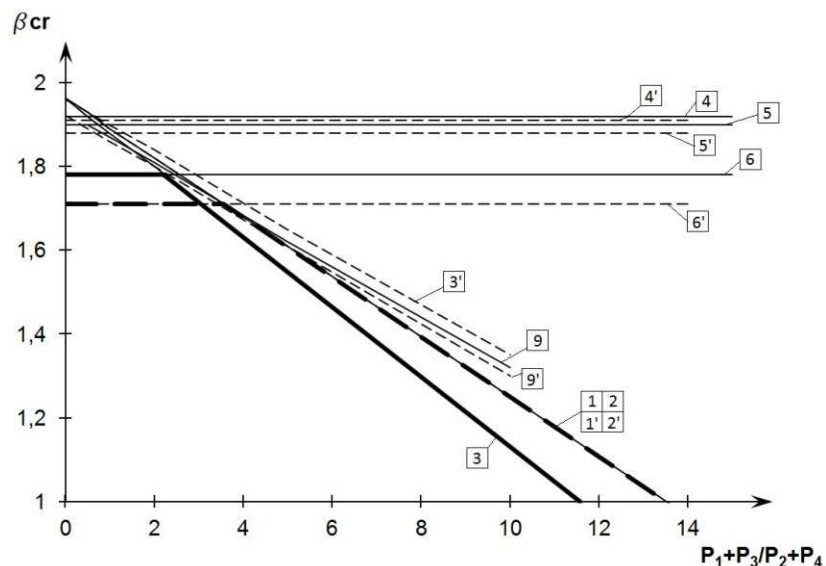
Rys. 5.21. Rama z rys. 5.17 - relacja pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem P_1/P_2 gdy zachodzi

$$1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}.$$

Wzorem przykładów prezentowanych wcześniej w dalszych rozważaniach zbadano scenariusz pożarowy, dla którego założono, że wartości temperatury słupów $\Theta_{a,c}$ w tych samych chwilach pożaru nie odpowiadają ściśle temperaturze rygla $\Theta_{a,b}$. Zaakceptowano przy tym postulat, że temperatura w poszczególnych elementach ramy narasta proporcjonalnie do jednego mnożnika β_{Θ} . Podobnie jak poprzednio zbadano szczegółowo dwie sytuacje obliczeniowe. W pierwszej przyjęto, że gdy temperatura stali w słupie wynosi $\Theta_{a,c} = 400^{\circ}C$, to w tej samej chwili pożaru stal w ryglu jest już nagrzana do temperatury wyższej, równej $\Theta_{a,b} = 500^{\circ}C$ (zgodnie z zasadą „chłodniejsze słupy – gorący rygiel”). Wyniki uzyskane przy takich założeniach zaznaczono liniami ciągłymi na rys. 5.22. i rys. 5.23. Odpowiadają im mechanizmy oznaczone symbolami 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9. Sytuację drugą skojarzono z założeniami przeciwnymi w stosunku do zdefiniowanych poprzednio, tym razem zgodnymi z zasadą „gorące słupy – chłodniejszy rygiel”. Przyjęto odpowiednio: $\Theta_{a,b} = 400^{\circ}C$ i $\Theta_{a,c} = 500^{\circ}C$, a otrzymane rezultaty naniesiono na te same rysunki przy pomocy linii przerywanych. Odpowiednie mechanizmy oznaczono przy tym przez 1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8' i 9'. Jak widać granice pomiędzy poszczególnymi obszarami, wyznaczającymi zakresy miarodajności badanych mechanizmów, są bardzo czułe na wszelkiego typu zmiany warunków początkowych analizy. Bezpośrednim odzwierciedleniem takich zmian na zamieszczonych poniżej wykresach jest modyfikacja kąta nachylenia linii przypisanych do poszczególnych sposobów zniszczenia ramy.



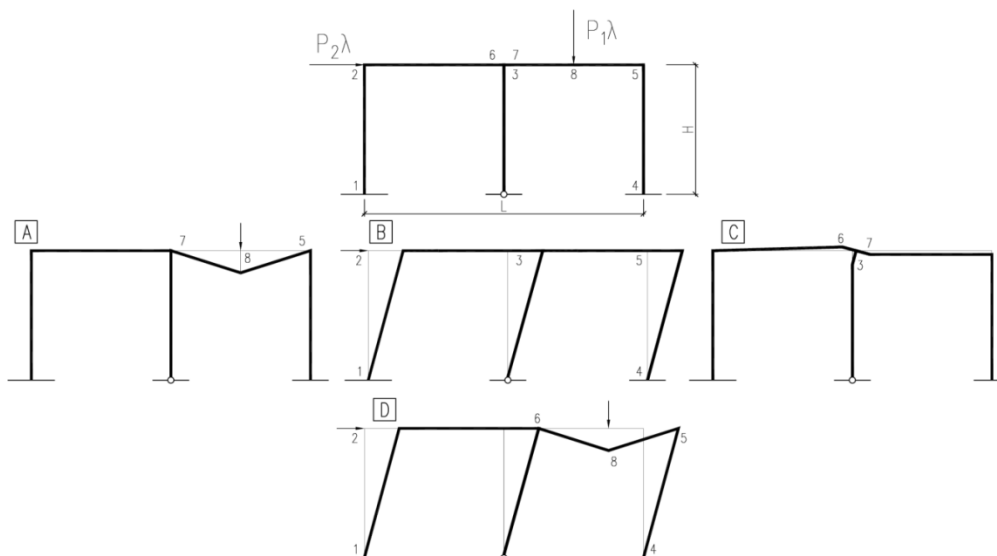
Rys. 5.22. Rama z rys. 5.17 - zależność mnożnika β_{cr} od stosunku H/L w przypadku niejednakowo ogrzanych elementów rami (linie ciągłe – rygiel gorętszy niż słupy, linie przerywane – słupy gorętsze niż rygiel).



Rys. 5.23. Rama z rys. 5.17 - zależność mnożnika β_{cr} od stosunku P_1/P_2 w przypadku niejednakowo ogrzanych elementów rami (linie ciągłe – rygiel gorętszy niż słupy, linie przerywane – słupy gorętsze niż rygiel).

5.5. Dwunawowa jednokondygnacyjna rama przechyłowa.

W tym przykładzie pokazano jak oszacować odporność ogniową dla dwunawowej jednokondygnacyjnej rami przechyłowej, pokazanej w szczegółach na rys. 5.24. Zaznaczono na nim również cztery kinematycznie dopuszczalne mechanizmy ruchu, oznaczone kolejno symbolami: A – mechanizm belkowy, B – mechanizm przechyłowy, C – obrót węzła, D – mechanizm kombinowany. Odpowiadające tym mechanizmom krytyczne wartości mnożnika obciążenia $\lambda_{cr,20} = \lambda_{cr,400}$, wyliczone na podstawie klasycznej analizy plastycznej, zebrano w Tabeli 5.5.



Rys. 5.24. Rama analizowana w przykładzie. Na dole zaznaczono specyfikowane dla niej kinematycznie dopuszczalne mechanizmy czysto plastycznego zniszczenia.

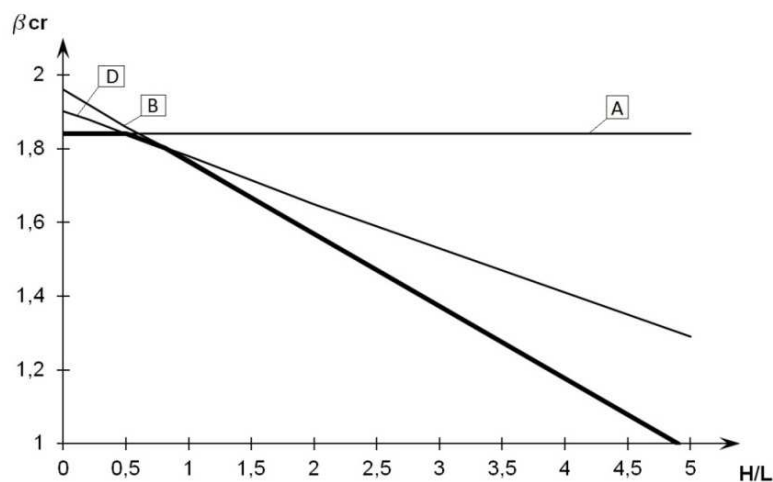
Tabela 5.5. Mnożniki obciążenia odpowiadające poszczególnym mechanizmom zniszczenia, wyznaczone przy założeniu temperatury pokojowej (bez rozważania wpływu pożaru).

Mechanizm zniszczenia	Odpowiadający mnożnik obciążenia
A - belkowy	$\lambda_{A,20} = \frac{12M_{b,pl,20} + 4M_{c,pl,20}}{P_1L}$
B - przechyłowy	$\lambda_{B,20} = \frac{5M_{c,pl,20}}{P_2H}$
C – obrót węzła	-
D - kombinowany	$\lambda_{C,20} = \frac{3M_{b,pl,20} + 5M_{c,pl,20}}{0,25P_1L + P_2H}$

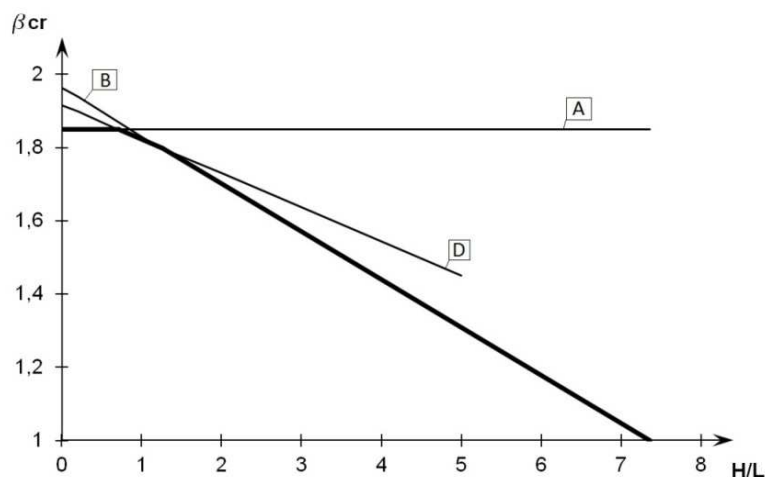
W procedurze obliczeniowej poszczególne mnożniki są kolejno podstawiane do równania (5.14). Analogicznie jak w przykładach omawianych wcześniej uzyskane oszacowania parametru β_{cr} w dalszych rozważaniach przedstawiono w układzie osi $\beta_{cr} - (H/L)$ - celem uwydatnienia zależności temperatury krytycznej od geometrii ramy, oraz $\beta_{cr} - (P_1/P_2)$ - aby ocenić istotność obciążenia poziomego w ogólnym bilansie przyłożonych obciążeń.

Także w tym przykładzie pierwszym rozważanym przypadkiem jest sytuacja projektowa, w której wszystkie elementy konstrukcji mają w tych samych chwilach pożaru t_{fi} takie same wartości temperatury Θ_a ($\Theta_a = \Theta_{a,b} = \Theta_{a,c}$). Założono również, że w temperaturze pokojowej plastyczna nośność przekroju słupa odpowiada plastycznej nośności przekroju rygla, czyli $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Sytuację tę zbadano szczegółowo na rys. 5.25, przy założeniu,

że wszystkie elementy ramy wykonano ze stali S235 i kształtownika IPE 360. W prezentowanym przykładzie przyjęto następujące parametry obciążenia: $P_1 = 100kN$ i $P_2 = 50kN$. Łatwo zauważyć, że tym razem mechanizm belkowy (A) jest miarodajny dla oceny odporności ogniowej ramy jedynie wtedy gdy zachodzi $L > 2H$, mechanizm przechyłowy (B) natomiast przy $5H > 4L$ (temperatura krytyczna $\theta_{a,cr}$ jest jednak wtedy znacznie niższa). Oczywiście pośrednim wartościom stosunku H/L odpowiada mechanizm kombinowany (D). Na rys. 5.26. przeanalizowano odmienną sytuację, dla której założono że słupy są wyraźnie mocniejsze od rygli (zgodnie z zasadą „mocne słupy - słabe rygle”). Do obliczeń przyjęto stosunek $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Jak widać zakresy miarodajności poszczególnych mechanizmów także w tym przykładzie uległy wyraźnemu przesunięciu.

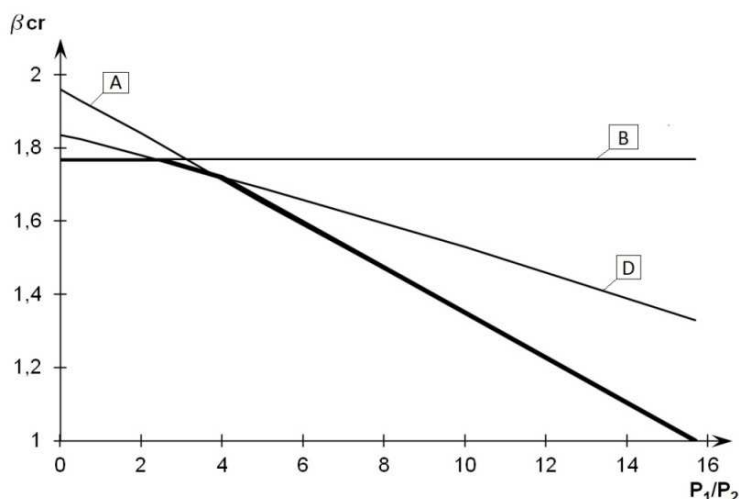


Rys. 5.25. Rama z rys. 5.24 - zależność pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem H/L w przypadku gdy zachodzi $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$.

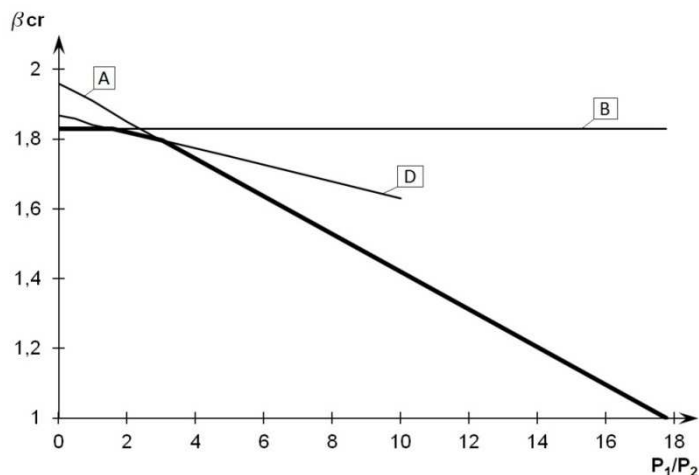


Rys. 5.26. Rama z rys. 5.24 - zależność pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem H/L w przypadku „mocnych” słupów i odpowiednio słabszych rygli (to znaczy, gdy zachodzi $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$).

Jakościowo inną relację bada się na rys. 5.27 dla przypadku, gdy $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Założono tu, podobnie jak w przykładach poprzednich, gatunek stali S235 i kształtownik IPE360 zastosowany jednolicie na rygiel i słupy rama. Poza tym przyjęto, że $H = 5m$ i $L = 5m$. Na rys. 5.28 natomiast rygiel jest wyraźnie słabszy od słupa, gdyż zachodzi $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$. Zauważmy, że w obu analizowanych sytuacjach mechanizm przechyłowy (B) jest miarodajny jeśli obciążenie pionowe P_1 jest mniejsze niż poziome P_2 . Z drugiej strony mechanizm belkowy (A) powinien być brany pod uwagę tylko wtedy, gdy siła P_1 jest znacząco większa od siły P_2 .



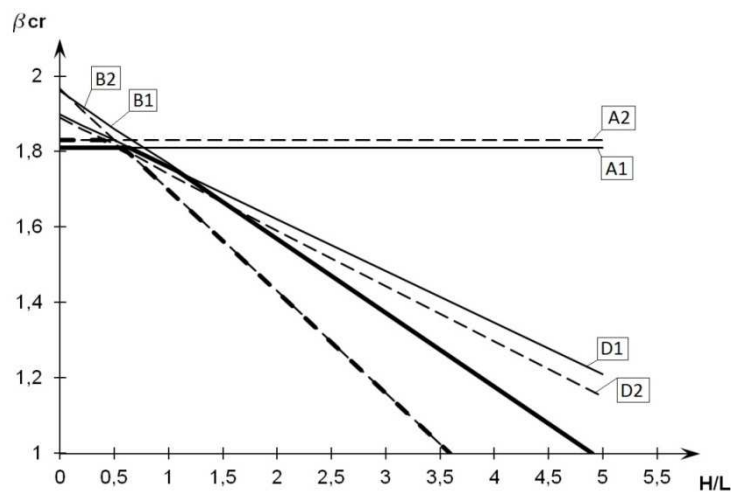
Rys. 5.27. Rama z rys. 5.24 - relacja pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem P_1/P_2 przy założeniu, że zachodzi $M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$.



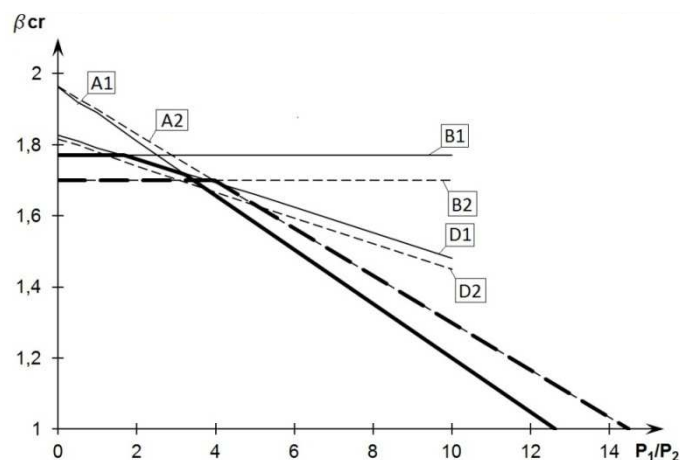
Rys. 5.28. Rama z rys. 5.24 - relacja pomiędzy mnożnikiem β_{cr} i stosunkiem P_1/P_2 gdy zachodzi $1,5M_{b,pl,20} = M_{c,pl,20}$.

Tak jak poprzednio, w tym przykładzie również analizuje się efekty akceptacji założenia, że wartości temperatury słupów $\Theta_{a,c}$ w tych samych chwilach pożaru nie odpowiadają ściśle

temperaturze rygla $\Theta_{a,b}$. Akceptuje się również postulat, że temperatura w poszczególnych elementach ramy narasta proporcjonalnie do jednego mnożnika β_{Θ} . Badane są dwie sytuacje obliczeniowe. W pierwszej przyjęto, że gdy temperatura stali w słupie wynosi $\Theta_{a,c} = 400^{\circ}C$, to w tej samej chwili pożaru stal w ryglu jest już nagrzana do temperatury wyższej, równej $\Theta_{a,b} = 500^{\circ}C$ (zgodnie z zasadą „chłodniejsze słupy – gorący rygiel”). Wyniki uzyskane przy takich założeniach zaznaczono liniami ciągłymi na rys. 5.29 i rys. 5.30. Odpowiadają im mechanizmy oznaczone symbolami A1, B1 i D1. Sytuację drugą, analogicznie jak poprzednio, skojarzono z założeniami przeciwnymi, tym razem zgodnymi z zasadą „gorące słupy – chłodniejszy rygiel”. Przyjęto odpowiednio: $\Theta_{a,b} = 400^{\circ}C$ i $\Theta_{a,c} = 500^{\circ}C$, a otrzymane rezultaty naniesiono na te same rysunki przy pomocy linii przerywanych. Odpowiednie mechanizmy oznaczono przy tym przez A2, B2 i D2.



Rys. 5.29. Rama z rys. 5.24 - zależność mnożnika β_{cr} od stosunku H/L w przypadku niejednakowo ogrzanych elementów ramy (linie ciągłe – rygiel gorętszy niż słupy, linie przerywane – słupy gorętsze niż rygiel).



Rys. 5.30. Rama z rys. 5.24 - zależność mnożnika β_{cr} od stosunku P_1/P_2 w przypadku niejednakowo ogrzanych elementów ramy (linie ciągłe – rygiel gorętszy niż słupy, linie przerywane – słupy gorętsze niż rygiel).

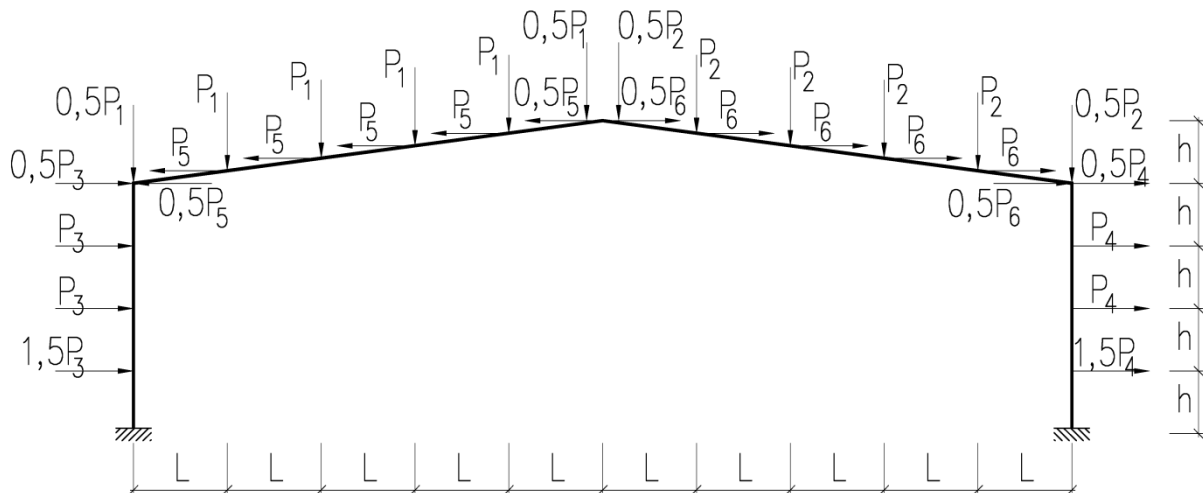
5.6. Wnioski z analizy przykładów prezentowanych w rozdziale 5.

Zaprezentowany w niniejszym rozdziale algorytm postępowania stanowi wydajne narzędzie obliczeniowe, pomocne w szacowaniu krytycznej temperatury stali związanej z osiągnięciem przez poddany analizie płaski ustrój ramowy stanu granicznego nośności w warunkach pożaru rozwiniętego. Temperatura ta zależy od wartości mnożnika β_{cr} , który na mocy równania (5.14) jest funkcją jedynie parametru $\lambda_{cr,400} = \lambda_{cr,20}$, znanego z klasycznej analizy nośności granicznej w temperaturze pokojowej. Należy przy tym pamiętać, że uzyskana tą drogą temperatura $\Theta_{a,cr}$ stanowi jedynie górne oszacowanie poszukiwanej wartości, nie może zatem być interpretowana w sposób bezpośredni jako ta, która determinuje zniszczenie konstrukcji nośnej [El-Hewity M.M., 2012]. Do bardziej precyzyjnego wnioskowania wymagane jest jej porównanie z wartością analogicznej temperatury obliczoną niezależnie przy zastosowaniu uogólnionego podejścia statycznego (jego omówienie wymaga odrębnego opracowania). Zaproponowana metodyka może być wykorzystywana do wyznaczenia wartości $\Theta_{a,cr}$ przy założeniu, że $400^{\circ}C < \Theta_{a,cr} < 785^{\circ}C$. Jeżeli $\Theta_{a,cr} \leq 400^{\circ}C$, to granica plastyczności stali nie ulega redukcji. W takim przypadku $\beta_{cr} = 1,0$, a zatem miarą nośności granicznej ramy pozostaje parametr $\lambda_{min,20}$.

6. Szacowanie temperatury krytycznej ramy stalowej z rygłem załamanym z wykorzystaniem chwilowego środka obrotu.

6.1. Opis ramy analizowanej w przykładzie.

Szacowanie temperatury krytycznej z wykorzystaniem chwilowego środka obrotu stanowi kolejny algorytm umożliwiający wyznaczanie wartości tej temperatury w ramie stalowej, poddanej działaniu pożaru. Niech przedmiotem szczegółowej analizy będzie stalowa rama portalowa z rygłem dwuspadowym pokazana na rys. 6.1 [Maślak M., Tkaczyk A., 2014c].



Rys. 6.1 Schemat ramy analizowanej w przykładzie

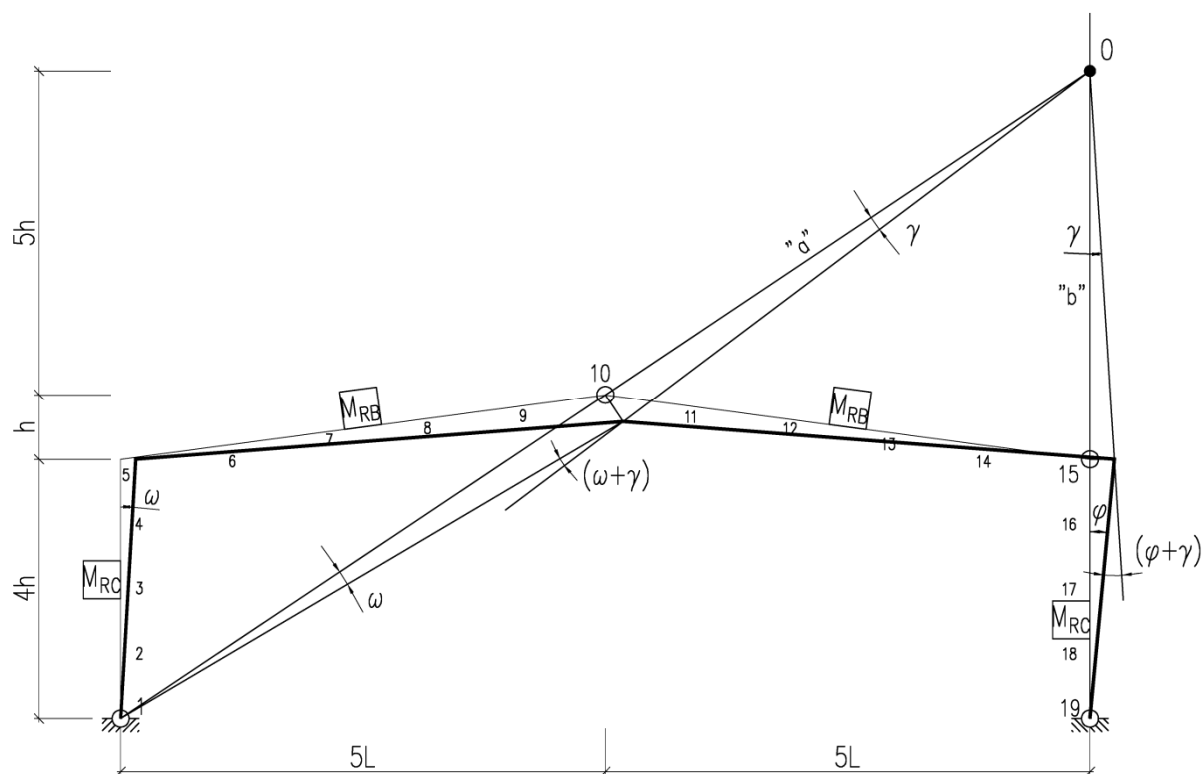
Rygiel ramy obciążony jest pionowymi i poziomymi reakcjami przekazywanymi z płatwi dachowych (w tym od ssania wiatru zarówno po stronie nawietrznej jak i zawietrznej), jej słupy natomiast dodatkowo przenoszą poziome oddziaływanie wiatru poprzez rygle ścianki ryglowej. Słupy te po obu stronach ramy są w pełni utwierdzone w fundamencie.

Prezentowane poniżej obliczenia przeprowadzono w zapisie symbolicznym, niemniej jednak wartości poszukiwanej miarodajnej temperatury krytycznej oszacowane dla poszczególnych kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia ramy wyznaczono przyjmując, że $L = 3 \text{ m}$ (co daje rozpiętość konstrukcji równą $10L = 30 \text{ m}$) oraz $h = 2 \text{ m}$ (a zatem całkowitą wysokość słupa ramy ustalono na poziomie $4h = 8 \text{ m}$). Rozważa się dwa warianty ustroju nośnego: pierwszy - wykonany zgodnie z zasadą „mocne słupy – słabszy rygiel”, dla którego nośności na czyste zginanie słupa i rygla wynoszą odpowiednio $M_{RC} = 515,6 \text{ kNm}$ i $M_{RB} = 239,5 \text{ kNm}$, oraz drugi – w którym rygiel i słupy wykonano z tego samego przekroju dwuteowego, co przekłada się na równość $M_{RC} = M_{RB} = 239,5 \text{ kNm}$. W celu uogólnienia wnioskowania otrzymane wyniki przedstawiono w funkcji parametrów $H - V$, gdzie H [kN] jest sumarycznym obciążeniem poziomym, to znaczy $H = 4(P_3 + P_4) + 5(-P_5 + P_6)$, natomiast V [kN] sumarycznym obciążeniem pionowym, czyli $V = 5(P_1 + P_2)$. Do obliczeń szczegółowych założono następujące wartości obciążeń zewnętrznych: $P_1 = 6,5 \text{ kN}$, $P_2 = 5,5 \text{ kN}$, $P_3 = 5,0 \text{ kN}$, $P_4 = 3,0 \text{ kN}$, $P_5 = 1,5 \text{ kN}$, $P_6 = 1,0 \text{ kN}$. Zauważmy zatem, że w analizowanym przykładzie $V = 60 \text{ kN}$ i $H = 29,5 \text{ kN}$, co daje $P_1 = 0,1083V$, $P_2 = 0,0917V$,

$P_3 = 0,1695 H$, $P_4 = 0,1017 H$, $P_5 = 0,0509 H$, $P_6 = 0,0339 H$. Łatwo wykazać, że tego typu obciążenie jest bezpiecznie przenoszone przez rozważaną ramę w podstawowej sytuacji projektowej (to znaczy bez analizowania wpływu pożaru, a więc również bez korekty wymogów bezpieczeństwa ze względu na uwzględnienie działania wyjątkowego). Dodatkowo zakłada się, że wszystkie elementy ramy są odpowiednio krępe i stężone na tyle skutecznie, że przez cały czas trwania pożaru nie zagraża im wystąpienie deformacji dyskwalifikujących ich przydatność w kontekście możliwości bezpiecznego przenoszenia przyłożonych do nich obciążeń.

6.2. Wyznaczenie miarodajnej temperatury ramy skojarzonej z mechanizmem 1-10-15-19.

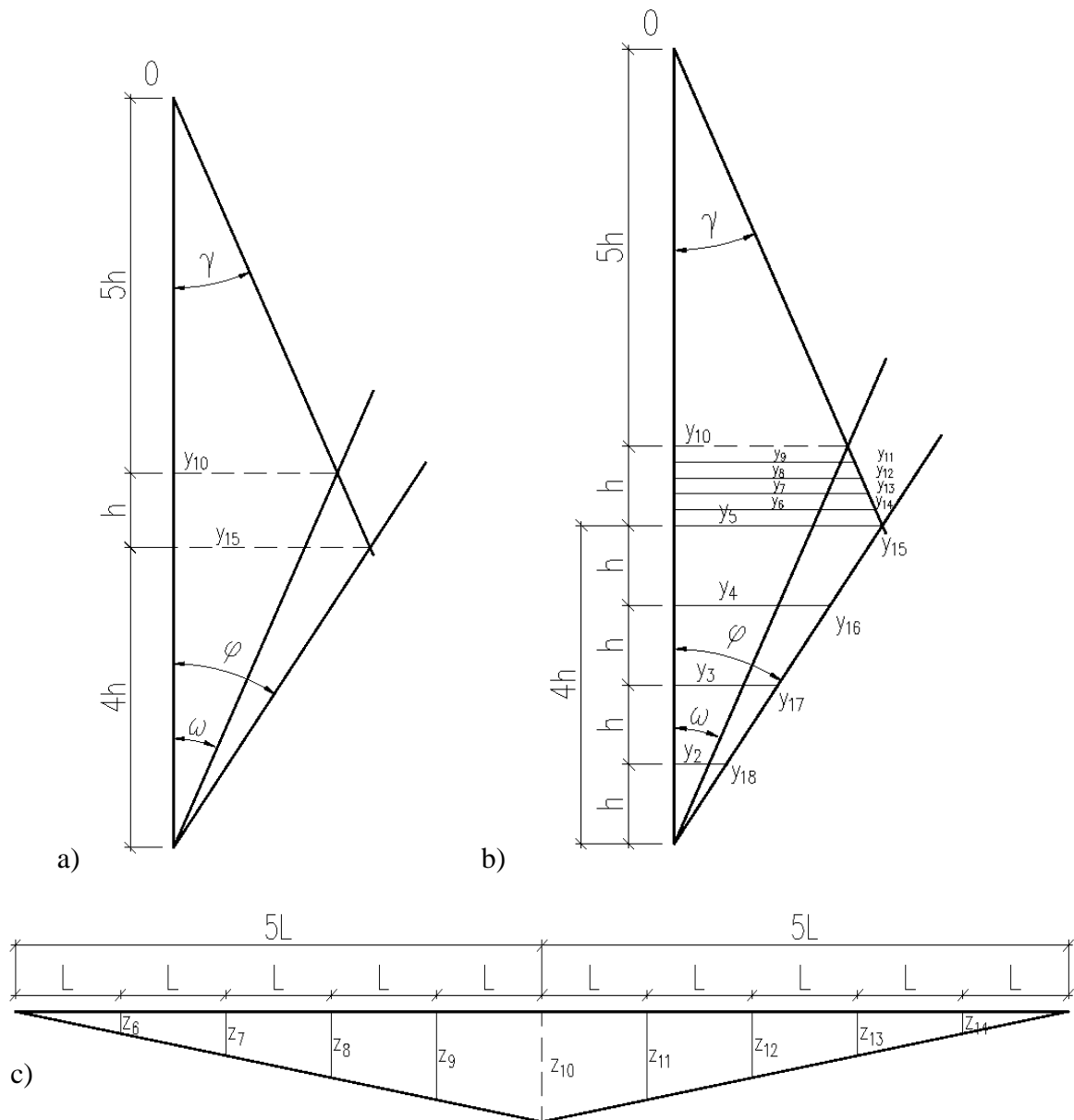
Szczegółowy algorytm postępowania odniesiony do wyjątkowej sytuacji pożaru zostanie pokazany na przykładzie kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu zniszczenia ramy determinowanego generowaniem kolejnych przegubów plastycznych w punktach oznaczonych symbolami 1-10-15-19 (rys. 6.2).



Rys. 6.2 Obrót elementów ramy przy wystąpieniu mechanizmu 1-10-15-19.

Położenie chwilowego środka obrotu otrzymuje się w takim przypadku z przecięcia prostych „a” i „b” (rys. 6.2), co daje $O(y, z) = O(10L, 10h)$. Uruchomienie poszczególnych obrotów pozwala na identyfikację kątów ω , γ i φ . Miarą pracy sił zewnętrznych na przemieszczeniach wirtualnych jest suma:

$$\begin{aligned}
 W = & P_1[0,5(z_5 + z_{10}) + z_6 + z_7 + z_8 + z_9] + P_2[0,5(z_{10} + z_{15}) + z_{11} + z_{12} + z_{13} + z_{14}] + \\
 & + P_3(1,5y_2 + y_3 + y_4 + 0,5y_5) + P_4(0,5y_{15} + y_{16} + y_{17} + 1,5y_{18}) - \\
 & - P_5[0,5(y_5 + y_{10}) + y_6 + y_7 + y_8 + y_9] + P_6[0,5(y_{10} + y_{15}) + y_{11} + y_{12} + y_{13} + y_{14}]
 \end{aligned} \quad (6.1)$$



Rys. 6.3 Mechanizm 1-10-15-19 a) relacje pomiędzy kątami obrotu, b) relacje pomiędzy przemieszczeniami poziomymi (w kierunku osi y), c) relacje pomiędzy przemieszczeniami pionowymi (w kierunku osi z).

Z drugiej strony praca generowana poprzez obroty w przegubach plastycznych jest obliczana jak następuje:

- w przypadku ramy z mocnymi słupami i słabszym ryglem (rama A), gdy $M_{RC} > M_{RB}$, co oznacza że przegub w punkcie 15 indukują się w ryglu:

$$\Omega_A = [M_{RC}\omega + M_{RB}(\omega + \gamma) + M_{RB}(\gamma + \phi) + M_{RC}\phi]k_{y,\theta} \quad (6.2)$$

- w przypadku słupów i rygli wykonanych z tego samego kształtownika (rama B), to znaczy gdy zachodzi równość $M_{RC} = M_{RB} = M_R$:

$$\Omega_B = [M_R \omega + M_R(\omega + \gamma) + M_R(\gamma + \varphi) + M_R \varphi] k_{y,\Theta} = 2k_{y,\Theta} M_R (\omega + \gamma + \varphi) \quad (6.3)$$

Pozostaje wyrazić wszystkie kąty w funkcji kąta φ , co daje $\omega = \gamma = \frac{2\varphi}{3}$ (rys. 6.3a), a zatem:

$$\Omega_A = \frac{\varphi k_{y,\Theta}}{3} (5M_{RC} + 9M_{RB}) \quad \text{oraz} \quad \Omega_B = \frac{14}{3} \varphi k_{y,\Theta} M_R \quad (6.4)$$

Następnym krokiem jest uwzględnienie relacji wiążących poszczególne przemieszczenia y_i (na podstawie rys. 6.3a i 6.3b) oraz z_i (na podstawie rys. 6.3c). Otrzymane wartości zestawiono w Tabeli 6.1. Po wstawieniu ich do zależności (6.1) otrzymuje się:

$$W = \frac{25}{3} L \varphi (P_1 + P_2) + h \varphi \left(\frac{17}{3} P_3 + \frac{17}{2} P_4 - 15P_5 + \frac{55}{3} P_6 \right) \quad (6.5)$$

Z zasady prac wirtualnych, zgodnie z którą zachodzi równość $W = \Omega$, po przekształceniach otrzymano:

- w przypadku ramy z mocnymi słupami i słabszym rygłem ($\Omega = \Omega_A$):

$$k_{y,\Theta}^A = \frac{25L(P_1 + P_2) + h(17P_3 + 25,5P_4 - 45P_5 + 55P_6)}{5M_{RC} + 9M_{RB}} \quad (6.6)$$

- w przypadku słupów i rygli wykonanych z tego samego kształtownika ($\Omega = \Omega_B$):

$$k_{y,\Theta}^B = \frac{25L(P_1 + P_2) + h(17P_3 + 25,5P_4 - 45P_5 + 55P_6)}{14M_R} \quad (6.7)$$

Podstawienie danych liczbowych przyjętych wcześniej dla rozpatrywanej ramy prowadzi do wyznaczenia wartości współczynnika redukcyjnego $k_{y,\Theta}$ jednoznacznie skojarzonego z miarodajną temperaturą $\Theta_{a,cr}$, której odpowiada uaktywnienie badanego kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu ruchu. W niniejszym przykładzie otrzymano (patrz Tabela 6.3):

- $k_{y,\Theta}^A = 0,253$, co jest równoważne oszacowaniu $\Theta_{a,cr}^A = 690$ °C,
- $k_{y,\Theta}^B = 0,357$, co jest równoważne oszacowaniu $\Theta_{a,cr}^B = 647$ °C.

Zauważmy, co zresztą nie jest zaskoczeniem, że wzmocnienie słupów w przypadku A, w stosunku do ramy opisanej przypadkiem B, spowodowało wyraźny wzrost miarodajnej temperatury szacowanej dla tego samego mechanizmu ruchu.

Tabela 6.1: Wirtualne przemieszczenia, poziome y_i i pionowe z_i , przy realizacji mechanizmu 1-10-15-19.

$y_2 = \frac{2}{3}h\varphi$	$y_3 = \frac{4}{3}h\varphi$	$y_4 = 2h\varphi$	$y_5 = \frac{8}{3}h\varphi$	$y_6 = \frac{14}{5}h\varphi$	$y_7 = \frac{44}{15}h\varphi$
$y_8 = \frac{46}{15}h\varphi$	$y_9 = \frac{16}{5}h\varphi$	$y_{10} = \frac{10}{3}h\varphi$	$y_{11} = \frac{52}{15}h\varphi$	$y_{12} = \frac{18}{5}h\varphi$	$y_{13} = \frac{56}{15}h\varphi$
$y_{14} = \frac{58}{15}h\varphi$	$y_{15} = 4h\varphi$	$y_{16} = 3h\varphi$	$y_{17} = 2h\varphi$	$y_{18} = h\varphi$	
$z_5 = 0$	$z_6 = \frac{2}{3}L\varphi$	$z_7 = \frac{4}{3}L\varphi$	$z_8 = 2L\varphi$	$z_9 = \frac{8}{3}L\varphi$	$z_{10} = \frac{10}{3}L\varphi$
$z_{11} = \frac{8}{3}L\varphi$	$z_{12} = 2L\varphi$	$z_{13} = \frac{4}{3}L\varphi$	$z_{14} = \frac{2}{3}L\varphi$	$z_{15} = 0$	

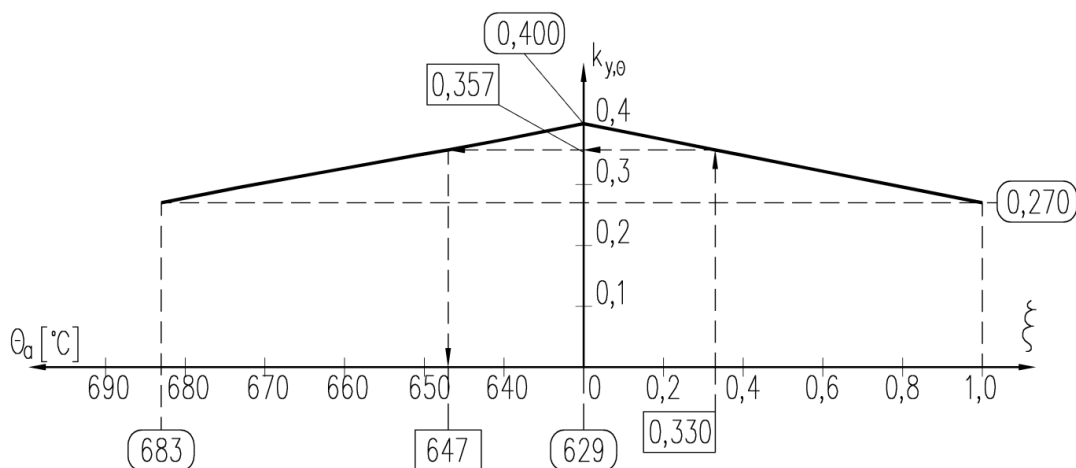
Zależności (6.6) i (6.7) warto wyrazić bardziej ogólnie, w funkcji obciążeń V i H [Maślak M, Tkaczyk A., 2014b]. Pozwoli to na czytelniejsze i precyzyjniejsze wnioskowanie. Wtedy bowiem w miejsce pojedynczej wartości współczynnika redukcyjnego $k_{y,\Theta}$, kojarzonego z temperaturą generującą uaktywnienie badanego mechanizmu ruchu, otrzymuje się równanie powierzchni granicznej o postaci $k_{y,\Theta} = k_{y,\Theta}(H, V)$. W analizowanym przykładzie zachodzi zatem:

$$k_{y,\Theta}^A(H, V) = \frac{15V + 10,11H}{5M_{RC} + 9M_{RB}} \quad \text{oraz} \quad k_{y,\Theta}^B(H, V) = \frac{15V + 10,11H}{14M_R} \quad (6.8)$$

Specyfikacja bezwymiarowego wskaźnika $\xi = \frac{H}{V + H}$, który jest miarą udziału obciążenia poziomego w globalnym bilansie oddziaływań zewnętrznych, pozwala na sprowadzenie powyższych zależności przestrzennych do płaskich wykresów typu $k_{y,\Theta} = k_{y,\Theta}(\xi)$. Oczywiście $0 \leq \xi \leq 1$. W szczególności, w rozpatrywanym przypadku otrzymano:

$$k_{y,\Theta}^A(\xi) = \frac{1342,5 - 437,7\xi}{5M_{RC} + 9M_{RB}} \quad \text{oraz} \quad k_{y,\Theta}^B(\xi) = \frac{1342,5 - 437,7\xi}{14M_R} \quad (6.9)$$

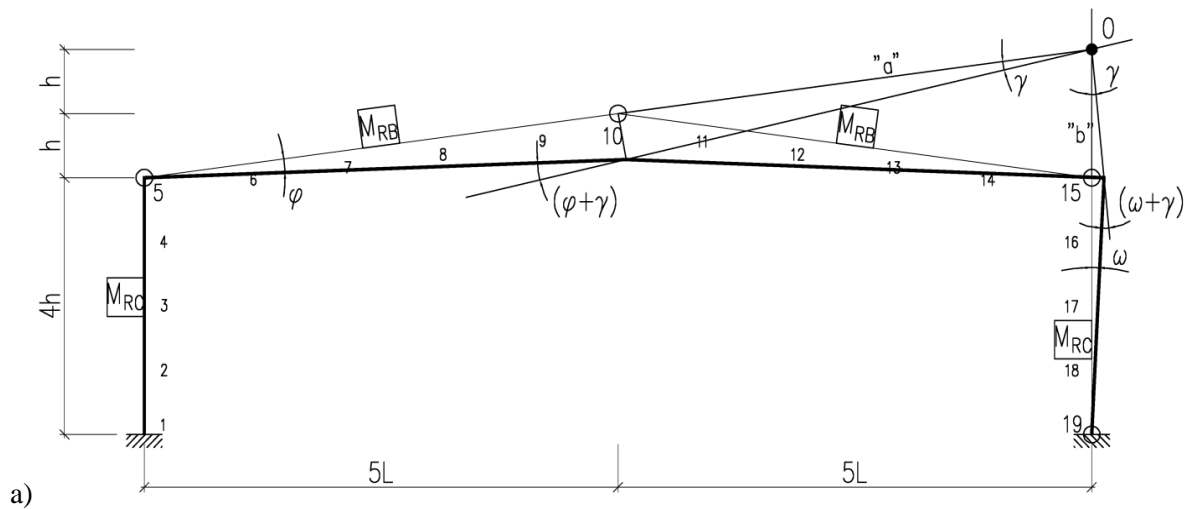
Uzyskaną w ten sposób relację $k_{y,\Theta}^B = k_{y,\Theta}^B(\xi)$ pokazano na rys. 6.4. Jak widać w przypadku przyjętych wcześniej danych (to znaczy dla $M_{RC} = M_{RB} = 239,5$ kNm), dla których zachodzi $\xi = \frac{29,5}{60 + 29,5} = 0,330$, wynikowa wartość krytycznego stopnia redukcji granicy plastyczności stali wynosi $k_{y,\Theta}^B = 0,357$, co jest zgodne z oszacowaniem otrzymanym powyżej. Taki poziom redukcji przekłada się na miarodajną temperaturę ramy równą $\Theta_{a,cr}^B = 647$ °C. Zauważmy, że większy udział obciążenia poziomego przy nie zmienionej sumie wartości wszystkich obciążeń zewnętrznych wiąże się z mniejszą wartością miarodajnego wskaźnika $k_{y,\Theta}^B$, a zatem z wyższą temperaturą $\Theta_{a,cr}^B$ badanej ramy.



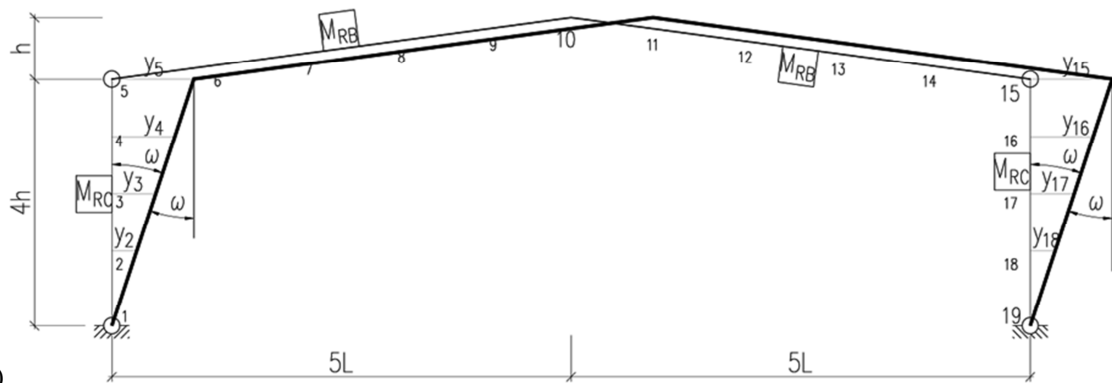
Rys. 6.4 Relacja $k_{y,\Theta}^B = k_{y,\Theta}^B(\xi)$ otrzymana z analizy mechanizmu 1-10-15-19 i jej przełożenie na oszacowanie miarodajnej temperatury $\Theta_{a,cr}^B$.

6.3. Analiza pozostałych, kinematycznie dopuszczalnych, czteroprzegubowych mechanizmów zniszczenia ramy.

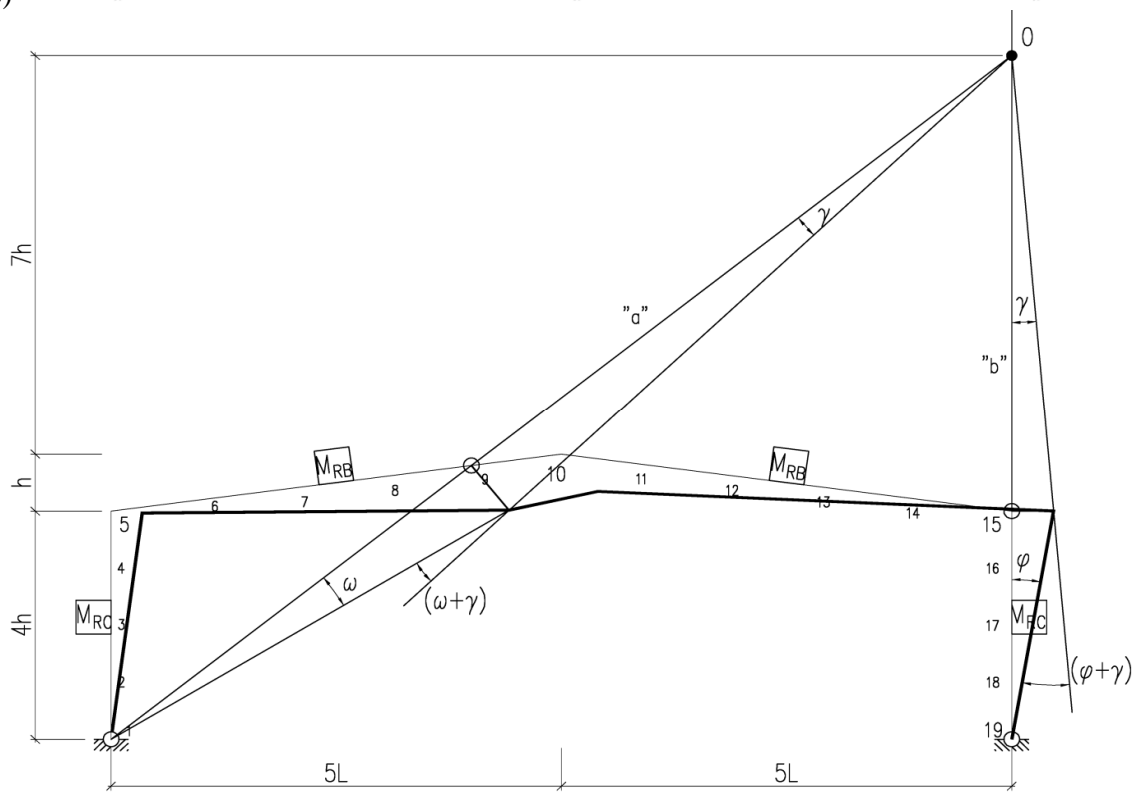
Wyznaczona powyżej wartość temperatury $\Theta_{a,cr}$ dotyczy potencjalnego uaktywnienia jedynie jednego z możliwych mechanizmów zniszczenia ustroju nośnego. Do znalezienia takiej jej wartości, która może być uznana za miarodajną dla badanej konstrukcji potrzebna jest analogiczna analiza wszystkich mechanizmów zidentyfikowanych jako kinematycznie dopuszczalne. Poszukuje się zatem najniższej wartości temperatury, dla której możliwe staje się uruchomienie jakiegokolwiek mechanizmu spośród tych, które należą do tego zbioru. Z uwagi na dwuspadowy rygiel, przy obustronnym utwierdzeniu słupów teoretycznie nie ma zagrożenia wystąpieniem mechanizmu czysto belkowego, choć w praktyce, przy bardzo małym nachyleniu dachu i relatywnie dużych odkształceniach, a często także zbyt dużych luzach pozostawionych w konstrukcji typowego węzła kalenicowego, może on zostać zrealizowany na skutek statecznościowego przeskoku (lokalny mechanizm belkowy uaktywniający się w pojedynczej pościeli rygla analizowany jest w następnym rozdziale). Na rys. 6.5a pokazano, że wygenerowaniu tego typu mechanizmu musi bowiem dodatkowo towarzyszyć uplastycznienie jednego z przekrojów podporowych, co pozwoli na odpowiedni obrót sąsiadującego z tym przekrojem słupa ramy (mechanizm 5-10-15-19). Niebezpiecznym może okazać się również typowy mechanizm przechyłowy pokazany na rys. 6.5b (mechanizm 1-5-15-19), zwłaszcza wtedy, gdy udział obciążenia poziomego w globalnym bilansie oddziaływań zewnętrznych jest znaczny (duża wartość parametru ξ). Z uwagi na charakter obciążenia ramy nie można pominąć całej serii potencjalnych mechanizmów jej zniszczenia, z przegubami powstałymi w węzłach 1, 5 i 19 oraz z „czwartym” przegubem generowanym pod jedną z płatwi zlokalizowanych poza kalenicą (a zatem w jednym z punktów rygla na rys. 6.1 oznaczonych symbolami od 6 do 9 albo tymi od 11 do 14). Przykład jednego z takich mechanizmów zaprezentowano na rys. 6.5c (mechanizm 1-5-9-19).



a)



b)



c)

Rys. 6.5 Obrót elementów ramy przy wystąpieniu: a) mechanizmu 5-10-15-19, b) mechanizmu przechyłowego (1-5-15-19), c) mechanizmu 1-9-15-19.

Tabela 6.2: Relacje $k_{y,\theta} = k_{y,\theta}(\xi)$ otrzymane po badaniu poszczególnych mechanizmów zniszczenia ramy analizowanej w przykładzie oraz skojarzone z nimi oszacowania krytycznego wskaźnika redukcji granicy plastyczności stali $k_{y,\theta}$ i miarodajnej dla rozpatrywanego mechanizmu temperatury $\Theta_{a,cr}$.

Mechanizm	Rama A $M_{RC}=515,6$ kNm; $M_{RB}=239,5$ kNm	$k_{y,\theta}$ $\Theta_{a,cr}$	Rama B $M_{RC}=239,5$ kNm; $M_{RB}=239,5$ kNm	$k_{y,\theta}$ $\Theta_{a,cr}$
1-6-15-19	$k_{y,\theta} = \frac{2505,1 + 3961,3\xi}{37M_{RC} + 41M_{RB}}$	0,132 782 °C	$k_{y,\theta} = \frac{2505,1 + 3961,3\xi}{78M_R}$	0,204 722 °C
1-7-15-19	$k_{y,\theta} = \frac{2214,6 + 748,2\xi}{17M_{RC} + 21M_{RB}}$	0,178 743 °C	$k_{y,\theta} = \frac{2214,6 + 748,2\xi}{38M_R}$	0,270 683 °C
1-8-15-19	$k_{y,\theta} = \frac{5772 - 350,8\xi}{31M_{RC} + 43M_{RB}}$	0,214 713 °C	$k_{y,\theta} = \frac{5772 - 350,8\xi}{74M_R}$	0,318 663 °C
1-9-15-19	$k_{y,\theta} = \frac{1633,3 - 394,7\xi}{7M_{RC} + 11M_{RB}}$	0,241 695 °C	$k_{y,\theta} = \frac{1633,3 - 394,7\xi}{18M_R}$	0,349 650 °C
1-10-15-19	$k_{y,\theta} = \frac{1342,5 - 437,7\xi}{5M_{RC} + 9M_{RB}}$	0,253 690 °C	$k_{y,\theta} = \frac{1342,5 - 437,7\xi}{14M_R}$	0,357 647 °C
1-11-15-19	$k_{y,\theta} = \frac{1588,8 - 694,5\xi}{5M_{RC} + 11M_{RB}}$	0,261 687 °C	$k_{y,\theta} = \frac{1588,8 - 694,5\xi}{16M_R}$	0,355 648 °C
1-12-15-19	$k_{y,\theta} = \frac{5504,8 - 2839,8\xi}{15M_{RC} + 43M_{RB}}$	0,253 690 °C	$k_{y,\theta} = \frac{5504,8 - 2839,8\xi}{58M_R}$	0,329 659 °C
5-10-15-19	$k_{y,\theta} = \frac{1342,5 - 902,2\xi}{M_{RC} + 9M_{RB}}$	0,391 633 °C	$k_{y,\theta} = \frac{1342,5 - 902,2\xi}{10M_R}$	0,436 614 °C
1-5-15-19	$k_{y,\theta} = \frac{176,3\xi}{M_{RC} + M_{RB}}$	0,077 866 °C	$k_{y,\theta} = \frac{176,3\xi}{2M_R}$	0,121 791 °C

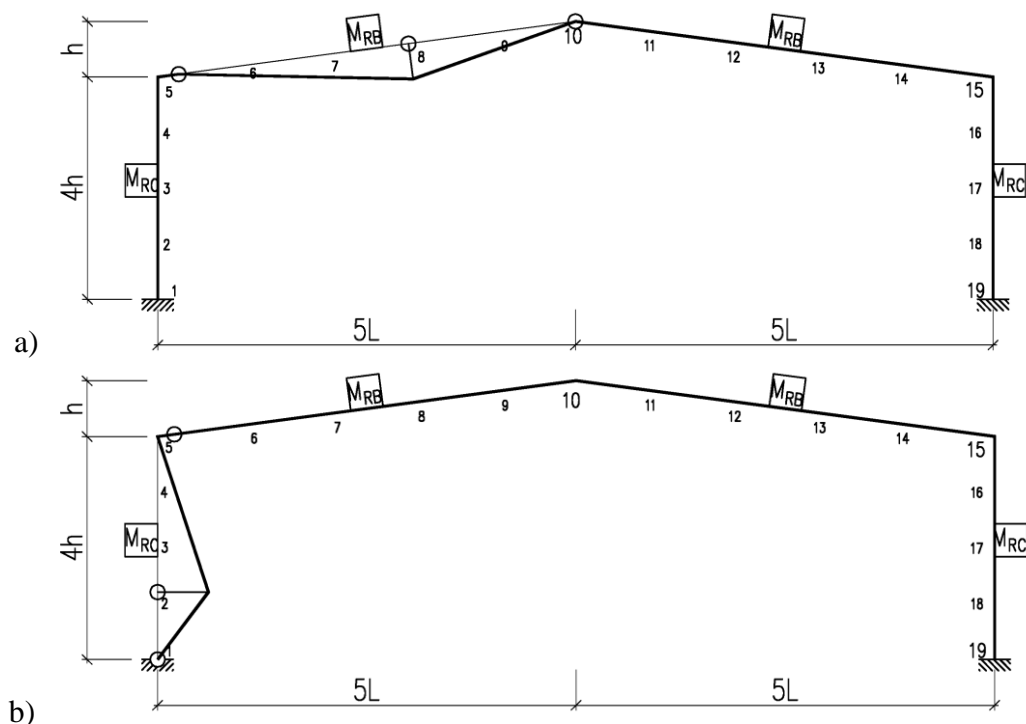
Analiza analogiczna do tej zaprezentowanej w poprzednim rozdziale pozwoliła na skompletowanie wyników zestawionych w Tabeli 6.2. Jak widać, miarodajnym zarówno w przypadku ramy z mocnymi słupami (typu A) jak i w przypadku ramy typu B, przy założonym rozkładzie i poziomie obciążenia zewnętrznego, okazał się mechanizm quasi-belkowy (5-10-15-19) pokazany na rys. 6.5a. Dał on maksymalne wartości wskaźnika krytycznej redukcji granicy plastyczności stali, odpowiednio $k_{y,\theta}^A = 0,391$ oraz $k_{y,\theta}^B = 0,436$,

co przekłada się na minimalne spośród wszystkich oszacowanych dla poszczególnych mechanizmów zniszczenia ramy wartości miarodajnej temperatury, odpowiednio $\Theta_{a,cr}^A = 633 \text{ }^\circ\text{C}$ oraz $\Theta_{a,cr}^B = 614 \text{ }^\circ\text{C}$. Zachodzi przy tym nierówność $\Theta_{a,cr}^A > \Theta_{a,cr}^B$, potwierdzająca i kwantyfikująca w sposób ilościowy dość oczywisty wniosek jakościowy, że wzmocnienie słupów przyczyniło się do zwiększenia odporności ogniowej badanej ramy. Warto również zauważyć, że nieco tylko mniej niebezpieczne okazały się w analizowanej ramie mechanizmy kombinowane przechyłowo - belkowe, zwłaszcza te z „czwartym” przegubem plastycznym lokującym się w pobliżu kalenicy, czyli w strefie występowania dużych momentów zginających. Najmniejsze niebezpieczeństwo generował natomiast mechanizm czysto przechyłowy. Wzmocnienie słupów ustroju nośnego wpływało zawsze korzystnie na jego odporność ogniową, niemniej jednak stopień zwiększenia tej odporności silnie zależał od potencjalnie realizowanego mechanizmu ruchu. Porównanie wyników zebranych w Tabeli 6.2 pozwala na konkluzję, że jakkolwiek w większości przypadków różnica pomiędzy otrzymanymi z obliczeń wartościami $\Theta_{a,cr}^A$ i $\Theta_{a,cr}^B$ była większa niż $50 \text{ }^\circ\text{C}$ to w przypadku uaktywnienia się mechanizmu 5-10-15-19, który zresztą okazał się mechanizmem miarodajnym w ocenie nośności ramy, wynosiła jedynie $19 \text{ }^\circ\text{C}$.

6.4. Weryfikacja stopnia zagrożenia przy potencjalnej realizacji lokalnych trójprzegubowych mechanizmów zniszczenia.

Akceptacja wartości $\Theta_{a,cr}^A = 633 \text{ }^\circ\text{C}$ (lub ewentualnie $\Theta_{a,cr}^B = 614 \text{ }^\circ\text{C}$ - jeśli rozpatruje się ramę B) uzyskanej z analizy mechanizmu 5-10-15-19 jako miarodajnej dla zniszczenia czysto plastycznego temperatury ustroju nośnego wymaga wykluczenia możliwości tworzenia się w niższej temperaturze mechanizmów lokalnych, na ogół typu belkowego, generowanych poprzez uaktywnienie się w jednym elemencie ramy (słupach lub ryglu) sekwencji trzech przegubów plastycznych. Przykłady dwóch z wielu takich kinematycznie możliwych mechanizmów pokazano na rys. 6.6.

Analiza mechanizmów lokalnych nie wymaga specyfikacji chwilowego środka obrotu. Dla niektórych z nich w niniejszej pracy wyznaczono krytyczne wartości wskaźnika $k_{y,\Theta}$ (przy założonych wcześniej danych wejściowych), zestawiając je odpowiednio w Tabeli 6.3. Uzyskane wyniki pokazują, że tego typu mechanizmy mogą się uaktywniać dopiero w przypadku wystąpienia bardzo wysokiej temperatury elementów - znacznie powyżej $800 \text{ }^\circ\text{C}$, czyli wyraźnie później niż analizowane wcześniej mechanizmy czteroprzegubowe. Nie stanowią one zatem realnego zagrożenia nośności badanej ramy. Podobnie niegroźne będą mechanizmy typu 6-7-9, 7-9-10, 8-9-10 lub im podobne, z bardzo krótkimi elementami rygla rozdzielającymi przeguby plastyczne. Zwróćmy uwagę, że w przypadku mechanizmów lokalnych potencjalnie indukujących się w słupie ramy typu A (takich jak na przykład 1-2-5, 1-3-5 czy 1-4-5, przy przyjęciu że przegub w węźle 5 ramy indukuje się w ryglu), temperatura ich inicjacji wynosi ponad $1000 \text{ }^\circ\text{C}$, co praktycznie nie jest możliwe ze względu na zaawansowane płynięcie stali.



Rys. 6.6 Wybrane lokalne (trójprzegubowe) mechanizmy zniszczenia ramy: a) 5-8-10, b) 1-2-5.

Tabela 6.3: Relacje $k_{y,\theta} = k_{y,\theta}(\xi)$ otrzymane po badaniu wybranych lokalnych mechanizmów zniszczenia ramy oraz towarzyszące im wartości krytycznego wskaźnika $k_{y,\theta}$ i temperatury $\Theta_{a,cr}$.

Mechanizm	Rama A $M_{RC}=515,6 \text{ kNm};$ $M_{RB}=239,5 \text{ kNm}$	$k_{y,\theta}$ $\Theta_{a,cr}$	Rama B $M_{RC}=239,5 \text{ kNm};$ $M_{RB}=239,5 \text{ kNm}$	$k_{y,\theta}$ $\Theta_{a,cr}$
5-6-10	$k_{y,\theta} = \frac{290,88 - 308,78\xi}{11M_{RB}}$	0,072 876 °C	$k_{y,\theta} = \frac{290,88 - 308,78\xi}{11M_R}$	0,072 876 °C
5-7-10	$k_{y,\theta} = \frac{145,44 - 154,57\xi}{4M_{RB}}$	0,099 822 °C	$k_{y,\theta} = \frac{145,44 - 154,57\xi}{4M_R}$	0,099 822 °C
5-8-10	$k_{y,\theta} = \frac{435,87 - 463,16\xi}{13M_{RB}}$	0,091 838 °C	$k_{y,\theta} = \frac{435,87 - 463,16\xi}{13M_R}$	0,091 838 °C
5-9-10	$k_{y,\theta} = \frac{290,88 - 306,99\xi}{14M_{RB}}$	0,057 915 °C	$k_{y,\theta} = \frac{290,88 - 306,99\xi}{14M_R}$	0,057 915 °C
1-2-5	$k_{y,\theta} = \frac{230,91\xi}{7M_{RC} + M_{RB}}$	0,019 1105 °C	$k_{y,\theta} = \frac{230,91\xi}{8M_R}$	0,039 1005 °C

1-3-5	$k_{y,\theta} = \frac{136,94\xi}{3M_{RC} + M_{RB}}$	0,025 1075 °C	$k_{y,\theta} = \frac{136,94\xi}{4M_R}$	0,047 965 °C
1-4-5	$k_{y,\theta} = \frac{197,26\xi}{5M_{RC} + 3M_{RB}}$	0,020 1100 °C	$k_{y,\theta} = \frac{197,26\xi}{8M_R}$	0,034 1030 °C

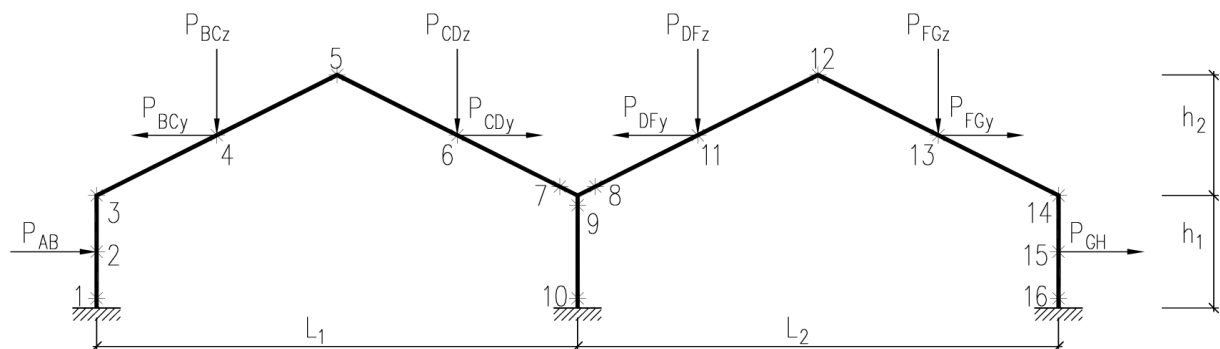
7. Szacowanie temperatury krytycznej ramy stalowej metodą łączenia mechanizmów.

7.1. Rama parterowa, dwunawowa, z załamanymi ryglami.

Temperatura krytyczna ramy stalowej w bardziej złożonych przypadkach obliczeniowych może być oszacowana przez połączenie zidentyfikowanych dla tej ramy mechanizmów podstawowych. Dla tego typu mechanizmów określa się niezależne równania równowagi, wiążące ze sobą momenty odczytane w kolejnych przekrojach krytycznych. Niech r oznacza liczbę takich miarodajnych przekrojów krytycznych. W przypadku n -krotnie statycznie niewyznaczalnych ustrojów prętowych występuje tyle mechanizmów podstawowych (m) ile jest niezależnych równań równowagi, co oznacza że:

$$m = r - n \quad (7.1)$$

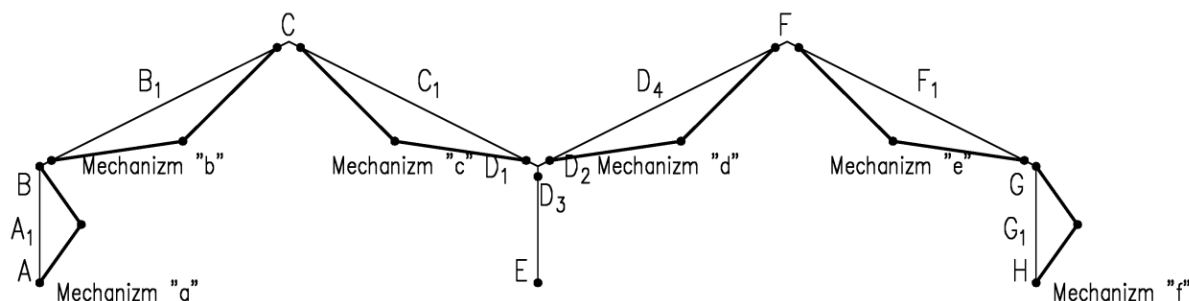
Dla zilustrowania tego podejścia do szczegółowej analizy przyjęto dwunawową ramę parterową z załamanymi ryglami pokazaną na rys. 7.1. Rozpatrywana jest rama o szerokości całkowitej 100 m i wysokości, licząc do osi kalenicy, równej 22 m , przy czym $L_1 = 50\text{ m}$, $L_2 = 50\text{ m}$, $h_1 = 10\text{ m}$, $h_2 = 12\text{ m}$. Zakłada się, że wszystkie elementy badanej ramy wykonano z dwuteownika $IPE\ 400$, dla którego $W_{pl} = 1307\text{ mm}^3$ o nominalnej granicy plastyczności $f_y = 235\text{ MPa}$, co oznacza że $M_{pl} = 307,2\text{ kNm}$. Rama obciążona jest poziomymi i pionowymi obciążeniami przyłożonymi w środku rozpiętości rygli i słupów (rys.7.1). Poszczególne wartości wypadkowe wynoszą: $P_{AB} = 3,25\text{ kN}$, $P_{BCy} = 0,6\text{ kN}$, $P_{BCz} = 20,95\text{ kN}$, $P_{CDz} = 17,35\text{ kN}$, $P_{CDy} = 2,4\text{ kN}$, $P_{DFy} = 0,3\text{ kN}$, $P_{DFz} = 25,55\text{ kN}$, $P_{FGz} = 21,75\text{ kN}$, $P_{FGy} = 1,2\text{ kN}$, $P_{GH} = 3,25\text{ kN}$. Poszukiwany jest taki kinematycznie dopuszczalny mechanizm czysto plastycznego zniszczenia ramy, przy którym osiągnięta zostanie największa wartość współczynnika redukcyjnego $k_{y,\theta}$, a co za tym idzie najniższa temperatura krytyczna.



Rys.7.1. Schemat ramy analizowanej w przykładzie.

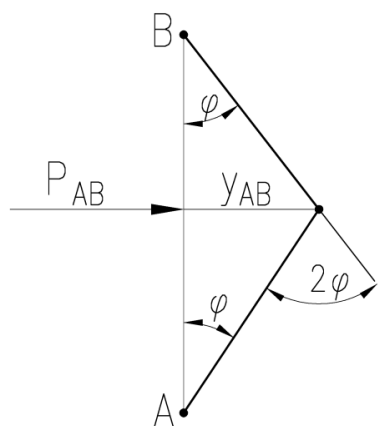
W analizowanej ramie występuje 16 możliwych miejsc, w których może pojawić się przegub plastyczny, co oznacza że $r = 16$. Na rys. 7.2 oznaczono je symbolami $A, A_1, B, B_1, C, C_1, D_1, D_2, D_3, D_4, E, F, F_1, G, G_1$ i H . Biorąc pod uwagę równanie (7.1) oraz to, że rama

jest 6-krotnie statycznie niewyznaczalna identyfikuje się zatem $16 - 6 = 10$ mechanizmów jej czysto plastycznego zniszczenia, na które składa się sześć niezależnych mechanizmów belkowych, trzy niezależne mechanizmy przechyłowe i jeden mechanizm obrotu węzła D . W pierwszej kolejności przeanalizowane zostaną wszystkie niezależne mechanizmy belkowe (oznaczone kolejno symbolami od „a” do „f”). Zostały one zbiorczo przedstawione na rys. 7.2.



Rys. 7.2. Niezależne mechanizmy belkowe mogące się uaktywnić w analizowanej ramie.

- Mechanizm „a” - słup AB (rys. 7.3):



Rys. 7.3. Schemat do wyznaczenia parametrów dla mechanizmu belkowego „a”.

Z rys. 7.3 wynika, że zachodzi:

$$\varphi = \frac{y_{AB}}{\frac{1}{2}h_1} \rightarrow y_{AB} = \frac{h_1}{2} \varphi \quad (7.2)$$

Ponieważ równanie prac wirtualnych dla mechanizmu „a” ma postać:

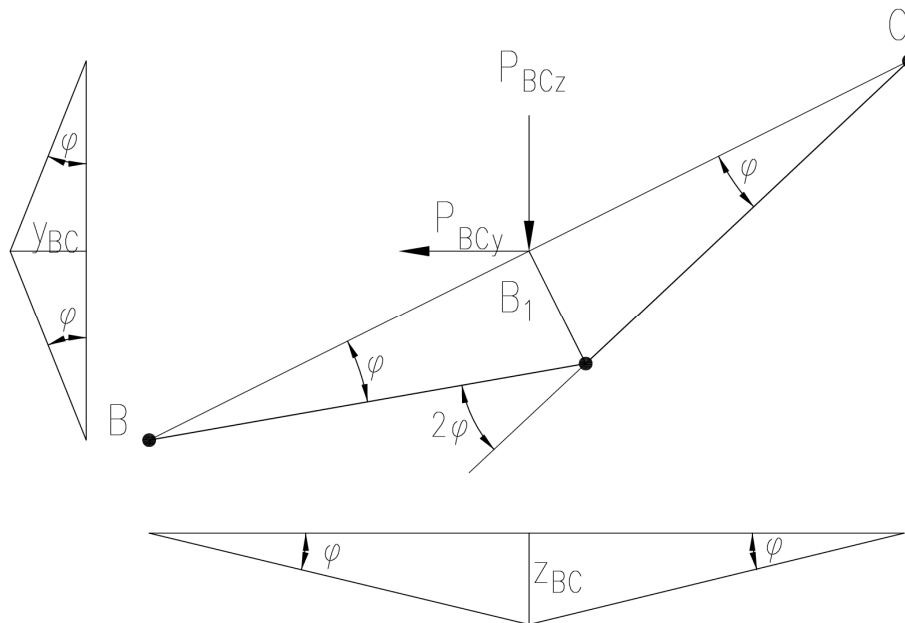
$$P_{AB} y_{AB} = M_{pl} (\varphi + 2\varphi + \varphi) k_{y,\Theta} \quad (7.3)$$

Wartość współczynnika $k_{y,\Theta}$ dla tego mechanizmu wyznaczy się z zależności:

$$k_{y,\Theta} = \frac{P_{AB} y_{AB}}{4\varphi M_{pl}} \quad (7.4)$$

Po wstawieniu danych liczbowych założonych w rozdziale 7.1 daje to wartość $k_{y,\Theta} = 0,013$ skojarzoną z temperaturą krytyczną $\Theta_{cr} = 1135^\circ C$.

- Mechanizm „b” – rygiel BC (rys. 7.4):



Rys. 7.4. Schemat do wyznaczenia parametrów dla mechanizmu belkowego „b”

Zgodnie z rys. 7.4 zachodzi:

$$z_{BC} = \frac{L_1}{4} \varphi \text{ oraz } y_{BC} = \frac{h_2}{2} \varphi \quad (7.5)$$

Równanie prac wirtualnych sformułowane dla mechanizmu „b” ma postać:

$$P_{BCz} z_{BC} - P_{BCx} y_{BC} = M_{pl} (\varphi + 2\varphi + \varphi) k_{y,\Theta} \quad (7.6)$$

Zatem:

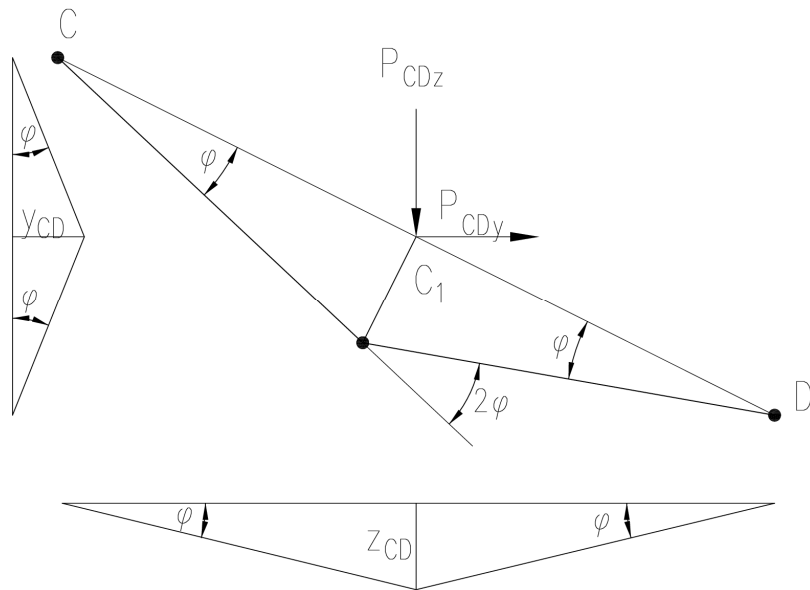
$$k_{y,\Theta} = \frac{P_{BCz} z_{BC} - P_{BCx} y_{BC}}{4\varphi M_{pl}} \quad (7.7)$$

W przypadku tego mechanizmu, dla danych liczbowych przyjętych w rozdziale 7.1 daje to wartość $k_{y,\Theta} = 0,210$, co przekłada się na temperaturę krytyczną $\Theta_{cr} = 717^\circ C$.

- Mechanizm „c” - rygiel CD (rys. 7.5):

Zgodnie z rys. 7.5 zachodzi:

$$z_{CD} = \frac{L_1}{4} \varphi \text{ oraz } y_{cd} = \frac{h_2}{2} \varphi \quad (7.8)$$



Rys. 7.5. Schemat do wyznaczenia parametrów dla mechanizmu belkowego „c”

Równanie prac wirtualnych dla mechanizmu „c” ma postać:

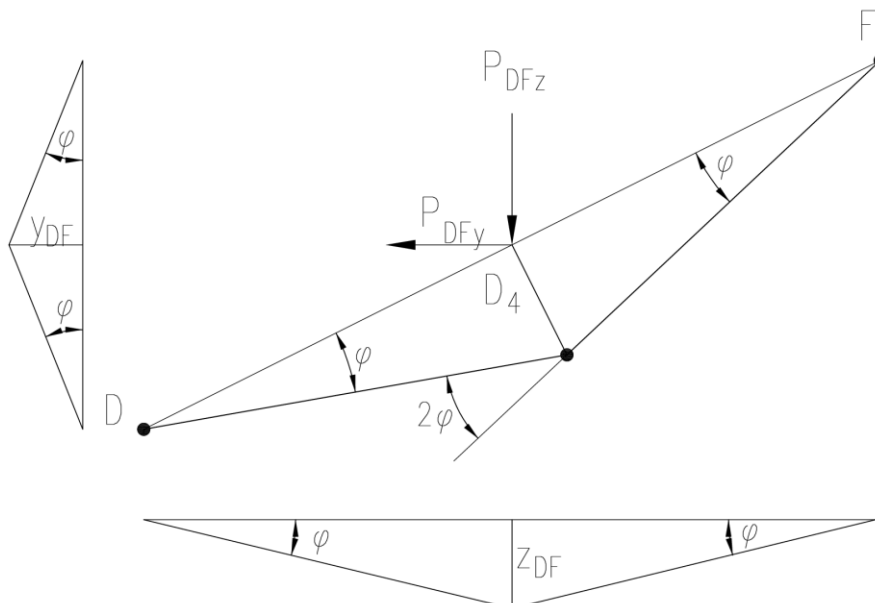
$$P_{CDz} z_{CD} - P_{CDy} y_{CD} = M_{pl} (\varphi + 2\varphi + \varphi) k_{y,\Theta} \quad (7.9)$$

Stąd:

$$k_{y,\Theta} = \frac{P_{CDz} z_{CD} - P_{CDy} y_{CD}}{4\varphi M_{pl}} \quad (7.10)$$

Po wstawieniu danych liczbowych przyjętych w rozdziale 7.1 prowadzi to do oszacowania $k_{y,\Theta} = 0,165$, a zatem skojarzona z tym mechanizmem temperatura krytyczna wynosi $\Theta_{cr} = 754^\circ C$.

- Mechanizm „d” - rygiel DF (rys. 7.6):



Rys. 7.6. Schemat do wyznaczenia parametrów dla mechanizmu belkowego „d”.

Na podstawie rys. 7.6 mamy:

$$z_{DF} = \frac{L_1}{4} \varphi \text{ oraz } y_{DF} = \frac{h_2}{2} \varphi \quad (7.11)$$

Równanie prac wirtualnych zapisane dla mechanizmu „d” ma postać:

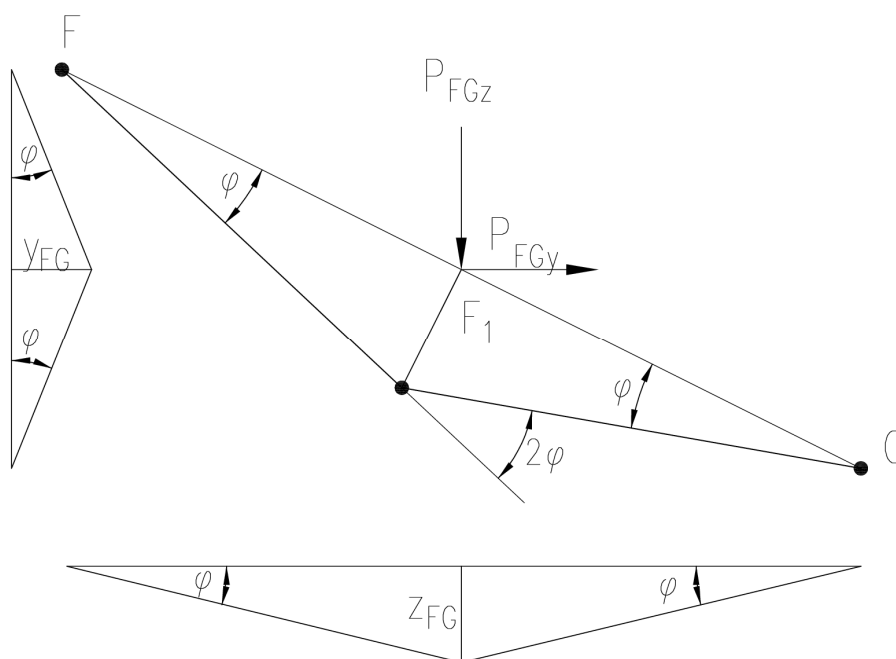
$$P_{DFz} z_{DF} - P_{DFy} y_{DF} = M_{pl} (\varphi + 2\varphi + \varphi) k_{y,\Theta} \quad (7.12)$$

Zatem zachodzi:

$$k_{y,\Theta} = \frac{P_{DFz} z_{DF} - P_{DFy} y_{DF}}{4\varphi M_{pl}} \quad (7.13)$$

Przy danych liczbowych z rozdziału 7.1 daje to wartość $k_{y,\Theta} = 0,258$, a stąd odpowiadająca temu mechanizmowi temperatura krytyczna wynosi $\Theta_{cr} = 688^\circ C$.

- Mechanizm „e” - rygiel FG (rys. 7.7):



Rys. 7.7. Schemat do wyznaczenia parametrów dla mechanizmu belkowego „e”.

Z rys. 7.7 wynika, że zachodzi:

$$z_{FG} = \frac{L_1}{4} \varphi \text{ oraz } y_{FG} = \frac{h_2}{2} \varphi \quad (7.14)$$

Równanie prac wirtualnych dla mechanizmu „e” ma postać:

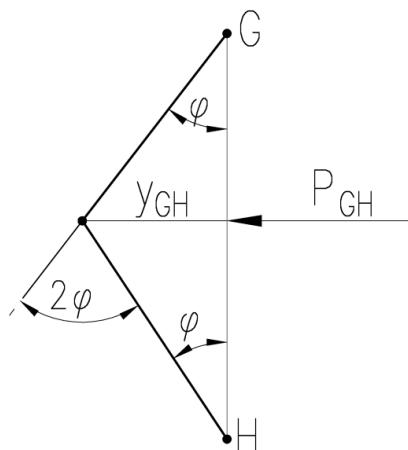
$$P_{FGz} z_{FG} - P_{FGy} y_{FG} = M_{pl} (\varphi + 2\varphi + \varphi) k_{y,\Theta} \quad (7.15)$$

Na tej podstawie:

$$k_{y,\Theta} = \frac{P_{FGz} z_{FG} - P_{FGy} y_{FG}}{4\varphi M_{pl}} \quad (7.16)$$

Po podstawieniu danych liczbowych z rozdziału 7.1 otrzymano $k_{y,\Theta} = 0,215$, a zatem temperatura krytyczna charakterystyczna dla tego mechanizmu ma wartość $\Theta_{cr} = 713^\circ C$.

- Mechanizm „f’ - słup GH (rys. 7.8):



Rys. 7.8. Schemat do wyznaczenia parametrów dla mechanizmu belkowego „f’”.

Z rys. 7.8 wynika, że zachodzi:

$$y_{GH} = \frac{h_1}{2} \varphi \quad (7.17)$$

Równanie prac wirtualnych zapisane dla mechanizmu „f’” ma postać:

$$P_{GH} y_{GH} = M_{pl} (\varphi + 2\varphi + \varphi) k_{y,\Theta} \quad (7.18)$$

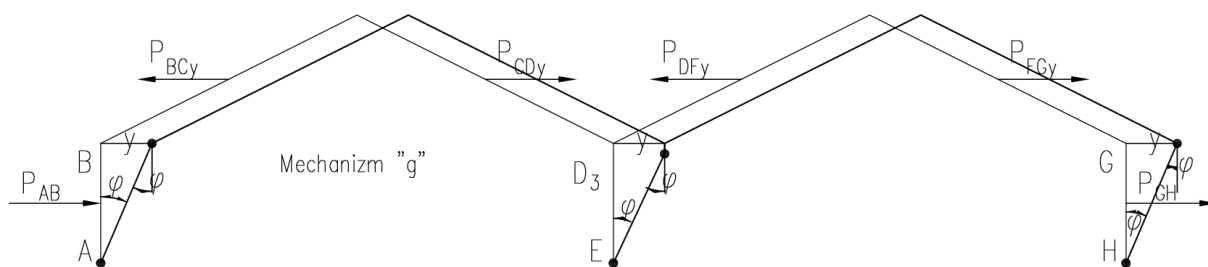
Na tej podstawie:

$$k_{y,\Theta} = \frac{P_{GH} y_{GH}}{4\varphi M_{pl}} \quad (7.19)$$

Przy danych z rozdziału 7.1 daje to rozwiązanie $k_{y,\Theta} = 0,013$, co oznacza, że $\Theta_{cr} = 1135^\circ C$.

W następnej kolejności przeanalizowane zostaną zidentyfikowane dla badanej ramy niezależne mechanizmy przechyłowe.

- Mechanizm „g” - mechanizm przechyłowy całkowity (rys. 7.9):



Rys. 7.9. Schemat do wyznaczenia parametrów dla mechanizmu przechyłowego „g”.

Zgodnie z rys. 7.9 zachodzi:

$$y = h_1 \varphi \quad (7.20)$$

Równanie prac wirtualnych sspecyfikowane dla mechanizmu „g” ma postać:

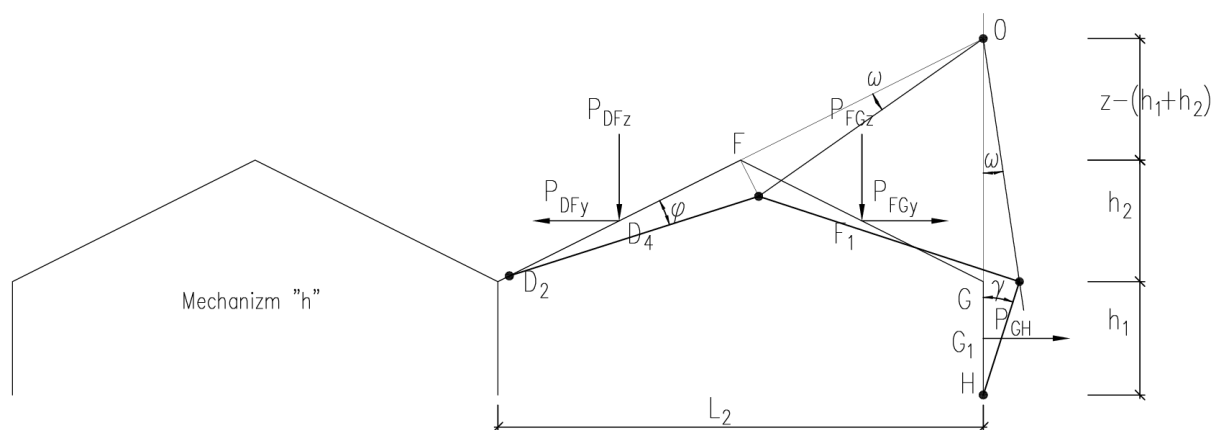
$$\frac{1}{2} P_{AB} y - P_{BC_y} y + P_{CD_y} y - P_{DF_y} y + P_{FG_y} y + \frac{1}{2} P_{GH} y = M_{pl} (2\varphi + 2\varphi + 2\varphi) k_{y,\Theta} \quad (7.21)$$

Zatem zachodzi:

$$k_{y,\Theta} = \frac{\frac{1}{2} P_{AB} y - P_{BC_y} y + P_{CD_y} y - P_{DF_y} y + P_{FG_y} y + \frac{1}{2} P_{GH} y}{M_{pl} 6\varphi} \quad (7.22)$$

Przy danych liczbowych z rozdziału 7.1 oznacza to oszacowanie $k_{y,\Theta} = 0,029$, a zatem $\Theta_{cr} = 1055^\circ C$.

- Mechanizm „h” - mechanizm przechyłowy prawostronny (rys. 7.10):



Rys. 7.10. Schemat do wyznaczenia parametrów dla mechanizmu przechyłowego „h”.

Pierwszym krokiem jest tu wyznaczenie współrzędnych chwilowego środka obrotu (punktu 0). W tym celu najpierw konstruuje się równanie prostej przechodzącej przez punkty D i F .

Punkty te mają współrzędne odpowiednio: $D[L_1, h_1]$ i $F\left[L_1 + \frac{L_2}{2}, h_1 + h_2\right]$. Stąd:

$$\left(\left(L_1 + \frac{L_2}{2}\right) - L_1\right)(z - h_1) = ((h_1 + h_2) - h_1)(y - L_1) \quad (7.23)$$

co daje:

$$z = \frac{2h_2y - 2L_1h_2 + L_2h_1}{L_2} \quad (7.24)$$

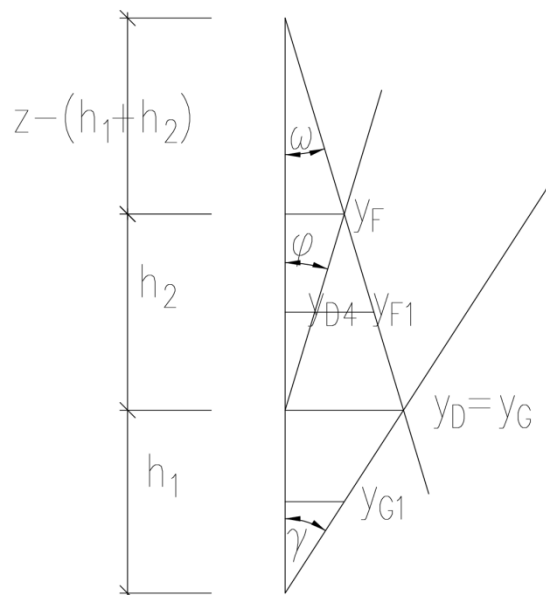
Następnie konstruuje się równanie prostej przechodzącej przez punkty G i H . Współrzędne tych punktów są następujące: $G[L_1 + L_2, h_1]$, $H[L_1 + L_2, 0]$. Na tej podstawie zachodzi:

$$((L_1 + L_2) - (L_1 + L_2))(z - h_1) = (0 - h_1)(y - (L_1 + L_2)) \quad (7.25)$$

Skąd otrzymuje się:

$$y = L_1 + L_2 \quad (7.26)$$

Zatem, po podstawieniu szczegółowych danych liczbowych otrzymano współrzędne: $0[100,34]$.



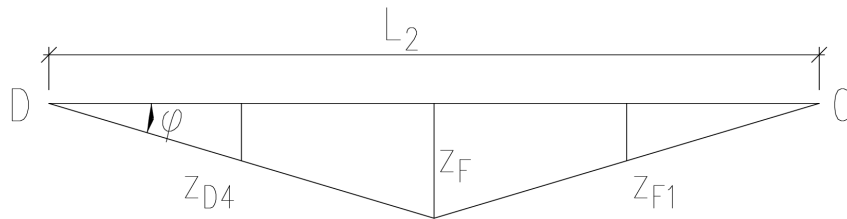
Rys. 7.11 Schemat do wyznaczenia kątów obrotu dla mechanizmu przechyłowego „h”.

Zgodnie z rys. 7.11 zachodzi:

$$y_F = h_2\varphi \quad \text{oraz} \quad y_G = \frac{y_F(z - h_1)}{z - (h_1 + h_2)} \quad (7.27)$$

Zatem:

$$y_{F1} = \frac{y_G \left(z - h_1 - \frac{1}{2} h_2 \right)}{z - h_1}, \quad y_{D4} = y_{F1} \quad \text{oraz} \quad y_{G1} = \frac{y_G \frac{h_1}{2}}{h_1} \quad (7.28)$$



Rys. 7.12. Schemat do wyznaczenia parametrów dla mechanizmu przechyłowego „h”.

Na podstawie rys. 7.12 mamy:

$$z_F = \frac{L_2}{2} \varphi, \quad z_{D4} = \frac{z_F \frac{L_2}{2}}{L_2} \quad \text{oraz} \quad z_{F1} = z_{D4} \quad (7.29)$$

Ponadto:

$$\gamma = \frac{y_G}{h_1} \rightarrow \gamma = \frac{h_2(z - h_1)}{h_1(z - h_1 - h_2)} \varphi \quad (7.30)$$

Praca sił zewnętrznych dla mechanizmu „h” opisana jest zależnością:

$$P_{DFz} z_{D4} - P_{DFy} y_{D4} + P_{FGz} z_{F1} + P_{FGy} y_{F1} + P_{GH} y_{G1} \quad (7.31)$$

Praca sił wewnętrznych natomiast wzorem:

$$M_{pl} \varphi k_{y,\Theta} + M_{pl} \varphi k_{y,\Theta} + M_{pl} \varphi k_{y,\Theta} + M_{pl} \varphi k_{y,\Theta} + M_{pl} \gamma k_{y,\Theta} + M_{pl} \gamma k_{y,\Theta} = M_{pl} k_{y,\Theta} (4\varphi + 2\gamma) \quad (7.32)$$

Z równości wartości obu prac wynika, że:

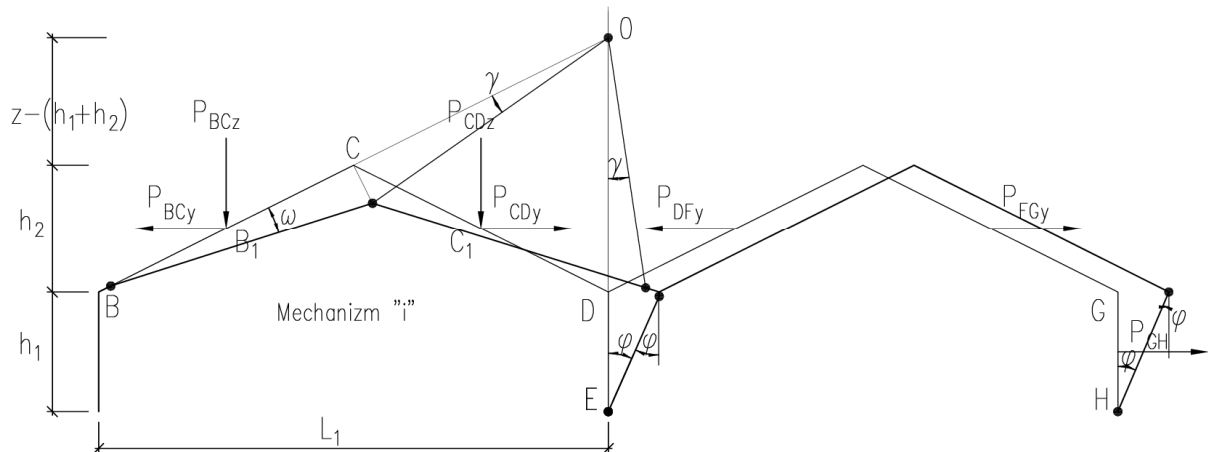
$$P_{DFz} z_{D4} - P_{DFy} y_{D4} + P_{FGz} z_{F1} + P_{FGy} y_{F1} + P_{GH} y_{G1} = M_{pl} k_{y,\Theta} (4\varphi + 2\gamma) \quad (7.33)$$

co po przekształceniach daje:

$$k_{y,\Theta} = \frac{P_{DFz} z_{D4} - P_{DFy} y_{D4} + P_{FGz} z_{F1} + P_{FGy} y_{F1} + P_{GH} y_{G1}}{M_{pl} (4\varphi + 2\gamma)} \quad (7.34)$$

Po podstawieniu danych liczbowych z rozdziału 7.1 otrzymano oszacowanie $k_{y,\Theta} = 0,239$ równoważne wyliczeniu temperatury krytycznej na poziomie $\Theta_{cr} = 696^\circ C$.

- Mechanizm „i” - mechanizm kombinowany (rys. 7.13):



Rys. 7.13. Schemat do wyznaczenia parametrów dla mechanizmu „i”.

W celu wyznaczenia współrzędnych chwilowego środka obrotu 0, należy wyznaczyć w pierwszej kolejności równanie prostej przechodzącej przez punkty B i C. Współrzędne tych punktów są następujące: $B[0, h_1]$ i $C\left[\frac{L_1}{2}, h_1 + h_2\right]$. Na tej podstawie:

$$\left(\frac{L_1}{2} - 0\right)(z - h_1) = ((h_1 + h_2) - h_1)(y - 0) \quad (7.35)$$

co daje:

$$z = \frac{2yh_2 + L_1h_1}{L_1} \quad (7.36)$$

Równanie prostej przechodzącej przez punkty D i E o współrzędnych odpowiednio $D[L_1, h_1]$ i $E[L_2, 0]$ wyznacza się z zależności:

$$(L_1 - L_2)(z - h_1) = (0 - h_1)(y - L_1) \quad (7.37)$$

Prowadzi to do równania:

$$y = \frac{h_1L_1}{h_1} = L_1 \quad (7.38)$$

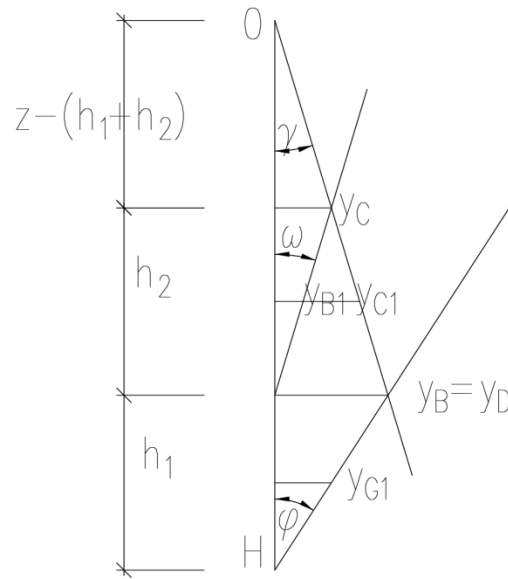
Zatem, po podstawieniu danych szczegółowych otrzymano współrzędne: $0[50,34]$.

Z rys. 7.14 wynika, że:

$$y_D = h_1\varphi \quad \text{oraz} \quad y_C = \frac{y_D(z - h_1 - h_2)}{z - h_1} \quad (7.39)$$

a także:

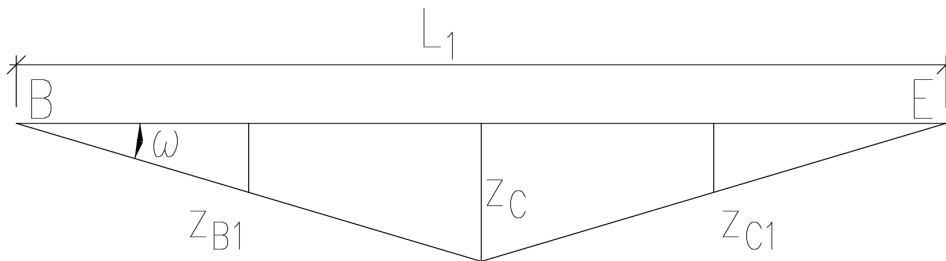
$$\gamma = \frac{y_C}{z - (h_1 + h_2)} \quad \text{oraz} \quad \omega = \frac{y_C}{h_2} \quad (7.40)$$



Rys. 7.14. Schemat do wyznaczenia kątów obrotu dla mechanizmu „i”.

Uwzględniając (7.39) i (7.40) otrzymuje się:

$$y_{B1} = \frac{y_c}{2}, y_{C1} = \frac{y_D \left(z - h_1 - \frac{h_2}{2} \right)}{z - h_1}, y_{D1} = y_D, y_{F1} = y_D, y_{G1} = \frac{y_D}{2} \quad (7.41)$$



Rys. 7.15. Schemat do wyznaczenia parametrów dla mechanizmu „i”.

Z rys. 7.15 wynika, że zachodzi:

$$z_C = \frac{L_1}{2} \omega, z_{B1} = \frac{z_C}{2} = \frac{L_1}{4} \omega, z_{C1} = z_{B1} \quad (7.42)$$

Praca sił zewnętrznych specyfikowana dla mechanizmu „i” wyrażona jest zależnością:

$$P_{BCz} z_{B1} - P_{BCy} y_{B1} + P_{CDz} z_{C1} + P_{CDy} y_{C1} - P_{DFy} y_{D1} + P_{FGy} y_{F1} + P_{GH} y_{G1} \quad (7.43)$$

Praca sił wewnętrznych natomiast wzorem:

$$\begin{aligned} (M_{pl} \omega + M_{pl} \omega + M_{pl} \gamma + M_{pl} \gamma + M_{pl} \varphi + M_{pl} \varphi + M_{pl} \varphi + M_{pl} \varphi) k_{y,\Theta} = \\ = 2M_{pl} (\omega + \gamma + 2\varphi) k_{y,\Theta} \end{aligned} \quad (7.44)$$

Przyrównując (7.43) do (7.44) otrzymuje się równanie zasady prac wirtualnych o postaci:

Dla scharakteryzowania mechanizmu „k” trzeba jeszcze uwzględnić obrót węzła F likwidujący potencjalny przegub plastyczny, a zatem ostatecznie:

$$1205,26\varphi = 17,47\varphi M_{pl}k_{y,\Theta} - \varphi M_{pl}k_{y,\Theta}$$

$$\frac{1205,26\varphi}{1205,26\varphi} = \frac{17,47\varphi M_{pl}k_{y,\Theta} - \varphi M_{pl}k_{y,\Theta}}{1205,26\varphi} = 16,47\varphi M_{pl}k_{y,\Theta} \quad (7.55)$$

Takie rozwiązanie dało skojarzoną z rozpatrywanym mechanizmem wartość współczynnika redukującego nośność plastyczną przekroju miarodajnego elementu ramy na poziomie $k_{y,\Theta} = 0,238$, a to z kolei określiło temperaturę krytyczną badanej ramy na poziomie $\Theta_{cr} = 697^{\circ}C$.

Rozwiązania uzyskane w dotychczasowej analizie zestawiono w Tabeli 7.1.

Tabela. 7.1. Zestawienie wartości współczynnika redukcyjnego $k_{y,\Theta}$ oraz skojarzonej z tym współczynnikiem temperatury krytycznej Θ_{cr} zidentyfikowanych dla poszczególnych mechanizmów plastycznego zniszczenia ramy rozpatrzonych w przykładzie.

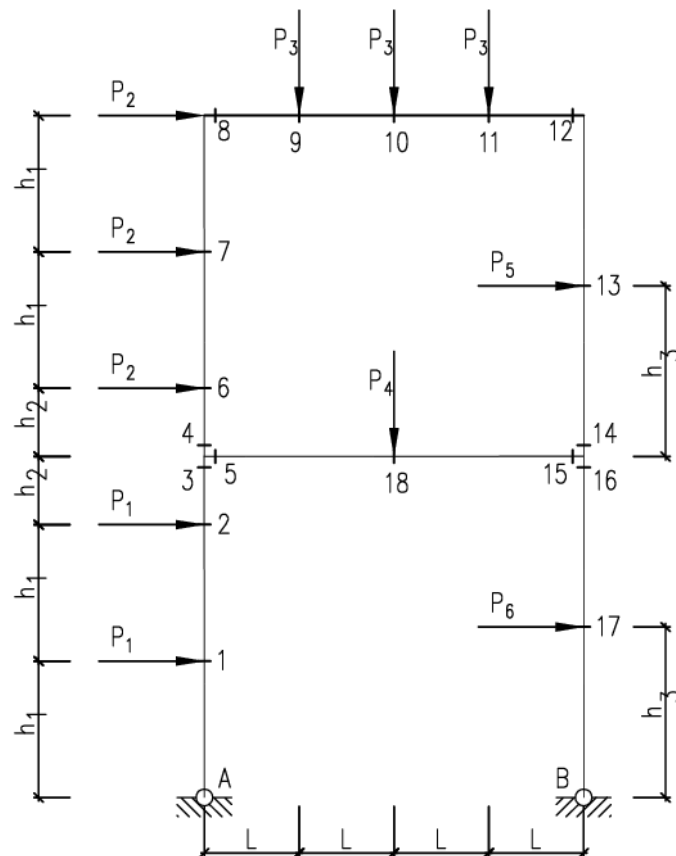
Rodzaj mechanizmu	Nazwa mechanizmu	$k_{y,\Theta}$	Θ_{cr} [°C]
belkowy	a	0,013	1135
	b	0,210	717
	c	0,165	754
	d	0,258	688
	e	0,215	713
	f	0,013	1135
przechyłowy	g	0,029	1055
	h	0,239	696
kombinowany	i	0,139	776
łączony	j	0,215	713
	k	0,238	697

Łatwo zauważyć, że największa wartość współczynnika redukcyjnego $k_{y,\Theta}$ została otrzymana dla mechanizmu d , co odpowiada najniższej wartości temperatury krytycznej Θ_{cr} .

7.2. Jednonawowa rama dwukondygnacyjna.

W kolejnym przykładzie analizowana jest jednonawowa rama dwukondygnacyjna. Rozpatrywany ustrój jest czterokrotnie statycznie niewyznaczalny ($n = 4$). Liczba potencjalnych przekrojów krytycznych wynosi $r = 18$. Zatem, biorąc pod uwagę równanie (7.1) liczba niezależnych mechanizmów czysto plastycznego zniszczenia wynosi $m = 14$. Analizowana jest rama o szerokości $4L = 20m$ i wysokości całkowitej $H = 10m$ (gdzie $h_1 = 2m$, $h_2 = 1m$, $h_3 = 2,5m$ i $L = 5m$). Elementy ramy wykonane ze stali S235 o

nominalnej granicy plastyczności $f_y = 235MPa$. Do konstrukcji przyłożone jest obciążenie skupione, poziome i pionowe, o wartościach odpowiednio: $P_1 = 15kN$, $P_2 = 15kN$, $P_3 = 25kN$, $P_4 = 15kN$, $P_5 = 15kN$ i $P_6 = 15kN$. Przyjęto, że rygle badanej ramy wykonane są z kształtowników IPE 360, dla których plastyczna nośność przekroju wynosi $M_{pl}^B = 239,5kNm$, słupy natomiast z dwuteowników IPE 500 o plastycznej nośności przekroju poprzecznego równej $M_{pl}^C = 516,5kNm$. Na rys. 7.18. pokazano geometrię rozpatrywanej ramy wraz lokalizacją potencjalnych przegubów i przyłożonym obciążeniem zewnętrznym.



Rys. 7.18. Schemat ramy rozpatrywanej w przykładzie.

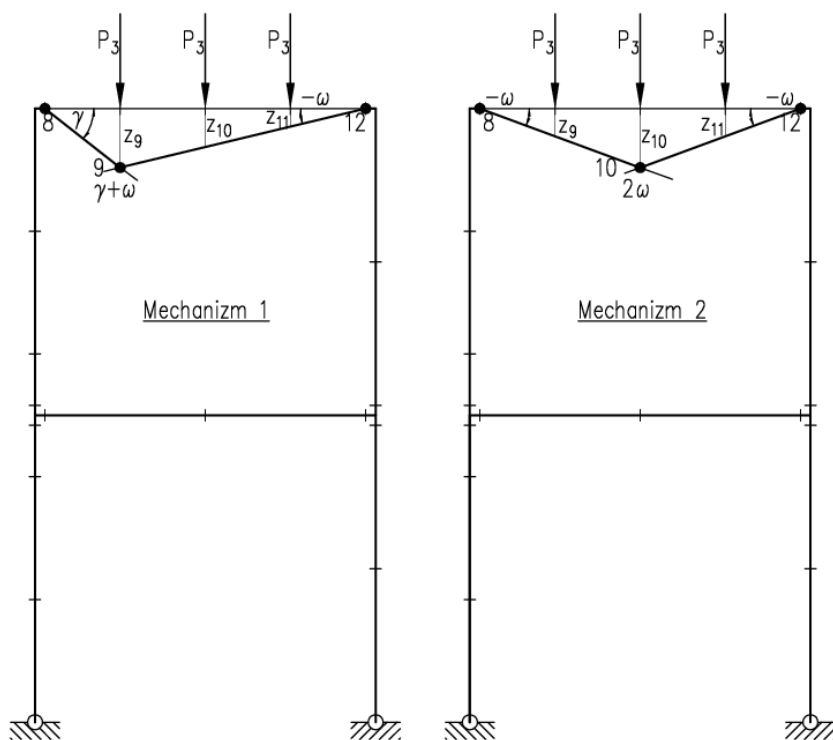
W procedurze obliczeniowej w pierwszej kolejności analizowane są proste mechanizmy belkowe. Schemat pierwszego z takich mechanizmów (8-9-12) pokazano na Rys. 7.19. Zgodnie z rys. 7.19. zachodzi:

$$\omega = \frac{z_9}{3L} \rightarrow z_9 = 3L\omega \quad (7.56)$$

$$\gamma = \frac{z_9}{L} \rightarrow \gamma = 3\omega \quad (7.57)$$

Uwzględniając (7.56) i (7.57) otrzymuje się:

$$z_{10} = \frac{z_9 2L}{3L} = 2L\omega \text{ oraz } z_{11} = \frac{z_9 L}{3L} = L\omega \quad (7.58)$$



Rys.7.19. Schemat pierwszego z rozpatrywanych mechanizmów belkowych (8-9-12) i drugiego (8-10-12).

Równanie zasady prac wirtualnych ma zatem postać:

$$P_3(z_9 + z_{10} + z_{11}) = (-M_{pl}^B(-\gamma) + M_{pl}^B(\gamma + \omega) - M_{pl}^B(-\omega))k_{y,\Theta} \quad (7.59)$$

Co, po wstawieniu szczegółowych danych liczbowych, prowadzi do oszacowania $k_{y,\Theta} = 0,391$, równoważnego temperaturze krytycznej ramy na poziomie $\Theta_{cr} = 633^\circ C$.

Drugi mechanizm belkowy (8-10-12) został przedstawiony z prawej strony na rys.7.19. Zgodnie z rys. 7.19 zachodzi:

$$\omega = \frac{z_{10}}{2L} \rightarrow z_{10} = 2L\omega \quad (7.60)$$

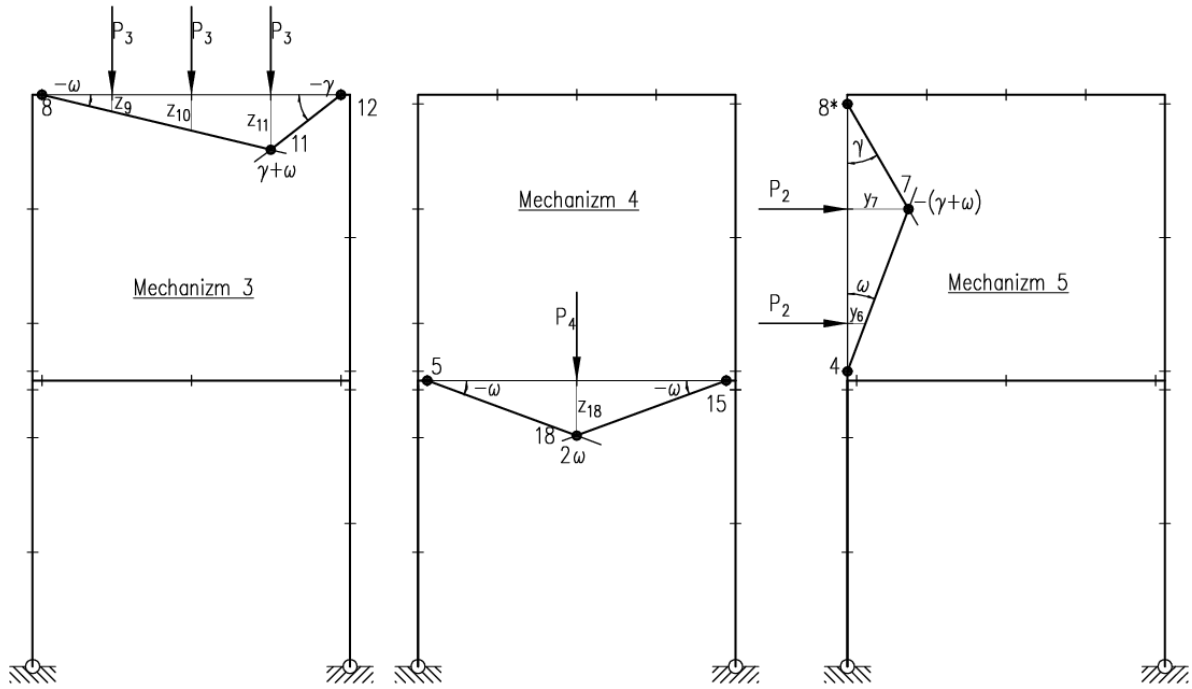
A zatem:

$$z_9 = \frac{z_{10}L}{2L} = \omega L \text{ oraz } z_{11} = \frac{z_{10}L}{2L} = \omega L \quad (7.61)$$

Równanie zasady prac wirtualnych ma teraz postać:

$$P_3(z_9 + z_{10} + z_{11}) = (-M_{pl}^B(-\omega) + M_{pl}^B 2\omega - M_{pl}^B(-\omega))k_{y,\Theta} \quad (7.62)$$

co prowadzi do oszacowania $k_{y,\Theta} = 0,522$, a więc równocześnie $\Theta_{cr} = 583^\circ C$.



Rys.7.20. Schemat trzeciego (8-11-12), czwartego (5-18-15) i piątego (4-7-8*) z rozpatrywanych mechanizmów belkowych zidentyfikowanych dla badanej ramy.

Trzeci kinematycznie możliwy mechanizm belkowy czysto plastycznego zniszczenia górnego rygla badanej ramy (8-11-12) został przedstawiony na rys. 7.20 gdzie:

$$\omega = \frac{z_{11}}{3L} \rightarrow z_{11} = 3L\omega \quad (7.63)$$

$$\gamma = \frac{z_{11}}{L} \rightarrow \gamma = 3\omega \quad (7.64)$$

Zachodzi zatem również:

$$z_9 = \frac{z_{11}L}{3L} = \omega L \text{ oraz } z_{10} = \frac{z_{11}2L}{3L} = \omega 2L \quad (7.65)$$

Równanie zasady prac wirtualnych ma w tym przypadku postać:

$$P_3(z_9 + z_{10} + z_{11}) = (-M_{pl}^B(-\omega) + M_{pl}^B(\gamma + \omega) - M_{pl}^B(-\gamma))k_{y,\Theta} \quad (7.66)$$

Prowadząc do oszacowania $k_{y,\Theta} = 0,391$, a więc równocześnie $\Theta_{cr} = 633^\circ C$.

Czwarty potencjalnie możliwy mechanizm belkowy (5-18-15) został przedstawiony w środku na rys.7.20. Wynika z niego że zachodzi:

$$\omega = \frac{z_{18}}{2L} \rightarrow z_{18} = 2L\omega \quad (7.67)$$

Równanie zasady prac wirtualnych dla tego mechanizmu ma postać:

$$P_4 z_{18} = (-M_{pl}^B(-\omega) + M_{pl}^B 2\omega - M_{pl}^B(-\omega))k_{y,\Theta} \quad (7.68)$$

Zostanie on zrealizowany jeśli $k_{y,\Theta} = 0,157$, co oznacza że $\Theta_{cr} = 761^\circ C$.

Kolejny, piąty, mechanizm belkowy (4-7-8*) został przedstawiony na rys.7.20. Wynika z niego, że zachodzi:

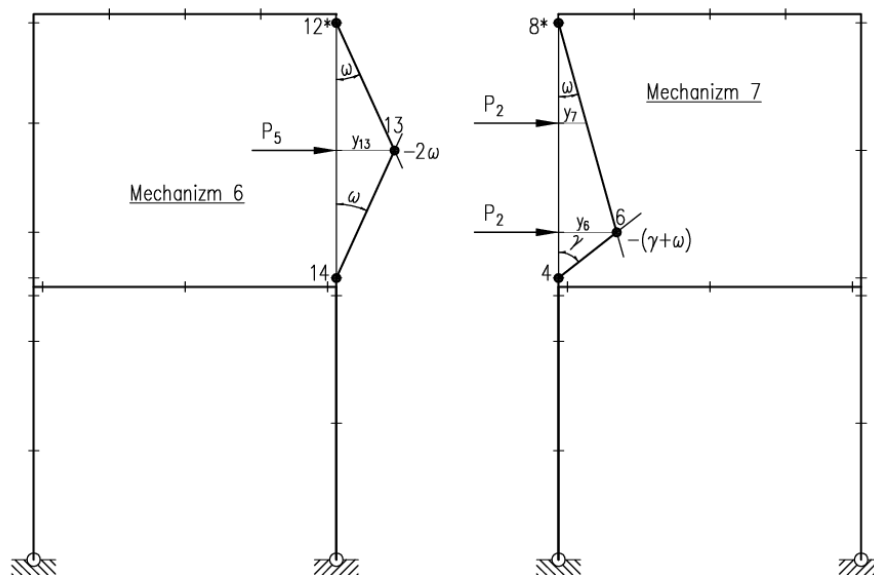
$$\omega = \frac{y_7}{h_1 + h_2} \rightarrow y_7 = (h_1 + h_2)\omega \quad (7.69)$$

$$\gamma = \frac{y_7}{h_1} = \frac{(h_1 + h_2)}{h_1}\omega \text{ oraz } y_6 = \frac{y_7 h_2}{h_1 + h_2} = \frac{(h_1 + h_2)h_2}{h_1 + h_2}\omega = h_2\omega \quad (7.70)$$

Równanie zasady prac wirtualnych dla tego mechanizmu ma postać:

$$P_2(y_6 + y_7) = (M_{pl}^C\omega - M_{pl}^C(-(\gamma + \omega)) + M_{pl}^C\gamma)k_{y,\Theta} \quad (7.71)$$

Na tej podstawie otrzymano $k_{y,\Theta} = 0,023$, co oznacza że $\Theta_{cr} = 1085^\circ C$.



Rys.7.21. Schematy obliczeniowe dla mechanizmów szóstego (12*-13-14) i siódmego (4-6-8*).

Szósty potencjalny mechanizm belkowy (12*-13-14) został przedstawiony na rys.7.21. Łatwo zauważyć, że w takim przypadku zachodzi:

$$\omega = \frac{y_{13}}{h_3} \rightarrow y_{13} = h_3\omega \quad (7.72)$$

A zatem:

$$P_5 y_{13} = (M_{pl}^C\omega - M_{pl}^C(-2\omega) + M_{pl}^C\omega)k_{y,\Theta} \quad (7.73)$$

Prowadzi to do rozwiązania $k_{y,\Theta} = 0,018$, co jest równoważne temperaturze krytycznej $\Theta_{cr} = 1110^\circ C$.

Kolejny, siódmy, mechanizm belkowy (4-6-8*) został przedstawiony na rys.7.21. Zachodzi teraz:

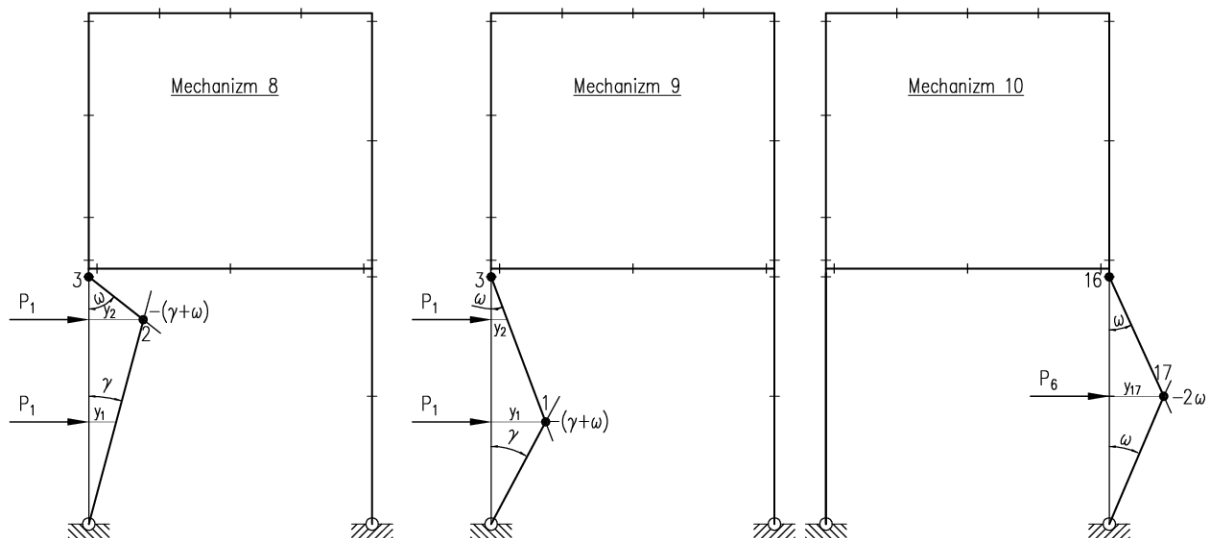
$$\omega = \frac{y_6}{2h_1} \rightarrow y_6 = 2h_1\omega \quad (7.74)$$

$$\gamma = \frac{y_6}{h_2} \rightarrow \gamma = \frac{2h_1}{h_2}\omega \text{ oraz } y_7 = \frac{y_6 h_1}{2h_1} = h_1\omega \quad (7.75)$$

Równanie zasady prac wirtualnych ma teraz postać:

$$P_2(y_6 + y_7) = (M_{pl}^c \gamma - M_{pl}^c(-(\gamma + \omega)) + M_{pl}^c \omega) k_{y,\Theta} \quad (7.76)$$

co prowadzi do rozwiązania: $k_{y,\Theta} = 0,017$ oraz $\Theta_{cr} = 1115^\circ C$.



Rys.7.22. Schematy obliczeniowe dla kolejnych mechanizmów: ósmy (A-2-3), dziewiąty (A-1-3) oraz dziesiąty (16-17-B).

Ósmy mechanizm belkowy (A-2-3) został przedstawiony na Rys.7.22. Wynika z niego, że:

$$\omega = \frac{y_2}{h_2} \rightarrow y_2 = h_2\omega \quad (7.74)$$

$$\gamma = \frac{y_2}{2h_1} \rightarrow \gamma = \frac{h_2}{2h_1}\omega \text{ oraz } y_1 = \frac{y_2 h_1}{2h_1} = \frac{h_2}{2}\omega \quad (7.75)$$

Na tej podstawie równanie zasady prac wirtualnych ma postać:

$$P_1(y_1 + y_2) = (M_{pl}^c \omega - M_{pl}^c(-(\gamma + \omega))) k_{y,\Theta} \quad (7.76)$$

która prowadzi do rozwiązania: $k_{y,\Theta} = 0,019$ oraz $\Theta_{cr} = 1105^\circ C$.

Dziewiąty mechanizm belkowy (A-1-3) został przedstawiony na rys.7.22. Tym razem zachodzi:

$$\omega = \frac{y_1}{h_1 + h_2} \rightarrow y_1 = (h_1 + h_2)\omega \quad (7.78)$$

$$\gamma = \frac{y_1}{h_1} \rightarrow \gamma = \frac{h_1 + h_2}{h_1}\omega \text{ oraz } y_2 = \frac{y_1 h_2}{h_1 + h_2} = h_2\omega \quad (7.75)$$

Równanie zasady prac wirtualnych dla tego mechanizmu ma postać:

$$P_1(y_1 + y_2) = (M_{pl}^c \omega - M_{pl}^c(-(\gamma + \omega)))k_{y,\Theta} \quad (7.76)$$

co oznacza, że: $k_{y,\Theta} = 0,033$ a $\Theta_{cr} = 1035^\circ C$.

Dziesiąty mechanizm belkowy (16-17-B) został przedstawiony również na rys.7.22. Dla tego mechanizmu zachodzi:

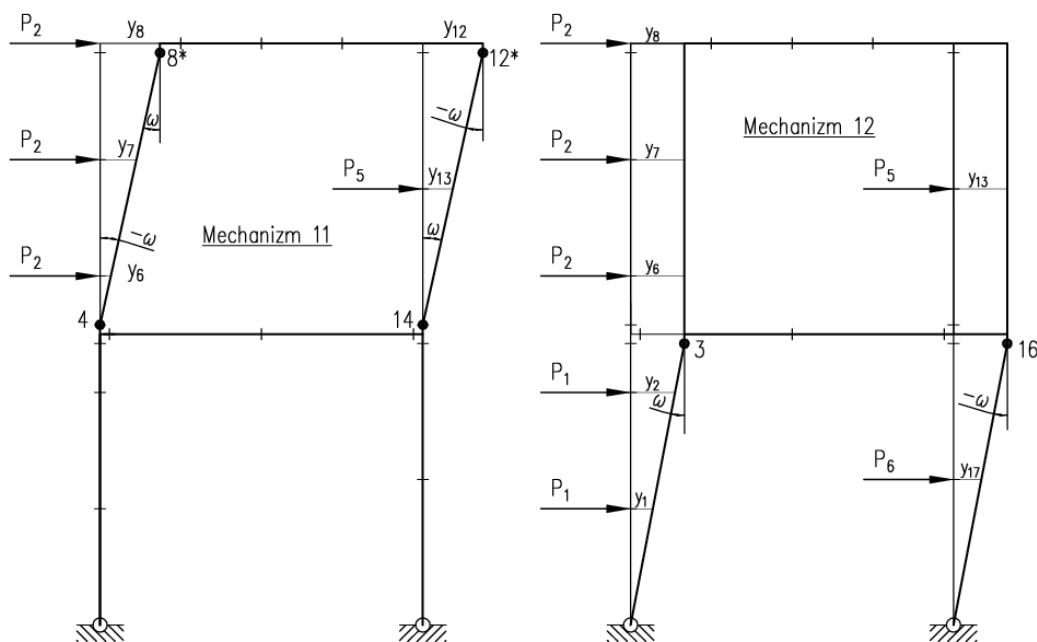
$$\omega = \frac{y_{17}}{h_3} \rightarrow y_{17} = h_3\omega \quad (7.77)$$

Równanie zasady prac wirtualnych w tym przypadku ma postać:

$$P_6 y_{17} = (M_{pl}^c \omega - M_{pl}^c(-2\omega))k_{y,\Theta} \quad (7.78)$$

A to daje rozwiązanie: $k_{y,\Theta} = 0,024$ i $\Theta_{cr} = 1080^\circ C$.

Kolejnym etapem procedury obliczeniowej jest rozpatrzenie podstawowych mechanizmów przechyłowych. Pierwszym z takich mechanizmów jest mechanizm jedenasty (4-8*-12*-14) związany z przechylem górnej kondygnacji. Pokazano go na rys.7.23.



Rys.7.23. Schematy obliczeniowe dla mechanizmów przechyłowych: jednaście (4-8*-12*-14) i dwanaście (A-3-16-B).

Zachodzi tu zależność:

$$\omega = \frac{y_8}{2h_1 + h_2} \rightarrow y_8 = (2h_1 + h_2)\omega \quad (7.79)$$

$$\begin{aligned} y_6 &= \frac{y_8 h_2}{2h_1 + h_2} = h_2 \omega, \\ y_7 &= \frac{y_8 (h_1 + h_2)}{2h_1 + h_2} = (h_1 + h_2)\omega, \\ y_{12} &= y_8, \\ y_{13} &= \frac{y_{12} h_3}{2h_1 + h_2} = h_3 \omega \end{aligned} \quad (7.80)$$

Równanie zasady prac wirtualnych ma tu postać:

$$P_2(y_6 + y_7 + y_8) + P_5 y_{13} = (-M_{pl}^c(-\omega) + M_{pl}^c \omega - M_{pl}^c(-\omega) + M_{pl}^c \omega) k_{y,\Theta} \quad (7.81)$$

co prowadzi do rozwiązania: $k_{y,\Theta} = 0,083$ i $\Theta_{cr} = 854^\circ C$.

Dwunasty mechanizm plastycznego zniszczenia ramy (A-3-16-B) jest drugim podstawowym mechanizmem przechyłowym związanym z przechyłem kondygnacji parterowej. Pokazano go na rys.7.23. W tym przypadku zachodzi:

$$\omega = \frac{y_2}{2h_1} \rightarrow y_2 = 2h_1 \omega \quad (7.82)$$

$$y_1 = \frac{y_2 h_1}{2h_1} = h_1 \omega,$$

$$y_6 = y_7 = y_8 = y_{13} = y_{16}$$

$$\omega = \frac{y_{17}}{h_3} \rightarrow y_{17} = h_3 \omega$$

$$y_{16} = \frac{y_{17}(2h_1 + h_3)}{h_3} = (2h_1 + h_3)\omega \quad (7.83)$$

Równanie zasady prac wirtualnych ma teraz postać:

$$P_1(y_1 + y_2) + P_2(y_6 + y_7 + y_8) + P_5 y_{13} + P_6 y_{17} = (M_{pl}^c \omega - M_{pl}^c(-\omega)) k_{y,\Theta} \quad (7.84)$$

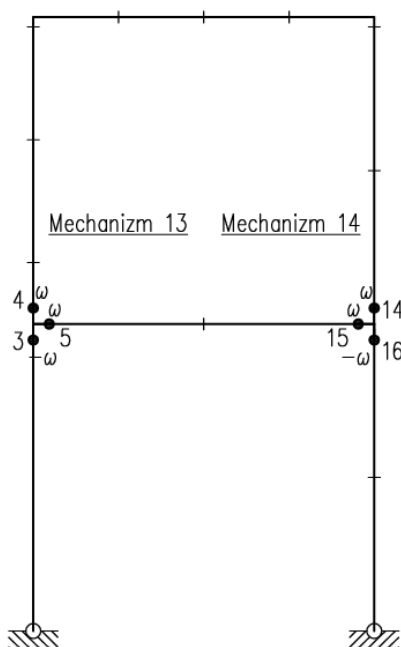
i daje rozwiązanie: $k_{y,\Theta} = 0,414$, $\Theta_{cr} = 623^\circ C$.

Uzyskane dotychczas rozwiązania, kojarzone jedynie z mechanizmami podstawowymi zestawiono w tab. 7.2.

Tabela.7.2. Zestawienie wartości współczynnika redukcyjnego $k_{y,\Theta}$ temperatury krytycznej ramy Θ_{cr} zidentyfikowanych dla mechanizmów podstawowych czysto plastycznego zniszczenia rozpatrywanej ramy.

Rodzaj mechanizmu	Nazwa mechanizmu	Lokalizacja przegubów	$k_{y,\Theta}$	Θ_{cr} [°C]
belkowy	1	8-9-12	0,391	633
	2	8-10-12	0,522	583
	3	8-11-12	0,391	633
	4	5-18-15	0,157	761
	5	4*-7-8	0,028	1060
	6	12*-13-14	0,021	1095
	7	4-6-8*	0,018	1110
	8	A-2-3	0,019	1105
	9	A-1-3	0,033	1035
	10	B-17-16	0,024	1080
przechyłowy	11	4-8*-12*-14	0,115	796
	12	A-3-16-B	0,414	623

Mechanizmy trzynaście i czternaście są to mechanizmy obrotu węzłów. Schematy obliczeniowe dla tych mechanizmów zostały pokazane na rys. 7.24.



Rys.7.24. Schematy obliczeniowe dla mechanizmów obrotu węzłów.

Równanie zasady prac wirtualnych dla mechanizmu trzynastego i czternastego ma postać:

$$0 = (-M_{pl}^C(-\omega) + M_{pl}^B\omega + M_{pl}^C\omega)k_{y,\Theta} \quad (7.85)$$

Mechanizmowi obrotu węzła nie towarzyszy rozpraszanie energii, lewa strona równania (7.85) pozostaje równa 0. Zależność ta pozwala, w przypadku łączenia mechanizmów, na obniżenie wartości lewej strony równań.

Kolejny etap procedury szacowania miarodajnej temperatury krytycznej to szczegółowa analiza mechanizmów łączonych. Łącząc niektóre mechanizmy można uzyskać niższe intensywności obciążenia, a tym samym uzyskać wyższą wartość $k_{y,\Theta}$ i odpowiadającą jej wartość Θ_{cr} . Racjonalne łączenie mechanizmów polega na takim ich doborze, aby część przegubów uległa zamknięciu, albo obroty w części przegubów uległy zmniejszeniu [Sawczuk A., 1964].

W tabeli 7.3., w kolumnach o numerach od 3 do 20 znajdują się jednostkowe kąty obrotu. W kolumnach 21 i 22 znajdują się mnożniki odpowiednio momentu plastycznego słupa i rygła, następna kolumna stanowi wartość pracy sił zewnętrznych i ostatnia wartość $k_{y,\Theta}$. Łączenie mechanizmów polega na sumowaniu jednostkowych kątów obrotu, tak aby uzyskać zamykanie się przegubów.

Poniżej przedstawiono szczegółowe rozwiązanie łączenia mechanizmów: drugiego (8-10-12) opisanego równaniem (7.62) i dwunastego (A-3-16-B), opisanego równaniem (7.84).

Zapisane równania zostały zmodyfikowane poprzez dopisanie numeru przegubu, w którym występuje dany moment plastyczny, aby wyraźnie widać było miejsca zerowania się kątów obrotów. Jak widać na przykładzie w żadnym przegubie nie doszło do redukcji jednostkowych kątów obrotu. Łączenie mechanizmów przebiega zatem następująco:

$$P_3(z_9 + z_{10} + z_{11}) = \left(-M_{pl}^B(-\omega) + M_{pl}^B 2\omega - M_{pl}^B(-\omega) \right) k_{y,\Theta}$$

$$P_1(y_1 + y_2) + P_2(y_6 + y_7 + y_8) + P_5 y_{13} + P_6 y_{17} = \left(M_{pl}^C \omega - M_{pl}^C(-\omega) \right) k_{y,\Theta}$$

$$P_1(y_1 + y_2) + P_2(y_6 + y_7 + y_8) + P_5 y_{13} + P_6 y_{17} + P_3(z_9 + z_{10} + z_{11}) = (2M_{pl}^C + 4M_{pl}^B) \omega k_{y,\Theta} \quad (7.86)$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymane zostanie równanie: $927,5\omega = (2M_{pl}^C + 4M_{pl}^B) \omega k_{y,\Theta}$, a podstawienie wartości momentów plastycznych rygła i słupa pozwoliło na wyliczenie ostatecznie $k_{y,\Theta} = 0,466$, co odpowiada temperaturze $\Theta_{cr} = 602^\circ C$.

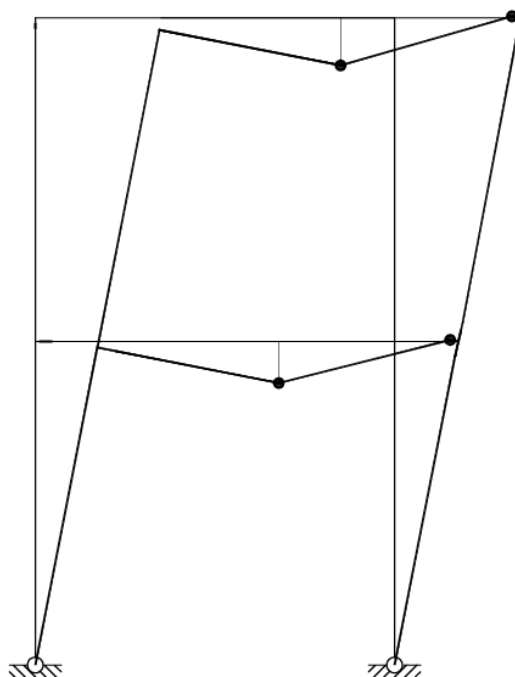
Kolejny analizowany przykład to łączenie mechanizmów: drugiego (8-10-12), czwartego (5-18-15), jedenastego (4-8*-12*-14), dwunastego (A-3-16-B), trzynastego i czternastego, odpowiednio opisanymi równaniami: (7.62), (7.68), (7.81), (7.84), (7.85). Tak jak powyżej równania zostały zmodyfikowane i wpisany został przegub, w którym występuje dany moment i jednostkowy kąt obrotu. Jak widać w tym przykładzie, w 3, 4, 5 i 15 przegubie redukują się jednostkowe kąty obrotu.

$$P_3(z_9 + z_{10} + z_{11}) = \left(-M_{pl}^B(-\omega) + M_{pl}^B 2\omega - M_{pl}^B(-\omega) \right) k_{y,\Theta}$$

$$P_4 z_{18} = \left(-M_{pl}^B(-\omega) + M_{pl}^B 2\omega - M_{pl}^B(-\omega) \right) k_{y,\Theta}$$

$$\begin{aligned}
P_2(y_6 + y_7 + y_8) + P_5 y_{13} &= \left(-M_{pl}^C(-\omega) + M_{pl}^{8*} \omega - M_{pl}^{12*}(-\omega) + M_{pl}^{14} \omega \right) k_{y,\Theta} \\
P_1(y_1 + y_2) + P_2(y_6 + y_7 + y_8) + P_5 y_{13} + P_6 y_{17} &= \left(M_{pl}^3 \omega - M_{pl}^{16}(-\omega) \right) k_{y,\Theta} \\
0 &= \left(-M_{pl}^3(-\omega) + M_{pl}^5 \omega + M_{pl}^4 \omega \right) k_{y,\Theta} \\
0 &= \left(-M_{pl}^{16}(-\omega) + M_{pl}^{15} \omega + M_{pl}^{14} \omega \right) k_{y,\Theta} \\
\hline
P_1(y_1 + y_2) + P_2(y_6 + y_7 + y_8) + P_2(y_6 + y_7 + y_8) + P_3(z_9 + z_{10} + z_{11}) + P_4 z_{18} + \\
&+ 2P_5 y_{13} + P_6 y_{17} = (6M_{pl}^C + 6M_{pl}^B) \omega k_{y,\Theta} \quad (7.87)
\end{aligned}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymane zostanie równanie: $1250\omega = (6M_{pl}^B + 6M_{pl}^C) \omega k_{y,\Theta}$ i po podstawieniu wartości momentów plastycznych rygła i słupa uzyskuje się $k_{y,\Theta} = 0,276$ i $\Theta_{cr} = 681^\circ C$. Na rys. 7.25 pokazano mechanizm odpowiadający takiemu rozwiązaniu.



Rys.7.25. Mechanizm powstały z połączenia mechanizmów prostych, dla którego $k_{y,\Theta} = 0,276$ i $\Theta_{cr} = 681^\circ C$.

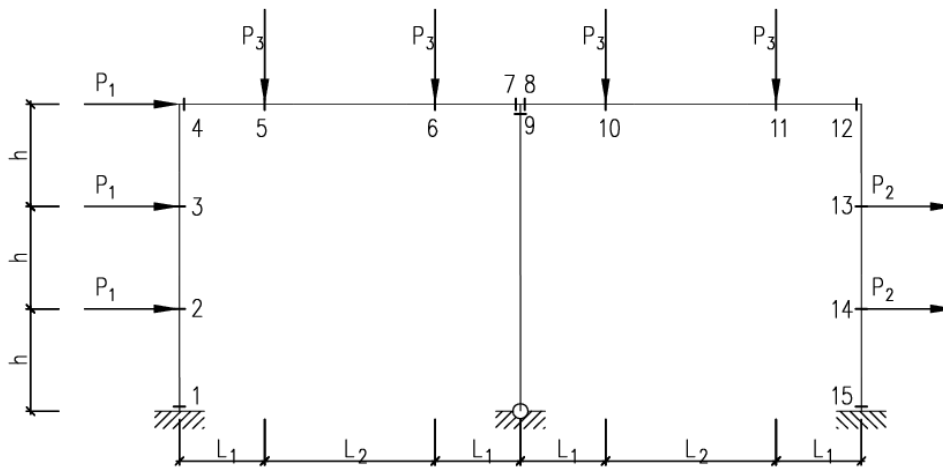
W tabelicy 7.3. zestawiono uzyskane mechanizmy łączone. W ich analizie nie uzyskano większej wartości $k_{y,\Theta}$ niż ta wyznaczona w mechanizmie 2, który należy uznać za mechanizm miarodajny.

Tabela. 7.3. Zestawienie wyników łączenia mechanizmów dla ramy dwupiętrowej.

Lp	Mechanizmy	Jednostkowe kąty obrotu																		M _{RC}	M _{RB}	PI	k _{y,θ}
		M _{RC} 1	M _{RC} 2	M _{RC} 3	M _{RC} 4	M _{RB} 5	M _{RC} 6	M _{RC} 7	M _{RB} /M _{RC} 8	M _{RB} 9	M _{RB} 10	M _{RB} 11	M _{RB} /M _{RC} 12	M _{RC} 13	M _{RC} 14	M _{RB} 15	M _{RC} 16	M _{RC} 17	M _{RB} 18				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	a (1)								-3	4			-1							0	8	750	0,391
2	b (2)								-1		2		-1							0	4	500	0,522
3	c (3)								-1			4	-3							0	8	750	0,391
4	d (4)					-1										-1			2	0	4	150	0,157
5	e (5)				1			-2,5	1,5											5	0	60	0,023
6	f (6)												1	-2	1					4	0	37,5	0,018
7	g (7)				4		5		1											10	0	90	0,017
8	h (8)		-1,25	1																2	0	22,5	0,019
9	i (9)	-2,5		1																4	0	60	0,033
10	j (10)																1	-2		3	0	37,5	0,024
11	k (11)				-1				1				-1		1					4	0	172,5	0,084
12	l (12)			1													-1			2	0	427,5	0,415
13	m (13)			-1	1	1														2	1		
14	n (14)														1	1	-1			2	1		
15	b+l	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	2	0	-1	0	0	0	-1	0	0	2	4	927,5	0,466
16	b+d+k+l+m+n	0	0	0	0	0	0	0	1/1	0	2	0	1/1	0	2	0	-2	0	2	6	6	1250	0,276
17	b+l+m	0	0	0	1	1	0	0	-1	0	2	0	-1	0	0	0	-1	0	0	2	5	927,5	0,416
18	b+d+f+l+m+n	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	2	0	1/1	-2	2	0	-2	0	2	8	6	1115	0,200
19	a+e+b+l	0	0	1	1	0	0	-2,5	-4/1,5	4	2	0	-2	0	0	0	-1	0	0	7	12	1737,5	0,268
20	a+b+l	0	0	1	0	0	0	-4	-4	4	2	0	-2	0	0	0	-1	0	0	2	12	1302,5	0,334
21	a+b+l+m+n	0	0	0	1	1	0	0	-4	4	2	0	-2	0	1	1	-2	0	0	4	14	1677,5	0,310
22	a+l+m	0	0	0	1	1	0	0	-3	4	0	0	-1	0	0	0	-1	0	0	2	9	1177,5	0,370
23	b+l+m+n	0	0	0	1	1	0	0	-1	0	2	0	-1	0	1	1	-2	0	0	4	6	537,5	0,154
24	b+d+e+l+m+n	0	0	0	2	0	0	-2,5	-1/1,5	0	2	0	-1	0	1	0	-2	0	2	9	6	1675	0,276

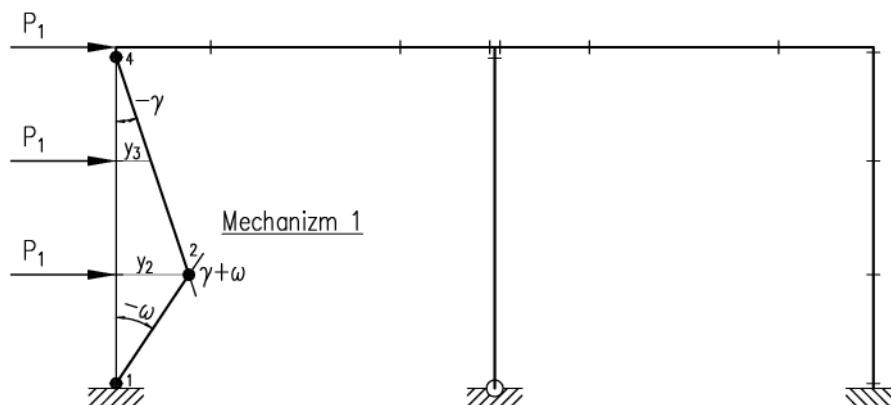
7.3. Rama parterowa dwunawowa.

Kolejnym analizowanym przykładem jest parterowa rama dwunawowa o schemacie stycznym pokazanym na rys.7.26. Rozpatrywany układ jest pięciokrotnie statycznie niewyznaczalny, a zatem $n = 5$. Liczba potencjalnych przekrojów krytycznych wynosi $r = 15$. Z zależności (7.1) wynika więc, że liczba niezależnych mechanizmów czysto plastycznego zniszczenia ramy wynosi $m = 10$. Szczegółowo badana jest rama o szerokości całkowitej równej $20m$ i wysokości $9,0m$ (gdzie $h = 3,0m$, $L_1 = 2,5m$, $L_2 = 5,0m$). Wszystkie elementy ramy wykonano ze stali $S235$ o nominalnej granicy plastyczności $f_y = 235MPa$. Zakłada się, że rygle ramy wykonano z dwuteownika $IPE 360$, dla którego plastyczna nośność przekroju $M_{pl}^B = 239,5kNm$, natomiast słupy z kształtownika $IPE 500$, dla którego $M_{pl}^C = 516,5kNm$. Do konstrukcji przyłożone jest obciążenie: $P_1 = 30kN$, $P_2 = 35kN$ i $P_3 = 30kN$.



Rys.7.26. Schemat ramy analizowanej w przykładzie.

W analizowanej ramie zidentyfikowano osiem podstawowych mechanizmów belkowych, jeden podstawowy mechanizm przechyłowy i jeden mechanizm związany z obrotem węzłów. Pierwszy z rozpatrywanych mechanizmów belkowych (1-2-4) został pokazany na rys. 7.27.



Rys.7.27. Schemat pierwszego podstawowego mechanizmu belkowego dla ramy rozpatrywanej w przykładzie.

Wynika z niego, że zachodzi:

$$\omega = \frac{y_2}{h} \rightarrow y_2 = h\omega \quad (7.88)$$

$$\gamma = \frac{y_2}{2h} = \frac{1}{2}\omega \quad (7.89)$$

a także:

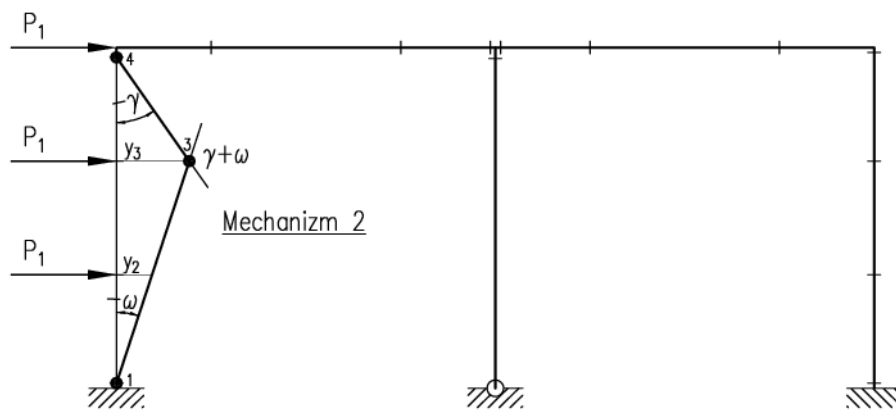
$$y_3 = \frac{y_2 h}{2h} = \frac{1}{2}h\omega \quad (7.90)$$

Równanie zasady prac wirtualnych dla tego mechanizmu ma postać:

$$P_1(y_2 + y_3) = (-M_{pl}^c(-\omega) + M_{pl}^c(\omega + \gamma) - M_{pl}^c(-\gamma))k_{y,\Theta} \quad (7.91)$$

Co po wstawieniu szczegółowych danych liczbowych prowadzi do rozwiązania: $k_{y,\Theta} = 0,087$ i $\Theta_{cr} = 846^\circ C$.

Drugi podstawowy mechanizm belkowy (1-3-4) został pokazany na rys.7.28.



Rys.7.28.Schemat mechanizmu belkowego (1-3-4).

Na podstawie tego rysunku mamy:

$$\omega = \frac{y_3}{2h} \rightarrow y_3 = 2h\omega \quad (7.92)$$

$$\gamma = \frac{y_3}{h} = 2\omega \quad (7.93)$$

a także:

$$y_2 = \frac{y_3 h}{2h} = h\omega \quad (7.94)$$

Równanie zasady prac wirtualnych dla tego mechanizmu ma postać:

$$P_1(y_2 + y_3) = (-M_{pl}^C(-\omega) + M_{pl}^C(\gamma + \omega) - M_{pl}^C(-\gamma))k_{y,\Theta} \quad (7.95)$$

Co po wstawieniu szczegółowych danych liczbowych prowadzi do następującego rozwiązania: $k_{y,\Theta} = 0,087$ i $\Theta_{cr} = 846^\circ C$.

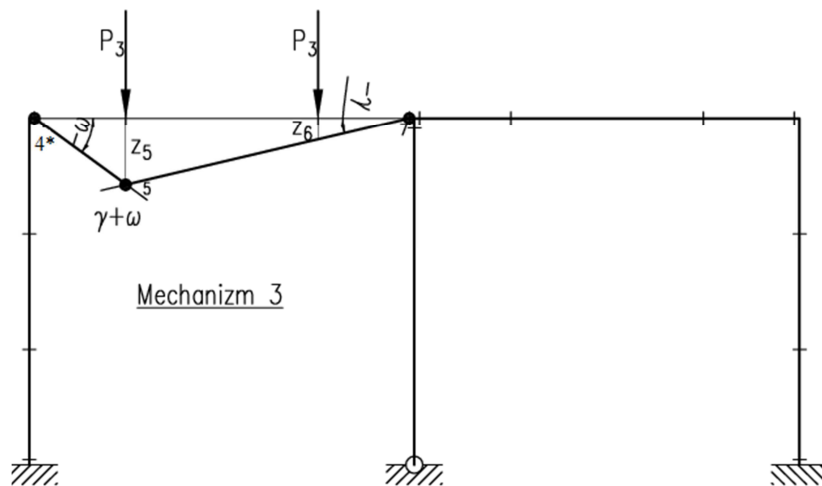
Trzeci podstawowy mechanizm belkowy (4-5-7) został przedstawiony na Rys.7.29. Wynika z niego, że zachodzi:

$$\omega = \frac{z_5}{L_1} \rightarrow z_5 = L_1 \omega \quad (7.96)$$

$$\gamma = \frac{z_5}{L_1 + L_2} = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \omega \quad (7.97)$$

oraz

$$z_6 = \frac{z_5 L_1}{L_1 + L_2} = \frac{L_1^2}{L_1 + L_2} \omega \quad (7.98)$$



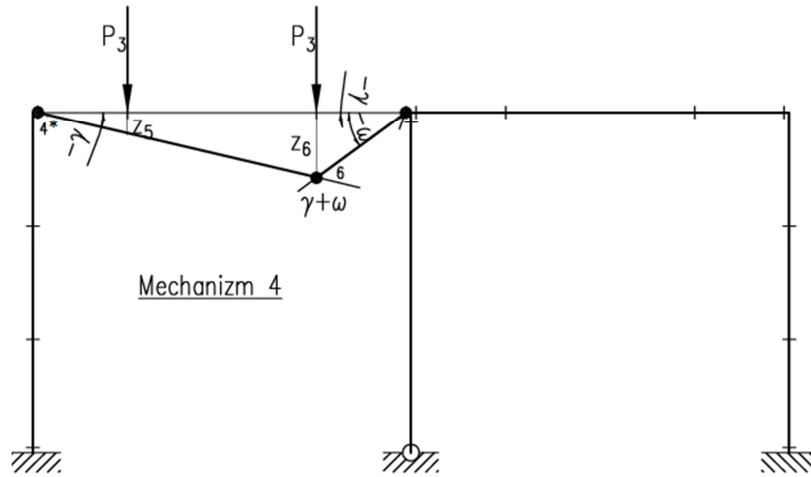
Rys. 7.29. Schemat mechanizmu belkowego (4-5-7).

Równanie zasady prac wirtualnych dla tego mechanizmu ma postać:

$$P_3(z_5 + z_6) = (-M_{pl}^B(-\omega) + M_{pl}^B(\gamma + \omega) - M_{pl}^B(-\gamma))k_{y,\Theta} \quad (7.99)$$

Wstawienie szczegółowych danych liczbowych prowadzi do rozwiązania: $k_{y,\Theta} = 0,157$ i tym samym $\Theta_{cr} = 761^\circ C$.

Czwarty podstawowy mechanizm belkowy (4-6-7) pokazano na rys.7.30.



Rys. 7.30. Schemat mechanizmu belkowego (4-6-7).

Wynika z niego, że:

$$\omega = \frac{z_6}{L_1} \rightarrow z_6 = L_1 \omega \quad (7.100)$$

$$\gamma = \frac{z_6}{L_1 + L_2} = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \omega \quad (7.101)$$

$$z_5 = \frac{z_6 L_1}{L_1 + L_2} = \frac{L_1^2}{L_1 + L_2} \omega \quad (7.102)$$

Równanie zasady prac wirtualnych ma w tym przypadku postać:

$$P_3(z_5 + z_6) = (-M_{pl}^B(-\gamma) + M_{pl}^B(\gamma + \omega) - M_{pl}^B(-\omega))k_{y,\Theta} \quad (7.103)$$

Co, po wstawieniu szczegółowych danych liczbowych prowadzi analogicznie jak w mechanizmie trzecim do rozwiązania: $k_{y,\Theta} = 0,157$ i tym samym $\Theta_{cr} = 761^\circ C$.

Piąty mechanizm belkowy (8-10-12) został przedstawiony na rys.7.31. W tym przypadku zachodzi:

$$\omega = \frac{z_{10}}{L_1 + L_2} \rightarrow z_{10} = (L_1 + L_2)\omega \quad (7.104)$$

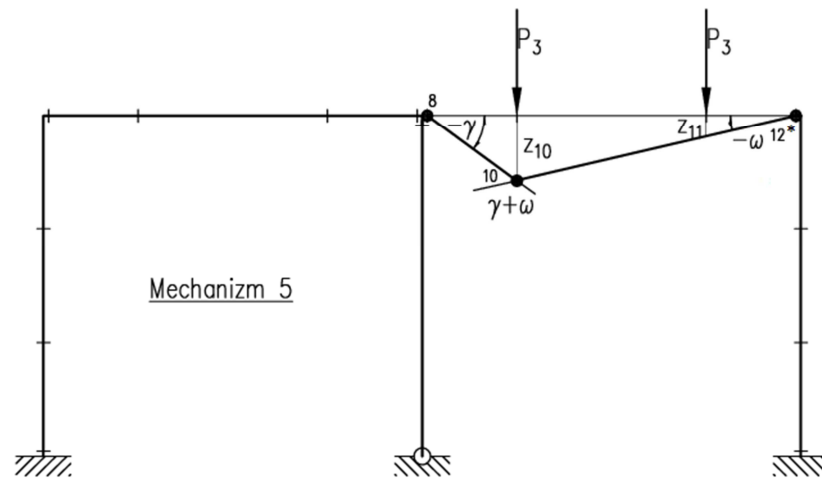
$$z_{11} = \frac{z_{10} L_1}{L_1 + L_2} = \frac{(L_1 + L_2)L_1}{L_1 + L_2} \omega = L_1 \omega \quad (7.105)$$

$$\gamma = \frac{z_{10}}{L_1} = \frac{L_1 + L_2}{L_1} \omega \quad (7.106)$$

Równanie zasady prac wirtualnych dla tego mechanizmu ma postać:

$$P_3(z_{10} + z_{11}) = (-M_{pl}^B(-\gamma) + M_{pl}^B(\gamma + \omega) - M_{pl}^B(-\omega))k_{y,\Theta} \quad (7.107)$$

co prowadzi do rozwiązania: $k_{y,\Theta} = 0,157$ oraz $\Theta_{cr} = 761^\circ C$.



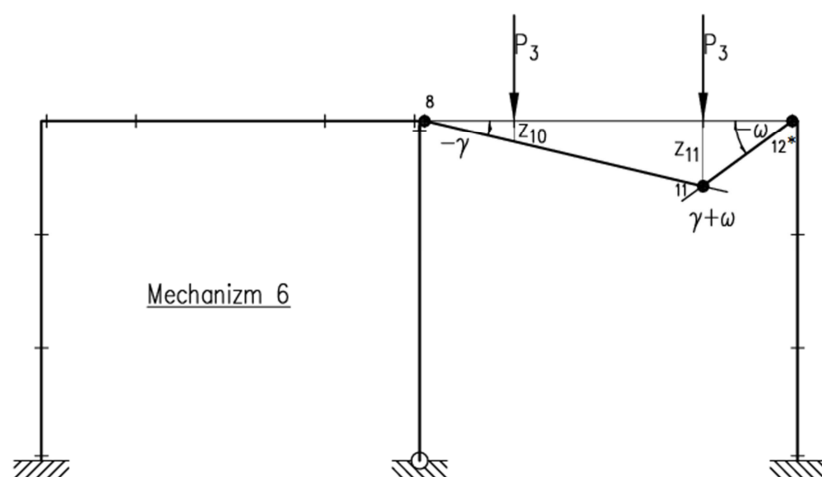
Rys.7.31. Schemat mechanizmu belkowego (8-10-12).

Szósty podstawowy mechanizm belkowy (8-11-12) został przedstawiony na rys.7.32. Wynika z niego, że:

$$\omega = \frac{z_{11}}{L_1} \rightarrow z_{11} = L_1 \omega \quad (7.108)$$

$$\gamma = \frac{z_{11}}{L_1 + L_2} = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \omega \quad (7.109)$$

$$z_{10} = \frac{z_{11} L_1}{L_1 + L_2} = \frac{L_1^2}{L_1 + L_2} \omega \quad (7.110)$$

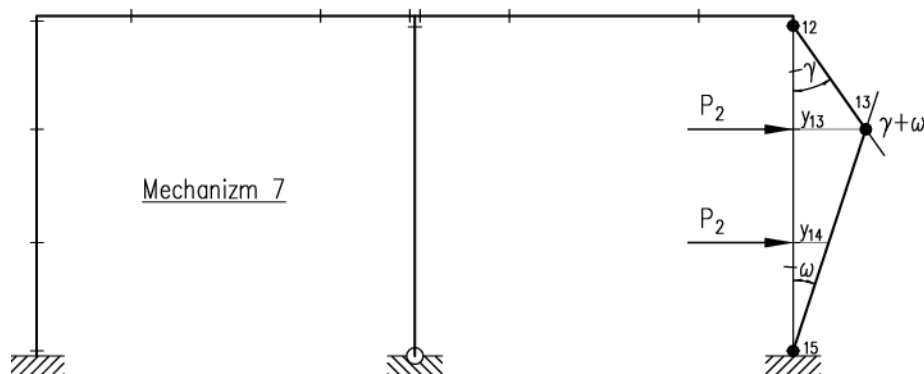


Rys.7.32. Schemat mechanizmu belkowego (8-11-12).

Równanie zasady prac wirtualnych ma w tym przypadku postać:

$$P_3(z_{10} + z_{11}) = (-M_{pl}^B(-\gamma) + M_{pl}^B(\gamma + \omega) - M_{pl}^B(-\omega))k_{y,\Theta} \quad (7.111)$$

Po wstawieniu szczegółowych danych liczbowych otrzymano: $k_{y,\Theta} = 0,157$ i $\Theta_{cr} = 761^\circ C$.



Rys.7.33. Schemat mechanizmu belkowego (12-13-15).

Siódmy mechanizm belkowy (12-13-14) został przedstawiony na rys. 7.33. W tym przypadku mamy:

$$\omega = \frac{y_{13}}{2h} \rightarrow y_{13} = 2h\omega \quad (7.112)$$

$$\gamma = \frac{y_{13}}{h} = 2\omega \quad (7.113)$$

$$y_{14} = \frac{y_{13}h}{2h} = h\omega \quad (7.114)$$

Równanie zasady prac wirtualnych ma teraz postać:

$$P_2(y_{13} + y_{14}) = (-M_{pl}^C(-\gamma) + M_{pl}^C(\gamma + \omega) - M_{pl}^C(-\omega))k_{y,\Theta} \quad (7.115)$$

Podstawienie szczegółowych danych liczbowych dało oszacowanie: $k_{y,\Theta} = 0,102$, a zatem $\Theta_{cr} = 816^\circ C$.

Ósmy mechanizm belkowy (12-14-15) został przedstawiony na rys.7.34. Wynika z niego, że:

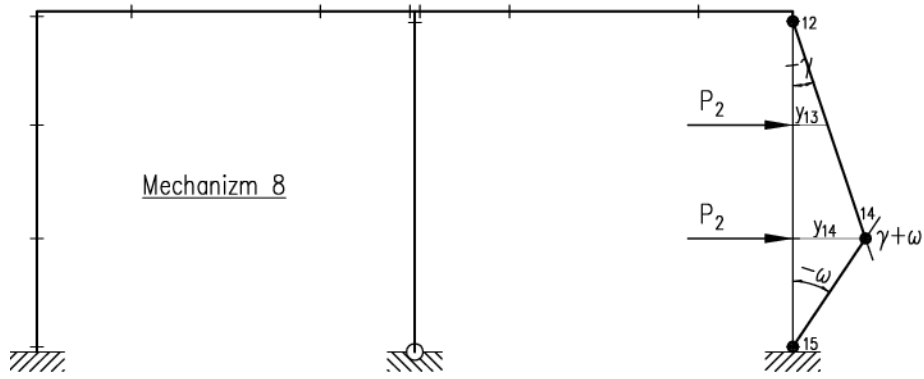
$$\omega = \frac{y_{14}}{h} \rightarrow y_{14} = h\omega \quad (7.116)$$

$$\gamma = \frac{y_{14}}{2h} = \frac{1}{2}\omega \quad (7.117)$$

$$y_{13} = \frac{y_{14}h}{2h} = \frac{1}{2}h\omega \quad (7.118)$$

Równanie zasady prac wirtualnych ma w tym przypadku postać:

$$P_2(y_{13} + y_{14}) = (-M_{pl}^C(-\gamma) + M_{pl}^C(\gamma + \omega) - M_{pl}^C(-\omega))k_{y,\Theta} \quad (7.119)$$



Rys.7.34. Schemat mechanizmu belkowego (12-14-15).

Prowadzi to, po wstawieniu szczegółowych danych liczbowych, do oszacowania: $k_{y,\Theta} = 0,102$ oraz $\Theta_{cr} = 816^\circ C$.

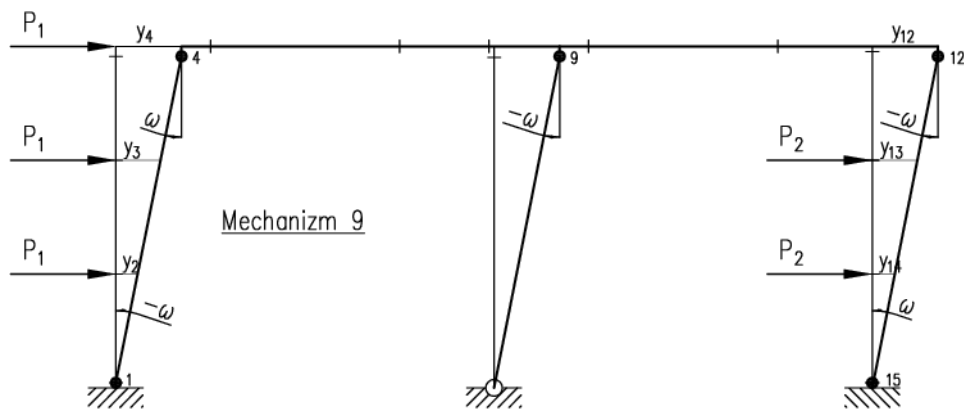
Kolejny, dziewiąty podstawowy mechanizm przechyłowy (1-4-9-12-15) został przedstawiony na rys.7.35. Wynika z niego, że zachodzi:

$$\omega = \frac{y_4}{3h} \rightarrow y_4 = 3h\omega \quad (7.120)$$

$$y_3 = \frac{y_4 2h}{3h} = 2h\omega \quad (7.121)$$

$$y_2 = \frac{y_4 h}{3h} = h\omega \quad (7.122)$$

$$y_{13} = y_3 \text{ oraz } y_{14} = y_2 \quad (7.123)$$



Rys.7.35. Schemat mechanizmu przechyłowego (1-4-9-12-15).

Równanie zasady prac wirtualnych ma teraz postać:

$$P_1(y_2 + y_3 + y_4) + P_2(y_{13} + y_{14}) = (-M_{pl}^C(-\omega) + M_{pl}^C\omega - M_{pl}^C(-\omega) + M_{pl}^C\omega - M_{pl}^C(-\omega))k_{y,\Theta} \quad (7.124)$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymuje się: $k_{y,\Theta} = 0,331$ oraz $\Theta_{cr} = 658^\circ C$.

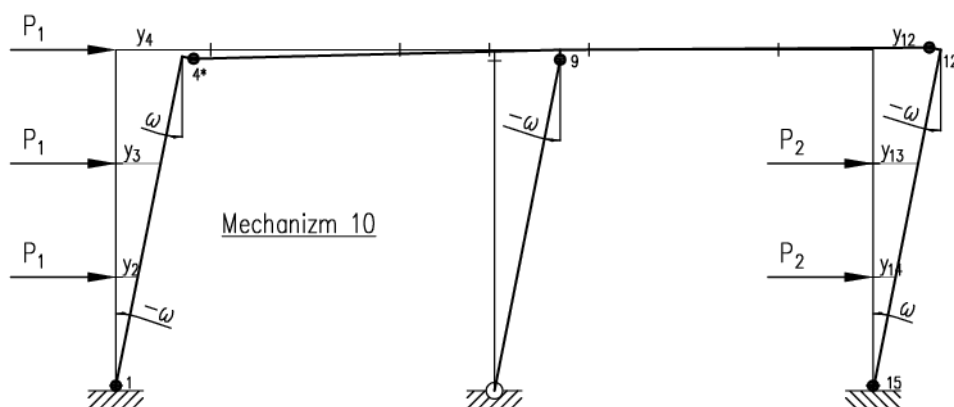
Następny, dziesiąty mechanizm kombinowany (1-4*-9-12*-15) został przedstawiony na rys.7.36. Wynika z niego, że zachodzi:

$$\omega = \frac{y_4}{3h} \rightarrow y_4 = 3h\omega \quad (7.125)$$

$$y_3 = \frac{y_4 2h}{3h} = 2h\omega \quad (7.126)$$

$$y_2 = \frac{y_4 h}{3h} = h\omega \quad (7.127)$$

$$y_{13} = y_3 \text{ oraz } y_{14} = y_2 \quad (7.128)$$



Rys.7.36. Schemat mechanizmu kombinowanego (1-4*-9-12*-15).

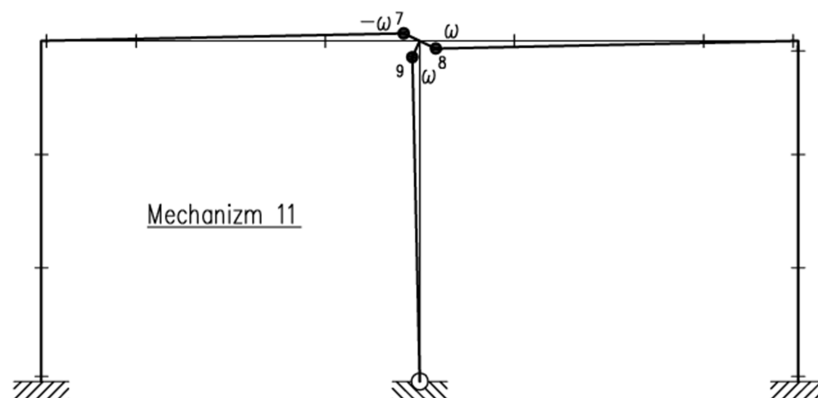
Równanie zasady prac wirtualnych ma teraz postać:

$$P_1(y_2 + y_3 + y_4) + P_2(y_{13} + y_{14}) = (-M_{pl}^C(-\omega) + M_{pl}^B\omega - M_{pl}^C(-\omega) + M_{pl}^C\omega - M_{pl}^B(-\omega))k_{y,\Theta} \quad (7.129)$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymuje się: $k_{y,\Theta} = 0,422$ oraz $\Theta_{cr} = 620^\circ C$

Ostatnim mechanizmem podstawowym jest mechanizm oparty na obrocie węzłów opisany równaniem (7.130). Mechanizm ten został pokazany na rys. 7.37 i posłuży do łączenia mechanizmów, gdyż umożliwi zamknięcie przegubów.

$$0 = (-M_{pl}^B(-\omega) + M_{pl}^B\omega + M_{pl}^C\omega)k_{y,\Theta} \quad (7.130)$$



Rys.7.37. Schemat mechanizmu opartego na obrocie węzłów.

Rozwiązania otrzymane po analizie podstawowych mechanizmów czysto plastycznego zniszczenia ramy zestawiono w tabeli 7.4.

Tabela.7.4. Zestawienie wartości współczynnika redukcyjnego $k_{y,\Theta}$ oraz towarzyszących im wartości temperatury krytycznej stowarzyszonych z podstawowymi mechanizmami czysto plastycznego zniszczenia ramy rozpatrywanej w przykładzie.

Rodzaj mechanizmu	Nazwa mechanizmu	Lokalizacja przegubów	$k_{y,\Theta}$	Θ_{cr} [°C]
belkowy	1	1-2-4	0,087	846
	2	1-3-4	0,087	846
	3	4*-5-7	0,157	761
	4	4*-6-7	0,157	761
	5	8-10-12*	0,157	761
	6	8-11-12*	0,157	761
	7	12-13-14	0,102	816
	8	12-14-15	0,102	816
przechyłowy	9	1-4-9-12-15	0,331	658
kombinowany	10	1-4*-9-12*-15	0,422	620

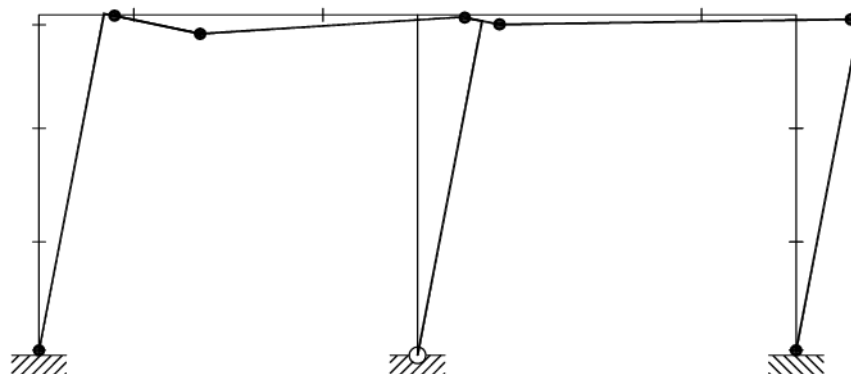
W tabeli 7.4. zamieszczono jedynie mechanizmy podstawowe. Dalsze wyniki obliczeń przeprowadzone zostały w tabeli 7.5.

W kolumnach o numerach od 3 do 17, , w tabeli 7.5, przedstawione są jednostkowe kąty obrotu, w kolejnych dwóch kolumnach wartość, przez którą należy przemnożyć moment plastyczny, odpowiednio dla słupów i rygli. W kolejnej kolumnie, o numerze 20, podana jest, po uwzględnieniu danych liczbowych, wartość pracy sił zewnętrznych. W ostatniej kolumnie podana jest wartość $k_{y,\Theta}$, powstała poprzez podzielenie wartości z kolumny 20 przez 19.

Łączenie mechanizmów polega na sumowaniu jednostkowych kątów obrotu, tak aby uzyskać zamykanie się przegubów.

W tablicy 7.5. zaznaczony został wiersz z najwyższą wartością $k_{y,\Theta}$, który został osiągnięty poprzez złożenie następujących mechanizmów podstawowych: trzeciego – mechanizmu

belkowego (4-5-7), dziesiątego kombinowanego (1-4*-9-12*-15) i jedenastego stanowiącego mechanizm obrotu węzła. Powstały ze złożenia mechanizm został pokazany na rys. 7.38.



Rys.7.38. Mechanizm powstały z połączenia mechanizmów prostych: 3-go, 10-go i 11-go.

Połączone zostały trzy mechanizmy: belkowy opisany równaniem (7.99), przechyłowy opisany równaniem (7.129) i mechanizm obrotu węzła, opisany równaniem (7.130). Równania te zapisano poniżej w zmodyfikowanej formie, aby uwidocznić miejsca zerowania się kątów obrotów. Nad momentami plastycznymi słupów i rygli pokazano odpowiadający mu numer przegubu. Jak widać w przegubach 4 i 9 redukują się jednostkowe kąty obrotu, a co za tym idzie zmniejsza się mnożnik momentów plastycznych.

$$\begin{aligned}
 P_3(z_5 + z_6) &= \left(-M_{pl}^B(-\omega) + M_{pl}^B(\gamma + \omega) - M_{pl}^B(-\gamma) \right) k_{y,\Theta} \\
 P_1(y_2 + y_3 + y_4) + P_2(y_{13} + y_{14}) &= \left(-M_{pl}^C(-\omega) + M_{pl}^{4*} \omega - M_{pl}^9(-\omega) + M_{pl}^{15} \omega - M_{pl}^{12*}(-\omega) \right) k_{y,\Theta} \\
 0 &= \left(-M_{pl}^7(-\omega) + M_{pl}^8 \omega + M_{pl}^9 \omega \right) k_{y,\Theta} \\
 \hline
 P_1(y_2 + y_3 + y_4) + P_2(y_{13} + y_{14}) + P_3(z_5 + z_6) &= (2M_{pl}^C + 4,667M_{pl}^B) \omega k_{y,\Theta} \quad (7.126)
 \end{aligned}$$

Po wstawieniu wartości liczbowych dla tego mechanizmu otrzymano równanie: $955\omega = (2M_{pl}^C + 4,667M_{pl}^B) \omega k_{y,\Theta}$, prowadzące do rozwiązania $k_{y,\Theta} = 0,444$, co daje $\Theta_{cr} = 611^\circ C$. Wartość uzyskanej temperatury jako minimalnej spośród uzyskanych mechanizmów należy uznać za miarodajną dla analizowanej ramy.

Tabela. 7.5. Zestawienie wyników łączenia mechanizmów dla ramy dwunawowej.

Lp	Mechanizmy	Jednostkowe kąty obrotu															M _{RC}	M _{RB}	PI	k _{y,θ}
		M _{RC} 1	M _{RC} 2	M _{RC} 3	M _{RB} / M _{RC} 4	M _{RB} 5	M _{RB} 6	M _{RB} 7	M _{RB} 8	M _{RC} 9	M _{RB} 10	M _{RB} 11	M _{RB} / M _{RC} 12	M _{RC} 13	M _{RC} 14	M _{RC} 15				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	a (1)	-1	1,5		-0,5												3	0	135	0,087
2	b (2)	-1		3	-2												6	0	270	0,087
3	c (3)				-1	1,333		-0,33									0	2,667	100	0,157
4	d (4)				-0,33		1,333	-1									0	2,667	100	0,157
5	e (5)								-3		4		-1				0	8	300	0,157
6	f (6)								-0,33			1,333	-1				0	2,667	100	0,157
7	g (7)												-2	3		-1	6	0	315	0,102
8	h (8)												-0,5		1,5	-1	3	0	157,5	0,102
9	i (9)	-1			1					-1			-1			1	5	0	855	0,331
10	j(10)	-1			1					-1			-1			1	3	2	855	0,422
11	k (11)							-1	1	1							1	2		
12	a+c+j+k	-2	1,5	0	-0,5	1,333	0	-1,33	1	0	0	0	-1	0	0	1	5	4,66	1090	0,295
13	c+j	-1	0	0	0	1,333	0	-0,33	0	-1	0	0	-1	0	0	1	3	2,667	955	0,437
14	c+j+k	-1	0	0	0	1,333	0	-1,33	1	0	0	0	-1	0	0	1	2	4,667	955	0,444
15	a+b+c+j	-3	1,5	3	-2,5	1,333	0	-0,33	0	-1	0	0	-1	0	0	1	13	2,667	1360	0,185
16	a+b+j+k	-3	1,5	3	-1,5	0	0	-1	1	0	0	0	-1	0	0	1	8,5	4,5	1260	0,231

8. Graficznie - analityczne podejście do szacowania temperatury krytycznej ramy stalowej.

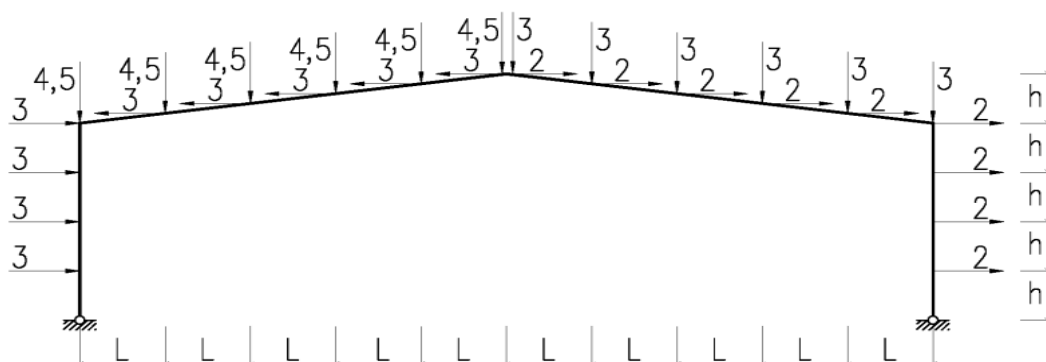
8.1. Rama jednonawowa z załamaniem ryglem, przegubowo podparta w fundamencie.

Sposób podejścia do szacowania temperatury krytycznej ramy stalowej opisany w niniejszym rozdziale łączy w sobie graficzną technikę redystrybucji momentów zginających z analitycznym budowaniem odpowiednich równań równowagi wynikających z klasycznej zasady prac wirtualnych uogólnionej na sytuację pożaru. Zasady postępowania na tym polu zostały szczegółowo opisane w pracach [Maślak M., Tkaczyk A., 2014a] i [Maślak M., Tkaczyk A., 2014b]. W niniejszych rozważaniach zostaną one zaprezentowane i skomentowane na przykładach obliczeniowych odniesionych do jednonawowej ramy stalowej z załamaniem ryglem. Rozpatrywane są dwa rodzaje ram (typu A i typu B), wykonane ze stali S235, dla której nominalna granica plastyczności $f_y = 235MPa$, o wysokości w osi kalenicy równej $10m$ i rozpiętości równej $30m$. Ramy te różnią się jedynie sposobem podparcia. Rama typu A jest bowiem przegubowo podparta, bez możliwości poziomego przesuwu na żadnej z podpór, rama typu B natomiast jest w pełni utwierdzona w fundamencie. Pokazano je odpowiednio na rysunkach 8.1 (rama typu A) i 8.10 (rama typu B), przy czym $L = 3m$ i $h = 2m$. W obu typach ram słupy wykonano z dwuteownika IPE 500, dla którego $W_{pl}^c = 2194mm^3$, natomiast na rygle zastosowano dwuteownik IPE 360, dla którego $W_{pl}^b = 1019mm^3$. Zatem zachodzi: $M_{pl}^c = W_{pl}^c \cdot f_y = 515,6kNm$ oraz $M_{pl}^b = W_{pl}^b \cdot f_y = 239,5kNm$. Na potrzeby dalszych obliczeń wyznaczono również wartość

współczynnika proporcjonalności $\alpha = \frac{M_{pl}^b}{M_{pl}^c} = 0,465$. Należy zaznaczyć, że wartość tego

współczynnika pozostaje stała przez cały czas trwania pożaru ponieważ wartości wskaźników oporu plastycznego nie zależą od temperatury stali.

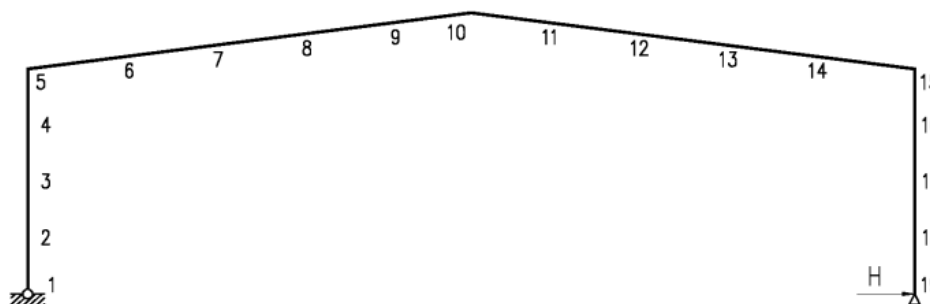
Schemat obciążenia zewnętrznego ramy typu A pokazano na rys. 8.1.



Rys. 8.1 Schemat statyczny i rozkład obciążenia zewnętrznego dla rozpatrywanej w przykładzie ramy typu A.

Rama ta jest ramą jednokrotnie statycznie niewyznaczalną. Na rys. 8.2 pokazano wyspecyfikowany dla tej ramy zastępczy schemat statycznie wyznaczalny z poziomą reakcją

nadliczbową oznaczoną symbolem H . Reakcja ta generuje nadliczbowy moment zginający o wartościach zestawionych w tabeli 8.1.

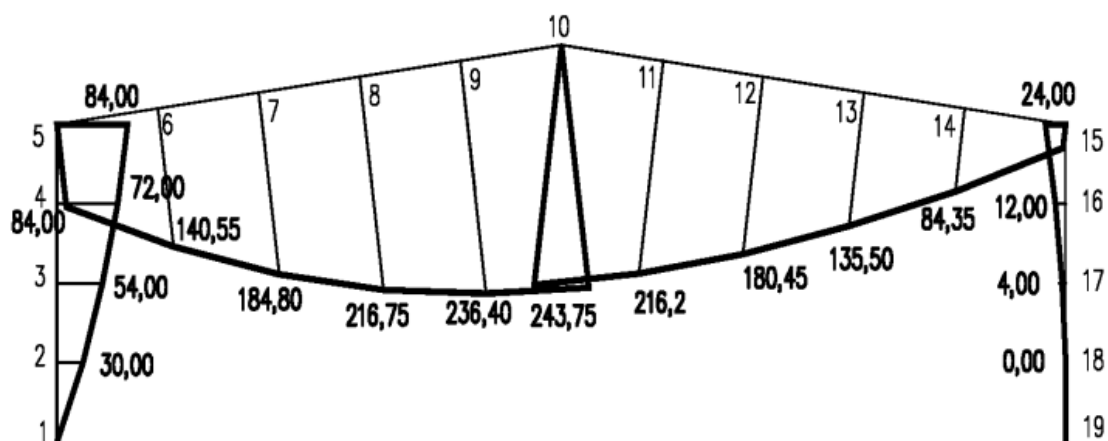


Rys. 8.2 Zastępczy schemat statycznie wyznaczalny dla rozpatrywanej w przykładzie ramy typu A .

Tabela 8.1. Wartości momentów zginających w kolejnych przekrojach ramy typu A generowanych przez działanie nadliczbowej reakcji H .

$M_1^0 = M_{19}^0 = 0$	$M_2^0 = M_{18}^0 = Hh$	$M_3^0 = M_{17}^0 = 2Hh$
$M_4^0 = M_{16}^0 = 3Hh$	$M_5^0 = M_{15}^0 = 4Hh$	$M_6^0 = M_{14}^0 = H\left(4H + \frac{1}{5}h\right)$
$M_7^0 = M_{13}^0 = H\left(4H + \frac{2}{5}h\right)$	$M_8^0 = M_{12}^0 = H\left(4H + \frac{3}{5}h\right)$	$M_9^0 = M_{11}^0 = H\left(4H + \frac{4}{5}h\right)$
$M_{10}^0 = 5Hh$		

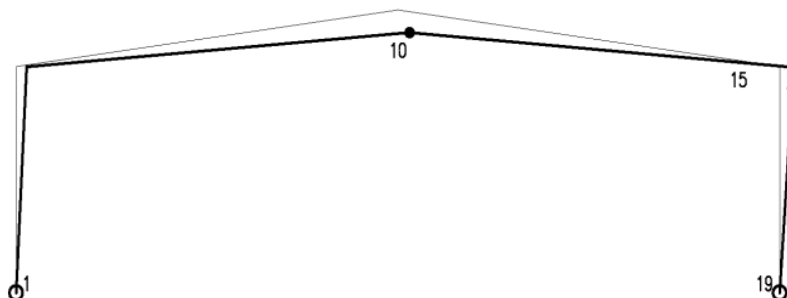
Obciążenia zewnętrzne działające na zastępczy statycznie wyznaczalny schemat ramy typu A generują powstanie w tej ramie rozkładu momentów zginających pokazanego na rys. 8.3.



Rys. 8.3 Rozkład momentów zginających w ramie typu A o zastępczym statycznie wyznaczalnym schemacie statycznym pokazanym na rys. 8.2 pochodzących od przyłożonego do tej ramy obciążenia zewnętrznego.

Należy teraz wyznaczyć wartość nadliczbowej siły H oraz skojarzoną z tą wartością wartość współczynnika redukcyjnego $k_{y,\Theta}$ tak, aby odpowiadały one potencjalnemu, kinematycznie

możliwemu mechanizmowi czysto plastycznego zniszczenia ramy. Szczegółowa analiza rozkładu momentów zginających pokazanego na rys. 8.3 prowadzi do konkluzji, że miarodajnym dla prowadzonych obliczeń będzie mechanizm przechyłowy z przegubami plastycznymi generowanymi w przekrojach 10 i 15 (oznaczany dalej jako mechanizm 10-15). Pokazano go na rys. 8.4.



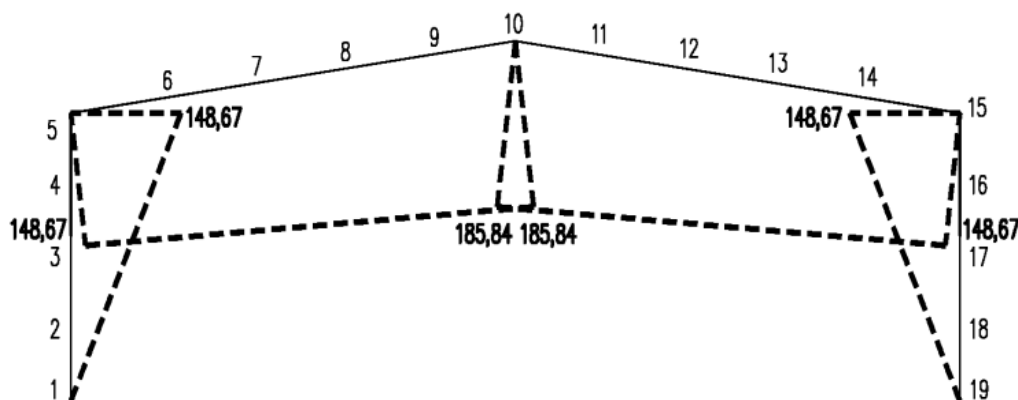
Rys. 8.4. Mechanizm zniszczenia 10-15 ramy typu A w przypadku gdy drugi przegub plastyczny generowany w przekroju 15 uaktywnia się w słupie ramy.

Taki wybór miarodajnego mechanizmu zniszczenia ramy wynika z faktu symetrii rozkładu momentów zginających pokazanej na rys. 8.5. W takiej sytuacji większa wartość różnicy $M_{10} - M_{15}$ kojarzonej z mechanizmem (10-15) w stosunku do alternatywnej różnicy $M_{10} - M_5$ odpowiadającej również kinematycznie dopuszczalnemu mechanizmowi (5-10) determinuje wybór dokonany powyżej. W mechanizmie (10-15) możliwe są jednak dwie różne sytuacje obliczeniowe, które powinny zostać osobno rozpatrzone. Załóżmy najpierw, że przegub plastyczny w przekroju 15 generuje się w słupie ramy. Wtedy zachodzi:

$$\begin{cases} M_{10} - M_{10}^0 = k_{y,\Theta} M_{pl}^b = k_{y,\Theta} \alpha M_{pl}^c \\ M_{15} - M_{15}^0 = -k_{y,\Theta} M_{pl}^c \end{cases} \quad (8.1)$$

Podstawienie do (8.1) wartości $M_{10} = 243.75 \text{ kNm}$ i $M_{15} = 24.00 \text{ kNm}$ odczytanych z rys. 8.3 jak również przyjęcie M_{10}^0 i M_{15}^0 na podstawie Tabeli 8.1 po rozwiązaniu układu równań prowadzi do rozwiązania: $H = 18.584 \text{ kN}$ i $k_{y,\Theta} = 0.242$. Taka wartość współczynnika redukcyjnego $k_{y,\Theta}$ odpowiada temperaturze krytycznej ramy skojarzonej z rozpatrywanym mechanizmem na poziomie $\Theta_{cr} = 695 \text{ }^\circ\text{C}$. Wyznaczona w ten sposób wartość poziomej siły H generuje w badanej ramie nadliczbowy moment zginający M_i^0 o rozkładzie pokazanym na rys. 8.5

Znajomość rozkładu momentu M_i^0 pozwala na przeprowadzenie redystrybucji momentów zginających, takiej aby wyrównać momenty po redystrybucji w przekrojach 10 i 15, czyli tych w których przy realizacji rozpatrywanego mechanizmu zniszczenia zostaną uruchomione przeguby plastyczne.



Rys. 8.5 Wykres nadliczbowych momentów zginających M_i^0 otrzymany dla mechanizmu 10-15 i siły H wyznaczonej z równania 8.1.

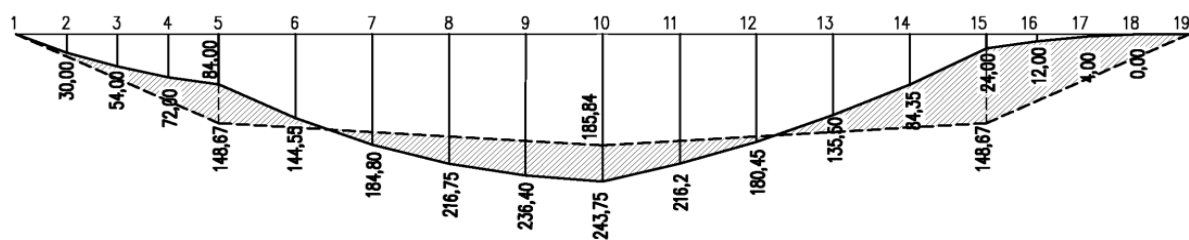
W analizowanym przykładzie zachodzi:

$$M_{10}^* = 243.75 - 185.84 = |\alpha M_{15}^*| = |0.465 \cdot (24.00 - 148.67)| = 57.9 \text{ kNm} \quad (8.2)$$

Co odpowiada osiągnięciu plastycznej nośności przekroju gdy temperatura elementu osiągnie wartość równą Θ_{cr} . Wtedy bowiem:

$$M_{pl,\Theta}^b = M_{pl}^b(\Theta_{cr}) = k_{y,\Theta} M_{pl}^b = 0.242 \cdot 239.5 = 57.9 \text{ kNm} \quad (8.3)$$

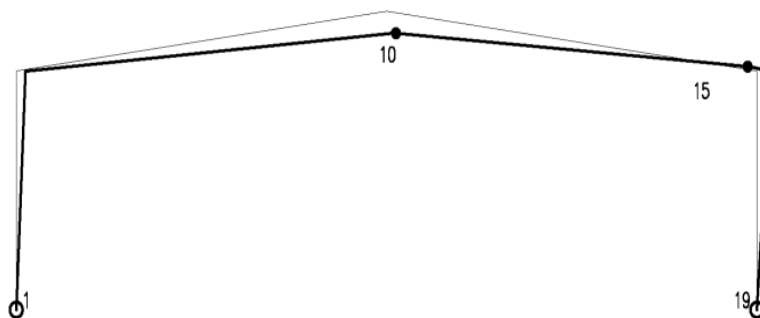
Pozostaje sprawdzić, czy w przypadku tego rodzaju redystrybucji momentów zginających po jej przeprowadzeniu w pozostałych przekrojach ramy nie zostanie osiągnięta specyfikowana dla nich nośność plastyczna. Schemat przeprowadzonej redystrybucji pokazano graficznie na rys. 8.6.



Rys. 8.6 Redystrybucja momentów zginających w ramie typu A dla momentu nadliczbowego pokazanego na rys. 8.5.

Łatwo zauważyć, że co prawda nośność plastyczna przekroju została w tym przypadku osiągnięta zarówno w przekroju 10 jak i w przekroju 15 rozpatrywanej ramy niemniej jednak równocześnie w przekroju 5 odniesionym do ryglu ramy zauważa się po redystrybucji przewyższenie wartości dopuszczalnej wyznaczonej równaniem (8.3). Z tego względu mechanizm 10-15 pokazany na rys. 8.4 nie może zostać uznany za mechanizm miarodajny do wyznaczenia temperatury krytycznej badanej ramy.

Zupełnie inna sytuacja ma miejsce w przypadku mechanizmu przechyłowego, w którym przegub plastyczny w przekroju 15 indukuje się w ryglu rozpatrywanej ramy. Mechanizm tego typu pokazano na rys. 8.7.



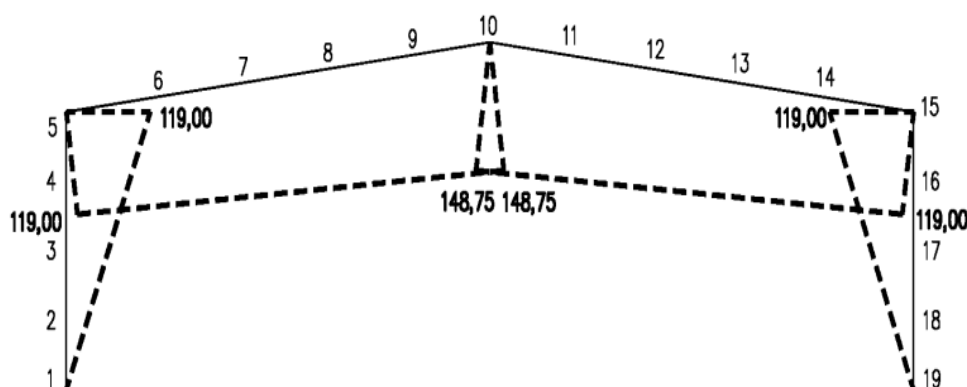
Rys. 8.7 Mechanizm zniszczenia 10-15 dla rozpatrywanej w przykładzie ramy typu *A* w przypadku gdy przegub plastyczny generowany w przekroju 15 uaktywnia się w ryglu ramy.

W tym przypadku układ równań (8.1) sprowadza się do postaci:

$$\begin{cases} M_{10} - M_{10}^0 = k_{y,\Theta} M_{pl}^b \\ M_{15} - M_{15}^0 = -k_{y,\Theta} M_{pl}^b \end{cases} \quad (8.4)$$

co w konsekwencji daje: $H = 14.875 \text{ kN}$ i $k_{y,\Theta} = 0.397$. Taka wartość współczynnika redukcji jest równoważna temperaturze krytycznej badanej ramy ustalonej na poziomie $\Theta_{cr} = 630 \text{ }^\circ\text{C}$.

Wykres nadliczbowych momentów zginających M_i^0 otrzymanych dla wyznaczonej powyżej wartości poziomej siły H pokazano na rys. 8.8.



Rys. 8.8 Wykres nadliczbowych momentów zginających M_i^0 otrzymany dla ramy typu *A* i siły H wyznaczonej z równania 8.4.

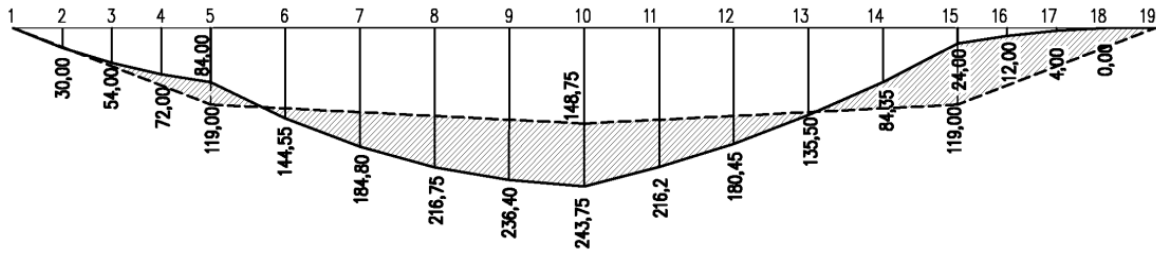
Uzyskane tym razem rozwiązanie daje po przeprowadzeniu redystrybucji momentów zginających wyrównanie tych momentów w przekrojach 10 i 15 rozpatrywanej ramy. Zachodzi bowiem:

$$M_{10}^* = 243.75 - 148.75 = |M_{15}^*| = |24.00 - 119.00| = 95.0 \text{ kNm} \quad (8.5)$$

Równocześnie, w przekrojach w których zostały uruchomione przeguby plastyczne osiągnięta zostaje plastyczna nośność przekroju. Mamy bowiem równość wartości wyliczonej z równania (8.5) i tej obliczonej na podstawie (8.6):

$$M_{pl,\Theta}^b = M_{pl}^b(\Theta_{cr}) = k_{y,\Theta} M_{pl}^b = 0.397 \cdot 239.5 = 95.0 \text{ kNm} \quad (8.6)$$

Schemat przeprowadzonej redystrybucji pokazano graficznie na rys. 8.9.

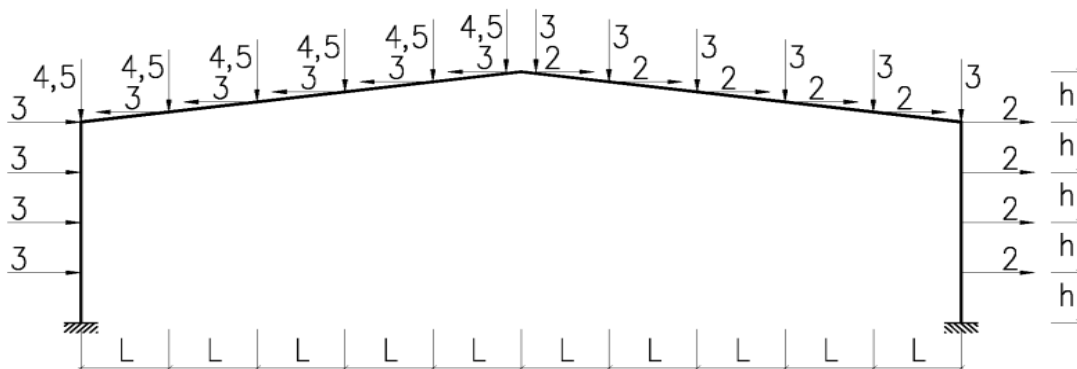


Rys. 8.9 Redystrybucja momentów zginających w ramie typu A dla momentu nadliczbowego pokazanego na rys. 8.8.

Tym razem w żadnym z przekrojów analizowanej ramy typu A, poza przekrojami 10 i 15 związanymi z lokalizacją przegubów plastycznych, nośność plastyczna przekroju nie została osiągnięta. Oznacza to, że oszacowanie $\Theta_{cr} = 630 \text{ }^\circ\text{C}$ może zostać uznane jako temperatura krytyczna miarodajna dla całej ramy. Oczywiście, taki wniosek może zostać postawiony dopiero po analizie wszystkich kinematycznie możliwych mechanizmów czysto plastycznego zniszczenia ramy i wyborze najniższego z uzyskanych w ten sposób oszacowań poszukiwanej temperatury krytycznej, niemniej jednak w badanym przypadku wybór miarodajnego mechanizmu zniszczenia był stosunkowo łatwy warunkował go bowiem rozkład momentów zginających pokazany na rys. 8.3.

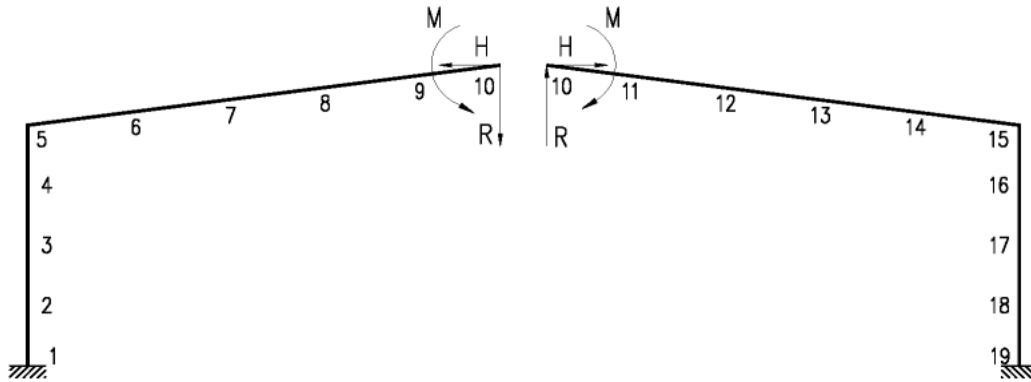
8.2. Rama jednonawowa z załamanym ryglem, w pełni utwierdzona w fundamencie.

Rama typu B rozpatrywana w tym przykładzie jest trzykrotnie statycznie niewyznaczalna. Pokazano ją na rys. 8.10. Zaznaczono na nim również schemat przyłożonego do ramy obciążenia zewnętrznego. Analogicznie jak w poprzednim przykładzie: $L = 3 \text{ m}$, $h = 2 \text{ m}$.



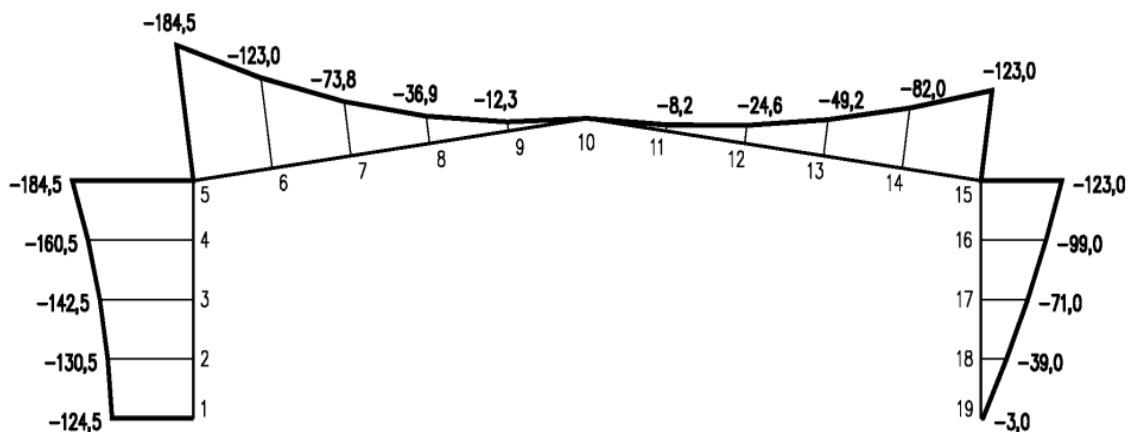
Rys. 8.10 Schemat statyczny i rozkład obciążenia zewnętrznego dla ramy typu B analizowanej w przykładzie.

Niech zastępczy statycznie wyznaczalny schemat statyczny ramy zostanie wybrany tak jak pokazano to na rys. 8.11. Jak widać są tu trzy rodzaje wielkości nadliczbowych, moment zginający M , siłę poprzeczną R i siłę podłużną H .



Rys. 8.11 Statycznie wyznaczalny zastępczy schemat statyczny ramy typu *B* przyjęty do identyfikacji rozkładu nadliczbowych sił wewnętrznych.

Rozkład momentów zginających pochodzących od obciążenia zewnętrznego przyłożonego do ramy typu *B* o zastępczym, statycznie wyznaczalnym schemacie statycznym z rys. 8.11, pokazano na rys. 8.12. W odróżnieniu od analogicznego rozkładu specyfikowanego w poprzednim przykładzie dla ramy typu *A*, wartości momentów zginających zarówno na słupach jak i w ryglu ramy mają teraz wartości ujemne.



Rys. 8. 12. Rozkład momentów zginających generowanych przez układ obciążeń zewnętrznych przyłożonych do ramy typu *B* o założonym wcześniej statycznie wyznaczalnym schemacie statycznym.

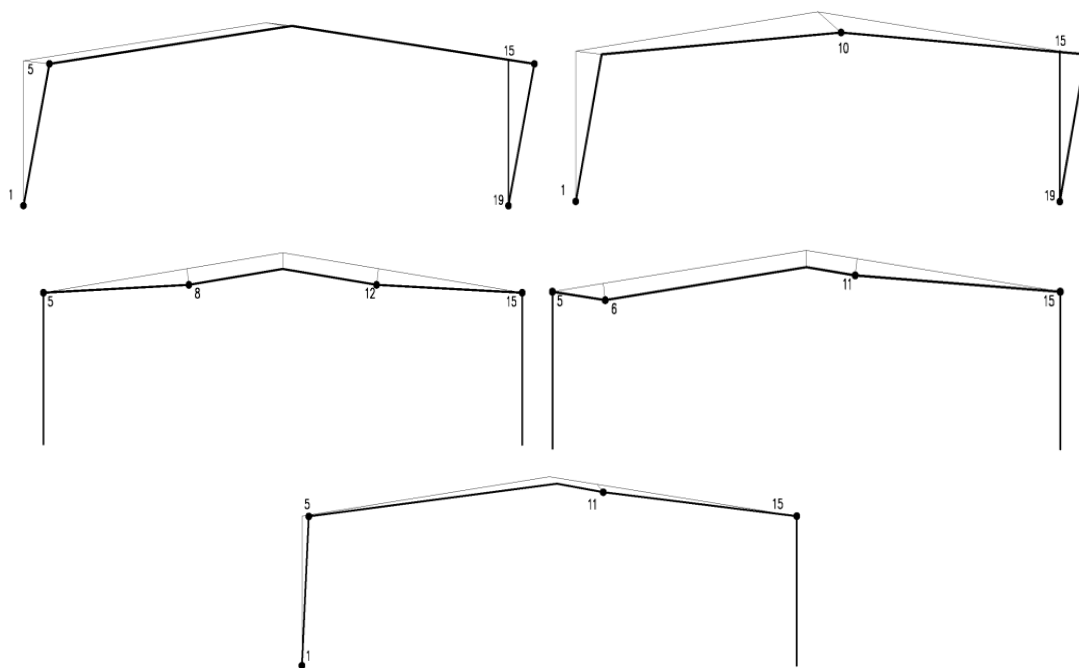
Nadliczbowe siły wewnętrzne *M*, *R* i *H* pokazane na rys. 8.11 generują w badanej ramie nadliczbowe momenty zginające o wartościach zestawionych w tabeli 8.2.

Tabela 8.2. Wartości nadliczbowych momentów zginających w ramie typu *B* pochodzących od nadliczbowych sił wewnętrznych *M*, *H* i *R* (rys. 8.11).

$M_1^0 = M + 5Hh - 5RL$	$M_2^0 = M + 4Hh - 5RL$
$M_3^0 = M + 3Hh - 5RL$	$M_4^0 = M + 2Hh - 5RL$
$M_5^0 = M + Hh - 5RL$	$M_6^0 = M + \frac{4}{5}Hh - 4RL$
$M_7^0 = M + \frac{3}{5}Hh - 3RL$	$M_8^0 = M + \frac{2}{5}Hh - 2RL$

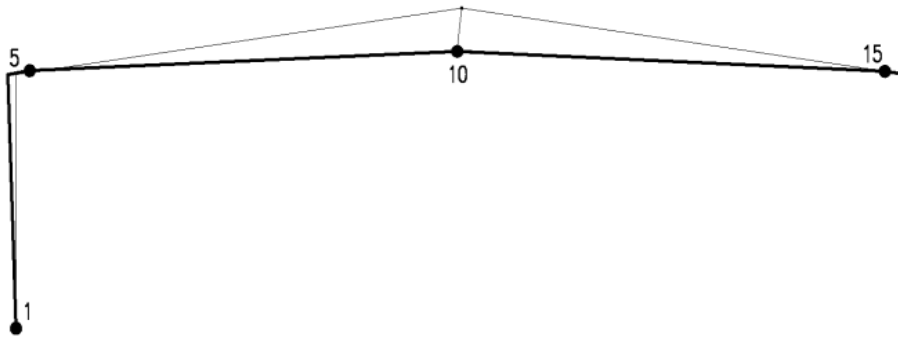
$M_9^0 = M + \frac{1}{5}Hh - RL$	$M_{10}^0 = M$
$M_{11}^0 = M + \frac{1}{5}Hh + RL$	$M_{12}^0 = M + \frac{2}{5}Hh + 2RL$
$M_{13}^0 = M + \frac{3}{5}Hh + 3RL$	$M_{14}^0 = M + \frac{4}{5}Hh + 4RL$
$M_{15}^0 = M + Hh + 5RL$	$M_{16}^0 = M + 2Hh + 5RL$
$M_{17}^0 = M + 3Hh + 5RL$	$M_{18}^0 = M + 4Hh + 5RL$
$M_{19}^0 = M + 5Hh + 5RL$	

W analizie tego typu ramy można zidentyfikować wiele potencjalnych, kinematycznie możliwych mechanizmów czysto plastycznego zniszczenia. Opierają się one na wygenerowaniu czterech niezależnych przegubów plastycznych o odpowiedniej lokalizacji. Niektóre z nich pokazano na rys. 8.13.



Rys. 8.13 Wybrane potencjalne mechanizmy zniszczenia, kinematycznie dopuszczalne dla ramy typu B, odpowiednio: 1-5-15-19, 1-10-15-19, 5-8-12-15, 5-6-11-15 i 1-5-11-15.

Ze szczegółowej analizy kształtu wykresu momentów zginających pokazanego na rys. 8.12 wynika jednak od razu, że miarodajnym w dalszej analizie będzie jedynie taki mechanizm czysto-plastycznego zniszczenia ramy, dla którego trzy przeguby plastyczne będą aktywowane w ryglu natomiast czwarty, w słupie ramy. Przeguby związane z rygłem muszą być przy tym aktywowane odpowiednio w przekrojach 5, 10 i 15, natomiast przegub w słupie w przekroju 1 lub w przekroju 19. W pierwszej kolejności rozpatrzono mechanizm 1-5-10-15 pokazany na rys. 8.14.

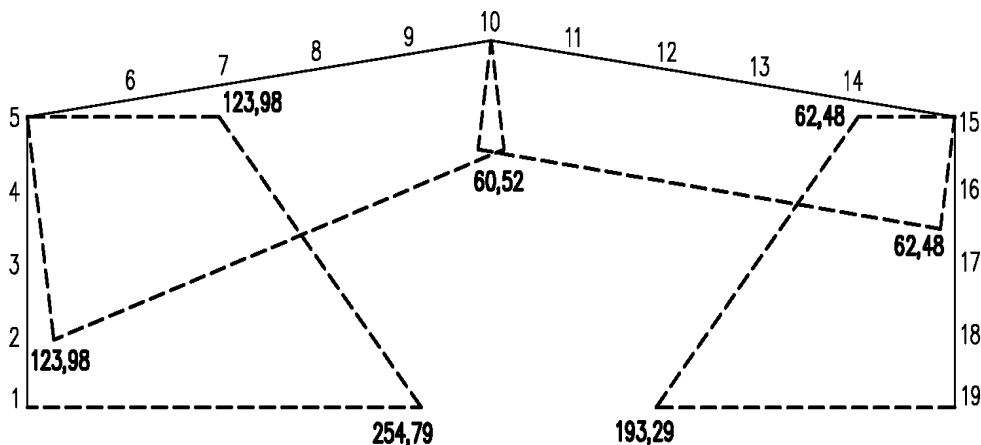


Rys. 8.14 Mechanizm zniszczenia 1-5-10-15 specyfikowany dla ramy typu *B* w przypadku gdy przeguby plastyczne generowane w przekrojach 5 i 15 uaktywniają się w ryglu ramy.

W takim przypadku układ odpowiednich równań równowagi przybiera postać:

$$\begin{cases} M_1 + M_1^0 = k_{y,\Theta} M_{pl}^c = k_{y,\Theta} \frac{M_{pl}^b}{\alpha} \\ M_5 + M_5^0 = -k_{y,\Theta} M_{pl}^b \\ M_{10} + M_{10}^0 = k_{y,\Theta} M_{pl}^b \\ M_{15} + M_{15}^0 = -k_{y,\Theta} M_{pl}^b \end{cases} \quad (8.7)$$

co po rozwiązaniu daje kolejno: $M = 60.52 \text{ kNm}$, $R = -2,05 \text{ kN}$, $H = 16,37 \text{ kN}$; $k_{y,\Theta} = 0.253$. Takie oszacowanie współczynnika redukcyjnego $k_{y,\Theta}$ jest równoważne przyjęciu temperatury krytycznej badanej ramy na poziomie $\Theta_{cr} = 690 \text{ }^\circ\text{C}$. Zanim jednak temperatura o tej wartości będzie mogła zostać uznana za faktyczną temperaturę krytyczną trzeba wcześniej przeprowadzić odpowiednią redystrybucję momentów zginających wykorzystując graficznie – analityczne podejście zaprezentowane w poprzednim przykładzie. W tym przykładzie wyznaczone powyżej na podstawie równania (8.7) siły nadliczbowe generują momenty zginające o rozkładzie pokazanym na rys. 8.15.



Rys. 8.15 Wykres nadliczbowych momentów zginających M_i^0 otrzymany dla ramy typu *B* dla sił M, H, R wyznaczonych z układu równań (8.7).

Schemat przeprowadzonej redystrybucji momentów zginających pokazano graficznie na rysunku 8.16.



Rys. 8.16 Redystrybucja momentów zginających w ramie typu B dla wykresu momentu nadliczbowego pokazanego na rys. 8.15.

Tym razem wyrównanie momentów zginających w przekrojach ramy związanych z lokalizacją przegubów plastycznych weryfikuje się na podstawie formuły:

$$M_1^* = 0.465 \cdot (-124.50 + 254.79) = |M_5^*| = |-184.50 + 123.98| = M_{10}^* = 0 + 60.52 = 60.52 \text{ kNm} \quad (8.8)$$

Prawdą jest również, że w przekrojach tych w temperaturze Θ_{cr} osiągnięta została graniczna nośność plastyczna. Zachodzi bowiem:

$$M_{pl,\Theta}^b = M_{pl}^b(\Theta_{cr}) = k_{y,\Theta} M_{pl}^b = 0.253 \cdot 239.5 = 60.52 \text{ kNm} \quad (8.9)$$

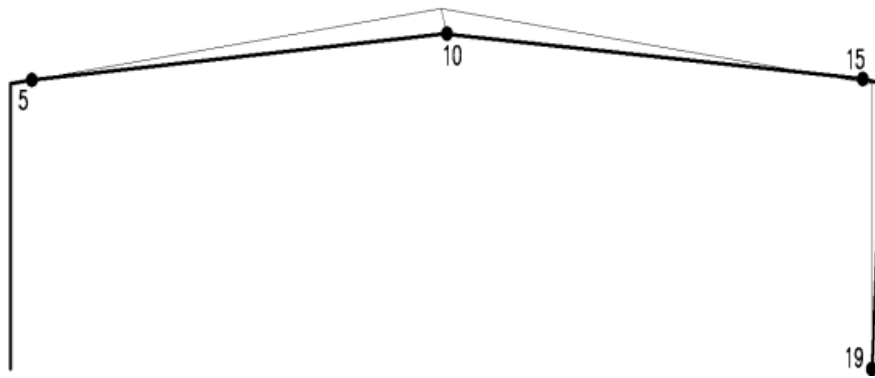
Niemniej jednak obliczona z równania (8.7) wartość temperatury $\Theta = 690^\circ \text{C}$ nie może zostać zinterpretowana jako specyfikowana dla rozpatrywanej ramy temperatura krytyczna. Łatwo bowiem zauważyć, że w przekroju 19 na rys. 8.16 zachodzi niedopuszczalna nierówność:

$$M_{19}^* = -3.00 + 193.29 = 190.29 \text{ kNm} > M_{pl,\Theta}^c = 0.253 \cdot 515.6 = 130.45 \text{ kNm} \quad (8.10)$$

Zachodzi zatem konieczność przeanalizowania alternatywnego mechanizmu zniszczenia, oznaczonego symbolem 5-10-15-19 i pokazanego na rys. 8.17.

Odpowiedni układ równań równowagi ma teraz postać:

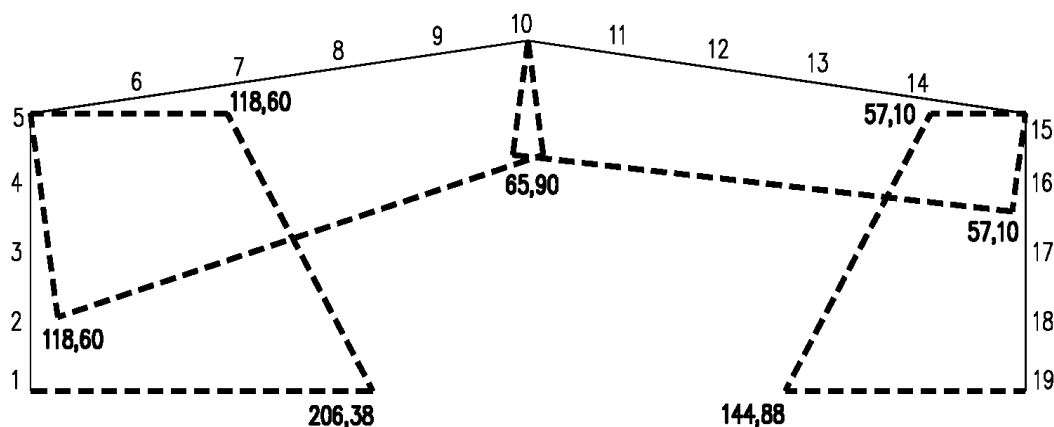
$$\begin{cases} M_{19} + M_{19}^0 = k_{y,\Theta} M_{pl}^c = k_{y,\Theta} \frac{M_{pl}^b}{\alpha} \\ M_5 + M_5^0 = -k_{y,\Theta} M_{pl}^b \\ M_{10} + M_{10}^0 = k_{y,\Theta} M_{pl}^b \\ M_{15} + M_{15}^0 = -k_{y,\Theta} M_{pl}^b \end{cases} \quad (8.11)$$



Rys. 8.17 Mechanizm zniszczenia 5-10-15-19 specyfikowany dla ramy typu *B* w przypadku gdy przegubry plastyczne generowane w przekrojach 5 i 15 uaktywniają się w ryglu ramy.

Po rozwiązaniu tego układu otrzymuje się odpowiednio: $M = 65.90 \text{ kNm}$; $H = 10.97 \text{ kN}$; $R = -2.05 \text{ kN}$; $k_{y,\Theta} = 0.275$ co jest równoważne oszacowaniu $\Theta_{cr} = 681 \text{ }^\circ\text{C}$.

Nadliczbowe siły wewnętrzne o tak określonej wartości generują nadliczbowe momenty zginające o rozkładzie pokazanym na rys. 8.18.



Rys. 8.18 Wykres nadliczbowych momentów zginających M_i^0 otrzymany dla ramy typu *B* dla sił M, H, R wyznaczonych z układu równań (8.11).

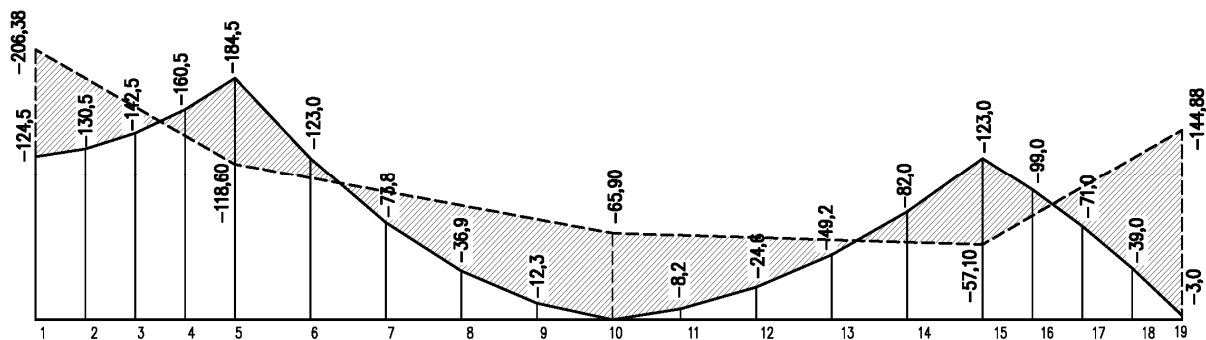
Odpowiednie wyrównanie momentów zginających w przekrojach ramy związanych z lokalizacją przegubów plastycznych weryfikuje teraz zależność:

$$\begin{aligned} |M_5^*| &= |-184.50 + 118.60| = M_{10}^* = 0 + 65.90 = |M_{15}^*| = |-123.00 + 57.10| = \\ &= M_{19}^* = 0.453 \cdot (-3.00 + 144.88) = 65.90 \text{ kNm} \end{aligned} \quad (8.12)$$

Potwierdza się również osiągnięcie w tych przekrojach w tej temperaturze granicznej nośności plastycznej. Zachodzi bowiem:

$$M_{pl,\Theta}^b = M_{pl}^b(\Theta_{cr}) = k_{y,\Theta} M_{pl}^b = 0.275 \cdot 239.5 = 65.90 \text{ kNm} \quad (8.13)$$

Graficzny schemat przeprowadzonej w tym przypadku redystrybucji momentów zginających pokazano na rys. 8.19.



Rys. 8.19 Redystrybucja momentów zginających w ramie typu B dla wykresu momentu nadliczbowego pokazanego na Rys. 8.18.

Szczegółowa obserwacja tego schematu pozwala na wniosek, że temperatura oszacowana na podstawie równań (8.11) na poziomie $\Theta_{cr} = 681^\circ\text{C}$ może zostać uznana za temperaturę krytyczną specyfikowaną dla całej ramy. W żadnym bowiem przekroju tej ramy, poza tymi które odpowiadają lokalizacji przegubów plastycznych generowanych w rozpatrywanym mechanizmie zniszczenia, nie została po przeprowadzonej redystrybucji osiągnięta graniczna nośność plastyczna.

9. Szacowanie temperatury krytycznej ramy stalowej metodami programowania liniowego.

9.1. Podstawowe założenia metody.

Podjęcia obliczeniowe prezentowane dotąd w niniejszej pracy były użyteczne raczej dla ram stosunkowo prostych, o regularnej geometrii, takich dla których możliwe było jednoznaczne ustalenie a priori lokalizacji potencjalnych tworzących się kolejno przegubów plastycznych uruchamiających rozpatrywane kinematycznie dopuszczalne mechanizmy czysto plastycznego zniszczenia ustroju nośnego. Dla prostoty i czytelności wyводу dobierano przy tym przykłady ram obciążonych jedynie obciążeniem skupionym, a następnie poddawano je oddziaływaniu pożaru skutkującego monotonicznym i na ogół proporcjonalnym nagrzewaniem tworzących te ramy elementów. Oczywiście, nie ma formalnych przeszkód aby w proponowanych procedurach analizować ramy z elementami poddanymi oddziaływaniu obciążeń równomiernie lub nierównomiernie rozłożonych. W takich przypadkach często nie da się z góry stwierdzić, w którym dokładnie przekroju pojawi się przegub plastyczny umożliwiając wzajemny obrót sąsiadujących z tym przegubem elementów rygla lub słupa. Z tego względu niezbędne obliczenia mogą stać się żmudne, trzeba je bowiem prowadzić iteracyjnie poszukując odpowiedniego minimum skojarzonego z uzyskanym rozwiązaniem oszacowania specyfikowanej dla niego temperatury krytycznej. Sposób takiego postępowania łatwo odnaleźć w klasycznych pracach podejmujących kwestie analizy nośności granicznej ustrojów ramowych, odniesionej do podstawowej sytuacji projektowej a więc bez uwzględniania wpływu pożaru. Spośród prac krajowych można tu wymienić chociażby historyczne już opracowanie [Sawczuk A., 1964], nieco młodsze wytyczne [Sawczuk A., Duszek M., Zawidzki J., 1973] lub bardziej współczesną monografię [Wojewódzki W., 2005]. Z całego szeregu dostępnych publikacji zagranicznych w tym miejscu zostaną subiektywnie wskazane jedynie dwie, odpowiednio [Heyman J., 1971] i [Chen W. F., Sohal I. 1995], skupiają się one bowiem na analizie ram analogicznych do tych, które po dodatkowym uwzględnieniu wyjątkowego oddziaływania pożaru rozpatrywane są szczegółowo w niniejszych rozważaniach. Trzeba jednak zauważyć, że konieczność zastosowania podejścia iteracyjnego nie ma tu żadnego związku z wprowadzeniem do obliczeń oddziaływań o charakterze termicznym. W przypadku bowiem wystąpienia w ramie obciążeń zewnętrznych, które nie są obciążeniami skupionymi lokalizacja potencjalnego przegubu plastycznego zostanie ustalona iteracyjnie niezależnie od tego, czy rama ta została ogarnięta przez pożar czy też nie.

Celem rozważań podjętych w niniejszym rozdziale jest próba opracowania formalizmu pozwalającego na oszacowanie temperatury krytycznej w przypadku ramy o dowolnej, bardziej złożonej i niekoniecznie powtarzalnej geometrii i o dowolnym schemacie przyłożonego do tej ramy obciążenia zewnętrznego. W pracach [Maślak M., Pazdanowski M., Tkaczyk A., 2016] i [Maślak M., Tkaczyk A., 2016] pokazano, że podejściem użytecznym do tego celu jest wykorzystanie technik programowania liniowego. Zgodnie z zasadami programowania liniowego zarówno sama funkcja celu jak i wszystkie zdefiniowane dla niej ograniczenia muszą zostać wyrażone przez odpowiednie równania i nierówności o postaci liniowej [Grabowski W., 1982]. Z tego względu wygodnym w dalszej analizie będzie

uogólnienie na przypadek pożaru klasycznego algorytmu obliczeniowego opartego na rozważaniu kolejnych potencjalnie możliwych i kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów ruchu ustroju nośnego. Mogą to być zarówno mechanizmy typu globalnego jak i lokalnego. Mechanizmy te uaktywniają się w badanej ramie po powstaniu w składających się na nią elementach odpowiedniej liczby odpowiednio zlokalizowanych przegubów plastycznych, jeśli tylko zaistnieją warunki do uruchomienia sekwencji nieskrępowanych obrotów w tych przegubach, takich że kierunki poszczególnych obrotów będą ze sobą odpowiednio skorelowane i nie będą się wzajemnie wygaszać. Realizacja w warunkach pożaru któregośkolwiek z takich mechanizmów oznaczać będzie osiągnięcie przez ustrój stanu granicznego nośności ogniowej skojarzonego z poszukiwaną dla całej konstrukcji temperaturą krytyczną. Podstawowa idea zadania rozwiązywanego w niniejszej pracy stanowi sekwencję następujących stwierdzeń [Maślak M., Tkaczyk A., 2016]:

- dla wybranego do analizy potencjalnie możliwego do realizacji i kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu ruchu znana jest liczba K i lokalizacja każdego z $k = 1, \dots, K$ przegubów plastycznych formujących ten mechanizm,
- rozważany mechanizm ruchu zostanie zrealizowany tylko wtedy gdy w każdym z K wyróżnionych wcześniej przekrojów powstanie przegub plastyczny, czyli gdy:

$$\forall k = 1, \dots, K \quad |M_{k, \theta}| = M_{pl, \theta} \quad (9.1)$$

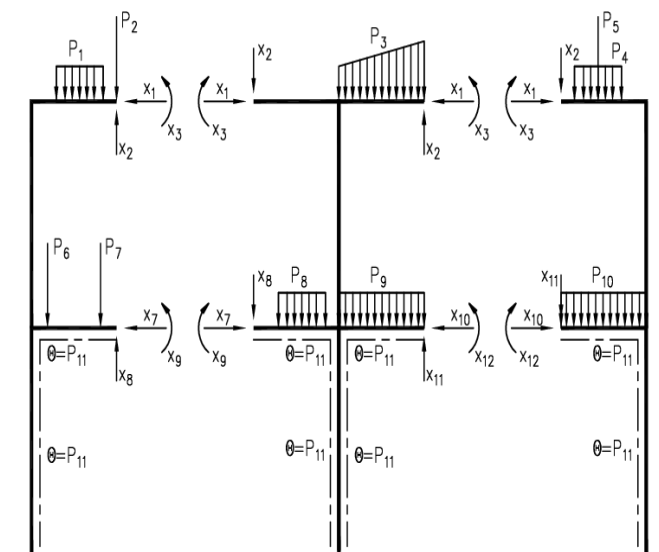
(dolny indeks θ oznacza tu zależność od temperatury stali),

- zgodnie z klasycznym podejściem statycznym teorii nośności granicznej nośność rozpatrywanej ramy nie zostanie osiągnięta tak długo dopóki można wymyślić taki statycznie dopuszczalny i samozrównoważony układ reakcji, generujący odpowiedni rozkład momentów rezydualnych sumowanych z momentami zginającymi pochodzącymi od pozostałych obciążeń, który po uwzględnieniu redystrybucji wszystkich momentów zginających zapewni bezpieczną pracę całej konstrukcji,
- można zatem poszukiwać maksymalnej wartości temperatury θ , rozumianej w tym zadaniu jako funkcja celu, która przy określonych ograniczeniach wynikających zarówno z warunków równowagi jak i z warunków plastyczności pozwoli na niespełnienie warunku (9.1).
- zadanie sformułowane powyżej jest typowym zadaniem rozwiązywanym metodami programowania liniowego.

9.2. Liniowe warunki równowagi.

Do specyfikacji liniowych warunków równowagi w niniejszej pracy wykorzystano równania kanoniczne metody sił. Rozważa się statycznie niewyznaczalną ramę pokazaną na rys. 9.1. W ustroju tym kolejne niewiadome hiperstatyczne oznaczono symbolami x_j przy czym $j = 1, \dots, m$ (w przykładzie mamy $m = 12$). Ponadto poszczególnym obciążeniom przyłożonym do ramy przypisano symbole P_i gdzie $i = 1, \dots, 11$. Obciążenia P_i to nie tylko zewnętrzne obciążenia mechaniczne, skupione lub rozłożone na określonej długości

elementów ramy, ale również obciążenia wewnętrzne generowane na skutek skrępowania swobody odkształceń termicznych.



Rys. 9.1 Rama rozpatrywana w przykładzie z zaznaczonymi siłami hiperstatycznymi i obciążeniami zewnętrznymi. Rysunek wykonany na podstawie pracy [Aribert J.M., Kruppa J., 1978] uzupełniono o obciążenie termiczne wynikające z nagrzania wyróżnionych elementów konstrukcji.

W analizowanym przykładzie założono, że pożar rozgorzał jedynie na dolnej kondygnacji badanej ramy i nie przedostał się przez strop i ściany na jej górne piętro. Temperatura gazów spalinowych narasta zatem monotonicznie tylko na tym poziomie budynku. Ponieważ rozważany pożar wskutek rozgorzenia osiągnął fazę pożaru rozwiniętego temperatura ta jest w każdej chwili pożaru wyrównana na całej kondygnacji opanowanej przez ogień, rozumianej w takim ujęciu jako jedna strefa pożarowa. Narastanie temperatury gazów spalinowych w tej strefie skutkuje równoczesnym narastaniem temperatury dolnych słupów i rygli ramy, co na rys. 9.1 przy tych elementach zaznaczono symbolem θ . Temperatura stali w każdym z nagrzewanych elementów konstrukcyjnych jest w danej chwili pożaru taka sama ze względu na niezależne założenie o zastosowaniu do nich kształtowników stalowych o jednakowych przekrojach poprzecznych. Można zatem temperaturę θ potraktować jako kolejne obciążenie przyjmując, że dla $i = 11$ zachodzi $P_i = \theta$. Mamy zatem do czynienia z sytuacją gdy w czasie ekspozycji ogniowej obciążenia P_i dla $i = 1, \dots, 10$ pozostają na stałym poziomie i nie zależą od temperatury θ . Wzrasta jedynie wartość obciążenia $P_{11} = P_{11, \theta}$.

Z formalizmu metody sił wynika, że:

$$\sum_{j=1}^m \delta_{kj} x_{j, \theta} + \sum_i A_{ki, \theta} = 0 \quad (9.2)$$

gdzie δ_{kj} są określonymi w punkcie k przemieszczeniami statycznie wyznaczalnego układu podstawowego wywołanymi siłami hiperstatycznymi o wartościach $x_j = 1$, natomiast $A_{ki, \theta}$ analogicznymi przemieszczeniami tego samego układu podstawowego pochodzącymi od obciążenia P_i (lub $P_{i, \theta}$). Zależność (9.2) często wykorzystuje się do udowodnienia

prawdziwości zasady superpozycji momentów zginających. W konsekwencji wartość momentu zginającego w punkcie k badanej ramy wyznacza się z równania:

$$M_{k,\theta} = \sum_{j=1}^m m_{kj} x_{j,\theta} + \sum_i m_{ki}^p P_i \quad (9.3)$$

w którym m_{kj} jest momentem zginającym określonym w punkcie k statycznie wyznaczalnego układu podstawowego tej ramy i pochodzącym od siły hiperstatycznej $x_j = 1$ natomiast m_{ki}^p - analogicznym momentem zginającym, również skojarzonym ze statycznie wyznaczalnym układem podstawowym rozpatrywanej ramy ale pochodzącym od obciążenia $P_i = 1$. Oczywiście, jednym z obciążeń P_i jest tu obciążenie $P_{11,\theta}$, jedyne zmieniające się wraz z temperaturą θ . Nie daje ono jednak momentu zginającego w statycznie wyznaczalnym układzie podstawowym ramy, a zatem $m_{k,11}^p = 0$. Analogicznie, siłę podłużną w punkcie k ramy można wyznaczyć z równania:

$$N_{k,\theta} = \sum_{j=1}^m n_{kj} x_{j,\theta} + \sum_i n_{ki}^p P_i \quad (9.4)$$

natomiast siłę poprzeczną z zależności:

$$V_{k,\theta} = \sum_{j=1}^m v_{kj} x_{j,\theta} + \sum_i v_{ki}^p P_i \quad (9.5)$$

przy czym $n_{k,11}^p = 0$ i $v_{k,11}^p = 0$. Znaczenie parametrów n_{kj} i v_{kj} oraz odpowiednio n_{kj}^p i v_{kj}^p jest analogiczne do m_{kj} i m_{kj}^p , z tym, że są one odniesione kolejno do siły podłużnej $N_{k,\theta}$ i siły poprzecznej $V_{k,\theta}$, nie zaś do momentu zginającego $M_{k,\theta}$.

9.3. Linearyzacja warunku plastyczności.

Z podejścia statycznego teorii nośności granicznej wynika, że jeżeli tylko dla rozpatrywanej konstrukcji da się wymyślić taki statycznie dopuszczalny rozkład zginających momentów rezydualnych, generowany przez samozrównoważony układ reakcji, który po złożeniu z rozkładem momentów zginających specyfikowanym dla czysto sprężystej pracy ustroju zapewni bezpieczne przenoszenie obciążeń to można twierdzić że właśnie taki wymyślony rozkład wygeneruje się w procesie obciążenia i przeciwstawi uruchomieniu w analizowanym układzie jakiegokolwiek kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu ruchu. Innymi słowy, każda konstrukcja statycznie niewyznaczalna wykonana z elementów stalowych o przekrojach klasy 1, czyli takich które po uplastycznieniu zachowują zdolność do obrotu, posiada swoistą rezerwę nośności warunkowaną możliwościami redystrybucji momentów zginających. Twierdzenie to pozwala na konstatację, że stan graniczny nośności ogniowej kojarzony z realizacją kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu ruchu nie zostanie w ramie osiągnięty tak długo dopóki można pokazać, że istnieje możliwość jego zablokowania

przez odpowiedni rozkład momentów rezydualnych. To znaczy, że temperatura krytyczna Θ_{cr} specyfikowana dla danego mechanizmu ruchu będzie największą spośród wszystkich możliwych do uzyskania z obliczeń. Warunek plastyczności (9.1), jeśli lokalizować go po stronie bezpiecznej warunku granicznego, powinien zatem zostać zapisany w formie nierówności:

$$\forall k = 1, \dots, K \quad |M_{k, \Theta}| \leq M_{pl, \Theta, d} \quad (9.6)$$

Pozostaje teraz określić relację pomiędzy plastyczną nośnością przekroju poprzecznego i temperaturą stali, czyli funkcję $M_{pl, \Theta, d} = M_{pl, d}(\Theta)$. Jeżeli stopień redukcji granicy plastyczności stali w temperaturze pożarowej opisuje współczynnik $k_{y, \Theta} = f_{y, \Theta} / f_y$, o wartościach specyfikowanych w normie PN-EN 1993-1-2 [CEN, 2007], to przy założeniu równomiernego rozkładu temperatury Θ zarówno w przekroju poprzecznym jak i na długości ogrzewanego elementu wartość obliczeniową poszukiwanej nośności można wyznaczyć z zależności:

$$M_{pl, \Theta, d} = W_{pl} \frac{k_{y, \Theta} f_y}{\gamma_{M, fi}} = k_{y, \Theta} M_{pl, d} \frac{\gamma_{M, fi}}{\gamma_M} \quad (9.7)$$

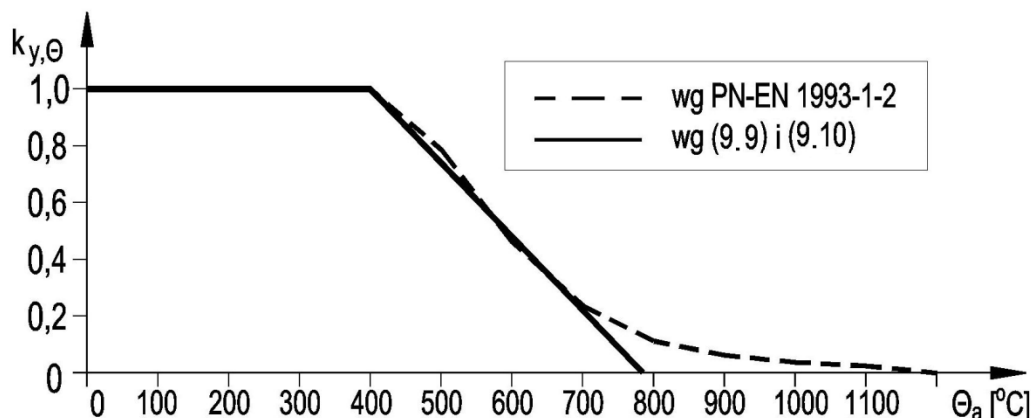
w której f_y jest wartością nominalną granicy plastyczności stali, w uproszczonych obliczeniach normowych zwykle utożsamianą z jej wartością charakterystyczną, W_{pl} - wskaźnikiem oporu plastycznego, zależnym jedynie od wielkości geometrycznych a więc niezależnym od temperatury, natomiast γ_M i $\gamma_{M, fi}$ - częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa specyfikowanymi dla nośności i odniesionymi odpowiednio do podstawowej sytuacji projektowej i wyjątkowej sytuacji pożaru. W praktycznych obliczeniach, zgodnie z zaleceniami normy PN-EN 1991-1-2 [CEN, 2002], przyjmuje się że $\gamma_{M, fi} = \gamma_M = 1,0$. Oznacza to, że obliczeniowa nośność plastyczna przekroju elementu stalowego zmienia się wraz z temperaturą proporcjonalnie do zmian charakterystycznej granicy plastyczności stali. Jest to zależność silnie nieliniowa. Z badań eksperymentalnych wynika, że niezależnie od dużej zmienności statystycznej uzyskiwanych wyników, dobrym oszacowaniem poszukiwanej zależności jest relacja:

$$k_{y, \Theta} = \frac{1,0087}{(e^{\beta} + 1)^{0,2609}} \quad \text{gdzie} \quad \beta = \frac{\Theta - 482}{39,19} \quad (9.8)$$

Zależność (9.8) aby mogła zostać wykorzystana do proponowanego w niniejszej pracy algorytmu programowania liniowego musi zostać zlinearyzowana. Wprawdzie w normie PN-EN 1993-1-2 [CEN, 2007] zamienia się ją na odcinkowo liniową łamaną, jednak liczba odcinków prostych jest na tyle duża, że w praktyce uniemożliwia to prowadzenie obliczeń. Można jednak przyjąć, że wynikowa temperatura krytyczna ramy stosunkowo rzadko szacowana jest na poziomie wyższym niż 785 °C. Takie ograniczenie pozwala na akceptację zależności uproszczonej zaproponowanej przez autorów w pracy [Maślak M., Tkaczyk A., 2012]. Ma ona postać:

- dla $20^{\circ}\text{C} \leq \theta \leq 400^{\circ}\text{C}$: $k_{y,\theta} = k_{y,20} = k_{y,400} = 1,0$ (9.9)

- dla $400^{\circ}\text{C} < \theta \leq 785^{\circ}\text{C}$: $k_{y,\theta} = 2,04 - 2,6 \cdot 10^{-3} \theta$ (9.10)



Rys. 9.2 Aproksymacja zależnościami (9.9) i (9.10) łamanej proponowanej w normie PN-EN 1993-1-2 [CEN, 2007]) do przybliżenia relacji (9.8) (na podstawie pracy [Maślak M., Tkaczyk A., 2012]).

Stopień przybliżenia prostych wynikających z zależności (9.9) i (9.10) do łamanej proponowanej w normie PN-EN 1993-1-2 [CEN, 2007] pokazano na rys. 9.2. Łatwo zauważyć, że dla temperatury wyższej niż 785°C otrzymuje się ujemne wartości współczynnika $k_{y,\theta}$, co nie ma uzasadnienia formalnego. W takim ujęciu jest to zatem niejako temperatura graniczna powyżej której zaniedbuje się i tak już niewielką nośność badanego przekroju. Wykorzystanie zależności (9.9) i (9.10) daje możliwość zapisania warunku plastyczności w postaci liniowej. Wychodząc z formuły (9.6) można bowiem zapisać, że:

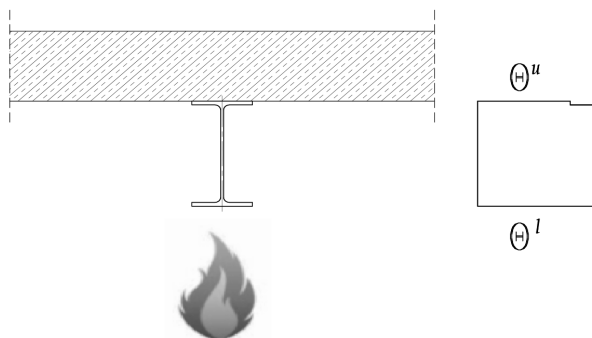
- dla $20^{\circ}\text{C} \leq \theta \leq 400^{\circ}\text{C}$: $M_{pl,\theta,d} = M_{pl,d}$ (9.11)

- dla $400^{\circ}\text{C} < \theta \leq 785^{\circ}\text{C}$: $M_{pl,\theta,d} = M_{pl,d} (2,04 - 2,6 \cdot 10^{-3} \theta)$ (9.12)

Należy zaznaczyć, że nie ma formalnych przeszkód do rozważenia sytuacji nierównomiernego ogrzania przekroju poprzecznego. Można na przykład uwzględnić nieco niższą temperaturę górnego pasa dwuteowego stalowego rygla ramy względem pozostałych części przekroju. Taka, w praktyce stosunkowo niewielka, różnica temperatury, odpowiednio θ^l w dolnym pasie i w środku rozpatrywanego przekroju oraz $\theta^u < \theta^l$ w jego górnym pasie jest skutkiem bezpośredniego sąsiedztwa górnego pasa stalowego rygla ramy z masywną żelbetową płytą stropową o dużej pojemności cieplnej. Ogrzanemu w ten sposób przekrojowi przypisuje się wtedy parametr α stanowiący niejako mnożnik temperatury odniesienia θ^l [Aribert J. M., Kruppa J., 1978], taki, że:

$$\alpha = \frac{\theta^l - \theta^u}{\theta^l} \quad (9.13)$$

Oznacza to, że zachodzi $\Theta^u = (1 - \alpha)\Theta^l$ (rys. 9.3). Zauważmy jednak, że wartość współczynnika α zmienia się w czasie pożaru wraz ze zmianą wartości temperatury Θ^l . Nie jest to przy tym zmiana w żaden sposób proporcjonalna. Zmienia się również położenie osi obojętnej co dodatkowo komplikuje obliczenia. Linearyzację warunku plastyczności trzeba zatem w takim przypadku przeprowadzać od nowa dla każdej zadanej wartości temperatury stali.



Rys. 9.3 Obliczeniowy rozkład temperatury w przekroju poprzecznym niez izolowanego stalowego ryglu ramy nośnej uwzględniający wpływ sąsiadującej z tym rygłem żelbetowej płyty stropowej.

W przypadku ram wielokondygnacyjnych istotnym dla precyzji uzyskanego oszacowania temperatury krytycznej Θ_{cr} może okazać się uwzględnienie wpływu interakcji $M-N$. Warunek plastyczności (6) zapisuje się wtedy zależnością:

$$\forall k = 1, \dots, K \quad |M_{k,\Theta}| \leq M_{pl,\Theta,d} \left(1 - \frac{|N_{k,\Theta}|}{N_{pl,\Theta,d}} \right) \quad (9.14)$$

Ponieważ jednak, analogicznie do (9.7), zachodzi:

$$N_{pl,\Theta,d} = A \frac{k_{y,\Theta} f_y}{\gamma_{M,fi}} = k_{y,\Theta} N_{pl,d} \frac{\gamma_{M,fi}}{\gamma_M} \quad (9.15)$$

gdzie A jest powierzchnią analizowanego przekroju poprzecznego, warunek (9.14) sprowadza się do postaci:

$$\forall k = 1, \dots, K \quad |M_{k,\Theta}| + \frac{W_{pl}}{A} |N_{k,\Theta}| \leq M_{pl,\Theta,d} \quad (9.16)$$

równoważnej sekwencji czterech niezależnych ograniczeń, to znaczy:

- gdy $M_{k,\Theta} \geq 0$ i $N_{k,\Theta} \geq 0$: $\forall k = 1, \dots, K \quad M_{k,\Theta} + \frac{W_{pl}}{A} N_{k,\Theta} \leq M_{pl,\Theta,d} \quad (9.17)$

- gdy $M_{k,\Theta} < 0$ i $N_{k,\Theta} < 0$: $\forall k = 1, \dots, K \quad -M_{k,\Theta} - \frac{W_{pl}}{A} N_{k,\Theta} \leq M_{pl,\Theta,d} \quad (9.18)$

- gdy $M_{k,\Theta} \geq 0$ i $N_{k,\Theta} < 0$: $\forall k = 1, \dots, K \quad M_{k,\Theta} - \frac{W_{pl}}{A} N_{k,\Theta} \leq M_{pl,\Theta,d} \quad (9.19)$

- gdy $M_{k,\Theta} < 0$ i $N_{k,\Theta} \geq 0$: $\forall k = 1, \dots, K \quad -M_{k,\Theta} + \frac{W_{pl}}{A} |N_{k,\Theta}| \leq M_{pl,\Theta,d}$ (9.20)

9.4. Sformułowanie zadania programowania liniowego.

Liniowe warunki równowagi, odpowiednio (9.3), (9.4) i (9.5), oraz zlinearyzowany warunek plastyczności (9.16) pozwalają na sformułowanie ograniczeń stanowiących bazę dla zadania programowania liniowego. Wcześniej jednak należy przyjąć ustaloną wartość temperatury $\Theta = \Theta_0$, która w dalszych rozważaniach traktowana będzie jako temperatura odniesienia. Wtedy bowiem temperaturę krytyczną Θ_{cr} wyznaczy mnożnik $\zeta = \zeta_{cr}$, taki że:

$$\Theta_{cr} = \zeta_{cr} \Theta_0 \quad (9.21)$$

W zadaniu chodzi zatem o maksymalizację wartości mnożnika ζ , kojarzonego w tym przypadku z funkcją celu, przy spełnieniu liniowych względem temperatury Θ ograniczeń zapisanych przez następujący zbiór ośmiu nierówności, wyspecyfikowany osobno dla każdego punktu $k = 1, \dots, K$ odpowiadającego lokalizacji przegubu plastycznego w wybranym do analizy mechanizmie ruchu:

$$\sum_{j=1}^m m_{kj} x_{j\Theta} + \sum_i m_{ki}^P P_i + \frac{W_{pl}}{A} \left(\sum_{j=1}^m n_{kj} x_{j\Theta} + \sum_i n_{ki}^P P_i \right) \leq W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} \quad (9.22)$$

$$- \sum_{j=1}^m m_{kj} x_{j\Theta} - \sum_i m_{ki}^P P_i + \frac{W_{pl}}{A} \left(- \sum_{j=1}^m n_{kj} x_{j\Theta} - \sum_i n_{ki}^P P_i \right) \leq W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} \quad (9.23)$$

$$- \sum_{j=1}^m m_{kj} x_{j\Theta} - \sum_i m_{ki}^P P_i + \frac{W_{pl}}{A} \left(\sum_{j=1}^m n_{kj} x_{j\Theta} + \sum_i n_{ki}^P P_i \right) \leq W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} \quad (9.24)$$

$$\sum_{j=1}^m m_{kj} x_{j\Theta} + \sum_i m_{ki}^P P_i + \frac{W_{pl}}{A} \left(- \sum_{j=1}^m n_{kj} x_{j\Theta} - \sum_i n_{ki}^P P_i \right) \leq W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} \quad (9.25)$$

$$\sum_{j=1}^m m_{kj} x_{j\Theta} + \sum_i m_{ki}^P P_i + \frac{W_{pl}}{A} \left(\sum_{j=1}^m n_{kj} x_{j\Theta} + \sum_i n_{ki}^P P_i \right) \leq W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} (2,04 - 2,6 \cdot 10^{-3} \zeta \Theta_0) \quad (9.26)$$

$$- \sum_{j=1}^m m_{kj} x_{j\Theta} - \sum_i m_{ki}^P P_i + \frac{W_{pl}}{A} \left(- \sum_{j=1}^m n_{kj} x_{j\Theta} - \sum_i n_{ki}^P P_i \right) \leq W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} (2,04 - 2,6 \cdot 10^{-3} \zeta \Theta_0) \quad (9.27)$$

$$- \sum_{j=1}^m m_{kj} x_{j\Theta} - \sum_i m_{ki}^P P_i + \frac{W_{pl}}{A} \left(\sum_{j=1}^m n_{kj} x_{j\Theta} + \sum_i n_{ki}^P P_i \right) \leq W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} (2,04 - 2,6 \cdot 10^{-3} \zeta \Theta_0) \quad (9.28)$$

$$\sum_{j=1}^m m_{kj} x_{j\Theta} + \sum_i m_{ki}^P P_i + \frac{W_{pl}}{A} \left(- \sum_{j=1}^m n_{kj} x_{j\Theta} - \sum_i n_{ki}^P P_i \right) \leq W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} (2,04 - 2,6 \cdot 10^{-3} \zeta \Theta_0) \quad (9.29)$$

Ograniczenia (9.22) do (9.29), wyspecyfikowane dla k -tej lokalizacji przegubu plastycznego, wygodnie zapisać w postaci macierzowej:

$$\mathbf{A}_{8 \times j} \mathbf{X}_{j \times 1} + \mathbf{B}_{8 \times 1} \leq \mathbf{C}_{8 \times 1} \quad (9.30)$$

gdzie:

$$\mathbf{A}_{8 \times j} = \begin{bmatrix} m_1 + \frac{W_{pl}}{A} n_1 & \dots & m_j + \frac{W_{pl}}{A} n_j \\ -m_1 - \frac{W_{pl}}{A} n_1 & \dots & -m_j - \frac{W_{pl}}{A} n_j \\ -m_1 + \frac{W_{pl}}{A} n_1 & \dots & -m_j + \frac{W_{pl}}{A} n_j \\ m_1 - \frac{W_{pl}}{A} n_1 & \dots & m_j - \frac{W_{pl}}{A} n_j \\ m_1 + \frac{W_{pl}}{A} n_1 & \dots & m_j + \frac{W_{pl}}{A} n_j \\ -m_1 - \frac{W_{pl}}{A} n_1 & \dots & -m_j - \frac{W_{pl}}{A} n_j \\ -m_1 + \frac{W_{pl}}{A} n_1 & \dots & -m_j + \frac{W_{pl}}{A} n_j \\ m_1 - \frac{W_{pl}}{A} n_1 & \dots & m_j - \frac{W_{pl}}{A} n_j \end{bmatrix} \quad (9.31)$$

$$\mathbf{X}_{j \times 1}^T = [x_1 \quad \dots \quad x_j] \quad (9.32)$$

$$\mathbf{B}_{8 \times 1} = \begin{bmatrix} \sum_i m_i^P P_i + \frac{W_{pl}}{A} \sum_i n_i^P P_i \\ -\sum_i m_i^P P_i - \frac{W_{pl}}{A} \sum_i n_i^P P_i \\ -\sum_i m_i^P P_i + \frac{W_{pl}}{A} \sum_i n_i^P P_i \\ \sum_i m_i^P P_i - \frac{W_{pl}}{A} \sum_i n_i^P P_i \\ \sum_i m_i^P P_i + \frac{W_{pl}}{A} \sum_i n_i^P P_i \\ -\sum_i m_i^P P_i - \frac{W_{pl}}{A} \sum_i n_i^P P_i \\ -\sum_i m_i^P P_i + \frac{W_{pl}}{A} \sum_i n_i^P P_i \\ \sum_i m_i^P P_i - \frac{W_{pl}}{A} \sum_i n_i^P P_i \end{bmatrix} \quad (9.33)$$

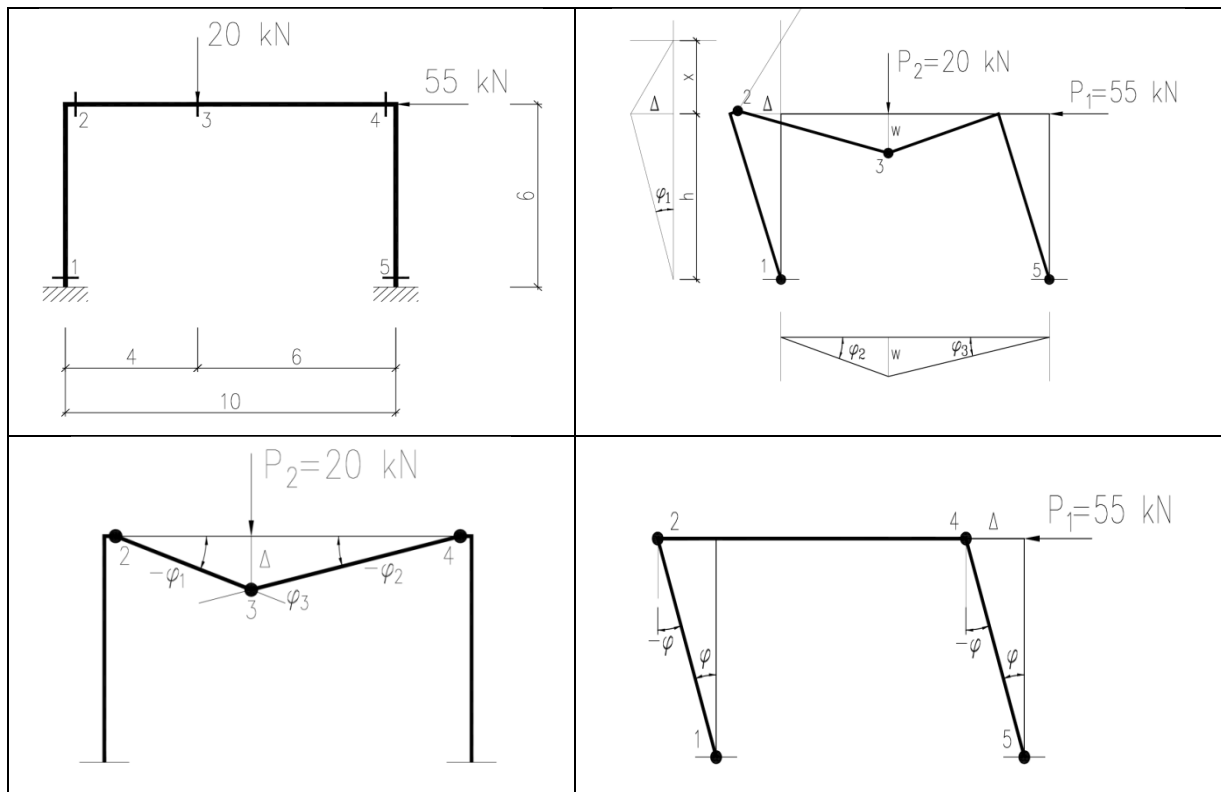
$$\mathbf{C}_{8 \times 1} = \begin{bmatrix} W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} \\ W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} \\ W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} \\ W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} \\ W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} \left(2,04 - 2,6 \cdot 10^{-3} \zeta \Theta_0 \right) \\ W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} \left(2,04 - 2,6 \cdot 10^{-3} \zeta \Theta_0 \right) \\ W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} \left(2,04 - 2,6 \cdot 10^{-3} \zeta \Theta_0 \right) \\ W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}} \left(2,04 - 2,6 \cdot 10^{-3} \zeta \Theta_0 \right) \end{bmatrix} \quad (9.34)$$

Zbiór ograniczeń stanowi zatem komplet $8 \cdot K$ niezależnych nierówności, gdzie K jest liczbą lokalizacji przegubów plastycznych skojarzonych z wybranym do analizy mechanizmem ruchu. Zauważmy, że w sformułowaniu zadania pominięto stosunkowo mało znaczący wpływ interakcji $M-V$. Rozwiązaniem zadania programowania liniowego dla wybranego mechanizmu jest więc maksymalna wartość mnożnika ζ , przy której spełnione są jeszcze zdefiniowane powyżej ograniczenia. Oczywiście, w celu oszacowania temperatury krytycznej miarodajnej dla całej ramy należy najpierw wyznaczyć temperatury krytyczne odpowiadające każdemu spośród mechanizmów kinematycznie dopuszczalnych a przez to możliwych do realizacji a następnie porównać wszystkie otrzymane wartości i wybrać najmniejszą. Będzie to równocześnie wskazanie mechanizmu miarodajnego dla osiągnięcia stanu granicznego nośności ogniowej przy założeniu sztywno - plastycznego modelu zniszczenia ramy [Maślak M., Tkaczyk A., 2015]. Trzeba przy tym przypomnieć, że proponowany algorytm obliczeniowy daje wiarygodne wyniki jedynie wtedy gdy wynikowa temperatura krytyczna dla każdego rozpatrywanego mechanizmu ruchu jest niższa od wartości granicznej równej $785 \text{ }^\circ\text{C}$ co wynika bezpośrednio z formuły (9.10) i rysunku 9.2.

9.5. Przykład obliczeniowy.

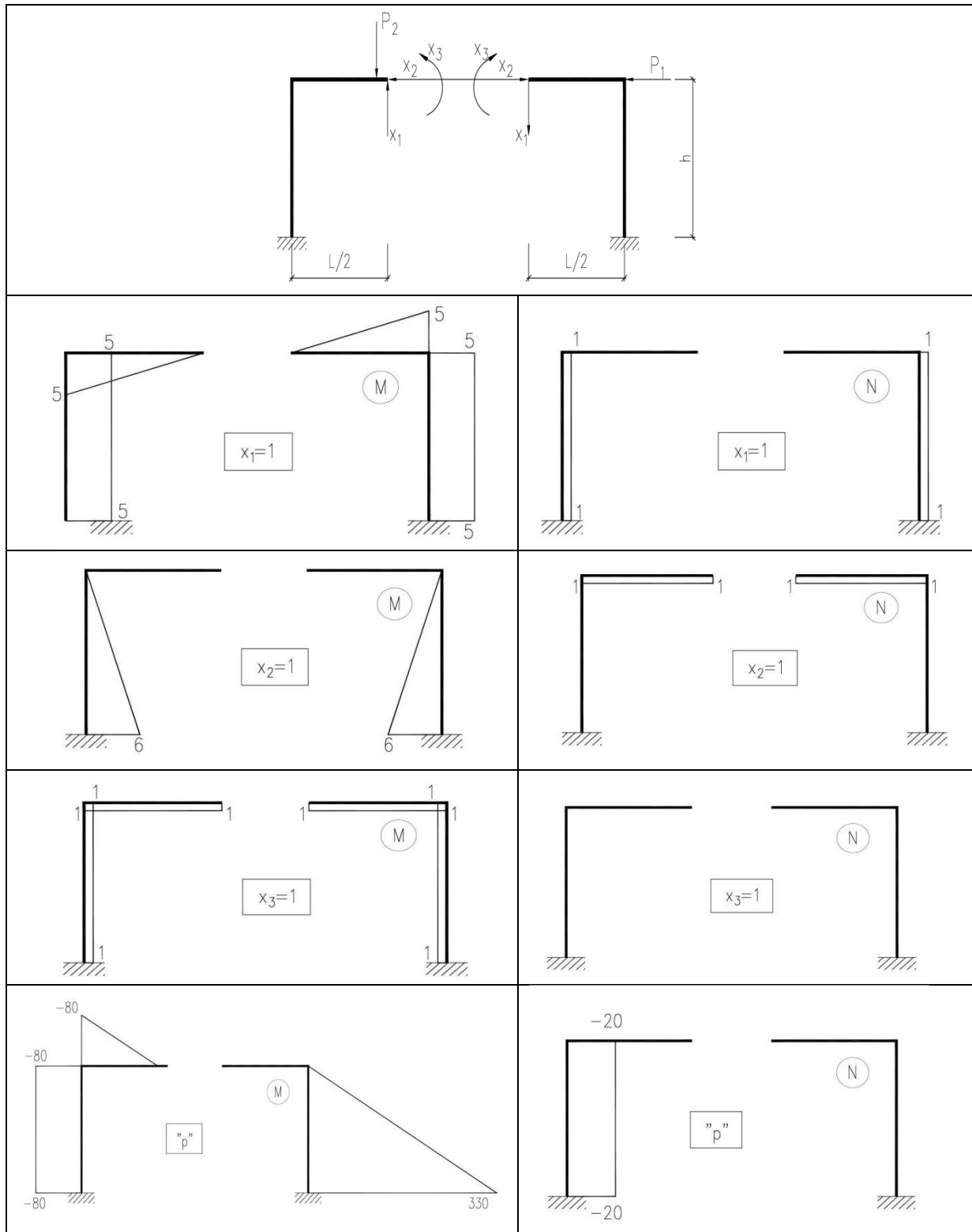
W celu ilustracji zasad stosowania proponowanego podejścia obliczeniowego rozważa się prostą ramę stalową o geometrii i schemacie statycznym pokazanych na rys. 9.4. Zakłada się, że $H = 6,0 \text{ m}$ i $L = 10,0 \text{ m}$. Na przytoczonym poniżej rysunku zaznaczono również przyłożony do analizowanej ramy układ obciążeń zewnętrznych specyfikowany poprzez dwie skupione siły, odpowiednio poziomą o wartości $P_1 = 55,0 \text{ kN}$ i pionową o wartości $P_2 = 20,0 \text{ kN}$. Pokazano także potencjalne przekroje krytyczne z lokalizacją oznaczoną kolejnymi cyframi arabskimi (od 1 do 5). W przekrojach tych (i tylko w tych) w czasie pożaru

mogą aktywować się przeguby plastyczne. Zarówno słupy jak i rygle ramy wykonano z dwuteownika *IPE 300*, dla którego plastyczna nośność przekroju określona dla warunków podstawowej sytuacji projektowej wynosi $M_{pl} = 146,50 \text{ kNm}$ (przy czym: $W_{pl} = 628 \text{ mm}^3$, $A = 53,80 \text{ mm}^2$, $(W_{pl}/A) = 0,012$). Łatwo wykazać, że rama bezpiecznie przenosi przyłożone obciążenia w podstawowej sytuacji projektowej (bez uwzględniania wpływu pożaru).



Rys. 9.4 Geometria, schemat statyczny i obciążenie zewnętrzne rozpatrywanej ramy (u góry z lewej) oraz potencjalnie możliwe mechanizmy jej plastycznego zniszczenia, w szczególności: mechanizm kombinowany generowany przez układ obu sił skupionych (u góry z prawej), mechanizm belkowy generowany jedynie przez siłę pionową (na dole z lewej) i mechanizm przechyłowy generowany jedynie przez siłę poziomą (na dole z prawej).

Celem niniejszego przykładu jest wyznaczenie mechanizmu krytycznego ze względu na oddziaływanie pożarowe oraz towarzyszącej temu mechanizmowi temperatury krytycznej badanej ramy. Zakłada się, że pożar w strefie pożarowej mieszczącej analizowaną ramę uległ wcześniejszemu rozgorzeniu a więc osiągnął status pożaru rozwiniętego, co skutkuje wyrównaną i monotonicznie rosnącą temperaturą gazów spalinowych. Zadanie rozwiążemy z pomocą dwóch jakościowo różnych podejść obliczeniowych co umożliwi weryfikację uzyskanych wyników.



Rys. 9.5 Przyjęty do analizy zastępczy statycznie wyznaczalny schemat statyczny oraz wykresy momentów zginających (z lewej) i sił podłużnych (z prawej), pochodzących kolejno: od sił hiperstatycznych o wartości jednostkowej i od obciążenia zewnętrznego.

Pierwszym z rozpatrywanych algorytmów jest ten, opisany w szczegółach w niniejszej pracy, w którym zastosowano klasyczne reguły programowania liniowego. Na rys. 9.5 zaprezentowano zastosowany w obliczeniach zastępczy schemat statyczny oraz sposób

wyznaczania wartości sił hiperstatycznych. Przykładowo, dla mechanizmu belkowego (przeguby plastyczne indukowane w punktach 2, 3 i 4) otrzymano następujące ograniczenia:

- specyfikowane dla punktu 2:

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 5 \cdot x_1 + 0 + 0 - 0.012 \cdot x_2 + x_3 + 0 \\ -5 \cdot x_1 - 0 - 0 + 0.012 \cdot x_2 - x_3 - 0 \\ -5 \cdot x_1 + 0 - 0 - 0.012 \cdot x_2 - x_3 + 0 \\ 5 \cdot x_1 - 0 + 0 + 0.012 \cdot x_2 + x_3 - 0 \\ 5 \cdot x_1 + 0 + 0 - 0.012 \cdot x_2 + x_3 + 0 \\ -5 \cdot x_1 - 0 - 0 + 0.012 \cdot x_2 - x_3 - 0 \\ -5 \cdot x_1 + 0 - 0 - 0.012 \cdot x_2 - x_3 + 0 \\ 5 \cdot x_1 - 0 + 0 + 0.012 \cdot x_2 + x_3 - 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \cdot x_1 - 0.012 \cdot x_2 + x_3 \\ -5 \cdot x_1 + 0.012 \cdot x_2 - x_3 \\ -5 \cdot x_1 - 0.012 \cdot x_2 - x_3 \\ 5 \cdot x_1 + 0.012 \cdot x_2 + x_3 \\ 5 \cdot x_1 - 0.012 \cdot x_2 + x_3 \\ -5 \cdot x_1 + 0.012 \cdot x_2 - x_3 \\ -5 \cdot x_1 - 0.012 \cdot x_2 - x_3 \\ 5 \cdot x_1 + 0.012 \cdot x_2 + x_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} -80 \\ 80 \\ 80 \\ -80 \\ -80 \\ 80 \\ 80 \\ -80 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 147.58 \\ 147.58 \\ 147.58 \\ 147.58 \\ 301.063 - 0.384\theta \\ 301.063 - 0.384\theta \\ 301.063 - 0.384\theta \\ 301.063 - 0.384\theta \end{bmatrix}$$

- specyfikowane dla punktu 3:

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} x_1 + 0 + 0 - 0.012 \cdot x_2 + x_3 + 0 \\ -x_1 - 0 - 0 + 0.012 \cdot x_2 - x_3 - 0 \\ -x_1 + 0 - 0 - 0.012 \cdot x_2 - x_3 + 0 \\ x_1 - 0 + 0 + 0.012 \cdot x_2 + x_3 - 0 \\ x_1 + 0 + 0 - 0.012 \cdot x_2 + x_3 + 0 \\ -x_1 - 0 - 0 + 0.012 \cdot x_2 - x_3 - 0 \\ -x_1 + 0 - 0 - 0.012 \cdot x_2 - x_3 + 0 \\ x_1 - 0 + 0 + 0.012 \cdot x_2 + x_3 - 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - 0.012 \cdot x_2 + x_3 \\ -x_1 + 0.012 \cdot x_2 - x_3 \\ -x_1 - 0.012 \cdot x_2 - x_3 \\ x_1 + 0.012 \cdot x_2 + x_3 \\ x_1 - 0.012 \cdot x_2 + x_3 \\ -x_1 + 0.012 \cdot x_2 - x_3 \\ -x_1 - 0.012 \cdot x_2 - x_3 \\ x_1 + 0.012 \cdot x_2 + x_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_3 = \begin{bmatrix} 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 147.58 \\ 147.58 \\ 147.58 \\ 147.58 \\ 301.063 - 0.384\theta \\ 301.063 - 0.384\theta \\ 301.063 - 0.384\theta \\ 301.063 - 0.384\theta \end{bmatrix}$$

- specyfikowane dla punktu 4:

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} 0+0+0-0.012 \cdot x_2 + x_3 + 0 \\ 0-0-0+0.012 \cdot x_2 - x_3 - 0 \\ 0+0-0-0.012 \cdot x_2 - x_3 + 0 \\ 0-0+0+0.012 \cdot x_2 + x_3 - 0 \\ 0+0+0-0.012 \cdot x_2 + x_3 + 0 \\ 0-0-0+0.012 \cdot x_2 - x_3 - 0 \\ 0+0-0-0.012 \cdot x_2 - x_3 + 0 \\ 0-0+0+0.012 \cdot x_2 + x_3 - 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.012 \cdot x_2 + x_3 \\ 0.012 \cdot x_2 - x_3 \\ -0.012 \cdot x_2 - x_3 \\ 0.012 \cdot x_2 + x_3 \\ -0.012 \cdot x_2 + x_3 \\ 0.012 \cdot x_2 - x_3 \\ -0.012 \cdot x_2 - x_3 \\ 0.012 \cdot x_2 + x_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_4 = \begin{bmatrix} 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 147.58 \\ 147.58 \\ 147.58 \\ 147.58 \\ 301.063 - 0.384\theta \\ 301.063 - 0.384\theta \\ 301.063 - 0.384\theta \\ 301.063 - 0.384\theta \end{bmatrix}$$

Analiza mechanizmu przechyłowego (przeguby w punktach 1, 2, 4 i 5) daje odpowiednio:

- ograniczenia specyfikowane dla punktu 1:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 5 \cdot x_1 + 0.012 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 0 + x_3 + 0 \\ -5 \cdot x_1 - 0.012 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - 0 - x_3 - 0 \\ -5 \cdot x_1 + 0.012 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 0 - x_3 + 0 \\ 5 \cdot x_1 - 0.012 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 - 0 + x_3 - 0 \\ 5 \cdot x_1 + 0.012 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 0 + x_3 + 0 \\ -5 \cdot x_1 - 0.012 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - 0 - x_3 - 0 \\ -5 \cdot x_1 + 0.012 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 0 - x_3 + 0 \\ 5 \cdot x_1 - 0.012 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 - 0 + x_3 - 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.012 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + x_3 \\ -5.012 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - x_3 \\ -4.988 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - x_3 \\ 4.988 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + x_3 \\ 5.012 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + x_3 \\ -5.012 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - x_3 \\ -4.988 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - x_3 \\ 4.988 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + x_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} -80 - 0.012 \cdot 20 \\ 80 + 0.012 \cdot 20 \\ 80 - 0.012 \cdot 20 \\ -80 + 0.012 \cdot 20 \\ -80 - 0.012 \cdot 20 \\ 80 + 0.012 \cdot 20 \\ 80 - 0.012 \cdot 20 \\ -80 + 0.012 \cdot 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -80.24 \\ 80.24 \\ 79.76 \\ -79.76 \\ -80.24 \\ 80.24 \\ 79.76 \\ -79.76 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \\ 628 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot (2.04 - 2.6 \cdot 10^{-3} \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 147.58 \\ 147.58 \\ 147.58 \\ 147.58 \\ 301.063 - 0.384\theta \\ 301.063 - 0.384\theta \\ 301.063 - 0.384\theta \\ 301.063 - 0.384\theta \end{bmatrix}$$

- ograniczenia specyfikowane dla punktów 2 i 4 są analogiczne jak przy mechanizmie belkowym,
- ograniczenia specyfikowane dla punktu 5:

$$A_5 = \begin{bmatrix} -5 \cdot x_1 - 0.012 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 0 + x_3 + 0 \\ 5 \cdot x_1 + 0.012 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - 0 - x_3 - 0 \\ 5 \cdot x_1 - 0.012 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 0 - x_3 + 0 \\ -5 \cdot x_1 + 0.012 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 - 0 + x_3 - 0 \\ -5 \cdot x_1 - 0.012 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 0 + x_3 + 0 \\ 5 \cdot x_1 + 0.012 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - 0 - x_3 - 0 \\ 5 \cdot x_1 - 0.012 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 0 - x_3 + 0 \\ -5 \cdot x_1 + 0.012 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 - 0 + x_3 - 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.012 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + x_3 \\ 5.012 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - x_3 \\ 4.988 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - x_3 \\ -4.988 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + x_3 \\ -5.012 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + x_3 \\ 5.012 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - x_3 \\ 4.988 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - x_3 \\ -4.988 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + x_3 \end{bmatrix} \quad B_5 = \begin{bmatrix} 330 \\ -330 \\ -330 \\ 330 \\ 330 \\ -330 \\ -330 \\ 330 \end{bmatrix}$$

Kolejnym analizowanym sposobem plastycznego zniszczenia ramy był mechanizm kombinowany (przeguby w punktach 1, 2, 3 i 5). Ograniczenia odpowiadające poszczególnym punktom krytycznym są analogiczne do tych przytoczonych powyżej.

Rozwiązanie powyższych układów nierówności uzyskano dzięki wykorzystaniu środowiska obliczeniowego „Solver”, stanowiącego integralną część programu „Microsoft Excel”. Otrzymano następujące wyniki:

- dla mechanizmu belkowego – temperatura krytyczna na poziomie $\theta_{a,cr} = 763 \text{ } ^\circ\text{C}$,
- dla mechanizmu przechyłowego – temperatura krytyczna na poziomie $\theta_{a,cr} = 674 \text{ } ^\circ\text{C}$,
- dla mechanizmu kombinowanego – temperatura krytyczna na poziomie $\theta_{a,cr} = 705 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Powyższe wyniki pozwalają na wybór mechanizmu przechyłowego jako tego, który jest miarodajny dla rozpatrywanej ramy a uzyskana dla niego wartość temperatury może być interpretowana jako poszukiwana temperatura krytyczna.

Oczywiście analogiczny wynik co do wyboru mechanizmu krytycznego można otrzymać znacznie szybciej stosując klasyczne podejście kinematyczne. Zauważmy jednak, że uzyskane tą drogą oszacowania temperatury krytycznej będą ilościowo różne. Dostajemy bowiem (patrz rys. 9.4):

- dla mechanizmu belkowego:

$$\varphi_1 = \frac{\Delta}{4} \Rightarrow \Delta = 4\varphi_1 \quad \varphi_2 = \frac{\Delta}{6} = \frac{4\varphi_1}{6} \quad \varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_1 + \frac{4\varphi_1}{6} = \frac{5}{3}\varphi_1$$

$$\text{co daje: } (-M_2\varphi_1 + M_3\varphi_3 - M_4\varphi_2)k_{y,\theta} = P_2\Delta$$

$$\text{stąd: } k_{y,\theta} = 0.163 \Rightarrow \theta = 756^\circ C$$

- dla mechanizmu przechyłowego:

$$\varphi = \frac{\Delta}{6} \Rightarrow \Delta = 6\varphi$$

$$\text{co daje: } (M_1\varphi - M_2\varphi + M_4\varphi - M_5\varphi)k_{y,\theta} = P_1\Delta$$

$$\text{stąd: } k_{y,\theta} = 0.559 \Rightarrow \theta = 571^\circ C$$

- dla mechanizmu kombinowanego:

$$\varphi_1 = \frac{\Delta}{h} \Rightarrow \Delta = 6\varphi_1 \quad \varphi_2 = \frac{\Delta}{x} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{3}{2}\varphi_1 \quad \varphi_3 = \frac{w}{0.6L} \Rightarrow \varphi_3 = \varphi_1$$

$$\varphi_1 = \varphi \quad \text{co daje: } \left(M_1\varphi - \frac{5}{2}M_2\varphi + \frac{5}{2}M_3\varphi - M_5\varphi \right) k_{y,\theta} = P_1\Delta + P_2w$$

$$\text{stąd: } k_{y,\theta} = 0.436 \Rightarrow \theta = 614^\circ C$$

9.6. Uwagi końcowe.

Przedstawiony powyżej algorytm szacowania temperatury krytycznej ramy stalowej oparty na technice programowania liniowego łączy w sobie klasyczne podejścia statyczne i kinematyczne teorii nośności granicznej. Z jednej strony, związana z podejściem kinematycznym analiza poszczególnych, kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów ruchu sama w sobie prowadzi do oszacowań tej nośności na ogół lokowanych po stronie niebezpiecznej względem jej wartości rzeczywistej (czyli inaczej mówiąc zawyżonych). Oznacza to, że wyznaczona na podstawie tego typu procedury temperatura krytyczna ustroju nośnego, odpowiadająca takiej zawyżonej nośności, będzie wartością zaniżoną, którą trzeba traktować jedynie jako dolną akceptowalną granicę jej przybliżenia. Z drugiej strony, bazujące na podejściu statycznym obliczenia uwzględniające rezerwę nośności ustroju wynikającą z redystrybucji momentów zginających dają w stosunku do szacowanej nośności granicznej rozwiązania co prawda interpretowane jako te, które są zawsze bezpieczne ale za to często ilościowo niedoszacowane. A zatem, wyliczona na ich podstawie temperatura krytyczna badanej ramy powinna zostać potraktowana raczej jako graniczne górne oszacowanie poszukiwanej wartości. W prezentowanym algorytmie ograniczenia specyfikuje się z wykorzystaniem twierdzeń klasycznego podejścia statycznego. Z tego podejścia wynika również sama zasada maksymalizacji mnożnika ζ . Wyboru temperatury miarodajnej dokonuje się jednak dopiero po porównaniu wszystkich rozwiązań, z których każde dotyczy innego, kinematycznie możliwego mechanizmu ruchu. Wybór temperatury minimalnej spośród wszystkich wartości zgromadzonych w pierwszym etapie obliczeń to już formalne wykorzystanie twierdzeń podejścia kinematycznego.

Zauważmy, że obydwa podejścia przytoczone w przykładzie obliczeniowym wskazały jako miarodajny taki sam, czyli przechyłowy, mechanizm plastycznego zniszczenia ramy. Z zastosowania formalizmu programowania liniowego wynika jednak temperatura krytyczna oszacowana na poziomie $\Theta_{a,cr} = 674 \text{ }^{\circ}\text{C}$, z podejścia czysto kinematycznego natomiast temperatura znacznie niższa, czyli $\Theta_{a,cr} = 571 \text{ }^{\circ}\text{C}$. W świetle uwag przytoczonych powyżej pierwsze z tych oszacowań wydaje się bardziej wiarygodne, drugie natomiast powinno zostać opatrzone ilościowym kwantyfikatorem „co najmniej”.

Rekomendowana w tym artykule procedura obliczeniowa jest jakościowo różna od analogicznej procedury bazującej na formalizmie programowania liniowego i zaproponowanej w pracy [Králik J., Varga T., 2006]. W pracy tych autorów w celu oszacowania odporności ogniowej ramy stalowej rozwiązuje się bowiem osobno zadania specyfikowane dla podejścia statycznego i kinematycznego, a następnie określa przedział wartości wewnątrz którego spodziewana jest lokalizacja faktycznej odporności rozpatrywanego ustroju. W algorytmie zaproponowanym w niniejszym artykule, prowadzącym do oszacowania dla badanej ramy jednoznacznie do niej odniesionej temperatury krytycznej, oba podejścia zostały włączone do jednej wspólnej procedury, co czyni ją łatwiejszą w zastosowaniu i czytelniejszą w interpretacji.

10. Podsumowanie i wnioski.

Zaprezentowane w niniejszych rozważaniach przykłady obliczeniowe wydają się potwierdzać tezę postawioną na początku pracy, zgodnie z którą odpowiednio uogólnione klasyczne kinematyczne podejście do oceny nośności granicznej ramy stalowej poddanej oddziaływaniu pożaru stanowi wydajne i efektywne narzędzie umożliwiające wiarygodną specyfikację przypisaną do tej ramy temperatury krytycznej skojarzonej z osiągnięciem przez rozpatrywany ustrój nośny stanu granicznego nośności ogniowej. Poszukiwana wartość temperatury może przy tym być traktowana jako obiektywna miara bezpieczeństwa jednoznacznie charakteryzująca badaną ramę. Nie zależy ona bowiem ani od przebiegu ani też od intensywności pożaru na który ta rama w danej lokalizacji będzie ekspozycja. Jest za to funkcją samej tylko nośności plastycznej zginanego przekroju poprzecznego specyfikowanej dla kształtowników z których wykonano rygle i słupy rozpatrywanej ramy oraz, pośrednio, geometrii i sposobu obciążenia tej ramy warunkujących lokalizację ewentualnych przegubów plastycznych. Wyznaczenie wartości poszukiwanej temperatury przeprowadza się kolejno dla każdego potencjalnie możliwego ale kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu ruchu a następnie jako miarodajną przyjmuje się tą spośród wszystkich wyliczonych wcześniej wartości, która w pożarze zostanie osiągnięta najwcześniej, czyli wartość minimalną. Analiza każdego mechanizmu opiera się w tej procedurze na budowie odpowiednich równań równowagi kwantyfikujących równość wartości pracy wykonanej przez obciążenia zewnętrzne na wymuszonych kinematycznie przemieszczeniach wirtualnych z pracą wykonaną przez siły przekrojowe na wirtualnych odkształceniach. W ujęciu szczegółowo rozpatrywanym w tej pracy rozważa się przy tym wpływ samego tylko zginania, pomijając dla uproszczenia wywodu nieunikniony wpływ interakcji momentu zginającego z siłą poprzeczną w ryglu ramy i z siłą podłużną w jej słupach. W przegubach plastycznych w tego typu modelu formalnym praca momentu zginającego, o wartości równej plastycznej nośności na czyste zginanie specyfikowanej dla przekroju poprzecznego elementu nośnego, w którym ten przegub jest zlokalizowany, wykonywana jest zatem na samych tylko wirtualnych obrotach. Jeżeli znane są a priori wszystkie wartości czynnych i biernych (reakcji podporowych) sił obciążających ramę i znana jest nośność plastyczna M_{pl} określona dla przekroju poprzecznego kształtowników zastosowanych odpowiednio na rygle i na słupy tej ramy to w klasycznym ujęciu, jak pokazano w rozdziale 5 niniejszej pracy, nośność graniczna całej ramy dla każdego rozpatrywanego mechanizmu ruchu determinowana jest przez graniczną wartość mnożnika obciążenia λ_{cr} . Najmniejszy spośród wszystkich tego typu mnożników wskazuje przy tym krytyczny mechanizm decydujący o nośności badanego ustroju. Ważne, że wartość poszukiwanego mnożnika nie zależy w tym modelu obliczeniowym od charakterystyki pola sił wewnętrznych indukujących się w ramie w procesie narastania obciążenia, nie zależy więc także od historii czyli sposobu tego narastania. Analizując zachowanie się ramy stalowej w pożarze rozwiniętym mamy do czynienia z nietypową sytuacją obliczeniową. Nośność graniczna nie jest bowiem w takiej sytuacji osiągana przez monotoniczne i proporcjonalne narastanie wszystkich przyłożonych do konstrukcji obciążeń zewnętrznych. Zakłada się teraz, że poziom wszystkich tego typu obciążeń jest z góry ustalony. Co więcej, został on ustalony przed zainicjowaniem pożaru i

pozostaje niezmienny przez cały czas jego trwania pomimo ewentualnego wypalenia się potencjalnego paliwa, co w konsekwencji redukuje wartość obciążenia stałego, czy ewakuacji użytkowników obiektu, co zmieniłoby wartość obciążenia użytkowego. Przy ustalonym poziomie obciążeń zewnętrznych następuje jednak monotoniczne i proporcjonalne nagrzewanie elementów konstrukcyjnych analizowanej ramy nośnej, a więc równocześnie coraz bardziej efektywne ich osłabianie. Stan graniczny nośności ogniowej zostanie osiągnięty dopiero wtedy, gdy osłabienie to będzie już na tyle duże, że rama nie będzie w stanie zapewnić dalszego bezpiecznego przenoszenia przyłożonych do niej wcześniej obciążeń.

Uogólnienie klasycznej procedury obliczeniowej na wyjątkową sytuację pożaru musi uwzględnić fakt postępującej redukcji plastycznej nośności zginanego przekroju poprzecznego wraz z narastającą temperaturą stali. Redukcja ta jest przy tych założeniach proporcjonalna do stopnia redukcji nominalnej granicy plastyczności f_y tej stali i opisana normowym współczynnikiem redukcyjnym $k_{y,\Theta}$. Dla każdej zadanej wartości temperatury Θ da się zatem w sposób jednoznaczny przypisać wartość zredukowanej w tej temperaturze plastycznej nośności przekroju $M_{pl,\Theta}$. Trzeba tu podkreślić, że w tym podejściu nie rozpatruje się zniszczenia typu statecznościowego, o nośności ramy nie decydują więc w żadnym stopniu zależne od temperatury stali różnego typu współczynniki globalnego lub lokalnego wyboczenia ani też zwichrzenia. Wprowadzenie do procedury obliczeniowej dodatkowego parametru $k_{y,\Theta}$ było jednym z podstawowych celów rozważań zawartych w niniejszej pracy. Znajomość krytycznej wartości parametru $k_{y,\Theta} = k_{y,\Theta_{cr}}$, a więc największej spośród wszystkich wyznaczonych wcześniej dla każdego z badanych mechanizmów ruchu, daje natychmiast najmniejszą możliwą wartość temperatury krytycznej Θ_{cr} określoną dla całej ramy i interpretowaną jako poszukiwana miara bezpieczeństwa.

W pracy proponuje się rozmaite procedury obliczeniowe umożliwiające wiarygodne oszacowanie poszukiwanej temperatury Θ_{cr} . Wybór zastosowanej techniki obliczeniowej zależy od wygody użytkownika i stopnia skomplikowania zadania. Zawsze jednak sposób obliczeń wywodzi się od algorytmów klasycznych, rekomendowanych do stosowania w podstawowej sytuacji projektowej, bez uwzględniania wpływu pożaru. Opracowanie analogicznych procedur, uogólnionych tak aby możliwe było ich dostosowanie do wyjątkowej sytuacji pożaru rozwiniętego stanowiło podstawowe zadanie autorki. W prostych przypadkach obliczeniowych, przy ramach o prostej geometrii, do oszacowania poszukiwanej temperatury krytycznej badanej ramy zalecana będzie typowa analiza poszczególnych kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów ruchu. Omówiono ją szczegółowo i skomentowano w rozdziale 5 niniejszej pracy. W wielu sytuacjach wygodne będzie wykorzystanie technik obliczeniowych związanych z identyfikacją chwilowego środka obrotu. Tego typu postępowanie przedstawiono na przykładach w rozdziale 6. W rozdziale 7 analizowano bardziej złożone przykłady, w których oprócz zbadania typowych mechanizmów podstawowych konieczne było zidentyfikowanie i szczegółowe rozpatrzenie mechanizmów kombinowanych budowanych przez wzajemne łączenie prostych mechanizmów belkowych i/lub przechyłowych. Wszystkie wymienione powyżej techniki obliczeniowe wykorzystywały w sposób bezpośredni typowe procedury klasycznego podejścia kinematycznego do

oszacowania nośności granicznej badanej ramy. Zasadniczo odmienne podejście do specyfikacji temperatury krytycznej ramy stalowej zaprezentowano w rozdziale 8 niniejszej pracy. Tym razem zaproponowano podejście analityczno – graficzne, wykorzystujące zasady redystrybucji momentów zginających w elementach ramy. Wychodzi ono zatem z technik obliczeniowych charakterystycznych dla podejścia statycznego, alternatywnego względem podejścia kinematycznego, niemniej jednak ostateczne wnioskowanie co do miarodajnej wartości temperatury krytycznej opiera się na porównaniu rozwiązań skojarzonych z kolejnymi analizowanymi mechanizmami ruchu, a więc jest już domeną podejścia kinematycznego stanowiącego przedmiot prezentowanej pracy.

Należy wyraźnie podkreślić, że przytoczone w pracy podejścia obliczeniowe prowadzą do uzyskania jedynie przybliżonego oszacowania nośności granicznej ramy, odpowiednio w pierwszym przypadku od góry, czyli od strony niebezpiecznej (w rozumieniu „nadmiernie optymistycznej”), w drugim natomiast od dołu, co oznacza „niedoszacowanej”. Przeszacowanej nośności granicznej ustroju nośnego towarzyszyć musi nadmiernie restrykcyjne oszacowanie jego temperatury krytycznej, zaś nośność niedoszacowana oznacza zawsze wyznaczenie temperatury krytycznej na poziomie nazbyt ryzykownym. Zawsze jednak będą to oszacowania bardziej wiarygodne od tego, które uzyskuje się metodami przybliżonymi, po analizie jedynie pojedynczych elementów konstrukcyjnych.

Rozważania prezentowane w pracy kończy przedstawiona w rozdziale 9 oryginalna procedura pozwalająca na oszacowanie temperatury krytycznej ramy o w zasadzie dowolnym stopniu złożoności przy wykorzystaniu technik programowania liniowego. Wydaje się ona na pierwszy rzut oka dość żmudna i mało praktyczna, niemniej jednak jej zalety dostrzega się i docenia przy rozwiązywaniu zadań z dużą liczbą parametrów, takich dla których w tradycyjnym podejściu trzeba by identyfikować znaczną liczbę nie zawsze oczywistych mechanizmów ruchu. W odczuciu autorki procedura obliczeniowa rekomendowana w tym rozdziale porządkuje kolejne etapy postępowania, co zmniejsza ryzyko pominięcia rozwiązania nie do końca spodziewanego lub mało typowego.

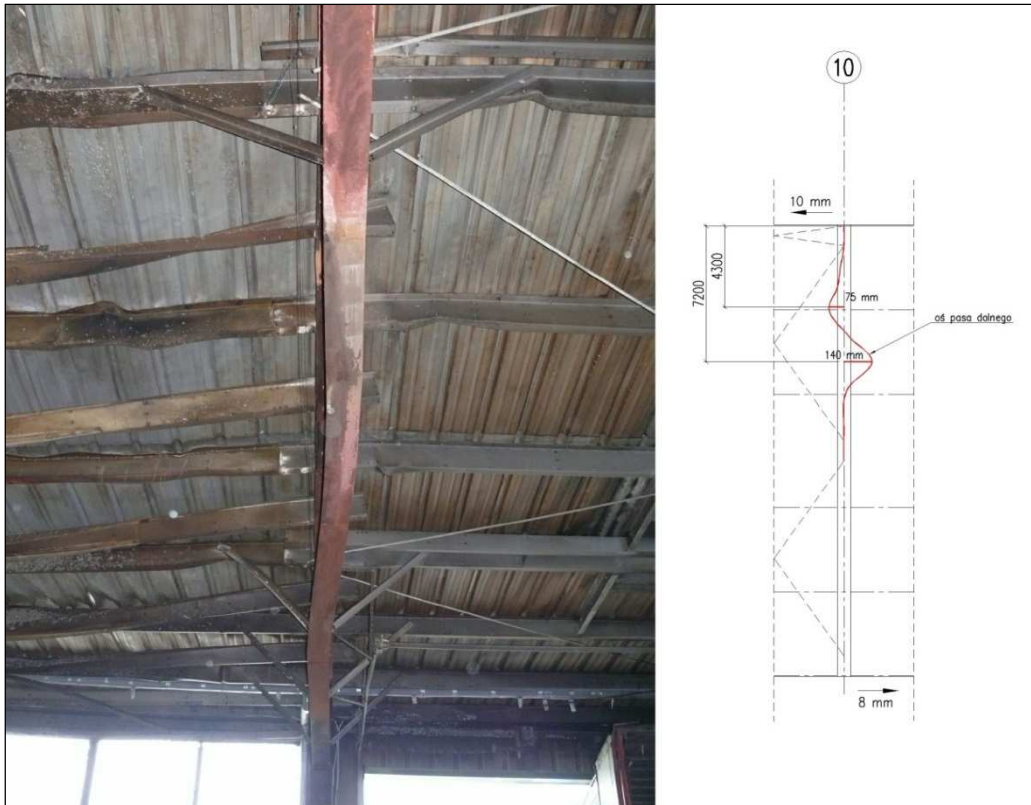
Uzupełnieniem prezentowanych rozważań jest dyskusja przedstawiona w rozdziale 3 niniejszej pracy. Pokazuje się w nim sposób tworzenia się w elemencie nośnym kolejnych przegubów plastycznych i omawia jak powstawanie i uruchamianie tych przegubów determinuje proces redystrybucji sił wewnętrznych. Kojarzy się przy tym redystrybucję momentów zginających z redystrybucją siły podłużnej. Sposób prezentowanej redystrybucji jest specyficzny dla wyjątkowej sytuacji projektowej pożaru rozwiniętego i warunkuje kolejne etapy pracy analizowanego elementu nośnego. Analizuje się, co prawda, element belkowy, sposób zamodelowania warunków brzegowych umożliwia jednak łatwe uogólnienie otrzymanych rozwiązań na belki i słupy ramy stalowej.

Do skomentowania pozostaje jeszcze kwestia wiarygodności oszacowania temperatury krytycznej ramy stalowej uzyskanego dzięki zastosowaniu odpowiednio uogólnionych technik obliczeniowych wywodzących się z podejścia kinematycznego do oceny nośności granicznej rozpatrywanego ustroju nośnego. Dyskusję na ten temat podjęto i szczegółowo omówiono w rozdziale 2 niniejszej pracy. Wykazano tam, że rozwiązanie uzyskane tą metodą będzie dostatecznie wiarygodne jeśli tylko uda się zagwarantować odpowiednio duże prawdopodobieństwo zniszczenia w pożarze rozpatrywanej ramy na sposób czysto plastyczny. Będzie to możliwe tylko wtedy, gdy nie będzie realnego zagrożenia, że rama

zniszczy się w pożarze znacznie wcześniej, zanim powstaną i uruchomią się rozpatrywane w modelu przeguby plastyczne. Rama nie może zatem niszczyć się już w zakresie sprężystym ani nawet sprężysto-plastycznym, na przykład przez globalną lub lokalną utratę stateczności. Taka interpretacja odpowiada pierwszej tezie pomocniczej sformalizowanej w rozdziale 1 niniejszej pracy. Jeżeli jednak trudno zaakceptować przytoczone powyżej ograniczenie, co niewątpliwie dotyczy ram podatnych na zniszczenie w warunkach pożaru przez sprężystą lub sprężysto-plastyczną utratę stateczności albo jedynie przez nadmierne i nieakceptowalne deformacje elementów nośnych, to rozwiązanie uzyskane po zastosowaniu procedur przytoczonych w niniejszej pracy nadal pozostanie użyteczne. Trzeba je tylko potraktować jako element szerszej procedury obliczeniowej opartej na zastosowaniu półempirycznej reguły *Rankine'a – Merchanta*, tak jak to pokazano w rozdziale 4 prezentowanej pracy. Taka interpretacja otrzymanego rozwiązania jest zgodna z drugą tezą pomocniczą zapisaną w rozdziale 1 niniejszego opracowania.

W rozdziale 2 prezentowanej pracy pokazano również, że dyskusja na temat wiarygodności uzyskanych wyników nie będzie miała istotnego znaczenia w przypadku pożarów w czasie których elementy nośne badanej ramy nie zdeformują się w sposób znaczący. Nie zachodzi wtedy konieczność uwzględnienia w szczegółowej analizie dużych odkształceń ani też, choć nie zawsze, weryfikacji dopuszczalnych przemieszczeń zidentyfikowanych dla elementów i węzłów rozpatrywanego ustroju. Trzeba tylko postawić pytanie, czy na etapie dokonywania prognozy, dla konkretnego obiektu, można z góry zagwarantować że zakres deformacji po pożarze, który potencjalnie temu obiektowi zagraża będzie ograniczony. Odpowiedź może być twierdząca tylko wtedy, gdy oceniający dysponuje wynikami szczegółowej inwentaryzacji dotyczącej rodzaju, ilości i sposobu rozłożenia potencjalnego paliwa stanowiącego obciążenie ogniowe strefy pożarowej mieszczącej w sobie analizowany ustrój nośny, a także potrafi antycypować o warunkach wentylacji tej strefy w warunkach takiego pożaru na podstawie geometrii strefy i liczby oraz wielkości zastosowanych w jej ścianach i stropach otworów bramowych i okiennych. O tym, że w wielu sytuacjach przebieg pożaru oddziałującego na ramowy ustrój nośny, w tym w szczególności jego intensywność i czas trwania, są w sposób nieunikniony ograniczone przez okoliczności specyficzne dla badanego obiektu świadczą wyniki oceny stanu technicznego hali stalowej opisane w pracy [Maślak M., Tkaczyk A., 2011b], [Maślak M, Tkaczyk A., 2011c]. Jak widać na rys. 10.1 deformacje zinwentaryzowane dla ram poprzecznych podstawowego ustroju nośnego tej hali były na tyle małe, że pozwalały wnioskować o dostatecznej wiarygodności rozwiązań uzyskanych po analizie uproszczonego modelu formalnego odniesionego jedynie do pojedynczej ramy tego typu, nie zaś do trójwymiarowego modelu całej hali.

Analogiczny wniosek da się wyciągnąć z podobnej inwentaryzacji przeprowadzonej po pożarze dla innego typu hali przemysłowej [Gwóźdź M., Woźniczka P., Tkaczyk A., 2016]. Nie zawsze jednak tego rodzaju konstatacja jest prawdziwa. W wielu sytuacjach zniszczenie stalowego ramowego ustroju nośnego po pożarze może mieć charakter zniszczenia totalnego, dla którego zastosowanie uproszczonego modelu analitycznego pojedynczej płaskiej ramy poprzecznej w sposób oczywisty nie ma sensu. Aby się o tym przekonać wystarczy spojrzeć na stan zachowania po pożarze ustroju nośnego jednej z krajowych galerii handlowych pokazany na rys. 10.2 i zaczerpnięty z pracy [Biczyski A. et al., 2012].



Rys. 10.1 Przykład zinwentaryzowanej po pożarze deformacji rygła ramy poprzecznej podstawowego ustroju nośnego hali stalowej (na podstawie [Maślak M., Tkaczyk A., 2011b]).



Rys. 10.2 Zniszczenie w sposób totalny po pożarze podstawowego ramowego ustroju nośnego hali stalowej galerii handlowej (na podstawie [Biczyski A. et al., 2012], fotografia A. Biczyski).

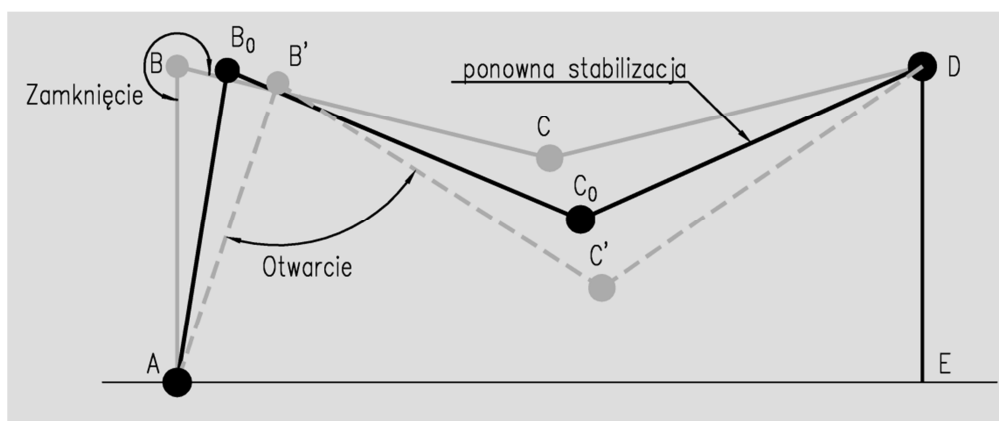
11. Przewidywane kierunki dalszych badań.

Jak zaznaczono w poprzednim rozdziale, procedury obliczeniowe opracowane przez autorkę i prezentowane w niniejszej pracy wynikają z uogólnienia na sytuację pożaru rozwiniętego klasycznych metod szacowania nośności granicznej ram stalowych, zwłaszcza tych, które opierają się na kinematycznym podejściu do tej oceny. W dalszych badaniach planuje się rozważenie kolejnych, bardziej złożonych modeli obliczeniowych.

W pierwszym etapie badany będzie jakościowy i ilościowy wpływ, jaki na uzyskane oszacowanie temperatury krytycznej ramy będzie miało uwzględnienie interakcji $M - V$ w ryglach ramy i interakcji $M - N$ w jej słupach. Oznacza to odpowiednie rozbudowanie równań równowagi przez wzięcie pod uwagę nie tylko pracy wykonywanej przez momenty M_{pl} na obrotach w przegubach plastycznych ale i skojarzonej z tymi samymi mechanizmami ruchu pracy wykonywanej przez siłę poprzeczną i siłę osiową na odpowiadających tym siłom wirtualnych odkształceniach. Do przeprowadzenia tego rodzaju analizy jako punkt wyjściowy wykorzystane zostanie uogólnione na sytuację pożaru stowarzyszone prawo płynięcia, na przykład tak jak to pokazano w pracy [Chi Kin Iu, Siu Lai Chan, Xiao Xiong Zha, 2007].

Celem kolejnego etapu prac będzie próba skojarzenia zaproponowanych teraz modeli obliczeniowych z wymogami zapisu obowiązującymi w Metodzie Elementów Skończonych (MES). Wykorzysta się na tym polu opis przegubów plastycznych prowadzony w tak zwanej formule sztywnościowej, w której macierz sztywności mieści w sobie elementy interpretowane jako sztywności odpowiednich zastępczych sprężyn modelujących w przypadku sprężyn zewnętrznych podatność węzła natomiast w przypadku sprężyn wewnętrznych nieliniowe zachowanie stali w temperaturze pożarowej [Chi Kin Iu, Siu Lai Chan, 2004].

W dalszej kolejności szczegółowej analizie poddany zostanie model dwuetapowego zachowania się mechanizmu czysto plastycznego zniszczenia ramy, rozwinięty dla przypadku pożaru w pracy [Song Y. et al., 2009]. Uproszczony schemat tego rodzaju podejścia pokazano na rys. 11.1.



Rys. 11.1 Dwuetapowy model pracy czysto plastycznego mechanizmu zniszczenia ramy (na podstawie [Song Y. et al., 2009]).

Jak widać, w tym ujęciu po początkowym przejściu ramy z konfiguracji $ABCDE$ do konfiguracji $AB'C'D'E$ następuje etap stabilizacji skutkujący powrotem ramy do konfiguracji pośredniej AB_0C_0DE . Realizacja takiego mechanizmu w warunkach pożaru nie jest zatem równoznaczna ze zniszczeniem ramy ale raczej z ustaleniem się pewnego nowego położenia równowagi.

Ostatnim etapem planowanych badań będzie próba implementacji do obliczeń zaawansowanego modelu zachowania się przegubu plastycznego pod obciążeniem (tak zwany *refined plastic hinge model* opisany między innymi w pracy [Seung-Eock Kim, Moon Kyum Kim, Wai-Fah Chen, 2000]) połączona z weryfikacją czy tego typu opis będzie użyteczny i efektywny również w przypadku analizy odniesionej do sytuacji pożarowej.

12.Literatura.

A

Aribert J.M., Kruppa J., 1978 – Détermination par programmation linéaire de champs de températures critiques dans des structures soumises a un incendie. *Construction Métallique*, 1/1978, str. 3-16;

B

Biczyski A., Maślak M., Kwaśniewski L., Łukacz M., 2012 – Fire in a large-area shopping center, w: Wald F. et al. (Eds.) – COST Action TU0904, Integrated Fire Engineering and Response – Case Studies, CTU Publishing - Production, Czech Technical University in Prague (ISBN 978-80-01-05004-0), March 2012, str.131-139,

Błyskal E., Ślęczka L., 2015 – Przemysłowe modele obliczeniowe ramowych hal stalowych, *Czasopismo Inżynierii Łądowej, Środowiska i Architektury*, tom XXXII, z. 62 (3/II/15), lipiec – wrzesień 2015, str. 25-36;

Buchanan A., Moss P., Septuro J., Welsh R., 2004 – The effect of stress – strain relationships on the fire performance of steel beams, *Engineering Structures*, 26, str. 1505-1515;

C

Chen W.F., Sohal I., 1995 – Plastic design and second-order analysis of steel frames, Springer – Verlag;

Chi Kin Iu, Siu Lai Chan, 2004 – A simulation-based large deflection and inelastic analysis of steel frames under fire, *Journal of Constructional Steel Research*, 60, str.1495-1524;

Chi Kin Iu, Siu Lai Chan, Xiao Xiong Zha, 2007 – Material yielding by both axial and bending spring stiffness at elevated temperature, *Journal of Constructional Steel Research*, 63, str.677-685;

D

Dwaikat M. M. S, Kodur V. K. R., 2011 – A performance based methodology for fire design of restrained steel beams, *Journal of Constructional Steel Research*, 67, str. 510-524;

E

El-Heweity M.M., 2012 – Behaviour of portal frames of steel hollow sections exposed to fire, *Alexandria Engineering Journal* 51;

F

Franssen J.M., Cooke G.M.E., Latham D.J., 1995 – Numerical simulations of a full scale fire test on a loaded steel framework, *Journal of Constructional Steel Research* 35;

G

Galambos T. V., 1998 – Guide to stability design criteria for metal structures, Fifth edition, John Wiley & Sons Inc., New York;

Grabowski W., 1982 – Programowanie matematyczne. Państwowe Wydawnictwa Ekonomiczne, Warszawa;

Gwóźdź M., Woźniczka P., Tkaczyk A., 2016 – Odbudowa stalowych hal przemysłowych uszkodzonych w przebytych pożarach, *Bezpieczeństwo i Technika Pożarnicza*, 4/2016, str.51-66;

H

Heyman J., 1971 – Plastic Design of Frames, 2. Applications, Cambridge University Press;

Huang Z.F., Tan K.H., 2002 – Rankine approach for fire resistance of axially—restrained steel column, in: Proceedings of 4th International Conference on Performance—Based Codes and Fire Safety Design Methods, Melbourne, Australia, 2002, str. 225-234;

K

Kirby B.R., Wainman D.E., Tomlinson L.N., Kay T.R., Peacock B.N., 1994 – Natural fires in large scale compartments – A British Steel Technical, Fire Research Station Collaborative Project, British Steel Technical, Swinden Laboratories, 1994;

Kirby B.R., Wainman D.E., 1997 – The behaviour of structural steelwork in natural fires, Swinden Technology Center, 1997, British Steel;

Kirby B. R., 1998 – The behaviour of a multi – storey steel framed building subjected to fire attack. Experimental Data, British Steel plc., Swinden technology Centre;

Králik J., Varga T., 2006 – Deterministic and probability analysis of fire resistance of a steel portal frame with tapered members, in: Guedes Soares C., Zio E. (Eds.), Safety and Reliability for Managing Risk, Proceedings of the 15th European Safety and Reliability Conference (ESREL 2006), Estoril, Portugal, September 18-22, CRC Press, ISBN 9780415416207;

L

Lennon T., Moore D.B., 2003 – Results and observations from a full – scale fire test at BRE Cardington, BRE Construction Division, Watford;

Li Guo-qiang, Wang Kai-qiang, Liu Yu-shu, Chen Su-wen, 2012 – Catenary action of restrained steel beam against progressive collapse of steel frameworks, *Journal of Central South University of Technology*, 19; str. 537-546;

Liu T. C. H., Fahad M. K., Davies J. M., 2002 – Experimental investigation on behaviour of axially restrained steel beams in fire, *Journal of Constructional Steel Research*, 58, 2002, str. 1211-1230;

M

Martin D., Moore D., 1999 – The behaviour of multi – storey steel framed buildings in fire. A European Joint Research Program Experimental Data, British Steel plc., Swinden technology Centre;

Maquoi R., Jaspert J.P., 2001 – Merchant – Rankine approach for the design of steel and composite sway buildings frames, Liege, 2001;

Maquoi R., Jaspert J.-P., 2002 – Merchant – Rankine approach for the design of steel and composite sway building frames, Steel Structures, vol. 2, 1/2002, str. 1-11;

Maślak M., 2008 – Trwałość pożarowa stalowych konstrukcji prętowych, Monografia 370, Seria „Inżynieria Lądowa”, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków;

Maślak M., 2011 – Rankine – Merchant approach to specification of flexural buckling coefficient for fire situation, w: Gosowski B., Rykaluk K., Ziółko J. (Eds.) – Progress in steel and composite structures, Proceedings of the 12th International Conference on Metal Structures, ICMS, Wrocław, June 15-17, 2011, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, str. 172-180;

Maślak M., 2012 – Rankine-Merchant approach to specification of flexural buckling coefficient for fire situation, Journal of Civil Engineering and Architecture, Volume 6, No. 9;

Maślak M., 2014a – Temperatura krytyczna konstrukcji stalowej, Ochrona Przeciwpożarowa, Kwartalnik Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Pożarnictwa, 2/2014 (48), str. 2-7;

Maślak M., 2014b – Temperatura krytyczna jako miara odporności ogniowej stalowej konstrukcji nośnej w pożarze rozwiniętym, Międzynarodowe Seminarium dla Rzecznawców ds. Zabezpieczeń Przeciwpożarowych „Ochrona Przeciwpożarowa” – Zakopane – 20-23.03.2014;

Maślak M., Litwin M., 2010 – Podatność stalowego węzła belka – słup w temperaturze pożarowej, Inżynieria i Budownictwo, Vol. 8, str.441-445;

Maślak M., Tkaczyk A., 2011a – Fire resistance of simple steel frame – Kinematic Approach to Evaluation, Proceedings of the 6th European Conference on Steel and Composite Structures “Eurosteel 2011”, Budapest, Hungary, August 31 – September 2, str.1497-1502;

Maślak M., Tkaczyk A., 2011b – Ocena stanu bezpieczeństwa stalowej konstrukcji nośnej hali po pożarze, XXV Konferencja Naukowo – Techniczna, Międzyzdroje 24-27 maja 2011, Awary Budowlane 2011, str.833-840;

Maślak M., Tkaczyk A., 2011c – Zmiany twardości stali konstrukcyjnej po pożarze, VI Konferencja Naukowo – Techniczna, Zagadnienia Materiałowe w Inżynierii Lądowej, MATBUD’2011, Politechnika Krakowska, Kraków, 20-22 czerwca 2011, str.215-223;

Maślak M., Tkaczyk A., 2012 – Oszacowanie nośności granicznej ramy stalowej w pożarze rozwiniętym, Inżynieria i Budownictwo nr 3/2012, str. 160-163;

Maślak M., Tkaczyk A., 2014a – Semi graphical approach to critical temperature evaluation for pitched-roof steel frame exposed to fire, Proceedings of the 7th European Conference on Steel and Composite Structures “Eurosteel 2014”, Naples, Italy, September 10-12, 2014;

Maślak M., Tkaczyk A., 2014b – A semi-graphic approach to the fire resistance assessment of a gable steel frame, Czasopismo Techniczne, 6-B/2014, str.67-82;

Maślak M., Tkaczyk A., 2014c – Szacowanie temperatury krytycznej ogarniętej pożarem stalowej ramy portalowej z wykorzystaniem chwilowego środka obrotu, II Międzynarodowa Polsko - Ukraińska Konferencja Naukowo Techniczna, „Aktualne Problemy Konstrukcji Metalowych APKM 2014”, Gdańsk 27-28 11.2014, str.163-166;

Maślak M., Tkaczyk A., 2015, Identyfikacja krytycznego kinematycznego mechanizmu zniszczenia plastycznego ogarniętej pożarem stalowej ramy portalowej. Inżynieria i Budownictwo, 2/2015, str. 103-107;

Maślak M., Pazdanowski M., Tkaczyk A., 2016 – Fire resistance evaluation of a steel sway frame load-bearing structure using the linear programming, Proceedings of the XIII International Conference on Metal Structures, Zielona Góra, June 15-17, 2016, Balkema – Taylor & Francis Group, str.323-330;

Maślak M., Tkaczyk A., 2016 – Programowanie liniowe jako technika obliczeniowa użyteczna w szacowaniu odporności ogniowej stalowej ramowej konstrukcji nośnej, Bezpieczeństwo i Technika Pożarnicza 4/2016, str.99-120;

Maślak M., Snela M., Tkaczyk A., 2017 – Redystrybucja sił przekrojowych w stalowej belce dwuteowej w sytuacji pożaru, Inżynieria i Budownictwo nr 7/2017;

Maślak M., Tkaczyk A., 2017 – Użyteczność modelu obliczeniowego pojedynczej ramy poprzecznej w szacowaniu odporności ogniowej hali stalowej, Bezpieczeństwo i Technika Pożarnicza 2/2017;

Merchant W., 1954 – The Failure Loads of Rigid Jointed Frameworks as Influenced by Stability, The Structural Engineer, 32, str..185-190;

Murzewski J., 1976 – Teoria nośności losowej konstrukcji prętowych, PWN, Warszawa;

O

Obiala R., Vassart O., Zhao B., Sakj M. S., de la Quintana J., Morente F., Fransen J. - M., Lansival J. -B., 2010 – Fire safety of industrial halls. A valorization project, EUR 24222 EN Final Report, Luxembourg;

P

Petterson O., 1985 – Structural fire behaviour – development trends, Proceedings of 1st International Symposium of International Association of Fire Safety Science (IAFSS), National Institute of Standards (NIST), Gaithersburg, Maryland, USA, October 7-11;

R

Rankine W.J.M., 1866 – Useful Rules and Tables, London;

S

Sawczuk A., Duszek M., Zawidzki J., 1973 – Zagadnienia analizy plastycznej konstrukcji metalowych, Branżowy Ośrodek Informacji Technicznej i Ekonomicznej COBPKM „Mostostal”, Warszawa;

Sawczuk A., 1964, Nośność graniczna ram płaskich, Arkady, Warszawa;

Seung-Eock Kim, Moon Kyum Kim, Wai-Fah Chen, 2000 – Improved refined plastic hinge analysis accounting for strain reversal, *Engineering Structures*, 22, str.15-25;

Skowroński W., 1997 – Plastic load capacity and stability of frames in fire, “*Engineering Structures*”, Vol. 19, No 9;

Skowroński W., 2004 – Fire Safety of Metal Structures, Theory and Design Criteria, PWN, Warsaw, Poland;

Song Y., Huang Z., Burgess I., Plank R., 2009 – A new design method for industrial portal frames in fire, *Proceedings of International Conference Application of Structural Fire Engineering*, 19-20 February 2009, Prague, Czech Republic, str.344-349;

Sun R., Burgess I. W., 2016 – An analytical and numerical prediction for ductility demand on steel beam-to-column connections in fire, *Engineering Structures*, 115, 2016, str. 55-66;

T

Toh W.S., Tan K.H., Fung T.C., 2000 – Compressive resistance of steel columns in fire: Rankine approach, *Journal of Structural Engineering* 126 (3), str.398-404;

Toh W.S., Tan K.H., Fung T.C., 2001 – Strength and stability of steel frames in fire: Rankine Approach, “*Journal of Structural Engineering*”, Vol. 127, No. 4;

Tang C.Y., Tan K.H., Ting S.K., 2001 – Basis and application of a simple interaction formula for steel columns under fire conditions, *Journal of Structural Engineering* 127 (10); str.1206-1213;

Tang C.Y., Tan K.H., 2001 – Basis and applications of simple application formula for steel frames under fire conditions, *Journal of Structural Engineering* 127 (10), str.1214-1220;

Tang C. Y., 2002 – A unified approach for fire resistance prediction of steel columns and frames, *Second International Workshop “Structures in fire”*, Christchurch, March;

Toh W.S., Tan K.H., Fung T.C., 2003 – Rankine approach for steel columns in fire: Numerical studies, *Journal of Constructional Steel Research* 59 (2003), str.315-334;

V

Vassart O., Brasseur M., Cajot L. G., Obiala R., Griffin A., Spasov Y., Renaud C., Zhao B., Arce C., de la Quintana J., 2007 – Fire safety of industrial halls and low-rise buildings: realistic fire design, active safety measures, post-local failure simulation and performance based requirements, EUR 22568 EN Final Report, Luxembourg;

W

Wojewódzki W., 2005 – Nośność graniczna konstrukcji prętowych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa;

Wald F., Kallerová P., Chlouba P., Sokol Z., Strejček M., Pospíšil J., Štroner M., Křemen T., Smitka V., 2010 – Fire test on an administrative building in Mokrsko, Czech Technical University in Prague, Praga;

Wong M.B., 2001 – Elastic and plastic methods for numerical modelling of steel structures subject to fire, “Journal of Constructional Steel Research”, Vol. 57, str.1-14;

Wong, S.Y., Burgess, I.W. and Plank, R.J., 2000 – Simplified estimation of critical temperatures of portal frames in fire, Paper 09.03, Proc. International Conference on Steel Structures of the 2000s, Istanbul;

Wong S.Y., Burgess I.W., Plank R.J., Atkinson G., 1999 – The response of industrial portal frame structures to fire, Paper 72, Eurosteel 99, Prague, str. 65-76;

Y

Yin Ying-zhi, Wang Yong-chang, 2005 – Analysis of catenary action in steel beams using a simplified hand calculation method: Part 2: Validation for non-uniform temperature distribution, Journal of Constructional Steel Research, 61 (2), str. 213-234;

NORMY I ROZPORZĄDZENIA

CEN, 2002 – PN-EN 1991-1-2 Eurokod 1: Oddziaływanie na konstrukcje. Część 1-2. Oddziaływanie na konstrukcje w warunkach pożaru.

CEN, 2007 - PN-EN 1993-1-2 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-2: Reguły ogólne. Obliczanie konstrukcji na wypadek pożaru.

Dz. U. Nr 75 z 2002 r., poz. 690, Rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 12 kwietnia 2002 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie.

13. Streszczenie.

Praca dotyczy szacowania odporności ogniowej stalowych, ramowych ustrojów nośnych. Analizowane jest zachowanie w pożarze ram płaskich o różnym stopniu złożoności, różnej geometrii i schemacie statycznym. Podstawowym celem rozprawy było potwierdzenie tezy sformułowanej w sposób następujący: „Uogólnione na przypadek pożaru rozwiniętego klasyczne podejście kinematyczne do wyznaczania nośności granicznej ramowych układów konstrukcyjnych może stanowić wydajne i wiarygodne narzędzie obliczeniowe do szacowania wartości temperatury krytycznej prętowych ustrojów nośnych obiektów budowlanych”. Tezie tej w niniejszej pracy towarzyszą dwie tezy pomocnicze. W pierwszej z tych tez założono że: „Oszacowanie temperatury krytycznej rozpatrywanej rami stalowej uzyskane po zastosowaniu uogólnionego na sytuację pożaru kinematycznego podejścia do oceny jej nośności granicznej będzie dostatecznie wiarygodne tylko wtedy, gdy rama ta z odpowiednio dużym prawdopodobieństwem zrealizuje w pożarze czysto plastyczny mechanizm zniszczenia. Oznacza to, akceptację założenia że analizowana rama nie zostanie zniszczona wcześniej, na przykład przez jakąkolwiek formę jej globalnej lub lokalnej niestateczności”. Z tezy drugiej natomiast wynika, że: „Jeżeli trudno zakładać, że analizowana rama zniszczy się w pożarze w sposób czysto plastyczny to oszacowanie specyfikowanej dla niej temperatury krytycznej należy przeprowadzić w oparciu o półempiryczną metodę *Rankine'a - Merchanta*. W tym podejściu temperatura uzyskana po zastosowaniu samego tylko podejścia kinematycznego do oceny nośności granicznej tej rami będzie interpretowana jedynie jako parametr związany z czysto plastyczną nośnością badanego ustroju, towarzyszący analogicznemu parametrowi skojarzonemu z nośnością czysto sprężystą tego ustroju”.

Poszukiwana wartość temperatury krytycznej, traktowana jako obiektywna miara bezpieczeństwa jednoznacznie charakteryzuje badaną ramę. Nie zależy ona bowiem ani od przebiegu ani też od intensywności pożaru, na który ta rama w danej lokalizacji będzie ekspozycja. Jest za to funkcją samej tylko nośności plastycznej zginanego przekroju poprzecznego specyfikowanej dla kształtowników, z których wykonano rygle i słupy rozpatrywanej rami oraz, pośrednio, geometrii i sposobu obciążenia tej rami warunkujących lokalizację ewentualnych przegubów plastycznych. Wyznaczenie wartości poszukiwanej temperatury przeprowadza się kolejno dla każdego potencjalnie możliwego, ale kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu ruchu a następnie jako miarodajną przyjmuje się tą spośród wszystkich wyliczonych wcześniej wartości, która w pożarze zostanie osiągnięta najwcześniej, czyli wartość minimalną. Analiza każdego mechanizmu opiera się w tej procedurze na budowie odpowiednich równań równowagi kwantyfikujących równość wartości pracy wykonanej przez obciążenia zewnętrzne na wymuszonych kinematycznie przemieszczeniach wirtualnych z pracą wykonaną przez siły przekrojowe na wirtualnych odkształceniach. Wybór zastosowanej techniki obliczeniowej zależy od wygody użytkownika i stopnia skomplikowania zadania. Sposób obliczeń wywodzi się jednak zawsze od algorytmów klasycznych, rekomendowanych do stosowania w podstawowej sytuacji projektowej, bez uwzględniania wpływu pożaru. W prostych przypadkach obliczeniowych, przy ramach o nieskomplikowanej geometrii, do oszacowania poszukiwanej temperatury krytycznej badanej rami zalecana jest typowa analiza poszczególnych kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów ruchu. W wielu sytuacjach wygodne będzie przy tym

wykorzystanie technik obliczeniowych związanych z identyfikacją chwilowego środka obrotu. W przypadku ram bardziej złożonych oprócz zbadania typowych mechanizmów podstawowych konieczne będzie zidentyfikowanie i szczegółowe rozpatrzenie mechanizmów kombinowanych budowanych przez wzajemne łączenie prostych mechanizmów belkowych i/lub przechyłowych. Zasadniczo odmienną technikę specyfikacji temperatury krytycznej rozpatrywanej ramy stalowej stanowi podejście graficzno - analityczne, wykorzystujące zasady redystrybucji momentów zginających w elementach ramy. Wychodzi ono co prawda z technik obliczeniowych charakterystycznych dla podejścia statycznego, alternatywnego względem podejścia kinematycznego, niemniej jednak ostateczne wnioskowanie co do miarodajnej wartości temperatury krytycznej opiera się na porównaniu rozwiązań skojarzonych z kolejnymi analizowanymi mechanizmami ruchu, a więc jest już domeną podejścia kinematycznego stanowiącego przedmiot prezentowanej pracy.

W początkowych rozdziałach niniejszej pracy, zwłaszcza w rozdziale 3, szczegółowo omówiono sposób tworzenia się w elemencie nośnym typowej ramy stalowej kolejnych przegubów plastycznych, co determinuje w tym elemencie proces redystrybucji sił wewnętrznych a przez to warunkuje kolejne etapy jego pracy. Wcześniej, w rozdziale 2 prezentowanej rozprawy, podjęto dyskusję na temat użyteczności procedur szacowania odporności ogniowej sformalizowanych jedynie dla pojedynczej poprzecznej ramy stalowej w kontekście ewentualnego wykorzystania uzyskanych na ich podstawie wyników do specyfikacji oczekiwanego oszacowania tej odporności interpretowanego jako miarodajne dla całego badanego trójwymiarowego ustroju nośnego. Pokazano przy tym, że rezultaty uzyskane na podstawie procedur rekomendowanych w pracy będą wystarczająco wiarygodne w przypadku pożarów w czasie których elementy nośne badanej ramy nie zdeformują się w sposób znaczący. W rozdziale 4 prezentowanej rozprawy zaproponowano i przedyskutowano oryginalną procedurę obliczeniową pozwalającą na pośrednią specyfikację poszukiwanej temperatury krytycznej analizowanej ramy stalowej w oparciu o półempiryczną formułę *Merchanta – Rankine’a*. W kolejnych rozdziałach (rozdziały 5-9) skoncentrowano się na rozważaniach szczegółowych prezentujących rekomendowane przez autorkę procedury i towarzyszący tym procedurom sposób podejścia różnicowany w zależności od stopnia skomplikowania zadania. W zestawieniu tym niewątpliwie wyróżnia się pokazany w rozdziale 9 uniwersalny algorytm postępowania oparty na wykorzystaniu uogólnionych na sytuację pożaru technik programowania liniowego. Rozdział 10 to podsumowanie i ocena wyników pracy natomiast w ostatnim, 11 rozdziale rozprawy zaproponowano kierunki dalszych badań planowanych przez autorkę.

14. Summary.

This dissertation is concerned with the assessment of the fire resistance of steel-framed structures. The analysis focuses on the fire behaviour of two-dimensional frames differing in structural complexity. The major aim of the study was to confirm the thesis that “Generalised to the case of extended fire, the classical kinematic approach for determining the limit state of framed structures may be an efficient and reliable tool to estimate the critical temperature of such structures”. There are two supporting subtheses. One assumes that “The method for calculating the critical temperature of a steel frame based on the kinematic approach to the limit state of framed structures generalised to the case of a fire is reliable only if there is a high probability of failure due to purely plastic deformation when the structural frame is exposed to a fire. This implies no earlier failure of the structure resulting from its global or local instability.” From subthesis two it is apparent that “If it is difficult to assume whether, in the event of a fire, the failure of the analysed structure will be due to purely plastic deformation, then the structure-specific critical temperature should be estimated using the semi-empirical Rankine-Merchant formula. In such a case, the temperature obtained solely on the basis of the kinematic approach for determining the limit state of the structure will be interpreted only as a parameter of the plastic limit state used with a corresponding parameter of the plastic limit state of the structure.”

The critical temperature, treated as an objective measure of fire safety, unambiguously characterises the fire resistance of steel frame structures. It is independent of the rate of spread and intensity of the fire. It is thus a function of the cross-sectional resistance of beams and columns under bending to plastic deformation and, indirectly, the geometry and mode of loading of the frame members conditioning the potential location of plastic hinges. The critical temperature is determined for each possible but kinematically admissible mechanism of motion. The critical temperature is the lowest value of all the predicted limiting temperatures observed for a fire situation. In this procedure, each mechanism is analysed by formulating appropriate equilibrium equations showing that the work done by external loads on kinematically admissible virtual displacements is equal to the work done by cross-sectional forces on virtual deformations. The calculation method is selected according to the user’s preference and the degree of problem complexity. However, it is always derived from classical algorithms recommended for use in basic design situations taking no account of the effect of a fire. For simple cases, with the frame structure not being complex, it is recommended that the calculation procedure used for estimating the critical temperature of a structure should be typical; it should involve analysing the kinematically admissible mechanisms of motion. In many situations, it is convenient to use calculation methods for determining the instantaneous centre of rotation. When frame structures are more complex in design, it is necessary not only to analyse simple mechanisms but also to identify and study more complex mechanisms resulting from the combination of simple beam and/or sway mechanisms. A completely different approach to the critical temperature of a steel frame is the semi-graphical method using the principles of the redistribution of bending moments in the frame members. Although it derives from the calculation methods characteristic of the static approach, it is capable of providing reliable results concerning the critical temperature

of a steel frame structure by comparing solutions for the subsequent mechanisms of motion, which is typical of the kinematic approach.

The first chapters of this dissertation, especially Chapter 3, provide a detailed description of how plastic hinges form in a load-carrying element of a typical steel framed structure and what effect they have on the process of redistribution of internal forces and, consequently, the different stages of the element performance. Chapter 2 analyses the reliability of the formal procedures used for determining the fire resistance of single lateral steel frames in the three-dimensional modelling of the fire resistance of the entire structure; it also illustrates that the recommended procedures provide reliable results and are suitable for cases when the load-bearing elements of a frame structure have not undergone considerable deformation during a fire. Chapter 4 proposes an original procedure to indirectly determine the critical temperature of the steel framed structure using a semi-empirical Merchant–Rankine formula. In the next chapters (Chapters 5-9), the recommended procedures and the different approaches are analysed with regard to the degree of problem complexity. Particular attention is drawn to the universal algorithm for linear programming generalised to the case of fire, which is discussed in Chapter 9. Chapter 10 provides a summary of results and conclusions. The last chapter (Chapter 11) points out the most important areas for future research.