POLITECHNIKA KRAKOWSKA WYDZIAŁ INŻYNIERII LĄDOWEJ INSTYTUT MECHANIKI BUDOWLI

Analiza wpływu zmian konstrukcyjnych modernizowanych budynków ścianowych na częstotliwości ich drgań własnych

ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Maciej Zając

Promotor dr hab. inż. Krystyna Kuźniar, prof. UP

KRAKÓW 2013

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Składam serdeczne podziękowania Pani dr hab. inż. Krystynie Kuźniar, prof. UP za pomoc i cenne wskazówki w trakcie pisania pracy. Dziękuję także mojej Żonie za wyrozumiałość i wsparcie.



BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Spis treści

1.	Wstęp	5
1.1.	Geneza problemu	5
1.2.	Teza naukowa pracy	7
1.3.	Cel i zakres pracy	8
1.4.	Przegląd wiedzy dotyczącej tematu pracy	9
1.5.	Przegląd typowych modernizacji w budynkach ścianowych	. 13
2.	Algorytm metody aproksymacji połączonych (CA) do wyznaczania częstotliwości drgań własnych konstrukcji po modyfikacji	. 26
2.1.	Uwagi wstępne	. 26
2.2.	Modyfikacja konstrukcji bez zmiany liczby stopni swobody	. 26
2.3.	Modyfikacja konstrukcji zwiększająca liczbę stopni swobody	. 29
2.4.	Oszacowanie błędu metody CA i "zysku numerycznego" z jej zastosowania	. 32
3.	Analiza wpływu modyfikacji na częstotliwości drgań własnych ścian	
	konstrukcyjnych budynków	. 34
3.1.	Uwagi wstępne	. 34
3.2.	Modyfikacja w postaci nowych otworów	. 36
3.2	2.1. Mała zmiana - pojedynczy otwór o różnej szerokości i położeniu	. 36
3.2	2.2. Duża zmiana - system otworów o różnej szerokości i położeniu	. 40
3.3.	Modyfikacja w postaci wzmocnienia ściany poprzez dołożenie elementów	. 46
4.	Numeryczne wyznaczenie częstotliwości drgań własnych budynków ścianowych po modernizacji	. 55
4.1.	Analizowane budynki	.55
4.2.	Budowa i wervfikacja modeli numervcznych	. 57
4.3.	Wyniki obliczeń	. 61
5.	Weryfikacja skuteczności metod reanalizy w wyznaczaniu częstotliwości drgań własnych konstrukcji po modyfikacji	. 64
5.1.	Zastosowanie metody aproksymacji połączonych do wyznaczania częstotliwości drgar własnych ścian konstrukcyjnych po modernizacji	ń . 64
5.	1.1. Modyfikacja bez zmiany liczby stopni swobody	. 64
5.	1.2. Modyfikacja zwiększająca liczbę stopni swobody	. 70
5.2.	Wykorzystanie sztucznych sieci neuronowych do prognozowania częstotliwości drga	ń
	własnych scian nosnych budynków po modernizacji	.73
5.2	2.1. Uwagi wstępne	. 13
5.2 E /	2.2. Zastosowanie SSN z peiną informacją w wektorze wejscia	. 19
5.2	2.5. Kompresja i skalowanie parametrow wektora wejscia sieci neuronowych	. 03
5.5. 5 A	Weryfikacja metody CA w przypadku rzeczywistego budynku	. 00 Q/
5.4.	werynkaeja meiody CA w przypauku rzeczywisiego budynku	. 74

6.	Podsumowanie i wnioski	100
7.	Propozycje dalszych prac	104
Spis	s rysunków	105
Spis	s tabel	109
Bibl	iografia	110

1. Wstęp

1.1. Geneza problemu

Duży wpływ na kształtowanie szeroko rozumianego budownictwa mają obecnie oczekiwania i wymagania przyszłych lokatorów. Od nowo wzniesionych obiektów oczekuje się aby były komfortowe, funkcjonalne, oszczędne, a przy tym "miłe dla oka". Wciąż jednak wśród istniejących budynków przeważają te, powstałe w poprzednim okresie, liczące nieraz 50, 60, a nawet więcej lat, których cechy użytkowe nie przyciągają, a wręcz odpychają nowych mieszkańców. Powstaje więc problem nadania im współczesnego wyrazu zarówno pod względem architektonicznym, jak i konstrukcyjnym. Na pierwszy plan wysuwa się potrzeba modernizacji prefabrykowanego budownictwa mieszkaniowego lat 60, 70 i 80 dwudziestego wieku, które swym zasięgiem objęło dużą część Europy, w tym Polskę. Stosowane w nim rozwiązania konstrukcyjne praktycznie uniemożliwiały jakąkolwiek zmianę układu pomieszczeń, co przy niewielkich metrażach skutecznie ograniczało funkcjonalność mieszkań. Równie istotnym problemem jest modernizacja budynków użyteczności publicznej tj. szkół, hoteli, szpitali np. w celu dostosowania ich do nowych wymogów bezpieczeństwa, przystosowania do potrzeb osób niepełnosprawnych czy uzyskania nowej powierzchni użytkowej.

W niektórych przypadkach modernizacja staje się niezbędna do zapewnienia bezpieczeństwa dalszego użytkowania budynku. Tak dzieje się np. w krajach, gdzie obserwuje się wzmożoną aktywność sejsmiczną lub parasejsmiczną, na działanie której obiekt nie był pierwotnie projektowany. Modyfikacja w tym przypadku, polegająca na zmianach w konstrukcji pozwala na bezpieczne przeniesienie dodatkowego obciążenia.

Często na terenach górniczych obserwuje się zjawisko występowania jednocześnie drgań parasejsmicznych i deformacji gruntu, co dodatkowo zwiększa zagrożenie dla bezpieczeństwa użytkowania obiektów. Tak dzieje się m.in. na terenach Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego (LGOM), gdzie wznoszono budynki nie uwzględniając możliwości wystąpienia wstrząsów związanych z eksploatacją złóż.

W przypadku oddziaływań o charakterze dynamicznym, bardzo ważnym elementem służącym poprawnej analizie pracy konstrukcji jest znajomość jej kilku pierwszych częstotliwości drgań własnych. Wiedza ta umożliwia m.in. określenie odpowiedzi obiektu na

wymuszenie zmienne w czasie (np. metoda spektrum odpowiedzi [16, 60]), ale także pozwala zapobiec groźnemu zjawisku rezonansu [16, 60], czyli nagłego przyrostu przemieszczeń spowodowanych dostrojeniem częstotliwości siły wymuszającej i częstotliwości drgań własnych konstrukcji.

Każda modernizacja obiektu powodująca zmianę sztywności lub masy wpływa również na przesunięcie widma częstotliwości drgań własnych.

Stąd potrzeba przeprowadzenia odpowiednich obliczeń w przypadku każdej istotnej modyfikacji, szczególnie jeśli chodzi o budynki posadowione na obszarach aktywności sejsmicznej lub parasejsmicznej, a więc narażone na oddziaływania kinematyczne.

Dla prostych modeli matematycznych konstrukcji istnieje możliwość otrzymania poszukiwanych częstotliwości drgań własnych metodą analityczną [71]. W przypadku rzeczywistych obiektów o skomplikowanej geometrii, różnym rozłożeniu masy i sztywności, rozwiązania poszukuje się z wykorzystaniem metod numerycznych. Obecnie, wśród najczęściej wykorzystywanych należy wyróżnić metodę elementów skończonych (MES) [95, 96], która pozwala na zamianę modelu ciągłego na dyskretny, tzn. taki ze skończoną liczbą stopni swobody.

Programy bazujące na algorytmach MES, dzięki nowoczesnym nakładkom graficznym umożliwiają szybkie wprowadzanie korekty geometrii czy parametrów materiałowych wynikających z modernizacji. Jednak wyznaczenie częstotliwości drgań własnych tak zmodyfikowanej, praktycznie nowej konstrukcji wymaga ponownego rozwiązania zagadnienia własnego z nowymi macierzami sztywności i mas, których rozmiary, w przypadku modeli skomplikowanych obiektów rzeczywistych, mogą być znaczące.

Pomimo szybkiego rozwoju technologicznego, zwłaszcza w dziedzinie zwiększania mocy obliczeniowej procesorów, rozwiązanie zadania z dużą liczbą stopni swobody jest wciąż numerycznie kosztowne i czasochłonne. Dodatkowo, niektóre analizy, np. optymalizacja, wymagają wielokrotnego powtórzenia obliczeń, co znacząco wydłuża czas ich trwania.

Problem ten występuje również w przypadku projektowania różnych wariantów modyfikacji budynków, celem wyboru najlepszego podejścia np. pod względem doboru materiału, umiejscowienia dodatkowych elementów lub odjęcia już istniejących.

W sytuacji gdy oprogramowanie wykorzystujące metodę elementów skończonych jest w praktyce coraz powszechniej wykorzystywane przez projektantów, pojawia się potrzeba redukcji wysiłku numerycznego i przyspieszenia obliczeń. Jednym z proponowanych w literaturze podejść służących temu celowi jest wykorzystanie idei reanalizy [38, 43], a więc wyznaczania poszukiwanych częstotliwości drgań własnych modernizowanej konstrukcji z wykorzystaniem informacji o tym obiekcie przed modyfikacją. Jednak weryfikacji dokładności i skuteczności metod reanalizy dokonuje się w tych pracach w stosunku do "małych", nieskomplikowanych, teoretycznych modeli jedno i dwuwymiarowych (prętowych, tarczowych). Zdecydowanie brakuje pozycji literatury odnoszących się do trójwymiarowych modeli obiektów rzeczywistych o znacznej liczbie stopni swobody.

Dopiero weryfikacja danej metody reanalizy poprzez rezultaty jej zastosowania do rozwiązywania zagadnienia własnego rzeczywistej konstrukcji, pozwoliłaby na ocenę jej ewentualnej przydatności w praktyce i ocenę korzyści z tego płynących. Stąd potrzeba podjęcia takiego tematu.

Wykorzystywanie modeli z użyciem metody elementów skończonych w analizie dynamicznej konstrukcji przed i po modernizacji, związane jest z pewnymi trudnościami wynikającymi m.in. z doboru ich parametrów materiałowych, modelowania połączeń itp. Stąd warto również rozważyć możliwość wykorzystania w wyznaczaniu częstotliwości drgań własnych modernizowanych konstrukcji innego, obiecującego narzędzia jakim są sztuczne sieci neuronowe [7, 33, 72, 84].

1.2. Teza naukowa pracy

Sformułowano następującą tezę naukową pracy:

- wpływ modyfikacji konstrukcji w modernizowanych budynkach ścianowych na zmianę częstotliwości ich drgań własnych może być znaczący,
- metoda połączonych aproksymacji (z j. ang. combined approximations) może być przydatna do reanalizy zagadnienia własnego modernizowanych konstrukcji ścianowych, zapewniając pożądaną dokładność wyników i pozwalając jednocześnie na znaczną redukcję wielkości zadania zarówno w przypadku wprowadzenia małych, jak i dużych zmian w układach,
- technika neuronowa może być efektywnym, szybkim i wygodnym narzędziem reanalizy częstotliwości drgań własnych, a wstępne przygotowanie danych do sieci neuronowych (m.in. skalowanie, kompresja poprzez dekompozycję wg składników głównych) pozwala na projektowanie mniejszych sieci i może zwiększyć dokładność obliczeń.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

1.3. Cel i zakres pracy

Zasadniczym celem pracy jest analiza wpływu zmian konstrukcyjnych modernizowanych budynków ścianowych na częstotliwości ich drgań własnych z wykorzystaniem wybranych algorytmów numerycznych.

Osiągnięcie celu głównego wymaga realizacji następujących celów szczegółowych:

- przetestowania skuteczności i dokładności metody aproksymacji połączonych (CA) w reanalizie częstotliwości drgań własnych ścian budynków z wprowadzonymi zmianami w postaci nowych pojedynczych otworów (mała zmiana w konstrukcji) oraz systemu otworów (duża zmiana w konstrukcji),
- adaptacji algorytmu CA w przypadku modyfikacji skutkującej zwiększeniem wymiaru macierzy sztywności i mas (wzmocnienie konstrukcji),
- opracowania modeli rzeczywistych budynków ścianowych przed i po modyfikacji,
- opracowania własnego programu komputerowego w środowisku Matlab, umożliwiającego import oraz konwersję macierzy sztywności i mas pozyskanych z programu metody elementów skończonych Ansys oraz oprogramowanie algorytmu CA do wyznaczania poszukiwanych częstotliwości drgań własnych,
- weryfikacji zaproponowanego podejścia z użyciem wyników badań doświadczalnych na rzeczywistych budynkach.

Innym celem pracy jest zaprojektowanie sztucznych sieci neuronowych (SSN) jako narzędzi, za pomocą których możliwe będzie wyznaczanie częstotliwości drgań własnych modernizowanych ścian nośnych przy różnych wariantach modyfikacji oraz analiza wpływu przygotowania danych wejściowych sieci na wielkość jej architektury i dokładność obliczeń.

Praca składa się z siedmiu rozdziałów. W pierwszym przedstawiono genezę problemu, sformułowano tezę naukową oraz główne cele pracy. Zamieszczono w nim także przegląd wiedzy dotyczącej tematyki poruszanej w pracy oraz dokonano przeglądu typowych modernizacji prefabrykowanych budynków ścianowych. W rozdziale drugim omówiono algorytm klasycznej metody połączonych aproksymacji (CA) (stała liczba stopni swobody konstrukcji przed i po modernizacji) oraz jego adaptację dla przypadku modyfikacji obiektów skutkującej zwiększeniem liczby stopni swobody modelu. Rozdział trzeci zawiera analizę wpływu modernizacji typowych ścian konstrukcyjnych budynków na częstotliwości ich drgań własnych. Przeprowadzone badania dotyczyły wybijania nowych lub poszerzania już istniejących otworów drzwiowych oraz wzmacniania poprzez zwiększanie powierzchni

ściany. W rozdziale czwartym przedstawiono etapy budowy oraz weryfikację doświadczalną modeli numerycznych rzeczywistych, prefabrykowanych wysokich budynków ścianowych sytemu WWP (Wrocławska Wielka Płyta). Przeanalizowano wpływ przeprowadzonych modernizacji (różnego typu wzmocnień) na zmianę częstotliwości drgań własnych tych budynków. Rozdział piąty dotyczy weryfikacji skuteczności i dokładności metod reanalizy zastosowanych do wyznaczania częstotliwości drgań własnych konstrukcji po modyfikacji. Dokładność i efektywność algorytmu CA badano w przypadku modernizacji ścian, prostego modelu trójwymiarowego oraz rzeczywistego budynku ścianowego. Dodatkowo, w rozdziale piątym, zamieszczono obszerne wyniki badań wykorzystania sztucznych sieci neuronowych do prognozowania częstotliwości drgań własnych ścian przy różnych wariantach modyfikacji. W rozdziale szóstym sformułowano wnioski oraz podsumowano rezultaty przeprowadzonych badań. Ostatni rozdział zawiera propozycje kierunków dalszych prac związanych z podjętym tematem.

1.4. Przegląd wiedzy dotyczącej tematu pracy

Działania modernizacyjne w odniesieniu do budynków mieszkalnych i użyteczności publicznej mogą mieć różne cele. Jednym z nich jest polepszenie funkcjonalności obiektów poprzez powiększanie powierzchni pomieszczeń lub zmianę ich przeznaczenia. Bardzo często wiąże się to z wybijaniem nowych oraz poszerzaniem już istniejących otworów drzwiowych lub okiennych. Problem wpływu tego typu działań na pracę konstrukcji przedstawiono m. in. w [1, 19, 78, 100]. Inną propozycją modyfikacji obiektu zwiększającą powierzchnię użytkową jest nadbudowa. Różne jej warianty z uwzględnieniem analizy wytrzymałościowej oraz opłacalności inwestycji przedstawiono w [4, 94]. Z kolei w pozycji [53] omówiono wpływ rozmieszczenia ścianek działowych na optymalne kształtowanie powierzchni użytkowej mieszkania. W publikacjach [25, 35, 73] przedstawiono kolejną grupę modernizacji budynków w postaci dobudowy do istniejącej konstrukcji dodatkowych elementów takich jak szyby windowe, balkony, loggie.

Oprócz działań ukierunkowanych na poprawę komfortu użytkowania obiektu, ważną rolę stanowią prace służące zapewnieniu bezpieczeństwa dalszego użytkowania budynku. Przykładowo w [20, 36, 70] omówiono metody wzmacniania obiektów różnego typu (żelbetowych, prefabrykowanych, murowych) na obciążenia dynamiczne pochodzenia sejsmicznego i parasejsmicznego.

Ingerencja w konstrukcję spowodowana np. modernizacją budynku może skutkować zmianą parametrów dynamicznych, w szczególności częstotliwości drgań własnych obiektu.

Określenie wartości częstotliwości drgań własnych jest kluczowe zwłaszcza dla konstrukcji posadowionych na terenach gdzie występują obciążenia o charakterze kinematycznym. W Polsce są to głównie tereny górnicze, gdzie obserwuje się drgania parasejsmiczne powstałe w wyniku odprężenia górotworu, a także obszary w okolicach kamieniołomów, w których dochodzi do kontrolowanych eksplozji (odstrzałów).

Wyznaczanie częstotliwości drgań własnych budynków może odbywać się na polu doświadczalnym oraz obliczeniowym [22, 23, 55, 57].

W pierwszym przypadku badania prowadzone są na konstrukcjach rzeczywistych (in situ) [23, 58, 64, 66] lub laboratoryjnie na ich modelach [6, 34]. W analizowanych budynkach rozmieszcza się sieć czujników (głównie akcelerometrów) wykonujących pomiar odpowiedzi konstrukcji na wymuszenie [22], którego źródłem są odstrzały w kamieniołomach, wstrząsy górnicze, nagłe zwolnienie naciągu, uderzenie spadającego ciężaru o grunt w pobliżu obiektu, czy np. harmoniczne kołysanie grupy ludzi na dachu budynku. Bardzo często do wzbudzania drgań budynków stosuje się obecnie wibratory (np. wibrosejs) generujące wymuszenie o stałej lub zmiennej częstotliwości [55]. Drgania swobodne budynku są rejestrowane i podlegają analizom amplitudowo-częstotliwościowym (szybka transformata Fouriera – FFT [11, 24]).

Wygodnym narzędziem, stosowanym do określania częstotliwości drgań własnych budynków są wzory empiryczne (przybliżone), powstałe przez aproksymację rezultatów wyników badań doświadczalnych. Aby zwiększyć ich skuteczność ogranicza się ich stosowanie do konkretnych rozwiązań konstrukcyjnych budynków (murowane, prefabrykowane) a także odnosi do pewnych przedziałów wysokości obiektu. W literaturze można spotkać wiele wzorów łączących częstotliwości drgań własnych budynków z ich wymiarami, szczególnie wysokością [37, 55, 103].

W wielu przypadkach, doświadczalne wyznaczenie częstotliwości drgań własnych budynków nie jest możliwe lub wykonanie takich pomiarów okazuję się zbyt kosztochłonne. Wówczas skutecznym środkiem uzyskania poszukiwanej wielkości staje się wykorzystanie metod obliczeniowych bazujących na uprzednio stworzonych modelach rzeczywistego budynku: fizycznym i matematycznym. Dokładność rozwiązania oraz dobra korelacja z wynikami rzeczywistymi zależą od rodzaju przyjętego modelu, stopnia jego uproszczenia, oraz metody obliczeniowej tj. analitycznej (zadanie nieskomplikowane, małych rozmiarów) czy numerycznej. Przykładowo w pracach [80, 82] opisano metodykę postępowania przy modelowaniu wybranych konstrukcji budowlanych. Dodatkowo w pracy [82] na uwagę zasługuje szczegółowy opis modelowania połączeń elementów konstrukcyjnych, tak istotnych w przypadku analizowanego w niniejszej rozprawie typu konstrukcji jakimi są budynki prefabrykowane.

Z grona metod numerycznych, do najczęściej używanych obecnie, należy zaliczyć metodę elementów skończonych. Pozwala ona na wyznaczenie częstotliwości drgań własnych dowolnego modelu, niezależnie od stopnia skomplikowania geometrii, parametrów fizycznych czy warunków brzegowych.

Problematykę modelowania numerycznego budynków ścianowych oraz ich posadowienia szeroko omówiono w pracy [69], gdzie przedstawiono oryginalny sposób modelowania konstrukcji wraz z uwzględnieniem pracy połączeń i zmian sztywności elementów konstrukcyjnych oraz ośrodków gruntowych. Z kolei w [97] zaprezentowano modele obliczeniowe stosowane w analizie różnych konstrukcji budowlanych oraz w analizie układu budowla-podłoże gruntowe. Przedstawiono ich podstawowe schematy i założenia oraz możliwości uwzględnienia zmian w czasie parametrów geometrycznych, materiałowych i warunków brzegowych. W [103] badano pracę ścian nośnych budynków posadowionych na sprężystym podłożu w zależności od parametrów gruntu. W pracy [56] dokonano syntezy wiedzy dostępnej w literaturze dotyczącej specjalnych elementów kontaktowych wykorzystywanych do modelowania strefy kontaktu budynek - podłoże metodą elementów skończonych. Dużą grupę stanowią prace służące modelowaniu budynków poddanych oddziaływaniom sejsmicznym i parasejsmicznym. Przykładowo w [5, 81] wykonano trójwymiarowe modele wzmocnionych budynków wielkopłytowych systemu WWP, badając ich zachowanie w trakcie występowania zjawisk parasejsmicznych na terenie LGOM. Z kolei w [1] analizowano model budynku Wk-70 na obszarze Katowic poddany wstrząsom górniczym. W artykule [52] szczegółowo przedstawiono wpływ sztywności podłoża na wartości częstotliwości drgań własnych w przypadku domu wielorodzinnego wzniesionego w technologii wielki blok. W pracy [85] wykonano modele budynku murowego, które poddano wymuszeniom kinematycznym w postaci wstrząsów górniczych. Z kolei artykuł [74] zawiera analizę pracy wysokiego budynku ścianowego, planowanego do wybudowania na obszarze aktywnym sejsmicznie w Turcji.

W przypadku konieczności wielokrotnego powtarzania analizy dynamicznej modernizowanego obiektu o znacznej liczbie stopni swobody modelu (np. w problemach optymalizacji), czas i kosztochłonność obliczeń mogą być znaczące.

Aby ograniczyć ten wysiłek numeryczny wykorzystuje się metody reanalizy [15, 38, 39, 43], które pozwalają na uproszenie zadania poprzez wykorzystanie informacji o konstrukcji przed modyfikacją, dzięki czemu nie ma potrzeby rozwiązywania pełnego układu równań.

Jedną z metod reanalizy jest hybrydowa metoda aproksymacji połączonych (CA) [38-51]. Łączy ona w sobie zalety aproksymacji lokalnej (rozwiniecie w dwumian) i globalnej (wykorzystanie wektorów bazowych).

Początkowo CA wykorzystywana była do upraszczania procedur optymalizacji konstrukcji. Z czasem, w wyniku dopracowania algorytmu znalazła zastosowanie m.in. w liniowej i nieliniowej analizie statycznej oraz dynamicznej konstrukcji.

Rozpoczęcie prac nad metodą datuje się na początek lat dziewięćdziesiątych minionego wieku [21, 39, 44]. Przeprowadzone badania wykazały skuteczność metody w przypadku zmian konstrukcji dotyczących przekroju elementów prętowych, ich geometrii i topologii. Kolejne publikacje [42, 49] potwierdzały dokładność metody w przypadku dużych zmian przy użyciu aproksymacji niskiego rzędu oraz możliwości uzyskania pod pewnymi warunkami rozwiązania ścisłego. Początek dwudziestego pierwszego wieku to dalszy rozwój CA [45, 51] celem dostosowania algorytmu do analiz nieliniowych, plastyczności, dynamiki konstrukcji.

Ważnym krokiem dla dalszego rozwoju CA było rozwinięcie metod reanalizy w przypadku modyfikacji zwiększającej liczbę stopni swobody modelu w stosunku do pierwotnej konstrukcji [12, 14, 50, 59, 62, 77, 88, 89]. Propozycję dostosowania algorytmu CA zaprezentowano m.in. w [13, 88]. Dotyczy ona wprowadzenia nowej analizy początkowej MIA (z jęz. ang. *Modified Initial Analysis*) z fikcyjnymi macierzami sztywności (w przypadku zagadnień dynamiki również i mas), które oprócz informacji o pierwotnym modelu (bez zmian) zawierają człony z nowymi stopniami swobody.

Wykorzystanie CA do rozwiązania problemu własnego zaproponowano w pracach [15, 21, 40, 43, 46, 47, 59]. Z przeprowadzonych analiz wynika, że metoda jest skuteczna nawet dla dużych modyfikacji w przypadku początkowych wartości własnych. Ulepszenie algorytmu o procedurę ortogonalizacji Grama-Schmidta [50] w stosunku do obliczonych wektorów własnych oraz przesunięcie widma [38, 50] przy wyższych częstotliwościach drgań zwiększa zakres stosowalności algorytmu.

Ostatnio pojawiły się dalsze prace nad udoskonaleniem metod reanalizy do wyznaczania częstotliwości drgań własnych. Zaowocowały one powstaniem m.in. algorytmu Epsilon [90],

zmodyfikowanej metody aproksymacji połączonych (MCA) [93] oraz metody FSCA (z jęz. ang. *the Frequency-Shift Combined Approximations*) [91].

W pracy [33] ideę metody reanalizy połączono z wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych [7, 30, 72, 84]. W artykule zaprezentowano wyniki obliczeń przeprowadzonych na konstrukcjach kratowych, o różnej liczbie stopni swobody, w których modyfikacje dotyczyły parametrów geometrycznych (zmiana powierzchni przekroju) ale również i liczby prętów. Uzyskane wyniki (wielkości sił przekrojowych) wskazują na dużą dokładności neuronowej predykcji nawet w przypadku dużych zmian w konstrukcji.

1.5. Przegląd typowych modernizacji w budynkach ścianowych

Modernizacja budownictwa zarówno mieszkaniowego jak i użyteczności publicznej stanowi coraz częściej spotykaną i chętnie wykorzystywaną metodę polepszenia warunków użytkowania tych obiektów. Za jej główny atut należy uznać możliwość dostosowania starej architektury i często niefunkcjonalnego wnętrza do nowych potrzeb współczesnego lokatora, co jest szczególnie ważne w kontekście wszechobecnego w Europie prefabrykowanego budownictwa mieszkaniowego. Modyfikacje, choć bardzo potrzebne i pożyteczne, znacząco ingerują w konstrukcję, co wymusza przeprowadzenie ponownych obliczeń związanych z nowym obciążeniem lub zmianą sztywności wybranych elementów

W budownictwie mieszkaniowym często obserwuje się działania modernizacyjne polegające na próbach przystosowania układu i przeznaczenia pomieszczeń do indywidualnych potrzeb i wymagań lokatorów. Wiąże się to np. z liczbą członków rodziny, ich relacjami, ale może również być spowodowane pewnymi trendami architektonicznymi do których ostatnio zaliczamy "otwarty", przechodni system pomieszczeń.

Jednym ze sposobów uzyskania tego stanu rzeczy jest wybijanie nowych lub poszerzanie już istniejących otworów drzwiowych i okiennych. Jest to poważna ingerencja w konstrukcję, szczególnie, gdy luki umiejscowione są w ścianach nośnych dolnych kondygnacji [100]. Wybicie nowego otworu w ścianie prowadzi bowiem do redystrybucji (innego rozmieszczenia) sił pionowych, wynikającej z usunięcia pewniej części konstrukcji, która wcześniej również uczestniczyła w przenoszeniu obciążeń [100]. Powoduje to dociążenie pasm sąsiednich i może być przyczyną wytężenia materiału skutkującą jego zniszczeniem. Oprócz ingerencji w ściany nośne, równie istotnym jest problem otworów w konstrukcjach usztywniających poddanych działaniu sił poziomych, przede wszystkim parcia i ssania wiatru oraz wymuszeń kinematycznych z podłoża spowodowanych wstrząsami sejsmicznymi i parasejsmicznymi [100].

Podczas tego rodzaju modernizacji stosuje się zabezpieczenia ścian poprzez wykonanie naproża np. z dwuteownika lub ceownika mocowanego przed wybiciem otworu i pionowych słupków wzmacniających z ceowników kotwionych do ścian [78]. Na rys. 1.1 przedstawiono przykładowo poszerzenie już istniejącego otworu drzwiowego przy klatce schodowej w jednym z budynków prefabrykowanych w Berlinie [8]. Do ściany została tymczasowo zamocowana stalowa belka – ceownik, którą po wykonaniu betonowego nadproża zdemontowano.

Rys. 1.2 ilustruje wykonanie modernizacji w postaci nowego otworu okiennego w zewnętrznej ścianie nośnej [8].



Rys. 1.1. Przykład modernizacji polegającej na poszerzeniu istniejącego otworu: a) otwór przed poszerzeniem; b) otwór ze wzmocnieniem belką ceową; c) otwór z gotowym nadprożem [8]

Z uwagi na to, że modyfikacja budynków poprzez wybijanie nowych otworów w ścianach jest zabiegiem mocno zmieniającym konstrukcję, musi być poprzedzona szczegółowymi analizami numerycznymi. Obliczenia takie przeprowadzono przykładowo w pracy [78] dla 13-kondygnacyjnego hotelu zbudowanego w latach siedemdziesiątych dwudziestego wieku. Projektowane modyfikacje dotyczyły wykonania na VI piętrze dwóch nowych otworów o wymiarach 120x210cm w nośnej ścianie żelbetowej o grubości 15cm. Analizy wykazały prawie sześciokrotny przyrost wartości sił rozciągających i dwukrotny sił ściskających w ścianach co wymusiło wprowadzenie wzmocnień w postaci dwuteowej belki nadprożowej i pionowych stalowych słupków. W pracy [78] badano także wpływ nowych otworów w monolitycznej żelbetowej płycie stropowej maszynowni o grubości 20cm. Stwierdzono, że nowe otwory nie naruszyły nośności płyty stropu na zginanie [78].





Rys. 1.2. Przykład wykonania nowego otworu okiennego w zewnętrznej ścianie nośnej budynku prefabrykowanego: a) wycinanie otworu za pomocą piły ściennej; b) otwór ze stalową belką nadprożową; c) gotowy otwór wraz z zamontowanym oknem [8]

Do modernizacji zmieniających wyraz architektoniczny budynku należy zaliczyć nadbudowę. Jest to skuteczny sposób na powiększenie powierzchni mieszkaniowej bez konieczności wznoszenia nowego obiektu, co jest szczególnie pożądane w miastach, gdzie brakuje wolnej przestrzeni a działki budowlane osiągają wysokie ceny. Opracowanie planu nadbudowy wymaga przeprowadzenia dogłębnej analizy dociążenia istniejącej konstrukcji nowymi kondygnacjami w celu sprawdzenia nośności ścian oraz fundamentów [94]. Powstanie nowych pięter wiąże się także z koniecznością rozwiązania problemu komunikacji pionowej. Często wymusza to budowę kilku dźwigów osobowych, co znacznie podnosi koszty modernizacji i może spowodować jej ekonomiczną nieopłacalność. Na rys. 1.3 przedstawiono przykładowy projekt dobudowy dwóch kondygnacji na budynku prefabrykowanym systemu WBS w Berlinie [35].



Rys. 1.3. Projekt nadbudowy budynku w systemie WBS 70/5 w Berlinie [35]

Inną metodą uzyskania dodatkowej powierzchni użytkowej jest adaptacja poddasza lub zastąpienie płaskiego stropodachu dachem stromym i tym sposobem pozyskanie niezbędnej kubatury. Kolejna grupa modernizacji budynków polega na dobudowaniu do pierwotnej konstrukcji nowych członów. Najczęściej są to loggie, balkony, szyby windowe, dodatkowe elementy usztywniające, a także dźwigi i platformy dla potrzeb osób niepełnosprawnych. Spośród wymienionych, najczęściej realizuje się projekty związane z dobudową loggii, które umieszczone na własnym fundamencie na głębokości posadowienia budynku, kotwi się następnie z płytami stropowymi konstrukcji przy użyciu przyspawanych płaskowników stalowych [94]. Na rys. 1.4 przedstawiono przykładowe budynki, w których zrealizowano dobudowę loggii oraz balkonów.



Rys. 1.4. Realizacja dobudowy loggii (a) oraz balkonów (b) w budynkach prefabrykowanych w Berlinie [94]

Często wykonywaną modyfikacją pozwalającą na zmianę układu przestrzennego mieszkania jest budowa lub przemieszczenie ścianek działowych, skutkująca przeważnie zwiększeniem liczby pomieszczeń i zapewniająca tym samym większe poczucie prywatności członkom rodziny. Modernizacja ta nie ingeruje bezpośrednio w konstrukcję, ale wskutek dodatkowego obciążenia masą ścianek wpływa na wytężenie elementów budynków. Najczęściej stosowane rozwiązania to element murowany z cegły pełnej o grubości 12cm lub 6.5cm albo wersja lżejsza z płyt gipsowo kartonowych na konstrukcji aluminiowej wypełnionej wełną mineralną [53]. Ścianka z cegły jest trwalsza, w miarę niedroga i pozwala na zapewnienie względnego komfortu akustycznego. Oprócz ciężaru własnego jest w stanie przenieść również obciążenie wynikające z zawieszenia szafek, półek i regałów. Ścianki z płyt gipsowych są lekkie, dlatego mogą być dowolnie lokalizowane. Jednak ze względu na małą masę niedostatecznie tłumią dźwięki.

Kolejna grupa modernizacji dotyczy zwiększenia sztywności konstrukcji. Ze względu na zakres prowadzonych prac można ją podzielić na działania strukturalne i lokalne [20].

Do pierwszej grupy zalicza się uciąglenie ścian usztywniających budynku, kompletną wymianę ścian zewnętrznych, dobudowę znaczących fragmentów przy ścianach szczytowych. Do grupy wzmocnień lokalnych należy: wstawienie dodatkowych pojedynczych ścian usztywniających w zakresie ograniczonej liczby kondygnacji, pogrubienie niektórych ścian lub zmiana w nich pozycji otworów drzwiowych, zespolenie z istniejącą konstrukcją nowej konstrukcji stalowej oraz wzmocnienie grupy połączeń.

Za przykład wzmocnień strukturalnych należy uznać próby podjęte w celu usztywnienia konstrukcji szkół podstawowych na terenie Turcji [36]. W kraju tym obserwuje się wzmożoną aktywność sejsmiczną skutkującą trzęsieniami ziemi o dużej sile (np. w 1999 r. 7,4 w skali Richtera). Powodują one rozległe zniszczenia w infrastrukturze a także liczne ofiary w ludziach. Zauważono jednak, że straty w budownictwie użyteczności publicznej znacznie przewyższają zniszczenia zabudowy prywatnej. Szczególnie wrażliwe na trzęsienia ziemi okazały się żelbetowe konstrukcje szkół podstawowych wzniesione przed 1997 rokiem, z których większość została poważnie uszkodzona lub uległa całkowitemu zawaleniu co przykładowo przedstawiono na rys. 1.5 [36].



Rys. 1.5. Zniszczenia budynków żelbetowych szkół spowodowane trzęsieniem ziemi w Turcji [36]

W celu zapobieżenia dalszej ekspansji zniszczeń spowodowanych aktywnością sejsmiczną zaproponowano w [36] dobudowanie i zespolenie z istniejącą konstrukcją żelbetowych tarcz ściennych umieszczonych na zewnątrz budynku. Ilustrację tego rozwiązania przedstawia rys. 1.6 [36].





Rys. 1.6. Przykładowe wzmocnienia szkół żelbetowymi tarczami ściennymi [36]

Do zalet tego typu modernizacji należy zaliczyć możliwość aplikacji w innych budynkach użyteczności publicznej (np. szpitale). Dodatkowo, ponieważ prace prowadzone są na zewnątrz, nie powoduje to paraliżu w funkcjonowaniu danej placówki.

Nieco inny rodzaj wzmocnień przeciw wstrząsom sejsmicznym zastosowano podczas renowacji kościoła św. Klemensa w Ohrid w Macedonii [70]. Tutaj oprócz działań usztywniających prowadzono także czynności konserwatorskie związane z odbudową części uszkodzonych murów. Analizowana konstrukcja osadzona jest na oryginalnych fundamentach z dziewiątego wieku o ścianach murowanych z bloków kamiennych i cegieł połączonych zaprawą wapienną. Wzmocnienie murowanych ścian stanowią poziome i pionowe stalowe ściągi przedstawione na rys. 1.7 [70].





Próby związane ze zwiększeniem sztywności konstrukcji podjęto wobec 5 i 11kondygnacyjnych obiektów zlokalizowanych w Legnicko-Głogowskim Okręgu Miedziowym, w którym obserwuje się wzmożoną aktywność parasejsmiczną. Przykładem takiego działania było dobudowanie do ścian szczytowych jedenastokondygnacyjnego budynku wielkopłytowego typu WWP w Polkowicach dwóch przęseł usztywniających (rys. 1.8a) [20]. Dodatkowo w celu dosztywnienia konstrukcji na oddziaływania poziome wprowadzono stężenia w płaszczyźnie ścian zewnętrznych klatek schodowych, aby wyeliminować brak ciągłości wieńca na poziomie tarczy stropowej (rys. 1.8b).



Rys. 1.8. Budynek prefabrykowany w Polkowicach wzmocniony przez dobudowę przęseł w ścianach szczytowych: a) dobudowane przęsła; b) rzut budynku z zaznaczonymi wzmocnieniami [20]

Innym przykładem zastosowania wzmocnienia jest dostawianie dodatkowej konstrukcji stalowo-betonowej do krótkiej ściany usztywniającej w okolicach klatek schodowych realizowanych na grupie obiektów 5-kondygnacyjnych w Polkowicach [20]. Przykład takiej modernizacji (lokalnego wzmocnienia) przedstawia rys. 1.9.



Rys. 1.9. Przykład wzmocnienia głównej ściany usztywniającej budynku: 1-pionowy wieniec żelbetowy, 2- ramka stalowa wypełniona prefabrykatami betonowymi [20]

Wśród wielu rodzajów budownictwa mieszkaniowego, wciąż liczną grupę stanowią ścianowe budynki prefabrykowane. Systemy te, szeroko stosowane w całej Europie były odpowiedzią na pilne zapotrzebowanie społeczeństwa, które wobec wzrostu demograficznego, postępującej urbanizacji i strat poniesionych podczas II wojny światowej

potrzebowało w krótkim czasie znacznej ilości tanich lokali mieszkalnych [87]. Dodatkowym atutem sprzyjającym szybkiemu rozwojowi tej technologii była prostota i schematyzacja wznoszenia nie wymagająca wykwalifikowanych pracowników budowlanych, których niedobór był szczególnie odczuwalny w okresie powojennym. Kolejne lata eksploatacji wykazały jednak, iż typizacja, która początkowo umożliwiała szybkie wznoszenie całych osiedli skutecznie ogranicza ich funkcjonalność i możliwości adaptacji. Spowodowało to rozpoczęcie szeroko zakrojonych działań modernizacyjnych, wspieranych także przez władze państwowe.

Technologia budownictwa prefabrykowanego bazuje na gotowych elementach konstrukcji (m.in. stropy, zewnętrze i wewnętrzne ściany nośne, ściany osłonowe, stropodachy, biegi schodowe) wyprodukowanych w fabryce lub na placu budowy, które następnie są łączone w całość za pomocą złączy pionowych i poziomych [61]. W Polsce dużą grupę tego typu obiektów stanowią budynki wielkoblokowe i wielkopłytowe.

Pierwszy budynek wielkopłytowy w Polsce powstał w Warszawie w 1957 roku w systemie PBU-Jelonki. W początkowych latach funkcjonowania budownictwa z wielkiej płyty powstawały stypizowane technologie regionalne (WWP – Wrocław, Winogrady – Poznań, Domino – Kraków) [26]. W 1965 roku przystąpiono do tworzenia projektów przewidzianych do realizacji na terenach całego kraju (np. OWT-67, WUF-T, SZCZECIŃSKI S-Sz). Jednak podobnie jak konstrukcje regionalne, były to systemy "zamknięte", których specyfika uniemożliwiała jakiekolwiek modyfikacje. Tę zbytnią typizację lokali mieszkalnych osłabiły nieco powstałe w latach siedemdziesiątych tzw. systemy "otwarte" (system W-70, Wk-70), które oferowały katalogi prefabrykatów i złączy, co pozwalało na większą dowolność w kształtowaniu funkcjonalności obiektów [26].

W pracy do budowy modeli numerycznych wykorzystano dokumentacje budynków systemu Wrocławska Wielka Płyta.

System WWP został opracowany i wdrożony do produkcji w drugiej połowie lat sześćdziesiątych dwudziestego wieku, głównie na terenach Dolnego Śląska. Pozwalał on na realizację klatkowych i punktowych budynków o wysokości 5 i 11 kondygnacji. Dzięki różnym układom funkcjonalnym, skupionym w sekcjach, umożliwiał kształtowanie mieszkań o powierzchni od M1 do M6 [26, 29, 76].

We wszystkich projektowanych wariantach przyjęto poprzeczny układ ścian nośnych o modularnym rozstawie osiowym n x 30 cm, tj. 2.4m, 4.8m, 5.4m oraz wysokość kondygnacji równą 2.7m. Klatka schodowa w zależności od wysokości budynku ma

szerokość 2.4m (5 kondygnacji), 4.8m (11 kondygnacji) natomiast szerokość traktu wynosi 5.4m [26, 29, 76].

Przy takim układzie konstrukcyjnym pionowe tarcze ścian nośnych gwarantują znaczną sztywność na kierunku poprzecznym. Natomiast w celu wzmocnienia budynku w kierunku podłużnym każda sekcja posiada przynajmniej jeden prefabrykat ściany środkowej umiejscowiony pomiędzy dwiema ścianami poprzecznymi. W przypadku obiektu 11-kondygnacyjnego podłużna ściana usztywniająca znajduję się w połowie traktu, co przeciwdziała ich skręcaniu przy działaniu sił poziomych [29].

Na rys. 1.10 przedstawiono rozmieszczenie elementów nośnych i konstrukcyjnych wybranych sekcji budynku 11-kondygnacyjnego.



Rys. 1.10. Rzut kondygnacji powtarzalnej budynku 11-kondygnacyjnego; a) sekcja XI-6, b) sekcja XI-9 [76]

System charakteryzuje się pełną prefabrykacją elementów konstrukcyjnych. Płyty stropowe zaprojektowano jako pełne o grubości 14cm zbrojone jednokierunkowo (rys. 1.11) [76], wykonane z betonu żwirowego wibrowanego R_w=200 kG/cm² (beton B17.5 według normy [105]). Do realizacji przewidziano cztery rozpiętości 2.4m, 3.0m 4.8m i 5.4m. W płycie znajdują się otwory celem przeprowadzenia instalacji.



Rys. 1.11. Płyta stropowa systemu WWP wg [66]

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Ściany szczytowe zewnętrze, o rozpiętości 5.4m i wysokości 2.52m są trójwarstwowe o grubości 21 lub 22cm. Składają się z części nośnej (12cm), ocieplenia w postaci wełny mineralnej lub styropianu o grubości 4cm oraz warstwy fakturowej (5 lub 6 cm) w postaci betonu i lastrico. Schemat ściany wraz z przekrojami przedstawia rys. 1.12 [76].

Ściany nośne wewnętrzne podobnie jak stropy zaprojektowano jako pełne o grubości 14cm, wykonane z betonu $R_w=200 \text{ kG/cm}^2$. Zastosowano trzy rozpiętości modularne: 2.4m, 4.8m i 5.4m.



Rys. 1.12. Ściana szczytowa zewnętrzna systemu WWP wg [76]

Trójwarstwowe ściany osłonowe zaprojektowano w dwóch wersjach: jako podparapetowe o grubości 16cm i wysokości 127cm (5cm - warstwa nośna, 6 - styropian, 5cm - beton fakturowy) oraz jako wielkopłytowe (na wysokość kondygnacji). Na rys. 1.13 przykładowo przedstawiono schemat ściany podparapetowej wraz ze sposobem zamocowania [29, 76].



Rys. 1.13. Podparapetowa ściana osłonowa systemu WWP; a) wymiary, b) schemat zamocowania wg [29, 76]

Prefabrykacja dotyczy także ścian piwnic (gr. 14cm), podestów (gr. 16cm), biegów (gr. 8cm), kabin sanitarnych, bloków wentylacyjnych i spalinowych, szybu dźwigu.

Scianki działowe zaprojektowano wariantowo z żużlogipsu grubości 7cm lub żwirobetonu o gr. 4.2cm [26, 29, 76]

Złącza wykonywano na mokro z betony $R_w=170 \text{ kG/cm}^2$ (beton B15 według normy [105]). Przykładowe schematy połączeń przedstawiono na rys. 1.14 [26].



Rys. 1.14. Złącza konstrukcyjne systemy WWP; a) złącze pionowe ścian wewnętrznych,
b) złącze pionowe stropów wzdłuż ściany krawędzi podłużnych, c) złącze płyty stopowej i ściany wewnętrznej, d) złącze ściany osłonowej i ściany wewnętrznej [26]

Podobnie jak w Polsce, również w wielu innych krajach europejskich wśród budownictwa mieszkaniowego dużą grupę stanowią konstrukcje prefabrykowane. W niektórych państwach pierwsze obiekty tego typu powstały już z początkiem lat pięćdziesiątych. Pośród wielu krajów zaangażowanych w "odświeżenie" budownictwa prefabrykowanego na szczególną uwagę zasługują: Francja, Niemcy oraz państwa skandynawskie (Szwecja i Finlandia).

Francja bardzo wcześnie, bo już od początku lat 50 zaczęła wdrażać systemy budownictwa uprzemysłowionego [8]. Początkowo wykorzystywano je tylko do budowy osiedli mieszkaniowych. W latach 60 i 70 w okresie rozkwitu technologii wielkopłytowej zaczęto masowo wznosić szkoły i placówki ochrony zdrowia, bazy turystyczne i wypoczynkowe. Koniec lat 70 przyniósł zahamowanie rozwoju systemów budownictwa

prefabrykowanego, co spowodowane było zwolnieniem tempa wzrostu gospodarczego i większym zapotrzebowaniem na budynki zróżnicowane architektonicznie [8]. Nie bez wpływu na dalsze losy wielkiej płyty miało także wprowadzenie w 1974 roku przepisów dotyczących izolacyjności termicznej budynków. Wszystko to, spowodowało rozpoczęcie działań modernizacyjnych w celu przystosowania obiektów prefabrykowanych do nowych wymogów ekonomiczno-socjalnych.

Większość przeprowadzonych modyfikacji miała miejsce na zewnątrz budynku. Spowodowane to było problemami natury technicznej (ściany działowe z betonowych płyt) oraz niechęcią mieszkańców do ingerowania w ich prywatność. Jednym z przykładów takiej modernizacji było oryginalne podejście do łączenia mieszkań zaproponowane przez architektów Rabant i Rameau pod nazwą systemu EPAL d'HARC a wykonane na osiedlu OPHLM w miejscowości AUBERVILLIES [26]. Bazowało ono na wykonaniu dobudówki do elewacji pozwalającej na łączenie lokali w pionie i poziomie. W wyniku powstawało mieszkanie dwupoziomowe. Sama dobudówka to konstrukcja metalowa o masie ok. 10 ton. Jej zaletą była szybkość montażu, który przeprowadzany był na placu budowy [8].

Częstym przypadkiem modernizacji celem powiększenia mieszkania było we Francji dobudowanie loggii ustawionych jedna na drugiej na całej wysokości budynku [73]. Powszechną praktyką stało się także przebudowywanie dachów z płaskich na strome pozwalające na wygospodarowanie nowej kubatury i zmianę wyrazu architektonicznego całego budynku.

Kolejnym państwem głęboko zaangażowanym w modernizację prefabrykowanego budownictwa mieszkaniowego są Niemcy. Proces ten szczególnie przybrał na sile po upadku muru berlińskiego i przyłączeniu biedniejszych landów wschodnich do terenów RFN. To właśnie na terenach byłej NRD znajduje się około 1,5 miliona mieszkań zlokalizowanych w osiedlach wzniesionych w technologii uprzemysłowionej [32], bardzo często na bazie doświadczeń naszego kraju w tej dziedzinie. Wczesne lata dziewięćdziesiąte to okres pomocy finansowej dla zacofanego technologicznie wschodu i próba zrównania warunków socjalno bytowych całych Niemiec. Dużym problemem wówczas stały się wielkie, szare, odizolowane osiedla z wielkiej płyty. W celu poprawy tego stanu rzeczy, wprowadzono w Niemczech w 1990 roku dziesięcioletni program modernizacji przestrzeni mieszkalnych [32]. Umożliwiał on pozyskanie nisko oprocentowanych kredytów na remont i modernizację mieszkań czynszowych oraz własnych, w tym na nadbudowę. Pośród licznych modyfikacji przeprowadzonych w ramach projektu, prym wiodły działania zwiększające izolacyjność przegród zewnętrznych. Bardzo dużo zmian modernizacyjnych dokonało się w samym Berlinie, miejscu, gdzie kontrast pomiędzy wschodem a zachodem był najbardziej widoczny. W okresie siedmiu lat w dzielnicach Marzahn, Hohenschönhausen, Hellersdorf łącznie spośród 145 tys. mieszkań renowacji poddano 50% a modernizacji grzewczej 80%. Oprócz prac ociepleniowych dobudowywano loggie, instalowano dźwigi osobowe, kształtowano nowe wejścia do budynków [35]. Podobne prace wykonano również w Poczdamie [73].

Przywołując europejskie doświadczenia w modernizacji prefabrykowanego budownictwa mieszkaniowego nie sposób nie wspomnieć o takich krajach jak Szwecja i Finlandia, gdzie technologia wielkopłytowa była szczególnie opłacalna w kontekście zmniejszania nakładów robocizny i uniezależnienia robót budowlanych od warunków atmosferycznych.

Cechą charakterystyczną fińskiego budownictwa uprzemysłowionego były otwarte systemy prefabrykatów wielkopłytowych, które umożliwiały łączenie elementów od różnych dostawców a tym samym pozwalały na dowolne kształtowanie wyrazu architektonicznego [83, 87]. Już w latach siedemdziesiątych stworzono tam bank danych "RATU", zawierający opisy technik i technologii renowacyjnych, pomagający firmom budowlanym w przeprowadzeniu szybkich remontów i modernizacji. W ciągu kilkunastu lat wypracowano i zoptymalizowano modele administrowania, finansowania i podejmowania kompleksowych prac renowacyjnych.

W Szwecji po okresie rozkwitu budownictwa prefabrykowanego, podobnie jak w innych krajach, rozpoczęto wdrażanie programów rewitalizujących osiedla mieszkaniowe [73]. Zakończyły się one w 100% powodzeniem. Wynika to z przeprowadzonych na szeroką skalę konsultacji społecznych połączonych z wzorowym wykorzystaniem funduszy rządowych w ramach programu "remont, przebudowa, dobudowa" [73].

Problem przestarzałego budownictwa prefabrykowanego to bolączka nie tylko krajów Europy Zachodniej ale i państw dawnego bloku wschodniego, gdzie masowo zaspokajano potrzeby mieszkaniowe stawiając na ilość a nie na jakość. W toku eksploatacji takich obiektów ujawniały się kolejne błędy projektowe i wykonawcze (np. montaż uszkodzonych elementów, niestaranne wykonanie połączeń, brak szczelności stolarki) skutecznie utrudniające użytkowanie lokali. Wpływ tego typu usterek na zdrowie mieszkańców badano w pracy [10]. Przeanalizowano w niej m.in. sytuację lokatorów budynków prefabrykowanych w Bratysławie i w Wilnie. W pierwszym z miast zbadano 200 mieszkań należących do dwóch dominujących systemów: ZTB (lata 60-te) i NKS (lata 80-te). W Wilnie analizowano 160 mieszkań systemów 464Li (1960-1970) oraz nowszego 120B (lata 80-te). Wysunięte wnioski wskazują na pilną potrzebę ich modernizacji.

25

2. Algorytm metody aproksymacji połączonych (CA) do wyznaczania częstotliwości drgań własnych konstrukcji po modyfikacji

2.1. Uwagi wstępne

Metoda aproksymacji połączonych jest metodą przybliżoną, umożliwiającą w szybki sposób reanalizę dużego problemu własnego, a więc wyznaczenie poszukiwanych częstotliwości drgań własnych modernizowanych konstrukcji poprzez redukcję liczby równań. Wykorzystuje się tu wektory bazowe (aproksymacja globalna) otrzymane z rozwinięcia w szereg pewnego dwumianu (aproksymacja lokalna).

Do głównych zalet metody CA należy zaliczyć [38]:

- możliwość zastosowania przy dowolnym rodzaju analizy, przy różnych modyfikacjach i dla wszystkich rodzajów konstrukcji,
- dużą dokładność wyników przy aproksymacji niskiego rzędu,
- efektywność (znaczna redukcja wymiarów zadania) i łatwość implementacji w dowolnym programie bazującym na metodzie elementów skończonych.

2.2. Modyfikacja konstrukcji bez zmiany liczby stopni swobody

W wyniku modernizacji konstrukcji, zmianie ulegają jej macierze sztywności i mas:

$$\mathbf{K}_{\mathrm{M}} = \mathbf{K} + \Delta \mathbf{K} \mathbf{M}_{\mathrm{M}} = \mathbf{M} + \Delta \mathbf{M},$$
(2.1)

gdzie: **K**, **K**_M - macierze sztywności, **M**, **M**_M - macierze mas odpowiednio przed i po modyfikacji konstrukcji; Δ **K**, Δ **M**- odpowiednio zmiana w macierzy sztywności i mas.

Równania (2.2) i (2.3) przedstawiają problem własny, odpowiednio dla konstrukcji po modyfikacji oraz przed:

$$\mathbf{K}_{\mathrm{M}} \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{M}i} = \lambda_{\mathrm{M}i} \mathbf{M}_{\mathrm{M}} \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{M}i} , \quad i = 1, \dots, p$$
(2.2)

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\Phi}_i = \lambda_i \mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}_i \ , \ i = 1, \dots, p \tag{2.3}$$

gdzie: macierze **K**, **K**_M, **M**, **M**_M jak w (2.1); Φ_i , Φ_{Mi} - wektory własne, λ_i , λ_{Mi} - wartości własne ($\lambda_i = \omega_i^2$, $\lambda_{Mi} = \omega_{Mi}^2$, $\omega_i = 2\pi f_i$, $\omega_{Mi} = 2\pi f_{Mi}$), f_i , f_{Mi} - częstotliwości drgań



własnych odpowiednio przed i po modyfikacji konstrukcji; p - liczba rozważanych postaci drgań.

Po wygenerowaniu macierzy sztywności i mas konstrukcji pierwotnej i z modyfikacjami, potrzebne w dalszej analizie macierze zmian $\Delta \mathbf{K}$, $\Delta \mathbf{M}$ wylicza się z równania (2.1) i podstawia do (2.2) uzyskując do rozwiązania układ równań (2.4) dla *p* par wartości i wektorów własnych:

$$(\mathbf{K} + \Delta \mathbf{K}) \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{M}i} = \lambda_{\mathrm{M}i} (\mathbf{M} + \Delta \mathbf{M}) \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{M}i} , \quad i = 1, \dots, p.$$
(2.4)

Kolejnym krokiem jest wyliczenie macierzy wektorów bazowych \mathbf{r}_{B} , których wybór ma bezpośredni wpływ na stabilność i dokładność obliczeń numerycznych:

$$\mathbf{r}_{\mathrm{B}} = [\mathbf{r}_{1}, \mathbf{r}_{2}, \dots, \mathbf{r}_{s}] \tag{2.5}$$

gdzie: $\mathbf{r}_{\rm B}$ – macierz wektorów bazowych; $\mathbf{r}_1, ..., \mathbf{r}_s$ – wektory bazowe, *s* – liczba wektorów bazowych (znacznie mniejsza od liczby stopni swobody układu).

Po przemnożeniu równania (2.4) przez \mathbf{K}^{-1} otrzymuje się:

$$(\mathbf{I} + \mathbf{B})\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{M}i} = \mathbf{r}_0 \tag{2.6}$$

gdzie:

$$\mathbf{B} = \mathbf{K}^{-1} \Delta \mathbf{K} \,, \tag{2.7}$$

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{K}^{-1} \lambda_{\mathrm{Mi}} \mathbf{M}_{\mathrm{M}} \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{M}i}, \qquad (2.8)$$

a I - macierz identyczności.

Mnożąc równanie (2.6) przez $(\mathbf{I} + \mathbf{B})^{-1}$ i następnie rozwijając $(\mathbf{I} + \mathbf{B})^{-1}$ w dwumian, otrzymuje się przybliżenie wektora własnego konstrukcji po modyfikacji w którym człony szeregu można traktować jak wektory bazowe:

$$\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{M}i} = (\mathbf{I} - \mathbf{B} + \mathbf{B}^2 - \ldots)\mathbf{r}_0.$$
(2.9)

Wektor \mathbf{r}_0 , jak również λ_{Mi} , $\mathbf{\Phi}_{Mi}$ nie są znane, stąd proponuje się ich zastąpienie w (2.8) odpowiednio poprzez λ_i , $\mathbf{\Phi}_i$ otrzymane z rozwiązania problemu dla konstrukcji pierwotnej (bez modyfikacji) [47]:

$$\mathbf{r}_{0} = \mathbf{K}^{-1} \lambda_{\mathrm{M}i} \mathbf{M}_{\mathrm{M}} \mathbf{\Phi}_{\mathrm{M}i} \approx \mathbf{K}^{-1} \lambda_{i} \mathbf{M}_{\mathrm{M}} \mathbf{\Phi}_{i} \,.$$
(2.10)

Równanie (2.11) definiuje pierwszy wektor bazowy:

$$\mathbf{r}_{1} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{M}_{\mathrm{M}} \boldsymbol{\Phi}_{i} \,. \tag{2.11}$$

27

Pominięto w nim mnożnik λ_i gdyż nie ma on wpływu na rozwiązanie. Kolejne wektory bazowe oblicza się z zależności (2.12), gdzie *s* to liczba wektorów (wymiar zredukowanego zadania) dużo mniejsza od liczby stopni swobody zadania pełnego:

$$\mathbf{r}_{k} = -\mathbf{B}\mathbf{r}_{k-1}, \ k = 2, 3, \dots, s.$$
 (2.12)

Po wyznaczeniu macierzy wektorów bazowych, oblicza się zgodnie z (2.13) zredukowane macierze sztywności K_R i mas M_R :

$$\mathbf{K}_{\mathrm{R}} = \mathbf{r}_{\mathrm{B}}^{T} \mathbf{K}_{\mathrm{M}} \mathbf{r}_{\mathrm{B}}$$

$$\mathbf{M}_{\mathrm{R}} = \mathbf{r}_{\mathrm{B}}^{T} \mathbf{M}_{\mathrm{M}} \mathbf{r}_{\mathrm{B}}$$
(2.13)

Następnie analizuje się zredukowany problem własny dla pierwszej (najniższej) wartości własnej wg (2.14):

$$\mathbf{K}_{\mathrm{R}}\mathbf{y}_{1} = \lambda_{1}\mathbf{M}_{\mathrm{R}}\mathbf{y}_{1}, \qquad (2.14)$$

gdzie: $\mathbf{y_1}$ – wektor szukanych współczynników , $\mathbf{y}_1^T = \{y_1, y_2, \dots, y_s\}$.

Poszukiwany wektor własny otrzymuje się w wyniku przemnożenia wektora współczynników \mathbf{y}_1 przez macierz wektorów bazowych \mathbf{r}_B :

$$\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{M}i} = y_1 \mathbf{r}_1 + y_2 \mathbf{r}_2 + \ldots + y_s \mathbf{r}_s = \mathbf{r}_B \mathbf{y}_1.$$
(2.15)

W celu poprawy stabilności metody, szczególnie w przypadku dużych zmian w konstrukcji, stosuje się jedną z kilku metod normalizacji wektorów bazowych.

Procedura obliczania \mathbf{r}_k (wzór 2.12) sprawia, iż kolejny wektor bazowy powstaje z przemnożenia poprzedniego i macierzy **B**. Powoduje to każdorazowo wzrost wartości elementów \mathbf{r}_k . Przy dużej modyfikacji konstrukcji liczba potrzebnych wektorów wzrasta i rzędy wielkości elementów macierzy \mathbf{r}_B znacznie różnią się od siebie, co ma wpływ na jakość macierzy \mathbf{K}_R i \mathbf{M}_R , a tym samym na wartość poszukiwanej częstotliwości drgań. Stąd potrzeba normalizacji.

W (2.16) przedstawiono normalizację względem macierzy mas [43], w której wektory \mathbf{r}_k wyliczone zgodnie z (2.12) dzieli się przez wyrażenie zawierające macierz mas konstrukcji po modyfikacji :

$$\mathbf{V}_{k} = \frac{\mathbf{r}_{k}}{\left(\mathbf{r}_{k}^{T}\mathbf{M}_{\mathrm{M}}\mathbf{r}_{k}\right)^{1/2}}, \quad k = 2, 3, \dots, s.$$
(2.16)

Dodatkowo, aby zapewnić liniową niezależność wektorów wykorzystuje się ortogonalizację metodą Grama-Schmidta. Działanie takie, eliminuje zjawisko zbieżności

wyższych częstotliwości drgań własnych do nie swojej wartości. Nowe wektory bazowe otrzymuje się według wzorów [43]:

$$\mathbf{V}_{1} = \frac{\mathbf{r}_{1}}{\left(\mathbf{r}_{1}^{T} \mathbf{K}_{M} \mathbf{r}_{1}\right)^{1/2}},$$
(2.17)

$$\overline{\mathbf{V}}_{i} = \mathbf{r}_{i} - \sum_{j=1}^{i-1} \left(\mathbf{r}_{1}^{T} \mathbf{K}_{M} \mathbf{V}_{j} \right) \mathbf{V}_{j} , \qquad i = 2, 3, \dots, s$$
(2.18)

$$\mathbf{V}_{i} = \frac{\overline{\mathbf{V}}_{i}}{\left(\overline{\mathbf{V}}_{i}^{T} \mathbf{K}_{M} \overline{\mathbf{V}}_{i}\right)^{1/2}}.$$
(2.19)

gdzie: \mathbf{r}_1 i \mathbf{V}_1 to pierwszy wektor bazowy kolejno przed i po normalizacji względem macierzy sztywności konstrukcji po modernizacji - \mathbf{K}_M , a r_i , $\overline{\mathbf{V}}_i$, \mathbf{V}_i to wektory odpowiednio przed i po ortogonalizacji oraz po normalizacji.

Dodatkowo, w celu zapewnienia zbieżności metody iteracji odwrotnej do właściwej częstotliwości drgań własnych układu zredukowanego (2.14) autor zastosował przesunięcie widma wartości własnych o μ [60]. Powoduje to modyfikację zredukowanej macierzy sztywności do postaci $\hat{\mathbf{K}}_{R}$ wg (2.20) i prowadzi do nowego problemu własnego (2.21):

$$\mathbf{\ddot{K}}_{\mathrm{R}} = \mathbf{K}_{\mathrm{R}} - \mu \mathbf{M}_{\mathrm{R}}, \qquad (2.20)$$

$$\hat{\mathbf{K}}_{\mathrm{R}}\mathbf{y} = \hat{\lambda}_{\mathrm{R}}\mathbf{M}_{\mathrm{R}}\mathbf{y}, \qquad (2.21)$$

gdzie: μ - przesunięcie widma wartości własnych, $\hat{\lambda}_{R} = \lambda_{1} - \mu$.

Jako μ przyjmuje się wartość własną wyznaczoną dla układu w poprzednim kroku obliczeniowym tzn. przy mniejszej liczbie zastosowanych wektorów bazowych.

2.3. Modyfikacja konstrukcji zwiększająca liczbę stopni swobody

Zwiększenie liczby stopni swobody układu w wyniku dodania do pierwotnej konstrukcji nowych elementów wymusza pewną modyfikację algorytmu klasycznej CA. Jednym ze sposobów rozwiązania tego problemu jest stworzenie fikcyjnego układu pierwotnego (przed zmianą) o rozmiarach macierzy zgodnych z modelem zmodernizowanego obiektu. Propozycje definicji takiego układu podano przykładowo w [13, 59].

Na rys. 2.1 [59] przedstawiono schemat postępowania w celu przeprowadzenia modyfikacji algorytmu CA. Obiekt (A) i (C) to konstrukcje odpowiednio przed i po

modyfikacji. Część (B) opisuje rzeczywiste zmiany w konstrukcji, które ze względu na różnicę wymiarów macierzy sztywności i mas obiektów (A) i (C) są trudne do zdefiniowania.



Rys. 2.1. Schemat tworzenia fikcyjnego układu pierwotnego [59]

Aby określić macierz zmian $\Delta \mathbf{K}$ wykorzystywaną w algorytmie CA do wyznaczania wektorów bazowych (por. wzór (2.7), (2.9)) proponuje się w [13, 88] stworzenie fikcyjnego układu pierwotnego (obiekt (E)), złożonego z macierzy \mathbf{K}_f i \mathbf{M}_f , których liczba stopni swobody odpowiada obiektowi (C) po modyfikacji. Pozwala to na zapisanie równania (2.1) klasycznej metody CA w postaci:

$$\mathbf{K}_{\mathrm{M}} = \mathbf{K}_{f} + \Delta \mathbf{K}_{f}$$

$$\mathbf{M}_{\mathrm{M}} = \mathbf{M}_{f} + \Delta \mathbf{M}_{f},$$
 (2.22)

gdzie: \mathbf{K}_{M} , \mathbf{M}_{M} - macierze sztywności i mas po modyfikacji konstrukcji o wymiarze "*m* x *m*", \mathbf{K}_{f} i \mathbf{M}_{f} - macierze sztywności i mas fikcyjnego układu pierwotnego o wymiarze "*m* x *m*", $\Delta \mathbf{K}_{f}$, $\Delta \mathbf{M}_{f}$ - macierze zmian korespondujące z istniejącymi i nowymi stopniami swobody.

Macierze sztywności i mas fikcyjnego układu pierwotnego definiuje się jako:

$$\mathbf{K}_{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \alpha \mathbf{K}_{\mathbf{M}_{nb}} \\ \alpha \mathbf{K}_{\mathbf{M}_{bn}} & \alpha \mathbf{K}_{\mathbf{M}_{bb}} \end{bmatrix}, \ \mathbf{M}_{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \alpha \mathbf{M}_{\mathbf{M}_{nb}} \\ \alpha \mathbf{M}_{\mathbf{M}_{bn}} & \alpha \mathbf{M}_{\mathbf{M}_{bb}} \end{bmatrix},$$
(2.23)

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

gdzie: **K**, **M** (por. wzór 2.1), **K**_M, **M**_M (por. wzór 2.22), b – różnica wymiarów macierzy **K**_M i **K**, α - parametr z przedziału (0,1).

Mając zdefiniowane macierze \mathbf{K}_f i $\Delta \mathbf{K}_f$ wraca się do klasycznego algorytmu CA, podstawiając je za \mathbf{K} i $\Delta \mathbf{K}$ w równaniu (2.4).

W algorytmie CA do obliczenia pierwszego wektora bazowego \mathbf{r}_1 zamiast niewiadomego $\mathbf{\Phi}_{Mi}$ podstawia się znany z analizy początkowej $\mathbf{\Phi}_i$.

W przypadku zastosowania fikcyjnego układu pierwotnego, wektor Φ_i musi zostać uzupełniony o wartości ($\Delta \Phi_i$), których liczba jest równa różnicy wymiarów **K**_M i **K**.

Zgodnie z [12, 31] poszukiwane wielkości wylicza się ze wzoru:

$$\Delta \mathbf{\Phi}_{i} = -(\alpha \mathbf{K}_{\mathbf{M}_{bb}} - \lambda_{i} \alpha \mathbf{M}_{\mathbf{M}_{bb}})^{-1} (\alpha \mathbf{K}_{\mathbf{M}_{bm}} - \lambda_{i} \alpha \mathbf{M}_{\mathbf{M}_{bm}}) \mathbf{\Phi}_{i}, \qquad (2.24)$$

gdzie: \mathbf{K}_{M} , \mathbf{M}_{M} jak w (2.22), $\boldsymbol{\Phi}_{i}$ i λ_{i} jak w (2.3).

W pracy zaproponowano również uproszczenie procedury CA poprzez przyjęcie $\Delta \Phi_i$ jako wektora zerowego co pozwala na redukcję obliczeń, ze względu na brak konieczności wyznaczania zmian w macierzy mas.

Na rys. 2.2 przedstawiono macierz wektorów własnych dla fikcyjnej konstrukcji pierwotnej. Zawiera ona wektory rzeczywistej struktury Φ_i , uzupełnione o nowe wartości $\Delta \Phi_i$ oraz wektory Φ_c skojarzone z fikcyjnymi stopniami swobody.



Rys. 2.2. Pseudo początkowa macierz wektorów własnych

Zastosowanie parametru α zostało zaproponowane w pracy [43, 50]. Według autorów dobiera się go z przedziału (0,1), jednak konkretna wartość zależy od wielkości zadania i wprowadzonych do konstrukcji modyfikacji. Jego odpowiedni dobór gwarantuje zbieżność metody, a także fakt, iż fikcyjna macierz sztywności \mathbf{K}_f staje się dodatnio określona, co pozwala wykonać na niej rozkład Choleskiego [28], który z kolei znacznie przyspiesza obliczanie kolejnych wektorów bazowych. Zamieszczone w literaturze przykłady

wykorzystania metody CA dla modyfikacji konstrukcji prętowych wykorzystują współczynnik α równy 0.001. Brak jest w nich jednak komentarza oraz dyskusji nad odpowiednim kryterium doboru tego parametru.

2.4. Oszacowanie błędu metody CA i "zysku numerycznego" z jej zastosowania

W pracy dokładność rezultatów obliczeń uzyskiwanych z wykorzystaniem metody CA oceniano zgodnie z (2.25) poprzez porównywanie wartości częstotliwości wyznaczonych metodą CA (f_{iCA}) z odpowiednimi wartościami dokładnymi (f_{iE}), tzn. otrzymanymi w wyniku rozwiązania pełnego zagadnienia własnego, a więc z pełnymi macierzami mas \mathbf{M}_{M} i macierzy sztywności \mathbf{K}_{M} zmodyfikowanej konstrukcji (wyliczanie ułamka r_{i}):

$$r_i = \frac{f_{iCA}}{f_{iE}} \tag{2.25}$$

gdzie: f_{iCA} – wartość *i*-tej częstotliwości drgań wyliczona metodą CA, f_{iE} – wartość *i*-tej częstotliwości drgań wyliczona z użyciem pełnej macierzy mas \mathbf{M}_{M} i macierzy sztywności \mathbf{K}_{M} zmodyfikowanej konstrukcji (traktowana jako wyznaczona dokładnie).

Dodatkowo, według wzoru (2.26) określano błąd względny rozwiązania CA:

$$\operatorname{Err} f_{i} = \frac{\left| f_{i\mathrm{E}} - f_{i\mathrm{CA}} \right|}{f_{i\mathrm{E}}} \cdot 100\% ,$$
 (2.26)

gdzie: Err f_i – błąd względny wartości *i*-tej częstotliwości drgań własnych konstrukcji wyznaczonej za pomocą CA; f_{iCA} , f_{iE} - jak we wzorze (2.25).

Zgodnie z [45] istnieje możliwość oszacowania błędu względnego $\epsilon(\Phi_{Mi})$ przy wyznaczaniu wektora własnego odpowiadającego poszukiwanej częstotliwości drgań własnych z wykorzystaniem wzoru:

$$\mathcal{E}(\mathbf{\Phi}_{\mathbf{M}i}) = \frac{\|\mathcal{E}\mathbf{\Phi}\|}{\|\mathbf{K}_{\mathbf{M}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{M}i}\|},\tag{2.27}$$

gdzie:

$$\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{K}_{\mathrm{M}}\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{M}\mathbf{i}} - \boldsymbol{\lambda}_{M\mathbf{i}}\mathbf{M}_{\mathrm{M}}\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{M}\mathbf{i}}, \qquad (2.28)$$

$$\|\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Phi}\| = (\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\Phi})^{1/2}.$$
(2.29)

We wzorze: λ_{Mi} , Φ_{Mi} , K_M , M_M jak w (2.2).

Metoda CA poprzez znaczą redukcję wielkości zadania (redukcja liczby równań zagadnienia własnego) pozwala na zmniejszenie czasu obliczeń. "Zysk numeryczny" zwiększony też jest z redukcją liczby operacji algebraicznych wykorzystywanych podczas obliczeń z użyciem tej metody w stosunku do rozwiązania pełnego zagadnienia własnego. Istnieje możliwość określenia liczby operacji algebraicznych niezbędnych do wyznaczenia wartości własnych w przypadku metody CA [48] i rozwiązania ścisłego otrzymanego z wykorzystaniem metody podprzestrzennych iteracji [60]. Dla metody połączonych aproksymacji wynosi ona [48]:

$$N_{CA} = 2(nm_k s + s^3)pm (2.30)$$

a dla metody podprzestrzennych iteracji:

$$N_{MPI} = (nm_k^2 + 4nm_k + 44nm_k p)m$$
(2.31)

gdzie: *n* - liczba stopni swobody, *m*_k - wielkość półpasma macierzy sztywności ($m_k = n^{1/2}$), *s* - liczba wektorów bazowych, *m* - liczba przeprowadzonych analiz, *p* - liczba wektorów własnych do wyznaczenia.

3. Analiza wpływu modyfikacji na częstotliwości drgań własnych ścian konstrukcyjnych budynków

3.1. Uwagi wstępne

Analizą objęto typowe ściany konstrukcyjne budynków 5- oraz 11-kondygnacyjnych. Są to ściany o szerokościach: 2.7 m, 5.4 m i 11.7 m. Grubość każdej ze ścian przyjęto jako 14cm, gdyż taka grubość występuje jako typowa w wielu rzeczywistych budynkach wielkopłytowych. Podobne kryterium zastosowano przyjmując 2.8m jako wysokość każdej kondygnacji.

Modelując rzeczywiste ściany, przyjęto ich zamocowanie w poziomie stropu piwnicy ze względu na dużo większą sztywność ścian piwnicy w stosunku do sztywności kondygnacji nadziemnych [9]. Zatem każda ze ścian w przypadku pięciu kondygnacji ma 14m wysokości (5x2.8m) a dla jedenastu kondygnacji 30.8m. Mimo, że w budynkach niewysokich dość istotnym może być wpływ podatności podłoża na ich właściwości dynamiczne [64, 66], w modelach ścian pominięto ten wpływ i przyjęto podłoże sztywne z uwagi na podstawowy cel pracy jakim jest analiza wpływu zmian w sztywności ścian kondygnacji nadziemnych na ich wartości częstotliwości drgań własnych. Przyjęto, że złącza są sztywne.

Analizowano ściany żelbetowe o gęstości $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$, module Younga E = 29GPa i współczynniku Poissona $\nu = 0.17$. W poziomach stropów uwzględniono dodatkowo masę stropu z pasa o szerokości 3 metrów oraz masę wynikającą z 40% obciążenia zmiennego, a w poziomie stropu ostatniej kondygnacji – również od stropodachu (płyty panwiowe).

Na rys. 3.1 pokazano geometrię analizowanych ustrojów w przypadku ścian pełnych oraz siatki MES.

Przyjęto tarczowy model ściany. Obliczenia wykonano metodą elementów skończonych (MES) w programie Ansys [107]. Wykorzystano 4-węzłowy element tarczowy "plate 42" o dwóch stopniach swobody w węźle oraz konsystentne macierze sztywności i mas.

Wpływ modernizacji na zmianę częstotliwości drgań własnych ścian 5-cio kondygnacyjnych rozważano w przypadku wprowadzenia pojedynczych otworów o wysokości 2m i zmiennym zakresie szerokości (od 0.9m do 4.2m) "przesuwanych" względem krawędzi ściany modułowo o 0.3m, aż do osiągnięcia połowy szerokości każdej ze ścian (wykorzystanie symetrii) i po kondygnacjach. Kolejna zmiana geometrii ścian jaką

analizowano polega na pojawieniu się "systemu" otworów drzwiowych o szerokości od 0.9m do 4.8m z analogicznym "przesuwem". Przez "system" definiuje się zestaw pojedynczych otworów zlokalizowanych jeden nad drugim na wszystkich kondygnacjach. Sztywność elementów w miejscach otworów przyjęto bliską zeru.

Drugą grupę analizowanych modernizacji ścian stanowią ich wzmocnienia poprzez dołożenie do krawędzi dodatkowej powierzchni. W rzeczywistych konstrukcjach takie działanie ma za zadanie zwiększyć jej sztywność, a co za tym idzie, i całego budynku np. w przypadku działania kinematycznego pochodzenia sejsmicznego lub parasejsmicznego.

Wpływ wzmocnienia poprzez dołożenie elementów na zmianę częstotliwości drgań własnych sprawdzano zarówno w przypadku ścian 5-cio, jak i 11-sto kondygnacyjnych.



Analizą objęto dwie pierwsze częstotliwości drgań własnych poziomych f_1 [Hz] i f_2 [Hz] ścian ze względu na to, że takie drgania praktycznie występują w rzeczywistych budynkach [23].

Poszukiwane częstotliwości drgań własnych zostały wyznaczone metodą Lanczosa [60] w programie Ansys [107].

Wpływ wprowadzenia modyfikacji (nowych otworów, wzmocnienia) na wartość częstotliwości drgań własnych ścian oceniano wyliczając ich względne zmiany według zależności:

$$d_{i} = \frac{\left|\bar{f}_{i} - f_{i}\right|}{\bar{f}_{i}} \cdot 100\%, \quad i = 1,2$$
(3.1)

gdzie: d_i - względna zmiana *i*-tej częstotliwości drgań własnych; \bar{f}_i , f_i - odpowiednio: *i*-ta częstotliwość drgań własnych ściany przed i po modyfikacji.

3.2. Modyfikacja w postaci nowych otworów

3.2.1. Mała zmiana - pojedynczy otwór o różnej szerokości i położeniu

W celu sprawdzenia wpływu nowych pojedynczych otworów na zmianę częstotliwości drgań własnych ścian 5-kondygnacyjnych wykonano ponad 1200 symulacji, w których uwzględniono ich różną szerokość (od 0.9m do 4.2m), położenie na kondygnacji oraz odległość od krawędzi.

Na rys. 3.2 przedstawiono kilka przykładów rozmieszczenia i wielkości otworu dla ściany o szerokości 5.4m.



Rys. 3.2. Przykładowe schematy rozmieszczenia otworów w ścianie 5.4m, odpowiednio o szerokości i odległości od krawędzi: a) 0.9m, 0.3m, b) 1.8m, 0.3m, c) 1.2m, 0.9m
Rys. 3.3 przedstawia wartości pierwszych częstotliwości drgań własnych ścian z pojedynczym otworem drzwiowym 0.9m x 2m w zależności od położenia otworu na kondygnacji i odległości od krawędzi (a, c, e) oraz odpowiadające im względne zmiany częstotliwości d_1 (b, d, f). Widoczne na rysunkach poziome płaszczyzny odpowiadają wartościom f_1 dla tych ścian bez otworów (odpowiednio $f_1 = 4,41$ Hz – tarcza 2.7m, $f_1 = 8.28$ Hz – tarcza 5.4m, $f_1 = 14.46$ Hz – tarcza 11.7m).



Rys. 3.3. Wartości pierwszych częstotliwości drgań własnych ścian z pojedynczym otworem drzwiowym (90x200cm) w zależności od kondygnacji i odległości od krawędzi ściany oraz względne zmiany częstotliwości drgań d_1 - (a, b) ściana 2.7m, (c, d) ściana 5.4m, (e, f) – ściana 11.7m

Spadek wartości częstotliwości drgań własnych ściany jest największy w przypadku otworu zlokalizowanego na najniższej kondygnacji blisko krawędzi i jest tym większy, im szersza jest luka. Efekt ten zilustrowano na rys. 3.4 w przypadku tarcz o szerokości 5.4m i 11.7m. Np. dla ściany 5.4m otwór o szerokości 2.4m powoduje względną zmianę f_1 o blisko 24%.



Rys. 3.4. Względna zmiana pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian 5.4m (a), 11.7m (b) w przypadku otworu na najniższej kondygnacji w zależności od jego szerokości i odległości od krawędzi

Nieznaczny wzrost wartości pierwszych częstotliwości drgań własnych w stosunku do częstotliwości drgań ścian bez otworu stwierdzono w przypadku ścian z pojedynczym otworem (90x200cm) na ostatniej kondygnacji (rys. 3.5). Efekt ten jest szczególnie widoczny dla tarcz węższych (ściana 2.7m - d_1 =2.7%, ściana 5.4m - d_1 =1%). To "zakłócenie trendu" można tłumaczyć wystąpieniem efektu praktycznego zmniejszenia wysokości tarczy w miejscu otworu. Konstrukcja staje się bardziej krępa, co skutkuje zwiększeniem jej częstotliwości drgań własnych.



Rys. 3.5. Względna zmiana pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian 5.4m (a), 11.7m (b) w przypadku otworu na najwyższej kondygnacji w zależności od jego szerokości i odległości od krawędzi

Na rys. 3.5 przedstawiono względną zmianę pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian - 5.4m (a), 11.7m (b) w przypadku otworu zlokalizowanego na najwyższej kondygnacji w zależności od jego szerokości i odległości od krawędzi.



Rys. 3.6. Wartości drugich częstotliwości drgań własnych ścian z pojedynczym otworem drzwiowym (90x200cm) w zależności od jego umiejscowienia na kondygnacji i odległości od krawędzi ściany oraz względne zmiany d_2 częstotliwości drgań ; (a, b) ściana 2.7m, (c, d) ściana 5.4m, (e, f) ściana 11.7m

I w tym przypadku poszerzenie luki skutkuje zwiększeniem zaobserwowanego efektu. Dla ściany 5.4m i otworu 2.1m, d_1 wynosi 1.8% (wzrost o 0.8% w stosunku do otworu o szerokości 90cm).

Zmiany wartości drugich częstotliwości drgań własnych ścian (f_2) oraz ich względne zmiany (d_2) w wyniku wprowadzenia otworu o szer. 90cm (rys. 3.6) nie przejawiają tak oczywistych trendów jak w przypadku f_1 . Można jednak zaobserwować, iż największe zmiany drugich częstotliwości drgań własnych ścian dotyczą ich modernizacji w postaci otworów zlokalizowanych na najniższych kondygnacjach.

3.2.2. Duża zmiana - system otworów o różnej szerokości i położeniu

W celu sprawdzenia wpływu modyfikacji w postaci wprowadzenia "systemu" otworów na zmianę częstotliwości drgań własnych ścian 5-kondygnacyjnych wykonano ponad 420 symulacji, w których uwzględniono różną szerokość luk (od 0.9m do 4.2m) oraz ich odległość od krawędzi.

Na rys. 3.7 przedstawiono kilka przykładów rozmieszczenia i wielkości serii otworów dla ściany o szerokości 11.7m.



Rys. 3.7. Przykładowe schematy systemowego rozmieszczenia otworów w ścianie 11.7m, odpowiednio o szerokości i odległości od krawędzi: a) 0.9m, 0.3m, b) 2.4m, 0.9m,







Na rys. 3.8 pokazano zależność wartości pierwszej częstotliwości drgań własnych f_1 wszystkich analizowanych ścian od położenia (odległość od krawędzi tarczy) otworów o szerokości 90cm.

Dodatkowo na rys. 3.9 porównano te częstotliwości z wartościami wyliczonymi dla odpowiednich tarcz bez otworów, które wynoszą: dla ściany $2.7\text{m} - f_1$ =4.41Hz, dla ściany $5.4\text{m} - f_1$ =8.28Hz, dla ściany $11.7\text{m} - f_1$ =14.46 Hz.



Rys. 3.9. Porównanie wartości pierwszych częstotliwości drgań własnych 5-kondygnacyjnych ścian z otworami z odpowiednimi wartościami dla ścian bez otworów: a) ściana 2.7m,
b) ściana 5.4m, c) ściana 11.7m

Z kolei rys. 3.10 przedstawia względną zmianę pierwszych częstotliwości drgań własnych d_1 rozważanych ścian wyliczoną zgodnie ze wzorem (3.1).



Rys. 3.10. Względna zmiana d_1 pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian

Rys. 3.11 i rys. 3.12 zawierają analogiczne zestawienia w odniesieniu do drugich częstotliwości drgań własnych, a na rys. 3.13 pokazano przykładowo pierwszą i drugą postać drgań własnych ścian 2.7 i 5.4m w przypadku gdy otwory o szerokości 90cm znajdują się w odległości 30cm od krawędzi ściany.



Rys. 3.11. Zależność drugiej częstotliwości drgań własnych od położenia otworów (szer. 90cm)



Rys. 3.12. Względna zmiana d₂ drugiej częstotliwości drgań własnych

Stwierdzono, że położenie otworów (odległość od krawędzi) wpływa istotnie na wartości częstotliwości drgań własnych ściany, czego należało się spodziewać. Największą zmianę wartości pierwszych częstotliwości drgań własnych (ich zmniejszenie, a więc spadek sztywności ściany) powoduje usytuowanie otworów w odległości 30cm od krawędzi ściany o szerokości 2.7m i 5.4m (por. rys. 3.10). Efekt ten jest szczególnie widoczny dla tarczy 2.7m, gdzie powierzchnia otworów stanowi około 25% powierzchni całości. W przypadku tej ściany względna redukcja wartości pierwszej częstotliwości drgań własnych f_1 wynosi ponad 16%. Tak duży spadek wartości częstotliwości drgań własnych w przypadku ścian o szerokości 2.7m i 5.4m gdy otwory znajdują się blisko krawędzi może być spowodowany tym, że praktycznie szerokość tarczy ulega znaczącemu zmniejszeniu gdyż sztywność wąskiego paska między krawędzią a otworami staje się pomijalnie mała.



Rys. 3.13. Pierwsza i druga postać drgań własnych ścian w przypadku otworów o szerokości 90cm w odległości 30cm od krawędzi ściany: a) 2.7m, b) 5.4m

Ścianę o dużym stosunku wysokości do szerokości (np. ok. 5:1 w przypadku ściany 2.7m lub nawet 3:1 w przypadku ściany 5.4m) można w przybliżeniu potraktować jako pręt wspornikowy. Wtedy jej sztywność jest tym większa, im moment bezwładności przekroju jest większy, czyli im bliżej środka przekroju znajdują się otwory. Zatem w przypadku tarczy o dużym stosunku wysokości do szerokości (większym od 2) ta prawidłowość dotycząca prętów wspornikowych jest zachowana.

Analizując częstotliwości drgań własnych tarcz o małym stosunku wysokości do szerokości (np. ok. 1:1 w przypadku ściany o szerokości 11.7m), który często występuje w rzeczywistych ścianach stwierdzono, że taka prosta zależność wartości tych częstotliwości od położenia otworów w tarczy nie zachodzi (por. rys. 3.10). W zakresie takich proporcji wymiarów ścian następuje nakładanie się efektów tarczowych (z uwagi na stosunek długości

boków) oraz efektów spowodowanych wewnętrznym podziałem ustroju na pasma przez połączenie – tutaj otwory [17].

Na rys. 3.14 i rys. 3.15 przedstawiono odpowiednio wartości pierwszej i drugiej częstotliwości drgań własnych analizowanych ścian w funkcji odległości otworów od krawędzi ściany oraz szerokości otworów.

> a) 4.2 f_1 [Hz] 4.0 3.8 3.6 1.5 1 2 0.9 Û Q 0.6 0.3 szerokość otworu [m] odległość otworu b) od krawędzi [m] f_1 [Hz] 6 2.1 1.5 2.10.9 1.5 odległość otworu 0.9 0.3 szerokość otworu [m] od krawędzi [m] c) 14 12 f_1 [Hz] 10 8 30 1.8 3. 6 odległość otworu 0.6

Rys. 3.14. Pierwsza częstotliwość drgań własnych w zależności od szerokości i odległości otworu od krawędzi dla ściany o szerokości: a) 2.7m, b) 5.4m, c) 11.7m

szerokość otworu [m]

44

od krawędzi [m]

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ





Przykładowo na rys. 3.16 pokazano względna zmianę d_1 pierwszej częstotliwości drgań własnych tarczy w przypadku zmian położenia i szerokości otworów dla ściany 11.7m.



Rys. 3.16. Względna zmiana pierwszej częstotliwości drgań własnych tarczy w przypadku zmian położenia i szerokości otworów dla ściany 11.7m

Dla ścian 2.7m i 5.4m najniekorzystniejsze okazały się otwory o największej szerokości (odpowiednio 150 i 240 cm) zlokalizowane najbliżej krawędzi. Odpowiednie częstotliwości drgań własnych są wtedy najmniejsze. Natomiast dla ściany 11.7m najmniejsze wartości częstotliwości drgań własnych występują gdy duże otwory (480cm szerokości) usytuowane są blisko środka jej szerokości. Wtedy względna redukcja wartości pierwszej częstotliwości drgań własnych f_1 wynosi aż ponad 50% (rys. 3.16). Podobne trendy w charakterze zmian obserwowane były w przypadku otworów o szerokości 90cm (bez poszerzania).

3.3. Modyfikacja w postaci wzmocnienia ściany poprzez dołożenie elementów

Analizie poddano ściany 5- i 11-kondygnacyjne o parametrach jak w p. 3.1. Wzmocnienie zrealizowano poprzez dołożenie powierzchni w postaci "pasków" do jednej lub obu krawędzi pionowych tarczy, na całej jej długości lub do wysokości wybranych kondygnacji. Szerokości dodatkowych elementów wynosiły od 0.3m do 2.4m i były uzależnione (proporcjonalne) od wymiarów pierwotnych ściany. Przeanalizowano łącznie 758 przypadków (227 dla ścian 5-kondygnacyjnych i 531 dla ścian 11-kondygnacyjnych).

Na rys. 3.17, 3.18, 3.19 przedstawiono przykładowe wzmocnienie pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m elementami, których powierzchnia stanowi 23%, 33% oraz 40% powierzchni ściany przed wzmocnieniem. W każdym z przypadków badano także wpływ

rozmieszczenia wzmocnienia w postaci "pasków" na względną zmianę pierwszej (rys. 3.20) i drugiej (rys. 3.21) częstotliwości poziomych drgań własnych.

Otrzymane wyniki potwierdzają znaczący wpływ obu parametrów na wartości d_1 oraz d_2 .

Przykładowo, dodanie tylko 23% powierzchni ściany może powodować zmianę (wzrost) pierwszej częstotliwości drgań ściany nawet o 60% (por. rys. 3.20).



Rys. 3.17. Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m – dodatkowa powierzchnia stanowi 23% powierzchni ściany przed wzmocnieniem



Rys. 3.18. Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m – dodatkowa powierzchnia stanowi 33% powierzchni ściany przed wzmocnieniem



Rys. 3.19. Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m – dodatkowa powierzchnia stanowi 40% powierzchni ściany przed wzmocnieniem

Oprócz wielkości pola powierzchni wzmocnienia, istotnym parametrem wpływającym na zmianę częstotliwości drgań własnych ścian jest rozmieszczenie dodatkowych elementów. Dla 5-cio kondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m największą wartość d_1 uzyskano w przypadku "pasków" położonych symetrycznie lub prawie symetrycznie (por. wariant c) na rys. 3.17 – rys. 3.19). Przykładowo, różne wzmocnienia taką samą dodatkową powierzchnią powodują w przypadku tarczy z rys. 3.18 różnice dochodzące nawet do 40%.

W przypadku drugiej częstotliwości drgań własnych (rys. 3.21) charakter zmian parametru d_2 nieco odbiega od tych na wykresach umieszczonych na rys. 3.20. W tym przypadku, różne warianty wzmocnienia nie powoduję tak istotnej zmiany drugiej częstotliwości drgań własnych ściany. Największy wzrost d_2 obserwuje się dla wariantu a) z rys. 3.17 – rys. 3.19, gdzie dodatkowe elementy umieszczono wzdłuż całej wysokości tarczy.



Rys. 3.20. Względna zmiana pierwszej częstotliwości drgań własnych pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m w przypadku wzmocnienia dodatkowymi elementami według rys. 3.17 ÷ rys. 3.19



Rys. 3.21. Względna zmiana drugiej częstotliwości drgań własnych pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m w przypadku wzmocnienia dodatkowymi elementami według rys. 3.17 ÷ rys. 3.19

Rys. 3.22 przedstawia przykładowe rozmieszczenie elementów wzmacniających jedenastokondygnacyjną ścianę o szerokości 2.7m. Dodatkowa powierzchnia w każdym

z tych przypadków stanowi 36% powierzchni ściany przed wzmocnieniem. Wyniki analizy wpływu takich wzmocnień na zwiększenie sztywności ściany ilustruje rys. 3.23.

Porównując rezultaty obliczeń uzyskane w przypadku wysokiej ściany o szerokości 2.7m z odpowiednimi wynikami dotyczącymi ściany o średniej wysokości (5-cio kondygnacyjnej), dochodzi się do zgodnych wniosków.

Aby sprawdzić wpływ pierwotnej szerokości ściany na zmianę częstotliwości drgań w zależności od wielkości dodanej powierzchni, kolejne analizy przeprowadzono w stosunku do tarcz o szerokości 5.4m i 11.7m.



Rys. 3.22. Rozmieszczenie elementów wzmacniających jedenastokondygnacyjną ścianę o szerokości 2.7m – dodatkowa powierzchnia stanowi 36% powierzchni ściany przed wzmocnieniem



dodatkowymi elementami pokazanymi na rys. 3.22

Rys. 3.24 i 3.25 przedstawiają rozmieszczenie elementów wzmacniających odpowiednio pięciokondygnacyjnej i jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 5.4m. Dodatkowa powierzchnia stanowi w tym przypadku 33% powierzchni ściany przed wzmocnieniem. Wartości względnej zmiany częstotliwości drgań w rozważanych przypadkach wzmocnień ilustrują rys. 3.26 i 3.27.



Rys. 3.24. Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 5.4m – dodatkowa powierzchnia stanowi 33% powierzchni ściany przed wzmocnieniem



Rys. 3.25. Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 5.4m – dodatkowa powierzchnia stanowi 33% powierzchni ściany przed wzmocnieniem



Rys. 3.26. Względna zmiana pierwszej i drugiej częstotliwości drgań własnych pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 5.4m w przypadku wzmocnienia dodatkowymi elementami pokazanymi na rys. 3.24



dodatkowymi elementami pokazanymi na rys. 3.25

Z kolei rys. 3.28 i 3.30 przedstawiają rozmieszczenie elementów wzmacniających odpowiednio pięciokondygnacyjnej i jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 11.7m. Dodatkowa powierzchnia stanowi w tym przypadku 21% pow. ściany przed modyfikacją.

Wartości względnej zmiany częstotliwości drgań ścian w tych przypadkach zamieszczono na rys. 3.29 i 3.31.

Przeprowadzone analizy wpływu wzmocnienia tarcz o szerokości 5.4m i 11.7m potwierdzają charakter zmian częstotliwości drgań własnych ścian zaobserwowany w przypadku modyfikacji ściany 2.7m.

W przypadku tarczy 5.4m względna zmiana pierwszej częstotliwości drgań własnych waha się w przedziale od 40% do 80 %, w zależności od umiejscowienia dodatkowych elementów. W przypadku ściany 11.7m różnica pomiędzy skrajnymi wartości d_1 jest nieco mniejsza i wynosi od 20% do 30%.

Znacznie mniejszą fluktuację wartości można zaobserwować w stosunku do drugiej częstotliwości poziomych drgań własnych. Wynosi ona średnio około 10%.



Rys. 3.28. Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 11.7m – dodatkowa powierzchnia stanowi 21% powierzchni ściany przed wzmocnieniem



dodatkowymi elementami pokazanymi na rys. 3.28



Rys. 3.30. Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 11.7m – dodatkowa powierzchnia stanowi 21% powierzchni ściany przed wzmocnieniem



Rys. 3.31. Względna zmiana pierwszej i drugiej częstotliwości drgań własnych jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 11.7m w przypadku wzmocnienia dodatkowymi elementami pokazanymi na rys. 3.30

Przeprowadzone analizy wzmocnienia ścian 5-cio i 11-sto kondygnacyjnych potwierdziły wpływ wielkości dodatkowej powierzchni na zmianę (wzrost) częstotliwości ich drgań własnych. Należy podkreślić, że równie ważnym czynnikiem okazało się rozmieszczenie elementów wzmacniających zarówno w przypadku ścian o średniej wysokości jak i wysokich. Wpływ położenia dodatkowej powierzchni na wzrost częstotliwości drgań własnych powiązany jest z postacią drgań wspornika, który dobrze opisuje zachowanie się ścian o niewielkiej szerokości. Dlatego największą zmianę pierwszej częstotliwości drgań własnych obserwuje się gdy elementy wzmacniające umiejscowione są blisko zamocowania ściany. Z kolei dołożenia dodatkowej powierzchni wzdłuż całej wysokości tarczy powoduje największą zmianę drugiej częstotliwości drgań własnych.



4. Numeryczne wyznaczenie częstotliwości drgań własnych budynków ścianowych po modernizacji

4.1. Analizowane budynki

Analizie poddano cztery (A0, A1, B0, B1) jedenastokondygnacyjne budynki mieszkalne prefabrykowane zbudowane w systemie Wrocławskiej Wielkiej Płyty (WWP) (por. p. 1.5) [26, 29, 76, 108-114] na terenie LGOM w latach siedemdziesiątych ubiegłego wieku.

Wszystkie analizowane budynki mają monolityczną piwnicę ze ścianami z betonu B15 o grubości 30cm i posadowione są na ławach fundamentowych [19, 20, 98, 99, 108-114]. Każdy z czterech budynków składa się z dwóch oddylatowanych segmentów: jedno i dwuklatkowego. Budynki A0 i B0 mają konstrukcje typowe. W budynku B1 dokonano w stosunku do budynku B0 wzmocnień wewnętrznych, a w budynku A1 w porównaniu do budynku A0 – także wzmocnień zewnętrznych (dodatkowe przęsła). Zdjęcia budynków pokazano na rys. 4.1.



Rys. 4.1. Budynki prefabrykowane systemu WWP: (a, b) bez wzmocnień, (c, d) z dodatkowymi przęsłami (fot. autora)

W skład budynków A0 oraz A1 wchodzą trzy identyczne sekcje XI-9 systemu WWP o wymiarach 10.8m na 15.6m, co schematycznie ilustruje rys. 4.2.



Rys. 4.2. Rzut kondygnacji powtarzalnej budynku A0: (1) ściana szczytowa - 21cm, (2) ściana konstrukcyjna – 14cm, (3) ściana osłonowa – 16cm

Ze względu na oddziaływania parasejsmiczne, których źródłem są wstrząsy górnicze, budynek A1 został w stosunku do budynku A0 wzmocniony [19, 20, 98]. Do zewnętrznych sekcji dobudowano dwa przęsła w technologii monolitycznej. Przęsła mają w rzucie wymiary 4m na 10.3m i wysokości: przy segmencie jednoklatkowym – 7 kondygnacji, przy dwuklatkowym – 10 kondygnacji. "Dobudówki" zostały posadowione na płycie żelbetowej na głębokości istniejącego fundamentu. Dodatkowo w celu wzmocnienia budynku, zwłaszcza w kierunku podłużnym, wzniesiono w dobudowanych i skrajnych przęsłach ściany monolityczne o grubości 20cm w kierunku podłużnym. Kolejną zmianą w konstrukcji, było pogrubienie o 10cm istniejącej ściany poprzecznej w skrajnej sekcji segmentu dwuklatkowego. Zakres wzmocnień w budynku A1 przedstawiono schematycznie na rys. 4.3.



Rys. 4.3. Rzut kondygnacji powtarzalnej budynku A1: (1) dodatkowe przęsło do wys. 7 kondygnacji; (2) dodatkowa ściana podłużna o gr. 20cm do wys. 7 kondygnacji; (3) pogrubiona ściana konstrukcyjna poprzeczna do wys. 4 kondygnacji; (4) dodatkowa ściana podłużna o gr. 20cm do wys. 9 kondygnacji; (5) dodatkowe przęsło do wys. 10 kondygnacji

Częstotliwości drgań własnych budynków A0 i A1 zostały wyznaczone na drodze badań doświadczalnych przeprowadzonych przez zespół prof. E. Maciąga z Instytutu Mechaniki Budowli Politechniki Krakowskiej [65].

W budynkach B0 i B1 segment jednoklatkowy stanowi typowa sekcja XI-9 systemu WWP, podobnie jak w budynku A0 i A1. Z kolei segmenty dwuklatkowe tych budynków złożone są z sekcji XI-6 i XI-9 [19, 20, 98]. Ze względu na skromne nasycenie ścianami

podłużnymi w środkowej sekcji XI-6, konstrukcja taka charakteryzuje się stosunkowo dużą podatnością w tym kierunku. Stąd w celu zwiększenia sztywności (zwłaszcza w kierunku podłużnym), w budynku B1 wprowadzono odpowiednie wzmocnienia konstrukcji w porównaniu z budynkiem B0 [19, 20, 98].

Główne prace [19, 20, 98] dotyczyły wzniesienia dodatkowych ścian podłużnych o grubości 20cm w skrajnych sekcjach budynku, przebiegających od piwnicy aż do dziesiątego piętra. Dodatkowo wzmocnieniu uległy ściany szczytowe (pogrubienie o 10cm i 12cm od piwnicy do czwartego piętra) oraz istniejące ściany podłużne w skrajnej sekcji segmentu dwuklatkowego (od piwnicy do piątego piętra). We wszystkich nowych ścianach zastosowano mijankowe rozmieszczenie otworów drzwiowych na kolejnych kondygnacjach w celu zminimalizowania ich wpływu na sztywność [19, 20, 98]. Zatem w przypadku obiektu B1 ograniczono się do wzmocnień wewnętrznych, co pokazano schematycznie na rys. 4.4.



Rys. 4.4. Rzut kondygnacji powtarzalnej budynku B1: (1) pogrubienie ściany szczytowej do wys. 5 kondygnacji; (2) monolityczna ściana podłużna o gr. 20cm do wys. 11 kondygnacji; (3) pogrubienie konstrukcyjnej ściany podłużnej do wys. 6 kondygnacji

We wszystkich wzmocnieniach (realizowanych jako dodatkowe przęsła, ściany lub pogrubienie ścian już istniejących) zastosowano beton B15.

4.2. Budowa i weryfikacja modeli numerycznych

Poza typowymi trudnościami w budowaniu możliwie dokładnych modeli obliczeniowych rzeczywistych konstrukcji, które wynikają np. z doboru i odchyłek wartości charakterystyk materiałowych, niedokładności wykonania i montażu, występujących imperfekcji geometrycznych, w przypadku budynków prefabrykowanych pojawiają się jeszcze problemy związane ze specyfiką tego typu obiektów. Prefabrykowane ściany nośne budynków ścianowych składają się z elementów wielkowymiarowych (wielkoblokowych, wielkopłytowych). Ściana prefabrykowana może więc pracować inaczej niż ściana monolityczna. Ewentualne różnice mogą wynikać z wpływu złączy. Złącza wykonane są

z materiałów o parametrach takich samych lub gorszych niż parametry materiału elementów. W pracy [18] proponuje się uwzględnienie zmniejszenia sztywności ściany wynikającej z występowania złączy pionowych poprzez redukcję modułu Young'a materiału ściany od 0% do nawet 40%. Z kolei według pracy [17] osłabienie sztywności ściany może byś efektem połączeń bezdyblowych, a złącza dyblowe są praktycznie sztywne. Zgodnie z literaturą [17, 61, 75] złącza poziome należy traktować jako sztywne.

W budynku oprócz elementów konstrukcyjnych (np. ściany, stropy) występują również elementy niekonstrukcyjne (np. ściany działowe, trzony wentylacyjno-spalinowe, bloki licznikowe). Wpływ tych elementów na charakterystyki dynamiczne budynków może być znaczący [55, 67]. Do rozstrzygnięcia pozostaje też problem modelowania połączeń tych elementów z konstrukcją budynku – czy są to połączenia sztywne, czy tylko bliskie sztywnym (ze sztywnością zredukowaną), czy przegubowe.

W przypadku budynków istotny wpływ na ich właściwości dynamiczne może mieć podatność podłoża gruntowego [64, 66]. Konieczne jest więc staranne określenie parametrów charakteryzujących jego sztywność. W przypadku posadowienia bezpośredniego można uzyskać różne współczynniki sztywności podłoża przy uwzględnieniu cech tylko warstwy posadowienia (traktując podłoże jako jednorodny ośrodek) oraz biorąc pod uwagę uwarstwienie gruntu i różnice rodzaju, struktury i nośności gruntów w poszczególnych warstwach.

Obliczenia częstotliwości drgań własnych analizowanych budynków przeprowadzono z użyciem programu Ansys [107]. W każdym z obiektów, a więc i w każdym jego modelu, można wyróżnić charakterystyczne części składowe różnie modelowane. Należą do nich: fundament, piwnica, stropy, ściany (konstrukcyjne, szczytowe, osłonowe, działowe), stropodach, klatka schodowa, szyb windy, bloki wentylacyjno-kominowe i licznikowe, łącznik oddylatowanych segmentów (warstwa supremy) oraz w przypadku budynków A1 i B1 – wzmocnienia.

Do dyskretyzacji konstrukcji użyto czterowęzłowego powłokowego elementu skończonego "SHELL63" o sześciu stopniach swobody [107]. Według dokumentacji [108-114] wszystkie elementy prefabrykowane wykonano z betonu Rw=200 kG/cm², który można umieścić blisko betonu B17.5. Zgodnie z normą [105] moduł Young'a (E) takiego materiału wynosi E=25.3GPa. W przeprowadzonych obliczeniach przyjęto E=26GPa za wynikami badań prof. A. Cholewickiego [98, 99].

Wpływ złączy na sztywność konstrukcji uwzględniono poprzez redukcję modułu sprężystości elementów konstrukcyjnych [18]. Analizowano kilka wariantów zmniejszenia E,

od 0% do 40%. Ostatecznie zdecydowano się na współczynnik redukcji na poziomie około 23%.

Stropy połączono sztywno ze ścianami nośnymi. W ich modelu wzięto pod uwagę ciężar warstw wykończeniowych oraz uwzględniono 40% obciążenia użytkowego zgodnie z normą [104]. Analogiczne podejście zastosowano w odniesieniu do modelu biegów i podestów schodów.

Do dyskretyzacji fundamentu w postaci ław fundamentowych brano pod uwagę wykorzystanie różnych typów elementów skończonych: beam3D, shell. Te dwa warianty modelowania fundamentu prowadziły do porównywalnych wartości obliczonych częstotliwości drgań własnych obiektów. Ostatecznie zdecydowano się na element typu "SHELL63" ze względu na wygodną adaptację w przypadku rozszerzenia modelu o dobudowane przęsła z fundamentem w postaci żelbetowej płyty.

Ściany piwnic modelowano z użyciem elementów powłokowych. Na rys. 4.5 przykładowo pokazano model piwnic i fundamentu w przypadku budynku A0.



Rys. 4.5. Fundamenty i ściany piwnic budynku A0

We wszystkich analizowanych budynkach ściany działowe wykonane są z cegły dziurawki i mają grubość 6.5cm. Modelowano je w postaci powłok sztywno połączonych ze ścianami nośnymi oraz stropami. Jako parametry materiałowe przyjęto: moduł E=0.72GPa (taki sam w dwóch kierunkach) obliczony zgodnie z normą [106] oraz współczynnik Poissona v=0.25 [106]. Rozmieszczenie ścianek działowych (jasny odcień) w kondygnacji powtarzalnej budynku A0 przedstawiono na rys. 4.6.

Istotny okazał się również dobór parametrów materiałowych dla supremy. Została ona umieszczona w dylatacjach segmentów w poziomach stropów każdej kondygnacji. Za instrukcją [101] przyjęto moduł E=0.9GPa i ułamek Poissona v=0.25.



Rys. 4.6. Rozmieszczenie ścian działowych (jaśniejszy odcień) w kondygnacji powtarzalnej budynku A0

W tabeli 4.1 zbiorczo zestawiono parametry materiałowe elementów wykorzystywanych w modelach.

Element	E [GPa]	ν[-]	ρ [kg/m ³]
fundament	23.1	0.2	2500
piwnica	23.1	0.2	2500
elementy prefabrykowane	20	0.2	2500
wzmocnienie	23.1	0.2	2500
mur z cegły dziurawki	0.72	0.25	1400
suprema	0.9	0.25	700

Tabela 4.1. Parametry materiałowe zastosowanych elementów [101, 105, 106]

Wpływ podatności podłoża uwzględniano poprzez wprowadzenie sprężyn - element "COMBIN14" – na kierunkach translacyjnych UX, UY, UZ, oraz rotacyjnych ROTX, ROTY. Charakterystyki sprężyn dobrano zgodnie z metodą Sawinowa na podstawie właściwości podłoża według dokumentacji oraz literatury [63, 104]. Pod uwagę wzięto uwarstwienie podłoża [54]. Przyjęto dynamiczny współczynnik podłoża Cz=55 MPa. Przeprowadzono również alternatywne obliczenia przy założeniu, że podłoże jest sztywne.

Otrzymano układy o 610482, 648984, 646938, 668136 stopniach swobody odpowiednio w przypadku modeli budynków A0, A1, B0, B1.

Na rys. 4.7 przykładowo pokazano modele obliczeniowe budynków A0 (budynek bez wzmocnień) oraz A1 (budynek ze wzmocnieniami).



Rys. 4.7. Modele numeryczne analizowanych budynków: a) A0; b) A1

4.3. Wyniki obliczeń

Główną uwagę skoncentrowano na pierwszych częstotliwościach drgań translacyjnych równoległych do osi poprzecznej (f_{1x}) i podłużnej budynków (f_{1y}) oraz drgań skrętnych (f_{1skr}).

W tabeli 4.2 zestawiono częstotliwości drgań własnych budynków A0 i A1 obliczone z użyciem zaproponowanych modeli. Wartości te porównano z uzyskanymi z badań doświadczalnych przez zespół prof. E. Maciąga [65]. Empiryczne wyznaczone wartości częstotliwości drgań własnych tych dwóch budynków umożliwiły weryfikację modelu numerycznego, a więc przyjętych założeń materiałowych i konstrukcyjnych.

Budynek	Częstotliwości drgań własnych [Hz]			Błąd względny [%]
		z obliczeń	z pomiarów [65]	
A0	f_{1x}	1.59	1.60 - 1.63	1.5
	f_{1y}	1.73	1.71 - 1.76	0.3
A1	f_{1x}	1.79	1.64 - 1.71	6.8
	f_{1y}	2.47	2.17 - 2.28	11

Tabela 4.2. Częstotliwości drgań własnych budynków A0 i A1

W przypadku budynku A0 numerycznie otrzymano wartości prawie idealnie wpisujące się w pasmo częstotliwości pomierzonych. W przypadku obiektu A1, w którym znacznie zmieniono konstrukcję poprzez wzmocnienia wewnętrzne i zewnętrzne, występują większe różnice (błąd w przypadku drgań podłużnych wynosi 11%). Biorąc jednak pod uwagę stopień złożoności robót remontowych oraz pewne braki w dokumentacji wprowadzonych zmian, można uznać wyniki uzyskane numerycznie za zadowalające. Dodatkowo w tabeli 4.3, na przykładzie budynku A0 przedstawiono wpływ złączy na sztywność konstrukcji przy uwzględnieniu ich poprzez redukcję modułu sprężystości elementów konstrukcyjnych [18]. Pokazano wyniki w przypadku trzech wybranych stopni redukcji. Jak można się było spodziewać, zmiana jednego z głównych parametrów modelu, tj. modułu sprężystości elementów konstrukcyjnych wywołuje znaczące różnice w obliczonych wartościach częstotliwości drgań własnych budynku.

Wartość	Stopień redukcji	Wartośc	i czestotliwo	ści drgań [Hz]
modułu E [GPa]	[%]	f_{1x}	f _{1y}	f _{1skr}	<u> </u>
26	0	1.69	1.88	1.93	
20	23	1.59	1.73	1.79	
15.6	40	1.48	1.59	1.65	

Tabela 4.3. Wpływ złączy (uwzględnianych poprzez redukcję sztywności elementów konstrukcyjnych) na wartości obliczonych częstotliwości drgań własnych budynku A0

Wpływ sposobu modelowania podłoża gruntowego na wartości obliczanych częstotliwości drgań własnych budynków przykładowo ilustrują wyniki obliczeń w przypadku budynków A0 i A1 zamieszczone w tabeli 4.4. Porównano rezultaty otrzymane przy założeniu podłoża sztywnego oraz podatnego. Przyjęcie sztywnego zamocowania obiektu w poziomie fundamentów powoduje znaczne zawyżenie otrzymanych wartości podstawowych częstotliwości drgań własnych. W przypadku budynku A0 różnica ta wynosi: kierunek poprzeczny – 13 %, kierunek podłużny – 21%, drgania skrętne – 24%, a w przypadku budynku A1: kierunek poprzeczny – 37%, kierunek podłużny – 25%, drgania skrętne – 15%.

Budynek	Częstotliwości drgań własnych [Hz]					
		podłoże podatne podłoże sztywne				
A0	f_{1x}	1.59	1.81			
	f_{1y}	1.73	2.11			
	$f_{1 \text{skr}}$	1.79	2.23			
A1	f_{1x}	1.79	2.46			
	f_{1y}	2.47	3.09			
	$f_{1 \text{skr}}$	2.29	2.65			

Tabela 4.4. Wpływ uwzględnienia podatności podłoża na wartości obliczonych częstotliwości drgań własnych budynków A0 i A1

Weryfikacja doświadczalna modeli numerycznych budynków A0 oraz A1 pozwala na założenie poprawności zaproponowanych modeli obiektów B0 i B1 z uwagi na analogie w konstrukcji, posadowieniu i sposobie wzmocnienia. W kolejnym kroku, wykorzystując modele budynków B0 i B1, sprawdzono wpływ innego typu modernizacji konstrukcji na wartości częstotliwości drgań własnych.

W tabeli 4.5 zestawiono otrzymane numerycznie częstotliwości drgań własnych wszystkich analizowanych obiektów. Widać, że w obu rodzajach wzmocnień, a więc w budynkach A1 oraz B1, zastosowane modernizacje skuteczne usztywniły konstrukcję. Obserwuje się wzrost wartości wszystkich częstotliwości drgań, przy czym największy w kierunku podłużnym.

•	5 61 5	,	
Budynek	Częstotli	wości drgań własi	nych [Hz]
	$f_{1\mathrm{x}}$	f_{1y}	$f_{1 m skr}$
A0	1.59	1.73	1.79
A1	1.79	2.47	2.29
B0	1.57	1.59	1.71
B1	1.62	1.99	1.81

Tabela 4.5. Wyznaczone numerycznie wartości częstotliwości drgań własnych analizowanych budynków o konstrukcji typowej (bez wzmocnień) i ze wzmocnieniami

Tworzenie dynamicznych modeli tak złożonych konstrukcji, jakimi są rzeczywiste budynki prefabrykowane może sprawiać wiele trudności związanych między innymi z doborem ich parametrów oraz parametrów podłoża. Zatem przed analityczną oceną wpływu różnych wariantów modernizacji na wartości częstotliwości drgań własnych obiektów, bardzo istotna jest weryfikacja doświadczalna proponowanego modelu konstrukcji przed zmianami.

Przyjęte modele wykorzystujące metodę elementów skończonych pozwalają na numeryczne wyznaczenie częstotliwości drgań własnych rozważanych budynków prefabrykowanych przed i po wzmocnieniach konstrukcji z dużą dokładnością.

5. Weryfikacja skuteczności metod reanalizy w wyznaczaniu częstotliwości drgań własnych konstrukcji po modyfikacji

5.1. Zastosowanie metody aproksymacji połączonych do wyznaczania częstotliwości drgań własnych ścian konstrukcyjnych po modernizacji

5.1.1. Modyfikacja bez zmiany liczby stopni swobody

W punkcie 3.2 przeanalizowano wpływ położenia i wielkości pojedynczego nowego otworu (mała zmiana) oraz serii nowych otworów drzwiowych (duża modyfikacja) na zmianę częstotliwości drgań własnych ścian konstrukcyjnych [92]. Przeprowadzone obliczenia wykonano dla pełnego układu równań problemu własnego, wygenerowanego z wykorzystaniem metody elementów skończonych.

W niniejszym punkcie, do wyznaczenia poszukiwanych częstotliwości drgań własnych ścian po modyfikacji zaproponowano metodę aproksymacji połączonych, która dzięki swoim algorytmom pozwala na znaczną redukcję zadania bez straty dokładności uzyskiwanych rezultatów.

Pod uwagę wzięto dwa przypadki modyfikacji. Pierwszy dotyczy pojedynczego otworu o szerokości 0.9m, wysokości 2m, umiejscowionego na najniższej kondygnacji w odległości 30cm od krawędzi ścian (geometria i charakterystyka materiałowa ścian jak w punkcie 3.1). Zajmuje on w tarczach 2.7m, 5.4m, 11.7m odpowiednio 4.8%, 2.4%, 1% ich powierzchni (mała zmiana).

Druga modyfikacja odpowiada serii otworów o szerokościach i odległości od krawędzi odpowiednio 90cm, 30cm (ściana.2.7m), 180cm, 90cm (ściana 5.4m), 390cm, 240cm (ściana 11.7m). Ta modernizacja odzwierciedla dużą ingerencję w konstrukcję.

Przykładowo na rys. 5.1a graficznie pokazano położenie elementów niezerowych konsystentnej macierzy sztywności, a na rys. 5.1b – konsystentnej macierzy mas ściany 2.7m (300 stopni swobody) bez otworów. Rys. 5.1c i rys. 5.1e przedstawiają zmiany w macierzy sztywności $\Delta \mathbf{K}$, a rys. 5.1d i rys. 5.1f zmiany w macierzy mas $\Delta \mathbf{M}$ wywołane wprowadzeniem do tej ściany odpowiednio pojedynczego otworu oraz serii otworów.

Wykorzystując algorytm CA [45, 50], opracowano własny program w środowisku Matlab [102] do wyliczania częstotliwości drgań własnych modernizowanych ścian – tarcz.

Częstotliwości drgań własnych i wektory własne układu zredukowanego (por. wzór 2.14) wyznaczano metodą odwrotnej iteracji wektorowej [60].





Na rys. 5.2 przedstawiono zależność wartości ułamka r_i (a więc stosunku częstotliwości drgań własnych obliczonych metodą CA do odpowiednich częstotliwości drgań własnych otrzymanych z rozwiązania pełnego układu, por. wzór (2.25)) od liczby wektorów bazowych dla trzech pierwszych (i = 1, 2, 3) częstotliwości drgań własnych ściany o szerokości 2.7m (300 stopni swobody). Rys. 5.2a dotyczy ściany z pojedynczym otworem drzwiowym, natomiast rys. 5.2b – ściany z serią otworów usytuowanych jeden nad drugim na wszystkich kondygnacjach. W analizie skupiono się tylko na trzech pierwszych częstotliwościach drgań własnych (dwie kolejne dla drgań poziomych i jedna dla drgań pionowych) ze względu na to, że praktycznie takie drgania występują w rzeczywistych budynkach z rozważanymi ścianami [23].



Rys. 5.2. Zależność stosunku *r_i* od liczby wektorów bazowych dla trzech pierwszych częstotliwości drgań własnych ściany 2.7m: a) z pojedynczym otworem drzwiowym; b) z serią otworów usytuowanych jeden nad drugim na wszystkich kondygnacjach

Rys. 5.3 i rys. 5.4 przedstawiają analogiczne zależności odpowiednio w przypadku ścian o szerokościach 5.4m (570 stopni swobody) i 11.7m (1200 stopni swobody).



Rys. 5.3. Zależność stosunku r_i od liczby wektorów bazowych dla trzech pierwszych częstotliwości drgań własnych ściany 5.4m: a) z pojedynczym otworem drzwiowym; b) z serią otworów usytuowanych jeden nad drugim na wszystkich kondygnacjach



Rys. 5.4. Zależność stosunku *r_i* od liczby wektorów bazowych dla trzech pierwszych częstotliwości drgań własnych ściany 11.7m: a) z pojedynczym otworem drzwiowym; b) z serią otworów usytuowanych jeden nad drugim na wszystkich kondygnacjach

Przykładowo w tabeli 5.1 zestawiono wartości r_i oraz dodatkowo Err f_i (i = 1, 2, 3, wg wzoru (2.26)) wyliczone w zależności od liczby wektorów bazowych (\mathbf{r}_B) uwzględnionych w metodzie CA w przypadku ściany o szerokości 11.7m z pojedynczym otworem drzwiowym.

Liczba wektorów bazowych	r_1	<i>r</i> ₂	<i>r</i> ₃	Err <i>f</i> 1 [%]	Err <i>f</i> ₂ [%]	Err <i>f</i> ₃ [%]
1	1.0203	1.0068	1.0055	2.0336	0.6752	0.5472
2	1.0015	1.0158	0.9968	0.1461	1.5827	0.3182
3	1.0001	1.0149	1.0008	0.0140	1.4930	0.0845
4	1.0001	1.0149	1.0008	0.0052	1.4915	0.0841
5	1.0000	1.0149	1.0004	0.0035	1.4913	0.0368
10	1.0000	1.0109	1.0004	0.0032	1.0949	0.0352
15	1.0000	1.0149	1.0004	0.0032	1.0935	0.0351
20	1.0000	1.0149	1.0003	0.0032	1.0865	0.0348

Tabela 5.1. Wartości r_i oraz Err f_i (i = 1, 2, 3) wyliczone w przypadku ściany 11.7m z pojedynczym otworem

Z przeprowadzonych analiz wynika, że metoda połączonych aproksymacji CA daje bardzo dobre wyniki zarówno w przypadku małych, jak i dużych zmian w reanalizowanych układach. Na uwagę zasługuje przede wszystkim dokładność i dobra zbieżność obliczeń pierwszej częstotliwości drgań własnych, która dominuje w budynkach z rozpatrywanymi ścianami [23]. We wszystkich rozważanych przypadkach ścian już zastosowanie tylko dwóch wektorów bazowych pozwala na otrzymanie wartości pierwszej częstotliwości z błędem Errf1 mniejszym niż 3%. Zaś użycie pięciu wektorów bazowych powoduje, że błąd Errf₁ jest mniejszy od 0,01%.

W przypadku wprowadzenia pojedynczego otworu (mała zmiana sztywności) obserwuje się nieco lepszą zbieżność trzeciej częstotliwości drgań własnych niż drugiej. Przy 10-ciu wektorach bazowych $\text{Err}f_3$ wynosi w przypadku ściany 2.7m – 1.135%, ściany 5.4m – 0.330% i ściany 11.7m – 0.035%, podczas gdy $\text{Err}f_2$ w przypadku ściany 2.7m – 1.425%, ściany 5.4m – 2.161%, ściany 11.7m – 1.09%.

Przy modyfikacji w postaci wprowadzenia serii nowych otworów usytuowanych jeden nad drugim na wszystkich kondygnacjach (duża zmiana sztywności) potrzeba większej liczby wektorów bazowych, aby osiągnąć wartości ułamka r_2 i r_3 bliskie jeden. Tutaj nieco lepsze wyniki otrzymuje się w przypadku drugiej częstotliwości drgań.

Generalnie, błędy z jakimi metodą CA wyznacza się wartości drugiej i trzeciej częstotliwości drgań własnych modernizowanych ścian również są bardzo małe.

Dokładność wyznaczania postaci drgań własnych z użyciem metody CA ilustruje przykładowo rys. 5.5. Na rys. 5.5a pokazano pierwszą postać drgań własnych ściany 5.4m z pojedynczym otworem drzwiowym. Przerywaną linią narysowano postać drgań otrzymaną z analizy pełnego układu (dla czytelności rysunku uwzględniono tylko niektóre linie siatki MES). Na tę postać drgań "nałożono" rezultat uzyskany drogą połączonych aproksymacji CA z użyciem pięciu wektorów bazowych (linia ciągła). Postacie drgań wyznaczone na te dwa sposoby praktycznie idealnie się pokrywają, co dodatkowo potwierdza rys. 5.5b, na którym zamieszczono w powiększeniu fragment postaci drgań z rys. 5.5a.



Rys. 5.5. a) Porównanie pierwszej postaci drgań własnych ściany o szerokości 5.4m z pojedynczym otworem drzwiowym wyliczonej z użyciem pełnych macierzy sztywności i mas (- -) oraz metodą CA z pięcioma wektorami bazowymi (—); b) Zaznaczony fragment z rys. 5.5a w powiększeniu

W przeprowadzonych analizach numerycznych w celu poprawy stabilności rozwiązania, podstawowy algorytm połączonych aproksymacji CA wzbogacono o normalizację i ortogonalizację Grama-Schmidta wektorów bazowych, a przy wyznaczaniu wyższych częstotliwości drgań własnych – o przesunięcie widma wartości własnych (por. p. 2.2).

Zastosowana normalizacja i ortogonalizacja Grama-Schmidta wektorów bazowych miała za zadanie wyeliminowanie zależności liniowej tych wektorów, powodującej złe uwarunkowanie zredukowanych macierzy sztywności K_R i mas M_R , a tym samym niestabilność układu równań problemu własnego i duże błędy numeryczne.

Na potwierdzenie tego, na rys. 5.6 przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń z uwzględnioną w opracowanym autorskim programie normalizacją i ortogonalizacją Grama-Schmida oraz gdyby ją pominięto. Stwierdzono, że gdyby zrezygnowano z normalizacji i ortogonalizacji, to od pewnej liczby wektorów bazowych (np. 12-tu dla przypadku z rys. 5.6a i 8-miu dla przypadku z rys. 5.6b) następuje pogorszenie dokładności wyników, a przy dalszym zwiększaniu liczby wektorów bazowych – niestabilność układu uniemożliwia uzyskanie rozwiązania.



Rys. 5.6. Wpływ normalizacji i ortogonalizacji Grama-Schmidta wektorów bazowych na dokładność obliczeń: a) pierwszej częstotliwości drgań własnych ściany 2.7m z serią otworów; b) drugiej częstotliwości drgań własnych ściany 5.4m z pojedynczym otworem

Przy wyznaczaniu wyższych wartości własnych układu zredukowanego zastosowano przesunięcie widma wartości własnych wg wzoru (2.20). Powoduje to zbieżność odwrotnej iteracji wektorowej do wartości najbliższej przesunięciu (przesunięcie zera na osi wartości własnych). Wartość przesunięcia nie jest znana *a priori*, gdyż nie znane są wartości własne. Można ją jednak oszacować wykorzystując np. ciągi Sturma [60]. W zastosowanym algorytmie wystartowano z $\mu = 0$. Następnie w kolejnej iteracji przyjmowano przesunięcie równe odpowiedniej częstotliwości drgań otrzymanej w poprzednim kroku. We wszystkich dalszych iteracjach ustalono jako przesunięcie wartości częstotliwości obliczonej przy dwóch wektorach bazowych.

Na rys. 5.7 przedstawiono przykładowe wyniki przeprowadzonych obliczeń z uwzględnieniem przesunięcia i dla porównania odpowiednie rezultaty uzyskane gdyby tego przesunięcia nie dokonano.



Rys. 5.7. Wpływ zastosowania przesunięcia widma wartości własnych na dokładność wyznaczania: a) drugiej częstotliwości drgań własnych ściany 2.7m z serią otworów; b) trzeciej częstotliwości drgań własnych ściany 5.4m z serią otworów

5.1.2. Modyfikacja zwiększająca liczbę stopni swobody

Zmiana geometrii modernizowanej konstrukcji poprzez dokładanie nowych elementów wymusza prowadzenie obliczeń na modelach z inną niż pierwotna siatką elementów, co implikuje zmianę liczby stopni swobody. Taka sytuacja ma miejsce w rozważanych modyfikacjach ścian pięciokondygnacyjnych o szerokościach 2.7m i 5.4m, pokazanych na rys. 5.8. W przypadku tarczy o szerokości 2.7m (rys. 5.8a) "dołożono" do pierwotnej konstrukcji "pasek" o wymiarach 0.9m x 14m (zwiększenie liczby stopni swobody z 300 do 330), a w przypadku tarczy o szerokości 5.4m (rys. 5.8b) "wzmocniono" konstrukcję "paskiem" 1.8m x 8.4m (zwiększenie liczby stopni swobody z 570 do 678).

Na rys. 5.9 pokazano zależność wartości ułamka r_1 od liczby wektorów bazowych w przypadku pierwszej częstotliwości drgań własnych analizowanych tarcz z dołożonymi elementami. Obliczenia przeprowadzono z użyciem dwóch wartości parametru α : $\alpha = 0.001$ oraz $\alpha = 0.002$.



Rys. 5.8. Schemat modyfikacji w wyniku "wzmocnienia" tarczy o szerokości 2.7m i 5.4m



Rys. 5.9. Zależność ułamka r_1 od liczby wektorów bazowych dla pierwszej częstotliwości drgań własnych tarcz z dołożonymi elementami: a) 2.7m, b) 5.4m

Z kolei w tabeli 5.2 oprócz wartości ułamka r_1 , dodatkowo przedstawiono błąd względny rozwiązania $\text{Err}f_1$ w analizowanych przypadkach.

Liczba wektorów	Ściana 2.7 m (rys. 5.8a) $\alpha = 0.001$			Sciana 5.4m (rys. 5.8b) $\alpha = 0.002$	
bazowych	r_1	$\operatorname{Err} f_1$ [%]	r_1	Err <i>f</i> ₁ [%]	
1	1.1847	18,466	1.1503	15.025	
2	1.1139	11.389	1.1467	14.675	
3	1.0073	0.7361	1.0057	0.5763	
4	0.9997	0.0332	0.9999	0.0024	
5	0.9995	0.0494	0.9997	0.0326	
10	0.9995	0.0495	0.9997	0.0351	

Tabela 5.2. Wartości ułamka r_1 oraz błędu względnego Err f_1 w zależności od liczby użytych wektorów bazowych

Zarówno w przypadku niewielkiego zwiększenia liczby stopni swobody ściany po modernizacji (rys. 5.9a), jak i zdecydowanie większej zmiany (rys. 5.9b), użycie w metodzie CA tylko 3 wektorów bazowych pozwala na wyliczenie częstotliwości drgań własnych "nowych" tarcz z błędem mniejszym niż 1%. Podkreślić należy, że takie rezultaty uzyskano przy znaczącej redukcji wielkości zadania – do 3 równań. Rozwiązanie zagadnienia własnego z użyciem pełnych macierzy mas i sztywności analizowanych tarcz wymagałoby w metodzie elementów skończonych wykorzystania odpowiednio 330 i 678 równań.

Bardzo ważnym elementem algorytmu metody CA w przypadku modyfikacji skutkującej zmianą liczby stopni swobody jest właściwe określenie wielkości parametru α , od którego zależy rozwiązanie (por. p. 2.3). Dodatkowo pozwala on uzyskać dodatnio określoną pseudo macierz sztywności K_f, co umożliwia dokonania na niej rozkładu Choleskiego, który znacząco przyspiesza tworzenie kolejnych wektorów bazowych [43].

Wpływ wartości parametru α na wartości wyliczonych częstotliwości drgań własnych ścian przetestowano m.in. w stosunku do różnych wariantów wzmocnienia dla jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 5.4m (rys. 5.10). W każdym z przypadków nowe elementy powodują zwiększenie liczby stopni swobody układu po modyfikacji (tarcza przed zmianami - 1748 stopni swobody).

W tabeli 5.3 zestawiono wartości błędu względnego pierwszej częstotliwości drgań od parametru α , liczby stopni swobody modelu ściany po własnych w zależności modyfikacji oraz liczby użytych do analizy wektorów bazowych.



Rys. 5.10. Warianty wzmocnienia jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 5.4m

W przypadku ściany z rys 5.10a, gdzie wymiary macierzy sztywności i mas zwiększono nieznacznie, bo o zaledwie 8% w stosunku do tarczy przed modyfikacją, dokładność otrzymanego rozwiązania jest praktycznie taka sama przy różnych wartościach α . Sytuacja zmienia się jednak w przypadku znacznej ingerencji w konstrukcję. Np. dla ściany z rys. 5.10d (wzrost liczby stopni swobody o 33%), przyjęcie zbyt dużego α powoduje brak zbieżności rozwiązania nawet przy znacznej liczbie wektorów bazowych. Przyjęcie parametru α równego lub mniejszego od 0.001 prowadzi do wyznaczenia częstotliwości drgań własnych ściany po modyfikacji z dobrą dokładnością.

Z przeprowadzonych analiz wynika, że $\alpha = 0.001$ zapewnia zbieżność rozwiązania niezależnie od rozmiaru wprowadzonego wzmocnienia.
1	,	J 1	5		5		
_	Liczba				$\operatorname{Err} f_1$ [%]		
Ściana	stopni	α		Liczba	wektorów ba	azowych	
	swobody		1	2	3	4	5
		0.01	47.43	1.471	1.167	0.080	0.007
5 100	1802	0.005	30.46	0.883	0.685	0.046	0.005
J.10a	1692	0.001	22.72	20.12	0.406	0.027	0.005
		0.0005	21.97	21.75	0.383	0.025	0.005
		0.01	165	128	112	5.557	0.383
5 10b	2026	0.005	74.24	5.26	4.892	0.458	0.163
5.100	2030	0.001	37.88	35.66	2.487	0.129	0.020
	-	0.0005	31.41	31.28	1.261	0.088	0.015
		0.01	734	307	286	246	363
5 100	2224	0.005	347	336	335	362	348
J.100	2324	0.001	127	125	18.75	1.798	0.148
	-	0.0005	39.89	39.12	10.06	0.331	0.027
		0.01	634	862	814	798	773
5 104	2108	0.005	117	6.959	6.126	0.260	0.030
J.100	2108	0.001	54.72	42.61	2.656	0.138	0.020
		0.0005	50.69	49.85	2.335	0.127	0.020

Tabela 5.3. Błąd względny pierwszej częstotliwości drgań własnych w zależności od wartości parametru α , liczby stopni swobody układu oraz liczby wektorów bazowych

5.2. Wykorzystanie sztucznych sieci neuronowych do prognozowania częstotliwości drgań własnych ścian nośnych budynków po modernizacji

5.2.1. Uwagi wstępne

Jako kolejne narzędzie reanalizy zagadnienia własnego modernizowanych ścian zaproponowano sztuczne sieci neuronowe (SSN) [7, 72, 84], które nauczone i przetestowane na przygotowanych wcześniej wzorcach, pozwalają szybko wyznaczyć nowe rozwiązanie problemu bez pracochłonnego tworzenia kolejnych modeli.

Sztuczne sieci neuronowe (SSN) to metody obliczeniowe, których działanie wzorowane jest na sposobie przetwarzania informacji zachodzących w układach nerwowych żywych organizmów [72, 84].

Do ich głównych zalet należy zaliczyć równoległe przetwarzanie danych, oraz zdolność do uogólniania (generalizacji) [72, 84].

Podstawą jednostkę architektury SSN, podobnie jak w naturze, stanowi neuron (tutaj sztuczny), który składa się z wektora sygnałów wejściowych (**x**), wektora wag (**w**), biasu (b_i) czyli wartości progowej, bloków: sumowania (Σ) i aktywacji (F) oraz sygnału wyjściowego y_i [7, 72, 84].

W wyniku sumowania iloczynów odpowiednich sygnałów wejściowych x_j i wag w_{ij} powstaje potencjał membranowy neuronu (v_i):

$$v_i = \sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_j + b_i . (5.1)$$

W dalszej kolejności trafia on do bloku *F*, gdzie staje się argumentem odpowiednio dobranej funkcji aktywacji, której wartość $y_i = F(v_i)$ stanowi odpowiedź neuronu na sygnał wejściowy w postaci wektora (**x**) [7, 72, 84].

Model sztucznego neuronu przedstawia rys. 5.11.



Rys. 5.11. Model sztucznego neuronu [72]; x_j – sygnał wejściowy, w_{ij} - waga *i*-tego neuronu związana z *j* - tym sygnałem wejściowym, b_i – wartość progowa, y_i – sygnał wyjściowy *i*-tego neuronu

W sztucznych sieciach neuronowych stosuje się różne typy funkcji aktywacji [72, 84], które można podzielić na dwie grupy: nieciągłe i ciągłe. Do pierwszej należy zaliczyć: funkcję progową unipolarną oraz bipolarną. Drugą grupę stanowią np. funkcja liniowa, sigmoidalna, tangensoidalna, Gaussa.

Do zalet funkcji ciągłych należy zaliczyć możliwość ich różniczkowania, co umożliwia uczenie sieci metodami gradientowymi.

Wśród różnych rodzajów SSN, do najczęściej stosowanych w zagadnieniach mechaniki konstrukcji należy zaliczyć sieci jednokierunkowe ze wsteczną propagacją błędu (WPB) [7, 72, 84]. Neurony w takiej sieci tworzą strukturę złożoną z warstwy wejściowej (służącej do wprowadzenia danych), warstw ukrytych oraz warstwy wyjściowej. Przykładową architekturę trójwarstwowej sieci WPB przedstawia rys. 5.12 [72].



Rys. 5.12. Architektura przykładowej sieci trójwarstwowej typu WPB [72]; (x) - wektor sygnałów wejściowych, (y) – wektor sygnałów wyjściowych, t - wektor wartości oczekiwanych

Algorytm sieci typu WPB zakłada uczenie nadzorowane czyli z nauczycielem. Polega ono na korekcie wag poprzez poszukiwanie minimum funkcji błędu pomiędzy wartością oczekiwaną a wyliczoną.

Wszystkie utworzone wzorce dzieli się na trzy grupy: uczącą (L), walidującą (V) i testującą (T). Każdy wzorzec zawiera w sobie wektor wejściowy (\mathbf{x}) oraz wektor wartości oczekiwanych (\mathbf{t}), który wraz z wyjściem sieci (wektor \mathbf{y}) służy do korekty wag.

Jakość sieci w trakcie uczenia weryfikowana jest na zbiorze walidującym (V). W razie zbyt dużych błędów, następuje wznowienie procesu uczenia na zbiorze L. Właściwości generalizujące sieci sprawdza się na grupie testującej (T), która nie była wcześniej używana w obliczeniach.

Celem uczenia jest obliczenie wektora wag w, dla którego sygnał wyjściowy z sieci (y) nie odbiega od wartości oczekiwanej (t) dla wektora wejścia (x).

Funkcję błędu aproksymacji neuronowej sieci z jednoelementowym wektorem wejścia definiuje się jako błąd średniokwadratowy (MSE) w postaci [84]:

$$MSE(Q) = \frac{1}{Q} \sum_{p=1}^{Q} (t^{(p)} - y^{(p)})^2$$
(5.2)

gdzie: Q = L, V, T - liczba wzorców z zbiorze uczącym (L), walidującym (V) i testującym (T), $t^{(p)}$, $y^{(p)}$ – wartości oczekiwane i wyliczone dla *p*-tego wzorca.

Algorytm WPB zakłada korektę wektora wag (w) w postaci [72, 84]:

$$w_{ii}(k+1) = w_{ii}(k) + \Delta w_{ii}(k)$$
(5.3)

gdzie: i – numer rozpatrywanej komórki sieci neuronowej, j – numer wejścia do i-tej komórki, *k* – krok iteracyjny.

Przyrost Δw_{ii} oblicza się wykorzystując np. metodę gradientową największego spadku błędu średniokwadratowego MSE(Q) (reguła delta) [84]:

$$\Delta w_{ij}^{(p)} = -\eta \frac{\partial MSE(Q)^{(p)}}{\partial w_{ij}^{(p)}}, \qquad (5.4)$$

gdzie η – parametr uczenia.

Klasyczna metoda gradientowa posiada jednak wady. Cały proces jest wolnobieżny (konieczność stosowanie małej wartości parametru szybkości uczenia η) oraz ma tendencję do osiadania w minimum lokalnym [84].

Poprawę zbieżności otrzymuje się wykorzystując algorytm Levenberga-Marquardta [7]. Metoda ta prowadzi do adaptacji wag według wzoru:

$$w_{ij}^{(p)}(k+1) = w_{ij}^{(p)}(k) - \eta [H(w_{ij}^{(p)})]^{-1} \frac{\partial MSE(Q)^{(p)}}{\partial w_{ij}^{(p)}}.$$
(5.5)

Powstały Hessian (H) obliczany jest w sposób przybliżony.

W pracy zastosowano sieci neuronowe z wsteczną propagacją błędu, z uczeniem według algorytmu Levenberga-Marquardta. Zdecydowano się na sieci z jedną warstwą ukrytą z sigmoidalną funkcją aktywacji. Do budowy kodu numerycznego wykorzystano program Matlab NN Toolbox [102].

W pracy optymalnego doboru liczby neuronów w warstwie ukrytej dokonywano zgodnie z kryterium minimalnych błędów średniokwadratowych MSE wyliczanych wg wzoru (5.2):

$$MSE(Q) = \frac{1}{Q} \sum_{p=1}^{Q} (f_{1p} - f_{1p})^2$$
(5.6)

gdzie: Q = L, V, T – liczba wzorców w zbiorze uczącym (L), walidującym (V) i testującym (T), f_{1p} i $f_{1p}^{'}$ - odpowiednio wartości pierwszej częstotliwości drgań własnych uzyskane z analizy MES oraz wyliczone z wykorzystaniem sieci dla p-tego wzorca.

Do oceny dokładności wyników otrzymanych za pomocą SSN wykorzystywano również błąd względny:

$$ep = \left| \frac{f_{1p} - f_{1p}}{f_{1p}} \right| \cdot 100\% , \qquad (5.7)$$

76

średni błąd względny:

$$ep_{\text{sredni}} = \frac{1}{Q} \cdot \sum_{p=1}^{Q} \left| \frac{f_{1p} - f_{1p}}{f_{1p}} \right| \cdot 100\%, \qquad (5.8)$$

maksymalny błąd względny:

$$ep_{\max} = \max_{p} \left| \frac{f_{1p} - f_{1p}}{f_{1p}} \right| \cdot 100\%$$
, (5.9)

procent sukcesu (*Success Ratio*) *SR* [%] w zależności od błędu względnego ep[%] oraz współczynnik korelacji liniowej $r_{\rm T}$ [7] pomiędzy wartościami wyliczonymi (**y**) a oczekiwanymi (**t**). *SR* wskazuje jaki procent wyników otrzymuje się z błędem względnym nie większym niż ep[%].

Zastosowanie techniki neuronowej wymaga często odpowiedniego wstępnego przygotowania danych wejściowych. Jednym z takich zabiegów jest transformacja wektora wejścia [7, 27, 30, 68, 86]. Chociaż z matematycznego punktu widzenia proces ten nie jest niezbędny, to w niektórych przypadkach znacząco poprawia właściwości uczące sieci [7, 27, 68].

Operacje przeprowadzane na danych wejściowych można podzielić na trzy grupy [79]. Do pierwszej zalicza się liniową transformację wektora wejścia. Najczęściej jest to skalowanie do przedziału [-1, 1], [0, 1]. Do drugiej grupy należą standaryzacje, m.in. przy wykorzystaniu odchylenia od średniej. Ostatnią, stanowią przekształcenia matematyczne np. kompresja danych.

Taką metodę stanowi kompresja danych za pomocą analizy składników głównych – PCA (*z* j. ang. *Principal Component Analysis*) [30, 72].

Transformacja PCA zamienia dużą ilość informacji zawartej we wzajemnie skorelowanych danych wejściowych w zbiór statystycznie niezależnych składników, według ich ważności. Prowadzi to do zmniejszenia rozmiarów projektowanych sieci (poprzez redukcję liczby parametrów wejściowych), a przy tym nie powoduje utraty istotnych informacji na wejściu [30, 72].

PCA określa przekształcenie liniowe w postaci:

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x} \tag{5.10}$$

gdzie: \mathbf{x} – wektor, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$, \mathbf{y} – wektor, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^K$, \mathbf{W} - macierz, $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{KxN}$, K<N.

Macierz $\mathbf{W} = [w_1, w_2, ..., w_K]^T$ zbudowana jest z wektorów własnych odpowiadających *K* największym wartością własnym wyznaczonym z równania:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}\mathbf{w}_i = \lambda_i \mathbf{w}_i, \quad i = 1, 2, ..., N,$$
 (5.11)

gdzie $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}$ – macierz autokorelacji w postaci:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} = \frac{1}{P} \mathbf{X} \mathbf{X}^{\mathrm{T}},\tag{5.12}$$

(X – macierz złożona z kolejnych wektorów wejściowych (x), P – liczba wzorców).

Największa wartość λ_1 określa pierwszy składnik główny skojarzony z wektorem własnym w_1 .

W pracy zastosowano dwa podejścia. Pierwsze: "kompresję lokalną KL" w której macierz autokorelacji $\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$ zbudowana jest za pomocą pojedynczego wektora wejściowego ($\mathbf{X} = \mathbf{x}_i$) oraz "kompresję globalną KG" z macierzą autokorelacji zawierającą wszystkie wektory wejściowe sieci. Zaletą tego pierwszego podejścia jest fakt, iż rozwiązuje się wiele, ale bardzo małych problemów własnych, co jest numerycznie opłacalne. Druga metoda generuje jeden problem własny, którego rozmiar zależy od ilości wzorców. W tym przypadku otrzymuje się lepszą korelację danych, ale kosztem dłuższej analizy.

Drugą z zastosowanych technik wstępnego przygotowania danych wejściowych jest skalowanie.

Zaproponowano cztery warianty skalowania danych: a) transformację do przedziału (0.1-0.9) według wzoru

S1:
$$x_{s} = \frac{0.9 \cdot (x - x_{\min}) - 0.1 \cdot (x - x_{\max})}{x_{\max} - x_{\min}}$$
(5.13)

b) podzielenie składników wektora przez maksymalną wartość w zbiorze

S2:
$$x_s = \frac{x}{x_{\text{max}}}$$
(5.14)

c) wykorzystanie funkcji potęgowej:

S3: $x_s = x^{\alpha}$ (5.15)

d) wykorzystanie funkcji wykładniczej w postaci

S4:
$$x_s = e^{\beta x}$$
(5.16)

78

(x_s – wartość przeskalowana, x – wartość rzeczywista, x_{min} – minimalna wartość w zbiorze, x_{max} – maksymalna wartość w zbiorze, α , β - stałe).

5.2.2. Zastosowanie SSN z pełną informacją w wektorze wejścia

Analizowano przydatność trzech wariantów sieci neuronowych. Pierwszy wariant dotyczy sieci prognozujących pierwszą częstotliwość drgań własnych ścian, w których modyfikacja dotyczy pojedynczych otworów drzwiowych. Drugi wariant obejmuje przypadek ścian z "systemem" otworów, natomiast trzeci, to sieci do wszystkich typów modernizacji łącznie.

Zadaniem postawionym przed projektowaną siecią było prognozowanie zależności między parametrami wejścia sieci stanowiącymi informację o konstrukcji przed modyfikacją (f_{1S}, f_{2S} - pierwsza i druga częstotliwość drgań własnych ściany bez otworów, b_2 - szerokość ściany) oraz o wprowadzonej modyfikacji, a więc o położeniu i charakterystyce geometrycznej otworów (p_1, p_2 - współrzędne lewego, górnego wierzchołka otworu względem lewej krawędzi ściany, b_1 - szerokość otworu,) a wyjściem z sieci będącym poszukiwaną wartością pierwszej częstotliwości poziomych drgań własnych ściany po modyfikacji. Testowano użycie wektorów wejścia złożonych z różnych parametrów.

Wzorce do SSN otrzymane z analizy MES w programie Ansys [107], w przypadku każdej sieci podzielono losowo na trzy grupy według często praktykowanego schematu (por. np. [102]): 60% do uczenia i po 20% do walidacji i testowania.

Sieci do odrębnego zastosowania w przypadku modyfikacji w postaci pojedynczego otworu drzwiowego rozważano w następujących wersjach: sieć A (4 parametry wejściowe: p_1 , p_2 , b_1 , b_2), sieć B (5 parametrów wejściowych: p_1 , p_2 , b_1 , b_2 , f_{1S}), sieć C (6 parametrów wejściowych: p_1 , p_2 , b_1 , b_2 , f_{1S}), sieć C (6 parametrów wejściowych: p_1 , p_2 , b_1 , b_2 , f_{1S} , f_{2S}), sieć D (4 parametry wejściowe: p_1 , p_2 , b_1 , f_{1S}). Liczba wzorców do każdej sieci wynosiła P=2025 (L=1215, V=405, T=405).

Liczbę epok uczenia sieci z ustaloną liczbą neuronów w warstwie ukrytej dobrano według kryterium najmniejszego błędu MSE(L,V,T) co przykładowo ilustruje rys. 5.13 (sieć C o strukturze 6-27-1).



Rys. 5.13. Wykres zależności błędu *MSE* od liczby epok uczenia sieci C o architekturze 6-27-1

Na rys. 5.14 przedstawiono przykładowo porównanie wartości częstotliwości drgań własnych ścian wyliczonych za pomocą sieci A i metodą elementów skończonych. Otrzymane punkty, które znajdują się prawie dokładnie na przekątnej, potwierdzają bardzo dobre właściwości odwzorowujące sieci i wskazują na wartości współczynnika korelacji liniowej bliskie jedności.



Rys. 5.14. Porównanie wartości f_1 z SSN i MES w przypadku z uczenia (a) i testowania (b) sieci A

W tabeli 5.4 zestawiono wartości błędów względnych wybranych sieci do prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian z pojedynczym otworem drzwiowym w przypadku uczenia, walidacji i testowania. Widocznym jest, że częstotliwości drgań własnych modernizowanych ścian z pojedynczym otworem wyliczono za pomocą wszystkich rozważanych SSN ze średnim błędem względnym nie większym niż 0.16% i błędem maksymalnym do 3%, co wskazuje na bardzo dobrą dokładność prognozowania neuronowego. Za najlepsze sieci według kryterium najmniejszych błędów należy uznać sieci A i C.

	1 5	5 5	• • •	· · ·						
Plad wza	laday		Sieć							
Diąu wzg	Jięuny	A (4-27-1)	B (5-27-1)	C (6-27-1)	D (4-27-1)					
	L	0.05	0.10	0.06	0.06					
<i>ep</i> _{średni} [%]	V	0.08	0.16	0.08	0.10					
	Т	0.07	0.12	0.09	0.10					
	L	0.66	2.97	0.68	0.78					
<i>ep</i> _{max} [%]	V	1.43	3.12	1.06	2.15					
	Т	1.96	2.42	2.22	3.19					

Tabela 5.4. Błędy neuronowego prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian z pojedynczym otworem drzwiowym (odrębne sieci)

Sieci do odrębnego zastosowania w przypadku modyfikacji w postaci "systemu" otworów drzwiowych analizowano w następujących wersjach: sieć E (3 parametry wejściowe: p_1 , b_1 , b_2), sieć F (4 parametry wejściowe: p_1 , b_1 , b_2 , f_{1S}), sieć G (5 parametrów wejściowych: p_1 , b_1 , b_2 , f_{1S} , f_{2S}), sieć H (3 parametry wejściowe: p_1 , b_1 , f_{1S}). Liczba wzorców wynosi P=424 (L=254, V=85, T=85).

Przykładowo na rys. 5.15 przedstawiono procent sukcesu *SR* [%] uczenia i testowania sieci E i G . Widać, że prawie 100% wyników przy uczeniu i prawie 90% przy testowaniu sieci G uzyskano z błędem względnym nie większym niż 0.6%.



Rys. 5.15. Procent sukcesu SR [%] uczenia (a) i testowania (b) sieci E i G

W tabeli 5.5 zestawiono błędy względne rozważanych sieci do prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian z "systemowym" rozmieszczeniem otworów.

Na uwagę zasługuje fakt, że w tym przypadku, wzbogacenie informacji na wejściu (dołożenie parametrów częstotliwości drgań ścian przed modyfikacją tj. f_{1S} , f_{2S}) powoduje tylko nieznaczne polepszenie wyników sieci G w stosunku do sieci E.

	1 1		Sieć							
Błąd w	zględny	E (3-11-1)	F (4-13-1)	G (5-13-1)	H (3-15-1)					
	L	0.15	0.12	0.11	0.14					
ep _{średni} [%]	V	0.16	0.25	0.18	0.16					
_	Т	0.24	0.26	0.29	0.20					
	L	1.50	1.42	1.39	1.33					
<i>ep</i> _{max} [%]	V	0.89	5.15	1.71	1.08					
-	Т	1.62	5.56	8.68	1.41					

Tabela 5.5. Błędy neuronowego prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian z "systemowym" rozmieszczeniem otworów (odrębne sieci)

Podjęto również próbę zaprojektowania jednej "uniwersalnej" sieci I z 6 parametrami na wejściu $(p_1, p_2, b_1, b_2, f_{1S}, f_{2S})$ do prognozowania częstotliwości drgań własnych ścian w przypadku wszystkich analizowanych modyfikacji konstrukcji (pojedyncze otwory i systemy otworów).

Ponieważ w wektorze wejściowym sieci wykorzystywanej w przypadku modernizacji z "systemem" otworów podawanie parametru p_2 określającego położenie otworu względem kondygnacji jest zbędne ("system" - otwory zlokalizowane jeden nad drugim na wszystkich piętrach), postanowiono wprowadzić go sztucznie w celu ujednolicenia liczby parametrów na wejściu. Jednocześnie jednak chodziło o rozróżnienie w informacji wejściowej tych dwóch typów modyfikacji. Rozważono dwa przypadki. W pierwszym (sieć I0) zaproponowano liczbę $p_2=0$ (wartość stosunkowo bliską parametrowi p_2 z sieci A – D), a w drugim (sieć I100) $p_2=100$ (liczbę znacznie większą niż p_2 z sieci A – D). Rezultaty otrzymane z użyciem sieci I0 i I100 przedstawiono w tabeli 5.6.

ścian za pomocą sieci I0 i I100

Tabela 5.6. Błędy neuronowego prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych

SSN	Archi-	MSE			ер	średni [%	b]	ep_{\max} [%]		
2214	tektura	L	V	Т	L	V	Т	L	V	Т
IO	6-27-1	0.00113	0.00290	0.00184	0.21	0.33	0.28	3.68	14.38	3.98
I100	6-27-1	0.00061	0.00107	0.00141	0.17	0.21	0.22	4.35	4.75	4.16

Otrzymane wyniki wskazują, że istnieje możliwość zaprojektowania jednej sieci uwzględniającej wszystkie przypadki modernizacji, aby wyliczać częstotliwości drgań własnych ścian ze średnimi błędami nie przekraczającymi 0.3% (porównywalnymi z błędami sieci A – H). Sieć I100, w której parametr $p_2 = 100$ (liczba stosunkowo duża) skutecznie separuje różne typy wzorców, zapewnia dużą dokładność wyników.

Wszystkie zaproponowane sieci prognozują poszukiwaną częstotliwość poziomych drgań własnych ścian po modernizacji z dużą dokładnością i mogą zostać wykorzystane jako wygodne narzędzie reanalizy. Nawet stosunkowo prosta sieć, która uwzględnia wszystkie analizowane przypadki modernizacji łącznie, daje wyniki z błędami pomijalnie małymi w praktyce inżynierskiej.

5.2.3. Kompresja i skalowanie parametrów wektora wejścia sieci neuronowych

Kolejnym krokiem w neuronowym prognozowaniu częstotliwości drgań własnych ścian po modyfikacji jest zastosowanie sieci neuronowych ze wstępnie przetworzonymi parametrami wejściowymi. Rozważono kompresję danych za pomocą metody PCA oraz różne sposoby ich skalowania.

Wstępnego przygotowania danych dokonano w odniesieniu do sieci C o 6 parametrach wejściowych, prognozującej pierwszą częstotliwość drgań własnych ścian, w których modyfikacja dotyczy pojedynczych otworów drzwiowych (por. p.5.2.2), oraz nowej sieci K o 5 parametrach wejściowych, prognozującej pierwszą częstotliwość drgań własnych ścian w przypadku modyfikacji w postaci serii otworów drzwiowych. W odróżnieniu od sieci E - H (por. p. 5.2.2), w sieci K wykorzystano położenie serii otworów względem pionowej osi symetrii ściany, co doprowadziło do zmieszenia liczby wzorców z 424 (por. p.5.2.2) do 215.

Dzięki zastosowaniu kompresji metodą PCA, sześć parametrów wejściowych sieci C zostało skompresowanych do jednego składnika głównego pc_1 (sieć J). Na rys. 5.16 przedstawiono zależność wartości oczekiwanej (częstotliwości drgań) od składnika głównego pc_1 dla ścian o szerokości 2.7m, 5.4m i 11.7m. Powiększony fragment (rys. 5.16b) dotyczy ściany o szerokości 11.7m.



Rys. 5.16. Zależność wartości oczekiwanej (częstotliwości drgań) od składnika głównego *pc*₁, a) dla wszystkich ścian łącznie, b) dla ściany 11.7m

Kompresja PCA pozwoliła na zaprojektowanie sieci o znacznie mniejszej architekturze (redukcja liczby neuronów w warstwie ukrytej z 27 do 3), przy akceptowalnym pogorszeniu wyników, co prezentuje tabela 5.7.

Tabela 5.7. Błędy neuronowego prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian z modyfikacją w postaci pojedynczego otworu sieciami C i J

SCN	Archi-		MSE		ер	średni [%]	ep max	· [%]		16-
551	tektura	L	V	Т	L	V	Т	L	V	Т	$r_{\rm T}$
С	6-27-1	0.00008	0.00018	0.00022	0.06	0.08	0.09	0.68	1.06	2.22	0.999
J	1-3-1	0.24742	0.26996	0.25408	2.76	3.02	2.74	27.0	23.7	24.1	0.981

Na rys. 5.17 porównano procent sukcesu testowania sieci C (z rzeczywistymi parametrami w wektorze wejścia) i sieci J (ze skompresowanym wejściem). Pomimo "trudnej" zależności wartości oczekiwanej (częstotliwości drgań) od składnika głównego pc_1 (por. rys. 5.16), prawie 98% wszystkich wzorców testujący sieci J ma błąd nie większy niż 10%.



Rys. 5.17. Procent sukcesu SR testowania dla sieci C i J

W celu zredukowania wielkości sieci K używanej w przypadku modyfikacji "systemem" otworów drzwiowych wektor wejścia poddano transformacji metodą analizy składników głównych, analogicznie jak było to w odniesieniu do modyfikacji w postaci jednego otworu. Zastosowano "lokalną" (KL) i "globalną"(KG) kompresję danych.

Rys. 5.18 przedstawia zależność wartości oczekiwanej (częstotliwości drgań) od składnika głównego pc_1 przy kompresji KL i KG dla wszystkich ścian łącznie w przypadku systemu otworów drzwiowych. W celu uwidocznienia trudnej do predykcji charakterystyki danych, na rys. 5.19 powiększono obszar dotyczący ściany 11.7m.



Rys. 5.18. Zależność $pc_1 - f_1$ dla wszystkich ścian łącznie w przypadku systemu otworów drzwiowych



Rys. 5.19. Zależność $pc_1 - f_1$ dla ściany 11.7m w przypadku systemu otworów drzwiowych

Pomimo podobieństwa zależności uzyskanych obiema metodami kompresji, wyniki przedstawione w tabeli 5.8 oraz na wykresie procentu sukcesu (rys. 5.20) wskazują na zasadniczą rozbieżność w jakości neuronowej predykcji. Znacznie lepsze rezultaty otrzymano przy użyciu transformacji KG. Przykładowo błąd średni testowania sieci O ("kompresja globalna") jest trzy razy mniejszy niż sieci N ("kompresja lokalna").

Tabela 5.8. Błędy neuronowego prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian sieci N i O

SSN	Rodzaj	Architektura	ер	średni [%]	ер _{max}	[%]		r
5511	skalowania	sieci	L	V	Т	L	V	Т	$r_{\rm T}$
Ν	KL	1-3-1	16.9	14.6	18.6	58.26	33.54	59.70	0.6514
0	KG	1-3-1	5.51	6.42	6.32	27.05	25.69	28.58	0.9429

Z rys. 5.20 widać, że w przypadku sieci N prognozowanie aż 70% wyników odbywa się z błędem *ep* większym niż 10%. Tymczasem w przypadku sieci O - SR(10%) = 80%, a zatem aż 80% wyników testowania uzyskuje się z błędem nie większym niż 10%.



Rys. 5.20. Procent sukcesu SR testowania sieci N i O

Główny powód takiej różnicy rezultatów może być związany z metodą obliczania macierzy autokorelacji. W przypadku kompresji "globalnej", jedna macierz \mathbf{R}_{xx} , dla różnych wektorów wejścia generuje różne składniki główne. W przypadku KL wektory niosące różne informacje ale składające się z takich samych elementów na różnych miejscach, kompresują się do identycznej wartości, co wywołuje zaburzenie zależności wejście-wyjście sieci. Przykład taki zmieszczono na rys. 5.21. Wektor po lewej stronie informuje o systemie otworów o szerokości 3.6m odsuniętych od krawędzi o 1.2m, natomiast po prawej stronie o lukach o szerokości 1.2m oddalonych od krawędzi o 3.6m.



Rys. 5.21. "Kompresja lokalna" dwóch różnych wektorów wejścia do identycznego składnika głównego

W dalszej części pracy podjęto próbę zmniejszenia niejednoznaczności odwzorowania $pc_1 - f_1$ powstałego podczas kompresji globalnej wektorów wejścia sieci K, poprzez wykorzystanie funkcji skalujących opisanych wzorami (5.13 - 5.16). Skalowania danych dokonywano w różnych kombinacjach przed kompresją oraz po "kompresji globalnej". Przykładowe wyniki takiego działania w stosunku do pierwszego składnika głównego ściany 11.7m (por. rys. 5.18) przedstawia rys. 5.22. W pierwszym etapie przygotowania danych

wejściowych do sieci, wektory (\mathbf{x}_i) przetransformowano zgodnie z S1 (por. wzór 5.13). Następnie wykonano na nich "kompresję globalną – KG" i ponownie przeskalowano wykorzystując transformacje S3 oraz S4 przy różnych parametrach α , β (por. wzór (5.15), (5.16)). Działania te spowodowały rozciągnięcie, pochylenie czy wręcz rotację danych ułatwiając tym samym zadanie postawione przed projektowaną siecią.



Rys. 5.22. Zależność f_1 od pc_1 w przypadku ściany 11.7m i skalowania S1, S3, S4

Korzystny wpływ skalowania wektora wejścia potwierdzają wyniki neuronowego prognozowania sieci zamieszczone w tabeli 5.9, gdzie widoczny jest spadek wartości zarówno maksymalnego jak i średniego błędu względnego.

Tabela 5.9. Błędy neuronowego prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian z modyfikacją w postaci serii otworów w przypadku skalowania i kompresji wektora wejścia

		-	•		·				
SSN	Rodzaj	Architekt-	ep	średni [9	%]	ep_{max}	[%]		r_
221	skalowania	tura sieci	L	V	Т	L	V	Т	$r_{\rm T}$
0	KG	1-3-1	5.51	6.42	6.32	27.05	25.69	28.58	0.9429
Р	S1-KG-S3(α =4)	1-3-1	3.73	5.25	4.89	18.86	19.94	22.55	0.9653
R	S1-KG-S4(β =1)	1-3-1	4.73	5.70	5.08	29.73	21.12	22.32	0.9641
S	S2-KG-S3(α =3)	1-3-1	4.09	5.07	4.68	27.02	19.26	21.57	0.9686
Т	S2-KG-S4(β =1)	1-3-1	4.79	5.88	4.99	30.55	23.33	21.63	0.9650

Z przeprowadzonych analiz wynika, że wpływ skalowania danych wejściowych, na jakość prognozowania neuronowego może być znaczący.

Wykorzystanie kompresji danych metodą analizy składników głównych pozwoliło znacznie ograniczyć rozmiary sieci poprzez zmniejszenie liczby neuronów w warstwie ukrytej.

Dodatkowo, skalowanie danych przed i po kompresji przyczyniło się do zmniejszenia błędów testowania nawet przy dużej niejednoznaczności odwzorowania składnika głównego w częstotliwość drgań własnych.

5.3. Weryfikacja metody CA w przypadku prostego modelu trójwymiarowego

W p.5.1 przedstawiono wyniki zastosowania metody połączonych aproksymacji do wyznaczania częstotliwości drgań własnych w przypadku tarcz o nieskomplikowanej geometrii i względnie małej liczbie stopni swobody. Modele ścian wykonano przy użyciu elementu skończonego jednego typu tj. "plate 42", charakteryzującego się dwoma stopnia swobody w węźle [107]. Dla tak zdefiniowane problemu, rezultaty potwierdziły dokładność i efektywność zaproponowanych algorytmów CA.

W niniejszym podrozdziale przetestowano możliwości zastosowania metody połączonych aproksymacji w stosunku do modelu konstrukcji trójwymiarowej. Analizowano zmianę częstotliwości drgań własnych obiektu wynikającą ze wzmocnienia poprzez dobudowanie z jednej strony małego przęsła. Konstrukcja o wymiarach 2m x 1m x 8m zbudowana jest z 4 kondygnacji o wysokości 2m każda. Dobudówka to prostopadłościan 1m x 1m x 2m. Za grubość ścian i stopów przyjęto 15cm. Użyto materiału o następujących parametrach: moduł Younga - E=20GPa, współczynnik Poissona - v = 0.2.

Zastosowano 2 różne typy elementów skończonych. Ściany i stropy zamodelowano przy użyciu 4-węzłowego elementu powłokowego "Shell63" o 6 stopniach swobody [107]. Uwzględnienie podatnego podłoża odbywa się poprzez zastosowanie sprężynek (elem. "Combin14") na trzech translacyjnych (UX, UY, YZ) i dwóch rotacyjnych (ROTX, ROTY) stopniach swobody [107].

Na rys. 5.23 przedstawiono geometrię modelu C0 (liczba stopni swobody - 17742) przed (rys. 5.23a) i C1 (liczba stopni swobody – 19332) po modyfikacji (rys. 5.23b) wraz z naniesioną siatką elementów skończonych.



Rys. 5.23. Geometria analizowanych obiektów z naniesioną siatką elementów skończonych; a) przed wzmocnieniem (C0), b) po wzmocnieniu (C1)

Rys. 5.24 ilustruje rozmieszczenie niezerowych elementów macierzy sztywności **K** i **K**_M dla modeli odpowiednio C0 i C1, oraz macierzy Δ **K**_f, w której zawarta jest informacja o różnicy pomiędzy obiektem przed i po modernizacji (por. wzór 2.22). Dodatkowo przedstawiono histogramy, w których zawarto informację o rzędzie wielkości elementów macierzy. Najwięcej elementów osiąga wartości z przedziału od ±10⁵ do ±10¹⁰. Podobnie jak w przypadku ścian, obserwuje się pasmową strukturę danych.

W tabeli 5.10 zestawiono wybrane parametry macierzy **K**, **K**_M, Δ **K**_f. Analizując odpowiednie kolumny, dostrzega się dużą rozpiętość w rzędzie wielkości elementów (od 10⁻¹⁰ do 10¹⁰).

Macierz	K	\mathbf{K}_{M}	$\Delta \mathbf{K}_{f}$
Liczba elementów niezerowych	421246	463482	45136
Minimalna wartość dodatnia	4.366E-10	4.366E-10	4.507E-10
Maksymalna wartość dodatnia	3.909E+10	5.429E+10	5.423E+10
Minimalna wartość ujemna	-1.332E+10	-2.192E+10	-2.190E+10
Maksymalna wartość ujemna	-4.366E-10	-4.366E-10	-9.095E-13
Wartość średnia elementów macierzy	2.102E+07	2.340E+07	4.410E+07
Wartość średnia elementów dodatnich	5.625E+08	5.795E+08	7.004E+08
Wartość średnia elementów ujemnych	-6.333E+08	-6.467E+08	-7.342E+08
Wartość średnia elementów diagonali	6.261E+09	6.493E+09	7.458E+08

Tabela 5.10. Wybrane charakterystyki macierzy **K**, \mathbf{K}_{M} , $\Delta \mathbf{K}_{f}$,



Rys. 5.24. Rozmieszczenie elementów niezerowych macierzy a) **K**, c) **K**_M, e) Δ **K**_f, oraz histogramy liczby elementów macierzy b) **K**, d) **K**_M, f) Δ **K**_f w zależności od rzędu ich wielkości dla obiektów C0 i C1

Rys. 5.25 przedstawia wartości ułamka r_1 (por. wzór 2.25) analizowanego modelu w zależności od liczby wektorów bazowych i parametru α . Z wykresu można odczytać, że niezależnie od wartości α , użycie już trzech wektorów bazowych (redukcja zadania z 19332 do 3 równań) pozwala otrzymać ułamek r_1 bliski 1, a błąd względny Err f_1 (por. wzór. 2.26)

nie przekracza 0.1%. Natomiast zastosowanie czterech wektorów daje wynik ścisły, tzn. wartość pierwszej częstotliwości drgań własnych pokrywa się z rozwiązaniem uzyskanym z układu pełnego przy użyciu metody elementów skończonych. Co ważne, rezultat nie ulega zmianie przy większej liczbie wektorów bazowych co potwierdza stabilność metody.

Na uwagę zasługuje również fakt, iż w przypadku prostego modelu trójwymiarowego algorytm CA cechuje mała wrażliwość na wartości parametru α . Różnice odnotowuje się tylko przy użyciu jednego lub dwóch pierwszych wektorów bazowych.



Rys. 5.25. Wartość ułamka r_1 w zależności od liczby przyjętych wektorów bazowych oraz wartości parametru α

Analizowany prosty model trójwymiarowy cechuje regularna siatka elementów skończonych. Jednak w większości przypadków ze względu na np. skomplikowaną geometrię w niektórych obszarach, konieczne jest zastosowanie siatki nieregularnej, która może przyczynić się do pogorszenia wyników ze względu na kształt i rozmiar elementów skończonych.

Aby sprawdzić wpływ zależności dokładności rozwiązania z użyciem metody CA od geometrii elementów skończonych, zmieniono w programie Ansys [107] metodę siatkowania przy założeniu, że liczba stopni swobody modelu z siatką regularną i nieregularną jest zbliżona.

Modele C2 i C3 z naniesioną nieregularną siatką elementów skończonych przedstawia rys. 5.26.

Otrzymane wartości pierwszej częstotliwości drgań własnych modeli wyznaczone z użyciem pełnego układu równań zagadnienia własnego różnią się w zależności od przyjętej siatki (9.91 Hz - regularna, 9,94 Hz - nieregularna).



Rys. 5.26. Prosty model trójwymiarowy z naniesioną nieregularną siatką elementów skończonych: a) przed wzmocnieniem (C2), b) po wzmocnieniu (C3)

W tabeli 5.11 zestawiono wyniki obliczeń pierwszej częstotliwości drgań własnych obiektu otrzymane metodą aproksymacji połączonych w zależności od parametru α i liczby wektorów bazowych dla modelu C3.

Wynika z nich brak wpływu rodzaju wygenerowanej siatki na jakość rozwiązania CA. Podobnie jak w przypadku obiektu C1, zastosowanie już czterech wektorów bazowych przy $\alpha = 0.001$ pozwala osiągnąć wartość pierwszej częstotliwości drgań własnych taką jak z programu Ansys [107]. Dodatkowo potwierdza się wniosek, który uzyskano analizując ściany (por. p. 5.1), iż przyjęcie parametru α równego lub mniejszego od 0.001 umożliwia uzyskanie satysfakcjonujących rezultatów przy mniejszej liczbie zastosowanych wektorów bazowych.

		f_1 [Hz]							
α			Liczb	a wektor	rów bazo	wych			
	1	2	3	4	5	6	7	10	
0.01	37.76	36.92	10.61	10.01	9.98	9.95	9.94	9.94	
0.001	10.39	10.38	9.97	9.94	9.94	9.94	9.94	9.94	
0.0001	10.67	10.24	9.95	9.94	9.94	9.94	9.94	9.94	

Tabela 5.11. Wartości pierwszej częstotliwości poziomych drgań własnych w zależności od liczby wektorów bazowych i parametru α metody CA, model C3

Analizowany model trójwymiarowy pomimo swojej prostoty, zawiera ponad 10 razy więcej stopni swobody niż ściany z p 5.1. Stwarza to problem pozyskania i zapisu macierzy wykorzystywanych w algorytmach CA (por. p. 2.2, 2.3). W przypadku mniejszej liczby stopni swobody program Ansys [107] umożliwia wydruk całych macierzy (procedura

"substructuring") do pliku tekstowego, wraz z odpowiednim ich uporządkowaniem. Jest to użyteczne szczególnie w przypadku modyfikacji zwiększającej wymiary macierzy, gdyż dane związane z dodatkowymi stopniami swobody (wynikające z dołożenia elementów) umieszczane są na końcu pliku.

Na rys. 5.27 przedstawiono fragment pliku z wierszami macierzy sztywności przykładowej tarczy o 36 stopniach swobody.

ROW	1	NODE	3	DEG.	OF.	FR.	=	UX							
1 0. 5-0. 9 0. 13-0. 17-0. 21 0. 25 0. 29-0. 33-0.	8963 26041 00000 47864 26041 00000 72650 26041 15598	5417E+09 L667E+06 0000E+00 4583E+09 L667E+06 0000E+00 5250E+08 L667E+06 8958E+09	2 10 14- 18 22 26 30 34	0.155989 0.260416 0.00000 0.518229 0.260416 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000	58E+ 67E+ 17E+ 67E+ 00E+ 00E+ 00E+ 00E+	09 06 00 08 06 00 00 00 00	3 (7 (11 (15-(23 (27 (31-(35-(0.15 0.720 0.000 0.518 0.281 0.000 0.518 0.281 0.281 0.281	59895 55625 00000 82291 15104 00000 82291 15104 04166	8E+09 0E+08 0E+00 7E+08 2E+09 0E+00 7E+08 2E+09 7E+06	4 12 16 20- 24 28 32 36	0.00 0.51 0.26 0.00 0.15 0.26 0.00 0.00 0.00	0000 822 5041 0000 598 5041 0000 0000	000E 917E 667E 000E 958E 667E 000E 000E 000E	+00 +08 +06 +00 +09 +06 +00 +00 +00
ROW	2	NODE	3	DEG.	OF.	FR.	=	UY							
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	15598 00000 51822 00000 00000 00000 00000 00000	8958E+09 0000E+00 2917E+08 0000E+00 0000E+00 0000E+00 0000E+00 0000E+00	2 6 10 14 22 26 30 34	0.457421 -0.220269 0.000000 0.682291 -0.224609 0.000000 -0.442708 -0.466579 0.423177	.87E+)10E+)00E+)37E+)37E+)33E+)33E+)86E+ '08E+	09 07 08 07 07 00 07 07 06 06	3 7- 11 15 19- 23 27 31 35	0.000 0.513 0.000 0.000 0.15 0.000 0.000 0.000	00000 82291 00000 59895 00000 00000 00000 00000	0E+00 .7E+08 0E+00 0E+00 68E+09 0E+00 0E+00 00E+00 00E+00	4 8- 12- 20- 24- 28 32- 36-	0.19 0.23 0.26 0.46 0.28 0.26 0.19 0.39 0.42	422 932 041 657 151 041 856 062 317	743E 292E 667E 986E 042E 667E 771E 500E 708E	+07 +09 +06 +09 +06 +07 +06 +07 +06

Rys. 5.27. Przykładowy wydruk elementów macierzy sztywności uzyskany w programie Ansys [107] procedurą "SUBSTRUSTURING"

W przypadku analizy zadania o znacznej liczbie stopni swobody, zapis macierzy z wszystkimi jej elementami do pliku tekstowego jest trudny, czasochłonny i uzależniony od wielkości twardego dysku komputera. Przykładowo dla macierzy o 20000 DOF w której każdy element złożony jest z 10 cyfr, wielkość pliku txt wyniosła by 32 GB (20000 x 20000 x 10 bajtów).

Wykorzystując jednak fakt, że macierze sztywności i mas, używane w algorytmach CA są rzadkie (tzn. większość elementów jest zerowa) i symetryczne, w programie Ansys [107] można pozyskać je w formacie Harwell-Boenig (HB) [28]. Drukowane są wówczas tylko elementy niezerowe górnego trójkąta macierzy.

Na rys. 5.28 przedstawiono fragment wydruku macierzy sztywności modelu C0 w formacie HB.

Macierze otrzymane metodą HB są już jednak wstępnie przetworzone pod kątem uzyskania jak najmniejszego półpasma (niezachowanie kolejności stopni swobody), co znacząco utrudnia wdrożenie procedur CA, szczególnie przy modyfikacji zwiększającej zadanie (pozycja tych samych stopni swobody występujących w konstrukcji przed i po modyfikacji musi być taka sama w macierzach **K**, **K**_M, **M**, **M**_M). Stąd konieczności ich uporządkowania. W tym celu opracowano własny program w środowisku MATLAB, który wczytuje górnotrójkątne macierze HB uzyskane z programy Ansys [107], konwertuje je na pełne macierze rzadkie oraz porządkuje stopnie swobody.

Stiffness 4	matrix 56731	from	ANSYS FULL 17743	file EumpeE 219494	into	Harwell-Boeing 219494	format 0
RSA			17742	17742		219494	0
(114)		(114)		(E25.15)		(E25.15)	
	1					•	
	28						
	54						
	79						
	104						
	128						
	151						
	174						
	200						

Rys. 5.28. Fragment wydruku macierzy sztywności modelu (C0) w formacie HB

5.4. Weryfikacja metody CA w przypadku rzeczywistego budynku

Z analiz przeprowadzonych w p.5.1 i w p.5.3 widać, że wykorzystanie metody CA do wyznaczania częstotliwości drgań własnych konstrukcji po modyfikacji (do tzw. reanalizy zagadnienia własnego) może przynieść wiele korzyści numerycznych przy zachowaniu bardzo dobrej dokładności wyników. Obliczenia z p.5.1 i p.5.3 dotyczą jednak konstrukcji stosunkowo "małych" (ściany, nieduży obiekt przestrzenny). Niemniej jednak potwierdzenia i ostatecznej weryfikacji przydatności metody CA w zastosowaniach praktycznych należy również dokonać w odniesieniu do obiektu rzeczywistego o modelu z setkami tysięcy stopni swobody. Jest to tym bardziej uzasadnione z uwagi na to, że taki duży "rozmiar" zadania może ujawnić różnego typu trudności natury numerycznej (por. p. 5.3).

Skuteczność algorytmu połączonych aproksymacji w rozwiązywaniu zagadnienia własnego realnej konstrukcji została sprawdzona na przykładzie zmodernizowanego budynku rzeczywistego A1 (por. p. 4.1). Modele numeryczne budynku A0 czyli obiektu typowego bez zmian w konstrukcji oraz budynku A1 (po modyfikacji) zamieszczono na rys. 4.7 (por. p. 4.2).

Warto zauważyć, że tego typu modernizacja budynku (wzmocnienie konstrukcji) znacząco zwiększa liczbę stopni swobody układu (z 612732 do 672138), a także modyfikuje już istniejące elementy macierzy (np. zmiana grubości ściany). Jest tzw. "duża" zmiana w konstrukcji. Zastosowanie kilku rodzajów elementów skończonych o zróżnicowanej

geometrii i parametrach, w tym elementów kontaktowych dodatkowo podnosi stopień trudności obliczeń.

Rys. 5.29 ilustruje rozmieszczenie niezerowych elementów macierzy **K** (obiekt A0), **K**_M (obiekt A1), Δ **K**_f (dla α = 0.001) oraz histogramy w których zawarto informację o ich rzędzie wielkości.



Rys. 5.29. Rozmieszczenie elementów niezerowych macierzy a) **K**, c) **K**_M, e) Δ **K**_f, oraz histogramy liczby elementów macierzy b) **K**, d) **K**_M, f) Δ **K**_f w zależności od rzędu ich wielkości dla budynków A0 i A1

Dodatkową analizę struktury elementów macierzy sztywności typowego budynku A0 i budynku A1 z wprowadzonymi zmianami w konstrukcji zawiera tabela 5.12. Na uwagę zasługuje duży rozrzut pomiędzy wartością minimalną a maksymalna (dla macierzy \mathbf{K}_{M} od $4.8 \cdot 10^{-15}$ do $1.28 \cdot 10^{13}$).

Macierz	K	K _M
Liczba elementów niezerowych	18518714	20277718
Minimalna wartość dodatnia	2.956E-12	4.81E-15
Maksymalna wartość ujemna	1.276E+13	1.28E+13
Minimalna wartość ujemna	-5.881E+12	-5.88E+12
Maksymalna wartość ujemna	-2.728E-12	-5.10E-15

Tabela 5.12. Wybrane charakterystyki macierzy sztywności budynku A0 i A1

Rys. 5.30 przedstawia wyliczony ułamek r_1 w zależności od liczby wektorów bazowych dla parametru $\alpha = 0.001$ (przyjęcie takiej wartości proponuje się np. w [43, 50]). Okazuje się, że wartość parametru α , która zapewniała zbieżność rozwiązania w przypadku modernizowanych ścian i prostego modelu trójwymiarowego, dla obiektu rzeczywistego z prawie 700000 stopniami swobody wymaga zmiany.



Rys. 5.30. Zależność ułamka r_1 od liczby wektorów bazowych przy $\alpha = 0.001$ (budynek A1)

Przeprowadzono więc dalsze analizy wpływu wartości α na uzyskiwane wartości pierwszej częstotliwości drgań własnych rzeczywistego wysokiego budynku ścianowego A1 ze wzmocnieniem. Wybrane rezultaty zamieszczono w tabeli 5.13.

W przypadku rzeczywistego budynku A1 poddanego znacznej modernizacji, zadowalające wyniki otrzymuje się przy przyjęciu parametru α znacznie mniejszego niż 0.001. Przykładowo na rys. 5.31 przedstawiono wartość ułamka r_1 wyliczonego w przypadku budynku A1 w zależności od liczby wektorów bazowych, gdzie $\alpha = 10^{-6}$.

					f_1 [Hz	z]				
α				Liczba	wektoró	w bazow	ych			
	1	2	3	4	5	6	7	10	15	20
10^{-3}	332	327	323	322	312	262	233	207	171	146
10^{-5}	13.173	13.132	12.166	12.038	12.010	11.979	3.364	2.470	2.019	1.945
10^{-6}	12.557	2.792	2.659	2.477	2.268	2.020	2.011	1.935	1.925	1.917
10^{-8}	12.574	2.856	2.527	2.349	2.341	2.019	2.005	1.946	1.928	1.922

Tabela 5.13. Wartości pierwszej częstotliwości poziomych drgań własnych budynku A1 w zależności od liczby wektorów bazowych i wartości parametru α

Wartość ułamka r_1 wyraźnie i szybko zmierza do wartości 1. Dodawanie kolejnych wektorów bazowych uwzględnianych w metodzie CA tylko nieznacznie przybliża wynik do rozwiązania ścisłego tzn. pierwszej częstotliwości drgań własnych wyznaczonych z układu pełnego metodą elementów skończonych. Przy przyjęciu 10 i 20 wektorów bazowych otrzymano odpowiednio $f_{1CA10}=1,93$ Hz i $f_{1CA20}=1,91$ Hz. Błędy względne tych rozwiązań w stosunku do rozwiązania "dokładnego" MES wynoszą odpowiednio 7.8% i 6.7%.



Rys. 5.31. Zależność ułamka r_1 od liczby wektorów bazowych dla budynku A1, ($\alpha = 10^{-6}$)

Zauważono, że stabilność metody aproksymacji połączonych wyraźnie zależy od doboru wartości parametru α . Odpowiednio mała wartość α zapewnia zbieżność metody CA do rozwiązania ścisłego (uzyskanego dla pełnego układu) i dalsze jej zmniejszanie nie ma wpływu na dokładność uzyskiwanych wyników. Można doszukiwać się tu pewnej prawidłowości - im większa liczba stopni swobody układu, tym mniejszą wartość α należy przyjąć (por. p. 5.1, p. 5.3 i niniejszy powyżej). Nie udało się jednak ściśle sformułować tej zależności. Niemniej jednak, na podstawie przeprowadzonych obliczeń, uprawnioną i "bezpieczną" wydaje się propozycja przyjmowania wartości $\alpha = 10^{-6}$ lub mniejszych.

W tabeli 5.14 zestawiono wartości pierwszej częstotliwości drgań własnych budynku A1 w kierunku x (f_{1x}) wyznaczone numerycznie drogą rozwiązania pełnego zagadnienia własnego metodą elementów skończonych, metodą CA oraz wartość pomierzoną. Oczywiście częstotliwość drgań f_{1x} obliczono z użyciem metody CA mniej dokładniej niż w przypadku wykorzystania klasycznego podejścia MES. Mimo tego różnicę w wartościach f_{1x} uzyskanych za pomocą metody CA i doświadczalnie należałoby w praktyce uznać jako akceptowalnie małą, a takie wyznaczenie f_{1x} wiązało się ze znaczną redukcją obliczeń. Zastosowanie metody CA pozwoliło na redukcje wymiarów macierzy sztywności i mas z 672138 x 672138 (budynek A1 po modernizacji 672138 stopni swobody) do 20 x 20 w przypadku poszukiwania rozwiązania z użyciem 20 wektorów bazowych. Rozwiązanie zagadnienia własnego w przypadku budynku po modernizacji z wykorzystaniem informacji o obiekcie przed modyfikacją (reanaliza zagadnienia własnego z użyciem metody CA) jest możliwa za pomocą ponad 33000 razy mniejszej liczby równań.

Tabela 5.14. Zestawienie wyliczonych i wyznaczonej na podstawie wyników badań doświadczalnych pierwszej częstotliwości drgań własnych f_{1x} budynku A1

	model MES	CA (20 wektorów bazowych) $\alpha = 10^{-6}$	z pomiarów
f_{1x} [Hz]	1.79	1.91	1.64 – 1.71

Wykorzystując wzory (2.30) oraz (2.31) policzono też "zyski" wynikające z zastosowania metody CA, a spowodowane ograniczeniem liczby operacji algebraicznych w stosunku do rozwiązania tego samego problemu metodą podprzestrzennych iteracji. Na rys. 5.32 pokazano wyniki takiego porównania przy założeniu, że do wyznaczenia jest jedna wartość własna, przeprowadzono jedną analizę a liczba stopni swobody to 672138. Pod uwagę wzięto różną liczbę wektorów bazowych.



Rys. 5.32. Zależność ułamka N_{MPI}/N_{CA} od liczby wektorów bazowych użytych w metodzie CA

Wartość ułamka N_{MPI} / N_{CA} przedstawiono w zależności od liczny wektorów bazowych, gdzie N_{MPI} - liczba operacji algebraicznych metodą podprzestrzennych iteracji, natomiast N_{CA} liczba operacji metody połączonych aproksymacji.

Przykładowo z zamieszczonego wykresu wynika, że przy użyciu 10 wektorów bazowych w założonym przypadku obliczeń ogranicza się liczbę niezbędnych operacji algebraicznych ponad 43 razy.

6. Podsumowanie i wnioski

W pracy analizowano wpływ zmian konstrukcyjnych modernizowanych ścian oraz budynków ścianowych na częstotliwości ich drgań własnych.

W tym celu zbudowano modele numeryczne bazujące na metodzie elementów skończonych, zastosowano metodę reanalizy w postaci algorytmu CA oraz sztuczne sieci neuronowe.

Wpływ modernizacji na zmianę częstotliwości drgań własnych typowych ścian konstrukcyjnych budynków badano w dwóch przypadkach. Pierwszy dotyczy osłabienia konstrukcji wybijaniem nowych lub poszerzaniem już istniejących pojedynczych otworów lub serii otworów drzwiowych. W drugim analizowano wzmocnienie ścian poprzez dołożenie do nich dodatkowych elementów.

Wpływ zmian konstrukcyjnych modernizowanych budynków ścianowych na częstotliwości ich drgań własnych badano w przypadku rzeczywistych obiektów prefabrykowanych systemu WWP, które zostały wzmocnione ze względu na oddziaływania dynamiczne typu parasejsmicznego od wstrząsów górniczych.

Skuteczność algorytmu metody połączonych aproksymacji (CA) do wyznaczania częstotliwości drgań własnych konstrukcji po modernizacji testowano zarówno dla ścian (zadanie o stosunkowo małej liczbie stopni swobody) jak i dla całego budynku (zadanie o znacznej liczbie stopni swobody) uwzględniając także w badaniach wielkość modyfikacji. Analizowano dwa przypadki wykorzystania algorytmu CA. W pierwszym, rozmiary zadania przed i po modernizacji nie ulegają zmianie, w drugim, w wyniku dołożenia dodatkowych elementów liczba stopni swobody konstrukcji po modyfikacji powiększa się, co wiąże się z koniecznością optymalnego doboru parametru α wpływającego na zbieżność metody.

W pracy, jako narzędzie reanalizy do wyznaczania częstotliwości drgań własnych konstrukcji po modernizacji zaproponowano także sztuczne sieci neuronowe, których skuteczność testowano na przykładzie modyfikacji ścian. Zbadano wpływ doboru parametrów w wektorze wejścia oraz różnych metod jego skalowania na dokładność aproksymacji neuronowej. Dodatkowo zastosowano kompresję danych wejściowych metodą PCA w celu zmniejszenia wielkości sieci a tym samym przyspieszenia obliczeń.

Przeprowadzone badania pozwalają na sformułowanie następujących wniosków i uwag końcowych:

- Tworzenie nowych otworów drzwiowych lub ich poszerzanie może mieć znaczny wpływ na zmianę częstotliwości drgań własnych ścian. W przypadku modyfikacji w postaci wprowadzenie "systemowego" usytuowania otworów, zmniejszenie wartości częstotliwości drgań własnych ścian jest szczególnie duże w przypadku otworów położonych blisko krawędzi gdy chodzi o tarcze "wąskie" (2.7m, 5.4m), a w części środkowej dla tarcz "szerokich" (11.7m). W przypadku wprowadzenia pojedynczego otworu, największy spadek częstotliwości drgań własnych wszystkich analizowanych typów ścian wywołuje umieszczenie go blisko krawędzi w najniższej kondygnacji.
- Modernizacja w postaci wzmocnienia ściany poprzez dołożenie elementów wpływa znacząco na wzrost jej częstotliwości drgań własnych. Istotnym czynnikiem jest tutaj (poza oczywiście wielkością wzmocnienia) położenie dodatkowej powierzchni. W przypadku pierwszej częstotliwości drgań własnych największa zmiana jej wartości pojawia się w wyniku zlokalizowania wzmocnienia w pobliżu utwierdzenia ściany. Znaczący wzrost drugiej częstotliwości, dotyczy przypadków symetrycznego rozmieszczenia elementów wzdłuż całej wysokości tarczy.
- Różne warianty przeprowadzonych modernizacji (wzmocnienia) budynków ścianowych sytemu WWP w postaci pogrubienia ścian oraz dobudowy dodatkowych przęseł znacząco wpłynęły na zmianę częstotliwości ich drgań własnych. Dotyczy to szczególnie kierunku podłużnego (oś x), w którym liczba elementów usztywniających pierwotnie była stosunkowo mała.
- Specyfika budownictwa prefabrykowanego sprawia, że modelowanie tego typu konstrukcji wymaga przyjęcia szeregu założeń dotyczących m.in. sposobu uwzględnienia podatności złączy, wpływu elementów niekonstrukcyjnych na sztywność, podatności podłoża, które przed numeryczną oceną wpływu różnych wariantów modernizacji na wartości częstotliwości drgań własnych powinny zostać zweryfikowane z wykorzystaniem wyników badań doświadczalnych na obiekcie rzeczywistym, reprezentującym typową konstrukcję danego systemu prefabrykacji przed modyfikacją.
- Zaproponowane modele numeryczne odwzorowują rzeczywiste budynki systemu WWP z dużą dokładnością o czym świadczą uzyskane z obliczeń wartości częstotliwości drgań własnych, które praktycznie pokrywają się z wynikami badań eksperymentalnych.



- Metoda połączonych aproksymacji, jako narzędzie reanalizy, pozwala na szybkie i wystarczająco dokładne wyznaczenie częstotliwości drgań własnych modyfikowanych tarczowych elementów konstrukcji (ściany). Redukcja "wielkości" zadania, a tym samym znaczące skrócenie czasu obliczeń, odbywa się bez widocznej straty dokładności wyników. Satysfakcjonujące rezultaty uzyskano zarówno w odniesieniu do problemu, gdy liczba stopni swobody konstrukcji przed i po modyfikacji jest taka sama (pojedynczy otwór, seria otworów) oraz gdy w modyfikowanej konstrukcji następuje zwiększenie liczby stopni swobody, a zatem jednocześnie zwiększenie wymiarów macierzy sztywności i mas (wzmocnienie poprzez dołożenie elementów). Przeprowadzone analizy potwierdziły także skuteczność metody niezależnie od wielkości wprowadzanej modyfikacji (zarówno małej, jak i dużej zmiany w konstrukcji). Równie zadowalające wyniki otrzymano w przypadku analiz modeli trójwymiarowych o znacznie większej liczbie stopni swobody. Dla prostego, teoretycznego modelu z dobudówką, zastosowanie kilku wektorów bazowych pozwoliło na wyliczenie pierwszej wartości częstotliwości drgań własnych identycznej jak przy rozwiązaniu układu pełnego. Dla modelu budynku rzeczywistego otrzymany wynik (błąd względny rozwiązania 7%) nie jest tak dokładny jak w przypadku ścian i prostego modelu trójwymiarowego, ale biorąc pod uwagę bardzo dużą liczbę stopni swobody układu do redukcji (prawie 700 tysięcy), szeroki zakres przeprowadzonych modernizacji oraz konieczność opracowania i wprowadzenia modyfikacji klasycznego algorytmu CA w celu dostosowania go do macierzy sztywności i mas o dużych wymiarach, uzyskany rezultat należy uznać za satysfakcjonujący. Kluczowym dla zbieżności metody CA okazał się właściwy dobór parametru α . Zaproponowana w literaturze wartość ($\alpha = 0.001$) sprawdzała się w przypadku gdy zakres zmian był ograniczony, a zadanie małe (ściany, prosty model trójwymiarowy). Dla rzeczywistego budynku zbieżność metody osiąga się przy przyjęciu wartości α dużo mniejszej. Po licznych próbach należy stwierdzić, iż zdefiniowanie α na poziomie 10^{-6} lub mniejszym zapewnia otrzymanie satysfakcjonujących wyników.
- Głównym powodem zastosowania w obliczeniach metod reanalizy (w tym metody CA) jest możliwość ograniczenia wysiłku numerycznego poprzez zmniejszenie wymiarów zadania. Powoduje to zredukowanie liczby niezbędnych operacji algebraicznych potrzebnych do wyznaczenia poszukiwanej częstotliwości drgań własnych. W przypadku analizowanego modelu obiektu A1 z prawie 700 tysiącami stopni swobody, redukcja układu przy zastosowaniu 10 wektorów bazowych zmniejsza liczbę niezbędnych operacji algebraicznych w metodzie



podprzestrzennych iteracji. Dla większej liczby analiz różnych modyfikacji tego samego obiektu stosunek ten będzie wrastał na korzyść metody CA.

neuronowe jako narzędzie reanalizy pozwalają na wyznaczenie Sztuczne sieci • częstotliwości drgań własnych ścian po modyfikacji z dużą dokładnością. Za ich pomocą możliwa jest szybka ocena wpływu wprowadzanych modernizacji na zmianę sztywności ściany przy małym wysiłku numerycznym. Odpowiednie skalowanie danych wejściowych sieci neuronowych może spowodować zmniejszenie błędów względnych rozwiązania, a kompresja wektora wejścia sieci metodą PCA umożliwić ograniczenie liczby neuronów w warstwie ukrytej sieci, co dodatkowo przyspiesza obliczenia.

7. Propozycje dalszych prac

W pracy wpływ modernizacji na zmianę częstotliwości drgań własnych budynków ścianowych analizowano z wykorzystaniem modeli numerycznych rzeczywistych konstrukcji prefabrykowanych systemu Wrocławska Wielka Płyta z terenu Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego. Poprawność modeli została zweryfikowana z użyciem wyników badań doświadczalnych. W dalszej kolejności proponuje się wykorzystać te modele do analizy wytrzymałościowej pod kątem obciążeń dynamicznych, zwłaszcza pochodzenia parasejsmicznego, w celu zlokalizowania miejsc powstania prawdopodobnych uszkodzeń oraz możliwości zaprojektowania nowego typu wzmocnień.

Analizując wyniki otrzymane metodą CA należy stwierdzić, iż jest ona bardzo dokładna w przypadku zadań dwumiarowych i prostych trójwymiarowych. Natomiast rezultaty dla obiektu rzeczywistego obarczone były kilkuprocentowym błędem. Stąd proponuje się weryfikację skuteczności nowych algorytmów (np. zmodyfikowanej metody aproksymacji połączonych – MCA czy FSCA - *the Frequency-Shift Combined Approximations*) w zagadnieniu wyznaczania częstotliwości drgań własnych układów o znacznej liczbie stopni swobody i próbę zastosowania metod reanalizy w wyznaczaniu odpowiedzi konstrukcji na wymuszenie kinematyczne.

Dalsze prace powinny również uwzględniać rozwój zastosowania sztucznych sieci neuronowych jako narzędzi reanalizy w przypadku prognozowania częstotliwości drgań własnych obiektów po modernizacji w odniesieniu do całych rzeczywistych budynków.

Spis rysunków

1.1.	Przykład modernizacji polegającej na poszerzeniu istniejącego otworu: a) otwór przed poszerzeniem; b) otwór ze wzmocnieniem belką ceową; c) otwór z gotowym nadprożem [8] 14
1.2.	Przykład wykonania nowego otworu okiennego w zewnętrznej ścianie nośnej budynku prefabrykowanego: a) wycinanie otworu za pomocą piły ściennej; b) otwór ze stalową belką nadprożową; c) gotowy otwór wraz z zamontowanym oknem [8] 15
1.3.	Projekt nadbudowy budynku w systemie WBS 70/5 w Berlinie [35] 15
1.4.	Realizacja dobudowy loggii (a) oraz balkonów (b) w budynkach prefabrykowanych w Berlinie [94] 16
1.5.	Zniszczenia budynków żelbetowych szkół spowodowane trzęsieniem ziemi w Turcji [36] 17
1.6.	Przykładowe wzmocnienia szkół żelbetowymi tarczami ściennymi [36]18
1.7.	Przykłady wzmocnień kościoła stalowymi ściągami a) rzut poziomy konstrukcji z rozmieszczeniem stalowych ściągów; b) detal pionowego i poziomego ściągu [70] 18
1.8.	Budynek prefabrykowany w Polkowicach wzmocniony przez dobudowę przęseł w ścianach szczytowych: a) dobudowane przęsła; b) rzut budynku z zaznaczonymi wzmocnieniami [20]
1.9.	Przykład wzmocnienia głównej ściany usztywniającej budynku: 1-pionowy wieniec żelbetowy, 2- ramka stalowa wypełniona prefabrykatami betonowymi [20] 19
1.10.	Rzut kondygnacji powtarzalnej budynku 11-kondygnacyjnego; a) sekcja XI-6, b) sekcja XI-9 [76]
1.11.	Płyta stropowa systemu WWP wg [66]
1.12.	Ściana szczytowa zewnętrzna systemu WWP wg [76] 22
1.13.	Podparapetowa ściana osłonowa systemu WWP; a) wymiary, b) schemat zamocowania wg [29, 76]
1.14.	Złącza konstrukcyjne systemy WWP; a) złącze pionowe ścian wewnętrznych, b) złącze pionowe stropów wzdłuż ściany krawędzi podłużnych, c) złącze płyty stopowej i ściany wewnętrznej, d) złącze ściany osłonowej i ściany wewnętrznej [26]
2.1.	Schemat tworzenia fikcyjnego układu pierwotnego [59]
2.2.	Pseudo początkowa macierz wektorów własnych
3.1.	Geometria analizowanych ścian i siatki MES
3.2.	Przykładowe schematy rozmieszczenia otworów w ścianie 5.4m, odpowiednio o szerokości i odległości od krawędzi: a) 0.9m, 0.3m, b) 1.8m, 0.3m, c) 1.2m, 0.9m
3.3.	Wartości pierwszych częstotliwości drgań własnych ścian z pojedynczym otworem drzwiowym (90x200cm) w zależności od kondygnacji i odległości od krawędzi ściany oraz względne zmiany częstotliwości drgań d_1 - (a, b) ściana 2.7m, (c, d) ściana 5.4m, (e, f) – ściana 11.7m
3.4.	Względna zmiana pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian 5.4m (a), 11.7m (b) w przypadku otworu na najniższej kondygnacji w zależności od jego szerokości i odległości od krawędzi
3.5.	Względna zmiana pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian 5.4m (a), 11.7m (b) w przypadku otworu na najwyższej kondygnacji w zależności od jego szerokości i odległości od krawędzi

3.6.	Wartości drugich częstotliwości drgań własnych ścian z pojedynczym otworem drzwiowym (90x200cm) w zależności od jego umiejscowienia na kondygnacji i odległości od krawędzi ściany oraz względne zmiany d_2 częstotliwości drgań ; (a, b) ściana 2.7m, (c, d) ściana 5.4m, (e, f) ściana 11.7m
3.7.	Przykładowe schematy systemowego rozmieszczenia otworów w ścianie 11.7m, odpowiednio o szerokości i odległości od krawędzi: a) 0.9m, 0.3m, b) 2.4m, 0.9m, c) 3.6m, 2.1m
3.8.	Wartości pierwszej częstotliwości drgań własnych ściany w zależności od położenia otworów o szerokości 90cm
3.9.	Porównanie wartości pierwszych częstotliwości drgań własnych 5-kondygnacyjnych ścian z otworami z odpowiednimi wartościami dla ścian bez otworów: a) ściana 2.7m, b) ściana 5.4m, c) ściana 11.7m
3.10.	Względna zmiana d_1 pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian
3.11.	Zależność drugiej częstotliwości drgań własnych od położenia otworów (szer. 90cm)
3.12.	Względna zmiana d_2 drugiej częstotliwości drgań własnych
3.13.	Pierwsza i druga postać drgań własnych ścian w przypadku otworów o szerokości 90cm w odległości 30cm od krawędzi ściany: a) 2.7m, b) 5.4m
3.14.	Pierwsza częstotliwość drgań własnych w zależności od szerokości i odległości otworu od krawędzi dla ściany o szerokości: a) 2.7m, b) 5.4m, c) 11.7m
3.15.	Druga częstotliwość drgań własnych w zależności od szerokości i odległości otworu od krawędzi dla ściany o szerokości: a) 2.7m, b) 5.4m, c) 11.7m
3.16.	Względna zmiana pierwszej częstotliwości drgań własnych tarczy w przypadku zmian położenia i szerokości otworów dla ściany 11.7m46
3.17.	Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m – dodatkowa powierzchnia stanowi 23% powierzchni ściany przed wzmocnieniem 47
3.18.	Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m – dodatkowa powierzchnia stanowi 33% powierzchni ściany przed wzmocnieniem 47
3.19.	Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m – dodatkowa powierzchnia stanowi 40% powierzchni ściany przed wzmocnieniem 47
3.20.	Względna zmiana pierwszej częstotliwości drgań własnych pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m w przypadku wzmocnienia dodatkowymi elementami według rys. 3.17 ÷ rys. 3.19
3.21.	Względna zmiana drugiej częstotliwości drgań własnych pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m w przypadku wzmocnienia dodatkowymi elementami według rys. 3.17 ÷ rys. 3.19
3.22.	Rozmieszczenie elementów wzmacniających jedenastokondygnacyjną ścianę o szerokości 2.7m – dodatkowa powierzchnia stanowi 36% powierzchni ściany przed wzmocnieniem 49
3.23.	Względna zmiana pierwszej i drugiej częstotliwości drgań własnych jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 2.7m w przypadku wzmocnienia dodatkowymi elementami pokazanymi na rys. 3.22
3.24.	Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 5.4m – dodatkowa powierzchnia stanowi 33% powierzchni ściany przed wzmocnieniem 50
3.25.	Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 5.4m – dodatkowa powierzchnia stanowi 33% powierzchni ściany przed wzmocnieniem

3.26.	Względna zmiana pierwszej i drugiej częstotliwości drgań własnych pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 5.4m w przypadku wzmocnienia dodatkowymi elementami pokazanymi na rys. 3.24
3.27.	Względna zmiana pierwszej i drugiej częstotliwości drgań własnych jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 5.4m w przypadku wzmocnienia dodatkowymi elementami pokazanymi na rys. 3.25
3.28.	Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 11.7m – dodatkowa powierzchnia stanowi 21% powierzchni ściany przed wzmocnieniem 52
3.29.	Względna zmiana pierwszej i drugiej częstotliwości drgań własnych pięciokondygnacyjnej ściany o szerokości 11.7m w przypadku wzmocnienia dodatkowymi elementami pokazanymi na rys. 3.28
3.30.	Rozmieszczenie elementów wzmacniających dla jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 11.7m – dodatkowa powierzchnia stanowi 21% powierzchni ściany przed wzmocnieniem
3.31.	Względna zmiana pierwszej i drugiej częstotliwości drgań własnych jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 11.7m w przypadku wzmocnienia dodatkowymi elementami pokazanymi na rys. 3.30
4.1.	Budynki prefabrykowane systemu WWP: (a, b) bez wzmocnień, (c, d) z dodatkowymi przęsłami (fot. autora)
4.2.	Rzut kondygnacji powtarzalnej budynku A0: (1) ściana szczytowa - 21cm, (2) ściana konstrukcyjna – 14cm, (3) ściana osłonowa – 16cm
4.3.	Rzut kondygnacji powtarzalnej budynku A1: (1) dodatkowe przęsło do wys. 7 kondygnacji; (2) dodatkowa ściana podłużna o gr. 20cm do wys. 7 kondygnacji; (3) pogrubiona ściana konstrukcyjna poprzeczna do wys. 4 kondygnacji; (4) dodatkowa ściana podłużna o gr. 20cm do wys. 9 kondygnacji; (5) dodatkowe przęsło do wys. 10 kondygnacji
4.4.	Rzut kondygnacji powtarzalnej budynku B1: (1) pogrubienie ściany szczytowej do wys. 5 kondygnacji; (2) monolityczna ściana podłużna o gr. 20cm do wys. 11 kondygnacji; (3) pogrubienie konstrukcyjnej ściany podłużnej do wys. 6 kondygnacji
4.5.	Fundamenty i ściany piwnic budynku A0 59
4.6.	Rozmieszczenie ścian działowych (jaśniejszy odcień) w kondygnacji powtarzalnej budynku A0
4.7.	Modele numeryczne analizowanych budynków: a) A0; b) A1
5.1.	Graficzne przedstawienie położenia elementów niezerowych macierzy sztywności (a) i macierzy mas (b) ściany 2.7m bez otworów oraz zmian w macierzy sztywności $\Delta \mathbf{K}$ (c,e), oraz zmian w macierzy mas $\Delta \mathbf{M}$ (d,f) wywołanych wprowadzeniem do tej ściany odpowiednio pojedynczego otworu (c,d) oraz serii otworów (e,f)
5.2.	Zależność stosunku r_i od liczby wektorów bazowych dla trzech pierwszych częstotliwości drgań własnych ściany 2.7m: a) z pojedynczym otworem drzwiowym; b) z serią otworów usytuowanych jeden nad drugim na wszystkich kondygnacjach
5.3.	Zależność stosunku r_i od liczby wektorów bazowych dla trzech pierwszych częstotliwości drgań własnych ściany 5.4m: a) z pojedynczym otworem drzwiowym; b) z serią otworów usytuowanych jeden nad drugim na wszystkich kondygnacjach
5.4.	Zależność stosunku r_i od liczby wektorów bazowych dla trzech pierwszych częstotliwości drgań własnych ściany 11.7m: a) z pojedynczym otworem drzwiowym; b) z serią otworów usytuowanych jeden nad drugim na wszystkich kondygnacjach
5.5.	a) Porównanie pierwszej postaci drgań własnych ściany o szerokości 5.4m z pojedynczym otworem drzwiowym wyliczonej z użyciem pełnych macierzy sztywności i mas () oraz

	metodą CA z pięcioma wektorami bazowymi (); b) Zaznaczony fragment z rys. 5.5a w powiększeniu	
5.6.	Wpływ normalizacji i ortogonalizacji Grama-Schmidta wektorów bazowych na dokładność obliczeń: a) pierwszej częstotliwości drgań własnych dla ściany 2.7m z serią otworów; b) drugiej częstotliwość drgań własnych ściany 5.4m z pojedynczym otworem	
5.7.	Wpływ zastosowania przesunięcia widma wartości własnych na dokładność wyznaczania: a) drugiej częstotliwości drgań własnych ściany 2.7m z serią otworów; b) trzeciej częstotliwości drgań własnych ściany 5.4m z serią otworów	
5.8.	Schemat modyfikacji w wyniku "wzmocnienia" tarczy o szerokości 2.7m i 5.4m 70	
5.9.	Zależność ułamka r_1 od liczby wektorów bazowych dla pierwszej częstotliwości drgań własnych tarcz z dołożonymi elementami: a) 2.7m, b) 5.4m	
5.10.	Warianty wzmocnienia jedenastokondygnacyjnej ściany o szerokości 5.4m 72	
5.11.	Model sztucznego neuronu [72]; x_j – sygnał wejściowy, w_{ij} - waga <i>i</i> -tego neuronu związana z <i>j</i> - tym sygnałem wejściowym, b_i – wartość progowa, y_i – sygnał wyjściowy <i>i</i> -tego neuronu	
5.12.	Architektura przykładowej sieci trójwarstwowej typu WPB [72]; (x) - wektor sygnałów wejściowych, (y) – wektor sygnałów wyjściowych, t - wektor wartości oczekiwanych	
5.13.	Wykres zależności błędu $\it MSE$ od liczby epok uczenia sieci C $$ o architekturze 6-27-1 80 $$	
5.14.	Porównanie wartości f_1 z SSN i MES w przypadku z uczenia (a) i testowania (b) sieci A 80	
5.15.	Procent sukcesu SR [%] uczenia (a) i testowania (b) sieci E i G 81	
5.16.	Zależność wartości oczekiwanej (częstotliwości drgań) od składnika głównego pc_1 , a) dla wszystkich ścian łącznie, b) dla ściany 11.7m	
5.17.	Procent sukcesu SR testowania dla sieci C i J	
5.18.	Zależność pc_1 - f_1 dla wszystkich ścian łącznie w przypadku systemu otworów drzwiowych 85	
5.19.	Zależność pc_1 - f_1 dla ściany 11.7m w przypadku systemu otworów drzwiowych	
5.20.	Procent sukcesu SR testowania sieci N i O	
5.21.	"Kompresja lokalna" dwóch różnych wektorów wejścia do identycznego składnika głównego	
5.22.	Zależność f_1 od pc_1 w przypadku ściany 11.7m i skalowania S1, S3, S4	
5.23.	Geometria analizowanych obiektów z naniesioną siatką elementów skończonych; a) przed wzmocnieniem (C0), b) po wzmocnieniu (C1)	
5.24.	Rozmieszczenie elementów niezerowych macierzy a) K , c) K _M , e) Δ K _f , oraz histogramy liczby elementów macierzy b) K , d) K _M , f) Δ K _f w zależności od rzędu ich wielkości dla obiektów C0 i C1	
5.25.	Wartość ułamka r_1 w zależności od liczby przyjętych wektorów bazowych oraz wartości parametru α	
5.26.	Prosty model trójwymiarowy z naniesioną nieregularną siatką elementów skończonych: a) przed wzmocnieniem (C2), b) po wzmocnieniu (C3)	
5.27.	Przykładowy wydruk elementów macierzy sztywności uzyskany w programie Ansys [107] procedurą "SUBSTRUSTURING"	
5.28.	Fragment wydruku macierzy sztywności modelu (C0) w formacie HB94	
5.29.	Rozmieszczenie elementów niezerowych macierzy a) K , c) K _M , e) Δ K _{<i>f</i>} , oraz histogramy liczby elementów macierzy b) K , d) K _M , f) Δ K _{<i>f</i>} w zależności od rzędu ich wielkości dla budynków A0 i A1	
5.30.	Zależność ułamka r_1 od liczby wektorów bazowych przy $\alpha = 0.001$ (budynek A1)	
5.31. Zależność ułamka r_1 od lic	zby wektorów bazowych dla budynku A1, ($\alpha = 10^{-6}$)	97
--	--	----
5.32. Zależność ułamka N_{MPI}/N_{e}	ca od liczby wektorów bazowych użytych w metodzie CA	98

Spis tabel

4.1.	Parametry materiałowe zastosowanych elementów [101, 105, 106]	60
4.2.	Częstotliwości drgań własnych budynków A0 i A1	61
4.3.	Wpływ złączy (uwzględnianych poprzez redukcję sztywności elementów konstrukcyjnych) na wartości obliczonych częstotliwości drgań własnych budynku A0	. 62
4.4.	Wpływ uwzględnienia podatności podłoża na wartości obliczonych częstotliwości drgań własnych budynków A0 i A1	62
4.5.	Wyznaczone numerycznie wartości częstotliwości drgań własnych analizowanych budynków o konstrukcji typowej (bez wzmocnień) i ze wzmocnieniami	. 63
5.1.	Wartości r_i oraz Err f_i ($i = 1, 2, 3$) wyliczone w przypadku ściany 11.7m z pojedynczym otworem	. 67
5.2.	Wartości ułamka r_1 oraz błędu względnego $\text{Err} f_1$ w zależności od liczby użytych wektorów bazowych	71
5.3.	Błąd względny pierwszej częstotliwości drgań własnych w zależności od wartości parametru α , liczby stopni swobody układu oraz liczby wektorów bazowych	. 73
5.4	Błędy neuronowego prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian z pojedynczym otworem drzwiowym (wybrane sieci)	81
5.5.	Błędy neuronowego prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian z "systemowym" rozmieszczeniem otworów (wybrane sieci)	. 82
5.6.	Błędy neuronowego prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian za pomocą sieciami I0 i I100	. 82
5.7.	Błędy neuronowego prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian z modyfikacją w postaci pojedynczego otworu sieciami C i J	. 84
5.8.	Błędy neuronowego prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian sieci N i O	. 85
5.9.	Błędy neuronowego prognozowania pierwszej częstotliwości drgań własnych ścian z modyfikacją w postaci serii otworów w przypadku skalowania i kompresji wektora wejścia	. 87
5.10.	Wybrane charakterystyki macierzy K , \mathbf{K}_{M} , $\Delta \mathbf{K}_{f}$,	. 89
5.11.	Wartości pierwszej częstotliwości drgań poziomych drgań własnych w zależności od liczby wektorów bazowych i parametru α metody CA, model C3	. 92
5.12.	Wybrane charakterystyki macierzy sztywności budynku A0 i A1	96
5.13.	Wartości pierwszej częstotliwości poziomych drgań własnych budynku A1 w zależności od liczby wektorów bazowych i wartości parametru α	. 97
5.14.	Zestawienie wyliczonych i wyznaczonej na podstawie wyników badań doświadczalnych pierwszej częstotliwości drgań własnych f_{1x} budynku A1	. 98

Bibliografia

- [1] Ajdukiewicz A., Kliszczewicz A., Lipski Z., Porembski G., Budynki wielkopłytowe poddane wstrząsom górniczym - obserwacje i analiza numeryczna, Problemy budownictwa, Księga pamiatkowa z okazji siedemdziesiatej rocznicy urodzin Profesora Tadeusza Bilińskiego, Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Zielonogórskiego, Zielona Góra 2003:83-96.
- Asam C., Typical Measures on Load Bearing Building Elements During Modernisation, [2] Research in Architectural Engineering Series, 2007, vol. 4: 203-210.
- Badie S.S., Salmon D.C., Beshara A.W., Analysis of shear wall structures on elastic [3] foundations, Computers & Structures, 1997, 65, 2:213-224.
- [4] Baranowski W., Cyran M., Iwaszkiewicz T., Kubalski A., Liwski E., Romanowski J., Zieliński J., Modernizacja i nadbudowa budynków, WACETON, Warszawa 2001.
- [5] Barański J., Berkowski P., Sieczkowski J. M., Modelowanie komputerowe wielokondygnacyjnych budynków wielkopłytowych na terenie LGOM, Materiały XII Konferencji Naukowo-Technicznej: Problemy remontowe w budownictwie ogólnym i obiektach zabytkowych, Dolnośląskie Wydaw. Edukacyjne, Wrocław 2006, 570-575.
- Benedetti D., Carydis P., Shaking table tests on 24 simple masonry buildings, Earthquake [6] Engineering and Structural Dynamics, 1998, 27:67-90.
- [7] Bishop C.M., Pattern recognition and machine learning, Springer, New York 2006.
- Blache B., Salagnac J.-L., Modernizacja budynków z płyt prefabrykowanych: doświadczenia [8] francuskie, Materiały konferencyjne, Mrągowo, 3-5 listopada 1999 r., Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 1999: 43-74.
- Bobola K., Tatara T., Drgania budynków prefabrykowanych podlegających działaniom [9] parasejsmicznym, Inżynieria i Budownictwo, 1983, 5:198-202.
- Bonnefoy X., Braubach M., Krapavickaite D., Ormandy D., Zurlyte I., Housing conditions and [10] self-reported health status: A study in panel block buildings in three cities of Eastern Europe, Journal of Housing and the Built Environment, 2003, 18:329-352.
- [11] Brigham, E., Morrow, R.: The fast Fourier transform, IEEE Spectrum, 1967, 4(12):63–70.
- [12] Chen S.H, Huang C., Cao, Z. J., Structural modal reanalysis of topological modifications, Shock Vib., 2000, 7:15-21.
- [13] Chen S., Huang C., Liu Z., Structural approximate reanalysis for topological modifications by finite element systems, AIAA J, 1998, 36:1760-1762.
- F., A new method of structural modal reanalysis for topological [14] Chen S.H., Rong modifications, Finite Elem. Anal. Des., 2002, 38:1015-1028.
- [15] Chen SH, Yang XW, Lian HD., Comparison of several eigenvalue reanalysis methods for modified structures. Struct and Multidis Opt, 2000, 20:253-259.
- [16] Chmielewski T., Zembaty Z., Podstawy dynamiki budowli, Arkady, Warszawa 1998.
- [17] Cholewicki A., Obliczanie ścian usztywniających, COBPBO, Warszawa 1980.
- [18] Cholewicki A., Rola złączy pionowych w ścianach usztywniających budynków wielkopłytowych, Wyd. ITB, Warszawa 1972.
- [19] Cholewicki A., Chyży T., Zmiany w konstrukcji budynków wielkopłytowych, Materiały budowlane, 2001, 341:10-11.



- [20] Cholewicki A., Szulc J., Zasady zabezpieczania budynków projektowanych, Kwiatek J. (red), Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych, Wydawnictwo Głównego Instytutu Górnictwa, Katowice 1998, 642-698.
- [21] Chuarong Z., Yimin B., Structural modification and vibration reanalysis, Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg., 1990, 83:99-108.
- [22] Ciesielski R., O identyfikacji parametrów dynamicznych budowli, Inżynieria i Budownictwo, 2001, 4:226-228
- [23] Ciesielski R., Kuźniar K., Maciąg E., Tatara T., Empirical formulae for fundamental natural periods of buildings with load bearing walls, Archives of Civil Engineering, 1992, 38 (4): 291-299.
- [24] Cooley, J., Tukey, J.: An algorithm for the machine calculation of complex fourier series, Math.Comput, 1965, 19:297-301.
- [25] Cuber M., Adaptacja części budynku głównego szpitala MSWiA w Warszawie, Inżynieria i Budownictwo, 2008, 5:259-261
- [26] Dzierżewicz Z., Starosolski W., Systemy budownictwa wielkopłytowego w Polsce w latach 1970-1985, Wolters Kluwer Polska, Warszawa 2010.
- [27] Famili A., Shen W-M., Weber R., Simoudis E., Data Pre-Processing and Intelligent Data Analysis, International Journal on Intelligent Data Analysis, 1997, 1, 1:3-23.
- [28] George A., Liu W.H., Computer Solution of Large Sparse Positive Definite Systems, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey 1981.
- [29] Grzegorzewski W. (red), Wielkopłytowe budownictwo mieszkaniowe specjalne problemy jakości, Konferencja Naukowa ITB, Warszawa 1968.
- [30] Haykin S., Neural networks A comprehensive foundation, 2nd ed. Upper Saddle River, Prentice-Hall, New York 1999.
- [31] He J.J., Jiang J.S., Xu B., Modal reanalysis methods for structural large topological modifications with added degrees of freedom and non-classical damping, Finite Elements In Analysis and Design, 2007, 44:75-85.
- [32] Hegner H.-D., Wielkie osiedla i budynki wielkopłytowe wizja przyszłości!?, Materiały konferencyjne, Mrągowo, 3-5 listopada 1999 r., Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 1999, 73-106.
- [33] Jenkins W.M., A neural network for structural re-analysis, Computers and Structures, 1999, 72:687-698.
- [34] Juhásová E., Zembaty Z., Kowalski M., Experimental investigations of dynamic effects on brick masonry buildings and their strengthening, Archives of Civil Engineering, 2000, 46,1:83-106.
- [35] Kalleja H., Doświadczenia w renowacji budownictwa wielkopłytowego, materiały seminaryjne: Modernizacja osiedli mieszkaniowych z wielkiej płyty, Oddział Warszawski Stowarzyszenia Architektów Polskich, Warszawa 1999, 16-27.
- [36] Kaltakci M. Y., Arslan M. H., Yilmaz U. S., Arslan H. D., A New approach on the strengthening of primary school buildings in Turkey: An application of external shear wall, Building and Environment, 2008), 43:983-990.
- [37] Kawecki J., Zastosowanie wzorów empirycznych do obliczenia przybliżonych okresów drgań własnych budynków, Czasopismo techniczne, 1969, 7(129).
- [38] Kirsch U., A unified reanalysis approach for structural analysis, design and optimization, Struct Optim, 2003, 25:67-85.
- [39] Kirsch U., Approximate reanalysis methods, Structural optimization, Edited by Kamat, M.P., Washington D.C.: AIAA, 1993.
- [40] Kirsch U., Approximate vibration reanalysis of structures, AAIA J., 2003, 41:504-511



BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

- [41] Kirsch U., Combined approximations a general reanalysis approach for structural optimization, Struct. Optim., 2000, 20:97-106.
- [42] Kirsch U., Improved stiffness-based first –order approximations for structural optimization, AIAA J., 1995, 33:143-150.
- [43] Kirsch U., Reanalysis of structure A Unified Approach for Linear, Nonlinear, Static and Dynamic System, Solid Mechanics And Its Applications, Volume 151, Springer 2008.
- [44] Kirsch U., Reduced basis approximations of structural displacement for optimal design, AIAA J., 1991, 29:1751-1758.
- [45] Kirsch U., Bogomolni M., Error evaluation in approximate reanalysis of structures, Struct. Multidiscip. Optim., 2004, 28:77-86.
- [46] Kirsch U., Bogomolni M., Procedures for approximate eigenproblem reanalysis of structures., Int J Num Meth Engrg, 2004, 60:1969-1986.
- [47] Kirsch U., Bogomolni M., Sheinman I., Efficient Dynamic Reanalysis of Structures, Journal of Structural Engineering, 2007, 133, 3:440-448.
- [48] Kirsch U., Bogomolni M., Sheinman I., Efficient procedures for repeated calculations of the structural response using combined approximations, Struct Multidisc Optim, 2006, 32: 435-446.
- [49] Kirsch U., Liu S., Structural reanalysis for general layout modifications, AIAA J., 1997, 35:382-388.
- [50] Kirsch U., Papalambros P. Y., Exact and accurate reanalysis of structures for geometrical changes, Eng. Comp., 2001, 17:363-372.
- [51] Kirsch U, Papalambros P. Y., Structural reanalysis for topological modifications, Struct. and Multidis. Opt, 2001, 21:333-344.
- [52] Korentz J., Marcinkowski J., Analiza numeryczna drgań parasejsmicznych budynku mieszkalnego z uwzględnieniem właściwości sprężystych podłoża, Czasopismo Techniczne Budownictwo, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2007, z. 6:75-82.
- [53] Korzeniewski W., Przebudowa i modernizacja mieszkań: Problemy funkcjonalne i techniczno-budowlane, część III; Zmiany w elementach budowlanych, Administrator, 2002, 3:7-11.
- [54] Kisiel I., Dynamika fundamentów pod maszyny, PWN, Warszawa 1957.
- [55] Kowalska A., Analiza wpływu elementów niekonstrukcyjnych na charakterystyki dynamiczne budynków, Praca doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków 2007.
- [56] Krzętowska J., Miedzianowski C., Elementy kontaktowe stosowane przy modelowaniu układu konstrukcja-podłoże gruntowe metodą elementów skończonych, Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej, Seria Budownictwo – Zeszyt 32, 2008, 73-89.
- [57] Kuźniar K., Porównanie sposobów wyznaczania okresów drgań własnych budynków prefabrykowanych średniej wysokości, Inżynieria i Budownictwo, 2005, 5:273-279.
- [58] Kuźniar K., Właściwości dynamiczne ścianowych budynków prefabrykowanych o średniej wysokości z uwzględnieniem podatności podłoża. Praca doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków 1991.
- [59] Level P., Gallo Y., Tison T., Ravalard Y., On an extension of classical modal reanalysis algorithms: the improvement of initial models, Journal of Sound and Vibration, 1995, 186(4):551-560.
- [60] Lewandowski R., Dynamika konstrukcji budowlanych, Wyd. Politechniki Poznańskiej, Poznań 2006.
- [61] Lewicki B., Budynki wznoszone metodami uprzemysłowionymi, Arkady, Warszawa 1979.
- [62] Li Z. G., Lim C. W., Wu B. S., A comparison of several reanalysis methods for structural layout modifications with added degrees of freedom, Struct. Multidisc Optim., 2008, 36:403-401.



- [63] Lipiński J., Fundamenty pod maszyny. Arkady, Warszawa, 1985.
- [64] Maciag E., Experimental evaluation of changes of dynamic properties of buildings on different grounds, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1986, 14:925-932.
- [65] Maciąg E., Kowalski W., Ocena zmian cech dynamicznych budynków podlegających działaniom wstrząsów górniczych, ZN Politechniki Rzeszowskiej, Mechanika, 2002, z. 60:405-414.
- [66] Maciag E., Kuźniar K., The influence of ground flexibility on the fundamental frequencies of natural vibrations of medium-height buildings with load bearing concrete walls, Archives of Civil Engineering, 1993, 39, (2):139-151.
- [67] Maciąg E., Kuźniar K., Wpływ elementów niekonstrukcyjnych na częstotliwości drgań własnych ścianowych budynków prefabrykowanych, Inżynieria i Budownictwo, 1993, 10:423-425.
- [68] Marciniak A., Korbicz J., Kuś J., Data pre-processing, in: Duch W., Korbicz J., Rutkowski L., Tadeusiewicz R. (ed.), Vol. 6, Biocybernetics and Biomedical Engineering 2000, Neural Networks. Exit, Warszawa 2000.
- [69] Miedzianowski C., Dyskretny model złożonych konstrukcji ścianowych budynków uwzględniający współpracę podłoża gruntowego, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Rozprawy naukowe nr 24, 1994.
- [70] Necevska-Cvetanovska G., Apostolska R., Consolidation, rebuilding and strengthening of St..Clement's church, St. Panteleymon, Plaoshnik, Ohrid, Engineering Structures, 2008, 30:2185-2193.
- [71] Olszowski B., Radwańska M., Mechanika budowli, Tom 2, Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2010.
- [72] Osowski S., Sieci neuronowe do przetwarzania informacji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000.
- [73] Ostańska A., Programy rewitalizacji osiedli z zabudową prefabrykowaną w Europie przyczynkiem do opracowania programów polskich, Przegląd budowlany, 2010, 3:39-47.
- [74] Oztorun N.K., Citipitioglu E., Akkas N., Three-dimensional finite element analysis of shear wall buildings, Computer & Structure, 1998, 68:41-55.
- [75] Pall A. S., Marsh C., Optimum seismic resistance of large panel structures using limited slip bolted joints. Proc. 7th WCEE, vol. 4, 177-184, Istambul, Turkey, 1980.
- [76] Piliszek E. (red), Systemy budownictwa mieszkaniowego i ogólnego, Arkady, Warszawa 1974.
- [77] Rong F. et al, Structural modal reanalysis for topological modifications with extended Kirsch method. Comp Meth Appl Mech Engrg, 2003, 192:697-707.
- [78] Seruga T., Płachecki M., Koziński K., Problemy konstrukcyjne wykonywania dużych otworów w ścianach i stropach istniejących budynków o konstrukcji monolitycznej, Inżynieria i Budownictwo, 2009, 4:187-190.
- [79] Shanker M., Hu M. Y., Hung M. S., Effect of Data Standardization on Neural Network Training, Omega International Journal of Management Science, Elsevier Science, 1996 vol. 24., 4:385-397.
- [80] Sieczkowski J.M., Podstawy komputerowego modelowania konstrukcji budowlanych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2001.
- [81] Sieczkowski M., Barański J., Berkowski P., Ocena skuteczności wzmacniania budynków systemu WWP na terenie LGOM, Diagnostyka, utrzymanie, remonty, modernizacje oraz budowa obiektów budowlanych na terenie Lubińskiego Zagłębia Miedziowego, Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, Seria: Konferencje, 2001, 185-192.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

- [82] Starosolski W., Wybrane zagadnienia komputerowego modelowania konstrukcji inżynierskich, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2003.
- [83] Śliwiński K., Budownictwo wielkopłytowe do remontu, Przegląd budowlany, 1996, 12:21-24.
- [84] Tadeusiewicz R., Sieci neuronowe, Akademicka Oficyna Wydaw. RM, Warszawa 1993.
- [85] Tatara T., Pachla F., Wybrane kryteria oceny odporności dynamicznej budynków murowanych poddanych działaniom wstrząsów górniczych, Czasopismo Techniczne z. 11. Budownictwo z. 3-B:161-172.
- [86] Waszczyszyn Z., Advances of Soft Computing in Engineering, CISM Courses and Lectures, vol. 512, Springer, Wien/New York, 2010.
- [87] Wierzbicki S. M., Problemy modernizacyjne budynków wielkopłytowych, Materiały konferencyjne, Mrągowo, 3-5 listopada 1999 r., Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 1999, 7-22.
- [88] Wu B. S., Li Z. G., Static reanalysis of structures with added degrees of freedom, Comm Num Meth Engrg, 2006, 22:269-281.
- [89] Wu B. S., Lim C. W., Li ZG, A finite element algorithm for reanalysis of structures with added degrees of freedom. Finite Elements in Analysis and Design, 2004, 40:1791-1801.
- [90] Wu X.M., Chen S.H., Yang Z.J., Static displacement reanalysis of modified structures using the epsilon algorithm. AIAA J, 2007, 45(8):2083–2086.
- [91] Xu T., Guo G., Zhang H., Vibration reanalysis using frequency-shift combined approximations, Struct Multidisc Optim, 2011, Springer-Verlag, 44:235-246.
- [92] Zając M., Wpływ wielkości i położenia otworów na zmianę sztywności typowych ścian konstrukcyjnych budynków, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, 2008, Seria: Budownictwo z.113:375-382.
- [93] Zhang G., Nikolaidis E., Mourelatos Z.P., An efficient re-analysis methodology for probabilistic vibration of large-scale structures. J Mech Des, 2009, 131(5).
- [94] Zieliński J., Modernizacja budynków wielkopłytowych z uwzględnieniem doświadczeń zagranicznych, Materiały budowlane, 2001, 341:2-5.
- [95] Zienkiewicz O.C., The Finite Element Method, McGraw-Hill, 1977.
- [96] Zienkiewicz O.C, Taylor R. L., Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics, Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
- [97] Żakowicz A., Miedzianowski C., Modele konstrukcji budowlanych uwzględniające zmiany w czasie parametrów geometrycznych, materiałowych i schematu statycznego, Budownictwo i inżynieria środowiska, 2011, 2:197-204.

Inne dokumenty

- [98] Cholewicki A., Bociąga A., Kotlicki W., Nowakowska H., Analiza statyczno-konstrukcyjna XI-kondygnacyjnych budynków w Polkowicach ze wzmocnieniem zewnętrznym oraz zaopiniowanie projektów wzmocnień. Warszawa, 1982.
- [99] Cholewicki A., Bociąga A., Nowakowska H., Analiza wstępna pracy przestrzennej budynków (XI-9p, XI-6, XI-9l) w Polkowicach ze wzmocnieniem w segmentach skrajnych (XI-9p i XI-9l). Warszawa, 1986.
- [100] Instrukcja ITB 385/2002, Nowe otwory w ścianach konstrukcyjnych budynków wielkopłytowych, Warszawa 2003.
- [101] Instrukcija po projektirowaniju, izgotowleniju i primienieniju konstrukcij i izdielij iz arbolita. GOCCTROJ CCCP, 4 maja 1982г., Nr 116.



- [102] Manual Matlab 7.6.0.324, 2008.
- [103] PN-77/B-02011 Obciążenia w obliczeniach statycznych Obciążenie wiatrem.
- [104] PN-80/B-03040, Ocena szkodliwości drgań przekazywanych przez podłoże na budynki.
- [105] PN-88/B-06250 Beton zwykły.
- [106] PN-B-03002:1999, Konstrukcje murowe niezbrojone Projektowanie i obliczanie.
- [107] Release 11.0 Documentation for Ansys, 2007.
- [108] Projekt techniczny: Architektura, Budynek mieszkalny XI. kond., Polkowice, ul. Ratowników nr 7, nr 8, nr 9.
- [109] Projekt techniczny, Architektura, Budynek mieszkalny nr 14 wzmocnienie, Osiedle Mieszkaniowe nr II, Polkowice., ul. Miedziana 7-9.
- [110] Projekt techniczny, Architektura, Budynek mieszkalny nr 12, nr 13 wzmocnienie, Osiedle Mieszkaniowe nr II, Polkowice., ul. Miedziana 7-9.
- [111] Projekt techniczny, Budynki XI. kondygnacyjne, Bud. Nr 11, nr 12, nr 13, nr 14, Ograniczenie wysokości wzmocnień zewnętrznych, Polkowice.
- [112] Projekt techniczny, Konstrukcja, Budynek mieszkalny nr 1, Polkowice, ul. Miedziana.
- [113] Projekt techniczny, Konstrukcja, Budynek mieszkalny XI kond., Polkowice, ul. Ratowników, nr 7, nr 8, nr 9.
- [114] Projekt techniczny, Konstrukcja powyżej stanu zero, Budynki mieszkalne nr 11, 12, 13, 14 wzmocnienie, Osiedle Mieszkaniowe nr II, Połkowice, ul. Miedziana.

Obliczenia wykonano programem Ansys oraz Matlab w ACK CYFRONET AGH, nr grantu: MNiSW/SGI3700/AP/025/2007, MNiSW/Sun6800/AP/007/2008, MNiSW/IBM_BC_HS21/AP/007/2008, MNiSW/HP_I_SD/AP/007/2008, MNiSW/Zeus_lokalnie/UP/018/2012, MNiSW/SGI3700/UP/018/2012.