

Politechnika Krakowska

Wydział Mechaniczny

Instytut Mechaniki Stosowanej



Rozprawa doktorska

**Niestandardowa metoda stabilizacji pokrywanych ścieżek
równowagi dla wybranych powłok osiowo symetrycznych**

mgr inż. Daniel Trybuła

Promotor: prof. dr hab. inż. Jacek Krużelecki

Kraków 2012



*Składam serdeczne podziękowania mojemu Promotorowi
Panu prof. dr hab. inż. Jackowi Krużeleckiemu za okazaną
mi pomoc, życzliwość i wyrozumiałość.*



Spis treści

1.	Wstęp	6
1.1	Przegląd literatury	8
1.2	Koncepcja modyfikacji niestatecznych pokrytycznych ścieżek równowagi – przykłady wprowadzające	14
1.2.1	Model płyty	15
1.2.2	Model paneli	17
1.3	Cel i zakres pracy	21
1.4	Sformułowanie niestandardowego problemu stabilizacji jako zadania optymalizacji	22
1.5	Warianty optymalnej stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi dla wybranych typów obciążeń	26
1.6	Metody analizy stanów pokrytycznych powłok	27
1.6.1	Metody analityczne	27
1.6.2	Metody numeryczne	30
1.7	Materiał powłoki i jego opis	32
2.	Model MES wybranych powłok	34
2.1	Geometria i warunki podparcia i obciążenia powłok	34
2.2	Wybór elementu skończonego	40
2.3	Analiza zbieżności rozwiązań stateczności	40
3.	Sprężyste powłoki walcowe: stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi	46
3.1	Powłoka sprężysta obciążona ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowana siłą czynną	46
3.2	Powłoka sprężysta obciążona ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowana obciążeniem biernym	52
3.3	Powłoka sprężysta obciążona ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowana „mieszanym” obciążeniem stabilizującym	57
3.4	Stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi sprężystych powłok walcowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym - podsumowanie	64
3.5	Powłoka sprężysta obciążona momentem skręcającym i stabilizowana siłą czynną	66
3.6	Powłoka sprężysta obciążona momentem skręcającym i stabilizowana obciążeniem biernym	70

3.7	Powłoka sprężysta obciążona momentem skręcającym i stabilizowana „mieszanym” obciążeniem stabilizującym	76
3.8	Powłoka sprężysta obciążona momentem skręcającym i stabilizowana ciśnieniem wewnętrznym	81
3.9	Stabilizacja pokrywanych ścieżek równowagi sprężystych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym - podsumowanie	86
3.10	Wpływ imperfekcji geometrycznych na wartości obciążenia stabilizującego	87
4.	Sprężysto-plastyczne powłoki walcowe: stabilizacja pokrywanych ścieżek równowagi	90
4.1	Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowana siłą czynną	91
4.2	Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowana obciążeniem biernym	96
4.3	Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowana „mieszanym” obciążeniem stabilizującym	101
4.4	Stabilizacja pokrywanych ścieżek równowagi sprężysto-plastycznych powłok walcowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym - podsumowanie	105
4.5	Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona momentem skręcającym i stabilizowana siłą czynną	106
4.6	Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona momentem skręcającym i stabilizowana obciążeniem biernym	109
4.7	Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona momentem skręcającym i stabilizowana „mieszanym” obciążeniem stabilizującym	113
4.8	Stabilizacja pokrywanych ścieżek równowagi sprężysto-plastycznych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym - podsumowanie	116
5.	Powłoki walcowe obciążone w sposób złożony	118
5.1	Powłoka sprężysta obciążona obciążeniem złożonym i stabilizowana siłą czynną	118
5.2	Powłoka sprężysta obciążona obciążeniem złożonym i stabilizowana biernym oraz „mieszanym” obciążeniem stabilizującym	128

5.3	Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona obciążeniem złożonym i stabilizowana siłą czynną	132
5.4	Stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi powłok walcowych obciążonych obciążeniem złożonym - podsumowanie	139
6.	Stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym	141
6.1	Stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym – wariant „A” zamocowania	144
6.2	Stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym – wariant „B” zamocowania	147
6.3	Stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym - podsumowanie	149
7.	Podsumowanie i perspektywy rozwoju tematyki pracy	152
	Literatura	155

1. Wstęp

Konstrukcje sprężyste i niesprężyste o smukłej lub cienkościenniej budowie, poddane obciążeniom ściskającym lub obciążeniom, dla których występują obszary naprężeń ściskających, mogą ulec utracie stateczności. Wyboczenie nastąpić może bądź to poprzez bifurkację ścieżki równowagi, bądź to przez osiągnięcie wartości maksymalnej parametru obciążenia na tej ścieżce. Poza samą wartością krytycznego parametru obciążenia równie istotnym elementem bezpieczeństwa pracy konstrukcji jest jej pokrywne zachowanie, a więc kształt i przebieg ścieżki równowagi po osiągnięciu punktu bifurkacji czy punktu maksimum.

Wiele typów konstrukcji obciążonych obciążeniami konserwatywnymi posiada stateczne pokrywne ścieżki równowagi, nawet w przypadku wstępnych imperfekcjami geometrycznych. Przykładem takich konstrukcji mogą być cienkie płyty prostokątne czy kołowe o stałej grubości obciążone siłami tarczowymi w płaszczyźnie środkowej.

Całkowicie inna sytuacja jest w przypadku cienkościennych powłok, w których obciążenia wywołują strefy naprężeń ściskających. Dla takich konstrukcji ścieżka równowagi po utracie stateczności ma najczęściej charakter niestateczny. Dla powłok walcowych czy też stożkowych o stałej grubości ścianki obciążonych obciążeniami pojedynczymi z grupy trzech obciążeń podstawowych (ściskanie osiowe, ciśnienie zewnętrzne, skręcanie), czy też dla złożonego stanu obciążenia, ścieżki równowagi po utracie stateczności są niestateczne. Ta niestateczność ścieżki pokrywnej, zazwyczaj o charakterze symetrycznym, została pokazana zarówno na drodze doświadczalnej (Singer, Arbocz, Weller [87]) jak i teoretycznej (Yamaki [102]). Oznacza to, że utrata stateczności powłok może być związana z przeskokiem. Taki typ utraty stateczności wydaje się być szczególnie niebezpieczny, prowadzić może bowiem do bardzo dużych przemieszczeń i w efekcie do zniszczenia konstrukcji.

Zmiana charakteru ścieżki równowagi z ścieżki statecznej na niestateczną może również nastąpić w wyniku standardowej optymalizacji, a więc klasycznego zadania optymalizacji sformułowanego jako maksymalizacja obciążenia krytycznego przy ustalonej objętości materiału konstrukcji która zazwyczaj prowadzi do modyfikacji jej geometrii. Osiągnięty wówczas efekt optymalizacji, zmodyfikowana geometria konstrukcji, obciążony jest istotną wadą, mianowicie możliwością wystąpienia przeskoku, a dodatkowo może wykazywać dużą wrażliwość na imperfekcje. Może to znacznie obniżyć wartość

maksymalnego obciążenia w przypadku występowania wstępnych niedokładności. Niestateczne zachowanie konstrukcji jest zatem zjawiskiem niepożądanym, a w praktycznych zastosowaniach inżynierskich może w efekcie prowadzić do odrzucenia rozwiązania optymalnego.

Standardowa „droga” modyfikacji podkrytycznej niestatecznej ścieżki równowagi – jej stabilizacji - polega na wprowadzeniu odpowiednich zmian wymiarów i kształtu konstrukcji. Dotyczy to zarówno konstrukcji posiadających strukturalnie niestateczną ścieżkę pokrytyczną jak i „nabytą” w wyniku „klasycznej” optymalizacji. Wymaga to pewnej modyfikacji klasycznego sformułowania problemu optymalizacji przy warunkach stateczności, mianowicie wprowadzenia do sformułowania problemu optymalizacji specjalnych warunków nałożonych na stan pokrytyczny. Klasyfikację zmodyfikowanych problemów optymalizacji oraz szereg rozwiązań można znaleźć w pracy Bochenka [14]. Podejście prowadzące, w ogólności, do zmiany wymiarów i kształtu konstrukcji nazwać można tutaj podejściem *standardowym*.

W wielu praktycznych przypadkach zastosowań inżynierskich zmiana kształtu i wymiarów konstrukcji jest niepożądana lub wręcz niemożliwa. Ma to np. miejsce, gdy konstrukcja jest już wykonana lub gdy musi posiadać określony kształt i wymiary. W takich przypadkach potrzebne jest całkowicie inne podejście do problemu stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi. Obecna praca stawia sobie za zadanie przedstawienie alternatywnego podejścia do problemu modyfikacji przebiegu ścieżki równowagi, mianowicie stworzenie takich, zmienionych warunków pracy powłok aby po utracie stateczności ścieżka równowagi nie miała niestatecznego charakteru. Idea tego nowego podejścia polega na odpowiednim obciążeniu powłoki dodatkowymi obciążeniami, które spowodować mogą zmianę niestatecznej ścieżki podkrytycznej na ścieżkę stateczną, a zatem spowodują eliminację ewentualnego przeskoku. Proponowany w obecnej pracy sposób modyfikacji pokrytycznej ścieżki przez zastosowanie odpowiednich, dodatkowych obciążeń czynnych (niezależnych obciążeń zewnętrznych) lub obciążeń biernych (reakcji dodatkowych podparć) nazywać będziemy *niestandardową* metodą stabilizacji podkrytycznej ścieżki równowagi. W tej pracy stosowane będzie tylko takie podejście.

W *standardowym* podejściu efekt zmiany wartości obciążenia krytycznego, czy efekt modyfikacji kształtu ścieżki równowagi uzyskiwany jest przez odpowiednią modyfikację lokalnej i globalnej sztywności konstrukcji, gdyż zmieniamy w tym przypadku geometrię powłoki przez modyfikację jej kształtu, wprowadzenie zmiennej grubości ścianki, wprowadzanie wzmocnień, żeber, itp.

W proponowanej *niestandardowej* metodzie odpowiednią zmianę sztywności powłoki o charakterze globalnym, powodującą z jednej strony wzrost obciążenia krytycznego, a z drugiej ewentualną stabilizacją pokrytycznej ścieżki równowagi, uzyskuje się dobierając wielkość i charakter dodatkowych obciążeń.

W pracy przebadano możliwość podniesienia obciążeń krytycznych oraz modyfikacji pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłok wykonanych z materiału sprężystego i sprężysto-plastycznego, obciążonych ciśnieniem zewnętrznym, momentem skręcającym oraz kombinacją tych dwóch sposobów obciążeń działających jednocześnie. Powłoki analizowano zaczynając od prostych przypadków obciążeń w zakresie sprężystym, kończąc na powłokach pracujących w zakresie sprężysto-plastycznym i obciążonych jednocześnie ciśnieniem zewnętrznym i momentem skręcającym.

1.1 Przegląd literatury

Pierwsze publikacje dotyczące podnoszenia wartości obciążeń krytycznych w odniesieniu do powłok pojawiły się w latach czterdziestych XX wieku. W pracach Normana [69] i [70] sprawdzono doświadczalnie możliwości podniesienia obciążeń krytycznych przez przyłożenie ciśnienia wewnętrznego dla powłok w kształcie skrzydła samolotu poddanych ścisaniu osiowemu [69] i ścinaniu [70]. W połowie lat czterdziestych Crate, Batdorf, Baab [23] przeprowadzili serię doświadczeń mających na celu zbadanie wpływu ciśnienia wewnętrznego na wartość momentu krytycznego dla skręcanych powłok walcowych. W publikacji Lo, Cratea, Schwartza [59] z początku lat 50-tych dokonano analizy wpływu ciśnienia wewnętrznego na wartość obciążenia krytycznego dla powłok walcowych obciążonych ściskającą siłą osiową. Wyniki teoretyczne porównano z badaniami doświadczalnymi. W pracy Lofblada [60] oraz w pracy Weingartena, Morgana i Seidea [98] badano wpływ ciśnienia wewnętrznego na wzrost obciążenia krytycznego dla ściskanych powłok walcowych i stożkowych. Harris, Suer i Skene [31] analizowali możliwość podniesienia obciążenia krytycznego przez przyłożenie ciśnienia wewnętrznego dla powłok cylindrycznych obciążonych równocześnie ściskającą siłą osiową i momentem skręcającym. Większość przytoczonych prac była inspirowana przez przemysł lotniczy. Wyniki badań znajdowały często bezpośrednie zastosowanie praktyczne. W ww. pracach nie badano jednak pokrytycznego zachowania się powłok oraz wpływu przykładanych obciążeń na ich zachowanie pokrytyczne.

Pokrytyczne zachowanie się powłok można analizować przy pomocy narzędzi analitycznych stosując teorie geometrycznie nieliniowe. Tego typu podejście zastosowano w pracach Zhanga i Hana [105], Shena [82], Lopeza [61], Zhua i Cheunga [106], Mao i Lu [62], [65], Jamala i in. [41], Xue i Fatta [100], Nguyena, Elishakoffa, i Nguyena [68], Yamakiego i Tani [101], Yamakiego [102] w odniesieniu do powłok cylindrycznych. Warto zaznaczyć że w pracy Yamakiego [102] poddano analizie powłoki walcowe w bardzo szerokim zakresie geometrii, a wyniki obliczeń teoretycznych porównano z wynikami doświadczeń. Prace Andreyeva [4], Goldfelda [25] oraz Zielnicy [107],[108] dotyczyły powłok stożkowych.

Innym, zdobywającym coraz większe znaczenie, narzędziem analizy pokrytycznego zachowania się powłok jest analiza numeryczna. Przykładami prac, w których uzyskano pokrytyczne ścieżki równowagi przy pomocy oprogramowania wykorzystującego MES są publikacje Sanala [76], Gotsulyaka, Luk'yanchenki, Shakha [26] oraz Vasilikisa i Karamanosa [93] dla powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym. Prace Schenka i Schuellerera [77], Błachuta [10], Shariatiego i Rokhiego [80], Mandala i Calladinea [64], Greinera i Guggenbergera [27] oraz Choonga i Ramma [22] dla powłok ściskanych. Pinna i Ronalds [72] analizują pokrytyczne ścieżki równowagi jednostronnie utwierdzonych powłok walcowych pod działaniem ciśnienia zewnętrznego i siły osiowej. Oprócz analiz obciążeń prostych można znaleźć prace dotyczące powłok obciążonych w sposób złożony. Przykładem takiej pracy jest publikacja Vaziriego i Estekanchiego [94], w której analizowano pokrytyczne zachowanie powłok walcowych obciążonych równocześnie ciśnieniem wewnętrznym i ściskającą siłą osiową, a badane powłoki posiadały uszkodzenie w postaci krótkiego pęknięcia w połowie tworzącej. Praca Winterstettera i Schmidta [99] dotyczy powłok walcowych ściskanych, obciążonych ciśnieniem zewnętrznym i momentem skręcającym. Autorzy porównują typy analiz stateczności powłok wg normy ENV 1993-1-6 i proponują ich modyfikacje.

Trzecim, obok obliczeń analitycznych i numerycznych, ważnym kierunkiem badań są badania doświadczalne. W tej grupie warto wymienić publikacje Yeha, Lina i Wu [103] dotyczącą zginanych powłok walcowych posiadających uszkodzenie w postaci otworu na pobocznicy. Wyniki doświadczeń autorzy porównują z wynikami obliczeń MES. Praca Aghajarięgo, Abediego i Showkatiego [2] dotyczyła stalowych powłok walcowych o skokowo zmiennej grubości ścianki, obciążonych ciśnieniem zewnętrznym. W pracy Calladinea i Hambly'a [30] badano powłoki walcowe, ściskane mimośrodowo z uszkodzeniami w postaci dwóch otworów w połowie wysokości. Ściskane powłoki walcowe

posiadające imperfekcje geometryczne w kształcie modu wyboczeniowego były przedmiotem badań doświadczalnych, których wyniki opisano w pracach Bardiego i Kyriakidesa [5] oraz Paquettea i Kyriakidesa [71]. W pracy [71] powłokę obciążono dodatkowo ciśnieniem wewnętrznym. Hubner, Albiez, , Kohler, Saal [35] badali długie powłoki walcowe obciążone ciśnieniem zewnętrznym. W pracy Shariatiego i Rokhi [81] analizowano pokrytyczne zachowanie powłok walcowych, ściskanych osiowo. Badane powłoki posiadały uszkodzenie w postaci otworu. Wyniki doświadczeń porównano z wynikami obliczeń numerycznych. Kolejnym przykładem pracy, w której autorzy porównują wyniki doświadczeń z wynikami obliczeń z użyciem MES jest publikacja Krasovskiyego, Marchenki i Schmidta [47] dotycząca ściskanych powłok walcowych obciążonych dodatkowo siłą skupioną przyłożoną do tworzącej w połowie wysokości powłoki. W publikacji Bisagniego i Cordisco [9] opisano badania dotyczące pokrytycznego zachowania się kompozytowych powłok walcowych. Badano powłoki ściskane oraz skręcane. Hur, Son, Kweon i Choi [40] porównali wyniki doświadczeń i obliczeń MES dla kompozytowych powłok walcowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym i siłą osiową pochodzącą od ciśnienia napierającego na podstawę powłoki. Obszernym opracowaniem zawierającym badania doświadczalne dla powłok walcowych, stożkowych, sferycznych i toroidalnych pod działaniem obciążeń prostych i złożonych jest książka Singera, Arbocza i Wellera [87].

Ważnym kierunkiem badań, z punktu widzenia praktycznych zastosowań, są analizy wpływu imperfekcji na obciążenie krytyczne. Przykładem podejścia analitycznego do tego typu analiz może być praca Życzkowskiego i Sobiesiaka [109] dotycząca wpływu imperfekcji geometrycznych na obciążenie krytyczne dla powłok walcowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym oraz praca Khamlichiego , Bezzaziego i Limama [45], w której analizowano ściskaną powłokę walcową z uszkodzeniem w postaci obwodowego rowka w połowie wysokości powłoki. Obecnie częściej spotyka się podejście numeryczne. W pracy Guggenbergera [29] zamodelowano imperfekcję jako pojedyncze, głębokie wgniecenie wzdłuż osi powłoki i zbadano jej wpływ na nośność powłoki walcowej obciążonej ciśnieniem zewnętrznym. Wpływ imperfekcji geometrycznych na obciążenia krytyczne dla powłok walcowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym badano w pracy Schneidera i Bredea [78] oraz w pracy Frano i Forasassiego [24], gdzie analizę MES uzupełniono wynikami badań doświadczalnych. Wyniki badań dotyczących pokrytycznej analizy zachowania się nieidealnych powłok osiowosymetrycznych o różnych kształtach można znaleźć w pracy Honga i Tenga [33]. Obszernym opracowaniem zawierającym analizę wrażliwości na imperfekcje i pokazującym jej wpływ na pokrytyczne ścieżki równowagi jest praca Songa,

Tenga i Rottera [88] dotycząca powłok walcowych ściskanych. Zadawane obciążenie ściskające rozłożono nierównomiernie na brzegach powłoki. Wpływ imperfekcji na przebieg pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłok cylindrycznych ściskanych i powłok sferycznych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym zbadano w pracy Kheyrkhahana i Peeka [46]. W literaturze spotyka się również prace zawierające analizę pokrytyczną powłok nieidealnych, posiadających różnego rodzaju uszkodzenia takie jak wycięte otwory w powierzchni powłoki. Wymienić tu można pracę Julliena i Limama [44], w której badano powłoki walcowe z uszkodzeniem w postaci prostokątnego wycięcia w pobocznicy oraz pracę Shariatiego i Rokhiego [80] zawierającą analizy MES i wyniki badań doświadczalnych dla powłok walcowych, ściskanych z uszkodzeniem w postaci otworu w kształcie elipsy. Ciekawą pracą jest również publikacja Wangna i Koizumiego [97] dotycząca powłoki walcowej obciążonej ciśnieniem zewnętrznym i posiadającej podłużną imperfekcję modelującą spoinę.

Omówione powyżej prace reprezentowały różne podejścia umożliwiające badanie pokrytycznego zachowania się powłok oraz wpływu imperfekcji geometrycznych na wartość obciążenia krytycznego i pokrytyczne ścieżki równowagi. Oprócz badań zjawisk występujących po utracie stateczności, prowadzone są badania, których celem jest zwiększanie obciążeń krytycznych przez zmianę geometrii powłok. Może być to realizowane przez dodanie uźebrowań. Krasovsky i Kostyrko [48] przeprowadzili szereg eksperymentów na ściskanych powłokach walcowych posiadających żebra umieszczone wzdłuż osi powłoki. Stosując podejście analityczne, a następnie analizę numeryczną Zeng i Wu [104] badali uźebrowane powłoki walcowe jednocześnie ściskane osiowo i obciążone ciśnieniem zewnętrznym. Uźebrowane powłoki walcowe pod działaniem obciążeń złożonych były również obiektem badań doświadczalnych Abramovicha, Singera i Wellera [1] oraz analiz numerycznych Lennona i Dasa [56]. Wzrost obciążeń krytycznych można również uzyskać zmieniając kształt powłoki. W pracy Błachuta [11] przeanalizowano numerycznie a następnie sprawdzono doświadczalnie jak zmiana kształtu powłoki z walca na baryłkę wpłynie na podniesienie obciążenia krytycznego dla powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym. Maksymalizacja obciążenia krytycznego dla powłok o kształcie baryłek obciążonych ciśnieniem zewnętrznym była celem pracy Kruzeleckiego i Trzeciaka [55]. W pracy zastosowano podejście analityczne. Barski i Kruzelecki [6] badali powłoki baryłkowe obciążone jednocześnie ciśnieniem zewnętrznym i momentem zginającym. Wykorzystując metodę symulowanego wyżarzania poszukiwano kształtu optymalnego pod względem maksymalizacji wartości obciążeń krytycznych. W pracy Jasiona i Magnuckiego [42]

poszukiwano zależności między promieniem krzywizny a ciśnieniem krytycznym dla powłoki baryłkowej obciążonej ciśnieniem zewnętrznym, przy zachowaniu stałej masy i objętości powłoki. W powyższych pracach nie analizowano stanów pokrytycznych optymalizowanych konstrukcji. Ciekawą pracą jest publikacja Jasiona [43] w której wykazano, że odpowiednia modyfikacja kształtu powłoki cylindrycznej pozwala nie tylko zwiększyć obciążenie krytyczne (ciśnienie zewnętrzne) ale także ustabilizować pokrytyczne ścieżki równowagi badanych powłok.

W ostatnich latach wiele prac poświęcono problematyce optymalizacji powłok kompozytowych oraz powłok wykonanych z materiałów gradientowych (FGM). Autorzy skupiają się głównie na optymalizacji pod kątem podnoszenia obciążeń krytycznych. Do typowych prac dotyczących powłok wykonanych z laminatów i zawierających analizy pokrytycznych ścieżek równowagi można zaliczyć publikacje Shena [83] i [84] dotyczące powłok walcowych obciążonych jednocześnie ciśnieniem zewnętrznym i ściskającym obciążeniem osiowym oraz pracę Shena [85], gdzie zbadano powłoki walcowe pod działaniem ciśnienia zewnętrznego i obciążeń cieplnych. Tafreshi i Bailey [90] badali kompozytowe powłoki walcowe pod działaniem obciążeń złożonych stanowiących różne kombinacje ściskania, skręcania, zginania i ciśnienie zewnętrzne. W pracy zbadano wpływ imperfekcji na obciążenie krytyczne oraz pokazano przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi badanych powłok. Kolejnymi pracami dotyczącymi powłok kompozytowych są publikacje Rahmana i Jansena [73] dotycząca powłok ściskanych. Shen i Xiang [86] badali powłoki jednocześnie ściskane i skręcane. W pracy Tafreshiego [89] zawarto wyniki doświadczeń numerycznych dla powłok jednocześnie ściskanych i obciążonych ciśnieniem wewnętrznym. Badane powłoki posiadały uszkodzenie w postaci otworu w poboczniczy. Analizę zjawiska stateczności dla ściskanych powłok wykonanych z materiałów gradientowych można znaleźć w pracach Huanga i Hana [37] i [38] oraz Li i Batra [57]. Powłoki walcowe wykonane z materiału FGM jednocześnie ściskane i obciążone ciśnieniem zewnętrznym były przedmiotem badań Huanga i Hana [39].

Szerokim opracowaniem dotyczącym optymalnego kształtowania elementów konstrukcyjnych z uwagi na zachowanie pokrytyczne jest praca Bochenka [14], w której autor wprowadza klasyfikację problematyki kształtowania konstrukcji z uwagi na zachowanie po utracie stateczności. Zaproponowana klasyfikacja uwzględnia różne formy utraty stateczności, różne możliwości wyboru funkcji celu optymalizacji pokrytycznego zachowania elementów konstrukcyjnych oraz różne możliwości wyboru ograniczeń. W pracy znaleźć można szereg rozwiązań problemów optymalnego kształtowania konstrukcji z uwagi na

zachowanie pokrytyczne. Optymalizacja konstrukcji z uwagi na zachowanie pokrytyczne była również tematem pracy Bochenka [12] oraz prac Bielskiego i Bochenka [7], [8]. Przykład podejścia analitycznego do optymalizacji z uwagi na pokrytyczne zachowanie się kolumn można znaleźć w pracach Bochenka i Życzkowskiego [18], [19], [20]. Bochenek i Foryś [15], [16] zastosowali metodę roju cząstek do optymalizacji kolumn i ram z uwagi na zachowanie pokrytyczne. Obszernym opracowaniem dotyczącym zagadnień optymalizacji stateczności konstrukcji, w tym również optymalizacji pokrytycznego zachowania się powłok, jest monografia Bochenka i Krużeleckiego [17]. W książce znaleźć można liczne przykłady rozwiązań problemów optymalizacji stateczności konstrukcji od kolumn, przez łuki, ramy do powłok. Ponadto zawiera ona obszerny przegląd literatury.

W pracy Bochenka i Krużeleckiego [13] zaproponowano nowe podejście do problemu kształtowania z uwagi na zachowanie pokrytyczne konstrukcji. Polega ono na poszukiwaniu wielkości dodatkowych obciążeń czynnych lub/i biernych (reakcji dodatkowych zamocowań), które spowodują określony sposób zachowania się konstrukcji po utracie stateczności, a więc stabilizację oryginalnie niestatecznej ścieżki równowagi. Podejście takie nie wymaga żadnych modyfikacji geometrii konstrukcji, stosowania uzebrowań, wzmocnień, itp. Zostało one nazwane *niestandardową* metodą stabilizacji. W pracy [13] problem taki dotyczący powłok pokazano na przykładzie układu prętowego o skończonej liczbie stopni swobody modelującego zachowanie rzeczywistej powłoki walcowej obciążonej ciśnieniem zewnętrznym. Pokazano tam, że metodą *niestandardową* można ustabilizować ścieżkę równowagi.

Liczba publikacji dotyczących stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi powłok, w tym powłok walcowych i stożkowych jest bardzo niewielka. Wymienić tu można zaledwie kilka prac. Król, Krużelecki i Trybuła [49] oraz Krużelecki i Król [50] badali możliwość stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi dla powłok cylindrycznych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym. W pracach stabilizowano pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok pracujących w zakresie sprężystym i sprężysto-plastycznym. W pracy Krużeleckiego i Trybuły [51] przez przyłożenie rozciągającej siły osiowej uzyskano stabilizację pokrytycznych ścieżek równowagi dla skręcanych powłok walcowych. Krużelecki i Trybuła [52] badali wpływ ciśnienia wewnętrznego na przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi dla walcowych powłok skręcanych. Stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi walcowych powłok skręcanych przez równoczesne przyłożenie osiowej siły rozciągającej i ciśnienia wewnętrznego była tematem pracy Krużeleckiego i Trybuły [53]. Praca Trybuły [91] dotyczyła skręcanych powłok walcowych stabilizowanych przez

przyłożenie obciążenia osiowego zadawanego w postaci wstępnego naciągu osiowego przez nałożenie na konstrukcję rozciągającego przemieszczenia osiowego u , a następnie zablokowaniu możliwości osiowego ruchu końców powłoki. W pracy Kruzeleckiego i Trybuły [54] sprawdzono możliwość stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym. Wyniki badań dotyczących podnoszenia obciążeń krytycznych oraz stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłok walcowych obciążonych jednocześnie ciśnieniem zewnętrznym i momentem skręcającym można znaleźć w pracy Trybuły [92]. Analizę wpływu ciśnienia wewnętrznego na zachowanie się zginanych powłok walcowych można znaleźć w pracy Lee, Limama, Corony i Kyriakidesa [58]. W pracy Houliary i Karamanosa [34] badano wpływ zarówno ciśnienia wewnętrznego jak i zewnętrznego na pokrytyczne zachowanie się zginanych powłok walcowych. W publikacji Mathona i Limama [66] dotyczącej zginanych powłok walcowych autorzy doświadczalnie badali wpływ ciśnienia wewnętrznego na stateczność i ścieżkę równowagi zginanej powłoki walcowej. Pokazani oni, że ciśnienie wewnętrzne oraz rozciągająca siła osiowa pochodząca z działania ciśnienia na dno powłoki cylindrycznej w znaczący sposób mogą podnieść wartość momentu krytycznego, a nawet ustabilizować pokrytyczną ścieżkę równowagi. Zatem praca [66] wnosi pewien argument uzyskany w doświadczeniu, za skutecznością *niestandardowej* metody stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi. Przytoczone powyżej nieliczne prace na temat stabilizacji ścieżek równowagi przez przyłożenie dodatkowego obciążenia ukazały się w ostatnich 10 latach. Zatem problematyka ta jest stosunkowo nowa, a zagadnienia związane z nią są mało rozpoznane. *Niestandardowa* stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi stanowi nowy kierunek badań podjęty w obecnej rozprawie.

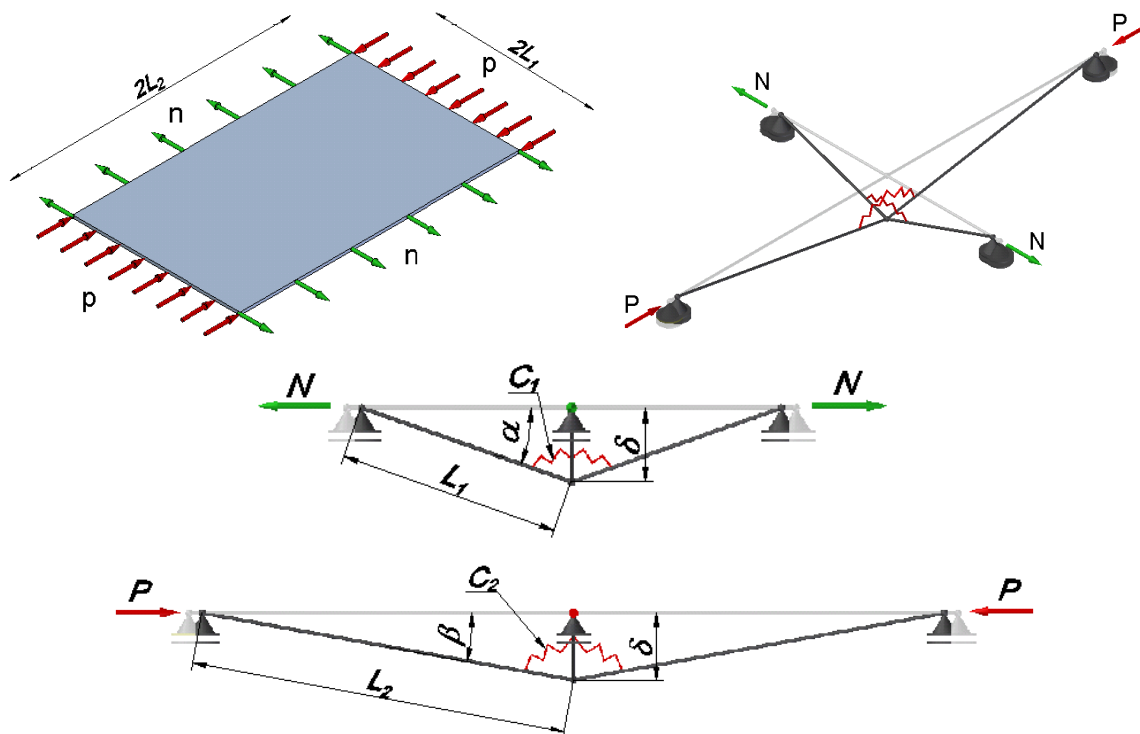
1.2 Koncepcja modyfikacji niestatecznych pokrytycznych ścieżek równowagi - przykłady wprowadzające

Problem modyfikacji ścieżek równowagi, w tym stabilizacji pokrytycznego zachowania się konstrukcji cienkościennych, można ująć analitycznie praktycznie tylko w przypadku zastąpienia rzeczywistych konstrukcji cienkościennych uproszczonymi modelami prętowymi. Pozwala to również na łatwiejsze śledzenie wpływu dodatkowych obciążeń stabilizujących i bezpośrednich skutków ich działania.

Poniżej zaprezentowane zostaną dwa przykłady takich prętowych modeli rzeczywistych konstrukcji cienkościennych pokazujące możliwości modyfikacji niestatecznej pokrytycznej ścieżki równowagi, mianowicie modelu płyty ściskanej, w której obciążenie stabilizujące przyłożono prostopadłe do obciążenia głównego oraz paneli walcowej obciążonej ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowanej rozciągającą siłą osiową.

1.2.1 Model płyty

Analizowana płyta podparta przegubowo na brzegach i obciążona jednokierunkowym ściskającym obciążeniem p przyłożonym w płaszczyźnie płyty, posiada stateczną pokrytyczną ścieżkę równowagi. Taką płytę zastępujemy prostym modelem prętowym o nieodkształcalnych prętach połączonych przegubowo, Rys. 1.1. Sztywność zginania płyty w ogólności różna w obu kierunkach, reprezentowana jest sprężynami o stałych C_i . Stosując podejście energetyczne sprawdzimy możliwość podniesienia obciążenia krytycznego oraz możliwość modyfikacji pokrytycznej ścieżki równowagi przy zastosowaniu rozciągającej siły działającej w kierunku prostopadłym do obciążenia głównego. W założonym modelu obciążenie ciągle wzdłuż krawędzi tarczy zastąpiono siłami skupionymi przyłożonymi do przesuwanych podpór prętów. Model oraz schemat obciążenia płyty pokazano na Rys. 1.1.



Rys. 1.1 Rzeczywista płyta i jej model prętowy

Na Rys. 1.1 przez P oznaczono obciążenie główne modelujące obciążenie ciągłe p działające wzdłuż dłuższych krawędzi płyty. Ciągłe obciążenie stabilizujące n zastąpiono siłą stabilizującą N , natomiast C_1 i C_2 są stałymi sprężyn modelującymi sztywność giętną konstrukcji. Całkowita energia potencjalna układu prętowego może być zapisana następująco

$$\Pi = \frac{1}{2}C_1(2a)^2 + \frac{1}{2}C_2(2b)^2 - 2PL_2(1 - \cos b) + 2NL_1(1 - \cos a) \quad (1.1)$$

Wykorzystując związki geometryczne

$$\sin a = \frac{L_2}{L_1} \sin b \quad (1.2)$$

$$\cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a} = \sqrt{1 - \frac{L_2^2}{L_1^2} \sin^2 b} \quad (1.3)$$

oraz warunek minimum energii

$$\frac{\partial \Pi}{\partial b} = 0 \quad (1.4)$$

otrzymujemy zależność wiążącą obciążenie główne P i kąt b - ścieżkę równowagi

$$P(b) = \frac{2C_1 \arcsin\left(\frac{L_2}{L_1} \sin b\right) \cos b}{L_1 \sin b \sqrt{1 - \frac{L_2^2}{L_1^2} \sin^2 b}} + \frac{2C_2 b}{L_2 \sin b} + \frac{NL_2 \cos b}{L_1 \sqrt{1 - \frac{L_2^2}{L_1^2} \sin^2 b}} \quad (1.5)$$

Po wprowadzeniu wielkości bezwymiarowych

$$p(b) = \frac{P(b)}{P_{kr}}, \quad \tilde{n} = \frac{N}{P_{kr}} \quad (1.6)$$

$$c_1 = \frac{C_1}{L_1 P_{kr}}, \quad c_2 = \frac{C_2}{L_2 P_{kr}} \quad (1.7)$$

gdzie:

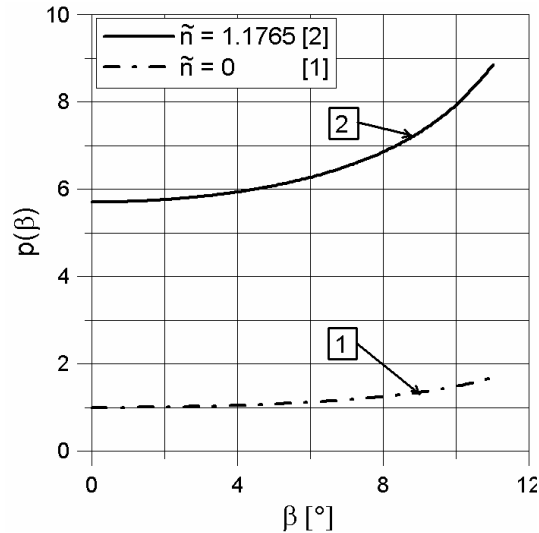
$$P_{kr} = \frac{2C_1 L_2}{L_1^2} + \frac{2C_2}{L_2} \quad (1.8)$$

oznacza obciążenie krytyczne dla modelu płyty bez obciążenia stabilizacyjnego

z (1.5) otrzymujemy

$$p(b) = \frac{2c_1 \arcsin\left(\frac{L_2}{L_1} \sin b\right) \cos b}{\sin b \sqrt{1 - \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \sin^2 b}} + \frac{2c_2 b}{\sin b} + \frac{\tilde{n} \frac{L_2}{L_1} \cos b}{\sqrt{1 - \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \sin^2 b}} \quad (1.9)$$

Na Rys. 1.2 pokazano dwie ścieżki równowagi. Obie ścieżki sporządzono dla następujących parametrów modelu: $L_2/L_1=4$, $c_1=0.1176$, $c_2=0.02941$, ($P_{kr}=85[N]$) i dwóch różnych wartości siły stabilizującej $\tilde{n} = 0$ (ścieżka 1) i $\tilde{n} = 1.1765$ (ścieżka 2).



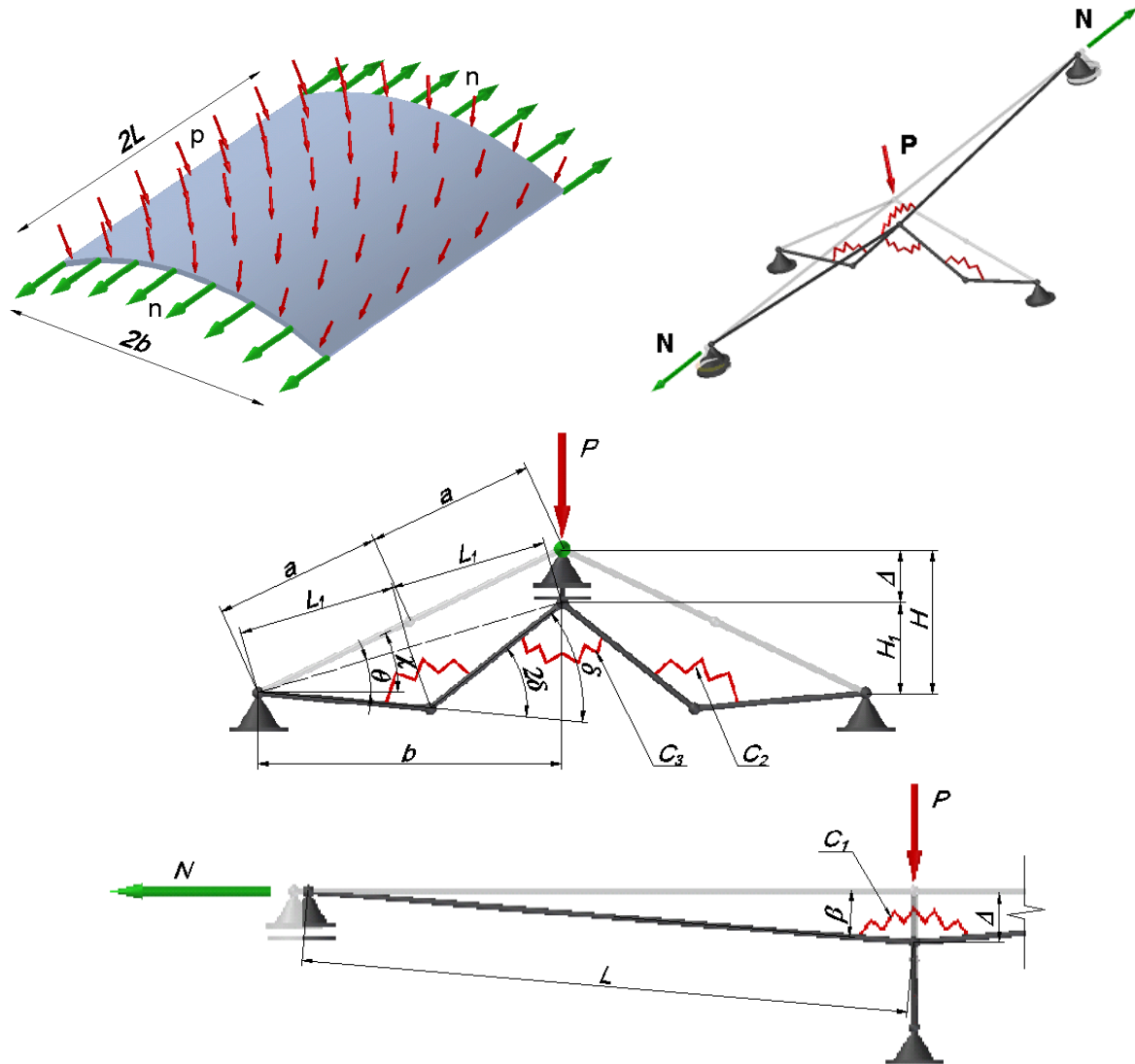
Rys. 1.2 Pokrytyczne ścieżki równowagi przed (1) i po (2) stabilizacji

Ścieżka równowagi (2) rozpoczyna się od znacznie wyższej wartości obciążenia p . Oznacza to wzrost wartości obciążenia krytycznego na skutek działania siły stabilizującej \tilde{n} , a zależność $p(\beta)$ ma charakter monotonicznie rosnący. Jednocześnie przebieg ścieżki równowagi dla $\tilde{n} \neq 0$ jest „bardziej stromy” w porównaniu z przebiegiem ścieżki równowagi (1). Oznacza to, że działanie dodatkowego obciążenia rozciągającego oprócz podniesienia wartości obciążenia krytycznego ma również charakter stabilizujący.

1.2.2 Model paneli

Kolejnym przykładem jest model mało wyniosłej paneli walcowej o stałej grubości ścianki, podpartej przegubowo nieprzesuwnie wzdłuż tworzących i przesuwnie wzdłuż równoleżników wyznaczających końcowe krawędzie konstrukcji. Panel obciążono równomiernym ciśnieniem zewnętrznym. Ścieżka równowagi dla tej konstrukcji jest niestateczna. Panel zamodelowano prostym, prętowym modelem kratowym o nieodkształcalnych prętach połączonych przegubowo. Dwa pręty podłużne modelujące cały południk paneli mają długość $2L$ natomiast równoleżnik zamodelowano dwoma prętami o długości $2a$, Rys. 1.3. Sprężyny o sztywnościach C_i wiążące sąsiednie pręty reprezentują

sztwywność zginania powłoki. Ciśnienie p zastąpiono siłą skupioną P działającą na centralny przegub modelu prętowego. Jako dodatkowe obciążenie stabilizujące pokrytyczną ścieżkę równowagi przyjęto rozciągające obciążenie n o charakterze rozciągającym działające na brzegi paneli. W modelu prętowym to stabilizujące obciążenie n zastąpiono siłą N przyłożoną do podpór prętów podłużnych (Rys.1.3).



Rys. 1.3 Rzeczywista panel i jej model prętowy

Na Rys. 1.3 przez P oznaczono obciążenie główne modelujące ciśnienie zewnętrzne p , N oznacza rozciągającą siłę stabilizującą natomiast C_1 , C_2 , C_3 są stałymi sprężyn modelującymi sztywność zginania konstrukcji. Całkowita energia potencjalna układu prętowego może być zapisana następująco

$$\Pi = 2 \frac{1}{2} C_2 (2d)^2 + C_3 (d + q - c)^2 + \frac{1}{2} C_1 (2b)^2 - 2Pa(\sin c - \cos d \sin q) + 2NL(1 - \cos b) \quad (1.10)$$

Wykorzystując związki geometryczne

$$\cos q = \frac{b}{2L_1} = \frac{2a \cos c}{2a \cos d} = \frac{\cos c}{\cos d} \quad (1.11)$$

$$\Delta = H - H_1 = 2a(\sin c - \cos d \cdot \sin q) = L \sin b \quad (1.12)$$

i wykonując proste przekształcenia, całkowita energia potencjalna układu prętowego może być wyrażona przez zadane wielkości geometryczne opisujące układ przed deformacją, przyłożone obciążenia, stałe sprężyste oraz niezależny kąt d opisujący stan przemieszczenia w układzie prętowym, mianowicie:

$$\begin{aligned} \Pi = & 2C_1 \left[\arcsin \left[\frac{2a}{L} G(c, d) \right] \right]^2 - 2PaG(c, d) + 4C_2 d^2 + C_3 \left(d + \arccos \left(\frac{\cos c}{\cos d} \right) - c \right)^2 \\ & + 2NL \left[1 - \sqrt{1 - \left[\frac{2a}{L} G(c, d) \right]^2} \right] \end{aligned} \quad (1.13)$$

gdzie kąt $c = \arcsin(H/2a)$ opisujący wyniosłość paneli jest stały i zależy od przyjętej geometrii. Dla skrócenia zapisu przyjęto:

$$G(c, d) = \sin c - \cos d \sqrt{1 - (\cos c / \cos d)^2} \quad (1.14)$$

Wykorzystując warunek minimum energii

$$\partial \Pi / \partial d = 0 \quad (1.15)$$

otrzymujemy zależność

$$\begin{aligned} P(d) = & 2C_1 \frac{\arcsin \left[\frac{2a}{L} G(c, d) \right]}{a \sqrt{2 \sin c (\sin c - G(c, d)) - \cos^2 d + 2 \cos^2 c - 1 + \frac{L^2}{4a^2}}} + 4C_2 \frac{d(\sin c - G(c, d))}{a \sin d} + \\ & + C_3 \frac{\sin c - G(c, d)}{a \sin d \cos d} \left(d + \arcsin \left(\frac{\cos c}{\cos d} \right) - c \right) \left(1 - \frac{\cos c \sin d}{\cos d \sqrt{\cos^2 d - \cos^2 c}} \right) + \\ & + 2N \frac{G(c, d)}{\sqrt{2 \sin c (\sin c - G(c, d)) - \cos^2 d + 2 \cos^2 c - 1 + \frac{L^2}{4a^2}}} \end{aligned} \quad (1.16)$$

a po wprowadzeniu wielkości bezwymiarowych

$$p(d) = \frac{P(d)}{P_{1cr}}, \quad \tilde{n} = \frac{N}{P_{1cr}} \quad (1.17)$$

$$c_1 = \frac{C_1}{aP_{1cr}}, \quad c_2 = \frac{C_2}{aP_{1cr}}, \quad c_3 = \frac{C_3}{aP_{1cr}} \quad (1.18)$$

gdzie:

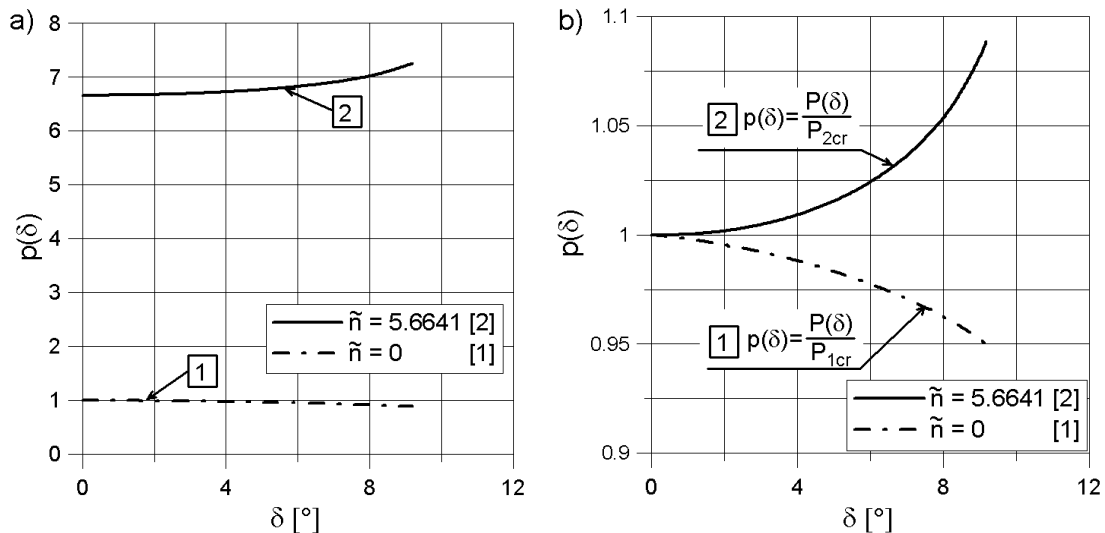
$$P_{1cr} = 4C_2 \frac{\sin c}{a} + C_3 \frac{\sin c}{a} \quad (1.19)$$

oznacza obciążenie krytyczne dla modelu płyty bez obciążenia stabilizacyjnego

z (1.16) otrzymujemy zależność

$$\begin{aligned} p(d) = & 2c_1 \frac{\arcsin\left[\frac{G(c,d)2a}{L}\right]}{\sqrt{2\sin c(\sin c - G(c,d)) - \cos^2 d + 2\cos^2 c - 1 + \left(\frac{L}{2a}\right)^2}} + 4c_2 \frac{d(\sin c - G(c,d))}{\sin d} + \\ & + c_3 \frac{\sin c - G(c,d)}{\sin d \cos d} \left(d + \arcsin\left(\frac{\cos c}{\cos d}\right) - c \right) \left(1 - \frac{\cos c \sin d}{\cos d \sqrt{\cos^2 d - \cos^2 c}} \right) + \\ & + 2\tilde{n} \frac{G(c,d)}{\sqrt{2\sin c(\sin c - G(c,d)) - \cos^2 d + 2\cos^2 c - 1 + \left(\frac{L}{2a}\right)^2}} \end{aligned} \quad (1.20)$$

opisującą pokrywającą ścieżkę równowagi w funkcji kąta d . Na Rys.1.4 pokazano odpowiednie ścieżki równowagi przed (1) i po stabilizacji (2) dla następujących bezwymiarowych parametrów modelu: $L/2a=0.5$, $c=10^\circ$, $c_1=0.5664$, $c_2=1.4160$, $c_3=0.0944$ oraz bezwymiarowej siły stabilizującej $\tilde{n} = 5.6641$. Dla zaprezentowania wyraźnej zmiany charakteru ścieżki pokrywającej pod działaniem siły stabilizującej \tilde{n} na Rys. 1.4b zastosowano różne wielkości odniesienia dla obu ścieżek. Przez P_{1cr} oznaczono obciążenie krytyczne dla paneli bez obciążenia stabilizującego natomiast P_{2cr} oznacza obciążenie krytyczne dla paneli z obciążeniem stabilizującym N . Obie wielkości wyznaczono z (1.20) odpowiednio dla $d = 0$ i $\tilde{n} = 0$ oraz $d = 0$ i $\tilde{n} = 5.6641$.



Rys. 1.4 Pokrytyczne ścieżki równowagi przed i po stabilizacji

Przykład ten pokazuje, że zastosowanie dodatkowego obciążenia „rozciągającego” może zarówno podnieść wartość obciążenia krytycznego konstrukcji jak i zmienić pokrytyczne niestateczne zachowanie się konstrukcji na zachowanie stateczne. Stanowi to najistotniejszy efekt tego ujęcia problemu i podejście to, nazwane w pracy *niestandardowym*, jest zaprezentowane i wykorzystywane w obecnej pracy.

1.3 Cel i zakres pracy

Celem pracy jest sprawdzenie i potwierdzenie możliwości *niestandardowego* sposobu stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłok walcowych i stożkowych. Ten *niestandardowy* sposób stabilizacji polega na przyłożeniu do badanych powłok odpowiednio dobranych dodatkowych obciążeń zewnętrznych o charakterze rozciągającym. Obciążenia te są przyłożone do konstrukcji przed obciążeniem jej obciążeniem głównym. Jako zewnętrzne obciążenie stabilizujące rozumiemy obciążenie zarówno o charakterze siłowym jak i przemieszczeniowym. W pracy przyjęto trzy sposoby realizacji obciążenia stabilizującego:

- obciążenie czynne (dodatkowa rozciągająca siła osiowa),
- obciążenie bierne (osiowe reakcje dodatkowych podpór),
- obciążenie „mieszane” (końcom powłoki zadawane są pewne osiowe przemieszczenia rozciągające, a następnie końce powłoki blokowane są w tym położeniu).

Zakres pracy obejmuje badanie możliwości stabilizacji ścieżek równowagi dla powłok cylindrycznych i stożkowych obciążonych w sposób prosty, a więc ciśnieniem zewnętrznym

lub momentem skręcającym oraz złożony tzn. kombinacją ww. obciążeń prostych. Analizie poddano powłoki o różnych stałych grubościach ścianki, długościach i kątach pochylenia tworzącej (w przypadku powłok stożkowych). Zbadano pokrytyczne zachowanie się powłok z materiału pracującego zarówno w zakresie sprężystym jak i sprężysto-plastycznym. W wyniku przeprowadzenia odpowiednich, geometrycznie nieliniowych analiz określone zostały zakresy minimalnych obciążeń stabilizujących pierwotnie niestateczne ścieżki równowagi dla wymienionych dwóch typów powłok.

Ze względu na brak narzędzi analitycznych o dużej sprawności umożliwiających dokładny opis pokrytycznego zachowania się powłok, problematyka ta jest jak do tej pory stosunkowo słabo zbadana. Pojawienie się na rynku wydajnych systemów do obliczeń MES oraz odpowiednio szybkich komputerów umożliwiło badanie pokrytycznego zachowania powłok w sposób numeryczny. Ten sposób został wykorzystany w obecnej pracy.

1.4 Sformułowanie niestandardowego problemu stabilizacji jako zadania optymalizacji

W obecnej pracy założono, że stabilizację pierwotnie niestatecznej, pokrytycznej ścieżki równowagi można uzyskać przez zastosowanie dodatkowych obciążeń (o różnym charakterze) przyłożonych do końców powłoki. Poszukiwać będziemy ich najmniejszej wartości powodującej stateczne pokrytyczne zachowanie się konstrukcji. Zatem problem niestandardowej stabilizacji ścieżki pokrytycznej możemy sformułować jako zadanie optymalizacji. Poszukujemy minimalnej wartości zadanego obciążenia stabilizującego L które prowadzi do stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi.

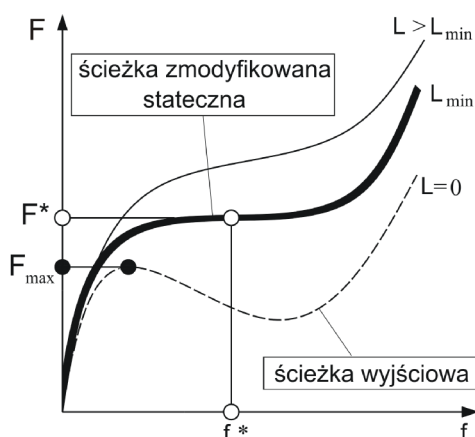
zminimalizować L

$$\text{przy warunkach } \frac{\partial F}{\partial f}(f^*, L) = \frac{\partial^2 F}{\partial f^2}(f^*, L) = 0 \quad (1.21)$$

gdzie F oznacza obciążenie główne powodujące utratę stateczności, f jest uogólnionym przemieszczeniem wybranego punktu na powierzchni środkowej powłoki natomiast L jest obciążeniem stabilizującym.

Przemieszczenie f^* , w równaniach (1.21), odpowiada poziomemu punktowi przegięcia na ścieżce równowagi (Rys 1.5). Warunki określone równaniami (1.21) eliminują możliwość utraty stateczności powłoki poprzez przeskok, co oznacza że udało się uzyskać stabilizację pokrytycznej ścieżki równowagi nawet w przypadku niestatecznej ścieżki równowagi dla

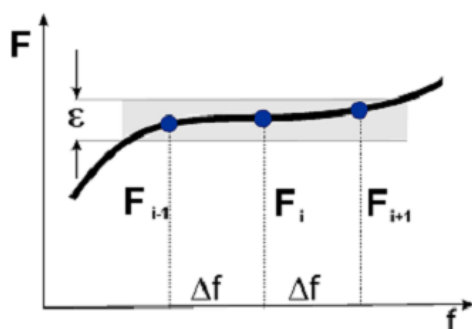
konstrukcji wyjściowej. Na Rys.1.5 pokazaną taką sytuację, gdzie grubą linią wyróżniono stabilną ścieżkę równowagi dla minimalnego obciążenia stabilizującego L_{min} .



Rys. 1.5 Pokryteczne ścieżki równowagi dla $L=0$ i $L \neq 0$

Powyzsze sformulowanie problemu optymalizacji zawiera jedną zmienną decyzyjną L i dwa równościowe warunki ograniczające, wyrażone równaniami (1.21), które nałożono na pokryteczny stan konstrukcji. Warunki te zapewnią stateczne zachowanie powłoki walcowej obciążonej obciążeniem głównym. Warunek stałej objętości materiału konstrukcji jest tutaj automatycznie spełniony ponieważ zaproponowane sformulowanie problemu optymalizacji nie zawiera zmian geometrii powłoki.

Ścieżka równowagi, otrzymana na drodze numerycznej w oparciu o analizę geometrycznie nieliniową, podana jest w postaci dyskretnych punktów. Dlatego też warunki (1.21) muszą być weryfikowane numerycznie dla każdego „ L_{Np} ” przy zastosowaniu metody różnic skończonych. Fragment ścieżki równowagi w otoczeniu poziomego punktu przegięcia pokazano na Rys. 1.6.



Rys. 1.6 Fragment pokrytecznej ścieżki równowagi w otoczeniu poziomego punktu przegięcia

Aby uzyskać poziomy punkt przegięcia na ścieżce równowagi, który jest warunkiem stabilizacji tej ścieżki dla $L = \min$, w otoczeniu punktu przegięcia musimy otrzymać równość wartości obciążenia głównego dla trzech kolejnych punktów w stałej odległości Δf na tej ścieżce, mianowicie:

$$F_{i-1} = F_i = F_{i+1} \quad (1.22)$$

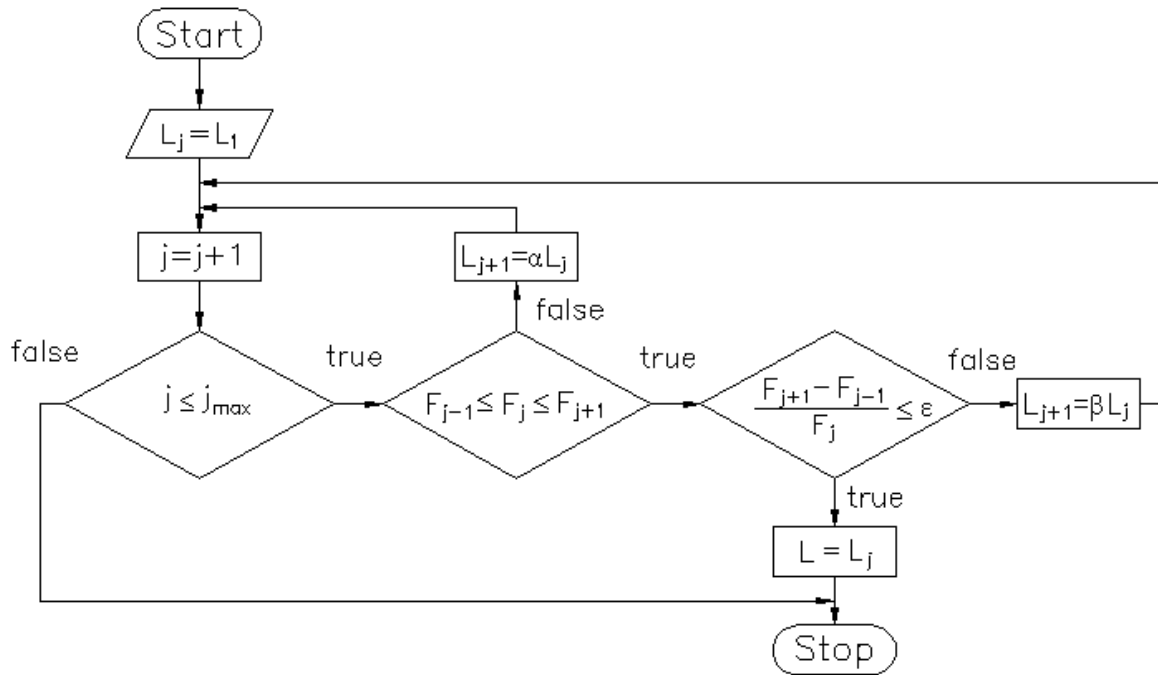
Równości te mogą być spełnione numerycznie z zadawalającą dokładnością jeśli spełnione zostaną następujące warunki:

$$F_{i-1} \leq F_i \leq F_{i+1} \quad (1.23)$$

$$(F_{i+1} - F_{i-1}) / F_i \leq \varepsilon \quad (1.24)$$

gdzie ε jest założoną małą tolerancją.

W celu znalezienia minimalnej wartości obciążenia stabilizującego L spełniającego warunki (1.23) i (1.24) użyto algorytmu, którego schemat blokowy zaprezentowano na Rys. 1.7. Na początku obliczeń zakłada się dowolną startową wartość obciążenia stabilizującego L i dla niej generuje się ścieżkę równowagi przy zastosowaniu systemu ANSYS. Następnie sprawdza się czy dla założonego obciążenia stabilizującego jest spełniony warunek (1.23). Jeśli warunek (1.23) nie jest spełniony, znaczy to, że ścieżka wciąż jest niestabilna i należy zwiększyć wartość obciążenia stabilizującego wg wzoru $L_{j+1} = aL_j$ ($a > 1$) i wygenerować nową ścieżkę równowagi dla nowego obciążenia stabilizującego L_{j+1} . Jeśli warunek (1.23) jest spełniony, sprawdza się warunek (1.24) gwarantujący uzyskanie poziomego punktu przegięcia z założoną dokładnością ε . Jeśli warunek (1.24) nie jest spełniony należy zmniejszyć wartość obciążenia stabilizującego wg wzoru $L_{j+1} = bL_j$ ($b < 1$) i wygenerować nową ścieżkę równowagi L_{j+1} . Procedurę powtarza się do chwili równoczesnego spełnienia warunków (1.23) i (1.24) lub osiągnięcia maksymalnej liczby iteracji j_{max} . W czasie procedury iteracyjnej warunki (1.23) i (1.24) są weryfikowane nie dla całej ścieżki ale tylko dla obszarów, gdzie przemieszczenia są już dostatecznie duże. W praktyce weryfikację rozpoczyna się dla przemieszczenia $f > \hat{f}$, gdzie \hat{f} zależy od typu obciążenia głównego, typu konstrukcji i jego wartość jest odpowiednio korygowana dla każdej iteracji L_j . Liczba iteracji algorytmu zależy od założonej wartości początkowej L_1 , oraz od wartości współczynników a i b . Zauważono, że dobrą zbieżność uzyskuje się przy wartościach współczynników $a=1.05$, $b=0.97$.



Rys. 1.7. Schemat blokowy algorytmu wyszukiwania optymalnej wartości obciążenia stabilizującego

Wyznaczenie pokrytycznej ścieżki równowagi przy użyciu systemu ANSYS 11 w zakresie nieliniowej analizy przemieszczeń wymaga wprowadzenia do geometrii powłoki niewielkiej wstępnej imperfekcji. Bez takiej imperfekcji system nie jest w stanie wygenerować ścieżki równowagi. Założono kształt imperfekcji zgodny z kształtem modu wyboczeniowego powłoki idealnej. Sprawdzone, że możliwość stabilizacji ścieżki nie zależy od wielkości amplitudy imperfekcji Δ . Natomiast zbieżność użytej w obliczeniach procedury „Arc-length”, podanej przez Riksa [74], oraz wartość obciążenia krytycznego zależą od amplitudy imperfekcji. Wielkość D została tak dobrana aby spadek wartości obciążenia krytycznego, w stosunku do rozwiązania dla powłoki idealnej, nie przekraczał 10 %. Uznano, że założona maksymalna dziesięcioprocentowa różnica to dobry kompromis między podanymi wyżej warunkami.

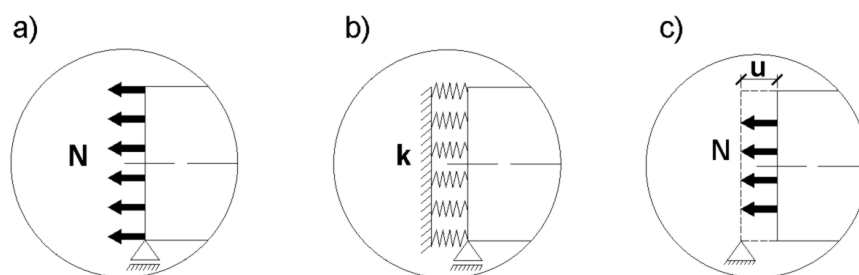
1.5 Warianty optymalnej stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi dla wybranych typów obciążeń

Stabilizację pokrytycznej ścieżki równowagi dla powłok cylindrycznych i stożkowych poddanych ciśnieniu zewnętrznemu lub/i skręcaniu można uzyskać na trzech różnych drogach schematycznie pokazanych na Rys 1.8, mianowicie:

- a) przez bezpośrednie przyłożenie do końców powłoki rozciągającej siły N , Rys 1.8a. To obciążenie nazwane jest tutaj siłą „aktywną”. Jej wartość nie zależy od obciążenia głównego podczas deformacji oraz nie zależy od samej deformacji powłoki. W tym przypadku poszukujemy minimalnej wartości siły osiowej ($L=N$) powodującej stabilizację pokrytycznej ścieżki równowagi.
- b) przez nałożenia dodatkowych ograniczeń na przemieszczenia osiowe końców powłoki, Rys 1.8b. Można to uzyskać przez dołączenie do końców powłoki sprężystych elementów o osiowej sztywności k i zablokowaniu możliwości ich osiowego ruchu. Te elementy sprężyste modelują sztywność osiową podpór. Podczas deformacji powłoki pod wpływem obciążeń zewnętrznych pojawia się siła osiowa – osiowa reakcja N , która nazywana jest tutaj siłą „bierną”. Jej wartość zależy od sposobu obciążenia, współczynnika Poissona ale przede wszystkim od deformacji powłoki. Zatem zmieniać się może w trakcie deformacji konstrukcji. Ze względu na formę odkształceń powłoki jej rozkład wzdłuż obwodu brzegu konstrukcji nie musi być równomierny, zależeć może od liczby fal obwodowych. W tym przypadku poszukujemy takiej minimalnej wartości sztywności k sprężystego elementu ($L=k$) (całkowicie zablokowany ruch końców powłoki oznacza $k \rightarrow \infty$), dla której otrzymuje się stabilizację podkrytycznej ścieżki równowagi.
- c) przez zastosowanie sposobu „mieszanego” zawierającego kombinację poprzednich dwóch typów obciążeń, Rys 1.8c. W wariantcie tym wstępny osiowy naciąg o pewnej dobieranej wartości uzyskuje się przez nałożenie na konstrukcję rozciągającego osiowego przemieszczenia u . Następnie blokuje się możliwość ruchu osiowego końców powłoki. Wówczas tak wstępnie napiętą powłokę obciąża się obciążeniem głównym (ciśnieniem lub/i momentem skręcającym). Pod wpływem obciążenia głównego powłoka musi „przenieść” dodatkową siłę bierną spowodowaną deformacjami konstrukcji. W tym przypadku pojawić się mogą

efekty omówione dla wariantu siły „biernej”. W tym wariantcie stabilizacji poszukujemy minimalnej wartości naciągu ($L = u$), który prowadzi, łącznie z siłą bierną, do stabilizacji ścieżki podkrytycznej.

Oprócz wymienionych powyżej wariantów stabilizacji podkrytycznej ścieżki równowagi rozważano możliwość stabilizacji ścieżki równowagi ciśnieniem wewnętrznym dla powłoki obciążonej momentem skręcającym.



Rys. 1.8 Sposoby wprowadzania osiowej siły rozciągającej

1.6 Metody analizy stanów pokrytycznych powłok

W analizie wyboczenia oraz stanów pokrytycznych powłok można stosować zarówno metody analityczne jak i metody numeryczne. Te pierwsze, takie jak metoda rozwinięcia w szeregi nieskończone, metoda Galerkina czy też energetyczna metoda Rayleigha-Ritza bardzo istotne we wcześniejszych badaniach tych problemów, w ostatnim okresie ustępują metodom numerycznym, w szczególności metodzie elementów skończonych.

1.6.1 Metody analityczne

Spośród wymienionych tutaj metod analitycznych analizy stanów krytycznych i pokrytycznych powłok szczególnie dużo rozwiązań podano w oparciu o metodę energetyczną Rayleigha-Ritza czy metodę ortogonalizacji Galerkina.

Stan równowagi układu konserwatywnego wygodnie jest ocenić za pomocą całkowitej energii potencjalnej P układu. Jest ona sumą energii potencjalnej odkształcenia sprężystego U_e i potencjału obciążenia U_f , który równy jest pracy obciążeń zewnętrznych L_f z przeciwnym znakiem

$$\Pi = U_e + U_f = U_e - L_f \quad (1.25)$$

Całkowita energia potencjalna układu nazywana jest klasycznym funkcjonałem teorii sprężystości w sensie rachunku wariacyjnego i może być zapisana w następujący sposób

$$\Pi(u_i) = \int_V U(\mathbf{e}_{ij}) dV - \int_{A_p} p_i u_i dA - \int_{S_p} [P_i^* u_i + M_i^* u_{,i}]_{x_p}^{x_k} ds \quad (1.26)$$

gdzie $U(\mathbf{e}_{ij})$ jest energia właściwą odkształcenia sprężystego, u_i oznacza składowe przemieszczenia, A jest polem powierzchni zewnętrznej ciała, A_p jest częścią powierzchni zewnętrznej obciążonej siłami p_i , V oznacza objętość ciała natomiast P_i^* oraz M_i^* są składowymi obciążeniami brzegów S_p powłoki. W równaniu (1.26) nie uwzględniono sił masowych. Odkształcenia e_{ij} i przemieszczenia u_i są ze sobą związane operatorami różniczkowymi. Dla dużych przemieszczeń związki te są nieliniowe a ich postać zależy od przyjętego stopnia dokładności. Równania takie można np. znaleźć w [28], [96] i nie będą one tutaj przytaczane. Dla sprężystej pracy powłoki, wprowadzając funkcję naprężeń f , która jednoznacznie określa stan naprężeń

$$s_x = f_{,yy}, \quad s_y = f_{,xx}, \quad s_{xy} = -f_{,xy} \quad (1.27)$$

oraz wykorzystując prawo Hooke'a, z wyrażenia na energię właściwą odkształcenia sprężystego, można wyeliminować przemieszczenia osiowe u i obwodowe v . Wówczas całkowita energia potencjalna dla powłoki walcowej zapisana może być następująco:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{H}{2E} \int_0^L \int_0^{2pR} [(f_{,xx} + f_{,yy})^2 - 2(1-\nu)(f_{,xx}f_{,yy} - f_{,xy}^2)] dx dy + \\ & + \frac{D}{2} \int_0^L \int_0^{2pR} [(w_{,xx} + w_{,yy})^2 - 2(1-\nu)(w_{,xx}w_{,yy} - w_{,xy}^2)] dx dy - \\ & - \int_0^L \int_0^{2pR} (p_x u + p_y v + p w) dx dy - \int_0^{2pR} [P_x^* u + P_y^* v + P_z^* w - M_x^* w_{,x} + M_y^* u_{,y}]_{x=0}^{x=L} dy \end{aligned} \quad (1.28)$$

gdzie pierwszy człon równaniu (1.28) przedstawia energię deformacji powierzchni środkowej, drugi energię zginania, człon trzeci pracę obciążeń powierzchniowych a człon ostatni pracę obciążeń brzegowych, przy czym P_x^* , P_y^* , P_z^* są składowymi obciążeniami zewnętrznymi, wszystkie liczone na jednostkę długości, a M_x^* i M_y^* są zewnętrznymi momentami przyłożonymi wzdłuż brzegu.

Całkowita energia potencjalna układu w stanie równowagi jest stacjonarna,

$$\delta \Pi = 0 \quad (1.29)$$

Oznacza to, że ze wszystkich pól przemieszczeń spełniających warunki brzegowe i warunki zgodności jedynie te, które spełniają warunki równowagi prowadzą do minimum funkcjonału Π .

W metodzie Rayleigha-Ritza najczęściej przyjmuje się rozwiązanie stanu przemieszczeń w formie szeregów o skończonej liczbie wyrazów, które musi spełniać przynajmniej kinematyczne warunki brzegowe. Dla przytoczonego tutaj wariantu zapisu potencjalnej energii powłoki walcowej, wyrażonej tylko przez jedno przemieszczenie w o kierunku promieniowym, stan przemieszczeń powierzchni środkowej przedstawiony być może następująco

$$w(x, y) = \sum_{i=0}^N f_i X_i(x) Y_i(y) \quad (1.30)$$

gdzie f_i oznaczają nieznane współczynniki szeregu. Zatem warunek (1.29) prowadzi do układu równań

$$\frac{\partial \Pi}{\partial f_i} = 0, \quad (i=0, 1, \dots, N) \quad (1.31)$$

które dla zadania liniowego bezpośrednio prowadzą do określenia obciążenia krytycznego (bifurkacyjnego), natomiast dla problemu nieliniowego, w przestrzeni obciążenie – przemieszczenie, prowadzą do opisu ścieżki równowagi (jeśli $w_0 \neq 0$ również z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych). Metodę Rayleigha-Ritza stosowano np. w pracach Hoffa, Madsena, Mayersa [32], Volmira [96], Almortha [36] do określania obciążeń krytycznych i pokrytycznego zachowania powłok, jak również do badania wpływu wstępnych imperfekcji na obciążenia krytyczne. Stosowano ją również do analizy powłok kompozytowych, np. Muc [67].

W pewnym sensie konkurencyjną metodą analityczną do opisanej tutaj metody Rayleigha-Ritza jest metoda Galerkin. Wykorzystując równania stateczności powłok (ich postać zależy od teorii i opisu) oraz przy wykorzystaniu przyjętego rozwiązania (1.30), w metodzie Galerkin zapisać możemy układ równań

$$\int_0^L \int_0^{2pR} L_1 \left[\sum_{i=0}^N f_i X_i(x) Y_i(y) \right] X_i Y_i dx dy = 0 \quad (1.32)$$

na współczynniki f_i , gdzie L_1 oznacza odpowiednie równanie różniczkowe. Dla liniowej teorii powłok z (1.32) wyznaczyć możemy obciążenie krytyczne natomiast dla zagadnień nieliniowych układ (1.32) prowadzi do określenia ścieżki równowagi, a więc do opisu pokrytycznego zachowania się konstrukcji. Metodę tę, między innymi, szeroko

stosował Yamaki [102] do określania stanów krytycznych i pokrywanych sprężystych powłok cylindrycznych przy różnych obciążeniach i sposobach podparcia. Pewne rozwiązania w oparciu o metodę Galerkina można znaleźć w pracach Ventsela i Krauthammera [95]. Metodę tę wykorzystali Magnucki i Ostwald [63] do wyznaczania obciążeń krytycznych i nieliniowych ścieżek równowagi dla powłok warstwowych.

Zaletą metod Rayleigha-Ritza oraz Galerkina jest możliwość uwzględnienia dowolnych warunków brzegowych poprzez przyjęcie odpowiedniej postaci rozwiązania (1.30). Istnieje również możliwość prowadzenia obliczeń dla dość dowolnych kształtów powłok (wymaga to zastosowania ogólniejszych równań niż podane powyżej). Metody te posiadają jednak dość istotne wady. Pierwszą z nich jest konieczność przeprowadzania bardzo czasochłonnych operacji różniczkowania i całkowania. Tutaj z pomocą mogą przyjść nowoczesne pakiety programów symbolicznych takich jak Maple czy Matlab. Dokładność oszacowania poszukiwanych wielkości zależy może w sposób istotny od doboru funkcji aproksymujących wektor przemieszczeń oraz od zastosowanej liczby wyrazów rozwinięcia w szeregi. Należy zatem sprawdzać poprawność rozwiązania poprzez odpowiednie testy numeryczne i ewentualnie poprzez porównanie z rozwiązaniami uzyskanymi za pomocą innych metod.

Najistotniejszą wadą powyższych metod, dla tego opracowania, jest ograniczenie stosowalności obu metod do sprężystego zakresu pracy konstrukcji. Przy analizie pracy powłok poza zakresem sprężystym trzeba zastosować odpowiednie równania i metody pozwalające uwzględnić efekty fizycznie nieliniowe. Stąd w ostatnim okresie metody analityczne są znacznie mniej eksploatowane. Obecnie w zagadnieniach stateczności powłok i w analizie pokrywanych tych konstrukcji najczęściej stosuje się MES, zazwyczaj wykorzystując istniejące i często bardzo rozbudowane systemy.

1.6.2 Metody numeryczne

Metody numeryczne stosowane w zagadnieniach stateczności powłok i w analizie stanów podkrytycznych tych konstrukcji sprowadzają się w praktyce do dwóch metod. Pierwsza z nich stosowana najczęściej do zagadnień liniowych to metoda różnic skończonych. W praktyce łatwiej ją zastosować do zagadnień kołowo symetrycznych, przy spełnieniu warunków kołowej symetrii zarówno pod względem geometrii powłok jak i działających na konstrukcję obciążeń. Wówczas zagadnienie najczęściej można sprowadzić

do problemu jednowymiarowego przez założenie okresowego rozwiązania wzdłuż zmiennej obwodowej y , mianowicie przez przyjęcie rozwiązania typu $w = X(x)\cos ny/R$. Dopuszcza ono brak kołowej symetrii „modów” wyboczeniowych i podkrytycznych deformacji powłok. W istocie takie podejście zastosował Bushnell w systemach BOSOR4 i BOSOR5 [21]. Pierwszy z nich pozwala tylko na analizę sprężystą stateczności konstrukcji kołowo-symetrycznych, natomiast drugi dopuszcza pracę takich konstrukcji w zakresie niesprężystym oraz konstrukcji wykonanych z materiałów wykazujących efekty reologiczne. Dla zagadnień geometrycznie nieliniowych możliwa jest tylko analiza do osiągnięcia wartości maksymalnej obciążenia na ścieżce równowagi.

MES należy uznać za metodę dającą znacznie szersze możliwości analizy w porównaniu z omówionymi powyżej metodami. Dobierając lub budując odpowiedni rodzaj elementu skończonego można w praktyce zastosować wybraną teorię powłok w analizie stateczności lub podkrytycznego zachowania się konstrukcji oraz uwzględnić sprężystą lub niesprężystą pracę konstrukcji. Zrobić to można dla każdej geometrii powłoki.

Obciążenie krytyczne dla zakresu sprężystego powłoki, odpowiadające utracie stateczności, otrzymuje się po linearyzacji podstawowego układu równań w ujęciu metody elementów skończonych wokół stanu równowagi i następnie rozwiązaniu równania z uwagi na wartości własne obciążenia krytyczne

$$\det(\mathbf{K}^0 + I_i \mathbf{K}^s) = 0 \quad (1.33)$$

gdzie \mathbf{K}^0 jest macierzą sztywności natomiast \mathbf{K}^s jest macierzą naprężeń początkowych, której składowe nie zależą od własności sprężystych analizowanego układu lecz tylko od geometrii oraz sił wewnętrznych. Z tego powodu macierz ta zwana jest również macierzą sztywności geometrycznej lub macierzą geometryczną. Wielkość I_i jest parametrem obciążenia krytycznego a indeks i oznacza kolejne wartości własne. W systemach MES stosowane są różne metody rozwiązywania równań (1.32) z uwagi na wartości własne i zazwyczaj pozwalają one na wyznaczenie wielu kolejnych wartości i stowarzyszonych z nimi form utraty stateczności.

W celu wyznaczenia pokrytycznych ścieżek równowagi dla badanych powłok najczęściej stosuje się metodę Newtona-Raphsona sprzężoną z metodą Riksa [74]. Pozwala to na uzyskanie pokrytycznej ścieżki równowagi nawet w przypadku jej niestatecznego przebiegu. Wymaga to jednak odpowiedniego doboru wielkości przyrostów obciążenia, doboru odpowiedniej dokładności rozwiązań i doboru innych, specyficznych dla wybranego systemu MES, parametrów sterujących procedurami rozwiązywania numerycznego równań.

Systemy MES pozwalają również na wprowadzenie do konstrukcji tzw. wstępnych imperfekcji geometrycznych różnych typów, włączając w to imperfekcje w postaci „modów” wybozeniowych z liniowej analizy stateczności powłok. Pozwala to na badanie wpływu wielkości wstępnych niedokładności geometrycznych na wartość górnego i dolnego obciążenia krytycznego jak i na formę i przebieg ścieżki równowagi w całym rozpatrywanym zakresie.

MES jest obecnie najpowszechniej stosowaną i najbardziej sprawną metodą numeryczną analizy konstrukcji, w tym wyznaczania obciążeń krytycznych jak też analizy pokrywanych zachowania się powłok sprężystych i niesprężystych. Biorąc również pod uwagę dostępność systemów MES i ich wysoką sprawność obliczeniową zdecydowano się w obecnej pracy na zastosowanie Metody Elementów Skończonych do rozwiązywania wszystkich postawionych zadań, mianowicie obliczenia wykonywano przy użyciu pakietu ANSYS.

1.7 Materiał powłoki i jego opis

Możliwości pakietu ANSYS w zakresie modelowania materiałów są bardzo duże. W pomocy systemowej programu opisanych jest kilkadziesiąt predefiniowanych modeli materiałów z czego dla wykorzystywanego w pracy do modelowania konstrukcji elementu powłokowego Shell 181 system ANSYS oferuje kilkanaście modeli materiałów. Na etapie budowania założeń dotyczących materiałów zdecydowano, że przebadane zostaną powłoki wykonane zarówno materiału sprężystego jak i wybranego modelu materiału niesprężystego. Materiałem rzeczywistym, który starano się zamodelować była stal.

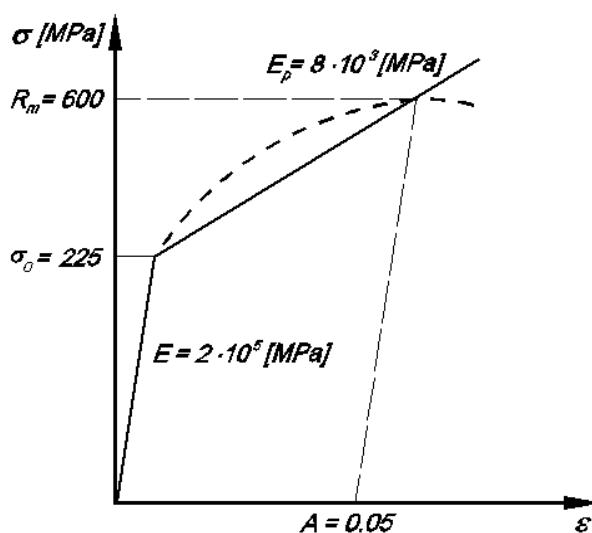
Wartości modułu Younga dla stali konstrukcyjnych dla temperatury pokojowej zmieniają się w niewielkim zakresie (rzędu kilku procent) w zależności od gatunku i oscylują wokół $E = 2 \cdot 10^5$ [MPa]. Współczynnik Poissona dla stali jest również w przybliżeniu stały i najczęściej wynosi $\nu = 0.3$. I takie wartości stałych materiałowych przyjęto do obu użytych modeli materiałów.

Decydując się na wybór konkretnego modelu materiału niesprężystego brano pod uwagę modele materiałów jednorodnych i izotropowych. Rozważano materiały ze wzmocnieniem izotropowym liniowym i nieliniowym oraz ze wzmocnieniem kinematycznym liniowym. Ostatecznie zdecydowano że wykorzystany zostanie materiał ze wzmocnieniem izotropowym, liniowym. Przeprowadzone testy polegające na porównaniu wyników obliczeń

z wynikami badań doświadczalnych (Yamaki [102]) pokazały, że wybrany model materiału dobrze opisuje zachowanie się materiału rzeczywistego.

Dla założonego modelu przyjęto warunek plastyczności Hubera-Misesa-Hencky'ego. Moduł Younga i współczynnik Poissona jest identyczny jak założony wcześniej dla materiału sprężystego (tj. $E=2 \cdot 10^5$ [MPa], $\nu=0.3$). Granica plastyczności $\sigma_0 = 225$ [MPa] odpowiada granicy plastyczności austenitycznej stali nierdzewnej 316L, bardzo dobrze spawalnej i powszechnie stosowanej na naczynia ciśnieniowe oraz cienkościennie ustroje nośne. Zakładając wydłużenie $A=0.05$ do osiągnięcia granicy wytrzymałości, oraz granicę wytrzymałości $R_m=600$ [MPa] dla założonej stali wyznaczono moduł wzmocnienia $E_p=8000$ [MPa].

Na Rys. 1.9 w układzie odkształcenie-napężenie przedstawiono graficznie model materiału sprężysto-plastycznego przyjętego do badań numerycznych.



Rys. 1.9 Model materiału do obliczeń w zakresie sprężysto-plastycznym

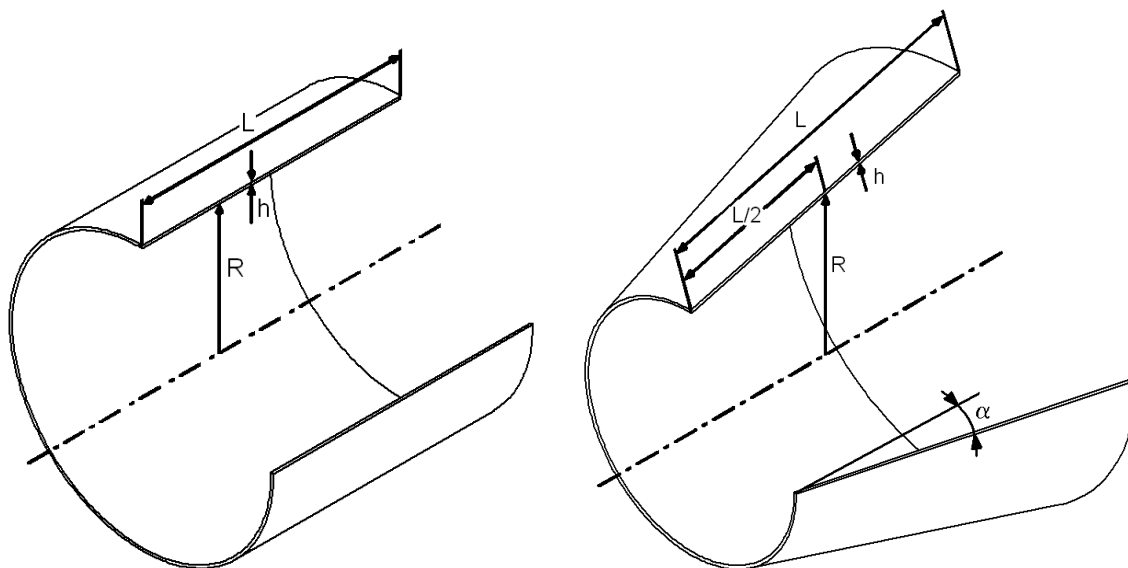
W zakresie plastycznym ANSYS wykorzystuje do obliczeń prawo plastycznego płynięcia Prandtla-Reussa.

2. Model MES wybranych powłok

Przedstawione w pracy analizy z zastosowaniem MES zostały wykonane przy użyciu programu ANSYS 11. Tak jak każdy system MES, ANSYS 11 wymaga odpowiedniego doboru parametrów takich jak: typ i rodzaj elementu, proporcje długości boków elementu, gęstość siatki, model materiału, itp. Należy je dobrać w taki sposób, aby przyjęty model nadawał się do analiz powłok poddanych działaniu wszelkich sposobów obciążeń rozpatrywanych w pracy, a więc dla powłok skręcanych, obciążonych działaniem ciśnienia zewnętrznego oraz tych dwóch rodzajów obciążeń działających jednocześnie. Ponadto przyjęty model MES winien nadawać się do analiz konstrukcji wykonanych z materiału sprężystego i sprężysto-plastycznego.

2.1 Geometria i warunki podparcia i obciążenia powłok

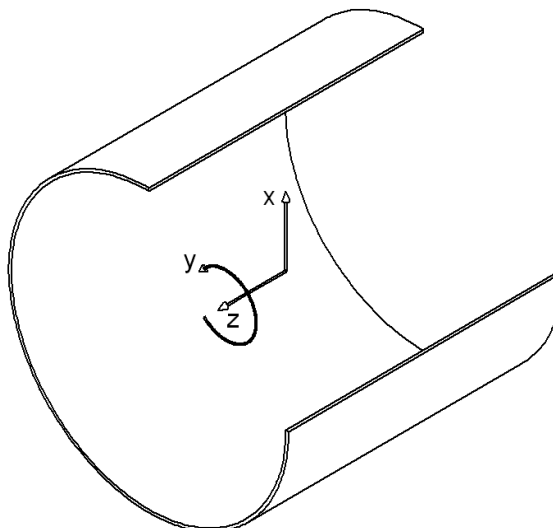
Na Rys. 2.1 zdefiniowano geometrię analizowanych powłok



Rys. 2.1 Geometria analizowanych powłok

W pracy analizowano powłoki walcowe i stożkowe. Geometrię badanych powłok w obu przypadkach zdefiniowano przy zastosowaniu bezwymiarowych parametrów L/R i h/R , gdzie L jest długością tworzącej, R średnim promieniem powłoki zaś h grubością powłoki.

Dodatkowym, wprowadzonym dla powłok stożkowych, parametrem jest kąt pochylenia tworzącej α . Dla badanych powłok parametr L/R zawierał się w granicach $1 \leq L/R \leq 2$. Parametr h/R zmieniał się w granicach $0.005 \leq h/R \leq 0.020$. Powłoki stożkowe analizowano dla trzech kątów pochylenia tworzącej $\alpha = 5^\circ, 15^\circ$ i 30° .



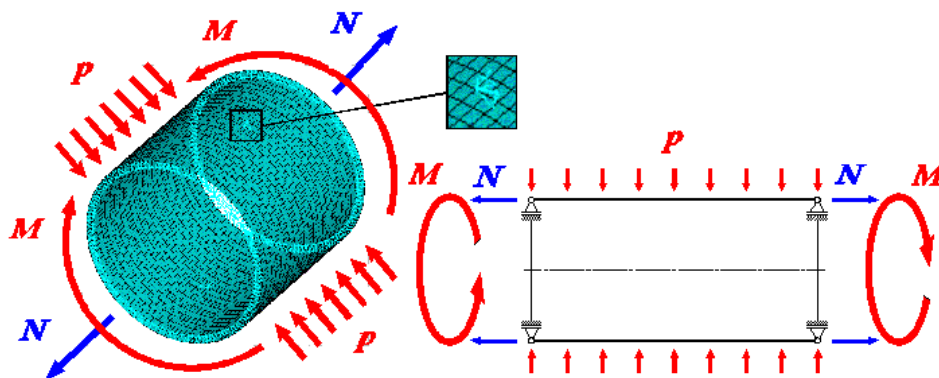
Rys. 2.2 Układ odniesienia dla analizowanych powłok

Powłoki analizowano w walcowym układzie współrzędnych. Środek układu współrzędnych umieszczono w osi badanych powłok, zawsze w połowie długości tworzącej jak na Rys. 2.2.

Badane konstrukcje różnią się warunkami podparcia. W zależności od kształtu, sposobu stabilizacji oraz ze względu na sposób podparcia wszystkie analizowane w pracy powłoki można podzielić na następujące grupy:

- powłoki walcowe stabilizowane siłą czynną,
- powłoki walcowe stabilizowane obciążeniem biernym,
- powłoki walcowe stabilizowane obciążeniem mieszanym,
- powłoki stożkowe stabilizowane siłą czynną z blokadą przemieszczeń osiowych na brzegu o mniejszej średnicy,
- powłoki stożkowe stabilizowane siłą czynną z blokadą przemieszczeń osiowych na brzegu o większej średnicy.

Na Rys. 2.3 pokazano sposób podparcia dla powłok walcowych stabilizowanych siłą czynną.



Rys. 2.3 Warunki podparcia i obciążenia powłok walcowych stabilizowanych siłą czynną

Powłoki walcowe stabilizowane siłą czynną podparto na obu brzegach przy użyciu podpór przegubowych, przesuwnych. Brzegom powłoki odebrano więc możliwość przemieszczania się w kierunku promieniowym. Mogą się one przemieszczać w kierunku osiowym i obwodowym. Program ANSYS wymaga odebrania możliwości ruchu analizowanej konstrukcji jako bryły sztywnej. W tym celu dwóm przeciwległym, umieszczonym w połowie długości węzłom siatki MES odebrano możliwość przemieszczania się w kierunku osiowym i obwodowym.

Formalnie, dla układu odniesienia jak na Rys. 2.2 warunki podparcia i obciążenia powłok w omawianym przypadku można zapisać:

$$U_x = 0 \quad \text{dla } z = \pm L/2 \quad (\text{dla wszystkich węzłów}) \quad (2.1)$$

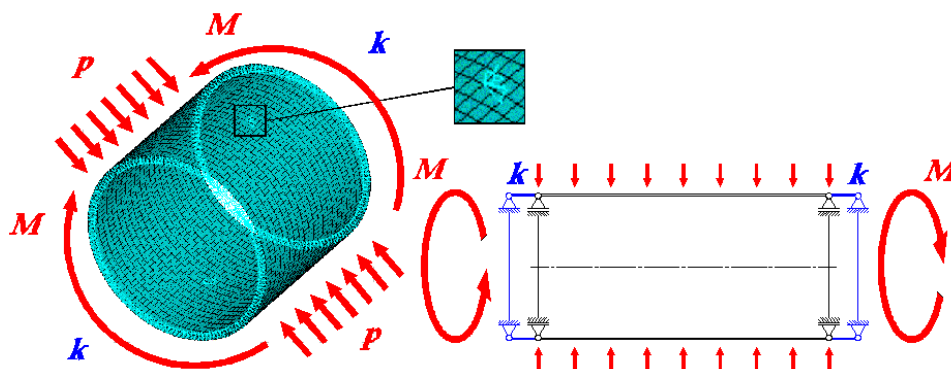
$$U_y = 0, U_z = 0 \quad \text{dla } z = 0 \quad (\text{dla dwóch wybranych węzłów}) \quad (2.2)$$

Sekwencja obciążania składa się z dwóch etapów. W pierwszym etapie obciążamy powłokę siłą stabilizującą o zadanej wartości, a następnie stopniowo przykładamy obciążenie główne. Miarą obciążenia stabilizującego dla stabilizacji siłą czynną jest parametr s zdefiniowany jako

$$s = \frac{\sigma_z}{\sigma_0} \quad (2.3)$$

gdzie σ_z jest naprężeniem osiowym pochodzącym od przyłożonej siły osiowej, zaś σ_0 jest naprężeniem odniesienia; dla każdego analizowanego przypadku $\sigma_0=225[\text{MPa}]$.

Schemat podparcia i obciążenia powłok walcowych stabilizowanych obciążeniem biernym pokazano na Rys. 2.4



Rys. 2.5 Warunki podparcia i obciążenia powłok walcowych stabilizowanych obciążeniem biernym

W wariacie stabilizacji obciążeniem biernym brzeży powłoki, podobnie jak w wariacie z czynną siłą stabilizującą, zamocowane są przy pomocy, przegubowych podpór w taki sposób, że odbiera się im możliwość przemieszczania w kierunku promieniowym, natomiast w kierunku osiowym podpory posiadają pewną podatność. W modelu obliczeniowym podatność podparcia w kierunku osiowym uzyskuje się przez zastosowanie dodatkowych powłok o średnim promieniu R i grubości h oraz module Younga takim jak w badanej powłoce z jednej strony połączonych z brzegami powłoki, a z drugiej strony wspartych na nieprzesuwnych podporach przegubowych jak na Rys. 2.5. Sztywnością podparcia, rozumiana jako odwrotność podatności, w kierunku osiowym sterujemy zmieniając długość l dodatkowych powłok. Miarą sztywności podpór, w niniejszej pracy, jest bezwymiarowy współczynnik sztywności k definiowany jako

$$k = \frac{k_d}{k_p} = \frac{\frac{2pRhE}{l}}{\frac{2pRhE}{L}} = \frac{L}{l} \quad (2.4)$$

gdzie k_p jest sztywnością badanych powłok, k_d sztywnością dodatkowych powłok, zaś l jest długością dodatkowych powłok.

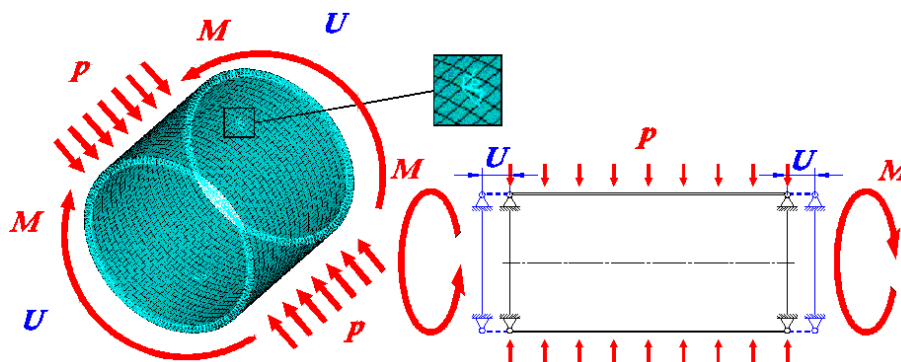
Podobnie jak w poprzednio omawianych przypadkach, aby wyeliminować możliwość ruchu powłoki jako bryły sztywnej odbieramy możliwość przemieszczania osiowego i stycznego (obrotu) dla dwóch przeciwległych węzłów siatki MES znajdujących się w połowie długości tworzącej.

Warunki zamocowania w układzie współrzędnych jak na Rys. 2.3 można w tym przypadku zapisać

$$U_x = 0 \quad \text{dla } z = \pm L/2 \quad (\text{dla wszystkich węzłów}) \quad (2.5)$$

$$U_y = 0 \quad \text{dla } z = 0 \quad (\text{dla dwóch wybranych węzłów}) \quad (2.6)$$

Warunki podparcia i obciążenia dla powłok walcowych stabilizowanych mieszanym wariantem obciążenia stabilizacyjnego pokazano schematycznie na Rys. 2.4.



Rys. 2.4 Warunki podparcia i obciążenia powłok walcowych stabilizowanych mieszanym wariantem obciążenia

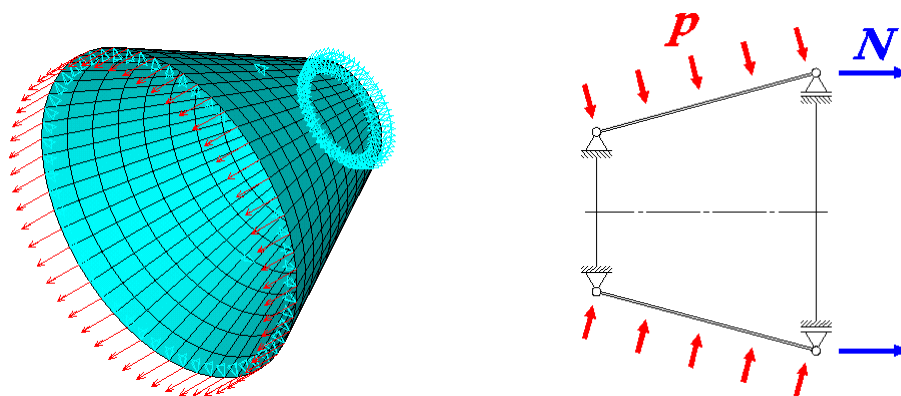
Różnica w sposobie podparcia powłok walcowych stabilizowanych obciążeniem mieszanym, w stosunku do omawianych wyżej powłok stabilizowanych siłą czynną, polega na zastosowaniu na brzegach powłoki przegubowych podpór nie przesuwnych w miejsce przesuwnych. Warunki zamocowania w układzie współrzędnych, jak na Rys. 2.2, można w tym przypadku zapisać

$$U_x = 0, U_z = U \quad \text{dla } z = \pm L/2 \quad (\text{dla wszystkich węzłów}) \quad (2.7)$$

$$U_y = 0 \quad \text{dla } z = 0 \quad (\text{dla dwóch wybranych węzłów}) \quad (2.8)$$

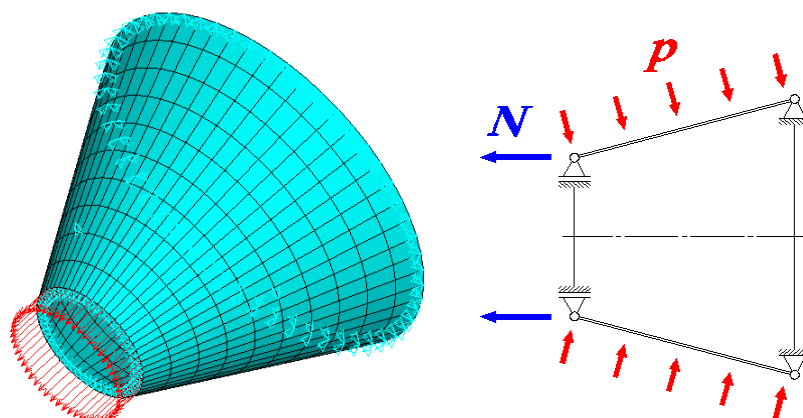
Obciążanie powłoki polega na zadaniu jej brzegom pewnego początkowego przemieszczenia U i zablokowaniu ich w tym położeniu. W ten sposób, podobnie jak w przypadku stabilizacji siłą czynną wprowadzamy dodatkowo naprężenie osiowe. Następnie przykładane jest obciążenie główne.

Osobnego omówienia wymagają warunki zamocowania i obciążenia powłok stożkowych. W przypadku powłok stożkowych analizowano powłoki obciążone ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowane siłą czynną. Dla powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym w kierunku osiowym powstaje siła o wartości będącej iloczynem ciśnienia i powierzchni rzutu pobocznic stożka na płaszczyznę normalną do osi stożka. W powłokach analizowanych w niniejszej pracy siłę tę przeniosą podpory umieszczone na jednym z brzegów powłoki. Zdecydowano, że obliczenia zostaną przeprowadzone dla dwóch wariantów zamocowania powłok. Pierwszy wariant (wariant A) pokazano na Rys. 2.6



Rys. 2.6 Wariant A podparcia i obciążenia powłok stożkowych

W wariantcie A zamocowania (Rys. 2.6) powłokę stożkową podparto przegubowo na brzegach, dodatkowo zablokowano możliwość przemieszczania się w kierunku osiowym dla brzegu o mniejszej średnicy. Zatem w tym przypadku dodatkowa siła osiowa N oraz siła osiowa wynikająca z działania ciśnienia mają te same zwroty.



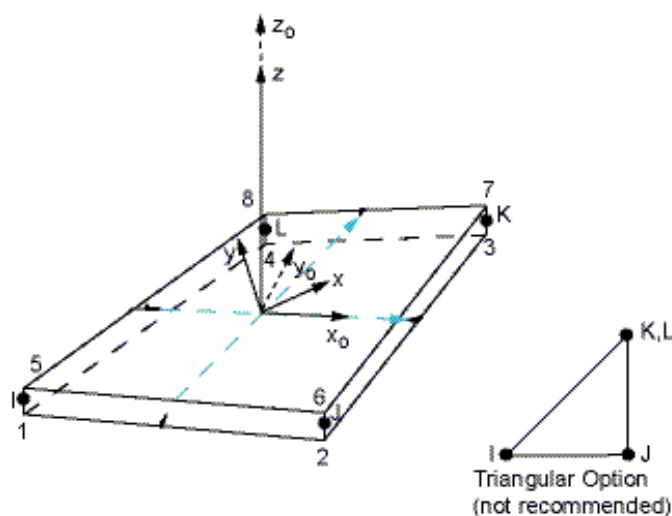
Rys. 2.7 Wariant B podparcia i obciążenia powłok stożkowych

W wariantcie B podparcia (Rys. 2.7) powłokę podobnie jak w wariantcie A podparto przegubowo na brzegach, przy czym możliwość przemieszczania się w kierunku osiowym odebrano powłoce przez zablokowanie możliwości ruchu brzegu o większej średnicy. Zatem w wariantcie B dodatkowa siła osiowa N i siła osiowa pochodząca od ciśnienia mają zwroty przeciwne.

Ostatni stopień swobody – możliwość obrotu wokół osi w obu sposobach zamocowania odebrano blokując możliwość przemieszczania się w kierunku stycznym dla dwóch przeciwległych węzłów umieszczonych w połowie długości tworzącej stożka.

2.2 Wybór elementu skończonego

Przy wyborze typu elementu skończone skupiono się na elementach powłokowych. Program ANSYS 11 oferuje kilkanaście tego typu elementów. Wybrany element musiał spełniać szereg wymagań, tj. umożliwiać analizę w zakresie nieliniowym zarówno geometrycznie jak i materiałowo oraz w przypadku obciążenia ciśnieniem obciążenie musiał śledzić deformację powłoki i być zawsze prostopadłe do jej powierzchni. W programie ANSYS 11 element Shell 181 spełnia te warunki. Na Rys. 2.8 pokazano geometrię użytego elementu.



Rys 2.8 Element powłokowy Shell 181

Shell 181 jest elementem czterowęzłowym, posiadający po sześć stopni swobody w każdym węzle oraz liniową funkcję kształtu.

2.3 Analiza zbieżności rozwiązań stateczności

W obliczeniach badanych powłok zdecydowano się zastosować siatkę regularną. Elementy siatki (po rozwinięciu) w przypadku powłok walcowych mają kształt prostokątów, zaś w przypadku powłok stożkowych kształt równoramiennych trapezów. Ze względu na dokładność i czas obliczeń bardzo ważny był optymalny dobór gęstości siatki. W tym celu przeprowadzono analizę zbieżności rozwiązań. Analiza polega na wyznaczeniu wartości obciążeń krytycznych dla poszczególnych przypadków geometrii powłok w zależności od gęstości siatki elementów skończonych. Uzyskane w ten sposób ciągi wartości są zbieżne do

pewnych wartości granicznych. Wartości graniczne do których zbiegają się wartości obciążeń krytycznych dla poszczególnych przypadków wyznaczono posługując się procedurą Aitkena [3]. Wyniki zestawiono w formie tabel i wykresów. Parametry siatek elementów skończonych uznane za optymalne wyróżniono pogrubioną czcionką w tabelach i zaznaczono liniami odniesienia na wykresach.

W Tabelach 2.1 do 2.6 przedstawiono wyniki badań zbieżności rozwiązań dla analizowanych w pracy geometrii powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym oraz momentem skręcającym. Oznaczeniom w tabelach odpowiadają:

N_O - liczba elementów rozmieszczonych w kierunku obwodowym,

N_L - liczba elementów rozmieszczonych w kierunku osiowym,

$N_E=N_O \cdot N_L$ - całkowita liczba elementów,

$p_{cr(Ansys)}$ – wyliczone ciśnienie krytyczne odpowiadające poszczególnym gęstościom siatek,

$M_{cr(Ansys)}$ – wyliczony moment krytyczny odpowiadający poszczególnym gęstościom siatek,

$p_{cr(gr)}$ – graniczne ciśnienie krytyczne wyznaczone procedurą Aitkena,

$M_{cr(gr)}$ – graniczny moment krytyczny wyznaczony procedurą Aitkena,

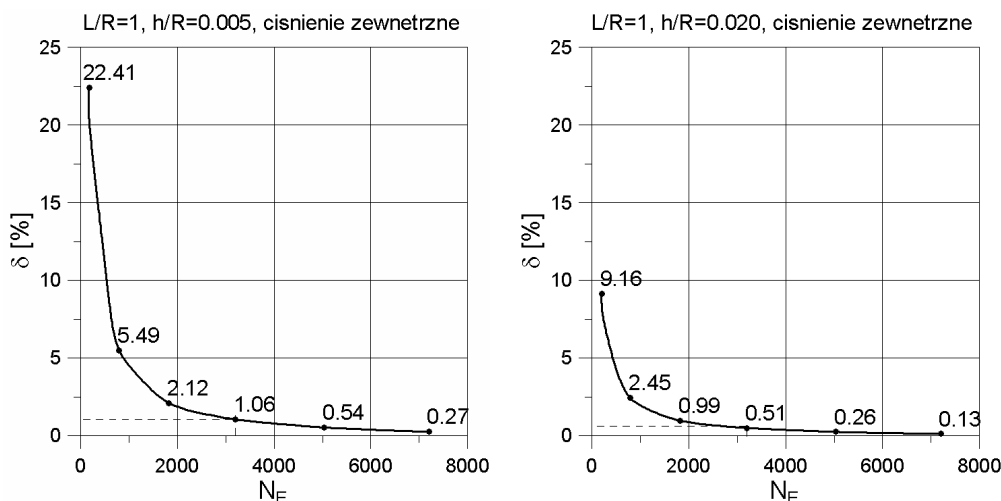
$d=[(p_{cr(Ansys)}-p_{cr(gr)})/p_{cr(gr)}] \cdot 100\%$ - błąd względny dla poszczególnych gęstości siatek w przypadku powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym,

$d=[(M_{cr(Ansys)}-M_{cr(gr)})/M_{cr(gr)}] \cdot 100\%$ - błąd względny dla poszczególnych gęstości siatek w przypadku powłok obciążonych momentem skręcającym,

Pogrubiona czcionką wyróżniono gęstości siatek przyjęte w pracy do obliczeń. Pod każdą z tabel umieszczono odpowiadające jej wykresy przedstawiające wpływ gęstości siatki na otrzymany błąd względny.

Tabela 2.1 – Wpływ gęstości siatki na błąd obliczeń dla powłoki walcowej o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ obciążonej ciśnieniem zewnętrznym

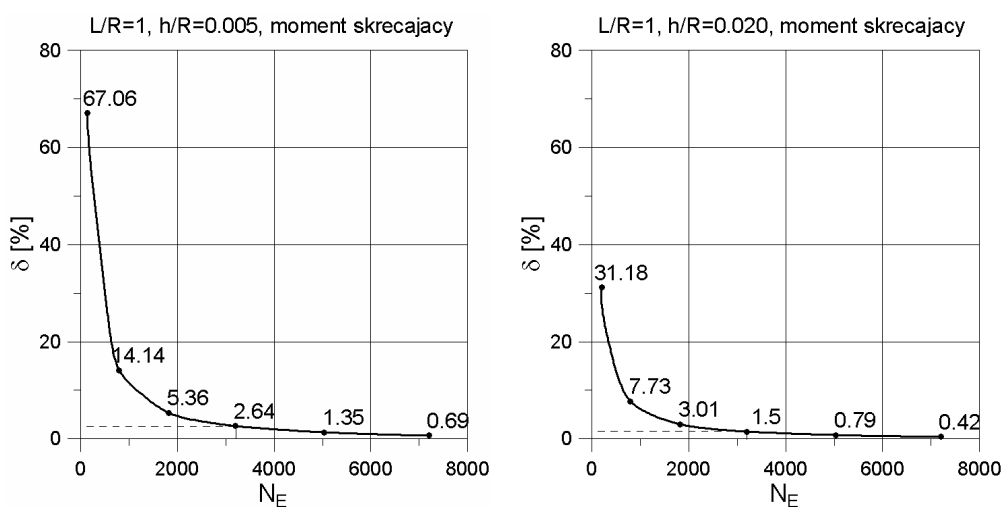
N_O	N_L	N_E	$L/R=1, h/R=0.005$			$L/R=1, h/R=0.020$		
			$P_{cr(Ansys)}$ [kPa]	$P_{cr(gr)}$ [kPa]	δ [%]	$P_{cr(Ansys)}$ [MPa]	$P_{cr(gr)}$ [MPa]	δ [%]
52	4	208	424.77	346.99	22.41	12.95	11.87	9.16
100	8	800	366.04		5.49	12.16		2.45
152	12	1824	354.36		2.12	11.98		0.99
200	16	3200	350.68		1.06	11.93		0.51
252	20	5040	348.86		0.54	11.90		0.26
300	24	7200	347.94		0.27	11.88		0.13



Rys 2.9 Wpływ gęstości siatki na błąd obliczeń dla powłoki walcowej o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ obciążonej ciśnieniem zewnętrznym

Tabela 2.2 – Wpływ gęstości siatki na błąd obliczeń dla powłoki walcowej o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ obciążonej momentem skręcającym

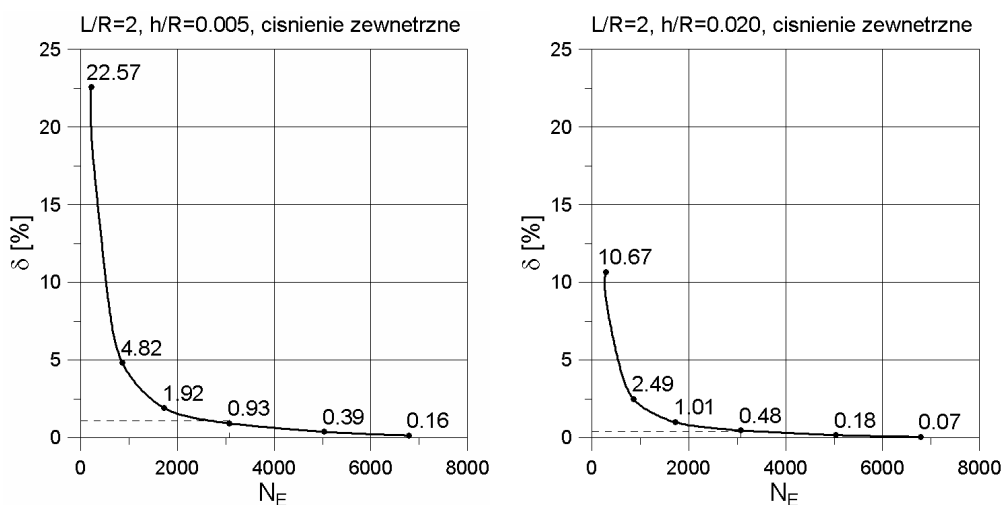
N_O	N_L	N_E	$L/R=1, h/R=0.005$			$L/R=1, h/R=0.020$		
			$M_{cr(Ansys)}$ [kNm]	$M_{cr(gr)}$ [kNm]	δ [%]	$M_{cr(Ansys)}$ [kNm]	$M_{cr(gr)}$ [kNm]	δ [%]
52	4	208	9880	5914	67.06	185328	141283	31.18
100	8	800	6750		14.14	152200		7.73
152	12	1824	6231		5.36	145540		3.01
200	16	3200	6070		2.64	143402		1.50
252	20	5040	5994		1.35	142404		0.79
300	24	7200	5955		0.69	141876		0.42



Rys 2.10 Wpływ gęstości siatki na błąd obliczeń dla powłoki walcowej o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ obciążonej momentem skręcającym

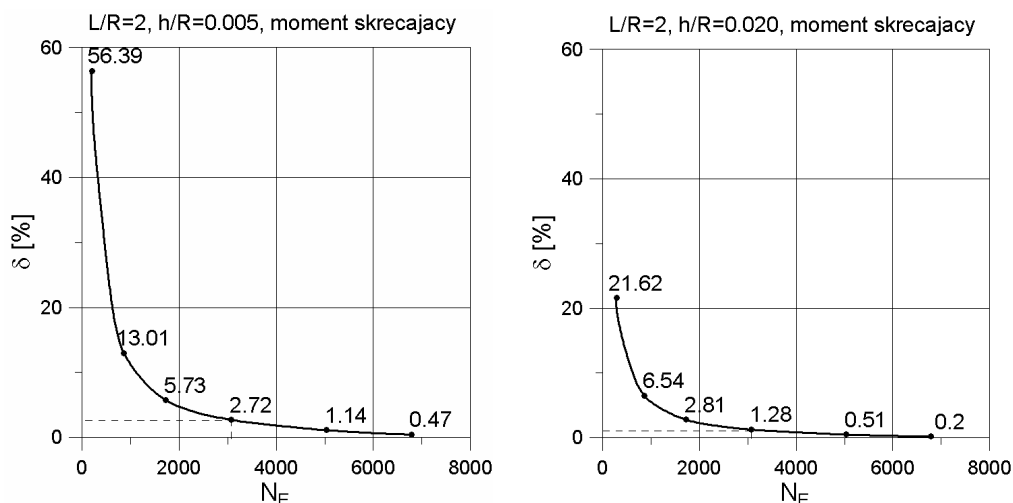
Tabela 2.3 – Wpływ gęstości siatki na błąd obliczeń dla powłoki walcowej o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ obciążonej ciśnieniem zewnętrznym

No	N _L	N _E	$L/R=2, h/R=0.005$			$L/R=2, h/R=0.020$		
			P _{cr(Ansys)} [kPa]	P _{cr(gr)} [kPa]	δ [%]	P _{cr(Ansys)} [MPa]	P _{cr(gr)} [MPa]	δ [%]
36	8	288	204.69	167.00	22.57	6.045	5.462	10.67
72	12	864	175.04		4.82	5.598		2.49
108	16	1728	170.20		1.92	5.517		1.01
140	22	3080	168.56		0.93	5.488		0.48
180	28	5040	167.65		0.39	5.472		0.18
212	32	6784	167.27		0.16	5.466		0.07

Rys 2.11 Wpływ gęstości siatki na błąd obliczeń dla powłoki walcowej o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ obciążonej ciśnieniem zewnętrznymTabela 2.4 – Wpływ gęstości siatki na błąd obliczeń dla powłoki walcowej o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ obciążonej momentem skręcającym

No	N _L	N _E	$L/R=2, h/R=0.005$			$L/R=2, h/R=0.020$		
			M _{cr(Ansys)} [kNm]	M _{cr(gr)} [kNm]	δ [%]	M _{cr(Ansys)} [kNm]	M _{cr(gr)} [kNm]	δ [%]
36	8	288	6609	4226	56.39	115308	94813	21.62
72	12	864	4776		13.01	101016		6.54
108	16	1728	4468		5.73	97479		2.81
140	22	3080	4341		2.72	96031		1.28
180	28	5040	4274		1.14	95299		0.51
212	32	6784	4246		0.47	95007		0.20

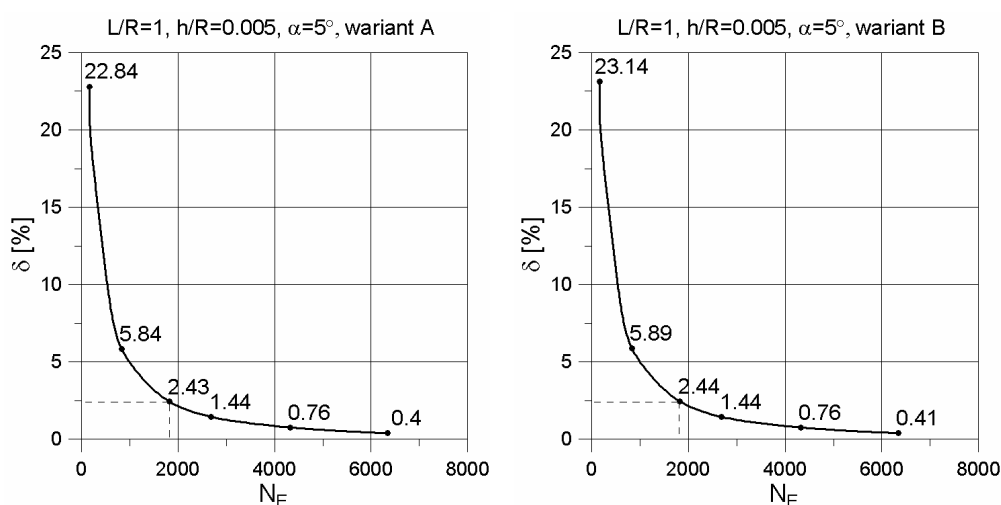
Niestandardowa metoda stabilizacji pokrywcznych ścieżek równowagi dla wybranych powłok osiowo symetrycznych



Rys 2.12 Wpływ gęstości siatki na błąd obliczeń dla powłoki walcowej o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ obciążonej momentem skręcającym

Tabela 2.5 – Wpływ gęstości siatki na błąd obliczeń dla powłoki stożkowej $L/R=1$, $h/R=0.005$, $\alpha=5^\circ$ obciążonej ciśnieniem zewnętrznym w wariantach zamocowania „A” i „B”

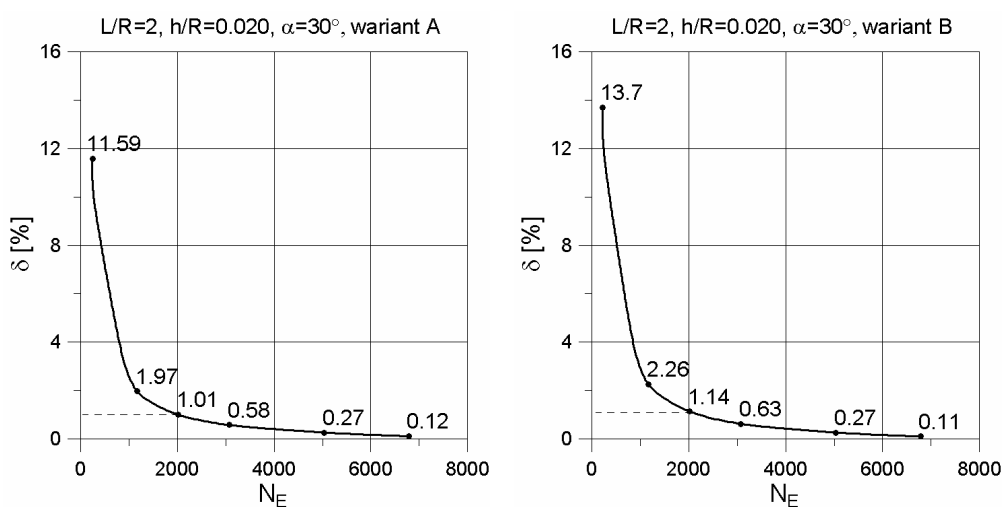
N_0	N_L	N_E	$L/R=1, h/R=0.005, \alpha=5^\circ, A$			$L/R=1, h/R=0.005, \alpha=5^\circ, B$		
			$P_{cr}(Ansys)$ [kPa]	$P_{cr}(gr)$ [kPa]	δ [%]	$P_{cr}(Ansys)$ [kPa]	$P_{cr}(gr)$ [kPa]	δ [%]
56	4	224	480.02	390.76	22.84	486.14	394.79	23.14
104	8	832	413.59		5.84	418.03		5.89
152	12	1824	400.24		2.43	404.44		2.44
192	14	2688	396.37		1.44	400.48		1.44
240	18	4320	393.73		0.76	397.81		0.76
288	22	6336	392.34		0.40	396.39		0.41



Rys 2.13 Wpływ gęstości siatki na błąd obliczeń dla powłoki stożkowej o parametrach geometrycznych $L/R=1$, $h/R=0.005$, $\alpha=5^\circ$ obciążonej ciśnieniem zewnętrznym w wariantach zamocowania „A” i „B”

Tabela 2.6 – Wpływ gęstości siatki na błąd obliczeń dla powłoki stożkowej $L/R=1$, $h/R=0.030, \alpha=30^\circ$ obciążonej ciśnieniem zewnętrznym w wariantach zamocowania „A” i „B”

No	N _L	N _E	L/R=2, h/R=0.020, α=30°, A			L/R=2, h/R=0.020, α=30°, B		
			Per(Ansys) [kPa]	Per(gr) [kPa]	δ [%]	Per(Ansys) [kPa]	Per(gr) [kPa]	δ [%]
36	8	288	5431	4867	11.59	5991	5269	13.70
84	14	1176	4963		1.97	5388		2.26
112	18	2016	4916		1.01	5329		1.14
140	22	3080	4895		0.58	5302		0.63
180	28	5040	4880		0.27	5283		0.27
212	32	6784	4873		0.12	5275		0.11



Rys 2.13 Wpływ gęstości siatki na błąd obliczeń dla powłoki stożkowej o parametrach geometrycznych $L/R=2, h/R=0.020, \alpha=30^\circ$ obciążonej ciśnieniem zewnętrznym w wariantach zamocowania „A” i „B”

Podobne do powyższych analizy przeprowadzono dla pozostałych przypadków analizowanych w pracy geometrii powłok stożkowych. Stwierdzono, że w każdym przypadku dla założonej siatki elementów błąd $\epsilon < 3\%$.

3. Sprężyste powłoki walcowe: stabilizacja pokrywanych ścieżek równowagi

W bieżącym rozdziale przeanalizowano możliwość stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi dla powłok walcowych obciążonych obciążeniem pojedynczym (prostym). Prosty sposób obciążenia polega na obciążeniu badanych powłok ciśnieniem zewnętrznym o kierunku normalnym do powierzchni powłok lub momentem skręcającym przyłożonym do jej brzegów. W pierwszym etapie do konstrukcji przykładano obciążenie stabilizujące o ustalonej wartości. Następnie stopniowo obciążano powłoki obciążeniem głównym budując jednocześnie ścieżki równowagi. Procedurę taką powtarzano dla kolejnych wartości obciążenia stabilizującego dobieranego zgodnie ze schematem zaprezentowanym w rozdziale 1.4, poszukując w ten sposób minimalnej wartości tego obciążenia, powodującej zmianę charakteru ścieżki równowagi z niestatecznej na stateczną. Możliwości stabilizacji ścieżek równowagi sprawdzono dla powłok wykonanych z materiału sprężystego. Dodatkowo, oprócz opisanych w rozdziale 1.5 trzech podstawowych wariantów stabilizacji (obciążenie stabilizujące czynne, bierne i mieszane), sprawdzono możliwość stabilizacji ścieżki dla sprężystej powłoki skręcanej stabilizowanej ciśnieniem wewnętrznym. Stabilizacji ścieżek towarzyszył zwykle wzrost wartości krytycznej obciążenia głównego. Wartość obciążenia głównego odpowiadającą poziomemu punktowi przegięcia na pokrywanej ścieżce równowagi dla skrócenia nazwano w pracy *obciążeniem punktu przegięcia*.

3.1 Powłoka sprężysta obciążona ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowana siłą czynną

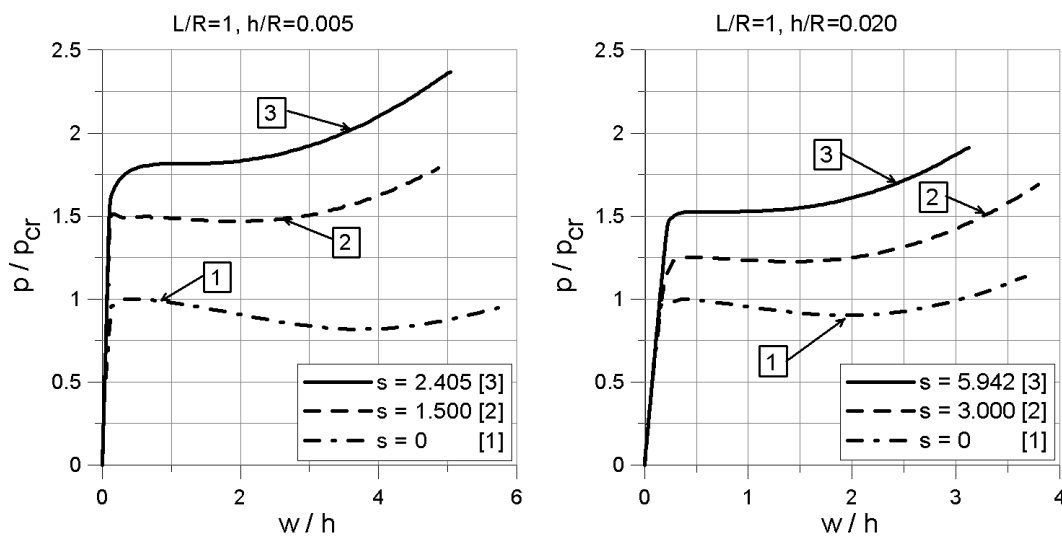
Rozważymy powłokę walcową o długości tworzącej L , promieniu R powierzchni środkowej i stałej grubości ścianki h , obciążoną ciśnieniem zewnętrznym p i podpartą przegubowo na obu końcach. Ścieżki równowagi dla wszystkich analizowanych przypadków wyznaczano w układzie: bezwymiarowe ciśnienie p/p_{cr} – bezwymiarowe przemieszczenie w/h , gdzie p oznacza aktualną wartość ciśnienia, p_{cr} wartość ciśnienia maksymalnego (krytycznego) na ścieżce równowagi dla powłoki z imperfekcją bez dodatkowego obciążenia stabilizującego, w jest przemieszczeniem radialnym wybranego punktu na powierzchni środkowej powłoki, natomiast h oznacza grubość ścianki powłoki. Przemieszczenia

powierzchni powłoki są różne w różnych miejscach. Punkt na powierzchni środkowej powłoki, którego przemieszczenie śledzono, dobierano tak, aby znajdował się on w miejscu gdzie deformacja powłoki jest największa. Bezwymiarowe obciążenie stabilizujące s zdefiniowano jako iloraz naprężenia osiowego powłoki pochodzącego od stabilizującej siły osiowej i naprężenia odniesienia o założonej wartości.

$$s = \frac{\sigma_z}{\sigma_0} = \frac{N}{2pRh\sigma_0} \quad (3.1)$$

gdzie przyjęto, że

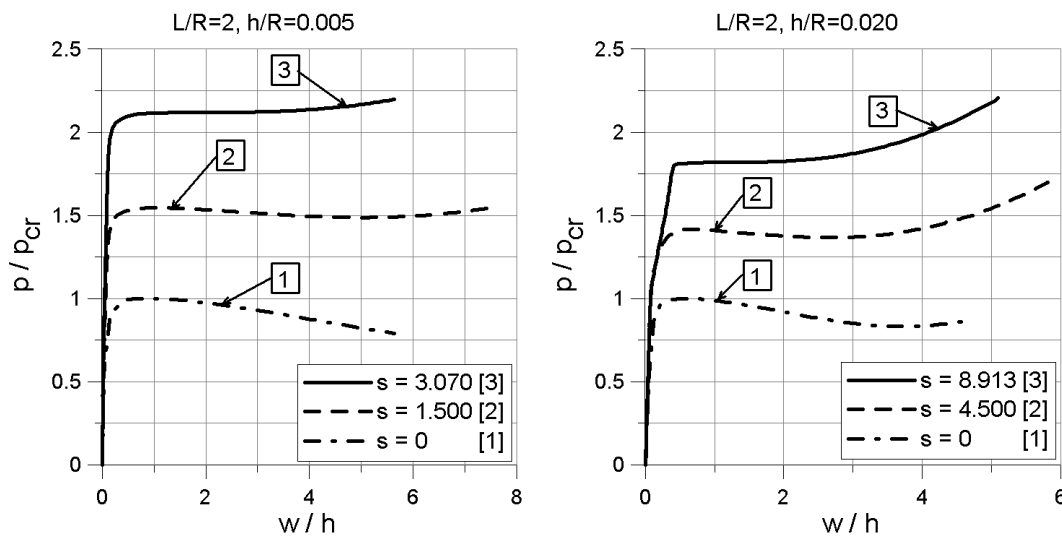
$$\sigma_0 = 225[\text{MPa}]$$



Rys. 3.1 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrze geometrycznym $L/R=1$ i dwóch różnych grubościach: $h/R=0.005$ i $h/R=0.02$

Rys. 3.1 przedstawia wykresy pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłoki o bezwymiarowej długości $L/R=1$ i dwóch grubościach ścianki. Linia punktową (1) zaznaczono pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok bez obciążenia stabilizującego. Ścieżki te posiadają wyraźne maksimum lokalne, po osiągnięciu którego następuje przeskok do nowego położenia równowagi. Linie przerywane (2) przedstawiają pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok obciążonych obciążeniem stabilizującym o wartości mniejszej niż wartość minimalna, wymagana do stabilizacji ($s < s_{stab}$). Po przyłożeniu obciążenia osiowego mniejszego od stabilizującego, ciśnienie krytyczne wyraźnie się podniosło, natomiast zmniejszyła się różnica między górnym i dolnym ciśnieniem krytycznym. Zatem przebieg ścieżek równowagi jest korzystniejszy nawet już w tym przypadku. Przeskokowi, który towarzyszy przejściu przez obciążenie maksymalne odpowiadają mniejsze przemieszczenia

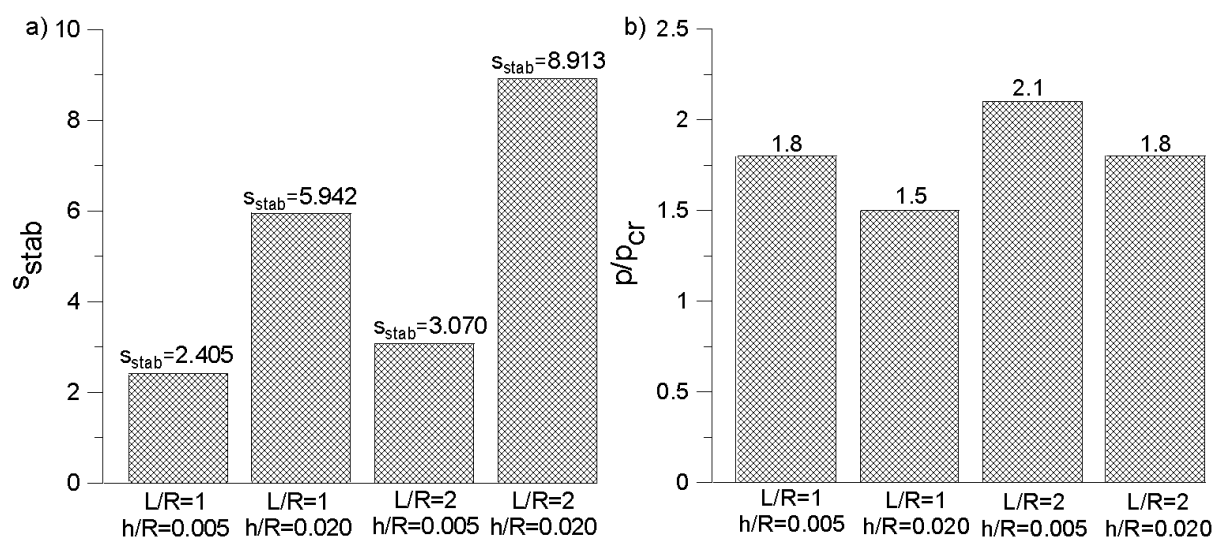
promieniowe powłoki. Linia ciągłą (3) zaprezentowano pokrywające ścieżki równowagi dla powłok obciążonych obciążeniem stabilizującym o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji (s_{stab}). Dla rozważanej tutaj powłoki najgrubszej $h/R=0.020$ przyłożone obciążenie stabilizujące ma największą wartość, a *obciążenie punktu przegięcia*, które jest odpowiednikiem obciążenia krytycznego, osiąga najmniejszy przyrost (około 55%) w porównaniu z powłokami o mniejszych grubościach. Dla powłoki najcieńszej ($h/R=0.005$) stabilizacja ścieżki równowagi osiągana jest przy najmniejszej osiowej sile stabilizującej, jednocześnie wzrost *ciśnienia punktu przegięcia* osiąga tutaj aż około 85%.



Rys. 3.2 Pokrywające ścieżki równowagi dla powłok o parametrze geometrycznym $L/R=2$ i dwóch różnych grubościach: $h/R=0.005$ i $h/R=0.02$

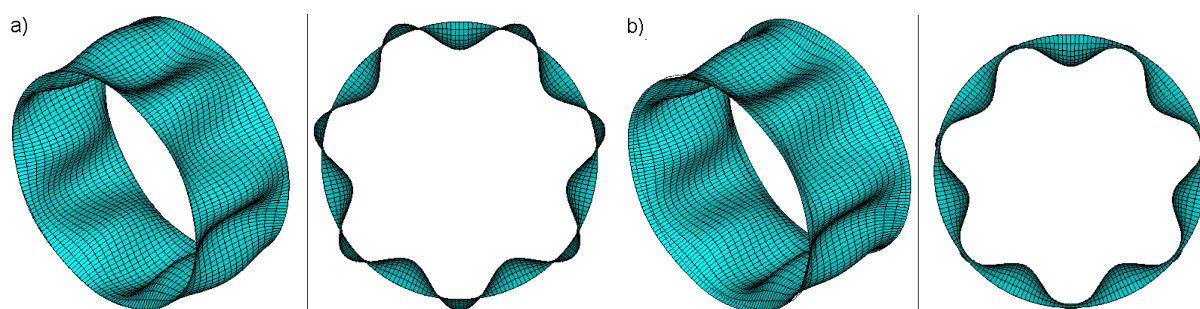
Ścieżki pokrywające dla powłoki dłuższej o bezwymiarowej długości $L/R=2$ pokazano na Rys. 3.2. Oznaczenia oraz typy poszczególnych linii są identyczne jak w przypadku omówionych wcześniej powłok „krótkich”. Wartości obciążenia stabilizującego, podobnie jak w przypadku powłok o parametrze geometrycznym $L/R=1$ są znacznie wyższe dla powłoki grubszej. W przypadku powłok, których ścieżki równowagi zaprezentowano na Rys. 3.2 obciążenie stabilizujące o wartości niższej niż minimalna, wymagana do stabilizacji (krzywe (2)) dobrano tak, aby jego wartość stanowiła w przybliżeniu 50% wartości obciążenia stabilizującego dla krzywych (3). Z porównania krzywych (2) i (3) wynika, że wzrost obciążenia krytycznego towarzyszący przyłożonym obciążeniom stabilizującym jest w przybliżeniu proporcjonalny w badanym zakresie obciążeń do wartości obciążeń stabilizujących. Na Rys. 3.3a, w formie histogramu, przedstawiono zależność wartości minimalnego obciążenia stabilizującego niezbędnego do stabilizacji pokrywającej ścieżki

równowagi ($s = s_{stab}$) od geometrii powłoki. Stwierdzono, że obciążenie s_{stab} wzrasta ze wzrostem grubości oraz długości powłoki. Wpływ wzrostu długości powłoki jest jednak bardziej wyraźny niż wpływ wzrostu grubości ścianki. Z danych przedstawionych na Rys. 3.3 wynika, że dwukrotny wzrost długości powłoki spowodował 50% wzrost obciążenia stabilizującego s_{stab} w przypadku powłoki „grubszej” oraz około 28% w przypadku powłoki „cieńszej”. Czterokrotny wzrost grubości ścianki spowodował 247% wzrost obciążenia s_{stab} w przypadku powłoki „krótszej” oraz około 290% w przypadku powłoki „dłuższej”. Rys. 3.3b przedstawia wartości bezwymiarowego ciśnienia punktu przegięcia p/p_{cr} odpowiadające przyłożonym obciążeniom stabilizującym s_{stab} .



Rys. 3.3 Zależność obciążenia stabilizującego s od grubości powłoki

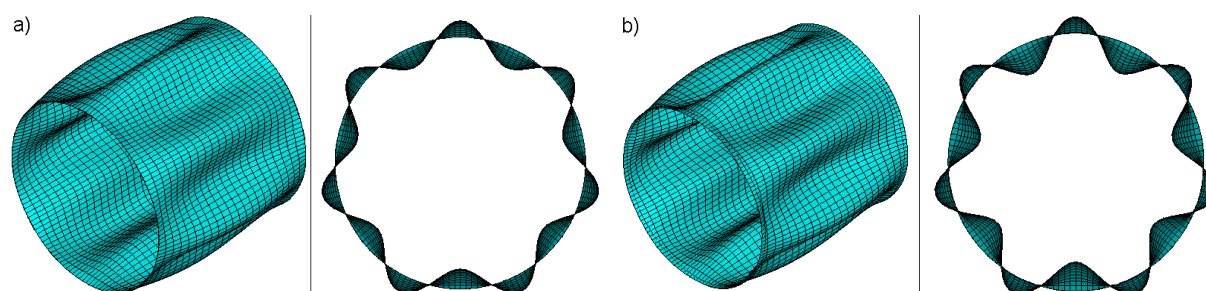
Na Rys. 3.4 pokazano formy wyboczenia powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.02$. Na Rys. 3.4a pokazano dwa rzuty zdeformowanej powłoki bez obciążenia stabilizującego, na Rys. 3.4b dwa analogiczne rzuty powłoki z przyłożonym obciążeniem stabilizującym o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji ($s=5.942$).



Rys. 3.4 Forma wyboczenia powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.02$

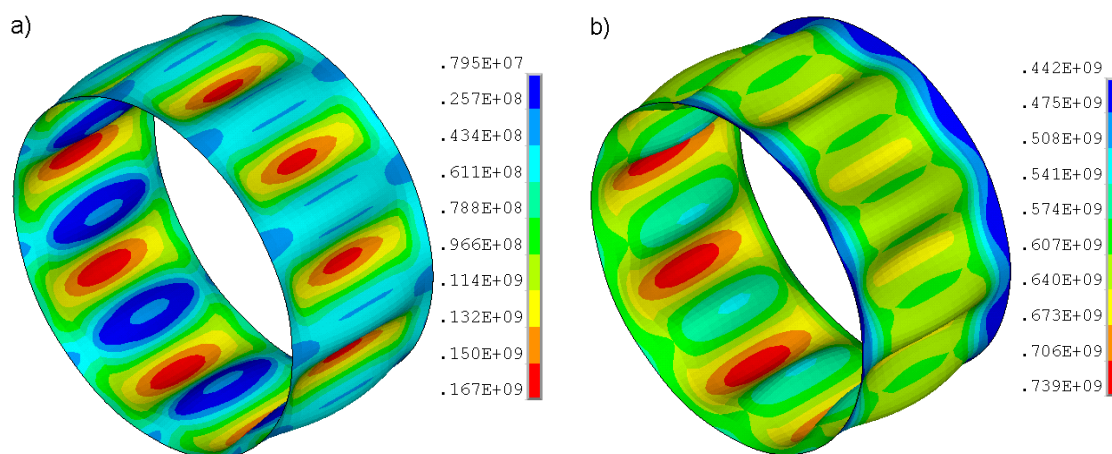
Liczba fal obwodowych modu wyboczeniowego z obciążeniem stabilizującym nie zmieniła się. Na rysunkach widzimy, że dla powłoki bez obciążenia stabilizującego występują obszary, w których przemieszczenie radialne jest na zewnątrz („dodatnie”), tzn. promień powłoki rośnie oraz obszary, gdzie to przemieszczenie jest „ujemne”. Dla powłoki obciążonej dodatkowo stabilizującą siłą osiową przemieszczenia radialne są wszędzie „ujemne”.

Rys. 3.5 przedstawia formę wyboczenia powłoki o długości $L/R=2$ i grubości $h/R=0.005$.



Rys. 3.5 Formy wyboczenia powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.005$

Liczba fal obwodowych modu wyboczeniowego dla powłoki pokazanej na Rys. 3.5 przed przyłożeniem obciążenia stabilizującego (Rys. 3.5a) jest taka sama jak dla powłoki obciążonej obciążeniem stabilizującym s_{stab} (Rys. 3.5b). Stwierdzono, że dla wszystkich pozostałych przypadków geometrii powłok rozpatrywanych w pracy liczba fal obwodowych modu wyboczeniowego również nie ulega zmianie w skutek działania obciążenia stabilizującego.

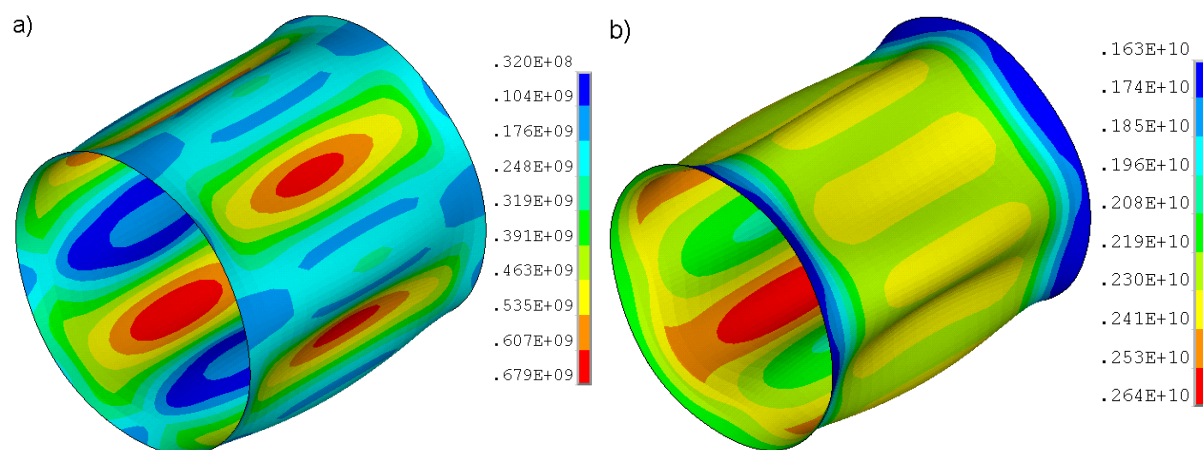


Rys. 3.6 Naprężenia zredukowane HMM dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$

Rys. 3.6 przedstawia mapy naprężeń zredukowanych HMH dla wybranej geometrii powłoki. Mapy naprężeń sporządzono dla przemieszczenia $w/h \approx 0.5$ co odpowiada obciążeniu krytycznemu na pokrytycznej ścieżce równowagi dla powłoki bez obciążenia stabilizującego (Rys. 3.6a) oraz *obciążeniu punktu przegięcia* dla powłoki z obciążeniem stabilizującym (Rys. 3.6b)

Na Rys. 3.6a pokazano mapę naprężeń zredukowanych dla powłoki bez obciążenia stabilizującego, zaś na Rys. 3.6b z obciążeniem stabilizującym. W obu przypadkach maksymalne naprężenie zredukowane występuje w połowie długości powłoki, na dnie fal modu wyboczeniowego. Maksymalne wartości naprężeń są znacząco większe dla powłoki pod obciążeniem stabilizującym, natomiast gradient naprężeń jest większy dla powłoki bez obciążenia stabilizującego.

Dla porównania na Rys. 3.7 pokazano mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki o większej grubości ścianki ($h/R=0.02$) i dłuższej ($L/R=2$).



Rys. 3.7 Naprężenia zredukowane HMH dla powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.02$

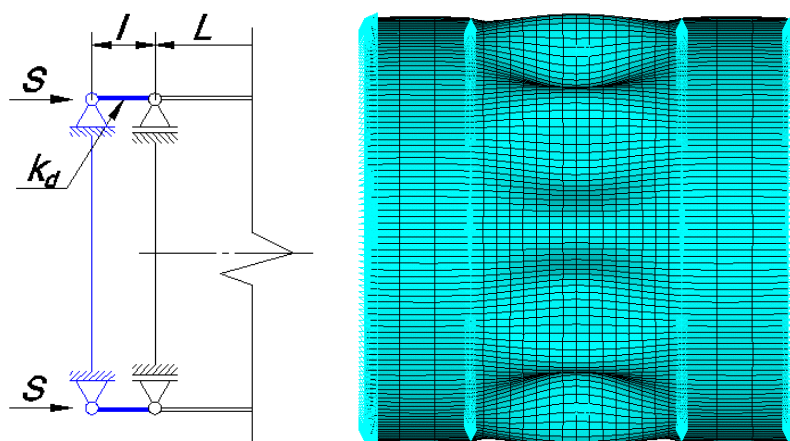
Wartości naprężeń zredukowanych dla powłoki „grubszej i dłuższej” są znacznie większe niż dla „krótszej i cieńszej”. Stwierdzono że, dla pośrednich przypadków geometrii konstrukcji naprężenia zredukowane również przyjmują wartości pośrednie.

Otrzymane wyniki i zaprezentowane wykresy pokazują, że dla powłok sprężystych czynna osiowa siła rozciągająca może spowodować nie tylko znaczące podniesienie wartości ciśnienia krytycznego ale również może spowodować stabilizację pokrytycznej ścieżki równowagi. Stwierdzono również, że dla powłok o mniejszej grubości i mniejszej długości wartości obciążeń stabilizujących s_{stab} oraz maksymalnych naprężeń zredukowanych HMH są znacząco niższe.

3.2 Powłoka sprężysta obciążona ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowana obciążeniem biernym

W bieżącym rozdziale przeanalizowano możliwość stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi dla sprężystych powłok walcowych obciążonych ciśnieniem, których brzegi podparto przegubowo, (podobnie jak dla wariantu stabilizacji siłą czynną), jednak dodatkowo ograniczając możliwość swobodnego przesuwu brzegów powłok w kierunku osiowym. Efekt ten, uzyskuje się przez wprowadzenie podatnych podpór w kierunku osiowym. Ograniczenie swobodnego ruchu końców powłoki w kierunku osiowym wywołuje reakcję układu w tym kierunku. Stanowi ona dodatkową osiową siłę działającą na powłokę, w tym przypadku zależną również od deformacji powłoki pod obciążeniem głównym i sztywności podpór.

Reakcję w kierunku osiowym występującą na brzegach powłoki nazwano w pracy siłą bierną, a zmianę charakteru ścieżki równowagi wynikającą z działania tego obciążenia nazwano stabilizacją obciążeniem biernym lub ogólniej biernym sposobem stabilizacji. Poszukujemy minimalnej sztywności osiowej podpór k_d , która wywoła stabilizację pokrywanych ścieżki równowagi. Ograniczenie możliwości osiowego przemieszczania się brzegów powłok w pracy zrealizowano modelując sztywność osiową podpór przez dodanie na brzegach badanych powłok elementów sprężystych w formie dodatkowych odcinków powłok zamocowanych jak na Rys. 3.8.



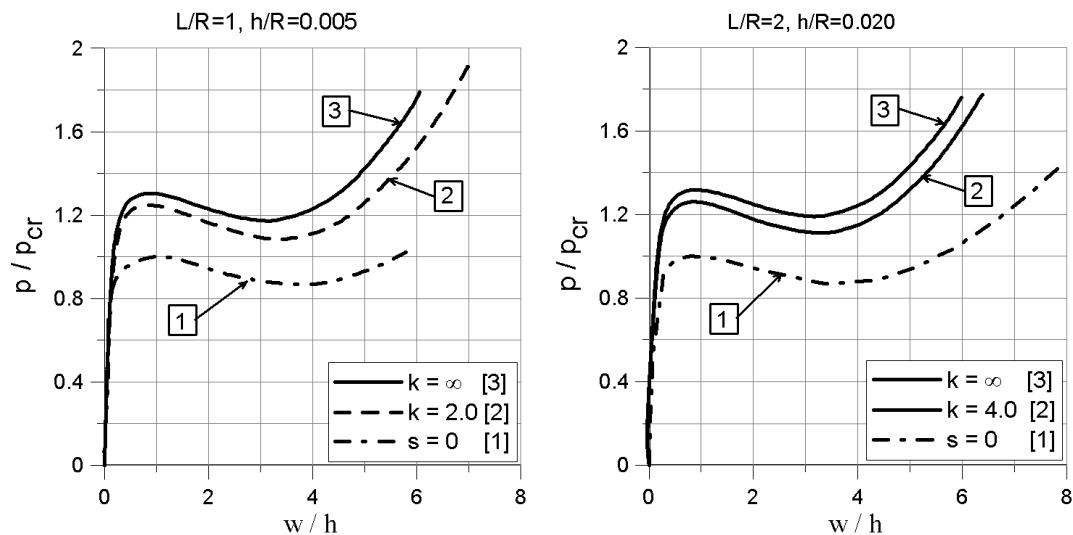
Rys. 3.8 Bierny wariant obciążenia stabilizującego

Przyjęto, że grubość ścianki h , promień R oraz materiał (E , ν) dodatkowych powłok i powłoki badanej są identyczne. Wartość sztywności osiowej podpór k_d zmieniamy, zmieniając długość

l dodatkowych odcinków. Stąd poszukiwana jest minimalna sztywność względna k powodująca stabilizację pokrytycznej ścieżki równowagi. W pracy posługiwać będziemy się względną sztywnością osiową podpór k określoną wzorem (2.4).

Jak pokazano na Rys. 3.8 badaną powłokę wraz z powłokami dodatkowymi symulującymi sztywność osiową podpór zamodelowano tak, aby jedynie powłoka badana ulegała wyboczeniu. Efekt ten uzyskano nie obciążając powłok „dodatkowych” obciążeniem głównym (w tym przypadku ciśnieniem zewnętrznym) oraz nakładając na badaną powłokę małe imperfekcje geometryczne.

Na Rys. 3.9 pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi dla dwóch wybranych geometrii powłok.

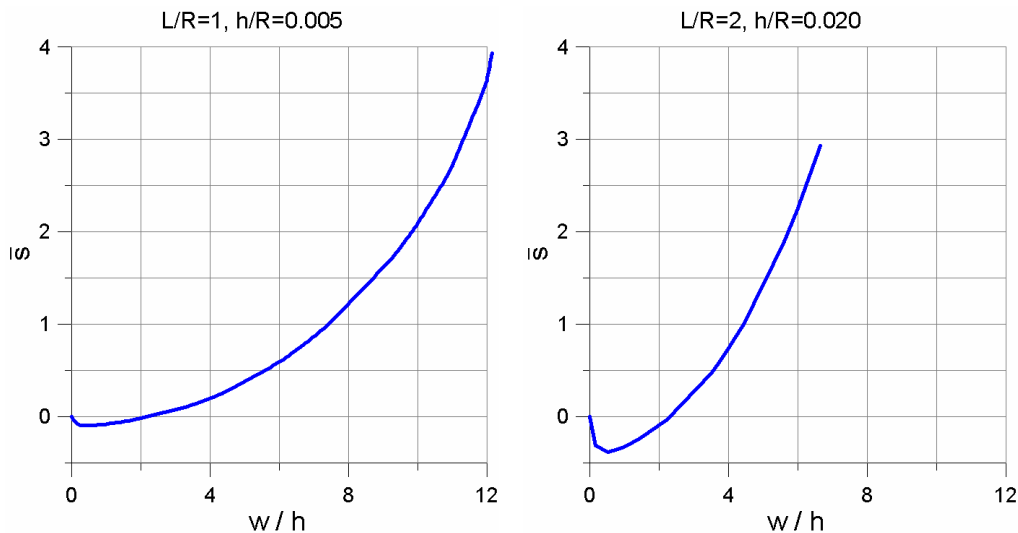


Rys. 3.9 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.020$

Podobnie jak w przypadku stabilizacji siłą czynną, ścieżki równowagi przedstawiono w układzie bezwymiarowe obciążenie p/p_{cr} – bezwymiarowe przemieszczenie w/h . Dla każdej z powłok wykreślono trzy ścieżki. Ścieżki (1) dotyczą powłok bez obciążenia stabilizującego, ścieżki (2) powłok z nałożonym biernym obciążeniem stabilizującym wynikającym z bezwymiarowej sztywności $k=2$ dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $k=4$ dla powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.02$. Bierne obciążenie stabilizujące spowodowało, że obciążenie krytyczne w obu przypadkach wzrosło o ponad 20% jednak pokrytyczne ścieżki równowagi nie uległy stabilizacji. Krzywe (3) przedstawiają ścieżki równowagi powłok z zablokowaną możliwością przemieszczenia się brzegów w kierunku osiowym. W tym przypadku długość l dodatkowych powłok wynosi zero, a więc sztywność zamocowania w kierunku osiowym

$k=\infty$. Dla zablokowanej możliwości przemieszczania się brzegów powłoki w kierunku osiowym nastąpił dalszy, niewielki wzrost obciążenia krytycznego. Nie udało się jednak i w tym przypadku uzyskać stabilnych pokrywanych ścieżek równowagi. Okazało się, że dla wszystkich badanych geometrii powłok nie uzyskano stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi stosując bierne obciążenie stabilizujące.

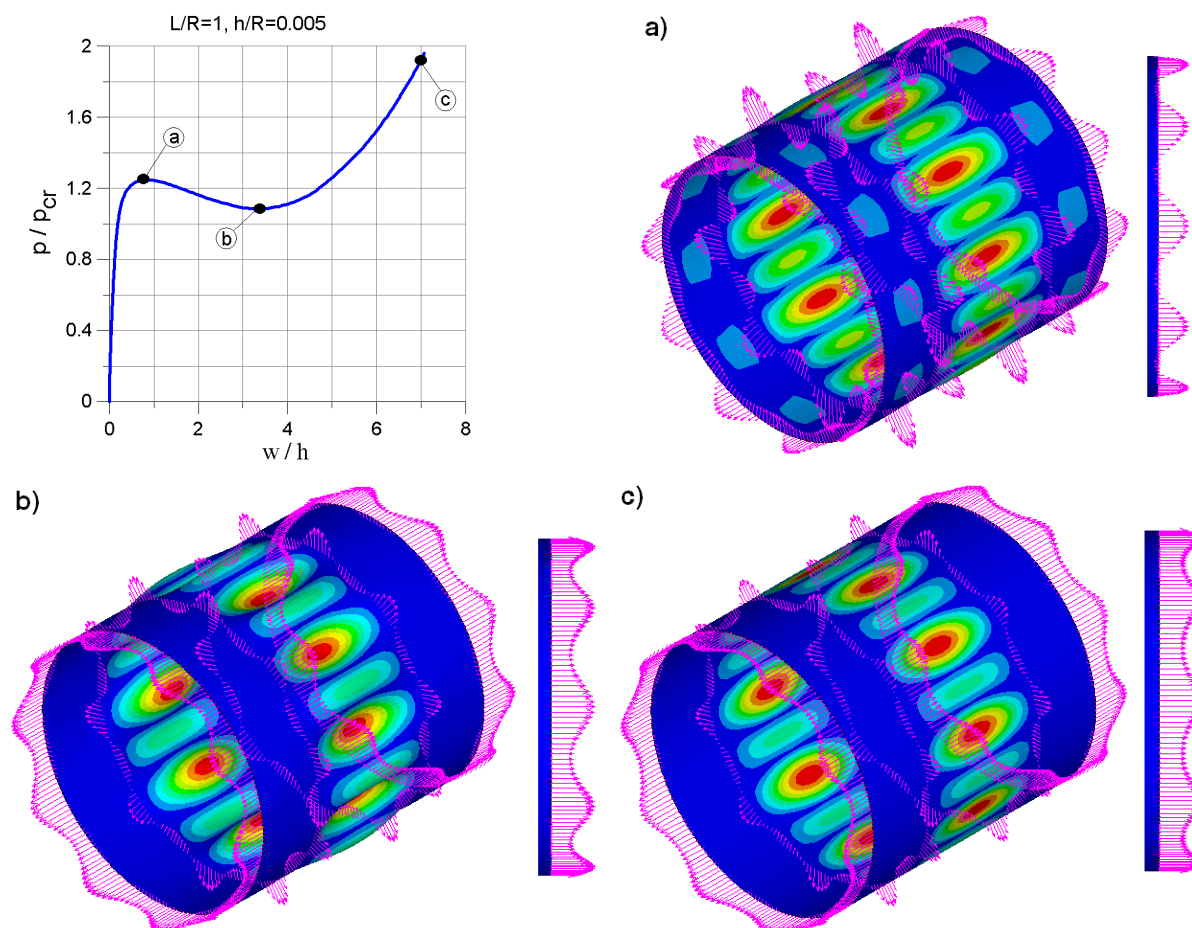
Na Rys. 3.10 pokazano zależność wartości całkowitego, bezwymiarowego naprężenia osiowego $\bar{s} = R/2pRhs_0$ (3.1) pochodzącego od reakcji na brzegach powłoki w funkcji bezwymiarowego przemieszczenia w/h wybranego punktu na powierzchni środkowych powłok. Dla obu pokazanych przykładów wykresy sporządzono dla przypadków, dla których sztywność osiowa $k=\infty$ (co oznacza całkowite zablokowanie możliwości przesuwu podpór w kierunku osiowym).



Rys. 3.10 Zależność średniego bezwymiarowego naprężenia osiowego \bar{s} od bezwymiarowego przemieszczenia wybranego punktu na powierzchni środkowej powłoki

W początkowej fazie obciążania powłok (do $w/h \approx 2$) średnie, bezwymiarowe naprężenie osiowe \bar{s} dla obu pokazanych przypadków jest mniejsze od zera. Oznacza to, że globalna reakcja osiowa na podporach jest ściskająca. Zjawisko to wynika z występujących w tej fazie dodatnich przemieszczeń powłoki w kierunku osiowym – powłoka się „wydłuża”. Zatem w początkowej fazie obciążenia efekt odkształceń poprzecznych związanych ze współczynnikiem Poissona jest większy od efektu rozciągania związanego z ugięciem powierzchni środkowej.

Na Rys. 3.11 pokazano mapy przemieszczeń całkowitych powierzchni środkowej powłoki wraz z przedstawionym w formie wektorów rozkładami reakcji osiowych na podporach dla powłoki o wymiarach $L/R=1$ i $h/R=0.005$ stabilizowanej obciążeniem biernym przy założonej sztywności $k=2$ dla trzech wybranych punktów (a, b i c) na pokrytycznej ścieżce równowagi powłoki.



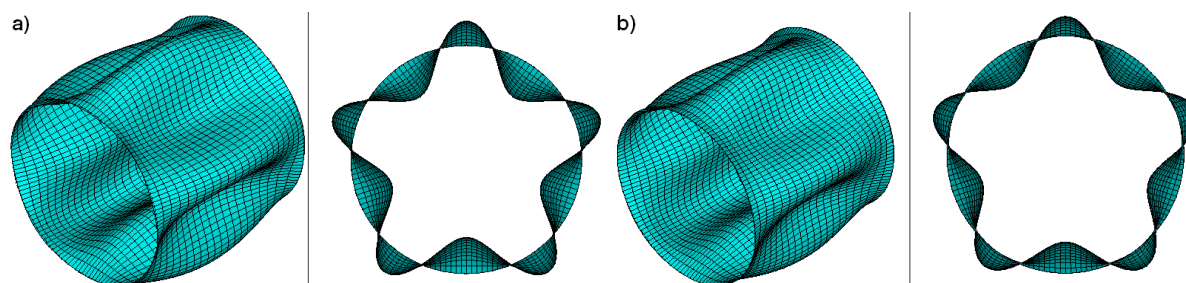
Rys. 3.11 Mapa przemieszczeń całkowitych i rozkład reakcji dla powłoki o wymiarach $L/R=1$ i $h/R=0.005$ stabilizowanej biernym wariantem obciążenia stabilizującego o sztywności $k=2$

Obok pokazanych na Rys. 3.11a, 3.11b i 3.11c widoków aksonometrycznych, dla każdej powłoki pokazano w widoku z boku rozkład reakcji osiowych na brzegu powłoki. Rozkład reakcji wzdłuż obwodu powłoki jest okresowo (sinusoidalnie) zmienny. Punkty na obwodzie powłoki odpowiadające ekstremalnym wartościom reakcji pokrywają się z punktami ekstremalnych przemieszczeń powierzchni środkowej powłoki. Do osiągnięcia obciążenia krytycznego (punktu a na pokrytycznej ścieżce równowagi (Rys. 3.11)) na brzegu powłoki występują zarówno strefy obciążeń ściskających jak i rozciągających. W miarę zwiększania się deformacji powłoki strefy, w których występuje ściskanie zanikają a

wartości reakcji osiowych rosną zaś amplituda rozkładu reakcji się zmniejsza. Zatem w początkowej fazie obciążenia powłoki ciśnieniem aż do osiągnięcia jego wartości maksymalnej w powłoce pojawiają się strefy ściskania i rozciągania osiowego. Działanie tych naprężeń rozciągających powoduje wzrost ciśnienia krytycznego (maksymalnego na ścieżce równowagi) ale wpływ stref rozciągania jest zbyt mały by spowodować stabilizację pokrywanych ścieżki równowagi.

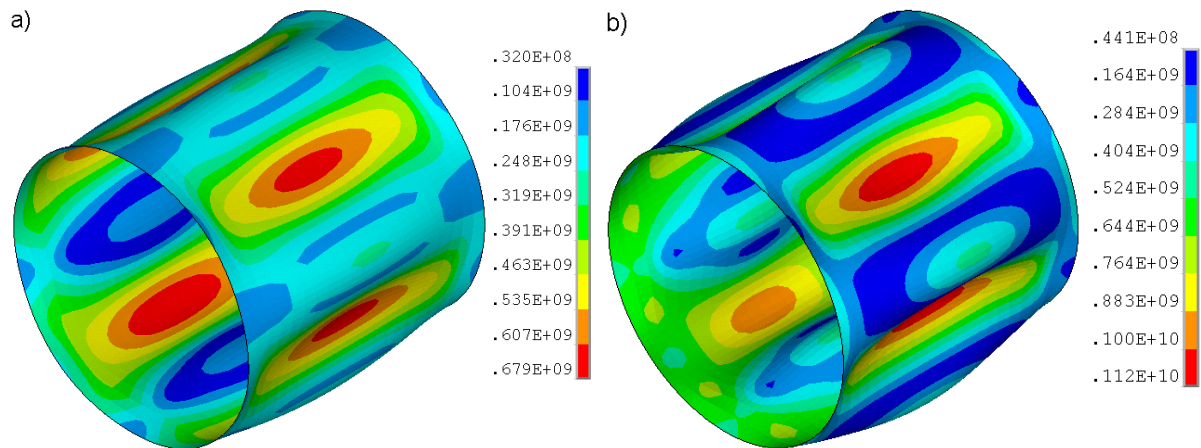
Na Rys. 3.11 pokazano również rozkład reakcji promieniowych na brzegu powłoki badanej. Rozkład reakcji promieniowych, podobnie jak wcześniej rozkład reakcji osiowych, jest okresowo (sinusoidalnie) zmienny, a ekstrema wartości reakcji odpowiadają punktom na obwodzie konstrukcji dla których występują ekstrema przemieszczeń całkowitych powierzchni środkowej powłoki.

Na Rys. 3.12a i 3.12b pokazano kształty zdeformowanych powłok o wymiarach $L/R=2$ i $h/R=0.02$. Rys. 3.12a dotyczy powłoki bez obciążenia stabilizującego, Rys. 3.12b powłoki pod obciążeniem stabilizującym (żeby nie utrudniać porównywania kształtów nie pokazano dodatkowych odcinków powłok stanowiących podparcie sprężyste w kierunku osiowym). Rysunki sporządzono dla przemieszczeń w/h powierzchni środkowej powłoki odpowiadającym obciążeniu krytycznemu na ścieżce równowagi.



Rys. 3.12 Mody wyboczeniowe dla powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.02$ bez obciążenia stabilizującego (a) i z obciążeniem stabilizującym $k=4$ (b)

Po przyłożeniu biernego obciążenia stabilizującego liczba fal obwodowych wyboczenia pozostała taka sama jak dla powłoki bez obciążenia stabilizującego. Nie widać też istotnych różnic w kształtach zdeformowanych powłok.



Rys. 3.13 Rozkłady naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.02$ bez obciążenia stabilizującego (a) i z obciążeniem stabilizującym $k=\infty$ (b)

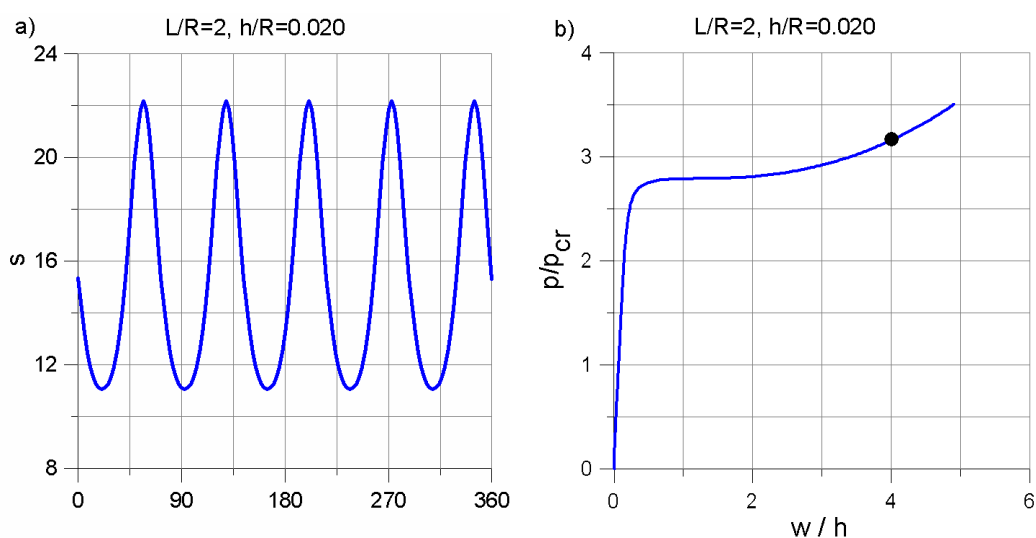
Rys. 3.13a i 3.13b przedstawiają mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.02$. Pokazane mapy naprężeń sporządzono dla przemieszczenia odpowiadającego obciążeniu krytycznemu na pokrytycznych ścieżkach równowagi.

Przedstawione wyniki pokazały, że dla badanych przypadków sprężystych powłok walcowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi nie jest możliwa przy użyciu biernego wariantu obciążenia stabilizującego. Dla analizowanego wariantu obciążenia stabilizującego uzyskuje się jednak wyraźny, bo około 30%, wzrost obciążenia krytycznego.

3.3 Powłoka sprężysta obciążona ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowana „mieszany” obciążeniem stabilizującym

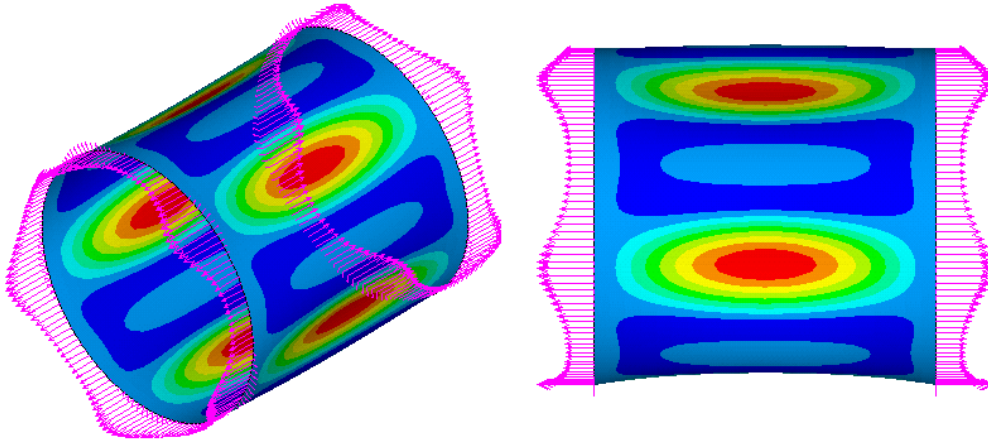
Rozciągające, osiowe obciążenie stabilizujące można wprowadzać do powłoki stosując mieszany wariant obciążenia stabilizującego polegający na zadaniu jej końcom pewnego przemieszczenia osiowego i zablokowaniu ich w tym położeniu. W przypadku stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi siłą czynną (Roz. 3.1) obciążenie stabilizujące nie tylko miało stałą wartość niezależną od aktualnego stanu deformacji powłoki, ale również miało stałą wartość na całym obwodzie powłoki. W mieszanym wariantcie obciążenia stabilizującego, w jego pierwszej fazie polegającej na zadaniu przemieszczenia osiowego końcom powłoki, stabilizujące naprężenie osiowe s jest jednakowe wzdłuż obwodu powłoki.

Zablokowanie możliwości osiowego przemieszczania końców powłoki i przyłożenie ciśnienia zewnętrznego do konstrukcji (faza druga) powoduje, że rozkład obwodowy s wzdłuż obwodu nie jest stały. Powody okresowej zmienności s wzdłuż obwodu są podobne do omówionych w przypadku biernego obciążenia stabilizacyjnego (rozdział 3.2). Na Rys. 3.14a pokazano rozkład bezwymiarowego naprężenia osiowego s dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.002$ z zadaniem wstępnym, osiowym naciągiem podpór $u=0.0172$. Rozkład s wyznaczono dla stopnia zaawansowania promieniowych odkształceń powłoki zaznaczonego na ścieżce równowagi na Rys. 3.14b.



Rys. 3.14 Rozkład bezwymiarowego naprężenia osiowego s na brzegach powłoki ($L/R=2$ i $h/R=0.020$)

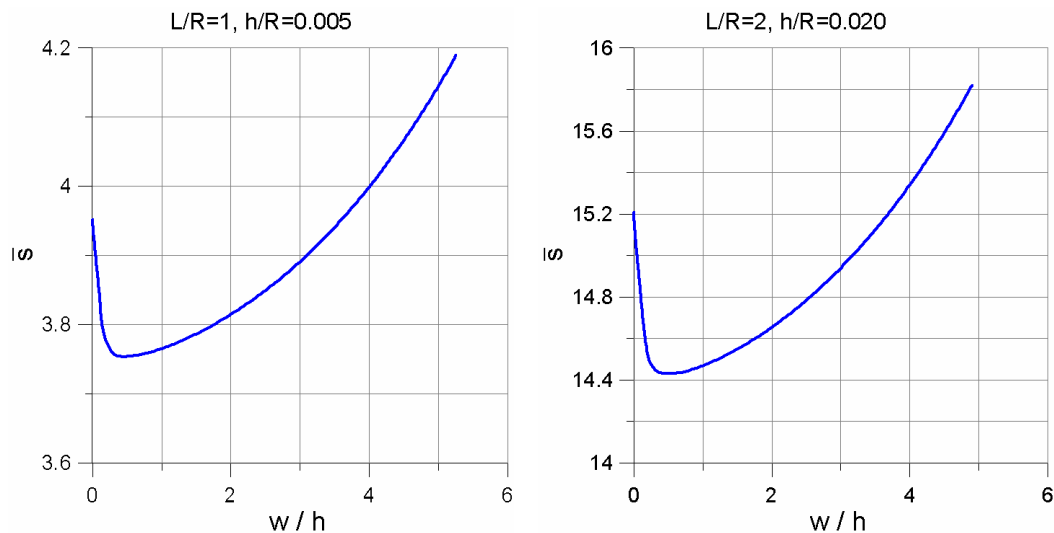
Pokazany na Rys. 3.14a, okresowy (sinusoidalny) charakter rozkładu bezwymiarowego osiowego naprężenia stabilizującego s odpowiada rozkładowi obwodowych fal modu wyboczeniowego. Na Rys. 3.15 przedstawiono mapę całkowitych przemieszczeń powłoki odpowiadającą zaznaczonemu na Rys. 3.14b punktowi na ścieżce równowagi. Rozkład reakcji osiowych na brzegach powłoki pokazano w formie wektorów.



Rys. 3.15 Mapa przemieszczeń całkowitych dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.020$ z zaznaczonym na brzegach rozkładem reakcji w kierunku osiowym

Maksymalne wartości reakcji dla powłoki stabilizowanej „mieszanym” wariantem obciążenia stabilizującego występują w miejscach na obwodzie odpowiadającym maksymalnym przemieszczeniom całkowitym powierzchni środkowej powłoki.

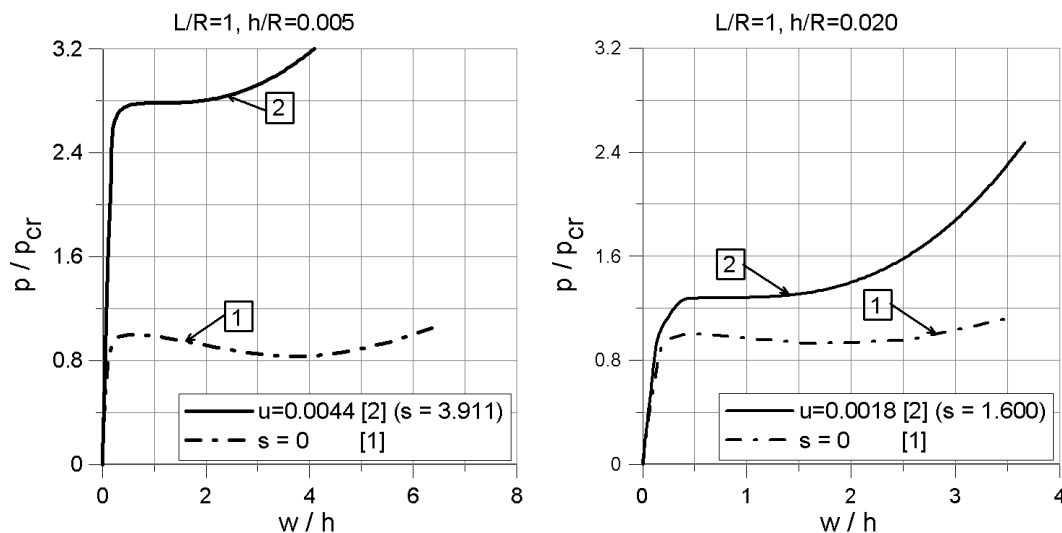
Na Rys. 3.16, na przykładach dwóch geometrii, pokazano jak zmienia się średnie bezwymiarowe naprężenie osiowe $\bar{\sigma}$ pochodzące od wprowadzonego obciążenia stabilizującego. Bezwymiarowe naprężenie osiowe $\bar{\sigma}$ zdefiniowano podobnie jak w przypadku obciążenia siłą czynną związkiem (3.1).



Rys. 3.16 Zależność średniego bezwymiarowego naprężenia osiowego $\bar{\sigma}$ od bezwymiarowego przemieszczenia wybranego punktu na powierzchni środkowej powłoki

Z przedstawionych na Rys. 3.16 wykresów wynika, że w początkowej fazie obciążania konstrukcji ciśnieniem zewnętrznym średnie naprężenie stabilizujące \bar{s} gwałtownie spada. W obu przypadkach zaobserwowany spadek wyniósł około 6%. Po osiągnięciu minimum, średnie osiowe naprężenie stabilizujące \bar{s} zaczyna rosnąć, a przy bezwymiarowym przemieszczeniu $w/h \approx 3.5$ osiąga wartość startową i dalej monotonicznie wzrasta. Powłoka poddana działaniu ciśnienia zewnętrznego odkształca się w kierunkach promieniowym i osiowym. Spadek naprężenia stabilizującego \bar{s} w początkowej fazie obciążania wynika z występujących w tej fazie dodatnich przemieszczeń powłoki w kierunku osiowym spowodowanych efektem Poissona. Przy zablokowanej możliwości ruchu brzegów powłoki zmniejsza to wartość zadanego początkowo naprężenia rozciągającego. Gdy przemieszczenia promieniowe wynikające z obciążenia powłoki ciśnieniem zewnętrznym osiągną odpowiedni stopień zaawansowania, przemieszczenia osiowe zmieniają zwrot na ujemny wynikiem czego, przy zablokowanych brzegach powłoki, pojawią się naprężenia osiowe o charakterze rozciągającym, które będą stopniowo zwiększać swoją wartość.

Na Rys. 3.17 pokazano pokrywiczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrze geometrycznym $L/R=1$ i dwóch grubościach: $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$.



Rys. 3.17 Pokrywiczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrze geometrycznym $L/R=1$ i dwóch różnych grubościach: $h/R=0.005$ i $h/R=0.020$

Linią punktową (1) wykreślono ścieżki dla powłok bez przyłożonego obciążenia stabilizującego, linią ciągłą (2) ścieżki dla powłok stabilizowanych mieszanym wariantem obciążenia przy nałożonym naciągu u o wartości minimalnej, wystarczającej do stabilizacji. Naciąg u jest wielkością bezwymiarową, zdefiniowaną jako:

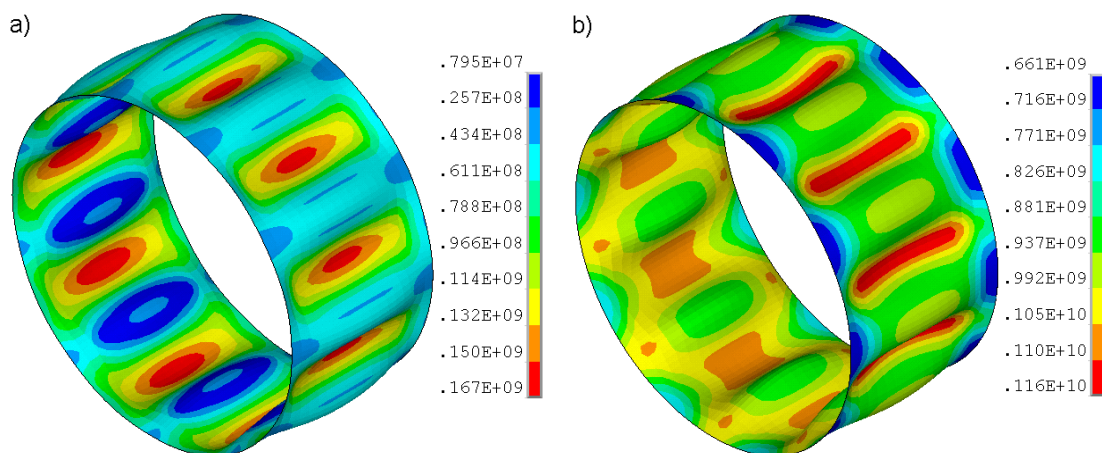
$$u = \frac{2U}{L} \quad (3.2)$$

gdzie U jest wartością przemieszczenia zadanego na jednej z brzegów powłoki. Początkowe naprężenie bezwymiarowe s pochodzące od naciągu u będzie więc równe:

$$s = \frac{s_z}{s_0} = \frac{uE}{s_0} \quad (3.3)$$

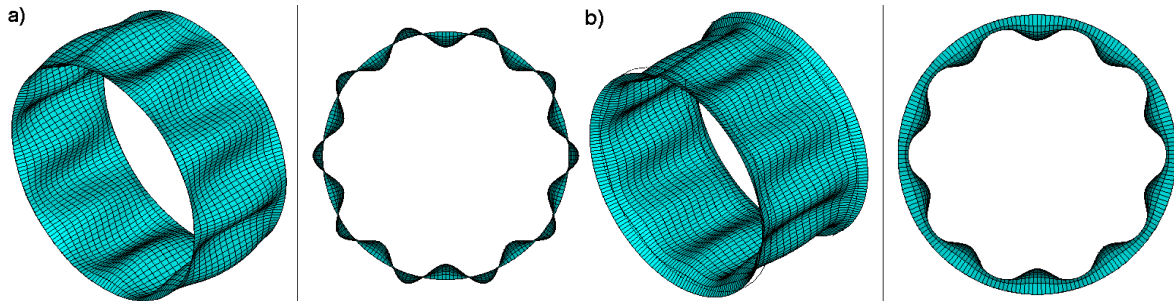
Z wykresów przedstawionych na Rys. 3.17 wynika, że do stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi powłoki „grubszej” wymagany jest mniejszy naciąg u . Warto zauważyć, że dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ wzrost wartości obciążenia krytycznego jest znaczny i wynosi około 150%. Dla powłoki o parametrach $L/R=1$ i $h/R=0.020$ wzrost ten jest mniejszy i wynosi około 25%.

Rys. 3.18 przedstawia mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$. Rys. 3.18a dotyczy powłoki bez obciążenia stabilizującego, Rys. 3.18b powłoki z obciążeniem stabilizującym o wartości minimalnej niezbędnej do stabilizacji ścieżki. W obu przypadkach mapy naprężeń odpowiadają przemieszczeniu $w/h \approx 0.5$ na pokrytycznych ścieżkach równowagi. Wybrano przemieszczenie $w/h \approx 0.5$ ponieważ dla takiego przemieszczenia w przypadku powłoki bez obciążenia stabilizującego występuje maksimum obciążenia głównego, zaś dla powłoki z obciążeniem stabilizującym występuje poziomy punkt przecięcia na pokrytycznej ścieżce równowagi ($w/h \approx 0.5$).



Rys. 3.18 Mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$

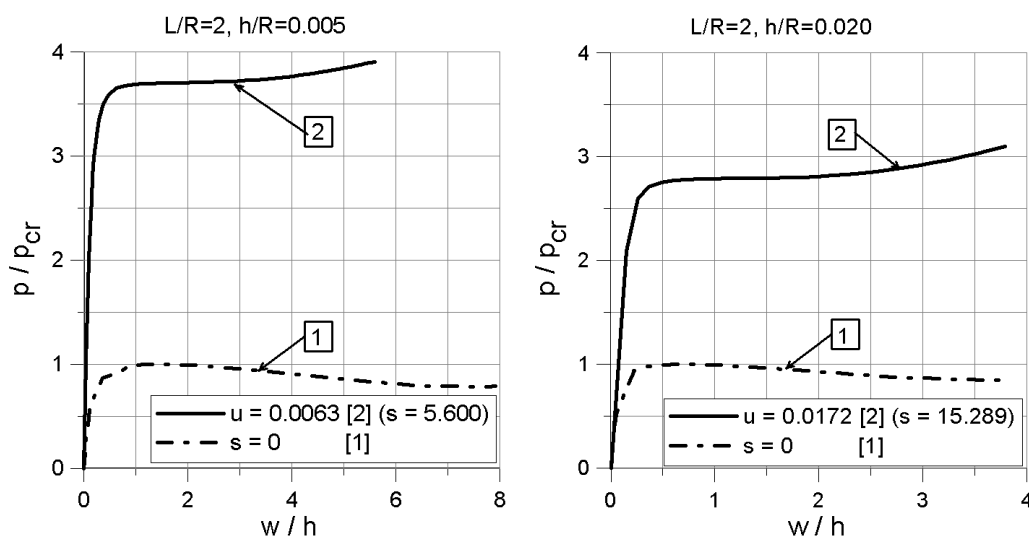
W obu przypadkach pokazanych na Rys. 3.18 maksymalne wartości naprężeń występują w dnach fal modu wyboczeniowego. Na Rys. 3.19 pokazano kształty zdeformowanych powłok odpowiadające mapom naprężeń pokazanym na Rys. 3.18.



Rys. 3.19 Kształty zdeformowanej powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ bez stabilizacji (a) i ze stabilizacją (b)

Z przedstawionych rysunków wynika, że liczba obwodowych fal modu wyboczeniowego, podobnie jak w przypadku stabilizacji siłą czynną, nie uległa zmianie. W przypadku powłoki obciążonej jedynie ciśnieniem występują obszary przemieszczeń, dla których promień powłoki $R>1$ (przemieszczenia „dodatnie”) i dla który promień powłoki $R<1$ (przemieszczenia „ujemne”). W przypadku powłoki obciążonej dodatkowo obciążeniem stabilizującym występują jedynie promieniowe przemieszczenia „ujemne”.

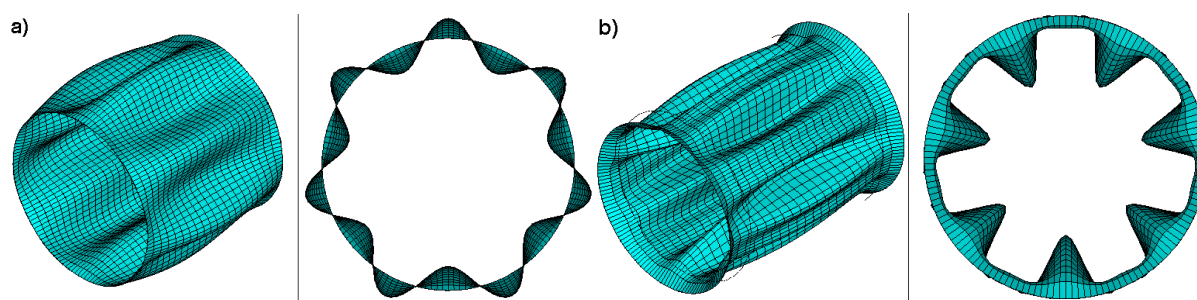
Rys. 3.20 przedstawia pokrywne ścieżki równowagi dla powłok o parametrze geometrycznym długości $L/R=2$ i parametrach grubości $h/R=0.005$ i $h/R=0.020$.



Rys. 3.20 Pokrywne ścieżki równowagi dla powłok o parametrze geometrycznym $L/R=2$ i dwóch różnych grubościach: $h/R=0.005$ i $h/R=0.020$

Podobnie jak dla powłoki o długości $L/R=1$, ścieżki równowagi dla powłok bez stabilizacji wykreślono linią punktową (1), zaś dla powłok ze stabilizacją linią ciągłą (2). Do stabilizacji ścieżki powłoki o mniejszej grubości ścianki ($h/R=0.005$) wystarczy naciąg o znacznie mniejszej wartości niż dla powłoki grubszej ($h/R=0.020$). Wzrost obciążenia krytycznego dla obciążenia stabilizującego o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji ścieżki jest nieco większy w przypadku powłoki „cieńszej”.

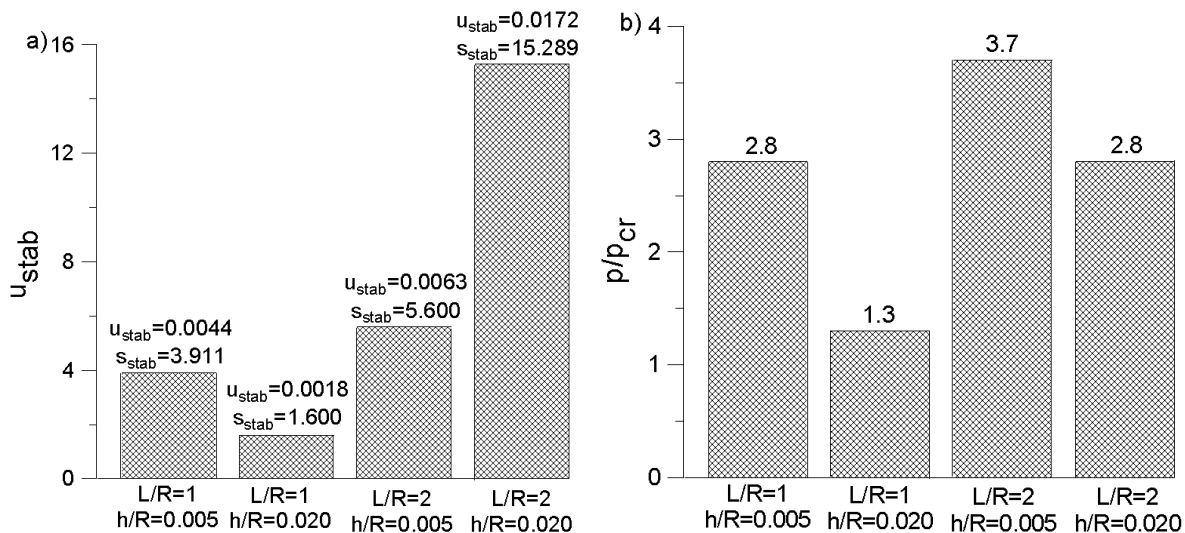
Rys. 3.21a i 3.21b przedstawiają kształty zdeformowanych powłok. Kształty odpowiadają przemieszczeniu $w/h \approx 1.5$. Podobnie jak w przypadku omawianej wcześniej powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$, przemieszczenie $w/h \approx 1.5$ wybrano tak, aby odpowiadało ono w przypadku powłoki bez obciążenia stabilizującego maksimum obciążenia głównego, zaś dla powłoki z obciążeniem stabilizującym poziomemu punktowi przecięcia na pokrywyczej ścieżce równowagi.



Rys. 3.21 Kształty zdeformowanej powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ bez stabilizacji (a) i ze stabilizacją (b)

Podobnie, jak w przypadku powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$, powłoka bez obciążenia stabilizującego posiada obszary przemieszczeń promieniowych „ujemnych” i „dodatnich”, zaś przemieszczenia promieniowe powłoki obciążona obciążeniem stabilizującym są na całej powierzchni powłoki „ujemne”.

Z przeprowadzonych analiz wynika, że stosując mieszany wariant obciążenia stabilizującego można ustabilizować pokrywycze ścieżki równowagi badanych powłok. Na Rys. 3.22a zestawiono minimalne wartości bezwymiarowego przemieszczenia osiowego u i odpowiadającego mu naprężenia osiowego s niezbędnego do stabilizacji pokrywyczych ścieżek równowagi badanych powłok. Rys. 3.22b przedstawia bezwymiarowe wartości ciśnienia punktu przegięcia p/p_{cr} . Odpowiadające poszczególnym geometriom powłok.



Rys. 3.22 Obciążenie stabilizujące u_{stab} i odpowiadające mu ciśnienie krytyczne p/p_{cr} w zależności o geometrii powłoki

Podobnie, jak w przypadku analizowanych w rozdziale 3.1 powłok stabilizowanych obciążeniem czynnym, dla powłok stabilizowanych obciążeniem „mieszany” stwierdzono, że obciążenie stabilizujące u_{stab} wyraźnie wzrasta ze wzrostem długości powłoki. W przeciwieństwie do powłok stabilizowanych obciążeniem czynnym wzrost grubości powłoki dla powłok stabilizowanych obciążeniem „mieszany” nie zawsze pociąga za sobą wzrost wartości obciążenia stabilizującego u_{stab} .

3.4 Stabilizacja pokrywanych ścieżek równowagi sprężystych powłok walcowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym – podsumowanie

Z przedstawionych w niniejszym rozdziale wyników obliczeń i analiz wynika, że przykładając dodatkowe osiowe obciążenie o charakterze rozciągającym można wpływać na przebiegi pokrywanych ścieżek równowagi sprężystych powłok walcowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym. Wszystkie trzy przedstawione warianty obciążenia stabilizującego spowodowały wzrost wartości obciążeń krytycznych (obciążeń punktu przegięcia) badanych powłok. Stabilizację pokrywanych ścieżek równowagi udało się uzyskać stosując czynny oraz „mieszany” wariant obciążenia stabilizującego. Biernie obciążenie stabilizujące spowodowało wzrost wartości obciążeń krytycznych ale nie udało się przy jego użyciu

uzyskać stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi badanych powłok. W Tabeli 3.1 zestawiono wartości bezwymiarowego ciśnienia punktu przegięcia p/p_{cr} uzyskane dla czynnego oraz „mieszanego” wariantu obciążenia stabilizacyjnego.

Tabela 3.1 Wartości bezwymiarowego ciśnienia krytycznego p/p_{cr} dla poszczególnych wariantów obciążenia stabilizującego

Obciążenie stabilizacyjne	Wymiary powłoki			
	$L/R=1$ $h/R=0.005$	$L/R=1$ $h/R=0.02$	$L/R=2$ $h/R=0.005$	$L/R=2$ $h/R=0.02$
Czynne	1.8	1.5	2.1	1.8
„Mieszane”	2.8	1.3	3.7	2.8

Z danych przedstawionych w Tabeli 3.1 wynika, że dodatkowe obciążenie stabilizujące w każdym z analizowanych przypadków oprócz stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi spowodowało znaczny wzrost wartości obciążenia punktu przegięcia. Wzrost ten zarówno w przypadku stabilizacji obciążeniem czynnym jak i „mieszanym”, jest największy dla powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.005$, a najmniejszy dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.020$. Warto zauważyć, że dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.020$, w obu przedstawionych w Tabeli 3.1, wariantach obciążenia stabilizującego, przyrost obciążenia głównego p/p_{cr} jest identyczny. W przypadku biernego obciążenia stabilizującego analizowanego w rozdziale 3.2 przedstawiono wyniki dla dwóch „skrajnych” geometrii powłok tj. powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.020$. W obu przypadkach wprowadzając maksymalną, możliwą sztywność osiową podpór ($k=\infty$) uzyskano około 30% wzrost obciążenia krytycznego. Dla biernego wariantu obciążenia stabilizującego wzrostowi obciążenia krytycznego nie towarzyszyła stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi. W tym przypadku ścieżki równowagi ulegały „przesunięciu” w stronę większych wartości obciążeń krytycznych bez istotnej zmiany kształtu. Przedstawione w rozdziale 3.3 analizy pokazały, że w przypadku stabilizacji „mieszanym” obciążeniem stabilizującym następuje wzrost ciśnienia krytycznego i możliwa jest stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi dla wszystkich rozpatrywanych geometrii powłok.

3.5 Powłoka sprężysta obciążona momentem skręcającym i stabilizowana siłą czynną

Podobnie, jak w przypadku powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym, rozważamy powłoki walcowe o bezwymiarowej długości L/R oraz bezwymiarowej grubości h/R . Powłoki obciążono na brzegach momentem skręcającym M o wartości:

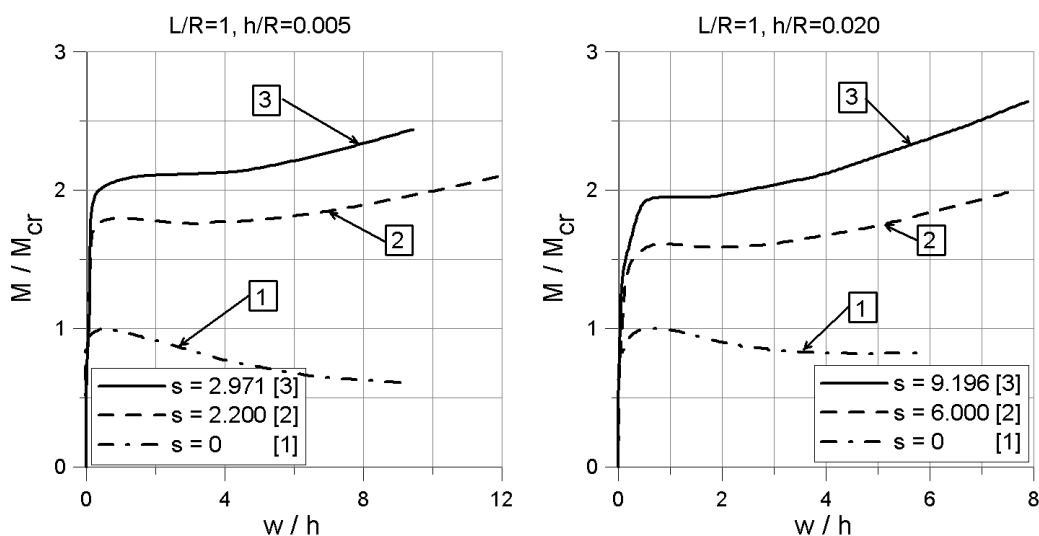
$$M = \sum_{i=1}^n T_i R \quad (3.4)$$

gdzie:

T_i – siła styczna w poszczególnych węzłach siatki MES na brzegu powłoki

R – promień powierzchni środkowej powłoki

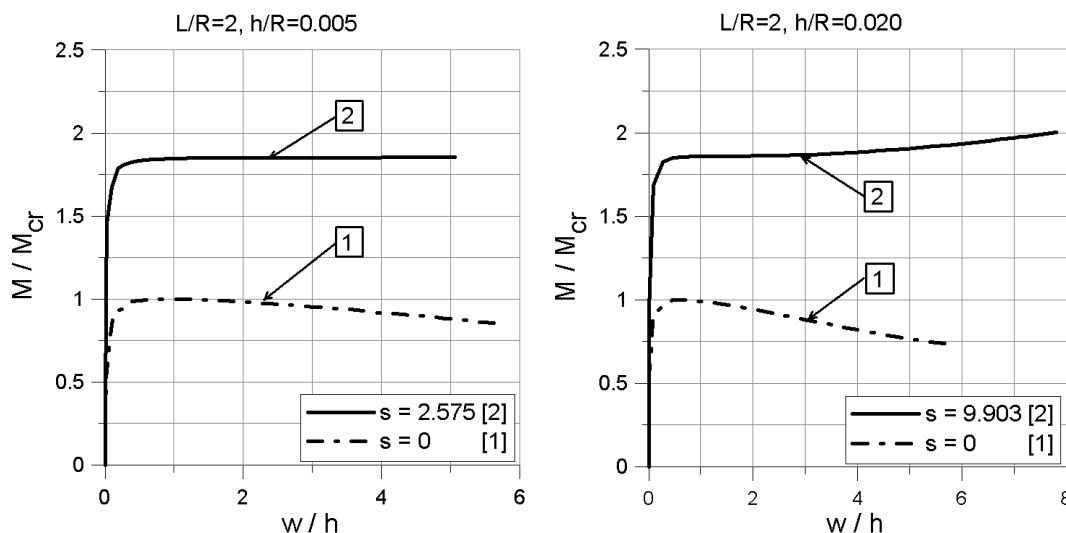
Pokryteczne ścieżki równowagi badanych powłok wykreślono w układzie: bezwymiarowy moment skręcający M/M_{cr} – bezwymiarowe przemieszczenie w/h , gdzie M oznacza aktualną wartość momentu skręcającego, M_{cr} jest krytycznym (maksymalnym) momentem skręcającym dla powłoki bez obciążenia stabilizującego, w aktualne przemieszczenie całkowite wybranego punktu na powierzchni powłoki, zaś h oznacza grubość ścianki powłoki. Podobnie jak wcześniej dla powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym punkt na powierzchni powłoki którego przemieszczenie śledzono, dobierano tak, aby znajdował się on w miejscu gdzie deformacja powłoki jest największa. Bezwymiarowe obciążenie stabilizujące s zdefiniowano wzorem (3.1).



Rys. 3.22 Pokryteczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrze geometrycznym $L/R=1$ i dwóch różnych grubościach: $h/R=0.005$ i $h/R=0.020$

Na Rys. 3.22 pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi powłok o długości $L/R=1$ i grubościach ścianki $h/R=0.005$ i $h/R=0.020$. Linia punktowa (1) przedstawia ścieżki równowagi dla powłok bez przyłożonego obciążenia stabilizującego. Podobnie jak dla powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym, ta ścieżka równowagi jest niestateczna. Posiada wyraźne maksimum po przekroczeniu którego następuje przeskok do nowego położenia równowagi. Linia ciągłą (3) wykreślono pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok obciążonych stabilizującą, czynną siłą osiową o wartości minimalnej niezbędnej do stabilizacji ścieżki. Jak widać przyłożone obciążenie stabilizujące oprócz ustabilizowania ścieżki równowagi podniosło również znacznie wartość obciążenia punktu przegięcia. Przebiegi ścieżek równowagi dla powłok obciążonych siłą stabilizującą o wartości mniejszej niż wymagana do stabilizacji wykreślono liniami przerywanymi (2). Warto zauważyć, że choć ścieżki równowagi (2) nie zostały w tym przy ustabilizowane nastąpił wyraźny wzrost obciążenia maksymalnego powłok, a przebiegi ścieżek zostały zmodyfikowane tak, że w razie wystąpienia przeskoku towarzyszyły by mu znacznie mniejsze przemieszczenia niż w przypadku konstrukcji wyjściowej (bez obciążenia stabilizującego).

Przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłok „dłuższych” tj. o bezwymiarowej długości $L/R=2$ i grubościach $h/R=0.005$ i $h/R=0.02$ pokazano na Rys. 3.23.



Rys. 3.23 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrze geometrycznym $L/R=2$ i dwóch różnych grubościach: $h/R=0.005$ i $h/R=0.02$

W przypadku powłok przedstawionych na Rys. 3.23 obciążenie czynne również ustabilizowało pokrytyczne ścieżki równowagi oraz podniosło wartości obciążeń punktu przegięcia. W obu przypadkach moment krytyczny wzrósł o około 80%. Stabilizacja

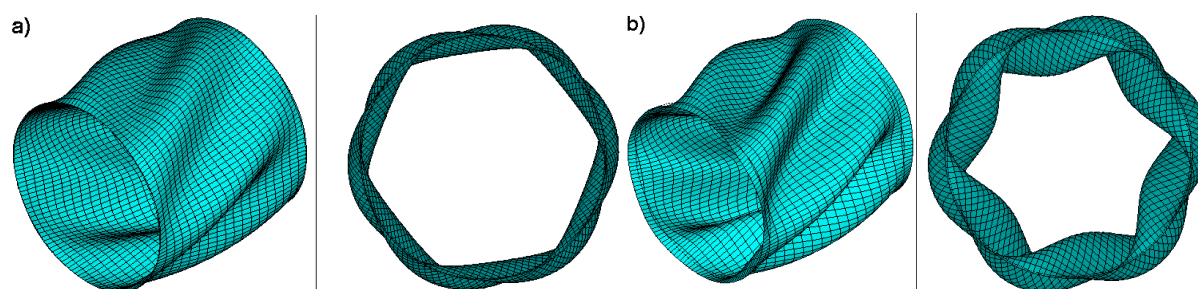
pokrytycznej ścieżki równowagi dla powłoki „grubszej” tj. o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ wymagała jednak użycia obciążenia stabilizacyjnego o dużo większej wartości niż dla powłoki „cieńszej”.

W Tabeli 3.3 zestawiono wartości bezwymiarowego obciążenia osiowego s dla powłok dla analizowanych w niniejszym rozdziale powłok obciążonych momentem skręcającym oraz analizowanych w rozdziale 3.2 powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym wraz z odpowiadającymi im wartościami obciążeń punktu przegięcia M/M_{cr} i p/p_{cr} .

Tabela 3.3 Porównanie wartości obciążeń krytycznych i obciążeń stabilizujących dla powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym i momentem skręcającym

	$h/R=0.005$				$h/R=0.020$			
	Ciśnienie zewnętrzne		Moment skręcający		Ciśnienie zewnętrzne		Moment skręcający	
	p/p_{cr}	s	M/M_{cr}	s	p/p_{cr}	s	M/M_{cr}	s
$L/R=1$	1.80	2.037	2.10	2.971	1.45	5.305	1.95	9.196
$L/R=2$	2.10	2.377	1.95	2.575	1.85	9.054	1.85	9.903

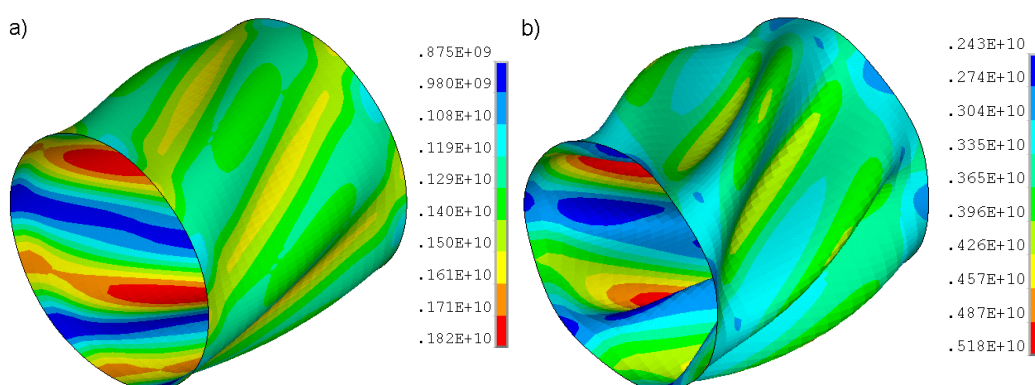
Z danych zawartych w Tabeli 3.3 wynika, że wartości obciążeń punktu przegięcia dla powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym oraz momentem skręcającym i odpowiadające im wartości bezwymiarowego stabilizującego naprężenia osiowego s zmieniają się dla badanych powłok w podobny sposób oraz mają zbliżone wartości.



Rys. 3.24 Kształty zdeformowanej powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.020$ bez stabilizacji (a) i ze stabilizacją (b)

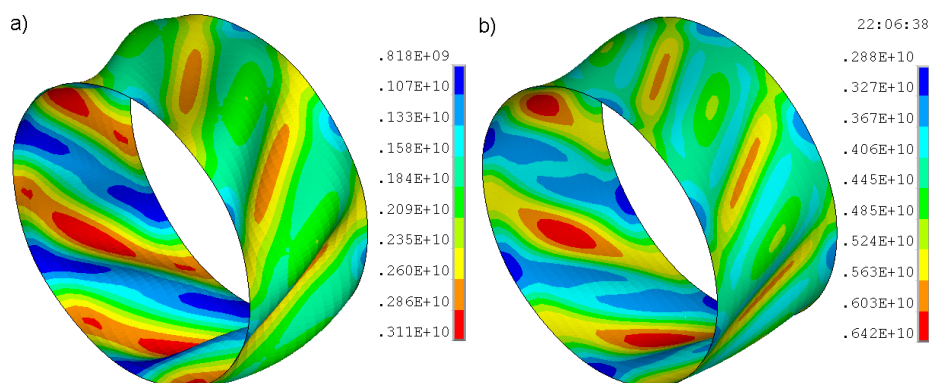
Rys. 3.24 przedstawia kształty modów wyboczeniowych powłoki o wymiarach $L/R=2$ i $h/R=0.020$ dla powłoki obciążonej obciążeniem głównym bez stabilizacji (Rys. 2.24a) oraz po przyłożeniu obciążenia stabilizacyjnego (Rys. 2.24b). Liczba fal obwodowych modu wyboczeniowego nie uległa zmianie po przyłożeniu obciążenia stabilizacyjnego. Nie zauważono również istotnych różnic w kształtach zdeformowanych powłok.

Na Rys. 3.25a i 3.25b pokazano mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki o wymiarach $L/R=2$ i $h/R=0.02$. Mapa naprężeń widoczna na Rys. 3.25a dotyczy powłoki obciążonej obciążeniem głównym, bez obciążenia stabilizacyjnego. Rys. 3.25b przedstawia mapę naprężeń dla powłoki z przyłożonym dodatkowo obciążeniem stabilizującym o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi. Pokazane mapy naprężeń odnoszą się odpowiednio do obciążenia krytycznego na ścieżce równowagi powłoki bez stabilizacji i poziomego punktu przegięcia krzywej przedstawiającej ścieżkę równowagi powłoki obciążonej obciążeniem stabilizującym.



Rys. 3.25 Mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.02$

W obu przypadkach pokazanych na Rys. 3.25 maksymalna wartość naprężenia zredukowanego HMH występuje na dnach obwodowych fal obwodowych modu wyboczeniowego. Naprężenia zredukowane osiągają większą wartość dla powłoki obciążonej obciążeniem stabilizującym.



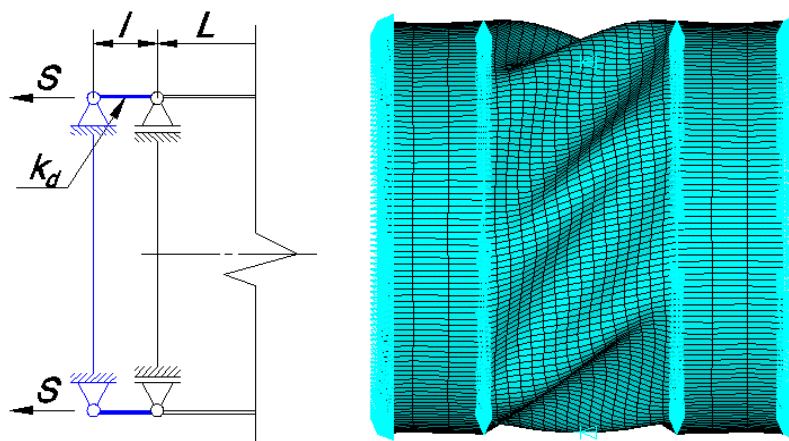
Rys. 3.26 Mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.02$

Mapy naprężeń zredukowanych HMH pokazane na Rys. 3.26 dotyczą powłoki o grubości takiej samej jak powłoka na Rys. 3.25 ale o mniejszej długości. Mapy naprężeń sporządzono dla punktów na ścieżkach równowagi jak w przypadku powłoki $L/R=2$, $h/R=0.02$. W przypadku widocznej na Rys. 3.26 powłoki „krótszej” wartości naprężeń zredukowanych są nieco większe niż dla powłoki „dłuższej” pokazanej na Rys. 3.25, natomiast różnica między naprężeniami dla powłoki z i bez obciążenia stabilizacyjnego jest mniejsza dla powłoki „krótszej”.

Przeprowadzone analizy pokazały że podobnie, jak w przypadku sprężystej powłoki walcowej obciążonej ciśnieniem zewnętrznym, pokrytyczne ścieżki równowagi powłok skręcanych ulegają stabilizacji po przyłożeniu czynnej, rozciągającej siły osiowej o odpowiedniej wartości. Pokazano, że przyłożone obciążenie osiowe oprócz działania stabilizacyjnego znacznie podnosi wartości obciążeń krytycznych badanych powłok. Wnioski te dotyczą wszystkich geometrii badanych powłok.

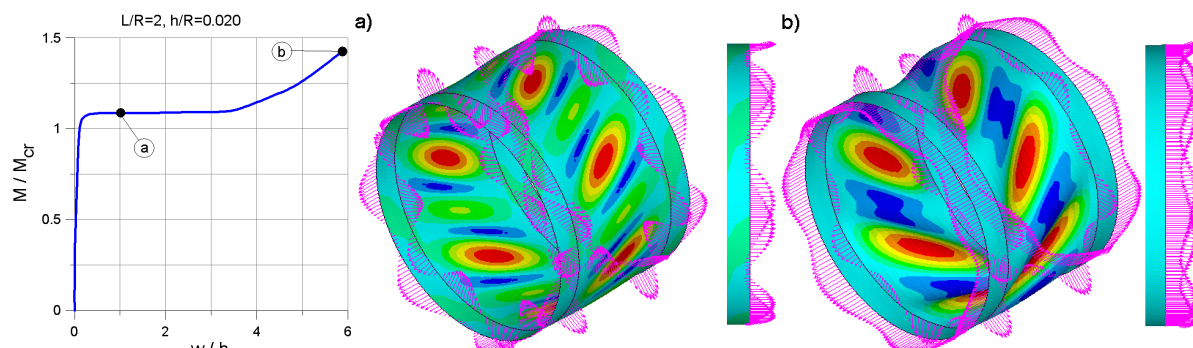
3.6 Powłoka sprężysta obciążona momentem skręcającym i stabilizowana obciążeniem biernym

Podobnie, jak w przypadku omawianej wcześniej powłoki obciążonej ciśnieniem zewnętrznym, ograniczenie możliwości swobodnego przemieszczania się brzegów powłoki obciążonej momentem skręcającym uzyskano stosując dodatkowe powłoki po obu stronach badanej konstrukcji, (Rys. 3.27). Spowodowało to powstanie na jej brzegach osiowych reakcji. Wartości reakcji osiowych na podporach powłoki zmieniają się wraz ze z postępującą zmianą przemieszczeń powierzchni środkowej powłoki.



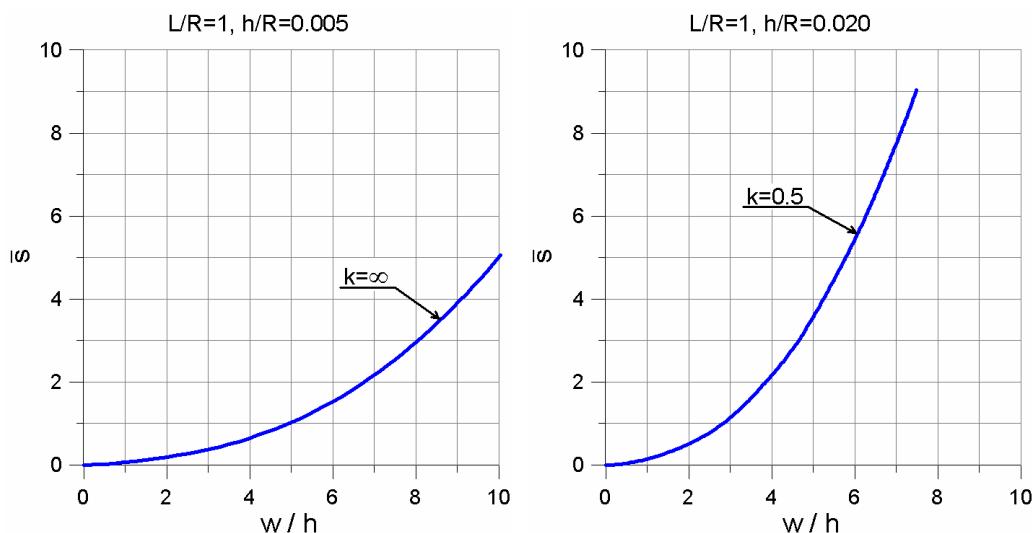
Rys. 3.27 Bierny wariant obciążenia stabilizującego

Rozkłady reakcji na brzegach powłoki, oraz dodatkowo rozkłady reakcji w kierunku promieniowym na podporach łączących powłokę badaną z dodatkowymi odcinkami powłok modelujących sztywność osiową podparcia brzegów powłoki pokazano na Rys. 3.28.



Rys. 3.28 Mapa przemieszczeń całkowitych i rozkład reakcji dla powłoki o wymiarach $L/R=2$ i $h/R=0.020$ stabilizowanej biernym wariantem obciążenia stabilizującego o sztywności $k=4$

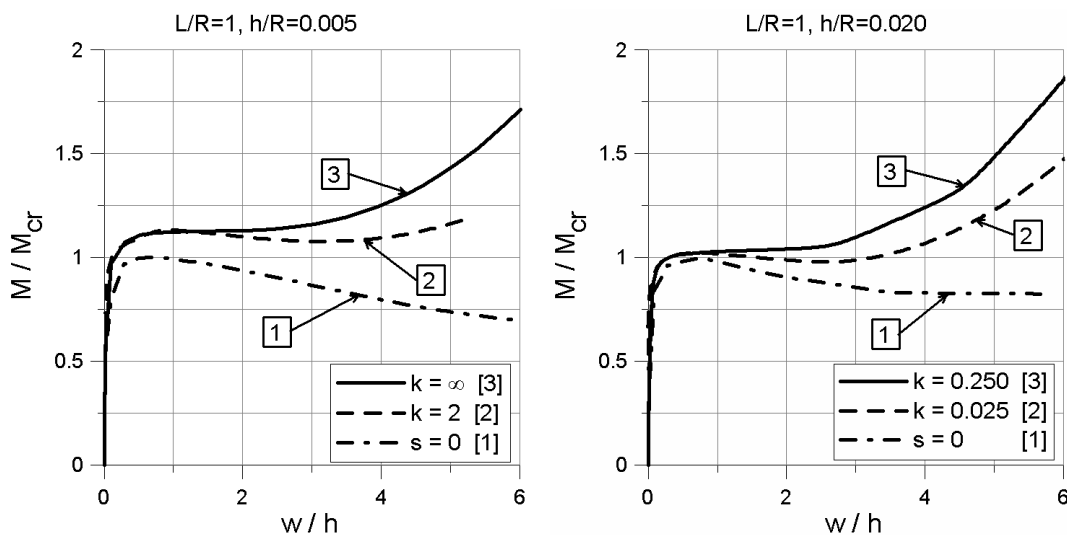
Przedstawione na Rys. 3.28 rozkłady reakcji wykreślono na tle mapy przemieszczeń całkowitych powierzchni środkowej powłoki. Rys. 3.29a i 3.29b sporządzono dla maksymalnych przemieszczeń promieniowych powierzchni środkowej powłoki odpowiadającym punktom a i b na pokrytycznej ścieżce równowagi pokazanej na Rys. 3.28. Podobnie, jak w przypadku omawianej w rozdziale 3.2 powłoki obciążonej ciśnieniem zewnętrznym, rozkład reakcji na obwodzie powłoki jest sinusoidalnie zmienny. Punkty na obwodzie powłoki odpowiadające ekstremalnym wartościom reakcji pokrywają się z punktami ekstremalnych przemieszczeń powierzchni środkowej powłoki. Dla małych przemieszczeń (Rys. 3.28a), a więc i małych wartości M na brzegach powłoki występują zarówno strefy obciążeń ściskających jak i rozciągających. Jednak reakcja całkowita, a zatem i średnia wartość \bar{s} , nie jest ujemna. Na Rys. 3.29, w formie wykresów, pokazano jak zmienia się globalna reakcja osiowa, a zatem średnia wartość \bar{s} , na podporach powłoki w zależności od bezwymiarowego przemieszczenia wybranego punktu na powierzchni środkowej powłoki. Wykresy sporządzono dla dwóch geometrii powłok. W obu przedstawionych przypadkach wykresy sporządzono dla minimalnej sztywności osiowej k podpór wywołującej reakcje stabilizujące pokrytyczne ścieżki równowagi.



Rys. 3.29 Zależność średniego bezwymiarowego naprężenia osiowego $\bar{\sigma}$ od bezwymiarowego przemieszczenia w/h wybranego punktu na powierzchni środkowej powłoki

W miarę zwiększania się deformacji powłoki strefy, w których występuje ściskanie zanikają, a wartości reakcji osiowych s rosną zaś amplituda reakcji s się zmniejsza.

Rys. 3.30 przedstawia pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o bezwymiarowej długości $L/R=1$ i bezwymiarowych grubościach $h/R=0.005$ i $h/R=0.020$.

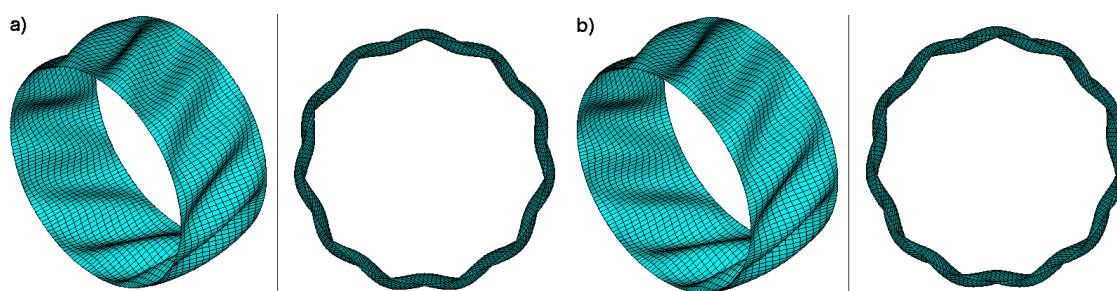


Rys. 3.30 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrze geometrycznym $L/R=1$ i dwóch różnych grubościach: $h/R=0.005$ i $h/R=0.02$

Oba przedstawione wykresy zawierają trzy krzywe. Krzywe (1) przedstawiają pokrytyczne ścieżki równowagi powłoki bez obciążenia stabilizacyjnego. Krzywe (2) dotyczą powłok stabilizowanych obciążeniem biernym o wartości mniejszej niż wymagana do

stabilizacji. Krzywe (3) przedstawiają ścieżki równowagi powłok obciążonych obciążeniem biernym o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji. Dla powłoki o parametrze grubości $h/R=0.005$ minimalne obciążenie bierne powodujące stabilizację pokrytycznej ścieżki równowagi odpowiada $k=\infty$. Znaczy to, że dopiero całkowite zablokowanie brzegów spowodowało stabilizację pokrytycznej ścieżki równowagi dla tej powłoki. Wzrost obciążenia punktu przegięcia towarzyszący stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi wyniósł w tym przypadku około 15%. Do stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi dla powłoki „grubszej” o parametrze geometrycznym $h/R=0.02$ wystarczyło obciążenie bierne wynikające ze skończonej sztywności osiowej podpór $k=0.25$. W tym przypadku przyłożone obciążenie bierne spowodowało bardzo wyraźną zmianę przebiegu pokrytycznej ścieżki równowagi powłoki, nie powodując równocześnie wyraźnego wzrostu obciążenia punktu przegięcia wynoszącego zaledwie kilka procent.

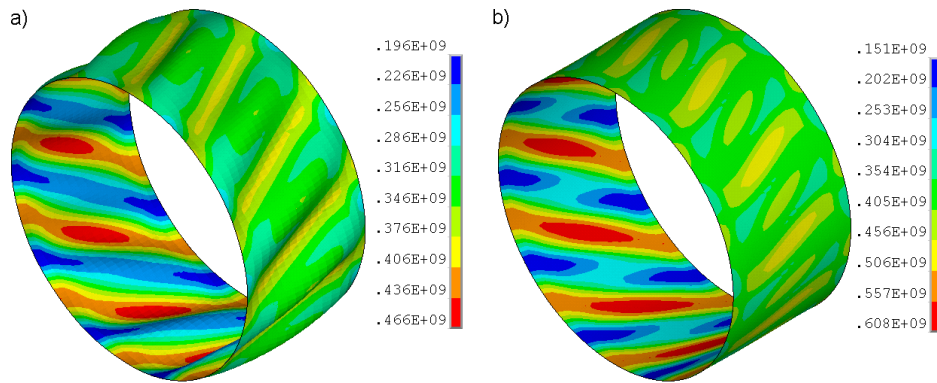
Na Rys. 3.31 pokazano kształty zdeformowanych powłok. Rys. 3.31a przedstawia zdeformowaną powłokę obciążoną jedynie obciążeniem głównym, bez obciążenia stabilizującego. Rys. 3.31b przedstawia powłokę obciążoną zarówno obciążeniem głównym, jak i stabilizującym. Rysunki sporządzono dla przemieszczeń w/h powierzchni środkowej powłoki odpowiadającym obciążeniu krytycznemu na ścieżce równowagi dla powłoki bez obciążenia stabilizacyjnego i poziomemu punktowi przegięcia ścieżki równowagi dla powłoki obciążonej dodatkowo obciążeniem stabilizującym ($w/h \approx 0.73$).



Rys. 3.31 Kształty zdeformowanych o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ bez obciążenia stabilizującego (a) i z obciążeniem stabilizującym (b)

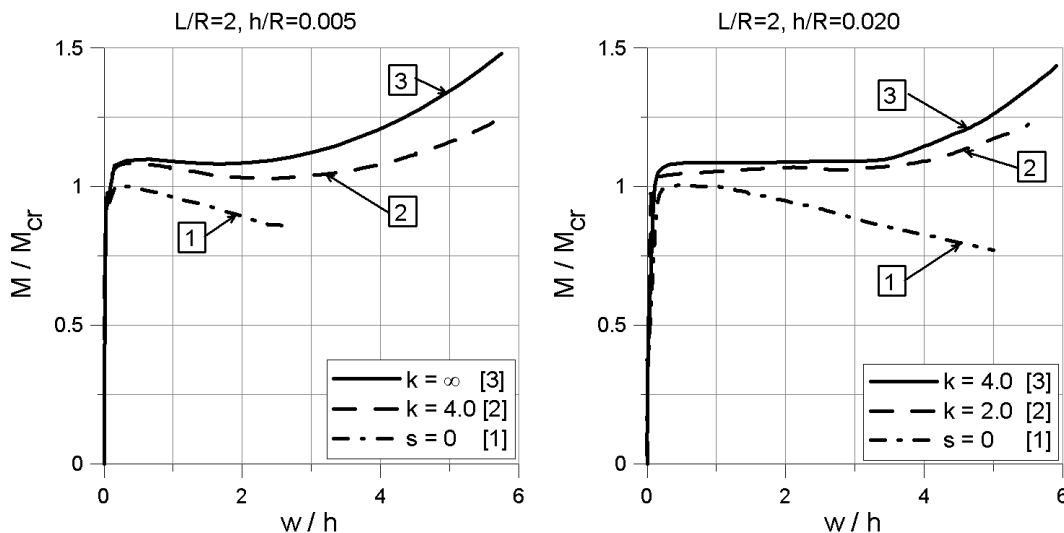
Podobnie jak w przypadku powłoki obciążonej ciśnieniem zewnętrznym po przyłożeniu biernego obciążenia stabilizującego liczba fal obwodowych wyboczenia pozostała taka sama jak dla powłoki bez obciążenia stabilizującego. Nie widać też istotnych różnic w kształtach zdeformowanych powłok.

Przedstawionym na Rys. 3.31a i 3.31b odpowiadają mapy naprężeń pokazane odpowiednio na Rys. 3.32a i 3.32b.



3.32 Rozkłady naprężeń zredukowanych HMM dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ bez obciążenia stabilizującego (a) i z obciążeniem stabilizującym (b)

Podobnie jak w przypadku przytoczonych wcześniej rozkładów deformacji, mapy naprężeń dla powłok obciążonych oraz nie obciążonych biernym obciążeniem stabilizującym pokazują że rozkłady naprężeń są bardzo zbliżone dla obu przypadków. W przypadku powłoki obciążonej dodatkowo obciążeniem stabilizującym odnotowano wyższy poziom naprężeń maksymalnych (o około 22%) przy około 15% wzroście wartości obciążenia punktu przegięcia.



Rys. 3.33 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrze geometrycznym $L/R=2$ i dwóch różnych grubościach: $h/R=0.005$ i $h/R=0.020$

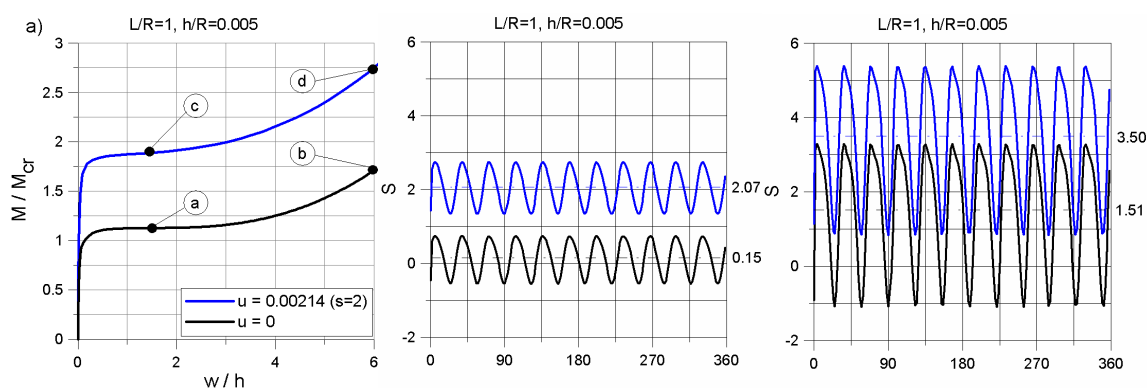
Na Rys. 3.33 pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi dla kolejnych dwóch geometrii powłok. Podobnie jak poprzednio liniami punktowymi (1) wykreślono pokrytyczne

ścieżki równowagi dla powłok obciążonych jedynie obciążeniem głównym, bez udziału sprężystych elementów ($k=0$). Liniami przerywanymi (2) pokazano ścieżki równowagi dla powłok stabilizowanych elementami sprężystymi o sztywnościach niewystarczających do stabilizacji. W przypadku powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.02$ linia ciągła (3) przedstawia stateczną pokrywczą ścieżkę równowagi uzyskaną dla sztywności k o wartości minimalnej niezbędnej do stabilizacji. W tym przypadku sztywność osiowego podparcia brzegów powłoki $k=4$. Dla powłoki parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ nawet dla $k=\infty$ nie udało się uzyskać stabilizacji pokrywczą ścieżki równowagi. W tym przypadku krzywa (3) przedstawia pokrywczą ścieżkę równowagi odpowiadającą maksymalnej, możliwej wartości sztywności elementu stabilizacyjnego, $k=\infty$. Dla pokazanych na Rys. 3.33 przykładów bierne obciążenie stabilizacyjne spowodowało kilkunastoprocentowy wzrost obciążenia krytycznego w przypadku powłoki bez stabilizacji ($L/R=2$ i $h/R=0.005$) i kilkunastoprocentowy wzrost obciążenia punktu przegięcia w przypadku powłoki ustabilizowanej ($L/R=2$ i $h/R=0.02$).

Przedstawione przykłady pokazały, że w przypadku powłok skręcanych stabilizowanych biernym wariantem obciążenia stabilizacyjnego, pokrywczynie ścieżki równowagi, mogą ulec stabilizacji. We wszystkich przedstawionych przykładach bierne obciążenie stabilizujące wpływało na przebiegi pokrywczynie ścieżek równowagi zaś zastosowaniu sprężystego elementu stabilizacyjnego towarzyszył niewielki wzrost wartości obciążenia krytycznego. Warto zauważyć, że dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$, $h/R=0.005$ minimalna sztywność powodująca stabilizację to $k=\infty$, zaś pokrywczynie ścieżki równowagi dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$, $h/R=0.005$ nie udało się ustabilizować przedstawionym wariantem obciążenia stabilizacyjnego. W przypadku powłok „dłuższych” i „cieńszych” okazało się, że w początkowej fazie obciążania powłoki momentem skręcającym reakcja jest ujemna (ściskająca). Powstająca strefy rozciągania i ściskania osiowego nawzajem redukują swoje efekty. Naprężenia rozciągające powodują wzrost wartości momentu krytycznego jednak ich wpływ jest za mały by ustabilizować niestateczną ścieżkę równowagi. Można stąd wyciągnąć wniosek, że dla powłok obciążonych momentem skręcającym istnieją zakresy proporcji wymiarów geometrycznych dla których możliwa jest stabilizacja pokrywczynie ścieżek równowagi biernym wariantem obciążenia stabilizującego. Ale również istnieją zakresy tych proporcji dla których stabilizacja pokrywczynie ścieżek równowagi biernym wariantem obciążenia stabilizującego jest niemożliwa. Odpowiedniego zakresu proporcji geometrycznych w pracy nie wyznaczono.

3.7 Powłoka sprężysta obciążona momentem skręcającym i stabilizowana „mieszanym” obciążeniem stabilizującym

Z przykładów pokazanych w rozdziale 3.6 wynika, że ograniczając możliwość swobodnego przesuwu brzegów powłoki w kierunku osiowym (bierny wariant obciążenia stabilizacyjnego) w wielu przypadkach można ustabilizować pokrytyczne ścieżki równowagi powłok wykonanych z materiału sprężystego i obciążonych momentem skręcającym. Maksymalna wartość sztywności osiowej podpór w biernym wariantcie obciążenia stabilizacyjnego wynosi $k=\infty$. Oznacza to zablokowanie możliwości osiowego przesuwu brzegów powłoki. Przykładanie obciążenia stabilizacyjnego w mieszanym wariantcie obciążenia stabilizacyjnego polega na nadaniu końcom pewnego przemieszczenia osiowego U i zablokowanie ich w tym położeniu. Posługiwać będziemy się odpowiednio bezwymiarowym przemieszczeniem osiowym u zdefiniowanym wzorem (3.2). Minimalna wartość obciążenia stabilizacyjnego $u=0$ odpowiada maksymalnej wartości sztywności podpór $k=\infty$. W rozdziale 3.6 pokazano, że niestateczne ścieżki równowagi powłok o pewnych parametrach geometrycznych obciążonych momentem skręcającym mogą być stabilizowane stosując bierne obciążenie stabilizacyjne, nawet dla $k\neq 0$. Stąd wniosek, że niestateczne ścieżki równowagi ulegną również stabilizacji z użyciem mieszanego wariantu obciążenia stabilizacyjnego.

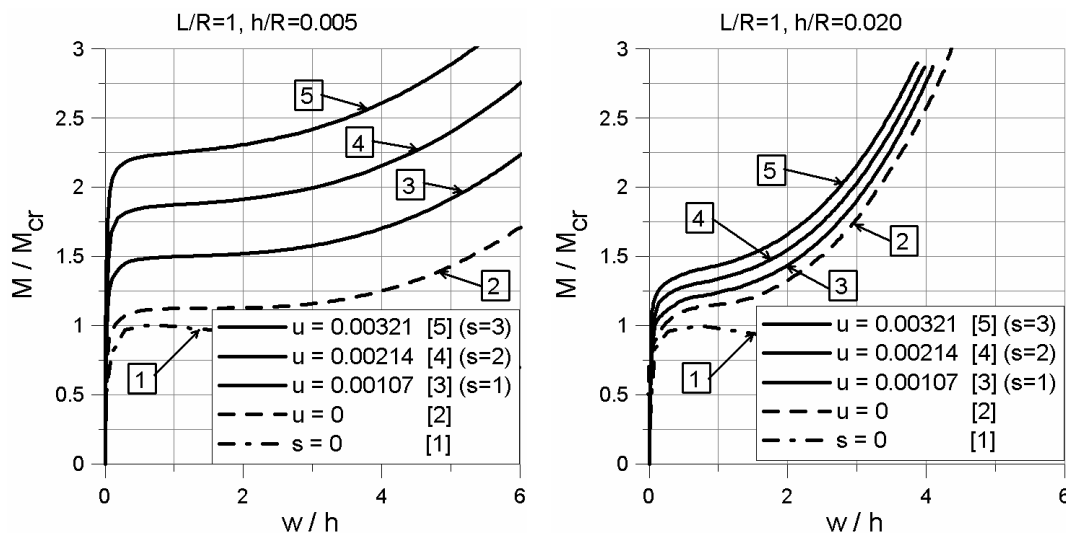


Rys. 3.34 Rozkład bezwymiarowego naprężenia osiowego σ na brzegach powłoki ($L/R=1$ i $h/R=0.005$)

W przypadku stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi powłok „mieszanym” wariantem stabilizacji rozkład reakcji wzdłuż obwodu pochodzących od kinematycznego

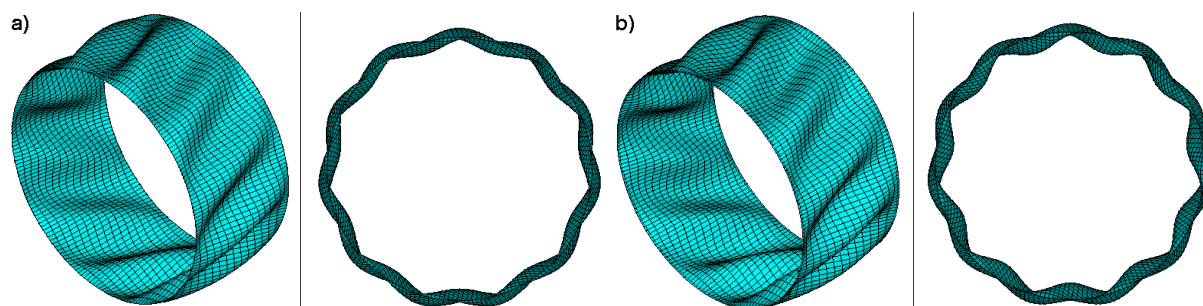
naciągu brzegów powłoki jest stały na obwodzie powłoki. W miarę postępu deformacji powierzchni środkowej powłoki na skutek oddziaływania obciążenia głównego (momentu skręcającego) reakcje osiowe na końcach powłoki ulegają zmianie, a rozkład naprężeń osiowych po obwodzie staje się nierównomierny.

Na Rys. 3.34a pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$. Ścieżki sporządzono dla powłoki, dla której wstępne bezwymiarowe osiowe naciągi podpór wynosiły $u=0$ oraz $u=0.00214$. Na każdej z przedstawionych ścieżek równowagi wybrano dwa punkty odpowiadające przemieszczeniom całkowitym powierzchni środkowej powłoki wynoszącym odpowiednio $w/h \approx 1.5$ i $w/h \approx 6$. Rys. 3.34b i 3.34c przedstawiają rozkłady bezwymiarowych naprężeń osiowych s pochodzących od reakcji na brzegach powłoki odpowiadające punktom na ścieżkach równowagi zaznaczonym na Rys. 3.34a. Przedstawione rozkłady bezwymiarowych naprężeń osiowych s , podobnie jak wcześniej dla powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym, mają charakter okresowy (sinusoidalny). Stwierdzono, że punkty na obwodzie powłoki odpowiadające ekstremalnym wartościom reakcji pokrywają się z punktami ekstremalnych przemieszczeń powierzchni środkowej powłoki. Zmiana wartości wstępnego naciągu z $u=0$ na $u=0.00214$ spowodowała przesunięcie wykresów rozkładu bezwymiarowego naprężenia osiowego s bez widocznej zmiany ich kształtu oraz amplitudy. Pokazano to na Rys. 3.34b i 3.34c. Dla obu pokazanych przypadków zaawansowania deformacji powłoki, mianowicie dla $w/h \approx 1.5$ i $w/h \approx 6$ przesunięcie wykresów było bardzo zbliżone i wyniosło $s \approx 2$.



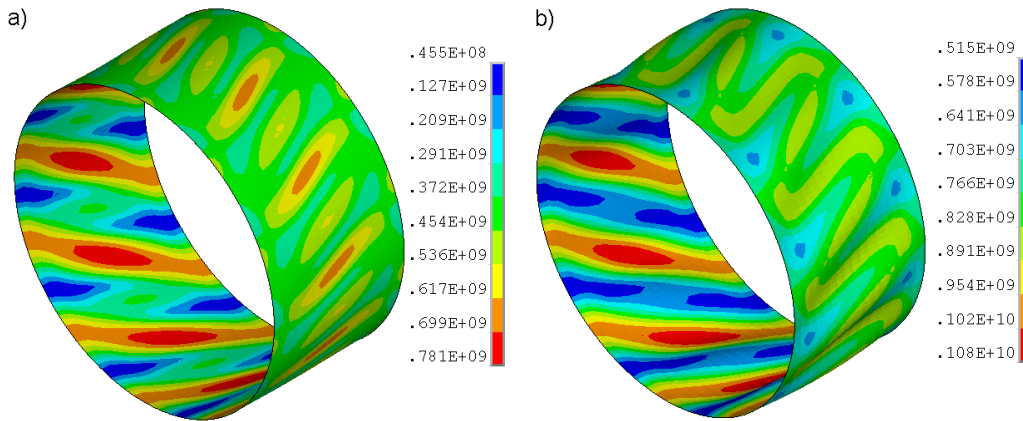
Rys. 3.35 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrze geometrycznym $L/R=1$ i dwóch różnych grubościach: $h/R=0.005$ i $h/R=0.020$

Na Rys. 3.35 pokazano pokrywane ścieżki dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=1$ i $h/R=0.020$. W rozdziale 3.6 pokazano, że dla obu przedstawionych przykładów pokrywane ścieżki równowagi ulegają stabilizacji już w biernym wariancie obciążenia stabilizacyjnego. W bieżącej analizie skupiono się na zbadaniu wpływu przyłożonego wstępnego naciągu u brzegów powłok na przebiegi pokrywanych ścieżek równowagi. Na Rys. 3.35 pokazano po pięć krzywych. Krzywe (1) przedstawiają pokrywane ścieżki równowagi powłok obciążonych jedynie obciążeniem głównym, bez obciążenia stabilizacyjnego. Krzywe od (2) do (5) odpowiadają pokrywającym ścieżkom równowagi powłok stabilizowanych mieszanym wariantem obciążenia stabilizacyjnego o stopniowo zwiększanych wartościach bezwymiarowego naciągu osiowego u . Naciągi u dobrano tak, aby zmieniały się o stałą wartość od $u=0$ (blokada przemieszczeń brzegów powłoki w kierunku osiowym) do $u=0.00321$. Stwierdzono, że zwiększanie naciągu od $u=0$ o kolejne stałe wartości, w obu przypadkach grubości ścianki spowodowało proporcjonalne przesunięcie ścieżek równowagi w kierunku większych M , natomiast nie spowodowało zmian kształtu oraz charakteru pokrywanych ścieżek równowagi.



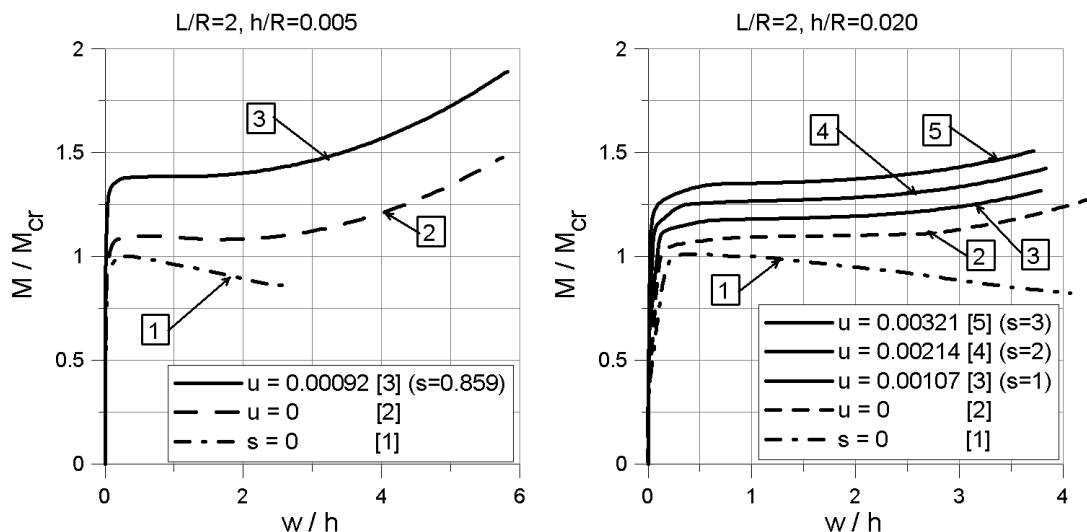
Rys. 3.36 Kształty zdeformowanych o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ bez obciążenia stabilizującego (a) i z obciążeniem stabilizującym $u=0.00214$ (b)

Rys. 3.36 przedstawia kształty zdeformowanych powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ bez obciążenia stabilizującego (a) i z obciążeniem stabilizującym $u=0.0024$ (b). Wprowadzenie obciążenia stabilizacyjnego nie spowodowało zmiany liczby obwodowych fal modu wyboczeniowego. Nie zauważono również istotnych różnic w kształtach przedstawionych powłok.



3.36 Rozkłady naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ obciążonej obciążeniem stabilizującym $u=0$ (a) i $u=0.00214$ (b)

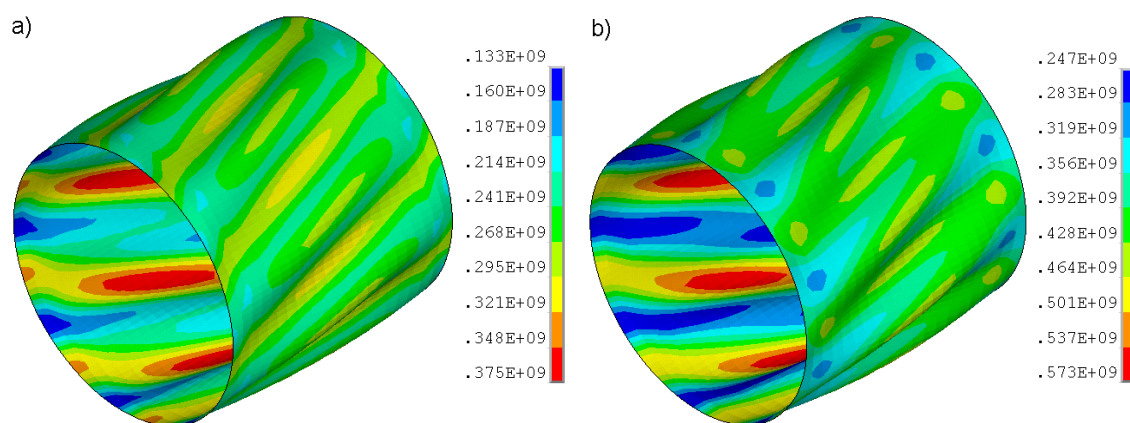
Na Rys. 3.36 pokazano mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ obciążonej obciążeniem stabilizującym o wartościach $u=0$ (a) i $u=0.00214$ (b). Przedstawione mapy naprężeń odpowiadają tym samym przemieszczeniom na ścieżkach równowagi ($w/h \approx 1.5$). Wprowadzenie naciągu osiowego $u=0.00214$ spowodowało niewielkie zmiany w rozkładach naprężeń zredukowanych oraz zwiększyło ich poziom o około 38% powodując jednocześnie wzrost obciążenia punktu przegięcia o około 70% (Rys. 3.34a).



Rys. 3.37 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrze geometrycznym $L/R=2$ i dwóch różnych grubościach: $h/R=0.005$ i $h/R=0.020$

Rys. 3.37 przedstawia pokrytyczne ścieżki równowagi powłok o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$. W rozdziale 3.6 pokazano, że

wykorzystując bierny wariant obciążenia stabilizacyjnego nie można ustabilizować ścieżki równowagi powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.005$. Dopiero nałożenie na brzegi tej powłoki wstępnego naciągu $u=0.000535$ spowodowało stabilizację ścieżki równowagi. Dla powłoki o parametrach $L/R=2$ i $h/R=0.005$, dla której pokrywane ścieżki równowagi ulegają stabilizacji z zastosowaniem biernego wariantu obciążenia stabilizacyjnego uzyskano wyniki analogiczne do pokazanych wcześniej dla powłok $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$. Zatem stwierdzono, że wartość obciążenia krytycznego rośnie proporcjonalnie do wartości nałożonego naciągu osiowego u . Charakter ścieżek pozostał bez zmian.



Rys. 3.38 Rozkłady naprężeń zredukowanych HMM dla powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.005$ bez obciążenia stabilizującego (a) i z obciążeniem stabilizującym (b)

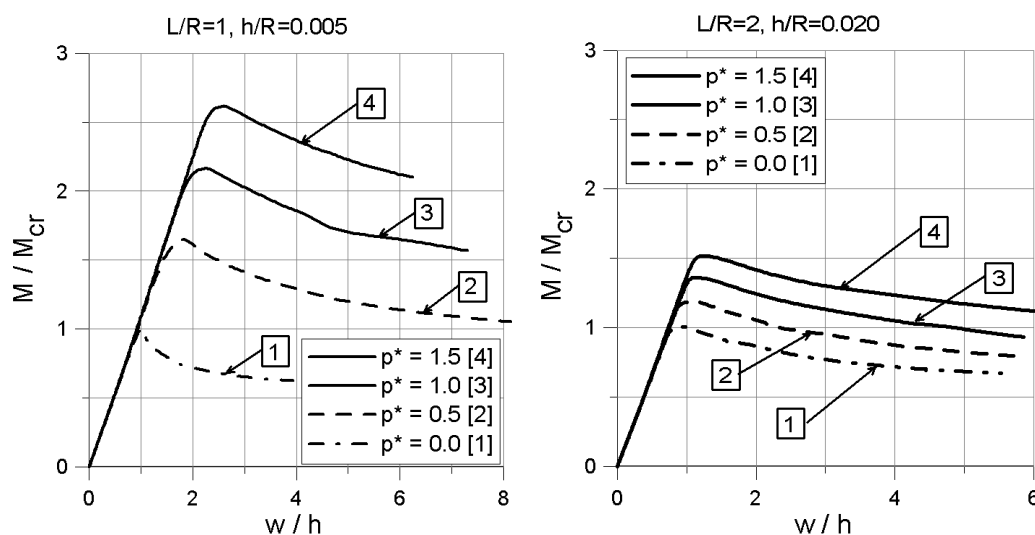
Na Rys. 3.38 pokazano mapy naprężeń zredukowanych HMM dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ bez obciążenia stabilizującego (a) i z obciążeniem stabilizującym $u = 0.00092$ (b). W obu przypadkach mapy naprężeń dotyczą przemieszczenia $w/h \approx 0.36$ na pokrywanych ścieżkach równowagi. Wprowadzenie obciążenia stabilizacyjnego spowodowało wzrost maksymalnych naprężeń zredukowanych o około 53%. Rozkład naprężeń uległ niewielkim, widocznym na rysunkach zmianom.

Przedstawione wyniki dotyczące stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi sprężystych powłok walcowych mieszanym wariantem obciążenia stabilizacyjnego pokazały, że w przypadku gdy nie jest możliwa stabilizacja ścieżek biernym wariantem stabilizacji, jest ona możliwa przy wykorzystaniu wariantu mieszanego. Stwierdzono, że dla już ustabilizowanych pokrywanych ścieżek równowagi badanych powłok zwiększenie bezwymiarowego naciągu osiowego u , dla każdego analizowanego przypadku, spowodowało proporcjonalne zwiększenie obciążenia punktu przegięcia. Zauważono również, że dla już stabilnych pokrywanych ścieżek równowagi zwiększenie naciągu nie zmienia ich przebiegu ani charakteru.

3.8 Powłoka sprężysta obciążona momentem skręcającym i stabilizowana ciśnieniem wewnętrznym

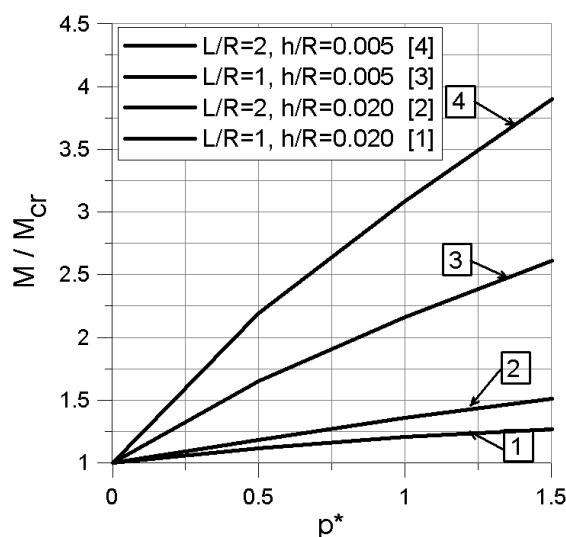
We wcześniejszych rozdziałach pracy przeanalizowano i pokazano trzy podstawowe warianty wprowadzania obciążenia stabilizacyjnego pozwalającego uzyskać stabilizację pokrywicznych ścieżek równowagi badanych sprężystych powłok walcowych. Wszystkie przedstawione warianty stabilizacji polegały na przyłożeniu do konstrukcji dodatkowego, osiowego obciążenia. W bieżącym rozdziale omówiony zostanie, dodatkowy, specjalny wariant stabilizacji pokrywicznych ścieżek równowagi. Zbadany zostanie wpływ ciśnienia wewnętrznego na obciążenie krytyczne i na przebiegi pokrywicznych ścieżek równowagi dla sprężystych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym. Podobnie, jak w przypadku innych wariantów stabilizacji badane powłoki obciążano dwuetapowo. W pierwszym etapie konstrukcję obciążono obciążeniem stabilizującym (ciśnienie wewnętrzne), w etapie drugim powłokę stopniowo obciążano obciążeniem głównym, przy ustalonym ciśnieniu wewnętrznym.

Na Rys. 3.39 pokazano przebiegi pokrywicznych ścieżek równowagi dla wybranych sprężystych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym i stabilizowanych ciśnieniem wewnętrznym.



Rys. 3.39 Pokrywiczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.020$

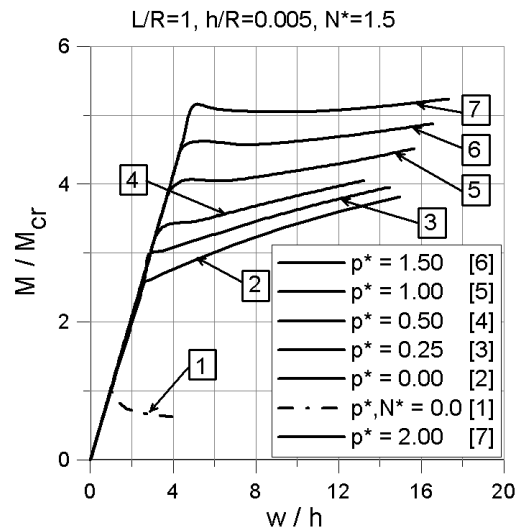
Na Rys. 3.39 przedstawiono po cztery krzywe dla każdej z badanych powłok. Krzywe (1) dotyczą powłok skręcanych bez obciążenia stabilizacyjnego. Krzywe (2), (3) i (4) odpowiadają ścieżkom równowagi dla powłok obciążonych obciążeniem stabilizującym – ciśnieniem, o kolejnych wartościach $p^*=0.5$, $p^*=1.0$ i $p^*=1.5$ gdzie $p^* = s_q / s_0 = pR / h s_0$ oznacza wprowadzone, bezwymiarowe naprężenie obwodowe wytworzone ciśnieniem wewnętrznym, odniesione do naprężenia s_0 . Z przedstawionych na Rys. 3.39 wykresów pokrytycznych ścieżek równowagi wynika, że dla sprężystych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym przyłożenie ciśnienia wewnętrznego powoduje wzrost wartości obciążenia krytycznego M/M_{cr} , bez zmiany charakteru przebiegu pokrytycznych ścieżek równowagi badanych powłok. Warto podkreślić, że pokrytyczne ścieżki równowagi dla kolejnych, zwiększających się wartości ciśnienia wewnętrznego przesuwają się równoległe względem siebie w kierunku większych wartości M/M_{cr} (ku górze). Oznacza to, że w wyniku działania ciśnienia wewnętrznego nie następuje stabilizacja pokrytycznej ścieżki równowagi. Dotyczy to wszystkich badanych geometrii powłok. Dla obu przedstawionych przykładów zwiększanie obciążenia stabilizującego (ciśnienia) o kolejne stałe wartości powodowało prawie proporcjonalny wzrost wartości obciążenia krytycznego. Dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ wzrost ten był wyraźnie większy.



Rys. 3.40 Wpływ parametru ciśnienia wewnętrznego p^* na wartości obciążenia krytycznego M/M_{cr}

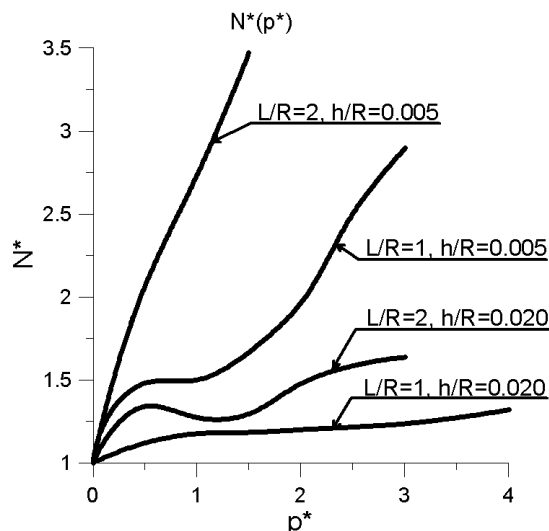
Na Rys. 3.40 pokazano w formie wykresów wpływ parametru ciśnienia wewnętrznego p^* na wartości momentu krytycznego wyrażonego poprzez M/M_{cr} . Dla wszystkich analizowanych powłok ze wzrostem wartości parametru p^* nastąpił wzrost obciążenia

krytycznego (M/M_{cr}). Dla powłok o parametrze grubości $h/R=0.005$ wzrost ten był znacząco wyraźniejszy niż dla powłok o parametrze grubości $h/R=0.020$.



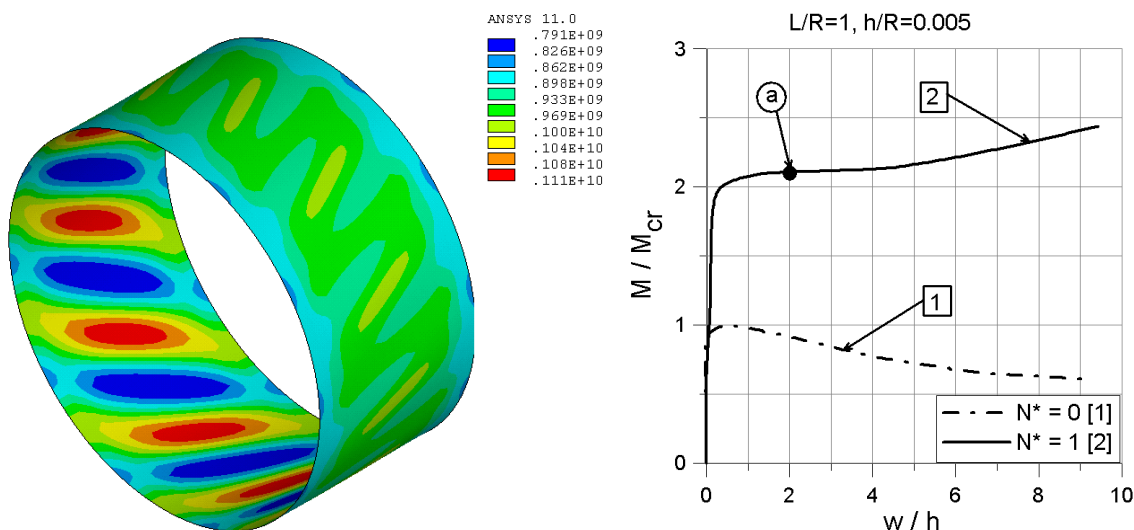
Rys. 3.41 Wpływ ciśnienia wewnętrznego p^* na przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi powłoki obciążonej bezwymiarową siłą osiową $N^*=1.5$

Jak pokazano powyżej, dla sprężystych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym przyłożone, dodatkowe ciśnienie wewnętrzne nie powoduje zmiany charakteru przebiegu pokrytycznych ścieżek równowagi, a jedynie powoduje podniesienie wartości obciążenia krytycznego. Ciekawy efekt zaobserwowano dla skręcanych powłok czynną, osiową siłą N , która jest nie mniejsza niż minimalna siła stabilizująca konieczna do stabilizacji ścieżki równowagi, oraz dodatkowo ciśnieniem wewnętrznym. W analizie tej posługiwać będziemy się wcześniej zdefiniowanym parametrem ciśnienia stabilizującego p^* oraz bezwymiarową, osiową siłą czynną $N^* = N / N_{stab}$ gdzie N_{stab} oznacza minimalną siłę osiową niezbędną do stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi. Zatem $N^*=1$ oznacza osiową siłę równą sile stabilizującej. Na Rys. 3.41 pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ obciążonej jednocześnie siłą osiową o wartości półtora razy większej od minimalnej, niezbędnej do stabilizacji ($N^*=1.5$) i ciśnieniem wewnętrznym o kolejno wzrastających wartościach scharakteryzowanym parametrem p^* . Zauważono, że dla tak obciążonych powłok przyłożone ciśnienie wewnętrzne wpływa bardzo istotnie na przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi. Powodując znaczne podniesienie obciążenia krytycznego a równocześnie destabilizując ścieżkę równowagi.

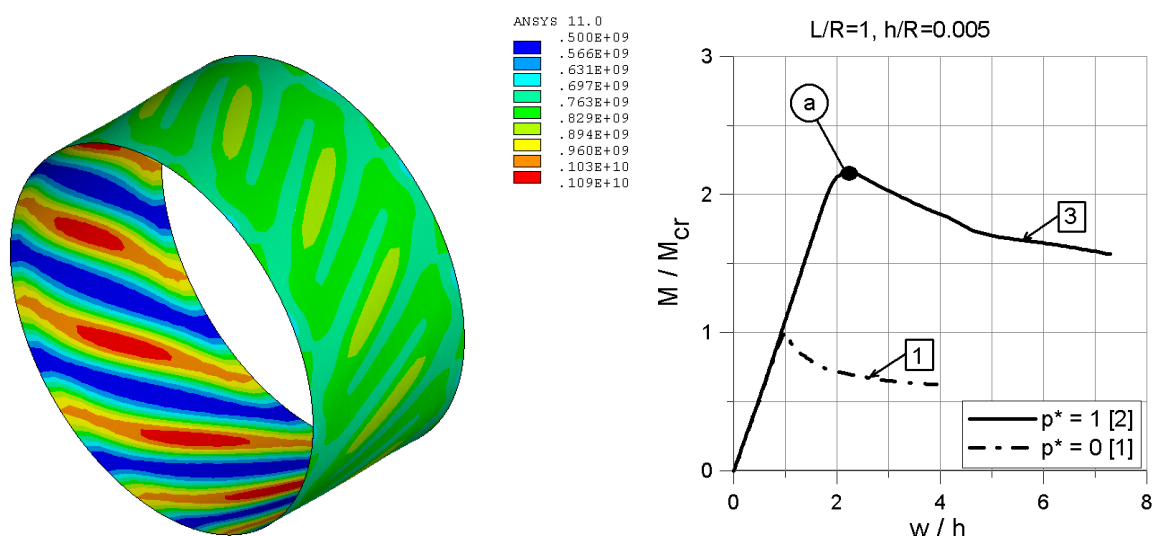


Rys. 3.42 Wpływ wartości parametru p^* na wartość minimalnej siły osiowej N^* niezbędnej do stabilizacji pokrywanych ścieżki równowagi

Na Rys. 3.42, dla czterech wybranych geometrii powłok pokazano jak należy zwiększyć wartość stabilizującej siły osiowej N^* aby pokrywana ścieżka równowagi powłoki skręcanej i obciążonej dodatkowo ciśnieniem zewnętrznym pozostała stabilna. Z przedstawionych wykresów wynika, że powłoki „dłuższej” (o większych wartościach parametru długości L/R) i mniejszych grubościach ścianki (mniejszych wartościach h/R) są bardziej wrażliwe na destabilizujące działanie ciśnienia wewnętrznego.



Rys. 3.43 Mapa naprężeń zredukowanych HMH odpowiadająca punktowi „a” na pokrywanych ścieżce równowagi powłoki stabilizowanej siłą czynną ($L/R=1$, $h/R=0.005$)



Rys. 3.44 Mapa naprężeń zredukowanych HMH odpowiadająca punktowi „a” na pokrytycznej ścieżce równowagi powłoki stabilizowanej ciśnieniem wewnętrznym ($L/R=1$, $h/R=0.005$)

Rys. 3.43 i 3.44 przedstawiają mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$. Rys. 3.43 dotyczy powłoki stabilizowanej czynną siłą osiową, zaś Rys. 3.44 dotyczy powłoki stabilizowanej ciśnieniem wewnętrznym. Punkty na wykresach, dla których sporządzono mapy naprężeń, dobrano tak, aby odpowiadały one podobnym wartościom bezwymiarowego momentu skręcającego M/M_{cr} i bezwymiarowego przemieszczenia w/h . Stwierdzono, że wartości maksymalne naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki stabilizowanej czynną siłą osiową i dla powłoki stabilizowanej ciśnieniem wewnętrznym są na podobnym poziomie.

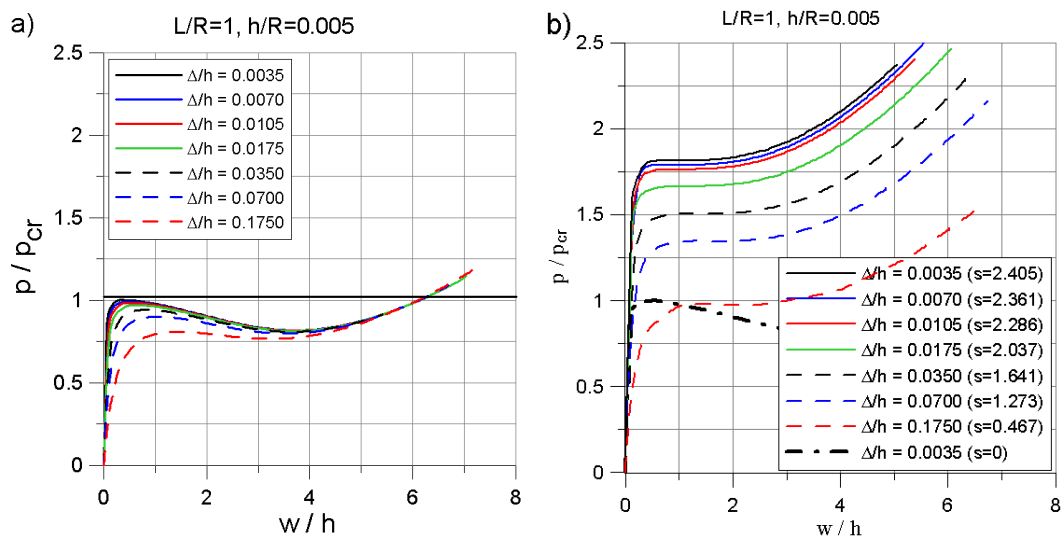
Z przedstawionych analiz wynika, że pokrytyczne ścieżki równowagi sprężystych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym nie ulegają stabilizacji po przyłożeniu ciśnienia wewnętrznego. Zauważono, że ciśnienie wewnętrzne znacznie podnosi wartość obciążenia krytycznego badanych powłok. Stwierdzono, że dla powłok obciążonych jednocześnie momentem skręcającym i stabilizowanych siłą czynną ciśnienie wewnętrzne podnosi wartość obciążenia krytycznego ale działa destabilizująco na ustabilizowane siłą osiową ścieżki równowagi badanych powłok.

3.9 Stabilizacja pokrywanych ścieżek równowagi sprężystych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym – podsumowanie

W rozdziałach 3.5 do 3.8 przedstawiono analizy dotyczące możliwości stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi sprężystych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym. Podobnie, jak w przypadku powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym przeanalizowano możliwości stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi powłok pod działaniem stabilizującego obciążenia czynnego, biernego i „mieszanego”. Dodatkowo przeanalizowano specjalny wariant stabilizacji polegającym na przyłożeniu ciśnienia wewnętrznego. Dla powłok stabilizowanych siłą czynną uzyskano stabilizację pokrywanych ścieżek równowagi dla wszystkich badanych przypadków. Stabilizacji towarzyszył wzrost wartości obciążenia krytycznego. W przypadku powłok stabilizowanych biernym obciążeniem stabilizującym stwierdzono, że pokrywane ścieżki równowagi ulegają stabilizacji jedynie w pewnym zakresie wymiarów geometrycznych powłok. Dla powłok, dla których uzyskano stabilizację ścieżek równowagi przy zastosowaniu biernego obciążenia stabilizacyjnego zaobserwowano niewielki (kilkuprocentowy) wzrost obciążenia krytycznego. Pokazano, że w przypadku „mieszanego” wariantu obciążenia stabilizacyjnego uzyskano stabilizację pokrywanych ścieżek równowagi powłoki, dla której nie udało się tego efektu uzyskać dla biernego obciążenia stabilizacyjnego. Zbadano również wpływ wielkości wstępnego naciągu brzegów powłoki w „mieszanym” wariantcie obciążenia stabilizacyjnego na przebiegi pokrywanych ścieżek równowagi. Podczas prób stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi ciśnieniem wewnętrznym stwierdzono, że zastosowane ciśnienie wewnętrzne podnosi znacznie wartości obciążeń krytycznych natomiast nie wywołuje stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi badanych powłok. Wprost przeciwnie, ciśnienie wewnętrzne może mieć działanie destabilizujące, bowiem ścieżki równowagi ustabilizowane czynną siłą osiową w wyniku działania ciśnienia wewnętrznego mogą ulec destabilizacji.

3.10 Wpływ imperfekcji geometrycznych na wartości obciążenia stabilizującego

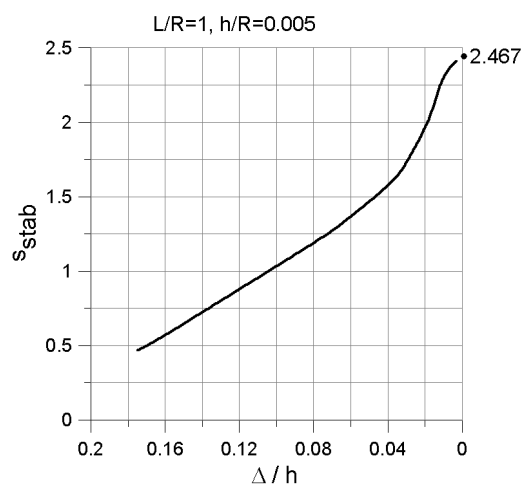
Wyznaczenie pokrytycznych ścieżek równowagi w zakresie nieliniowej analizy przemieszczeń systemem ANSYS wymaga wprowadzenia do geometrii badanych powłok pewnej niewielkiej, wstępnej imperfekcji. W bieżącym rozdziale przeanalizowano wpływ wielkości imperfekcji na przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi oraz na wartości obciążenia krytycznego i stabilizującego. Założono kształt imperfekcji zgodny z kształtem modu wybozeniowego powłoki idealnej. Do określenia wielkości imperfekcji wprowadzono parametr D/h , gdzie D oznacza maksymalną odchyłkę kształtu powłoki z imperfekcją w stosunku do powłoki idealnej zaś h oznacza grubość powłoki.



Rys. 3.45 Wpływ wartości imperfekcji geometrycznych na wartości obciążenia krytycznego i stabilizującego dla powłoki obciążonej ciśnieniem zewnętrznym

Na Rys. 3.45 pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłoki walcowej o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ obciążonej ciśnieniem zewnętrznym. Rys. 3.45a przedstawia przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłoki bez obciążenia stabilizacyjnego i kolejnych, zwiększających się wartości imperfekcji geometrycznej D/h . Wartości poszczególnych obciążeń krytycznych odniesiono do obciążenia krytycznego dla powłoki z taką wartością imperfekcji jak założona do analiz w rozdziale 3.1 mianowicie $D/h = 0.0035$. Poziomą linią ciągłą zaznaczono wartość ciśnienia krytycznego uzyskaną z obliczeń liniowych dla powłoki idealnej. Wykresy te potwierdzają, że zwiększanie

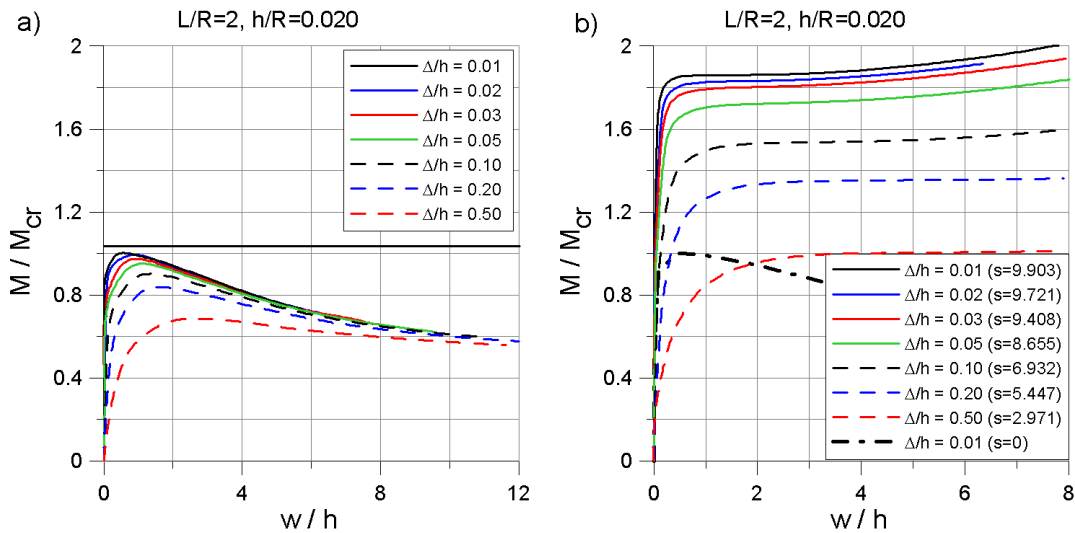
wartości imperfekcji powoduje obniżanie wartości obciążenia krytycznego oraz jednocześnie przesunięcie punktu maksimum na ścieżkach równowagi w stronę większych wartości przemieszczeń i „wypłaszczenie” ścieżek równowagi tj. zmniejszanie różnicy między górnym i dolnym obciążeniem krytycznym. Na Rys 3.45b pokazano pokrywające ścieżki równowagi dla powłoki obciążonej czynnym obciążeniem stabilizującym s_{stab} o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji. W miarę zwiększania wartości imperfekcji D/h wartość s_{stab} zmniejsza się.



Rys. 3.46 Wpływ wielkości imperfekcji geometrycznych na wartości obciążenia stabilizującego s_{stab} dla powłoki obciążonej ciśnieniem zewnętrznym

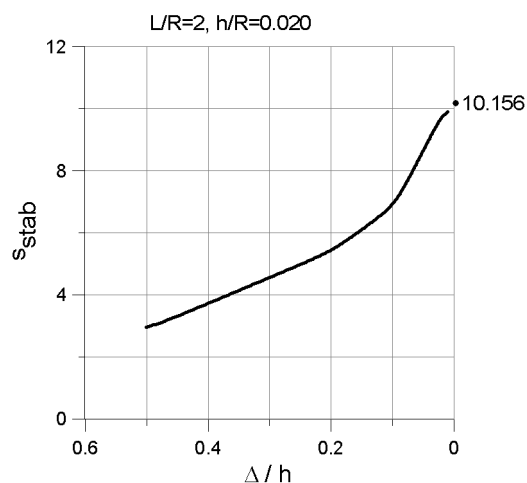
W pracy założono, że dla wszystkich analizowanych przypadków nałożona imperfekcja geometryczna musi być na tyle mała, aby różnica między obciążeniem krytycznym uzyskanym z obliczeń w nieliniowym zakresie przemieszczeń dla powłok z imperfekcją była nie większa niż 10% w stosunku do wartości obciążenia krytycznego uzyskanego z obliczeń liniowych dla powłoki idealnej. Na Rys. 3.46 pokazano wartości obciążenia stabilizującego s_{stab} w funkcji wartości imperfekcji D/h . Stosując procedurę Aitkena [3] wyznaczono wartość obciążenia stabilizującego otrzymując $s_{stab} = 2.467$ dla powłoki idealnej. Dla analizowanej w rozdziale 3.1 powłoki obciążenie stabilizujące z nałożoną imperfekcją geometryczną wynosi $s_{stab} = 2.405$. Różnica wartości obciążeń stabilizujących nie jest więc duża i wynosi około 2.56%.

Podobną, do przedstawionej powyżej, analizę przeprowadzono dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.020$ obciążonej momentem skręcającym i stabilizowanej obciążeniem czynnym.



Rys. 3.47 Wpływ wartości imperfekcji geometrycznych na wartości obciążenia krytycznego i stabilizującego dla powłoki obciążonej momentem skręcającym

Na Rys. 3.47 pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłoki walcowej o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.020$ obciążonej momentem skręcającym. Podobnie, jak w przypadku omówionej wcześniej powłoki obciążonej ciśnieniem zewnętrznym, zwiększanie wartości imperfekcji geometrycznych D/h powoduje obniżenie wartości obciążenia krytycznego, przesunięcie punktu maksimum na ścieżkach równowagi w stronę większych wartości przemieszczeń oraz zmniejszanie różnicy między górnym i dolnym obciążeniem krytycznym. Zwiększanie imperfekcji dla powłoki obciążonej momentem skręcającym i stabilizowanej obciążeniem czynnym powoduje również obniżanie wartości obciążenia stabilizacyjnego s_{stab} (Rys. 3.47b).



Rys. 3.48 Wpływ wielkości imperfekcji geometrycznych na wartości obciążenia stabilizującego s_{stab} dla powłoki obciążonej momentem skręcającym

Rys. 3.48 przedstawia zależność wartości obciążenia stabilizacyjnego s_{stab} od wartości nałożonej imperfekcji geometrycznej D/h . Podobnie, jak dla omawianej wcześniej powłoki obciążonej ciśnieniem zewnętrznym, stosując procedurę Aitkena [3] wyznaczono wartość obciążenia stabilizującego s_{stab} dla powłoki idealnej uzyskując $s_{stab} = 10.156$. Obciążenie stabilizujące wyznaczone w rozdziale 3.5 dla analizowanej powłoki z nałożoną imperfekcją geometryczną wynosi $s_{stab} = 9.903$. Różnica wartości obciążeń stabilizujących, podobnie jak w przypadku powłoki obciążonej ciśnieniem zewnętrznym, nie jest duża i wynosi w tym przypadku około 3.35%.

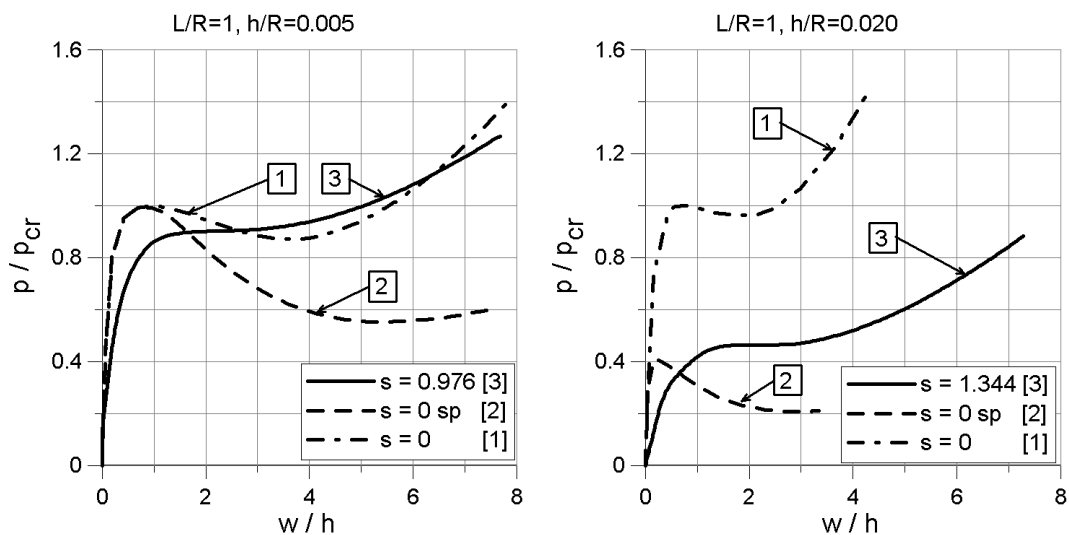
4. Sprężysto-plastyczne powłoki walcowe: stabilizacja pokrywanych ścieżek równowagi

W bieżącym rozdziale omówiono możliwości stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi dla powłok walcowych wykonanych z materiału sprężysto-plastycznego i pracujących powyżej zakresu sprężystego. Do analiz przyjęto materiał ze wzmocnieniem izotropowym, liniowym. Szczegółowy opis przyjętego modelu materiału wraz z uzasadnieniem jego wyboru przedstawiono w rozdziale 1.7. Podobnie jak miało to miejsce w przypadku powłok sprężystych, analizowanych w rozdziale 3, omówione zostaną tutaj powłoki obciążone obciążeniem pojedynczym (prostym). Zbadano zatem możliwość stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi dla powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym działającym normalnie do powierzchni oraz momentem skręcającym przyłożonym do brzegów. Przeanalizowano możliwość stabilizacji ścieżek równowagi powłok sprężysto-plastycznych przy zastosowaniu wszystkich trzech wariantów obciążenia stabilizującego (siłą czynną, obciążeniem biernym i obciążeniem „mieszany”). Podobnie jak w przypadku powłok sprężystych, konstrukcje sprężysto-plastyczne obciążano dwuetapowo. W pierwszym etapie przykładano „całkowite” obciążenie stabilizujące a następnie, stopniowo obciążano powłoki obciążeniem głównym budując jednocześnie ścieżki równowagi. Procedurę taką powtarzano dla kolejnych wartości obciążenia stabilizującego, poszukując w ten sposób minimalnej wartości tego obciążenia, które powoduje zmianę charakteru ścieżki równowagi z niestatecznej na stateczną. Barięą w zwiększaniu obciążenia stabilizacyjnego w przypadku materiałów rzeczywistych jest granica wytrzymałości R_m . W pracy zdecydowano się nie wprowadzać tego ograniczenia

wychodząc z założenia, że bazując na uzyskanych wynikach można określić czy dla danego materiału i dla danego obciążenia stabilizacyjnego stabilizacja pokrywicznych ścieżek równowagi jest w praktyce możliwa do osiągnięcia czy też nie jest możliwa ze względu na przekroczenie granicy wytrzymałości R_m .

4.1 Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowana siłą czynną

Na Rys. 4.1 pokazano pokrywiczne ścieżki równowagi powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ oraz $h/R=0.005$ i $h/R=0.02$, w układzie $p/p_{cr} - w/h$, gdzie p_{cr} oznacza ciśnienie krytyczne dla powłoki sprężystej.

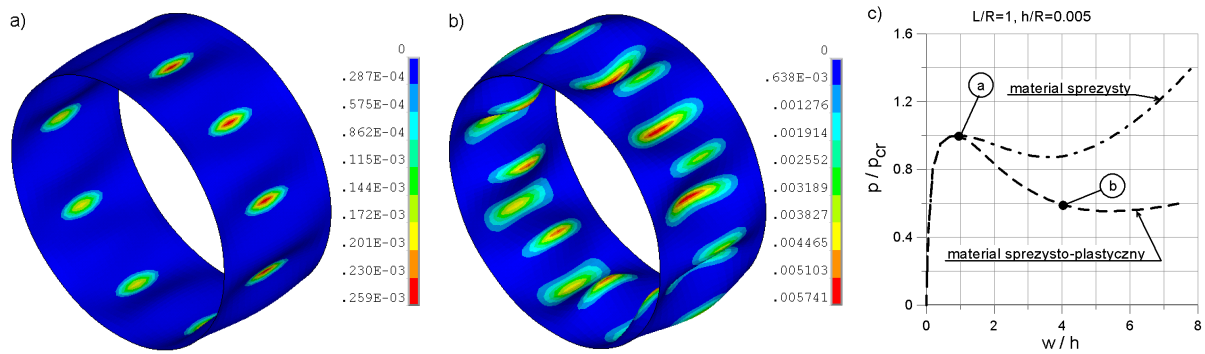


Rys. 4.1 Pokrywiczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ i $h/R=0.02$

Krzywe (1) i (2) przedstawiają pokrywiczne ścieżki równowagi powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym, bez dodatkowego obciążenia stabilizacyjnego. Krzywe (1) dotyczą powłok wykonanych z materiału sprężystego, zaś krzywe (2) powłok wykonanych z materiału sprężysto-plastycznego. Krzywe (3) przedstawiają pokrywiczne ścieżki równowagi powłok sprężysto-plastycznych, stabilizowanych siłą czynną o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji. Łatwo zauważyć, że dla obu przedstawionych powłok uzyskano stabilizację pokrywicznych ścieżek równowagi stosując tzw. czynną siłę stabilizującą. W przypadku

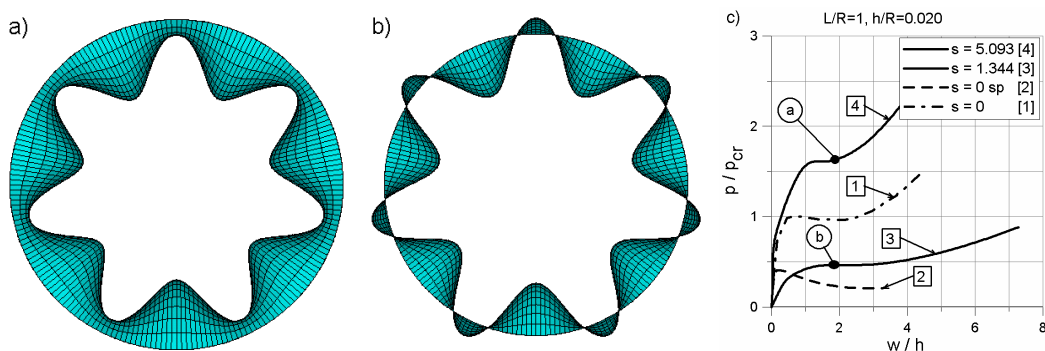
powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ wartość obciążenia odpowiadającego poziomemu punktowi przegięcia na ścieżce równowagi jest niższa niż wartość obciążenia krytycznego dla tej samej powłoki bez obciążenia stabilizacyjnego. W przypadku powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.02$ wartość obciążenia odpowiadającego poziomemu punktowi przegięcia na ścieżce równowagi powłoki stabilizowanej siłą czynną jest nieco większa niż wartość obciążenia krytycznego tej samej powłoki bez obciążenia stabilizacyjnego. Okazuje się zatem, że w przypadku powłok sprężysto-plastycznych w wyniku działania czynnej siły stabilizującej możliwe jest zarówno „podniesienie” się ścieżki równowagi w stosunku do jej pozycji wyjściowej (bez siły stabilizującej) jak i jej „obniżenie”. Te dwie, przeciwstawne zmiany położenia ścieżek równowagi w stosunku do ich położenia pierwotnego wynikać mogą z dwóch, różnych efektów pojawiających się w konstrukcji podczas jej obciążania. Pierwszym z nich jest efekt nazwany w pracy pojawieniem się „sztywności nabytej” w wyniku działania dodatkowej, rozciągającej siły stabilizującej. Ta zwiększona sztywność powłoki powoduje zarówno podnoszenie wartości obciążenia krytycznego, jak i zmianę charakteru przebiegu pokrytycznej ścieżki równowagi. Ten podstawowy czynnik decydował o stabilizacji ścieżek równowagi dla powłok sprężystych. Drugim efektem, który pojawić się może tylko dla konstrukcji sprężysto-plastycznych jest możliwość występowania stref odkształceń plastycznych. Strefy takie powodują zmniejszenie się globalnej sztywności powłoki, co prowadzić może do „obniżenia” się ścieżki równowagi i do spadku obciążenia krytycznego. Stopień „obniżenia” położenia ścieżki równowagi zależy od wielkości obszarów odkształceń plastycznych i stopnia ich zaawansowania. W zależności od wartości parametrów geometrycznych badanych powłok, dominujący wpływ na przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi oraz wartości obciążeń krytycznych może mieć jeden bądź drugi czynnik. Obciążenie punktu przegięcia dla powłok obciążonych obciążeniem stabilizującym może być więc niższe lub wyższe od obciążeń krytycznych powłok bez obciążenia stabilizacyjnego.

Warto zauważyć, że przedstawione na Rys. 4.1 pokrytyczne ścieżek równowagi dla powłok obciążanych obciążeniem głównym bez obciążenia stabilizującego wykonanych z materiału sprężystego (1) i sprężysto-plastycznego (2) pokrywają się tylko w pewnym zakresie, po którym następuje „rozdzielenie” się krzywych. Ścieżki równowagi odpowiadające powłoce sprężysto-plastycznej zawsze przebiegają „niżej”. Stwierdzono, że w punktach odpowiadających końcowi zakresu ich pokrywania się na krzywych (1) i (2) dla powłok sprężysto-plastycznych następuje zapoczątkowanie pojawiania się stref odkształceń plastycznych.



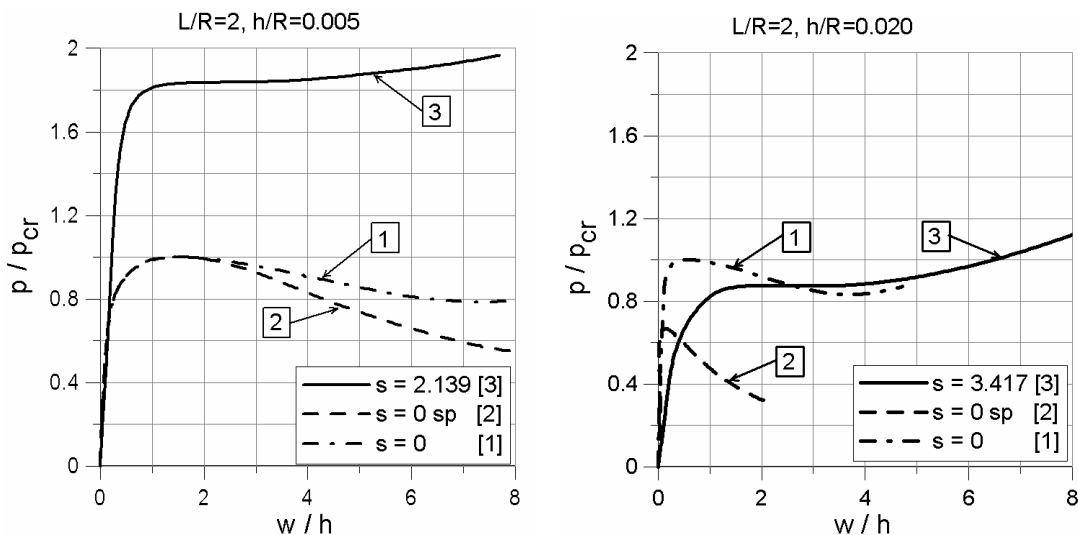
Rys. 4.2 Rozwój stref plastycznych dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$

Rys. 4.2 przedstawia zaawansowanie odkształceń plastycznych dla dwóch kolejnych punktów „a” i „b” na pokrytycznej ścieżce równowagi powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$. Punktowi „a” odpowiada mapa odkształceń plastycznych przedstawiona na Rys. 4.2a, zaś punktowi „b” odpowiada mapa odkształceń plastycznych przedstawiona na Rys. 4.2b. Pojawienie się, a następnie powiększanie się stref plastycznych towarzyszące zwiększającym się deformacjom powłoki spowodowało wyraźną zmianę przebiegu pokrytycznej ścieżki równowagi. Ścieżka stała się „silniej” malejąca. Z pokazanych na Rys. 4.2c wykresów wynika ponadto, że w przypadku osiągnięcia przez obciążenie główne (ciśnienie zewnętrzne) wartości krytycznej i utraty stateczności dla powłok bez przyłożonego obciążenia stabilizacyjnego, przemieszczenia towarzyszące przeskokowi do nowego położenia równowagi będą znacznie większe dla powłok pracujących w zakresie sprężysto-plastycznym w porównaniu z powłokami sprężystymi.



Rys. 4.3 Kształty zdeformowanych powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.020$, zamodelowanych z materiału sprężysto-plastycznego (a) i sprężystego (b)

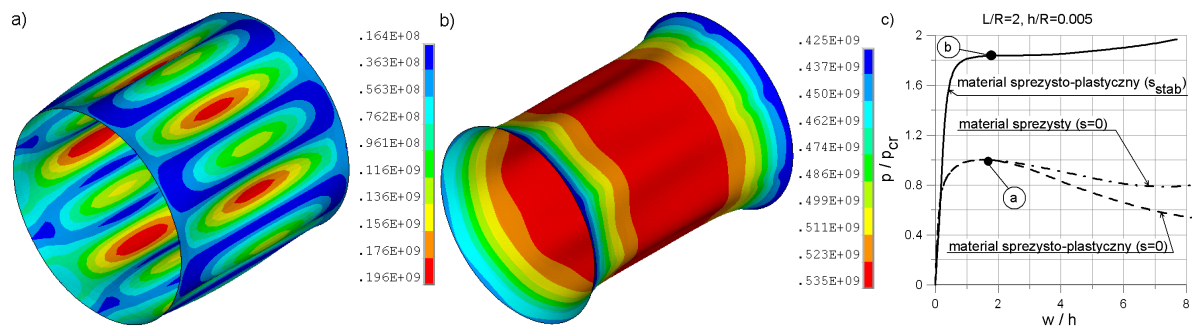
Rys. 4.3 przedstawia kształty zdeformowanych powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.02$, zamodelowanych z materiału sprężysto-plastycznego (Rys. 4.3a) i sprężystego (Rys. 4.3b). Przedstawione kształty powłok odpowiadają punktom „a” i „b” na przedstawionych na Rys. 4.3c pokrywanych ścieżkach równowagi, dla których maksymalne przemieszczenia promieniowe w/h są identyczne. Liczba obwodowych fal modu wyboczeniowego po zmianie materiału pozostała bez zmian. Przedstawione kształty zdeformowanych powłok różnią się jednak dosyć istotnie. Analizując kształt powłoki wykonanej z materiału sprężysto-plastycznego (a) można zauważyć, że przemieszczenia na całym obwodzie mają promień $R < 1$ (są „ujemne”). Dla powłoki sprężystej (b) występują zarówno obszary, dla których promień powłoki $R < 1$ (przemieszczenia „ujemne”) i dla których promień powłoki $R > 1$ (przemieszczenia „dodatnie”).



Rys. 4.4 Pokrywyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ i $h/R=0.02$

Na Rys. 4.4 pokazano pokrywyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.02$. Podobnie jak w przypadku pokrywanych ścieżek równowagi dla powłok „krótszych” o parametrze $L/R=1$ pokazanych na Rys. 4.1, dla każdej z analizowanych powłok przedstawiono po trzy krzywe. Sposób oznaczania krzywych jest analogiczny do Rys. 4.1. Pokrywyczne ścieżki równowagi dla powłok bez obciążenia stabilizacyjnego – sprężystych (1) i sprężysto-plastycznych (2) pokrywają się w pewnym, początkowym zakresie przemieszczeń powierzchni środkowej powłok. Po pojawieniu się pierwszych stref plastycznych następuje „odejście w dół” ścieżek równowagi powłok wykonanych z materiału sprężysto-plastycznego i stają się one silniej malejące (podobnie jak

w poprzednio omawianym przykładzie). Z porównania ścieżek równowagi przedstawionych na Rys. 4.1 i 4.4 wynika, że dla powłok sprężysto-plastycznych o parametrze grubości $h/R=0.02$ wartość obciążeń krytycznych jest znacząco niższa w stosunku do powłok sprężystych o tych samych wymiarach. Dla powłok o parametrze grubości $h/R=0.005$, w obu analizowanych przypadkach, wartość obciążenia krytycznego jest taka sama dla materiału sprężystego i sprężysto-plastycznego. Świadczyć to może o tym, że w powłokach tych do chwili osiągnięcia maksimum obciążenia nie pojawiły się odkształcenia plastyczne w konstrukcji. Podobnie, jak w przypadku omawianych wcześniej powłok o parametrze długości $L/R=1$, pokrytyczne ścieżki równowagi powłok o parametrze długości $L/R=2$ można ustabilizować wykorzystując czynną siłę stabilizującą. Warto zauważyć, że w przypadku najbardziej smukłej i cienkościennej z omawianych powłok ($L/R=2$, $h/R=0.005$) przyrost obciążenia krytycznego powłoki obciążonej obciążeniem stabilizującym jest największy i wynosi ponad 80%.



Rys. 4.5 Mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki sprężysto-plastycznej o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$

Rys. 4.5a i 4.5b przedstawia mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ wykonanej z materiału sprężysto-plastycznego. Mapa widoczna na Rys. 4.5a odpowiada obciążeniu krytycznemu powłoki obciążonej ciśnieniem zewnętrznym bez obciążenia stabilizacyjnego (punkt „a” na załączonym wykresie). Na Rys. 4.5b pokazano mapę naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki obciążonej dodatkowo czynnym obciążeniem stabilizującym o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi. Przedstawiona mapa naprężeń odpowiada poziomowemu punktowi przegięcia na pokrytycznej ścieżce równowagi (punkt „b” na załączonym wykresie). Warto zauważyć, że maksymalne wartości naprężeń dla powłoki bez obciążenia stabilizacyjnego $\sigma_{\max}=196$ [MPa] są mniejsze od przyjętej wartości naprężenia, w tym przypadku interpretowanej jako granica plastyczności materiału

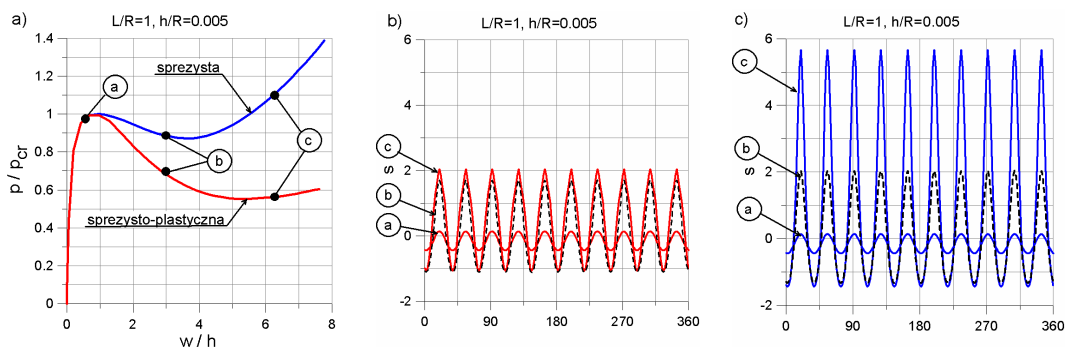
$\sigma_0=225$ [MPa]. Do tego miejsca pokrywające ścieżki równowagi powłoki sprężystej i sprężysto-plastycznej pokrywają się. Maksymalne naprężenia zredukowane HMH dla powłoki obciążonej dodatkowo aktywnym obciążeniem stabilizującym osiągają dużo wyższą wartość $\sigma_{\max}=535$ [MPa]

Przeprowadzone analizy pokazały, że czynna, osiowa siła rozciągająca o odpowiedniej wartości może ustabilizować pokrywające ścieżki równowagi dla powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym. Działanie takiej siły nie zawsze musi być związane z podnoszeniem wartości obciążenia krytycznego, jak miało to miejsce w przypadku konstrukcji sprężystych. W jednym z badanych przypadków (powłoka $L/R=1$ oraz $h/R=0.005$) zaobserwowano spadek wartości obciążenia krytycznego w stosunku do tej samej powłoki obciążanej jedynie obciążeniem głównym.

4.2 Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowana obciążeniem biernym

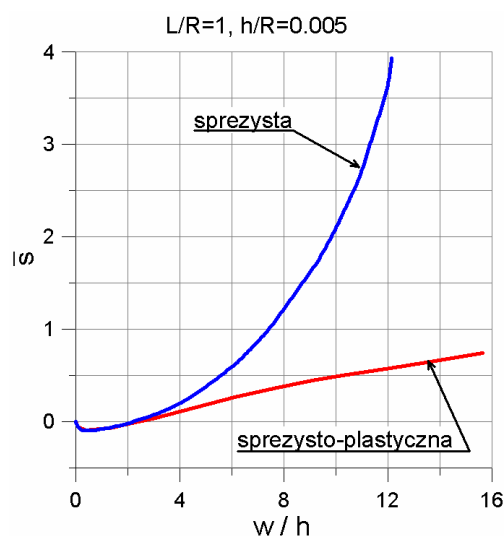
Wpływ biernego obciążenia stabilizującego na przebieg pokrywających ścieżek równowagi dla powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym i wykonanych z materiału sprężystego przeanalizowano w rozdziale 3.2. W bieżącym rozdziale zbadano jak tego typu obciążenie stabilizujące wpływa na przebieg pokrywających ścieżek równowagi w przypadku zmiany materiału na sprężysto-plastyczny. Sposób ograniczenia swobodnego ruchu brzegów powłok w kierunku osiowym przez wprowadzenie podatnego podparcia brzegów w tym kierunku jest tutaj identyczny jak dla powłok sprężystych opisanych w rozdziale 3.2.

Ograniczenie swobodnego ruchu końców powłoki w kierunku osiowym wywołuje reakcję układu w tym kierunku. Stanowi ona dodatkową siłę działającą na powłokę, w tym przypadku zależną również od deformacji powłoki pod obciążeniem głównym i sztywności podpór.



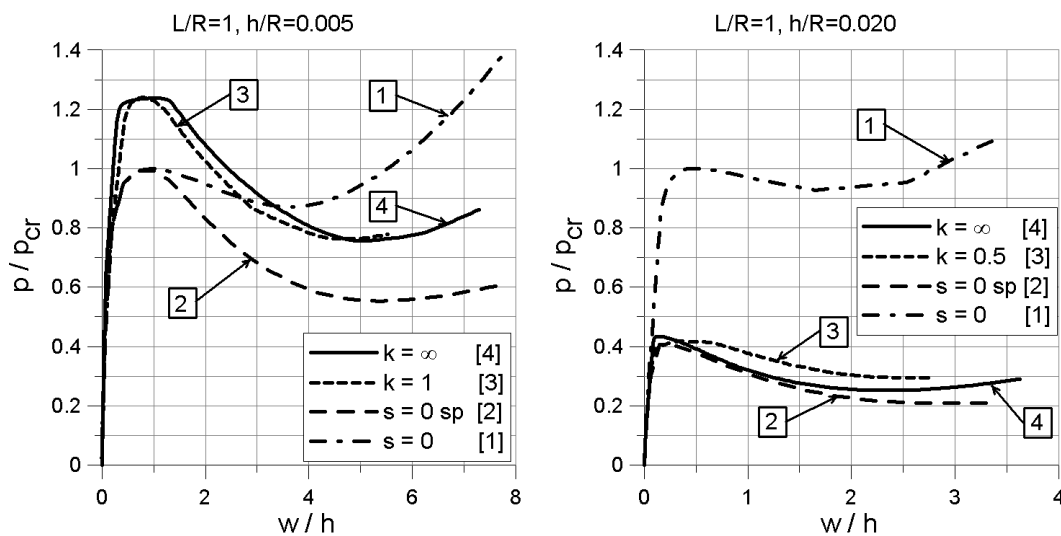
Rys. 4.6 Pokrywające ścieżki równowagi dla powłoki sprężystej i sprężysto-plastycznej oraz rozkłady naprężeń osiowych na brzegach powłok

Na Rys. 4.6a pokazano wpływ zmiany materiału powłoki na wartości bezwymiarowego naprężenia osiowego s w funkcji przemieszczenia wybranego punktu na powierzchni środkowej powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$. Analizowano powłoki z nałożoną sztywnością osiową podpór $k=\infty$, czyli z zablokowaną możliwością przesuwu obu brzegów powłoki w kierunku osiowym. Krzywa niebieska dotyczy powłoki wykonanej z materiału sprężystego, krzywa czerwona powłoki wykonanej z materiału sprężysto-plastycznego. Na Rys. 4.6b i 4.6c przedstawiono rozkłady bezwymiarowego naprężenia osiowego s wzdłuż obwodu powłok, mianowicie na Rys. 4.6b i 4.6c wykresy odpowiadają punktom zaznaczonym na ścieżkach równowagi na Rys. 4.6a. Punkt A ($w/h=0.35$) wybrano tak, aby odpowiadał on miejscu na pokrywanych ścieżkach równowagi, dla którego w przypadku powłoki sprężysto-plastycznej nie pojawiły się jeszcze odkształcenia plastyczne. Na Rys. 4.6b i 4.6c widać, że odpowiadające mu rozkłady naprężeń osiowych na brzegach powłoki wzdłuż jej obwodu (krzywe „a”) są takie same dla powłoki sprężystej (niebieska) i sprężysto-plastycznej (czerwona). W miarę rozwoju deformacji, od miejsca pojawienia się w materiale powłoki pierwszych stref plastycznych ($w/h \gg 0.4$), pokrywane ścieżki równowagi dla powłoki sprężystej i sprężysto-plastycznej przestają się pokrywać. Z wykresów „b” oraz „c” na Rys. 4.6b i 4.6c wynika, że dla powłoki sprężystej wartości naprężeń w strefach naprężeń dodatnich (rozciągających) bardzo szybko rosną w miarę obciążania powłoki ciśnieniem. Dla powłoki sprężysto-plastycznej wzrost ten jest znacznie wolniejszy.



Rys. 4.7 Wartości całkowitego naprężenia osiowego \bar{s} w funkcji przemieszczenia wybranego punktu na powierzchni powłoki

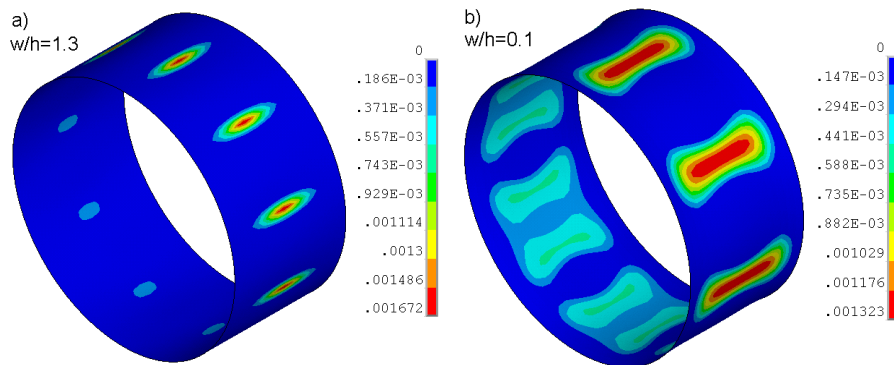
Rys. 4.7 przedstawia wartości średniego naprężenia osiowego \bar{s} w funkcji przemieszczenia wybranego punktu na powierzchni środkowej powłoki. Pokazane krzywe, podobnie jak w przypadku pokrywicznych ścieżek równowagi pokazanych na Rys. 4.6a pokrywają się do miejsca, w którym w materiale powłoki pojawiają się pierwsze strefy plastyczne. Następnie, w przypadku krzywej odpowiadającej powłoce sprężystej (krzywa niebieska), daje się zauważyć znacznie szybszy wzrost wartości osiowego naprężenia rozciągającego niż ma to miejsce w przypadku krzywej odpowiadającej powłoce sprężysto-plastycznej (krzywa czerwona). Efekt ten ma związek z gwałtownym spadkiem sztywności materiału powłoki w miejscach, w których przeszedł on w zakres plastyczny.



Rys. 4.8 Pokrywiczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=1$ i $h/R=0.020$

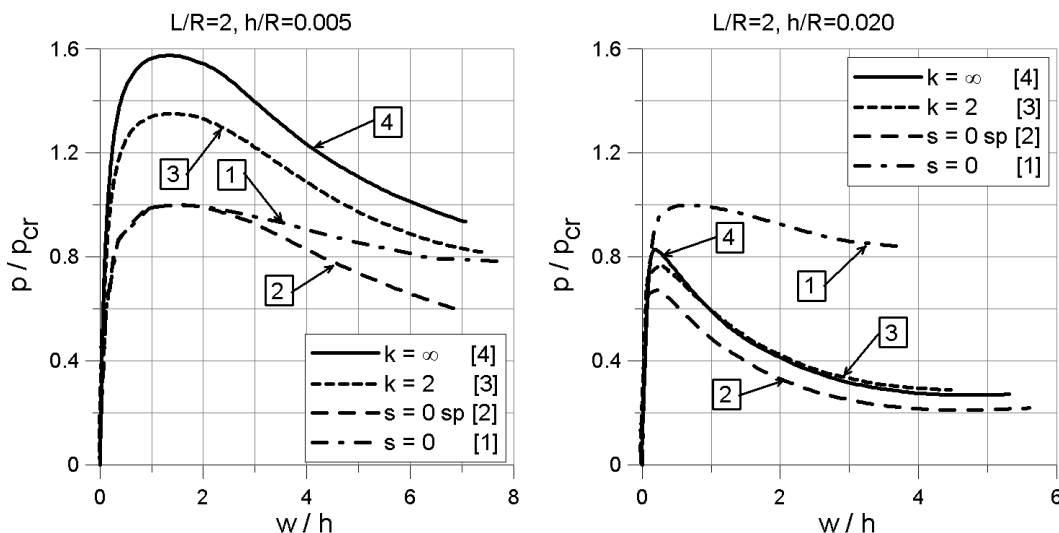
Rys. 4.8 przedstawia pokrywiczne ścieżki równowagi dla powłok sprężysto-plastycznych o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.020$. Dla każdej z powłok pokazano po cztery wykresy ścieżek równowagi. Krzywe (1) przedstawiają pokrywiczne ścieżki równowagi dla powłoki odniesienia - powłoki sprężystej bez obciążenia stabilizacyjnego ($k=0$). Krzywe (2) dotyczą powłoki sprężysto-plastycznej bez obciążenia stabilizacyjnego ($k=0$). Ścieżki (3) sporządzono dla powłok sprężysto-plastycznych obciążonych obciążeniem biernym wywołanym przez sztywność osiową podpór k o skończonej wartości. Krzywe (4) dotyczą powłok z nałożoną sztywnością osiową podpór $k=\infty$. Podobnie, jak w przypadku powłok sprężystych biernie obciążenie stabilizujące nie ustabilizowało pokrywicznych ścieżek równowagi badanych powłok. W przypadku powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$, po zastosowaniu biernego obciążenia

stabilizującego, stwierdzono wzrost obciążenia maksymalnego o około 25 %. W przypadku powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.020$, zmiana materiału spowodowała znaczny spadek obciążenia krytycznego.



Rys. 4.9 Mapy stref odkształceń plastycznych dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ (a) oraz $L/R=1$ i $h/R=0.020$ (b)

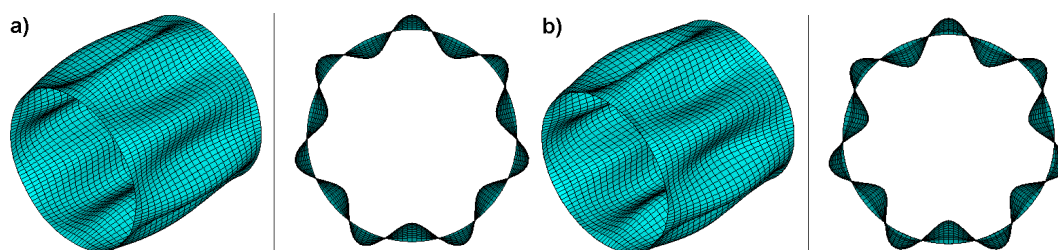
Na Rys. 4.9 pokazano mapy zredukowanych odkształceń plastycznych HMH dla obu geometrii i sztywności osiowej podpór $k=\infty$. Przedstawione mapy dotyczą początkowego etapu rozwoju stref plastycznych, tzn. dla kroku iteracji obliczeń, w którym odkształcenia te pojawiają się po raz pierwszy. Stwierdzono, że dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ pierwsze strefy plastyczne pojawiają się dla przemieszczenia $w/h \approx 1.3$, zaś w przypadku powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.020$ znacznie wcześniej bo już dla przemieszczenia $w/h \approx 0.1$. Stąd wniosek, że zaobserwowany spadek obciążenia krytycznego w przypadku powłoki grubszej ($L/R=1$ i $h/R=0.020$) wiąże się ze znacznie wcześniejszym pojawieniem się stref odkształceń plastycznych niż zaobserwowano to dla powłoki cieńszej ($L/R=1$ i $h/R=0.005$).



Rys. 4.10 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.020$

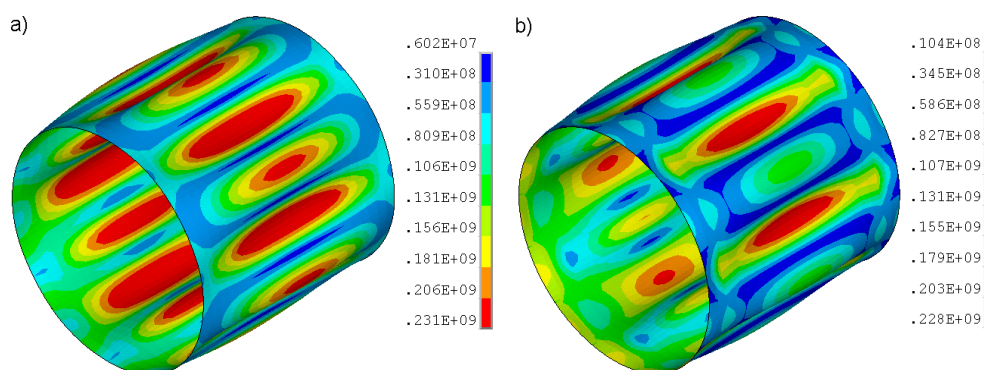
Na Rys. 4.10 przedstawiono pokrywane ścieżki równowagi powłok o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.020$. Oznaczenia poszczególnych krzywych są takie same jak na Rys. 4.8. Dla pokazanych powłok bierne obciążenie stabilizujące również nie ustabilizowało pokrywanych ścieżek równowagi. Dla powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.020$, po zastosowaniu materiału sprężysto-plastycznego, obciążenie krytyczne wyraźnie spadło. Spadek obciążenia krytycznego, podobnie jak poprzednio, wynika z wczesnego pojawienia się i szybkiego rozwoju stref odkształceń plastycznych.

Rys. 4.11a i 4.11b przedstawiają kształty zdeformowanych powłok o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$. Rys. 4.11a dotyczy powłoki bez obciążenia stabilizującego, Rys. 4.11b powłoki pod obciążeniem stabilizującym przy $k=\infty$. Rysunki sporządzono dla przemieszczeń powierzchni środkowej powłoki odpowiadającym obciążeniu krytycznemu na ścieżce równowagi ($w/h \gg 0.3$).



Rys. 4.11 Mody wybojeniowe dla powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.02$ bez obciążenia stabilizującego (a) i z obciążeniem stabilizującym (b)

Stwierdzono również, że bierne obciążenie stabilizujące, wynikające ze sztywności osiowej podpór o wartości $k=\infty$ i deformacji powłoki podobnie jak w przypadku opisanej w rozdziale 3.2 powłoki sprężystej nie spowoduje zmian liczby fal modu wybojeniowego ani zmiany jego kształtu dla powłoki sprężysto-plastycznej.



4.12 Rozkłady naprężeń zredukowanych HMM dla powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.005$ bez obciążenia stabilizującego (a) i z obciążeniem stabilizującym (b)

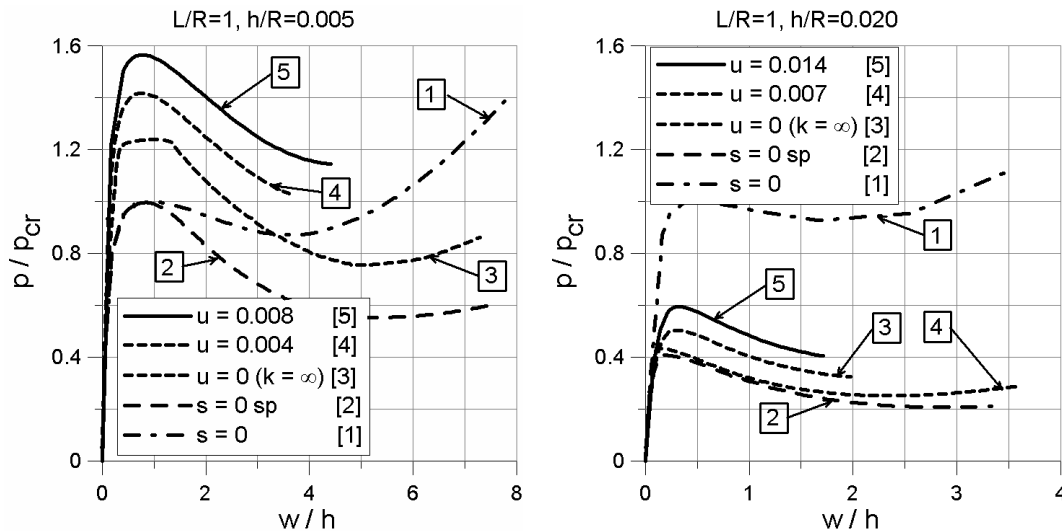
Na Rys. 4.12 pokazano mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ bez obciążenia stabilizacyjnego (a) i pod obciążeniem stabilizującym o wywołanym przez sztywność osiową podpór o wartości $k=\infty$. Mapy naprężeń odpowiadają obciążeniom krytycznym na ścieżkach równowagi. Poziom naprężeń maksymalnych w obu przypadkach jest bardzo zbliżony ($\sigma_{\max}=231[\text{MPa}]$ dla przypadku powłoki bez obciążenia stabilizującego i $\sigma_{\max}=228[\text{MPa}]$ dla przypadku w przypadku powłoki pod obciążeniem stabilizującym wywołanym przez podatność osiową podpór o wartości $k=\infty$) i nieznacznie wyższy od przyjętej granicy plastyczności materiału.

Przeprowadzone w bieżącym rozdziale analizy pokazały, że dla badanych przypadków sprężysto-plastycznych powłok walcowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym, podobnie jak w przypadku opisywanych w rozdziale 3.2 powłok sprężystych, stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi nie jest możliwa przy zastosowaniu biernego obciążenia stabilizującego. Stwierdzono również, że pojawienie się w materiale powłok stref plastycznych spowodowało znaczne obniżenie obciążenia krytycznego badanych powłok.

4.3 Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowana „mieszanym” obciążeniem stabilizującym

W rozdziale 3.3 pokazano, że wywołanie w powłoce stabilizującej siły osiowej przez zadanie jej brzegom wstępnego, naciągu (przemieszczenia brzegów powłoki) U powoduje podniesienie wartości obciążenia krytycznego. Po przekroczeniu pewnej wartości naciągu można uzyskać pokrytycznych ścieżek równowagi badanych powłok. W bieżącym rozdziale pokazano jak tego typu obciążenie stabilizujące wpływa na przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi powłok wykonanych z materiału sprężysto-plastycznego.

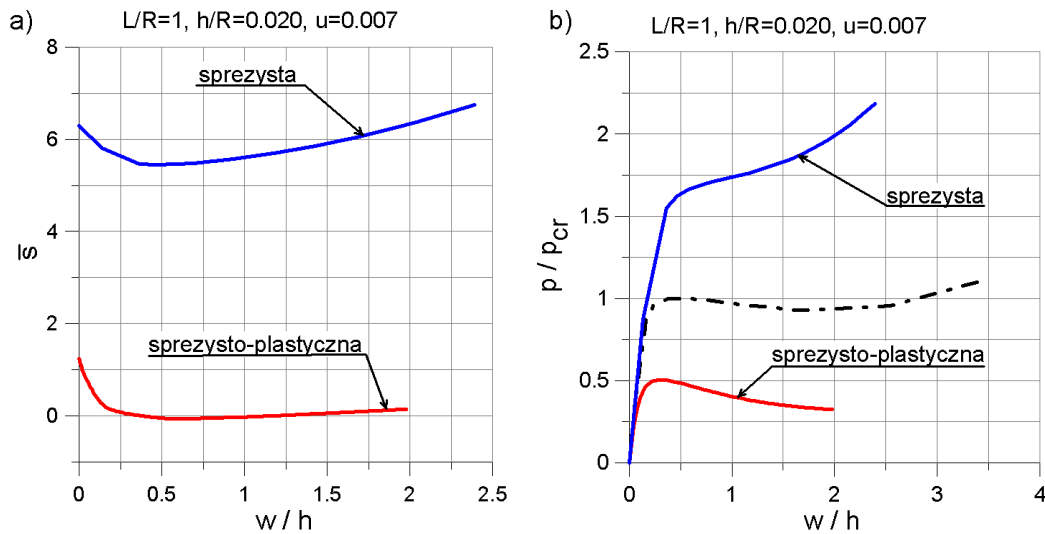
Rys. 4.12 przedstawia pokrytyczne ścieżki równowagi dla sprężysto-plastycznych powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ oraz $h/R=0.005$ i $h/R=0.02$ stabilizowanych „mieszanym” obciążeniem stabilizującym, gdzie $u=U/L$ jest bezwymiarowym przemieszczeniem brzegów odniesionym do długości powłoki.



Rys. 4.13 Pokrywcze ścieżki równowagi dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=1$ i $h/R=0.020$

Krzywe (1) przedstawiają pokrywcze ścieżki równowagi dla powłok odniesienia, tj. powłok sprężystych nie poddanych działaniu obciążenia stabilizacyjnego. Krzywe (2) dotyczą powłok sprężysto-plastycznych również bez obciążenia stabilizacyjnego. Wykresy (1) i (2) dla obu przedstawionych przypadków powłok pokrywają się ze sobą do miejsca pojawienia się w materiale pierwszych stref plastycznych. W przypadku powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.02$ pierwsze strefy plastyczne pojawiają się znacznie wcześniej niż dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$. Dlatego w przypadku powłoki o większej grubości obserwuje się stosunkowo duży spadek wartości obciążenia krytycznego dla materiału sprężysto-plastycznego. W przypadku powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ zablokowanie możliwości osiowego przemieszczania się brzegów powłoki (krzywe (3)) spowodowało wzrost wartości obciążenia krytycznego o ponad 20%, zaś w przypadku powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.02$ w bardzo niewielkim stopniu podniosło wartość obciążenia krytycznego. W obu przypadkach blokada osiowego przemieszczania się końców powłok nie zmieniła charakteru przebiegu ścieżek na stateczny. Krzywe (4) i (5) przedstawiają pokrywcze ścieżki równowagi powłok z nałożonym wstępnym naciągiem osiowym u brzegów o określonej wartości. Zadane wartości naciągów u dla krzywych (5) są dwa razy większe od wartości naciągów u dla krzywych (4). Stwierdzono, że zadanie brzegom powłok wstępnego przemieszczenia u i zablokowanie ich w tym położeniu w obu przypadkach spowodowało wzrost wartości obciążenia krytycznego. Wzrost ten jest proporcjonalny do wartości zadanego naciągu i znacznie większy dla powłoki „cieńszej” tj. o parametrze grubości $h/R=0.005$. Z przedstawionych wykresów wynika, że w przypadku powłok sprężysto-plastycznych „mieszane” obciążenie stabilizujące nie stabilizuje

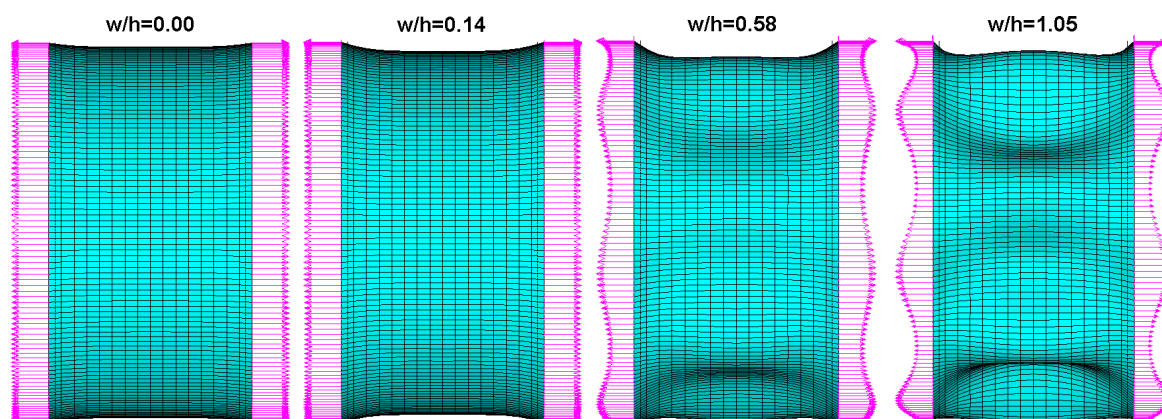
pokrytycznych ścieżek równowagi badanych powłok, inaczej niż było to dla powłok sprężystych.



Rys. 4.14 Wpływ materiału na wartości globalnej siły osiowej oraz przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.020$

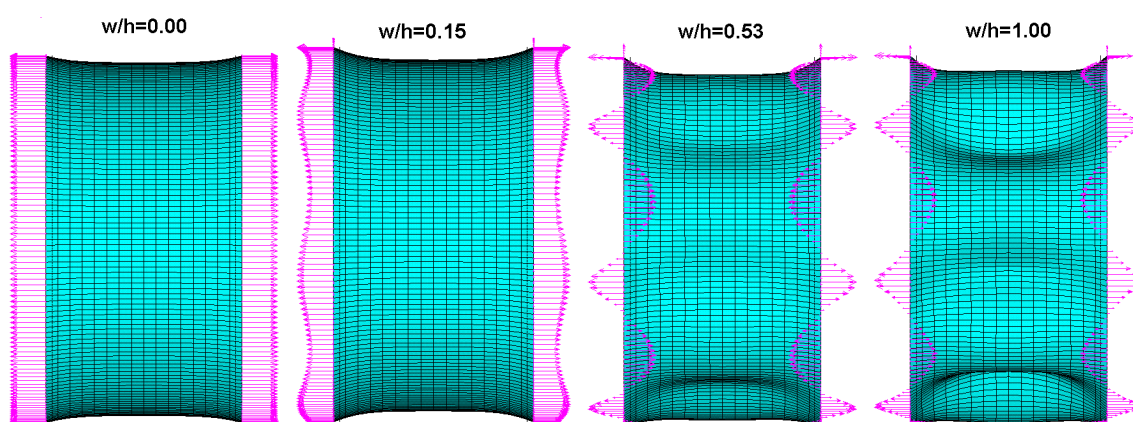
Na Rys. 4.13a pokazano dwie krzywe przedstawiające zależność uśrednionego bezwymiarowego naprężenia osiowego \bar{s} wywołanego przyłożonym, „mieszanym” obciążeniem stabilizującym, od bezwymiarowego, promieniowego przemieszczenia w/h wybranego punktu na powierzchni środkowej powłoki. Krzywa niebieska dotyczy powłoki sprężystej, zaś czerwona powłoki sprężysto-plastycznej. Widać, że w obu przypadkach naprężenie \bar{s} proporcjonalnie do siły osiowej początkowo spada. Zjawisko to wywołane jest efektem Poissona powodującym wydłużenie powłoki w początkowej fazie jej obciążania ciśnieniem zewnętrznym. Następnie, w miarę rozwoju przemieszczeń promieniowych powłoki, naprężenie osiowe zaczyna rosnąć. Porównując obie krzywe łatwo zauważyć dwie istotne różnice. W przypadku powłoki sprężysto-plastycznej wartości naprężeń osiowych są kilkukrotnie mniejsze niż odpowiadające im naprężenia dla powłoki sprężystej, a w zakresie przemieszczeń $0.4 < w/h < 1.2$ przyjmują nawet niewielkie wartości ujemne. Druga różnica to tempo wzrostu naprężenia osiowego \bar{s} w miarę obciążania powłoki przypadku powłoki sprężysto-plastycznej tempo wzrostu jest istotnie mniejsze. Te dwa czynniki są przyczyną braku możliwości ustabilizowania pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłok sprężysto-plastycznych stabilizowanych „mieszanym” obciążeniem stabilizującym. Na Rys. 4.13b pokazano jak ta sama wartość naciągu osiowego brzegów powłoki ($u=0.007$) wpływa na przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłoki sprężystej

(krzywa niebieska) i sprężysto-plastycznej (krzywa czerwona). Czarną linią punktową wykreślono ścieżkę dla powłoki odniesienia, tj. powłoki sprężystej bez obciążenia stabilizującego.



Rys. 4.15 Zmiana rozkładu reakcji osiowych w miarę postępu deformacji powierzchni powłoki sprężystej $L/R=1$ i $h/R=0.020$ dla naciągu $u=0.007$

Na Rys. 4.15 przedstawiono zmianę rozkładu reakcji osiowych na brzegach powłoki sprężystej $L/R=1$ i $h/R=0.020$ dla wstępnego naciągu brzegów $u=0.007$ w miarę jej obciążania ciśnieniem zewnętrznym scharakteryzowanym tu przemieszczeniem promieniowym w/h . W początkowej fazie obciążania powłoki rozkład reakcji osiowych na jej obwodzie jest w przybliżeniu stały. W miarę obciążania powłoki rozkład ten zmienia się na okresowy (sinusoidalny). Położenie ekstremów sinusoidy odpowiada falam modu wybozeniowego. Można zauważyć, że dla całego przedstawionego tutaj zakresu przemieszczeń w/h reakcje na cały obwodzie przyjmują wartości dodatnie.



Rys. 4.16 Zmiana rozkładu reakcji osiowych w miarę postępu deformacji powierzchni powłoki sprężysto-plastycznej $L/R=1$ i $h/R=0.020$ dla naciągu $u=0.007$

Na Rys. 4.16 pokazano rozkłady naprężeń osiowych s na brzegach powłoki sprężysto-plastycznej. Przedstawione rozkłady odpowiadają pokazanym na Rys. 4.15 rozkładowi naprężeń dla powłoki wykonanej z materiału sprężystego. Widać, że w początkowej fazie występują jedynie reakcje o charakterze rozciągającym. W miarę obciążania powłoki i jej deformacji, rozkład reakcji zmienia się podobnie jak w przypadku powłoki sprężystej, na sinusoidalny o wzrastającej amplitudzie. Na obwodzie powłoki sprężysto-plastycznej, inaczej niż dla powłoki sprężystej, pojawiają się strefy ściskania.

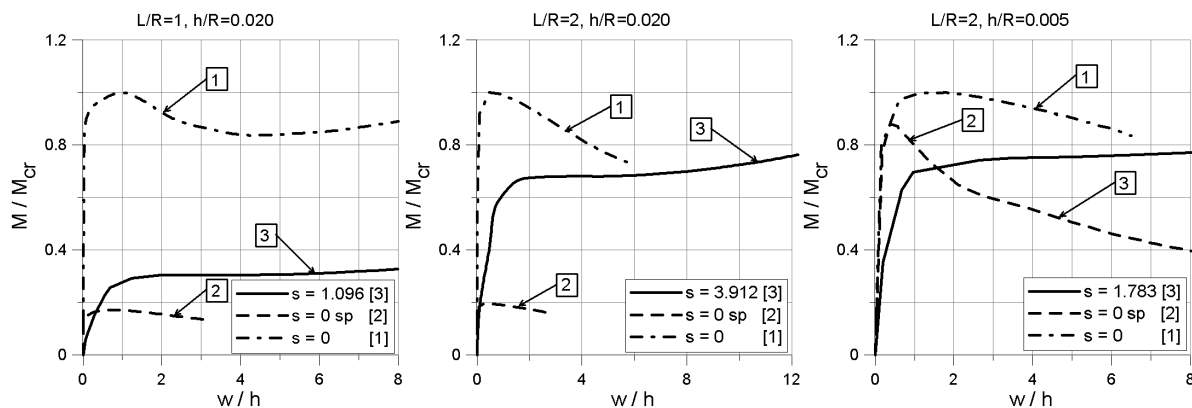
4.4 Stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi sprężysto-plastycznych powłok walcowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym – podsumowanie

W rozdziałach 4.1, 4.2 i 4.3 przeanalizowano możliwość stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłok walcowych, wykonanych z materiału sprężysto-plastycznego i obciążonych ciśnieniem zewnętrznym. W przypadku stabilizacji ścieżek czynną siłą stabilizującą udało się uzyskać stabilizację pokrytycznych ścieżek równowagi dla wszystkich analizowanych przypadków. W odróżnieniu od powłok sprężystych, w przypadku powłok sprężysto-plastycznych, stabilizacji ścieżek równowagi siłą czynną nie zawsze towarzyszył wzrost obciążenia krytycznego. W jednym z przedstawionych przykładów, tj. dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ zaobserwowano spadek wartości obciążenia krytycznego w stosunku do tej samej powłoki obciążanej jedynie obciążeniem głównym. W pozostałych przedstawionych przypadkach stabilizacji ścieżki towarzyszył wzrost wartości obciążenia krytycznego. Dla powłok sprężysto-plastycznych stabilizowanych bierną siłą stabilizującą pokrytyczne ścieżki równowagi pozostały niestabilne nawet po całkowitym zablokowaniu możliwości osiowego przemieszczania się brzegów powłoki ($k=\infty$). Stwierdzono również, że po wprowadzeniu ograniczeń osiowego przemieszczania się brzegów powłok obciążenie krytyczne rośnie. Efekt ten jest wyraźniejszy dla powłok cieńszych ($h/R=0.005$), dla których wzrost obciążenia krytycznego wyniósł około 25% dla powłoki krótszej ($L/R=1$) oraz około 35% dla powłoki dłuższej ($L/R=2$). Zaobserwowany wzrost ciśnienia krytycznego dla powłok grubszych ($h/R=0.020$) jest znacznie mniejszy i nie przekracza kilkunastu procent. W przypadku badań nad możliwością stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi powłok walcowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym

i stabilizowanych „mieszanym” wariantem obciążenia stabilizującego (rozdział 4.3) stwierdzono istotną różnicę między powłokami wykonanymi z materiału sprężystego i sprężysto-plastycznego. Pokrytyczne ścieżki równowagi powłok sprężystych (rozdział 3.3) ulegały stabilizacji w każdym z analizowanych przypadków, natomiast dla powłok sprężysto-plastycznych ścieżki nie ulegały stabilizacji. W tym ostatnim przypadku zwiększanie wartości „mieszanego” obciążenia stabilizującego powodowało proporcjonalny wzrost obciążenia krytycznego, nie wpływając na charakter przebiegu pokrytycznych ścieżek równowagi.

4.5 Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona momentem skręcającym i stabilizowana siłą czynną

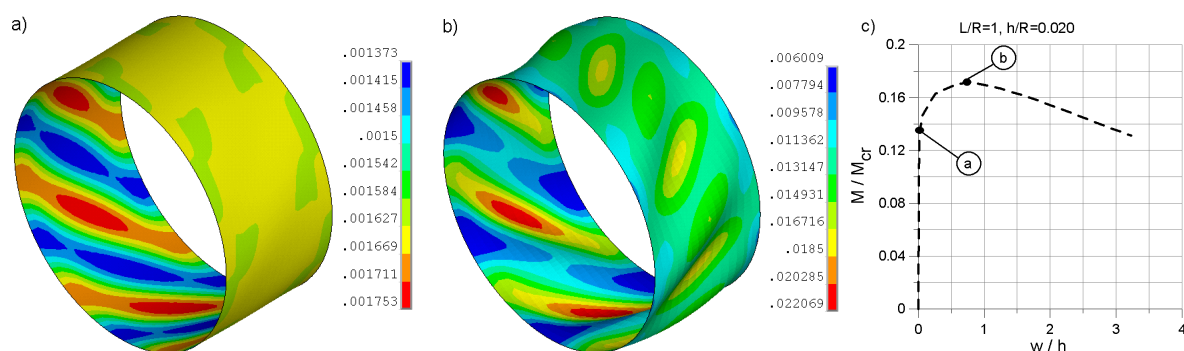
W bieżącym rozdziale przeanalizowano możliwość stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi sprężysto-plastycznych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym i stabilizowanych czynną siłą stabilizującą. Powłoki podparto na brzegach przegubowo i obciążono momentem skręcającym przykładając na brzegach powłok siły styczne do obwodu. Warunki podparcia i obciążenia powłok są więc identyczne jak dla sprężystych powłok skręcanych, opisanych w rozdziale 3.5.



Rys. 4.17 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.020$, $L/R=2$ i $h/R=0.020$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.005$

Na Rys. 4.17 pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi dla sprężysto-plastycznych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym i stabilizowanych czynną siłą stabilizującą. Krzywe (1) przedstawiają pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok sprężystych bez obciążenia stabilizującego, które są tutaj traktowane jako powłoki

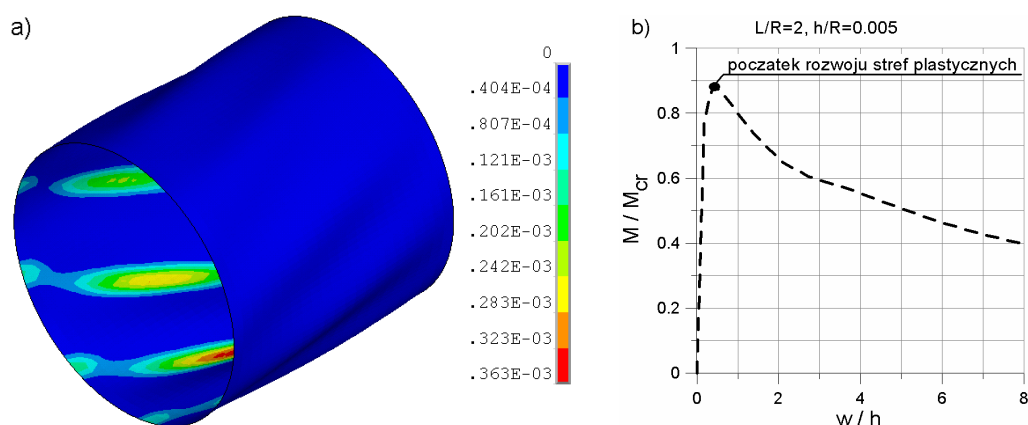
odniesienia. Liniami przerywanymi (2) wykreślono pokrywne ścieżki równowagi dla powłok sprężysto-plastycznych bez obciążenia stabilizacyjnego. Linie ciągłe (3) przedstawiają pokrywne ścieżki równowagi dla powłok sprężysto-plastycznych obciążonych czynną, osiową siłą stabilizującą o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji. Z porównania krzywych (1) i (2) wynika, że w przypadku powłok „grubszych”, o parametrze geometrycznym $h/R=0.020$, zmiana materiału na sprężysto-plastyczny spowodowała duży, przeszło 80-cio procentowy spadek obciążenia krytycznego. Dla powłoki „cieńszej”, o parametrze geometrycznym $h/R=0.005$ spadek obciążenia krytycznego również występuje, ale jest on znacznie mniejszy bo około 10-cio procentowy. Po obciążeniu powłoki czynną siłą stabilizującą uzyskano stabilizację pokrywnych ścieżek równowagi wszystkich badanych powłok. Stwierdzono, że minimalna, niezbędna do stabilizacji ścieżek wartość bezwymiarowego naprężenia osiowego s wynikającego z przyłożonej czynnej siły stabilizującej jest tym większa im większe są wartości parametrów geometrycznych L/R i h/R analizowanych powłok.



Rys. 4.18 Początek rozwoju stref plastycznych dla sprężysto-plastycznej powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.020$

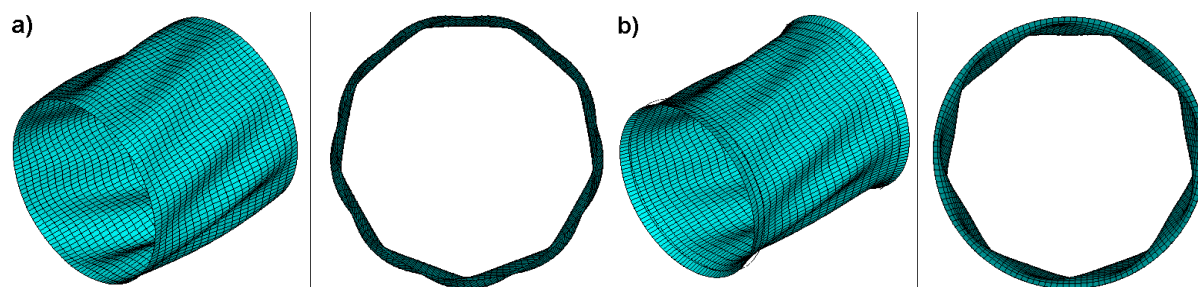
Rys. 4.18c przedstawia pokrywne ścieżki równowagi dla powłoki sprężysto-plastycznej o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.020$, obciążonej momentem skręcającym bez obciążenia stabilizacyjnego. Na ścieżce równowagi zaznaczono dwa punkty. Punkt „a” odpowiada miejscu na ścieżce równowagi dla którego w materiale powłoki pojawiają się pierwsze strefy plastyczne. Punkt „b” odpowiada początkowi niestatecznego zachowania się konstrukcji. Na Rys. 4.18a i 4.18b pokazano mapy zredukowanych odkształceń plastycznych HMH odpowiadające punktom zaznaczonym na ścieżce równowagi. W chwili wystąpienia niestatecznego zachowania powłoki odkształcenia

plastyczne są już bardzo zaawansowane $e_{pmax} \approx 0.02207$ w porównaniu do $e_{pmax} \approx 0.0017$ w kroku obciążenia, w którym występują po raz pierwszy.



Rys. 4.19 Początek rozwoju stref plastycznych dla sprężysto-plastycznej powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$

W przypadku powłoki sprężysto-plastycznej o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ bez stabilizacji spadek obciążenia krytycznego po zmianie materiału jest znacznie niższy. Na Rys. 4.19a pokazano pokrywającą ścieżkę równowagi dla tej powłoki bez obciążenia stabilizacyjnego. Podobnie, jak miało to miejsce dla pokazanej wcześniej powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.020$ na ścieżce równowagi zaznaczono punkt, dla którego w materiale powłoki pojawiają się pierwsze strefy plastyczne. Na Rys. 4.19b pokazano mapę zredukowanych odkształceń plastycznych HMH odpowiadającą punktowi zaznaczonemu na ścieżce równowagi. W przypadku omawianej powłoki początek rozwoju stref plastycznych pokrywa się z początkiem niestatecznego zachowania się powłoki.

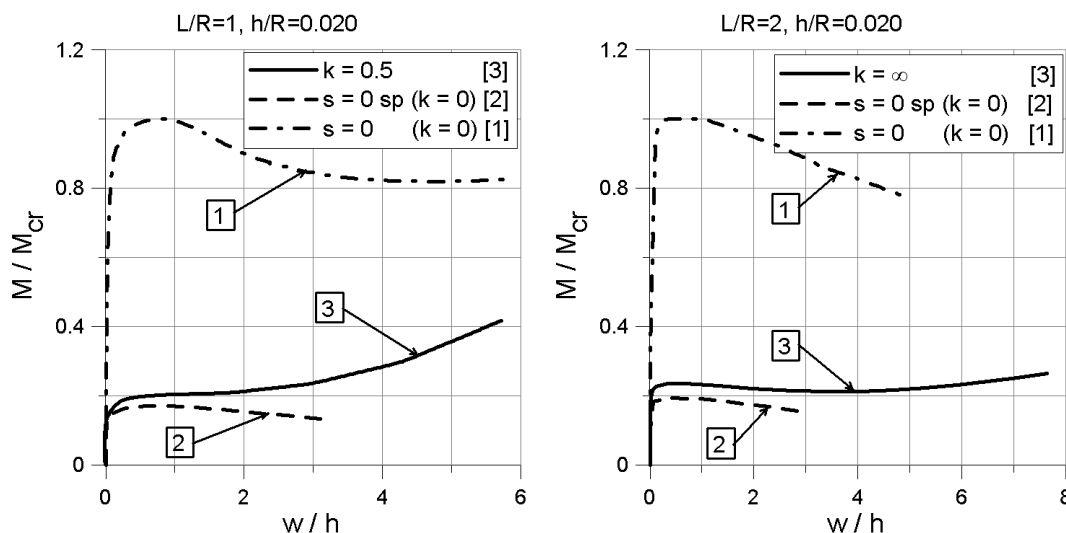


Rys. 4.20 Powłoka sprężysto-plastyczna o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ bez obciążenia stabilizującego (a) i z obciążeniem stabilizującym s_{stab} (b)

Na Rys. 4.20 pokazano kształty zdeformowanych powłok. Rys. 4.20a dotyczy powłoki sprężysto-plastycznej pod obciążeniem głównym, bez stabilizacji. Na Rys. 4.20b pokazano kształt tej samej powłoki obciążonej dodatkowo czynnym obciążeniem stabilizacyjnym o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji. W przypadku powłoki bez obciążenia stabilizacyjnego przedstawiony kształt odnosi się punktu maksimum na pokrytycznej ścieżce równowagi ($w/h \approx 0.4$). Dla powłoki pod obciążeniem stabilizującym kształt odnosi się do miejsca na ścieżce równowagi, w którym występuje poziomy punkt przegięcia ($w/h \approx 3.5$). Warto zauważyć, że liczba obwodowych fal modu wyboczeniowego pozostała bez zmian. W przypadku powłoki obciążonej jedynie momentem skręcającym występują obszary przemieszczeń, dla których promień powłoki $R > 1$ (przemieszczenia „dodatnie”) i dla których promień powłoki $R < 1$ (przemieszczenia „ujemne”). W przypadku powłoki obciążonej dodatkowo obciążeniem stabilizującym występują jedynie promieniowe przemieszczenia „ujemne”.

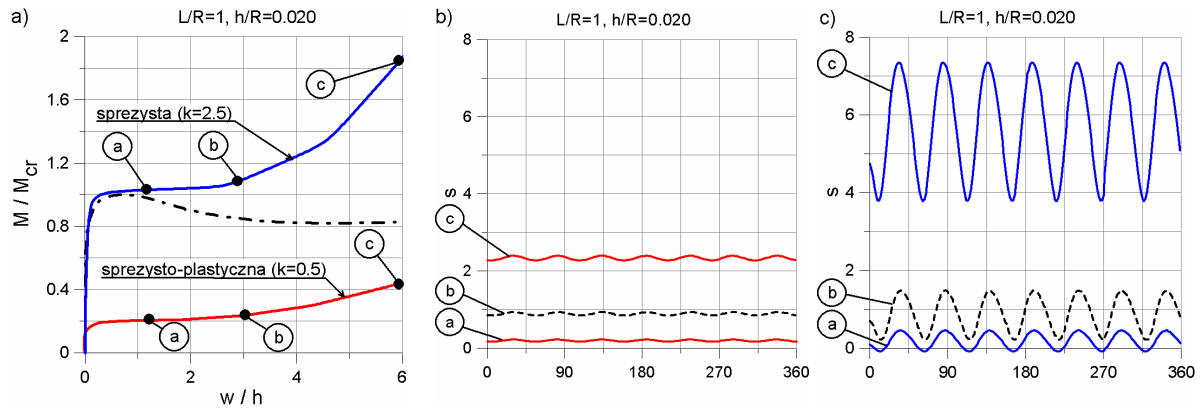
4.6 Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona momentem skręcającym i stabilizowana obciążeniem biernym

Ograniczenie możliwości swobodnego przemieszczania się brzegów skręcanych powłok walcowych w kierunku osiowym przez zastosowanie podatnych podpór w tym kierunku wywołuje powstanie na brzegach powłoki reakcji osiowych. Powstające reakcje zależą od sztywności osiowej podpór i zaawansowania procesu skręcania. Wpływają one na przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi. W rozdziale 3.6 przeanalizowano możliwość stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi dla powłok sprężystych. W bieżącym rozdziale sprawdzono możliwości stabilizacji ścieżek równowagi dla powłok sprężysto-plastycznych. Warunki podparcia i obciążania powłok są identyczne, jak dla omawianych wcześniej powłoki sprężystych.



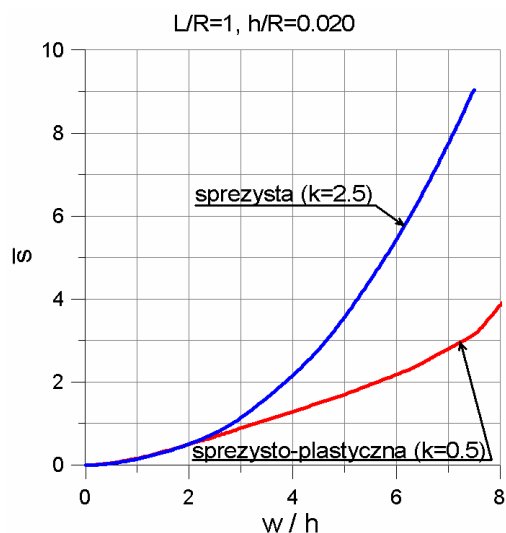
Rys. 4.21 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.020$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.020$

Na Rys. 4.21 pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.02$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.02$. Krzywe (1) przedstawiają ścieżki równowagi dla powłok sprężystych bez obciążenia stabilizującego ($k=0$), krzywe (2) to ścieżki równowagi dla powłok sprężysto-plastycznych również bez obciążenia stabilizującego. Krzywymi (3) wykreślono pokrytyczne ścieżki równowagi odpowiadające sztywności osiowej podpór k o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.02$ oraz o wartości maksymalnej możliwej do zadania ($k=\infty$) dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.02$. Z przedstawionych wykresów wynika, że w pewnych przypadkach reakcje osiowe wywołane ograniczeniem swobody osiowego przesuwu brzegów sprężysto-plastycznych powłok skręcanych powodują stabilizację pokrytycznych ścieżek równowagi, a w pewnych przypadkach nie udaje się uzyskać stabilizacji. Stabilizację udaje się uzyskać dla powłok krótszych. Nie zbadano zakresu parametrów geometrycznych, dla których stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi sprężysto-plastycznych powłok walcowych biernym obciążeniem stabilizacyjnym jest możliwa. Dla obu przedstawionych przykładów bierne obciążenie stabilizujące spowodowało niewielki, kilkuprocentowy wzrost wartości obciążenia krytycznego.



Rys. 4.22 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłoki sprężystej i sprężysto-plastycznej oraz rozkłady naprężeń osiowych na brzegach powłok

Na Rys. 4.22 porównano przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi oraz rozkłady bezwymiarowych naprężeń osiowych s dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.02$ wykonanej z materiału sprężystego oraz sprężysto-plastycznego. Pokazane na Rys. 4.22a pokrytyczne ścieżki równowagi sporządzono dla powłok podpartych osiowymi podporami o minimalnej wartości sztywności k , niezbędnej do stabilizacji ścieżek. W przypadku powłoki sprężystej (krzywa niebieska) minimalna sztywność osiowa podpór niezbędna do stabilizacji ścieżki równowagi wynosi $k=2.5$. Dla powłoki sprężysto-plastycznej minimalna sztywność osiowa podpór niezbędna do stabilizacji ścieżki równowagi jest znacznie mniejsza i wynosi $k=0.5$. Krzywa trzecia (czarna linia punktowa) przedstawia pokrytyczną ścieżkę równowagi powłoki odniesienia, tj. skręcanej powłoki sprężystej bez obciążenia stabilizującego. Rys. 4.22b i 4.22c przedstawiają rozkłady bezwymiarowego naprężenia osiowego s na brzegach powłok wzdłuż ich obwodu. Przedstawione rozkłady bezwymiarowego naprężenia osiowego s odpowiadają punktom „a”, „b” i „c” na ścieżkach równowagi pokazanych na Rys. 4.22a. Wykresy pokazane na Rys. 4.22b odpowiadają powłoce sprężysto-plastycznej, zaś wykresy pokazane na Rys. 4.22c powłoce sprężystej. Łatwo zauważyć, że w przypadku powłoki sprężystej amplituda s na brzegach jest znacznie większa w porównaniu do amplitudy s dla powłoki sprężysto-plastycznej. W przypadku powłoki sprężystej w początkowej fazie obciążania powłoki, występują strefy naprężeń ujemnych, a więc strefy ściskania. Efektu ściskania nie stwierdzono dla badanych powłok sprężysto-plastycznych.

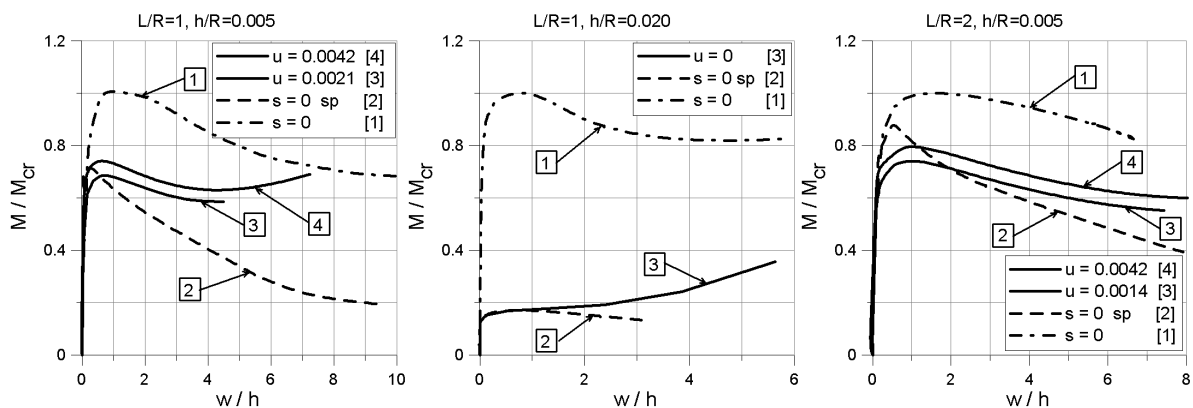


Rys. 4.23 Wartości uśrednionego naprężenia osiowego \bar{s} w funkcji przemieszczenia wybranego punktu na powierzchni dla powłoki sprężystej i sprężysto-plastycznej

Na Rys. 4.23, dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.02$, pokazano jak zmieniają się wartości średniego naprężenia osiowego \bar{s} w miarę obciążania powłoki obciążeniem głównym, przy ograniczonej możliwości przemieszczania się brzegów powłoki. Przedstawione wykresy dotyczą powłok sprężystej (krzywa niebieska) i sprężysto-plastycznej (krzywa czerwona) przy sztywności k o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji i nawiązują do wykresów pokazanych na Rys. 4.21. Widać, że w początkowej fazie obciążania wykresy pokrywają się mimo, że powłoki wykonane są z różnych materiałów oraz różnią się zadaną sztywnością osiową podpór. Analizując wykresy pokazane na Rys. 4.22 i 4.23 i porównując wykresy uzyskane dla powłoki sprężystej i sprężysto-plastycznej można dojść do wniosku, że w analizowanym przypadku większa, niezbędna do stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi sztywność osiowa k podpór w przypadku powłoki sprężystej wynika z występowania w jej przypadku dużej amplitudy bezwymiarowego naprężenia osiowego s stąd w początkowej fazie obciążania w pewnych miejscach tworzą się strefy ściskania osiowego utrudniające stabilizację pokrytycznej ścieżki równowagi.

4.7 Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona momentem skręcającym i stabilizowana „mieszanym” obciążeniem stabilizującym

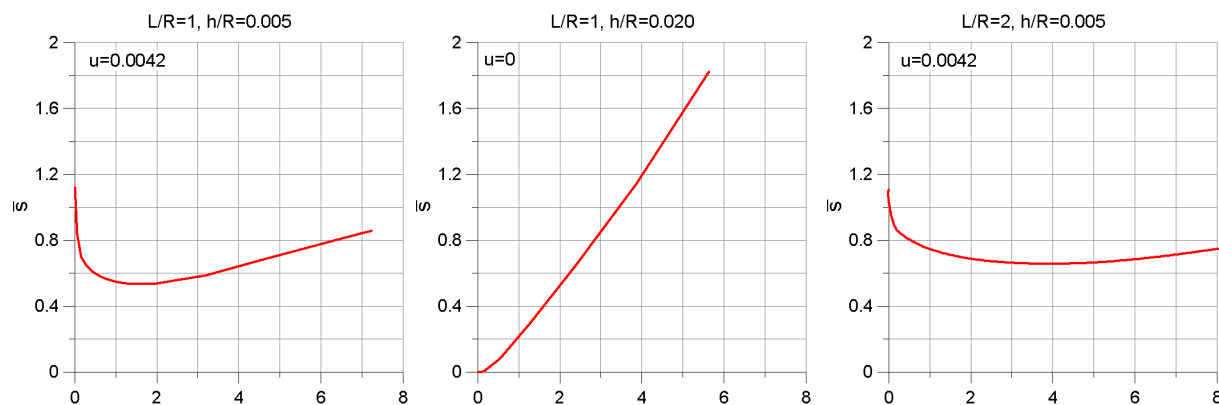
Dla analizowanych w poprzednim rozdziale powłok sprężysto-plastycznych obciążonych momentem skręcającym i stabilizowanych obciążeniem biernym, stabilizację pokrytycznej ścieżki równowagi uzyskano w jednym z przedstawionych przykładów, mianowicie dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.020$. Dla drugiej pokazanej powłoki ($L/R=2$ i $h/R=0.020$) nie udało się uzyskać stabilizacji ścieżki równowagi, nawet dla przypadku granicznego między biernym i „mieszanym” wariantem stabilizacji, tj. dla granicznej sztywności osiowej podpór $k=\infty$ ($u=0$). W bieżącym rozdziale sprawdzono jak wprowadzenie wstępnego, przemieszczeniowego naciągu u brzegów powłok wpływa na przebiegi ich pokrytycznych ścieżek równowagi oraz czy umożliwia ich stabilizację.



Rys. 4.24 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$, $L/R=1$ i $h/R=0.020$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.005$

Na Rys. 4.24 pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi dla wybranych powłok sprężysto-plastycznych obciążonych momentem skręcającym. Krzywe (1) przedstawiają ścieżki równowagi powłok odniesienia, tj. walcowych powłok sprężystych bez obciążenia stabilizacyjnego. Krzywe (2) dotyczą powłok sprężysto-plastycznych również bez obciążenia stabilizacyjnego. Liniami ciągłymi (3) i (4) wykreślono ścieżki równowagi powłok poddanych działaniu obciążenia stabilizacyjnego. Z przedstawionych tutaj trzech przykładów powłok tylko w jednym przypadku uzyskano stabilizację pokrytycznej ścieżki równowagi, mianowicie dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.020$. Stabilizację ścieżki równowagi w przypadku tej

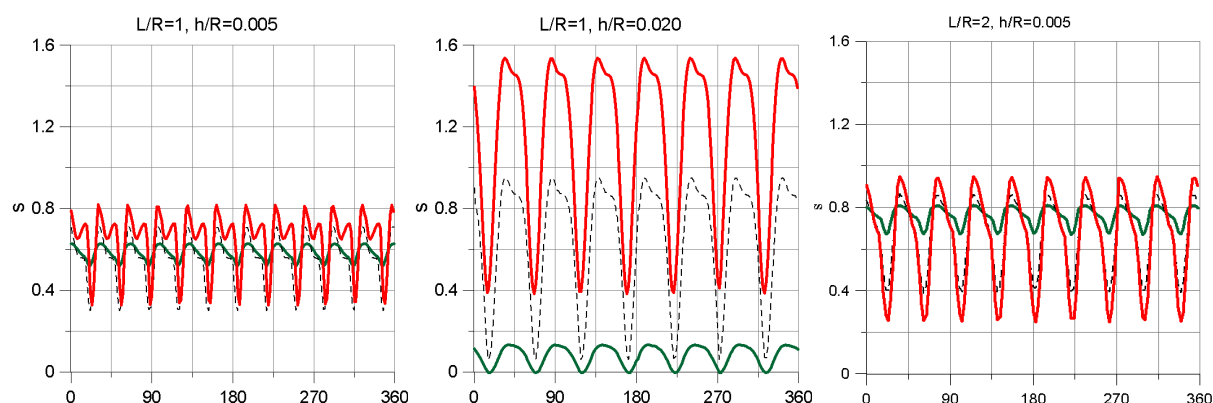
powłoki uzyskano blokując przemieszczenie osiowe podpór, $u=0$. Oznacza to, że nie zastosowano naciągu, a jedynie uniemożliwiono przemieszczanie osiowe brzegów powłoki w miarę jej obciążania. Stabilizację pokrytycznej ścieżki równowagi dla sprężystej powłoki o tej geometrii uzyskano już w biernym wariacie obciążenia stabilizacyjnego, dla sztywności osiowej podpór $k=0.5$. Spodziewano się więc stabilizacji również dla badanej, w bieżącym rozdziale, powłoki o sztywności osiowej podpór $k=\infty$ ($u=0$). Dla powłok „cieńszych” $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.005$ pokrytyczne ścieżki równowagi nie ulegają stabilizacji przy zastosowaniu „mieszanego” wariantu obciążenia stabilizacyjnego. W przypadku tych powłok zwiększanie wstępnego naciągu u brzegów powoduje jedynie proporcjonalny wzrost obciążenia krytycznego ścieżki równowagi „przesuwają się” równoległe, Rys. 4.24.



Rys. 4.25 Wartości uśrednionego naprężenia osiowego \bar{s} w funkcji przemieszczenia wybranego punktu na powierzchni dla powłok sprężysto-plastycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$, $L/R=1$ i $h/R=0.020$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.005$

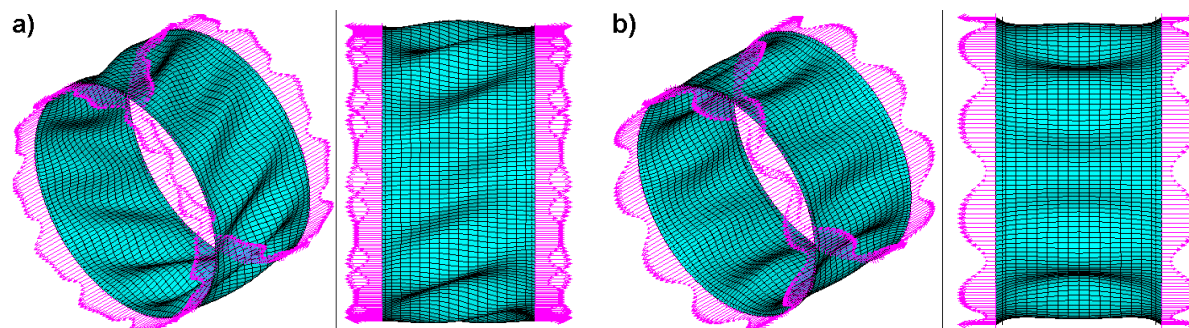
Rys. 4.25 przedstawia wartości uśrednionego naprężenia osiowego \bar{s} w funkcji przemieszczenia wybranego punktu na powierzchni środkowej dla wybranych powłok. Dla powłok o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.005$, a więc dla powłok dla których nie uzyskano stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi, przedstawiono wykresy uśrednionego naprężenia osiowego \bar{s} odpowiadające ścieżkom równowagi dla wstępnego naciągu osiowego podpór $u=0.0042$. Dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.020$ przedstawiony wykres uśrednionego naprężenia osiowego \bar{s} odpowiada stabilnej pokrytycznej ścieżce równowagi ($u=0$). Z przedstawianych wykresów wynika, że dla powłok których pokrytyczne ścieżki równowagi nie ulegają stabilizacji „mieszanym” wariantem obciążenia stabilizacyjnego na początku obciążania ich obciążeniem głównym występuje gwałtowny spadek wartości uśrednionego naprężenia osiowego \bar{s} . W przypadku powłoki

$L/R=1$ i $h/R=0.020$ uśrednione naprężenie osiowe \bar{s} rośnie od początku obciążania powłoki obciążeniem głównym.



Rys. 4.26 Rozkłady naprężeń osiowych s na brzegach powłok $L/R=1$ i $h/R=0.005$, $L/R=1$ i $h/R=0.020$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.005$

Na Rys. 4.26 pokazano rozkłady naprężeń osiowych s na brzegach wybranych powłok. Każdy z trzech przedstawionych wykresów zawiera po trzy krzywe. Krzywa zielona odpowiada przemieszczeniu $w/h \approx 0.5$, krzywa czarna przerywana odpowiada przemieszczeniu $w/h \approx 2.0$, zaś krzywa czerwona przemieszczeniu $w/h \approx 4.0$. Dla każdego z przedstawionych przykładów rozkład naprężeń osiowych na brzegach powłok jest okresowo zmienny, zaś jego amplituda wzrasta w miarę wzrostu zaawansowania przemieszczeń powierzchni powłoki w/h . Jednak tylko w przypadku powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.020$ można zaobserwować wyraźny przyrost ekstremalnych wartości naprężeń s oraz wzrost wartości naprężenia \bar{s} w miarę postępu deformacji powłoki w/h . Powoduje to stabilizacją ścieżki równowagi.



Rys. 4.27 Porównanie rozkładów naprężeń osiowych na brzegach powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ obciążonej momentem skręcającym (a) oraz ciśnieniem zewnętrznym (b)

Na Rys. 4.27 porównano rozkłady naprężeń osiowych na brzegach sprężysto-plastycznej powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ obciążonej momentem skręcającym z wstępnym przemieszczeniem brzegów powłoki $u=0.0042$ (a) oraz ciśnieniem zewnętrznym wstępnym przemieszczeniem brzegów powłoki $u=0.0080$ (b). Przedstawione rozkłady naprężeń w obu przypadkach odpowiadają przemieszczeniu maksymalnemu powierzchni powłoki $w/h=2$. Dla obu przykładów rozkłady naprężeń osiowych są okresowo zmienne, o okresie odpowiadającym występowaniu fal modu wyboczeniowego. Kształt rozkładu naprężeń różni się jednak dosyć wyraźnie.

Z przedstawionych w bieżącym rozdziale analiz wynika, że dla sprężysto-plastycznych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym w pewnych przypadkach geometrii ($L/R=1$ i $h/R=0.020$) możliwe jest stabilizowanie pokrytycznych ścieżek równowagi z wykorzystaniem „mieszanego” wariantu stabilizacji. Jednak, w pewnych przypadkach ($L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $L/R=2$ i $h/R=0.005$) uzyskanie stabilizacji nie jest możliwe. Zakresy parametrów geometrycznych, dla których możliwa jest stabilizacja nie zostały wyznaczone. Z przeprowadzonych analiz wynika, że dla skręcanych powłok i zakresu sprężysto-plastycznego stabilizację ścieżek łatwiej uzyskać dla powłok krótszych o większej grubości ścianek.

4.8 Stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi sprężysto-plastycznych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym – podsumowanie

Przedstawione w rozdziale 4.5 analizy pokazały, że czynna siła stabilizująca może ustabilizować pokrytyczne ścieżki równowagi powłok walcowych, wykonanych z materiału sprężysto-plastycznego, podobnie, jak miało to miejsce wcześniej (rozdział 3.5) w przypadku powłok sprężystych. Stwierdzono, że dla badanych powłok zmiana materiału ze sprężystego na sprężysto-plastyczny powoduje wyraźny spadek wartości obciążenia krytycznego. Spadek obciążenia krytycznego jest tym większy im powłoka krótsza i o większej grubości ścianki. Przyłożenie czynnej siły stabilizującej o odpowiedniej wartości, w każdym z przedstawionych przykładów, spowodowało stabilizację ścieżki równowagi oraz wzrost wartości obciążenia krytycznego. W przypadku stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi obciążeniem biernym (rozdział 4.6), stabilne ścieżki, podobnie jak w przypadku powłok sprężystych

(rozdział 3.6), uzyskano jedynie dla wybranych geometrii powłok tj. dla powłok „grubszych” o $h/R=0.020$. W pozostałych przypadkach, tj. dla powłok „cieńszych” o $h/R=0.005$ stabilizacja ścieżek nie następowała nawet po zwiększeniu sztywności osiowej podpór powłoki do $k=\infty$. Istnieje więc zakres geometrii, dla którego jest możliwa stabilizacja pokrywanych ścieżek równowagi sprężysto-plastycznych powłok walcowych obciążonych momentem skręcającym. Sprawdzono, czy w przypadku „mieszanego” wariantu obciążenia stabilizacyjnego stabilizacji ulegną pokrywane ścieżki równowagi dla powłok, dla których nie udało się tego uzyskać w biernym wariantcie obciążenia stabilizacyjnego. Stwierdzono, że dla „mieszanego” wariantu obciążenia stabilizacyjnego, wprowadzony naciąg osiowy podpór również nie powoduje stabilizacji ścieżek równowagi, a jedynie zwiększa wartości obciążenia krytycznego. Wartość obciążenia krytycznego w tym przypadku rośnie wraz ze wzrostem wartości obciążenia stabilizacyjnego.

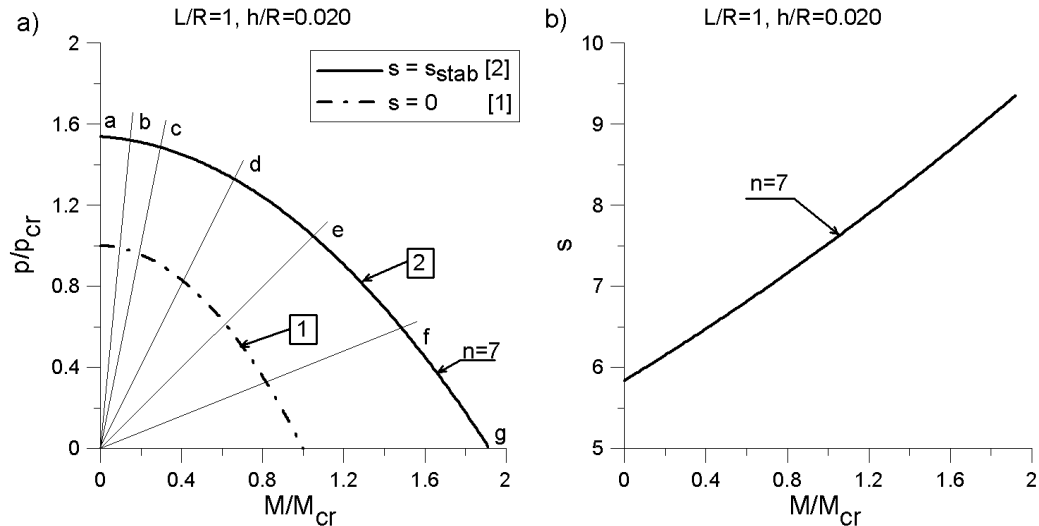
5. Powłoki walcowe obciążone w sposób złożony

W bieżącym rozdziale przeanalizowano możliwość stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi dla powłok walcowych obciążonych obciążeniem złożonym. Złożony sposób obciążenia polega na jednoczesnym obciążaniu badanych powłok równomiernym ciśnieniem zewnętrznym i momentem skręcającym przyłożonym do brzegów konstrukcji. Powłoki obciążane są obciążeniem proporcjonalnym a proporcje obciążenia dobierano z całego zakresu możliwych obciążeń, a więc od 0 % udziału momentu skręcającego i 100 % udziału ciśnienia zewnętrznego do 100% udziału momentu skręcającego i 0% udziału ciśnienia zewnętrznego. Analizie poddano powłoki wykonane z materiału sprężystego i sprężysto-plastycznego. Dla powłok wykonanych z materiału sprężystego sprawdzono możliwości stabilizacji ścieżek przy użyciu wszystkich rozpatrywanych w pracy rodzajów obciążeń stabilizujących, tj. obciążenia czynnego, biernego i „mieszanego”. Dla powłok sprężysto-plastycznych obciążonych w sposób złożony ograniczono badanie możliwości stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi do jednego wariantu obciążenia stabilizującego, mianowicie stabilizacji obciążeniem czynnym.

5.1 Powłoka sprężysta obciążona obciążeniem złożonym i stabilizowana siłą czynną

Na Rys. 5.1, dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.020$ pokazano krzywe graniczne obciążeń w układzie bezwymiarowe ciśnienie krytyczne p/p_{cr} w funkcji bezwymiarowego momentu skręcającego M/M_{cr} , gdzie p_{cr} jest ciśnieniem krytycznym dla powłoki obciążonej jedynie ciśnieniem, zaś M_{cr} krytycznym momentem skręcającym dla powłoki obciążonej jedynie momentem skręcającym. Linia punktową (1) zaznaczono krzywą graniczną dla powłoki bez przyłożonego obciążenia stabilizującego, $s = 0$. Linia ciągłą (2) wykreślono krzywą graniczną obciążenia dla powłoki obciążonej minimalnym, niezbędnym do stabilizacji ścieżki obciążeniem stabilizującym s_{stab} . Kolejne proste a , b , c , d , e , f , g wyznaczają kolejne ścieżki proporcjonalnego obciążenia powłoki. Krzywa graniczna (2) odpowiada punktom przegięcia na ścieżkach równowagi uzyskanych dla kolejnych obciążeń proporcjonalnych powłok. Krzywa (2) dzieli obszar na dwa podobszary. Jeśli punkt wyznaczający kombinację obciążeń znajduje się ponad krzywą graniczną wówczas powłoka

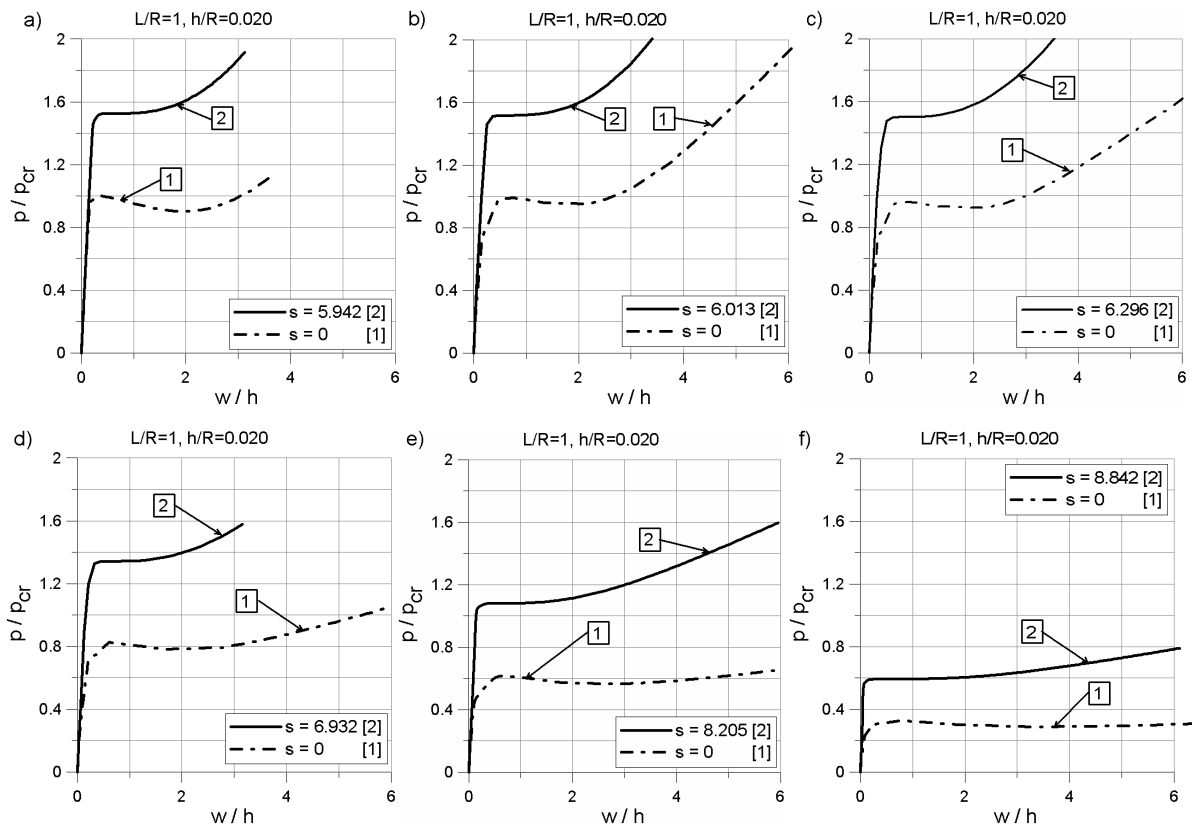
posiada stabilną pokrytyczną ścieżkę równowagi. Powłoki, dla których punkt określający kombinację obciążeń znajduje się pod krzywą graniczną mają niestabilne pokrytyczne ścieżki równowagi.



Rys. 5.1 Krzywe graniczne oraz odpowiadająca im zależność minimalnego obciążenia osiowego s od udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu powłoki dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.020$

Krzywa graniczna (2) jest „odsunięta” od krzywej granicznej (1) o odległość odpowiadającą wzrostowi obciążenia punktu przegięcia wynikającego z obciążenia powłoki czynną siłą stabilizującą. W miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki zwiększa się odległość między krzywymi (1) i (2). Wzrost ten jest wynikiem zwiększania się niezbędnej, minimalnej wartości czynnego obciążenia stabilizującego s w miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w obciążeniu powłoki obciążeniami głównymi. Na Rys. 5.1 pokazano również zależność minimalnej wartości obciążenia stabilizującego s_{stab} od udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu powłoki. Różnica wartości obciążenia stabilizującego s_{stab} między skrajnymi przypadkami obciążenia powłoki jedynie ciśnieniem zewnętrznym oraz jedynie momentem skręcającym przekracza 50%. Z porównania wykresów na Rys. 5.1 wynika, że zwiększanie wartości obciążenia stabilizującego s_{stab} powoduje prawie proporcjonalny wzrost obciążenia punktu przegięcia.

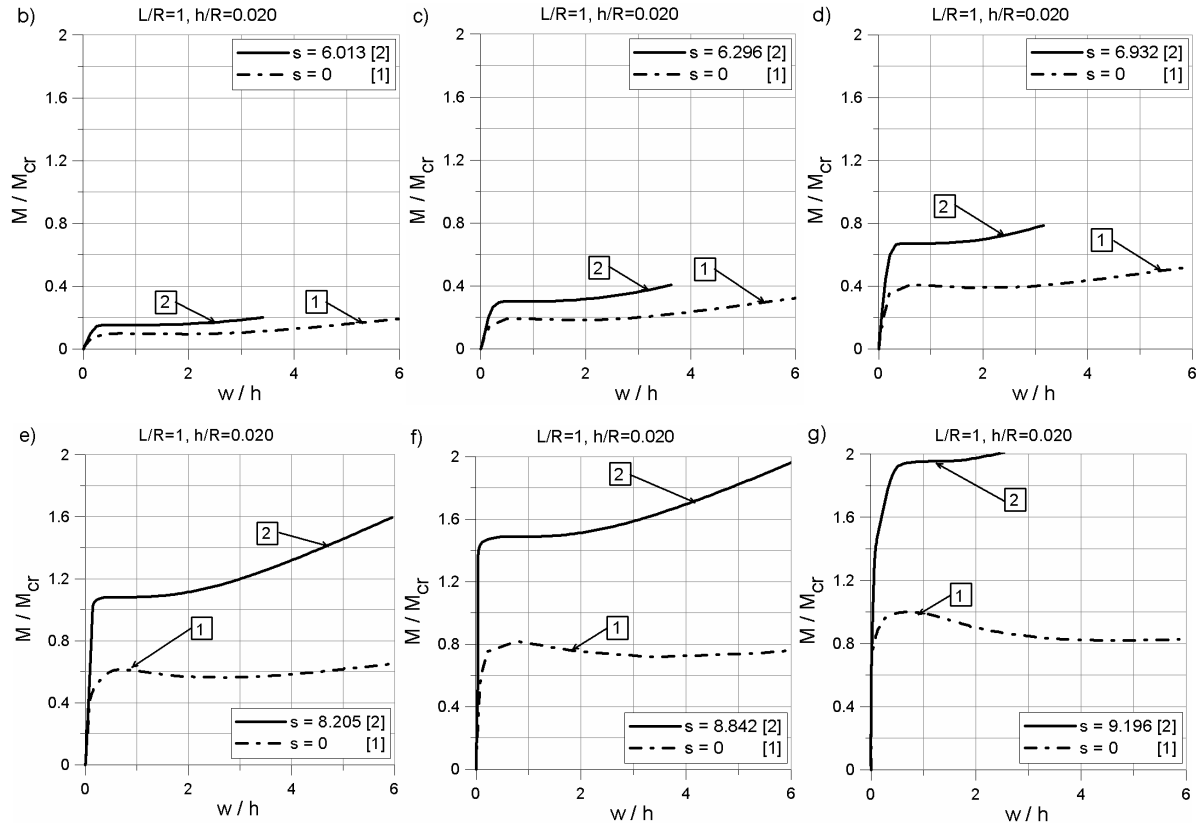
Krzywe graniczne pokazane na Rys. 5.1 przecięto prostymi oznaczonymi literami od „a” do „g”. Na Rys. 5.2, w układzie $p/p_{cr} - w/h$ pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi odpowiadające przekrojom od „a” do „f”.



Rys. 5.2 Pokrytyczne ścieżki równowagi powłok $L/R=1$ i $h/R=0.020$ obciążonych obciążeniem złożonym o proporcjach odpowiadającym przekrojom na Rys 5.1

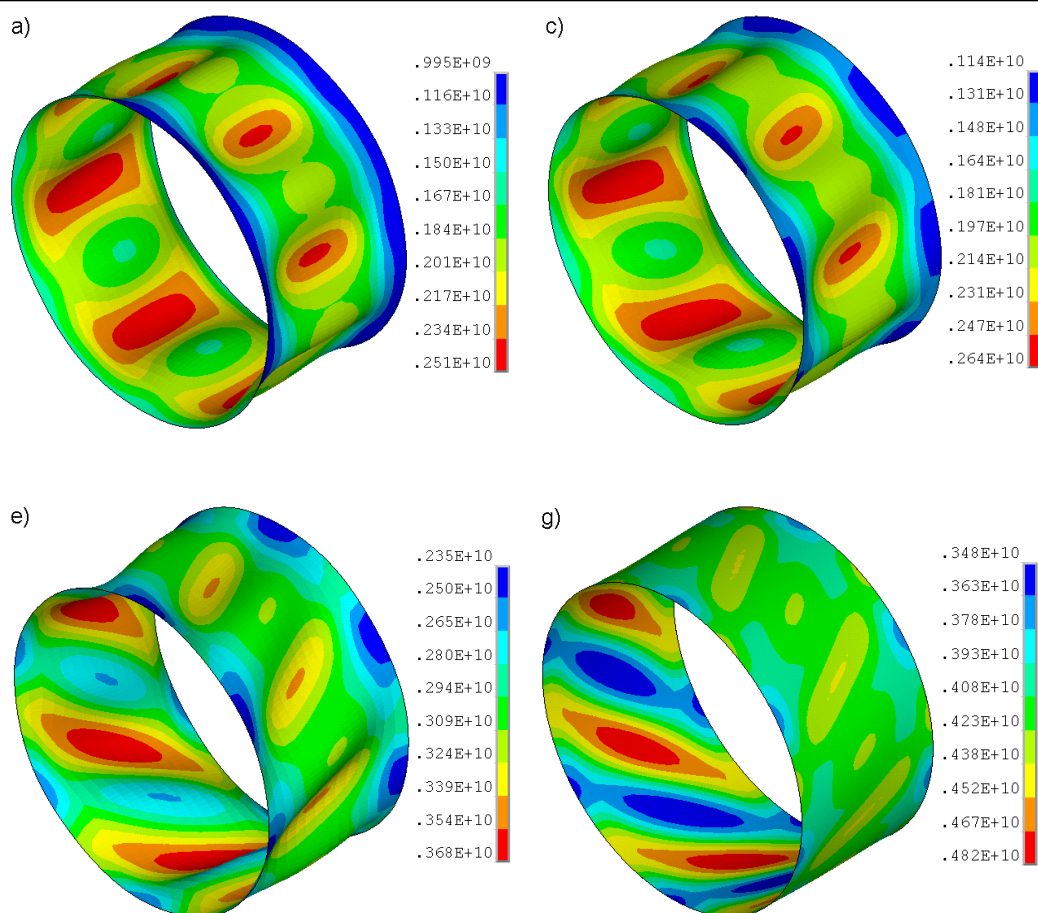
Krzywe (1) pokazane na Rys. 5.2 przedstawiają pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok odniesienia, tj. sprężystych powłok walcowych obciążonych obciążeniem złożonym o proporcjach odpowiadających przekrojom przez krzywe graniczne pokazane na Rys. 5.1 i dla $s=0$. Krzywymi (2) zaprezentowano pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok pod obciążeniem złożonym o proporcjach jak dla krzywych (1) oraz dodatkowo obciążeniem stabilizującym s_{stab} o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji ścieżki równowagi. W miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu (kolejne wykresy od „a” do „f”) pierwotne ścieżki równowagi (1) „obniżają się”. Jednocześnie stateczne ścieżki równowagi również przebiegają „niżej”. Jednak względny przyrost obciążenia punktu przegięcia, mierzony stosunkiem wartości ciśnienia dla punktu przegięcia na ścieżkach (2) i wartości ciśnienia krytycznego na ścieżkach (1), jest coraz większy. Na Rys. 5.3 w układzie $M/M_{cr} - w/h$ przedstawiono pokrytyczne ścieżki równowagi odpowiadające przekrojom od „b” do „g” pokazanym na Rys. 5.1. Krzywe (1) i (2) konstruowano analogicznie jak krzywe na Rys. 5.2. W tym przypadku w miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w całkowitym

obciążeniu pierwotne (1) i stateczne (2) ścieżki równowagi przyjmują coraz wyższe położenie dla kolejnych proporcji obciążeń (przekroje od „b” do „g”). I tutaj występuje względny przyrost obciążenia punktu przegięcia dla ścieżek ustabilizowanych.



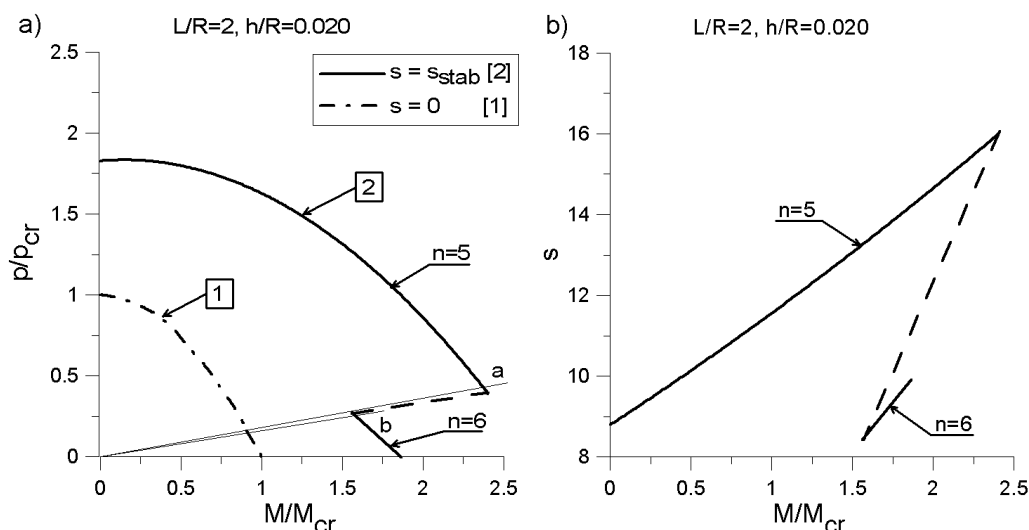
Rys. 5.3 Pokrytyczne ścieżki równowagi powłok $L/R=1$ i $h/R=0.020$ obciążonych obciążeniem złożonym o proporcjach odpowiadającym przekrojom na rys 5.1

Analiza wykresów pokazanych na Rys. 5.1, 5.2 i 5.3 pozwala na ocenę wpływu zmian proporcji obciążenia głównego oraz zmian wartości obciążenia stabilizującego na przebieg pokrytycznych ścieżek równowagi badanej powłoki. Widzimy, że w miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki wzrasta minimalna wartość czynnego obciążenia stabilizacyjnego s_{stab} . Wzrostowi obciążenia stabilizacyjnego s_{stab} towarzyszy proporcjonalny wzrost obciążenia punktu przegięcia, co powoduje oddalenie się krzywej granicznej (2) powłoki pod obciążeniem stabilizującym od krzywej granicznej (1) dla powłoki bez obciążenia stabilizacyjnego.



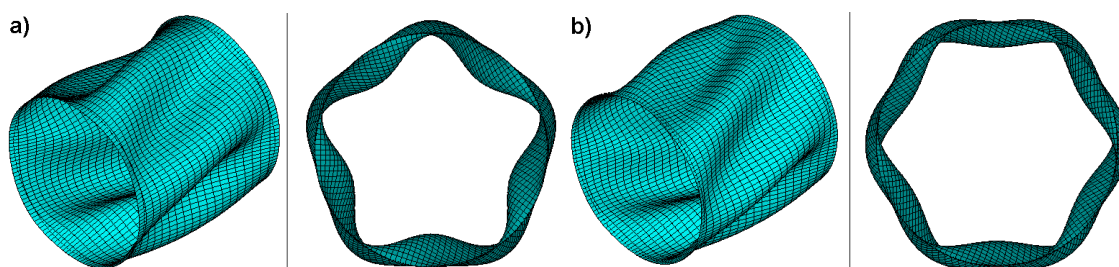
Rys. 5.4 Rozkłady naprężeń zredukowanych odpowiadające proporcjom obciążenia „a”, „c”, „e” i „g” (Rys. 5.1) i przemieszczeniu $w/h \approx 0.65$ na pokrywanych ścieżkach równowagi (2) (Rys. 5.2 i 5.3)

Na Rys. 5.4 przedstawiono mapy naprężeń zredukowanych HMH dla powłok obciążonych obciążeniem złożonym o proporcjach odpowiadających przekrojom „a”, „c”, „e” i „g” przez krzywą graniczną (2) (Rys. 5.1). Pokazane mapy naprężeń odnoszą się każdorazowo do poziomego punktu przegięcia na pokrywanych ścieżkach równowagi badanych powłok (co odpowiada przemieszczeniu powierzchni środkowej powłoki $w/h \approx 0.65$ w miejscu gdzie to przemieszczenie jest największe). Z przedstawionych map naprężeń wynika, że maksymalne naprężenia występują w dnach fal modu wyboczeniowego, zaś ich wartości wzrastają w miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki. Do wzrostu wartości naprężeń przyczynia się w tym przypadku wzrost wartości minimalnego obciążenia osiowego s_{stab} niezbędnego do stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi badanych powłok. Z analizy przedstawionych rozkładów naprężeń wynika ponadto, że liczba fal modu wyboczeniowego w przypadku badanej powłoki nie ulega zmianie w całym zakresie zmienności proporcji obciążenia głównego.



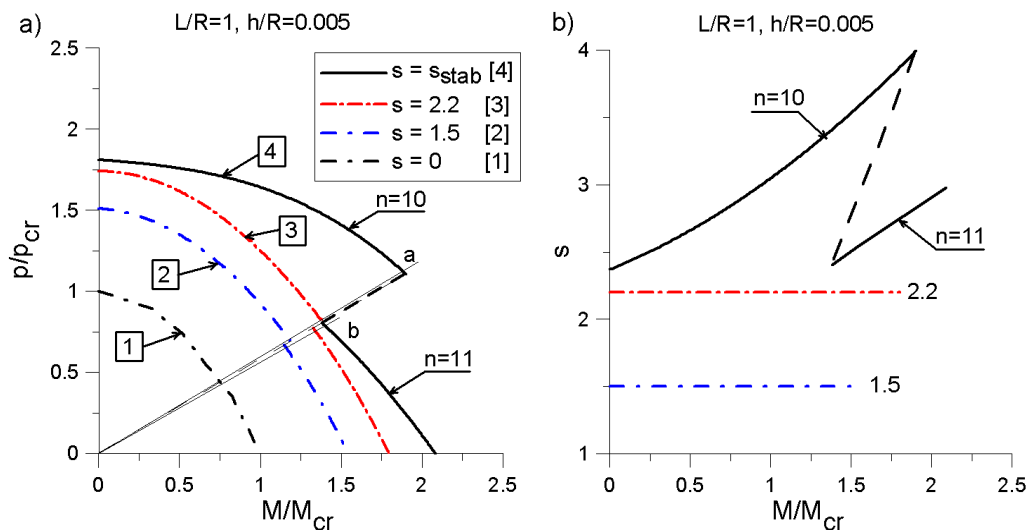
Rys. 5.5 Krzywe graniczne oraz odpowiadająca im zależność minimalnego obciążenia osiowego s od udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu powłoki dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.020$

Dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.020$ na Rys. 5.5a pokazano dwie krzywe graniczne: krzywa (1) dotyczy powłoki bez obciążenia stabilizującego ($s=0$) natomiast krzywa (2) dotyczy powłoki obciążonej osiowym obciążeniem stabilizującym o minimalnej wartości niezbędnej do stabilizacji ścieżki równowagi (krzywa odpowiada poziomym punktom przegięcia na kolejnych ścieżkach równowagi). Pokazano również zależność minimalnego obciążenia osiowego s_{stab} niezbędnego do stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi w funkcji udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu powłoki. Z przedstawionych wykresów wynika, że podobnie jak w przypadku omawianej wcześniej powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.020$, wartość s rośnie w miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki. Na krzywej granicznej (2) występuje nieciągłość (uskok), którego nie ma na krzywej (1). Przez krzywą graniczną (2) (Rys. 5.5) z dwóch stron uskoku poprowadzono przekroje „a” i „b”.



Rys. 5.6 Kształty zdeformowanych powłok odpowiadające przekrojom „a” i „b” przez krzywą graniczną (2) (Rys. 5.5)

Na Rys. 5.6 przedstawiono kształty zdeformowanych powłok odpowiadające przekrojom „a” i „b” przez krzywe graniczne. Przedstawione na Rys. 5.6 kształty powłok różnią się liczbą fal obwodowych modu wyboczeniowego. Stwierdzono, że uskok na krzywej granicznej (2) występuje w miejscu zmiany liczby n fal modu wyboczeniowego powłoki, w tym przypadku z $n = 5$ na $n = 6$. Skokowa zmiana liczby n fal modu wyboczeniowego powoduje skokową zmianę sztywności powłoki, co w efekcie prowadzi do skokowej zmiany wartości minimalnego obciążenia osiowego s_{stab} niezbędnego do stabilizacji ścieżek równowagi powłoki. Na Rys. 5.5b pokazano, że zmiana obciążenia stabilizacyjnego s jest prawie dwukrotna, mianowicie dla przekroju „b” ($n=6$) $s_{stab} = 8.418$, gdy dla tej samej proporcji obciążeń i $n = 5$ (przekrój „a”) $s_{stab} = 16.093$. Dalej, dla części krzywej odpowiadającej $n = 6$, w miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu wartość minimalnego, niezbędnego do stabilizacji ścieżki obciążenia s_{stab} rośnie. Dla czystego skręcania uzyskano $s_{stab} = 9.903$.

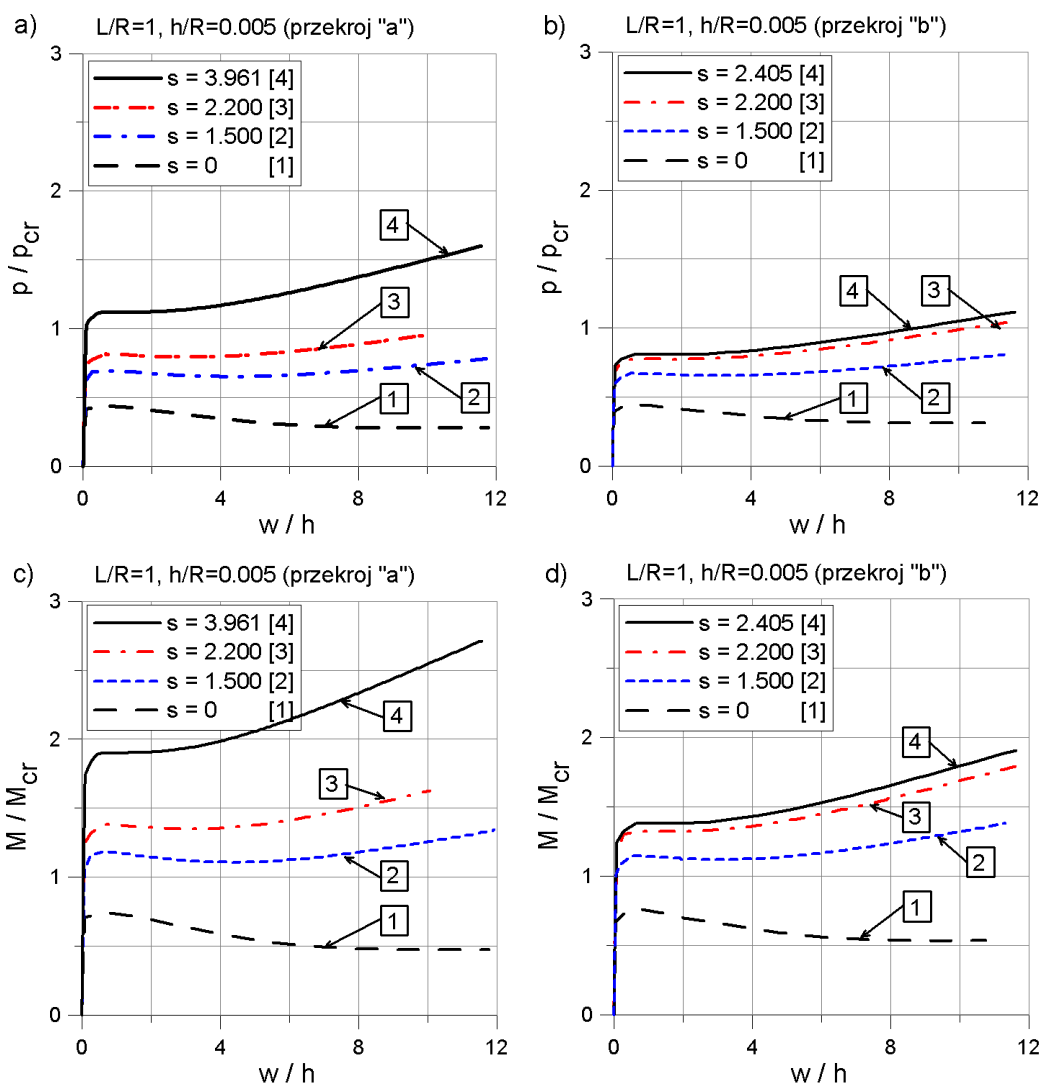


Rys. 5.7 Krzywe graniczne oraz odpowiadająca im zależność minimalnego obciążenia osiowego s od udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu powłoki dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$

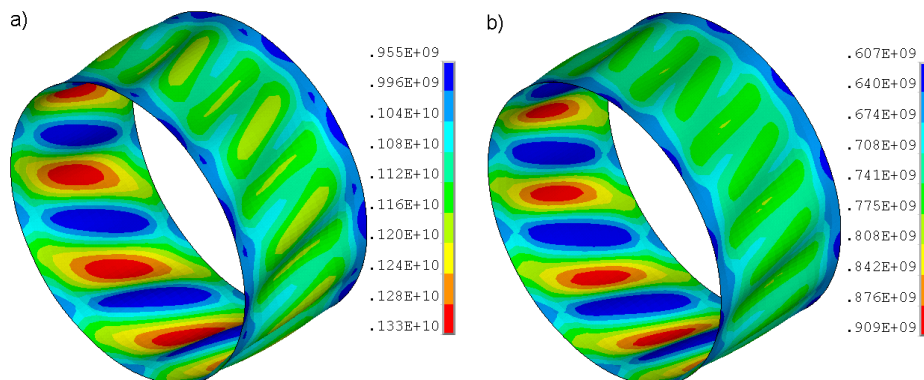
Kolejną z analizowanych konstrukcji, jest powłoka $L/R=1$ i $h/R=0.005$. Na Rys. 5.7a pokazano krzywe graniczne dla $s = 0$ (1) oraz $s = s_{stab}$ (4) podobnie jak dla poprzednio omawianych powłok, oraz dodatkowo krzywe graniczne dla pośrednich wartości obciążeń stabilizujących, tj. $s = 1.5$ (2) oraz $s = 2.2$ (3). Na Rys. 5.7b pokazano wykresy zmienności obciążenia stabilizującego s_{stab} w zależności od udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki. Przyjęte do wyznaczenia krzywych granicznych wartości obciążeń

stabilizujących $s = 1.5$ (2) i $s = 2.2$ (3) są stałe dla każdej kombinacji obciążeń głównych i mniejsze niż minimalne wymagane do stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi. Z przebiegu krzywych granicznych (2) i (3) wynika, że obciążenie stabilizujące s o stałej wartości powoduje izotropowy „rozrost” krzywych granicznych. Są więc one w każdym punkcie równo oddalone od krzywej granicznej dla powłoki bez obciążenia stabilizującego (1). Podobnie, jak w przypadku powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.020$, dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ i określonej proporcji obciążeń głównych występuje zmiana liczby fal obwodowych modu wyboczeniowego z $n = 10$ po stronie ciśnienia zewnętrznego na $n = 11$ po stronie momentu skręcającego. Na krzywych granicznych w miejscu zmiany liczby fal modu wyboczeniowego występuje nieciągłość. Zastosowanie obciążenia stabilizacyjnego powoduje pojawienie się nieciągłości na kolejnych krzywych granicznych. Nieciągłość ta narasta w miarę wzrostu s . W przypadku tej powłoki ($L/R=1$ i $h/R=0.005$) również wartość minimalnego, niezbędnego do stabilizacji s_{stab} rośnie w miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu. Na Rys. 5.7b pokazano, że dla obciążeń odpowiadających punktowi nieciągłości na krzywej granicznej występuje znaczący skok wartości s_{stab} . Większa wartość s_{stab} związana jest z mniejszą liczbą n fal modu wyboczeniowego (po stronie ciśnienia $n = 10$) natomiast mniejsza wartość s_{stab} odpowiada większej liczbie fal $n = 11$ modu wyboczeniowego. Skok wartości s_{stab} jest przeszło 1.6 krotny. Po przejściu nieciągłości ($n = 11$) wymagane s niezbędne do stabilizacji rośnie, tak że dla przypadku czystego skręcania $s_{stab} = 2.971$.

Na Rys. 5.8 pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi odpowiadające przekrojom „a” i „b” przez krzywe graniczne (Rys. 5.7). Ścieżki równowagi przedstawiono w dwóch układach odniesienia, $p/p_{cr} - w/h$ oraz $M/M_{cr} - w/h$. Rys. 5.8a i 5.8c przedstawiają pokrytyczne ścieżki równowagi odpowiadającego przekrojowi „a” przez krzywe graniczne ($n = 10$). Rys. 5.8b i 5.8d odnoszą się do przekroju „b” przez krzywe graniczne ($n = 11$). Numeracja ścieżek równowagi odpowiada numeracji krzywych granicznych z Rys. 5.7. Porównanie Rys. 5.8a i 5.8c z Rys. 5.8b i 5.8d potwierdza fakt, że dla powłoki obciążonej obciążeniem złożonym, w którym większy udział ma ciśnienie zewnętrzne ($n = 10$) do stabilizacji ścieżki równowagi konieczne jest przyłożenie obciążenia stabilizacyjnego s o wartości znacznie większej niż dla powłoki obciążonej obciążeniem złożonym o większym udziale momentu skręcającego ($n = 11$).



Rys. 5.8 Pokrywczne ścieżki równowagi dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ odpowiadające przekrojom „a” i „b” przez krzywe graniczne (Rys. 5.7)

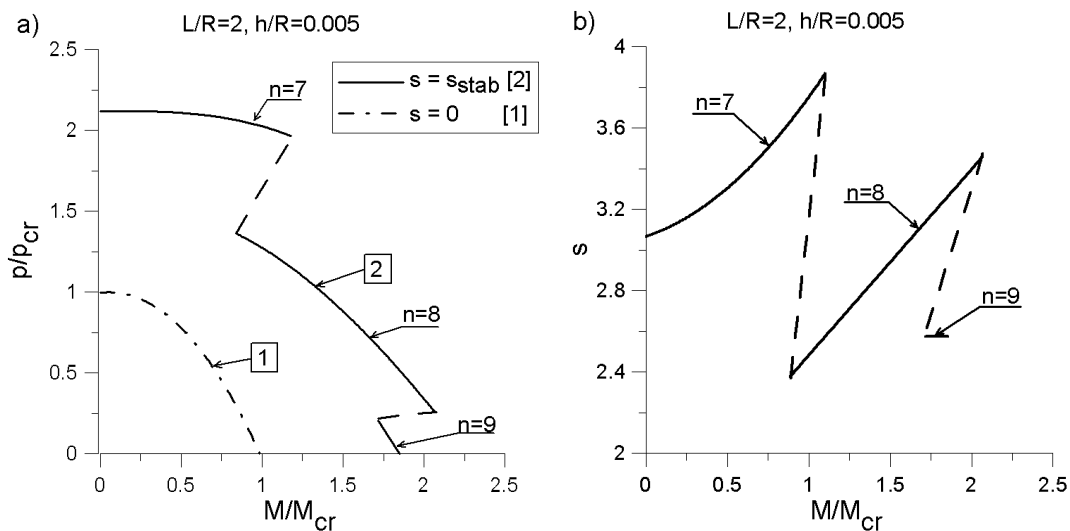


Rys. 5.9 Rozkłady naprężeń zredukowanych odpowiadające proporcjom obciążenia „a” oraz „b” (Rys. 5.7) i poziomym punktom przegięcia na ścieżkach równowagi (2) pokazanych na

Rys. 5.8

Rys. 5.9 przedstawia mapy naprężeń zredukowanych HMH odpowiadające poziomym punktom przegięcia na ścieżkach równowagi (4) pokazanych na Rys. 5.8 ($w/h \approx 1.0$). Rys. 5.9a odpowiada powłoce obciążonej obciążeniem złożonym o proporcjach jak na przekroju „a” ($n = 10$) (Rys. 5.7) zaś Rys. 5.9b odpowiada powłoce obciążonej obciążeniem złożonym o proporcjach jak na przekroju „b” ($n = 11$).

W przypadku powłoki, dla której udział ciśnienia zewnętrznego w całkowitym obciążeniu powłoki jest większy stwierdzono wyższy maksymalny poziom naprężeń zredukowanych HMH. Wyższy poziom naprężeń w tym przypadku wiąże się z koniecznością stosowania większych wartości obciążenia stabilizującego w celu uzyskania stabilnej pokrytycznej ścieżki równowagi.



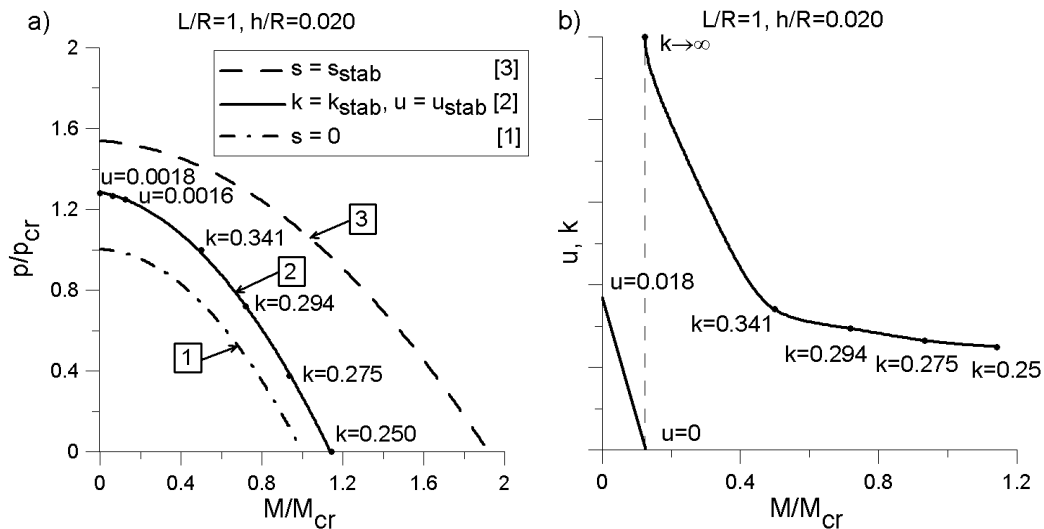
Rys. 5.10 Krzywe graniczne oraz odpowiadająca im zależność minimalnego obciążenia osiowego s od udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu powłoki dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$

Dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ wykonano również analizę możliwości stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi dla pełnego zakresu obciążeń złożonych, mianowicie od czystego ciśnienia zewnętrznego, poprzez stany złożone, do czystego skręcania. Na Rys. 5.10a pokazano krzywe graniczne dla tej powłoki: (1) bez stabilizacji siłą osiową, (2) dla stabilnych ścieżek równowagi (krzywa odpowiada punktom przegięcia na ścieżkach równowagi). Na Rys. 5.10b pokazano zależność minimalnego obciążenia osiowego s od udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu powłoki dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$. W przypadku tej powłoki krzywa graniczna posiada nieciągłości w dwóch punktach, ponieważ liczba fal

obwodowych modu wybocheniowego ulega zmianie dwukrotnie w zakresie zmienności proporcji obciążenia głównego. Pierwsza skokowa zmiana s_{stab} , odpowiadająca zmianie liczby fal obwodowych z $n=7$ na $n=8$, jest przeszło 1.6 krotna, podczas gdy zmiana skokowa związana z drugim punktem nieciągłości (z $n=8$ na $n=9$) jest już mniejsza bo około 1.3 krotna. Dla ostatniego badanego zakresu ($n=9$) stwierdzono, że s_{stab} jest praktycznie stała i wynosi $s_{stab}=2.58$. Podobnie jak dla omawianych wcześniej powłok wartość obciążenia osiowego s_{stab} niezbędnego do stabilizacji ścieżek równowagi wzrasta w miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki.

5.2 Powłoka sprężysta obciążona obciążeniem złożonym i stabilizowana biernym oraz „mieszanym” obciążeniem stabilizującym.

W dotychczas przedstawionych w pracy przykładach poszczególne warianty obciążeń stabilizujących oddzielano wyraźnie od siebie omawiając je w osobnych rozdziałach. W przypadku przedstawionych w bieżącym rozdziale powłok sprężystych obciążonych w sposób złożony zdecydowano się przedstawić w jednym rozdziale dwa warianty obciążenia stabilizującego, mianowicie bierny oraz „mieszany”. Odstąpienie od tej reguły wynika z charakteru otrzymanych rozwiązań. Okazało się bowiem, że dla pewnych geometrii powłok obciążonych jednocześnie równomiernym ciśnieniem zewnętrznym i momentem skręcającym w przypadku większego udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu, niestateczne ścieżki równowagi stabilizują się już zastosowaniu biernego obciążenia stabilizacyjnego. Dla tych samych geometrii powłok, przy dużym udziale ciśnienia zewnętrznego pokrytyczne ścieżki równowagi nie ulegają stabilizacji przy zastosowaniu biernego obciążenia stabilizacyjnego. Dopiero wprowadzenie wstępnego naciągu brzegów powłoki, a więc stabilizacja „mieszanym” obciążeniem stabilizującym powoduje stabilizację pokrytycznych ścieżek równowagi tak obciążonych powłok. Wykreślenie granicznych krzywych obciążenia stabilizującego w całym zakresie zmienności proporcji obciążenia głównego nie byłoby więc możliwe dla takich powłok, gdyby bierny i „mieszany” wariant obciążenia stabilizującego był w tego typu przypadkach omawiany osobno.



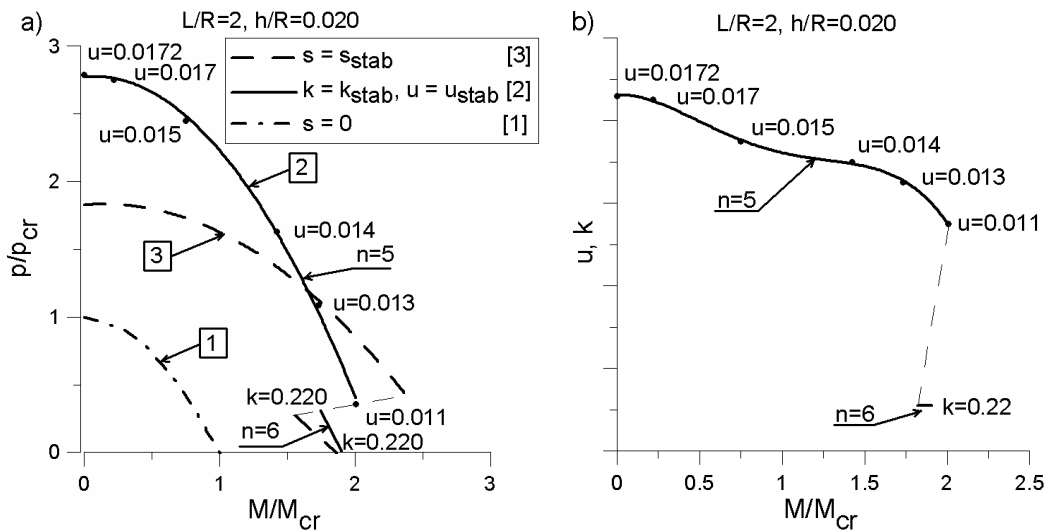
Rys. 5.11 Krzywe graniczne oraz odpowiadająca im zależność minimalnego obciążenia osiowego u, k od udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu powłoki dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.02$

Przykładem powłoki, dla której obciążenie bierne może ustabilizować pokrytyczne ścieżki równowagi tylko w pewnym, ograniczonym zakresie proporcji obciążeń głównych jest powłoka $L/R=1$ i $h/R=0.020$. Na Rys. 5.11a pokazano krzywe graniczne obciążenia krytycznego dla tej powłoki. Krzywa (1), podobnie, jak w przypadku powłok stabilizowanych siłą czynną, oznacza krzywą odniesienia, tj. krzywą graniczną dla powłoki obciążonej jedynie obciążeniem głównym. Krzywa (2) jest krzywą graniczną odpowiadającą punktom przegięcia dla powłoki stabilizowanej biernym bądź „mieszanym” obciążeniem stabilizującym. Na krzywej (2) zaznaczono punkty dla których podano minimalne wartości „obciążeń stabilizujących” wyrażonych minimalnymi wartościami k bądź u niezbędnymi do stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi powłoki, odpowiadające określonej proporcji obciążenia głównego. Do stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi powłoki obciążonej jedynie momentem skręcającym wystarczy obciążenie bierne k o wartości najmniejszej spośród analizowanych kombinacji obciążeń. Takie rozwiązanie pokazano na Rys. 3.30b. W miarę spadku udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki wartość stabilizującego k wywołującego obciążenie bierne wzrasta aż do wartości $k=\infty$, tj. do całkowitego zablokowania możliwości osiowego przemieszczania się podpór, $u=0$. Odpowiada to przejściu między biernym i mieszanym wariantem obciążenia stabilizacyjnego ($k=\infty$ odpowiada $u=0$). Dla powłok, dla których udział ciśnienia zewnętrznego w całkowitym obciążeniu powłoki jest większy niż proporcja obciążeń dla punktu na krzywej granicznej, dla którego $k=\infty$, nie jest możliwa stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi obciążeniem

biernym. W celu stabilizacji należy zastosować wstępny, osiowy naciąg podpór u^10 . Naciąg ten jest tym większy im większy udział ciśnienia zewnętrznego w całkowitym obciążeniu powłoki. Na Rys. 5.11b pokazano wykresy minimalnych, niezbędnych do stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi wartości sztywności osiowej podpór powłoki k w przypadku obowiązywania biernego wariantu obciążenia stabilizacyjnego oraz naciągów osiowych podpór u w przypadku przejścia w zakres obowiązywania mieszanego wariantu obciążenia stabilizacyjnego. W tym przypadku przejście z jednego do drugiego sposobu stabilizacji odpowiada $p/p_{cr}=1.25$.

W celach porównawczych, linią przerywaną (3) na Rys. 5.11a pokazano krzywą graniczną dla powłoki stabilizowanej czynną siłą stabilizującą. Widać wyraźnie, że krzywe (2) i (3) nie są oddalone o stałą odległość od krzywej odniesienia (1). W miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w obciążeniu powłoki krzywa graniczna (2) zbliża się do krzywej odniesienia (1), zaś krzywa graniczna (3) oddala się od tej krzywej. Stwierdzono, że odległość od krzywej odniesienia zależy w sposób istotny do wartości przyłożonego obciążenia stabilizacyjnego s , u oraz sztywności k . W przypadku powłoki stabilizowanej siłą czynną minimalna wartość obciążenia stabilizacyjnego s_{stab} niezbędnego do stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi powłoki wyraźnie rośnie w miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w obciążeniu powłoki (Rys. 5.1), dlatego obserwujemy „oddalanie się” krzywej (3) od krzywej odniesienia (1). Dla powłoki stabilizowanej biernym oraz „mieszanym” obciążeniem stabilizującym minimalna wartość przyłożonego obciążenia stabilizującego zmniejsza się w miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki. Dlatego obserwujemy „zbliżanie się” krzywej (2) od krzywej odniesienia (1) (Rys. 5.11a).

Na Rys. 5.12 pokazano krzywe graniczne oraz odpowiadająca im zależność minimalnego „obciążenia” stabilizującego u oraz sztywności k od udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.020$. Podobnie jak w poprzednio omawianym przykładzie, krzywa (1) dotyczy powłoki odniesienia, krzywa (2) powłoki stabilizowanej biernym oraz „mieszanym” obciążeniem stabilizującym, zaś krzywa (3) powłoki stabilizowanej siłą czynną. Należy podkreślić, że krzywa graniczna (2) posiada nieciągłość (uskok). Uskok na krzywej występuje, podobnie jak w przypadku omawianych w rozdziale 5.1 powłok stabilizowanych siłą czynną, w miejscu zmiany liczby fal obwodowych modu wyboczeniowego.

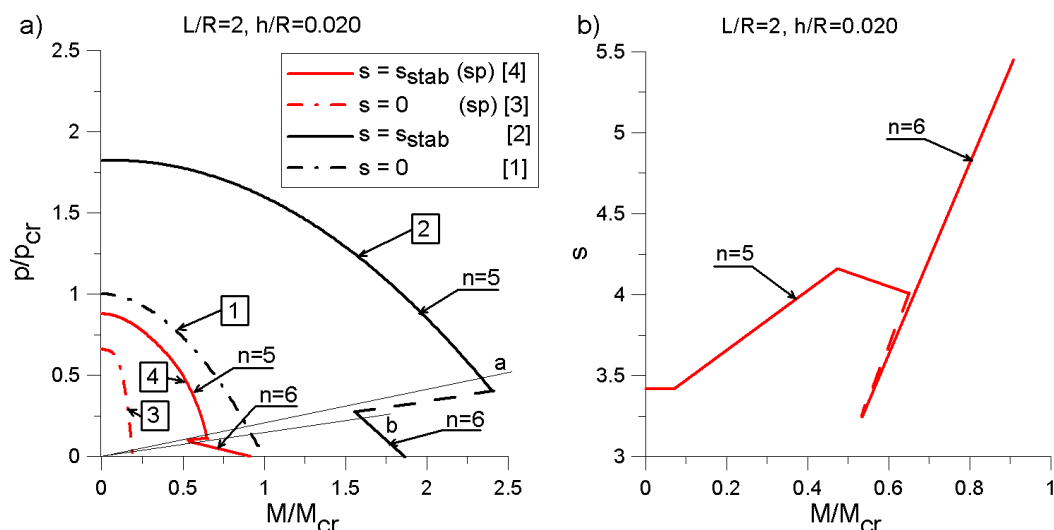


Rys. 5.12 Krzywe graniczne oraz odpowiadająca im zależność minimalnego obciążenia osiowego u oraz sztywności podpór k od udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu powłoki dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.020$

Podobnie jak dla omówionej wcześniej powłoki „krótszej” ($L/R=1$ i $h/R=0.020$), w miarę zmniejszania udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki w biernym/mieszanym wariacie obciążenia stabilizacyjnego wzrastają wartości minimalnego obciążenia niezbędnego do stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi. Wzrost ten obserwuje się na obu pokazanych odcinkach krzywej granicznej (po obu stronach uskoku). Okazało się, że przed zmianą liczby ($n=5$) fal obwodowych modu wyboczeniowego, dla większych wartości momentu skręcającego pokrywające ścieżki równowagi powłoki można stabilizować biernym obciążeniem stabilizującym. Po zmianie liczby ($n=6$) fal obwodowych modu wyboczeniowego (z $n=6$ na $n=5$) ścieżki stabilizować można jedynie „mieszanym” obciążeniem stabilizującym. Dla analizowanej powłoki stwierdzono podobny, jak dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.020$, efekt zmiany odległości krzywej granicznej (2) od krzywej odniesienia ze zmianą proporcji obciążenia głównego. Podobnie jak poprzednio, krzywa graniczna (2) „oddala się” od krzywej odniesienia (1) w miarę zwiększania udziału ciśnienia zewnętrznego w całkowitym obciążeniu powłoki. Zjawisko to, podobnie jak poprzednio wynika ze zwiększania się wartości obciążenia stabilizacyjnego proporcjonalnie do udziału ciśnienia zewnętrznego w całkowitym obciążeniu powłoki.

5.3 Powłoka sprężysto-plastyczna obciążona obciążeniem złożonym i stabilizowana siłą czynną

Ostatnim, omawianym w pracy, przykładem powłok walcowych obciążonych w sposób złożony są powłoki sprężysto-plastyczne stabilizowane siłą czynną.



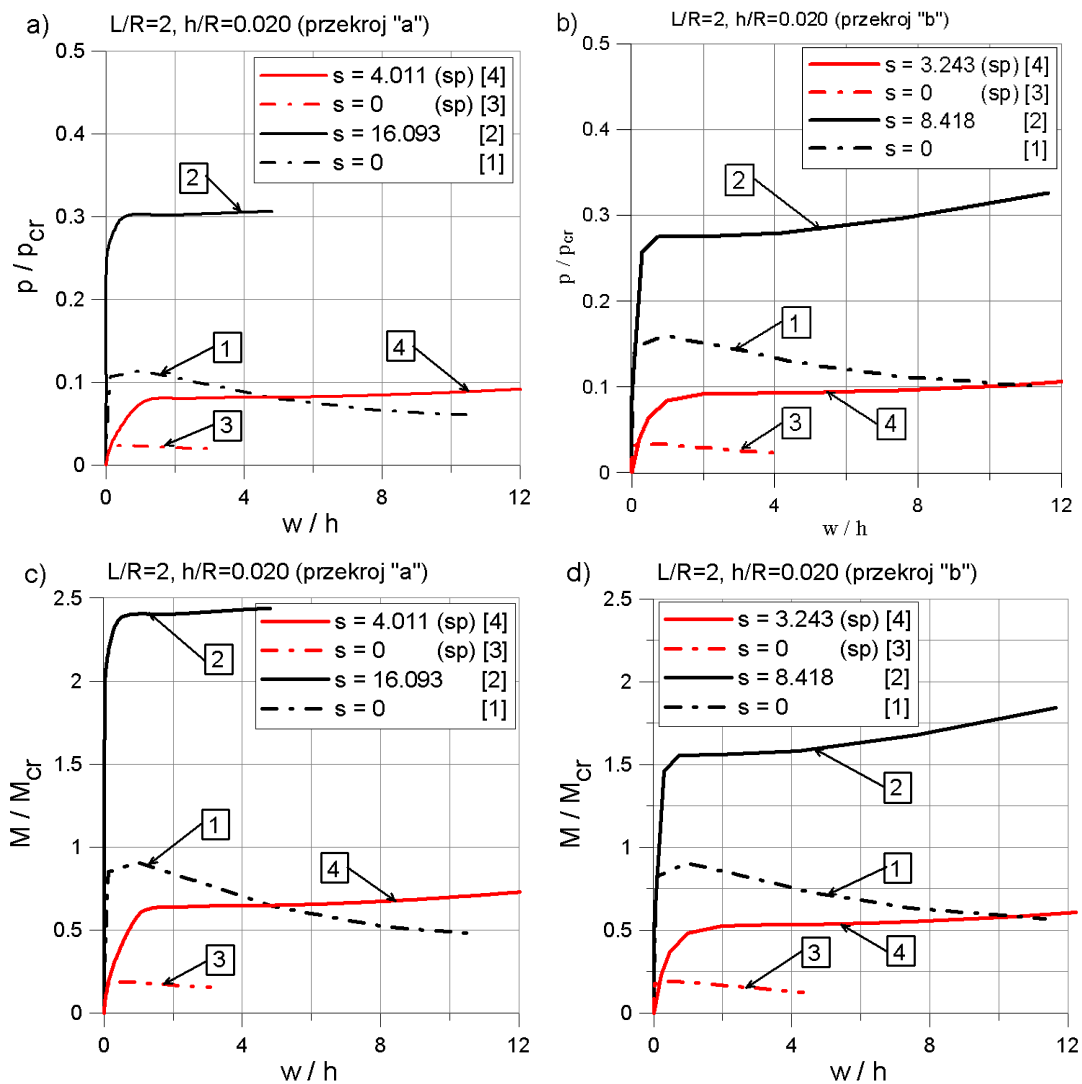
Rys. 5.13 Krzywe graniczne oraz odpowiadająca im zależność minimalnego obciążenia osiowego s od udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.020$

Na Rys. 5.13a pokazano krzywe graniczne obciążenia krytycznego dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.020$. Czarną linią punktową (1) zaprezentowano krzywą graniczną dla powłoki odniesienia, tj. powłoki sprężystej bez obciążenia stabilizacyjnego. Do celów porównawczych linią ciągłą (2) przedstawiono krzywą graniczną obciążeń krytycznych dla powłoki sprężystej obciążonej osiowym obciążeniem stabilizującym s_{stab} o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi. Wartość obciążenia stabilizującego s zależy od stanu obciążenia głównego, co pokazano na Rys. 5.13b. Krzywa (3) jest krzywą graniczną powłoki sprężysto-plastycznej bez obciążenia stabilizującego. Krzywa (4) dotyczy powłoki sprężysto-plastycznej obciążonej obciążeniem stabilizującym s_{stab} o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi. Z porównania krzywych (1) i (3) wynika, że zmiana materiału powłoki ze sprężystego na sprężysto-plastyczny spowodowała bardzo wyraźne przesunięcie krzywej granicznej (3) w stronę niższych obciążeń. Stwierdzono, że przyczyną

przesunięcia i zmiany kształtu tej krzywej granicznej jest pojawienie się w materiale powłoki stref odkształceń plastycznych i związany z tym gwałtowny spadek sztywności materiału w miejscach pojawienia się stref plastycznych. Analizując przebieg krzywych granicznych (1) i (3) można zauważyć, że dla powłok obciążonych czystym ciśnieniem zewnętrznym obciążenie krytyczne powłoki sprężysto-plastycznej spadło do około 70% obciążenia krytycznego tak samo obciążonej powłoki sprężystej. Dla powłoki obciążonej czystym momentem skręcającym obciążenie krytyczne w przypadku powłoki sprężysto-plastycznej zmalało znacznie bardziej, bo do około 20% obciążenia krytycznego tak samo obciążonej powłoki sprężystej. Przyczyną takiej znacznej zmiany odporności powłoki na utratę stateczności jest wcześniejsze pojawienie się stref odkształceń plastycznych i ich większe zaawansowanie. Większy udział momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki powoduje szybsze uplastycznienie materiału, większe strefy odkształceń plastycznych co skutkuje znacznie większymi zmianami krzywej granicznej dla większych momentów skręcających.

W przypadku powłok obciążonych osiowym obciążeniem stabilizującym o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi krzywa graniczna dla powłoki sprężysto-plastycznej (4) również uległa znacznemu przesunięciu w stronę niższych obciążeń w stosunku do odpowiadającej jej krzywej (2) dla powłoki sprężystej. Przyczyn przesunięcia krzywej, podobnie jak dla powłok bez obciążenia stabilizującego, należy upatrywać w pojawianiu się w materiale powłoki stref plastycznych i w związanym z tym spadkiem sztywności konstrukcji w tych obszarach i związanego z tym obniżenia sztywności globalnej. Warto zauważyć, że w przypadku powłoki sprężysto-plastycznej, podobnie jak to miało miejsce dla powłoki sprężystej na krzywej granicznej pojawia się nieciągłość (skok obciążenia stabilizującego s_{stab}) w miejscu zmiany liczby fal obwodowych modu wyboczeniowego. Skok s_{stab} jest znacznie mniejszy dla powłoki sprężysto-plastycznej niż, dla powłoki sprężystej. Porównując przebiegi krzywych granicznych dla powłoki sprężysto-plastycznej bez obciążenia stabilizującego (3) i z obciążeniem stabilizującym (4) widzimy, że podobnie jak dla omawianych w rozdziale 5.1 powłok sprężystych, przyłożenie obciążenia stabilizującego s spowodowało przesunięcie się krzywej granicznej w stronę wyższych obciążeń, a co za tym idzie spowodowało wyraźny wzrost wartości obciążeń krytycznych w całym zakresie zmienności proporcji obciążenia głównego. Na Rys. 5.13b pokazano jak zmienia się obciążenie stabilizujące s w funkcji udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki. Widzimy, że od miejsca zmiany liczby fal obwodowych modu wyboczeniowego z $n = 5$ na $n = 6$ obciążenie s_{stab} gwałtownie spada. Ten gwałtowny

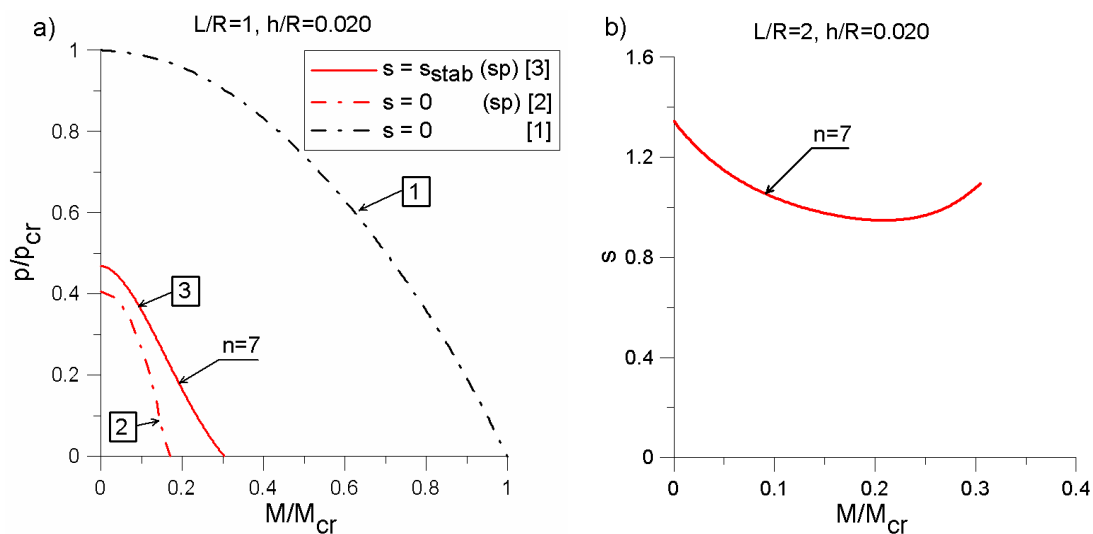
spadek obciążenia stabilizującego powoduje gwałtowny spadek obciążenia krytycznego widoczny na krzywej granicznej (4). W miarę zwiększania udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki strefy plastyczne pojawiają się coraz wcześniej. Znaczny spadek sztywności globalnej spowodowany uplastycznieniem materiału powłok jest kompensowany znacznym wzrostem wartości obciążenia stabilizującego s . Stąd po gwałtownym spadku obciążenia stabilizacyjnego s_{stab} w miejscu zmiany liczby fal obwodowych modu wyboczeniowego następuje jego gwałtowny wzrost.



Rys. 5.14 Pokrywiczne ścieżki równowagi dla powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.020$ odpowiadające przekrojom „a” i „b” przez krzywe graniczne (Rys. 5.13)

Na Rys 5.13a zaznaczono dwa przekroje „a” i „b” bliskie punktowi zmiany liczby fal obwodowych modu wyboczeniowego. Rys. 5.14 przedstawia pokrywiczne ścieżki równowagi powłok odpowiadające przekrojom „a” i „b” przez krzywe graniczne. Ścieżki (1) i (2)

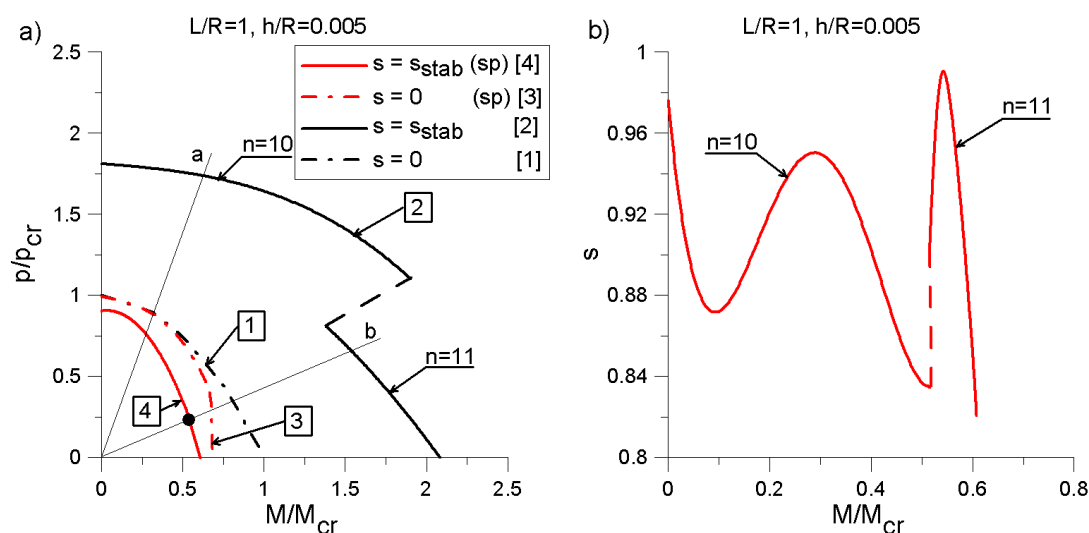
odpowiadają powłokom sprężystym bez (1) i z obciążeniem stabilizującym (2). Analogicznie, ścieżki (3) i (4) odpowiadają powłokom sprężysto-plastycznym bez (3) i z obciążeniem stabilizującym (4). Analizując przebiegi ścieżek równowagi dla powłok sprężysto-plastycznych widzimy znaczne obniżenie wartości obciążeń krytycznych. Widzimy również, że ścieżki równowagi dla powłok sprężystych i sprężysto-plastycznych pokrywają się na bardzo krótkich odcinkach, co potwierdza wniosek, że dla badanej powłoki pierwsze strefy plastyczne pojawiają się bardzo wcześnie. Widzimy również, że minimalne wartości obciążenia stabilizującego niezbędnego do stabilizacji pokrywających ścieżek równowagi s_{stab} są znacznie mniejsze dla powłok sprężysto-plastycznych.



Rys. 5.15 Krzywe graniczne oraz odpowiadająca im zależność minimalnego obciążenia osiowego \bar{s} od udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu powłoki dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.020$

Na Rys. 5.15a pokazano krzywe graniczne dla powłoki sprężysto-plastycznej o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.020$. Rysunek przedstawia 3 krzywe. Linia punkową (1) pokazano krzywą graniczną dla powłoki odniesienia, tj. powłoki sprężystej bez obciążenia stabilizacyjnego. Krzywa (2) przedstawia krzywą graniczną dla powłoki sprężysto-plastycznej bez obciążenia stabilizacyjnego, zaś krzywa (3) odpowiada powłoce sprężysto-plastycznej obciążonej obciążeniem stabilizującym s_{stab} o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji. Dla tej powłoki nie występuje zmiana liczby fal obwodowych modu wyboczeniowego. Stąd brak nieciągłości na krzywych granicznych (3) i (4). Porównując przebiegi krzywych (1) i (2) widzimy, że zmiana materiału na sprężysto-plastyczny, a zatem uwzględnienie deformacji niesprężystych spowodowała znaczny spadek

wartości obciążenia krytycznego. Spadek obciążenia krytycznego, podobnie jak w przypadku omawianej wcześniej powłoki $L/R=2$ i $h/R=0.020$, jest tym większy im większy udział momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki. Po obciążeniu powłoki obciążeniem stabilizującym s_{stab} (krzywa (3)) w całym zakresie zmienności proporcji obciążeń głównych (od czystego ciśnienia zewnętrznego do czystego skręcania) nastąpił niewielki wzrost wartości obciążenia punktu przegięcia. Krzywa odpowiadająca punktom przegięcia na modyfikowanych ścieżkach równowagi ma tylko nieco inny kształt i obejmuje niewiele większy obszar w porównaniu z krzywą graniczną przy $s=0$. W odróżnieniu od powłoki sprężystej, gdzie ze wzrostem udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu głównym s_{stab} monotonicznie wzrastała (Rys. 5.1b) dla powłoki sprężysto-plastycznej s_{stab} najpierw wyraźnie maleje (Rys. 5.16b). Od wartości $M/M_{cr} \approx 0.2$ niezbędne do stabilizacji s_{stab} rośnie by dla czystego skręcania osiągnąć wartość $s_{stab} \approx 1.1$ mniejszą o około 25 % od wartości początkowej.

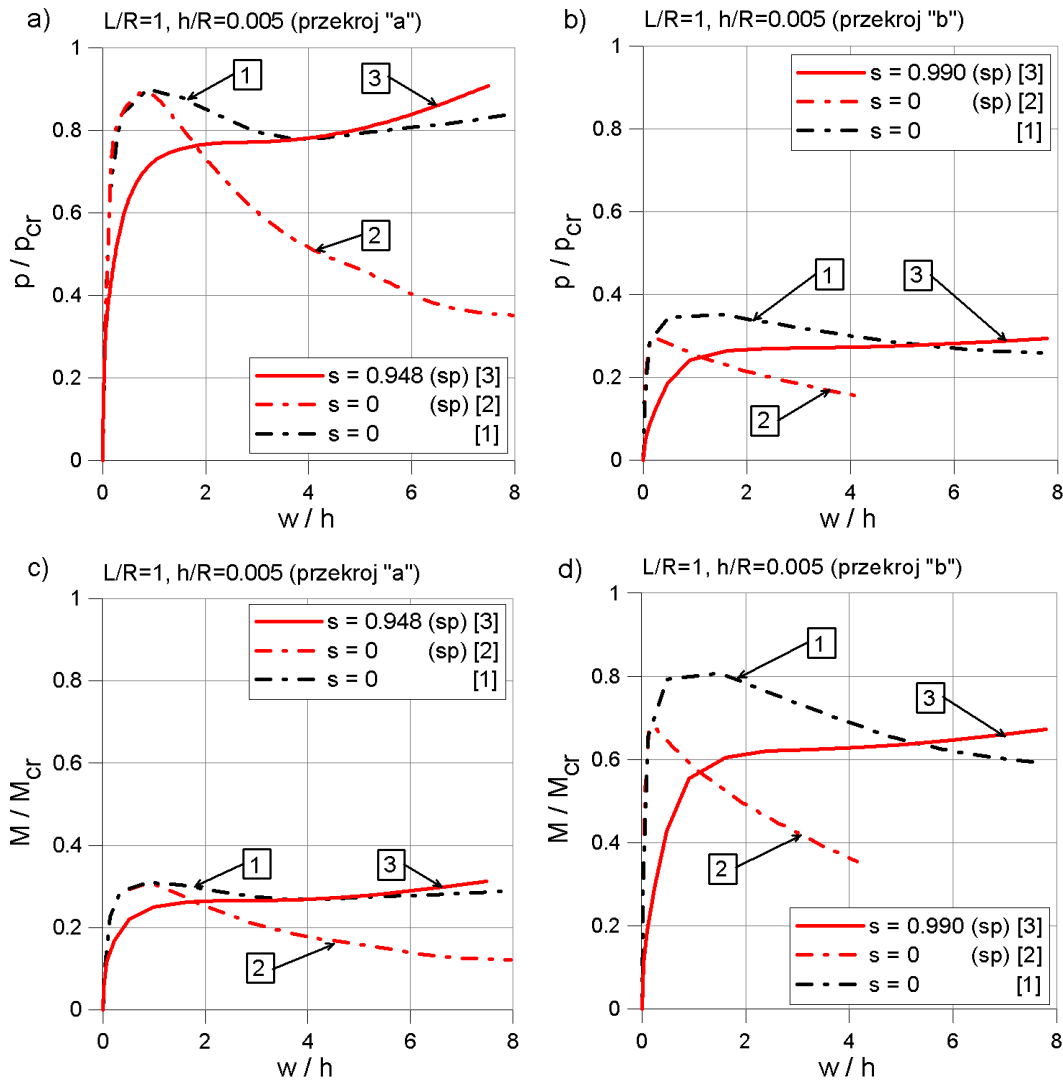


Rys. 5.16 Krzywe graniczne oraz odpowiadająca im zależność minimalnego obciążenia osiowego \bar{s} od udziału momentu skręcającego M/M_{cr} w całkowitym obciążeniu powłoki dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$

Rys. 5.16a przedstawia krzywe graniczne obciążenia krytycznego dla powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$. Liniami (1) i (2) zaprezentowano krzywe graniczne dla powłoki sprężystej odpowiednio: bez obciążenia stabilizującego (1) i z obciążeniem stabilizującym (2). Kolejne krzywe dotyczą powłoki sprężysto-plastycznej bez obciążenia stabilizującego (3) i z obciążeniem stabilizującym (4). Krzywe (1) i (3) pokrywają się w pewnym zakresie zmienności proporcji obciążenia głównego (od strony ciśnienia

zewnątrznego). Pokrywanie się krzywych oznacza, że badana powłoka sprężysto-plastyczna (krzywa (3)) nie ulega uplastycznieniu do osiągnięcia obciążenia krytycznego dla pewnego zakresu zmienności proporcji obciążenia głównego. Gdy udział momentu skręcającego w obciążeniu powłoki przekroczy określoną wartość strefy plastyczne w materiale powłoki pojawiają się już przed osiągnięciem obciążenia krytycznego. Powoduje to „rozejście się” krzywych granicznych (1) i (3). W przypadku badanej powłoki, po przyłożeniu obciążenia stabilizacyjnego (krzywa (4)), uzyskano stabilizację pokrytycznych ścieżek równowagi w całym zakresie zmienności proporcji obciążenia głównego. Jednak w przypadku badanej geometrii przyłożenie obciążenia stabilizacyjnego spowodowało spadek wartości obciążeń krytycznych w stosunku do powłoki sprężysto-plastycznej bez obciążenia stabilizacyjnego. Stwierdzono, że w miejscu zmiany liczby fal obwodowych modu wyboczeniowego ($n=10$ na $n=11$), podobnie jak dla powłoki sprężystej, występuje nieciągłość. Jednak skok obciążenia w miejscu występowania nieciągłości jest bardzo niewielki. Przy przyjętej skali rysunku jest on niewidoczny; zaznaczono go punktem na krzywej (4) (Rys. 5.16a). Na Rys. 5.16b pokazano jak zmienia się obciążenie stabilizujące s_{stab} w funkcji udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłoki. Widzimy, że w przypadku badanej geometrii zmiany s_{stab} są relatywnie małe ale wyraźnie zależne od M/M_{cr} (Rys. 5.16b). Widoczna jest również nieciągłość s_{stab} w miejscu zmiany liczby fal modu wyboczeniowego.

Na Rys. 5.17 pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi odpowiadające obciążeniom powłok jak w przekrojach „a” i „b” przez krzywe graniczne pokazane na Rys. 5.16a. Oznaczenie ścieżek jest identyczne jak dla Rys. 5.16a. Pokrytyczne ścieżki równowagi pokazane na Rys. 5.17a i 5.17c odpowiadają przekrojowi „a” przez krzywe graniczne. Widać, że ścieżki równowagi (1) dla powłoki sprężystej i (2) dla powłoki sprężysto-plastycznej pokrywają do miejsca osiągnięcia obciążenia krytycznego. Oznacza to, że do tego miejsca w materiale powłoki sprężysto-plastycznej nie nastąpiło uplastycznienie. Po osiągnięciu obciążenia krytycznego ścieżki równowagi „rozchodzą się”. W materiale powłoki rozpoczyna się tworzenie pierwszych stref odkształceń plastycznych. W miarę zwiększania się deformacji powłoki (zwiększania się w/h) ścieżki równowagi coraz bardziej oddalają się od siebie. Oznacza to dalszą rozbudowę stref plastycznych. Dla powłoki obciążonej proporcją obciążenia głównego, pokazaną dla przekroju „b” przez krzywe graniczne, a więc dla przekroju, dla którego udział momentu skręcającego jest stosunkowo duży, tworzenie stref plastycznych stwierdzono znacznie wcześniej. Zjawisko to zaznacza się wyraźnie w przebiegu pokrytycznych ścieżek równowagi (1) i (2) na Rys. 5.17b i 5.17c.



Rys. 5.17 Pokrywcze ścieżki równowagi dla powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ odpowiadające przekrojom „a” i „b” przez krzywe graniczne (Rys. 5.16)

Przeprowadzone analizy pokazały, że dla wszystkich badanych geometrii powłok sprężysto-plastycznych obciążonych w sposób złożony i stabilizowanych siłą czynną uzyskano stabilizację pokrywanych ścieżek równowagi. Stwierdzono, że w przypadku powłok sprężysto-plastycznych obciążenie stabilizujące może zarówno podnieść, jak i obniżyć wartość obciążenia krytycznego w porównaniu do takiej samej powłoki nie obciążonej obciążeniem stabilizującym. Efekt zmiany wartości obciążenia krytycznego wyraźnie zależy od geometrii powłoki. Stwierdzono, że podnoszenie wartości obciążenia krytycznego łatwiej osiągnąć dla powłok „grubszych” i „krótszych”. W pracy nie zbadano dla jakiego zakresu geometrii powłok obciążenie stabilizujące podnosi, a dla jakiego zakresu zmniejsza wartość obciążenia krytycznego.

5.4 Stabilizacja pokrywanych ścieżek równowagi powłok walcowych obciążonych obciążeniem złożonym – podsumowanie

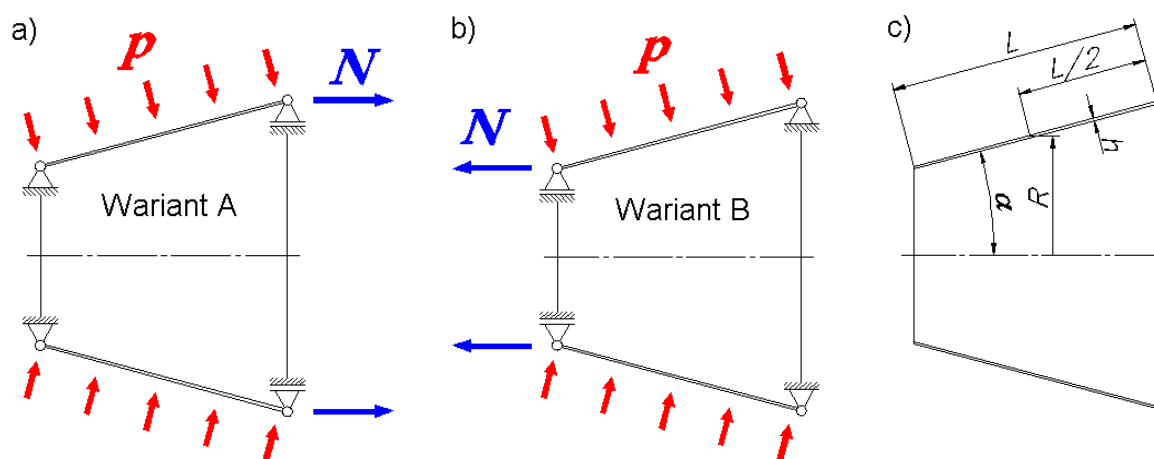
Przedstawione w rozdziale 5.1 analizy pokazały, że pokrywające ścieżki równowagi sprężystych powłok walcowych obciążonych równocześnie ciśnieniem zewnętrznym i momentem skręcającym można stabilizować stosując czynne, osiowe obciążenie stabilizujące. Przykładając czynne obciążenie stabilizujące osiągnięto stabilizację pokrywanych ścieżek równowagi dla wszystkich analizowanych geometrii powłok w całym zakresie zmienności proporcji obciążeń głównych. Stabilizacji każdorazowo towarzyszyło wyraźne podniesienie wartości obciążenia krytycznego. Stwierdzono, że w miarę wzrostu udziału momentu skręcającego w całkowitym obciążeniu powłok wzrastają wartości minimalnego obciążenia osiowego s_{stab} niezbędnego do stabilizacji pokrywającej ścieżki równowagi. Dla pewnych geometrii powłok zmianie proporcji obciążeń głównych towarzyszyła zmiana liczby fal modu wyboczeniowego. Po wyznaczeniu krzywych granicznych obciążeń krytycznych stwierdzono, że w punktach na krzywych granicznych odpowiadających zmianie liczby fal obwodowych modu wyboczeniowego występują nieciągłości (uskoki). Nieciągłości te wynikają ze skokowej zmiany obciążenia stabilizującego s związanej ze skokową zmianą sztywności powłoki. W przypadku badanych w rozdziale 5.3 powłok sprężysto-plastycznych stabilizowanych obciążeniem czynnym stabilizację pokrywanych ścieżek równowagi uzyskano również dla wszystkich analizowanych przypadków. Dla powłok sprężysto-plastycznych stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi towarzyszył zwykle znacznie mniejszy niż dla powłok sprężystych wzrost wartości obciążeń punktu przegięcia, a w jednym z analizowanych przypadków (Rys. 5.16) po stabilizacji pokrywającej ścieżki równowagi stwierdzono spadek wartości obciążenia punktu przegięcia. W przypadku powłok sprężysto-plastycznych stabilizowanych obciążeniem czynnym, podobnie jak dla powłok sprężystych, w punktach na krzywych granicznych odpowiadających zmianie liczby fal obwodowych modu wyboczeniowego występują nieciągłości (uskoki). Występuje spadek obciążenia stabilizującego związany ze skokową zmianą sztywności powłok wynikający ze zmiany liczby fal obwodowych modu wyboczeniowego. Jest on jednak dla powłok sprężysto-plastycznych znacznie mniej wyraźny niż dla powłok sprężystych. W rozdziale 5.2 przeanalizowano możliwości stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi dla powłok sprężystych obciążonych biernym oraz „mieszanym” obciążeniem stabilizującym. Stwierdzono, że możliwość stabilizacji

Niestandardowa metoda stabilizacji pokrytych ścieżek równowagi dla wybranych powłok osiowo symetrycznych

Stabilizacja pokrytych ścieżek równowagi z wykorzystaniem biernego obciążenia stabilizującego jest możliwa w pewnych przypadkach zależnych od geometrii powłoki oraz proporcji obciążeń głównych. Stabilizację obciążeniem biernym łatwiej uzyskać dla powłok obciążonych obciążeniem złożonym z dużym udziałem momentu skręcającego. Stosując „mieszane” obciążenie stabilizujące w przypadku sprężystych powłok walcowych analizowanych w pracy stabilizacja pokrytych ścieżek równowagi jest możliwa w każdym przypadku.

6. Stabilizacja pokrywicznych ścieżek równowagi sprężystych powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym

Rozważmy powłokę stożkową o długości tworzącej L , średnim promieniu R , stałej grubości ścianki h i kącie α pochylenia tworzącej (Rys 6.1c), obciążoną ciśnieniem zewnętrznym p i podpartą przegubowo na obu końcach. Powłoki takie, podobnie jak omawiane wcześniej powłoki walcowe, posiadają niestateczne pokrywiczne ścieżki równowagi. W bieżącym rozdziale zbadano wpływ czynnej, rozciągającej siły osiowej na przebiegi pokrywicznych ścieżek równowagi oraz możliwości ich stabilizacji. Ciśnienie zewnętrzne przyłożone do pobocznic powłoki stożkowej wywołuje siłę w kierunku osiowym, o zmieniającej się wartości wzdłuż osi. Aby powłoka była unieruchomiona w przestrzeni na jednym z jej końców musi zostać odebrana możliwość przesuwu osiowego. Przeanalizowano dwa możliwe warianty („A” i „B”) podparć powłok w kierunku osiowym (Rys. 2.7 i 2.8). Wariant „A” (Rys. 6.1a) polega na zablokowaniu możliwości osiowego przemieszczania się brzegu powłoki o mniejszej średnicy i przyłożeniu obciążenia stabilizacyjnego do brzegu o większej średnicy natomiast wariant „B” (Rys. 6.1b) polega na zablokowaniu możliwości osiowego przemieszczania się brzegu powłoki o większej średnicy i przyłożeniu obciążenia stabilizacyjnego do brzegu o mniejszej średnicy. Najistotniejsza różnica między wariantem „A” i „B” zamocowania to charakter osiowej siły powstającej w wyniku działania zewnętrznego ciśnienia p . W przypadku wariantu „A” powstająca, dodatkowa siła osiowa jest obciążeniem rozciągającym, natomiast wariant „B” zamocowania wywołuje dodatkową siłę osiową ściskającą. Obciążenie powłok, podobnie jak w przypadku powłok walcowych, odbywało się dwuetapowo. W pierwszym etapie obciążano powłoki obciążeniem stabilizującym o wartości całkowitej, a następnie obciążeniem głównym. Wyniki obliczeń przedstawiono w podrozdziałach 6.1 (wariant „A”) i 6.2 (wariant „B”). W obu przypadkach badano powłoki wykonane z materiału sprężystego.



Rys. 6.1 Warianty podparcia oraz geometria analizowanych powłok stożkowych

Na Rys. 6.1c pokazano przyjęty w pracy schemat wymiarowania powłok stożkowych. Promień R oznacza promień powłoki mierzony w połowie długości tworzącej, grubość powłoki h jest stała zaś kąt α oznacza kąt pochylenia tworzącej. Bezwymiarowe obciążenie stabilizujące s dla powłok stożkowych definiujemy jako iloraz naprężenia osiowego powłoki w przekroju, w którym promień powłoki jest równy R pochodzącego od stabilizującej siły osiowej i naprężenia odniesienia o założonej wartości.

$$s = \frac{S_z}{S_0} = \frac{N}{2pRhS_0} \quad (6.1)$$

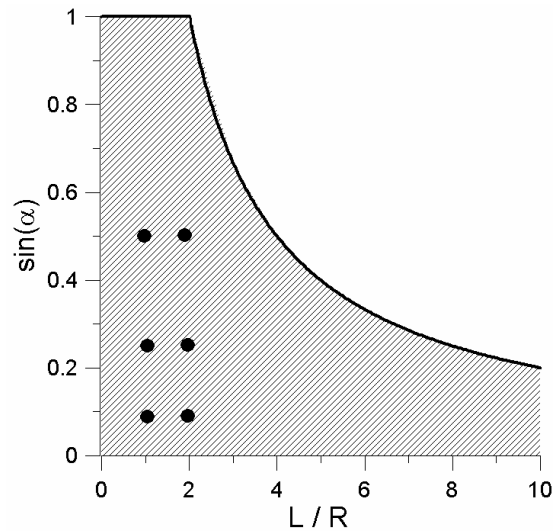
gdzie

$$S_0 = 225[\text{MPa}]$$

W przypadku powłok w kształcie ściętego stożka istnieją ograniczenia geometryczne definiujące obszar dopuszczalnych wartości parametrów geometrycznych. Parametr długości powłoki oraz kąt pochylenia tworzącej są ze sobą związane zależnościami geometrycznymi, na podstawie których można wyprowadzić związek określający dopuszczalne kombinacje wartości tych parametrów. Obszar dopuszczalnych kombinacji parametrów geometrycznych analizowanych w pracy powłok stożkowych definiują następujące nierówności

$$0 \leq \sin \alpha \leq \begin{cases} 1 & \text{dla } \frac{L}{R} \in [0, 2] \\ \frac{2R}{L} & \text{dla } \frac{L}{R} \in [2, \infty) \end{cases} \quad (6.2)$$

Rys. 6.2 przedstawia obszar dopuszczalnych kombinacji parametrów geometrycznych powłok.

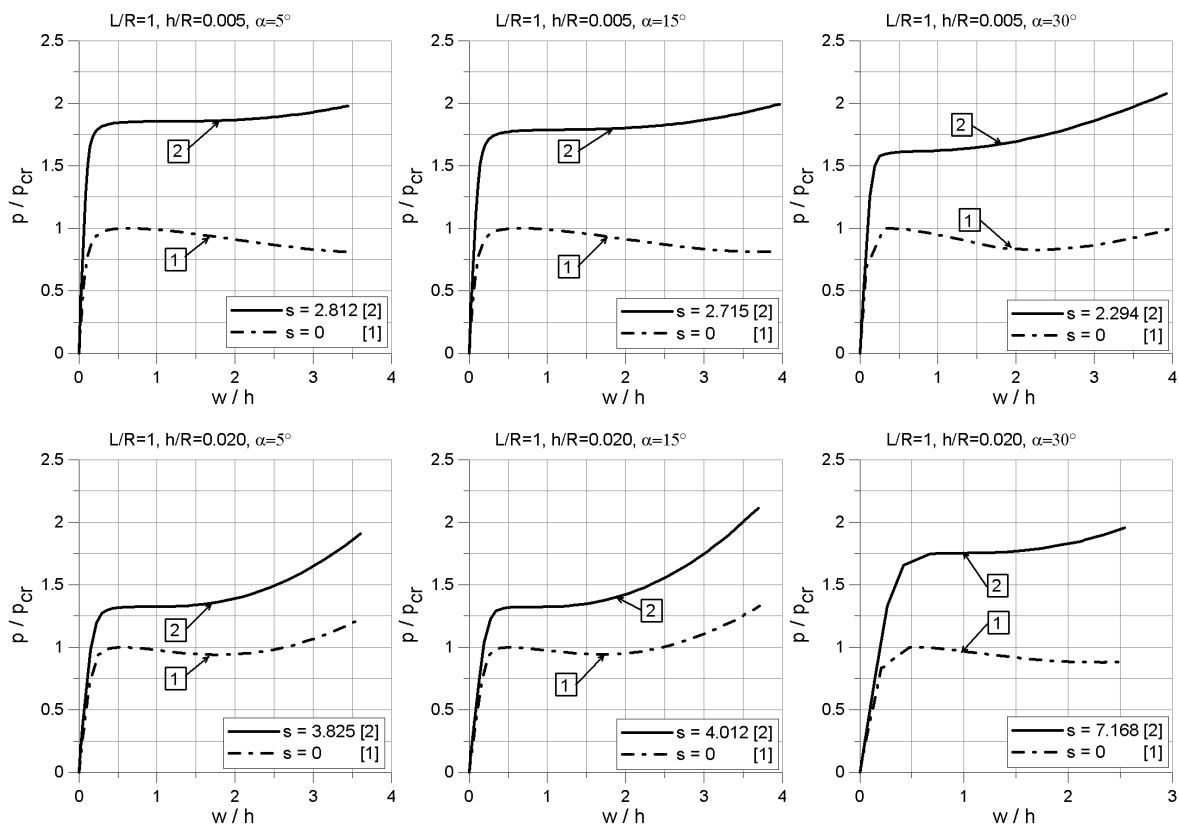


Rys. 6.2 Obszar dopuszczalnych kombinacji parametrów geometrycznych powłok stożkowych

Na Rys. 6.2, w formie punktów, zaznaczono geometrie powłok wybrane w pracy do analizy. Dla każdego z sześciu badanych kombinacji parametru długości i kąta pochylenia tworzącej α analizowano dwie grubości ścianki $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$. W połączeniu z dwoma wariantami podparcia daje to w sumie 24 kombinacje.

6.1 Stabilizacja pokrywanych ścieżek równowagi powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym – wariant „A” zamocowania

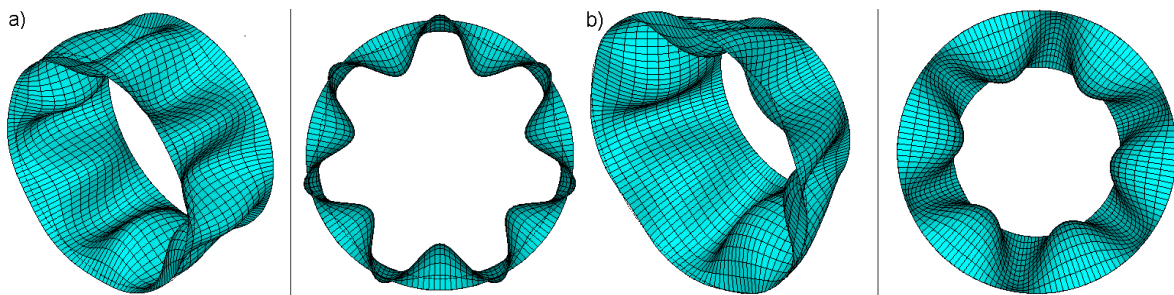
Na Rys. 6.3 pokazano pokrywane ścieżki równowagi dla powłoki stożkowej o parametrze długości $L/R=1$, dwóch parametrach grubości ścianki $h/R=0.005$ i $h/R=0.020$ oraz trzech kątach pochylenia tworzącej $\alpha=5^\circ$, 15° i 30° .



Rys. 6.3 Pokrywane ścieżki równowagi dla powłok stożkowych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ i trzech kątów pochylenia tworzącej $\alpha=5^\circ$, 15° i 30°

Każdy z wykresów na Rys. 6.3 zawiera po dwie krzywe. Liniami punktowymi (1) pokazano pokrywane ścieżki równowagi dla powłok odniesienia, tj. sprężystych powłok stożkowych obciążonych jedynie ciśnieniem zewnętrznym, bez obciążenia stabilizacyjnego. Liniami ciągłymi (2) zaprezentowano pokrywane ścieżki równowagi dla powłok obciążonych dodatkowo czynnym obciążeniem stabilizującym s_{stab} o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji. W każdym z przedstawionych przypadków czynna siła stabilizująca przyłożona do brzegu powłoki o większej średnicy przy jednoczesnym zablokowaniu brzegu powłoki o

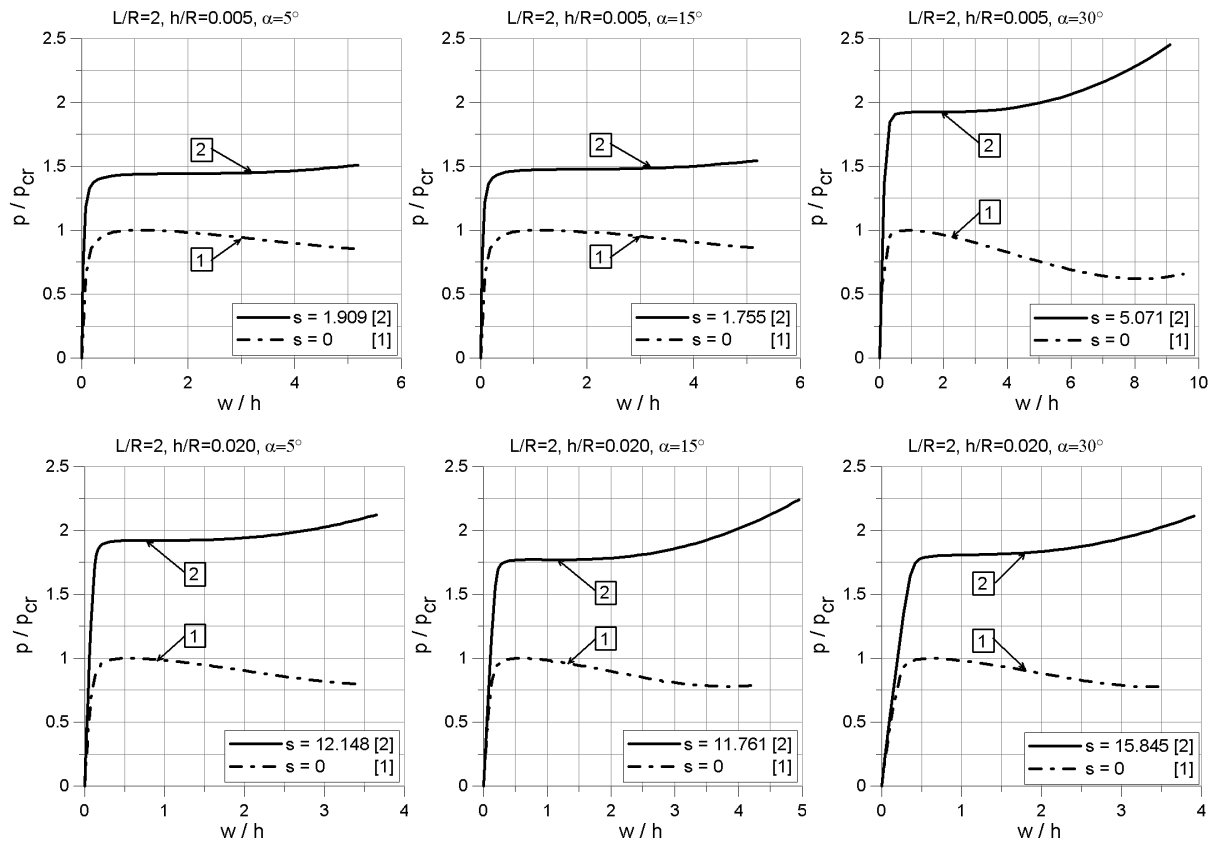
mniejszej średnicy spowodowała stabilizację pokrywczą ścieżki równowagi. Z analizy przedstawionych wykresów wynika, że dla „cieńszych” ($h/R = 0.005$) powłok o tych samych kątach pochylenia tworzącej do stabilizacji pokrywcznych ścieżek równowagi niezbędne są mniejsze wartości obciążenia s_{stab} . Stwierdzono, że w przypadku powłok „cieńszych” obciążenie stabilizujące s_{stab} zmniejsza się w miarę wzrostu kąta pochylenia tworzącej, zaś w przypadku powłok „grubszych” obciążenie stabilizujące s_{stab} większa się ze wzrostem kąta pochylenia tworzącej.



Rys. 6.4 Kształty zdeformowanych powłok $L/R=1$ i $h/R=0.020$ i kątach pochylenia tworzącej $\alpha=5^\circ$ (a) oraz $\alpha=30^\circ$ (b)

Na Rys. 6.4 pokazano kształty zdeformowanych powłok stożkowych o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ i dwóch kątach pochylenia tworzącej $\alpha=5^\circ$ (a) oraz $\alpha=30^\circ$ (b). Kształty deformacji odpowiadają powłokom obciążonym obciążeniem stabilizującym s_{stab} o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji i poziomym punktem przegięcia na pokrywcznych ścieżkach równowagi. Widać, że powłoki różnią się liczbą obwodowych fal modu wyboczeniowego, mianowicie dla $\alpha=5^\circ$ uzyskano $n=7$ podczas gdy dla $\alpha=30^\circ$ liczba fal obwodowych wyniosła $n=6$. Ta różna liczba fal obwodowych wynika ze zmiany kąta α , a nie jest wynikiem działania różnej stabilizującej siły osiowej.

Niestandardowa metoda stabilizacji pokrywcznych ścieżek równowagi dla wybranych powłok osiowo symetrycznych

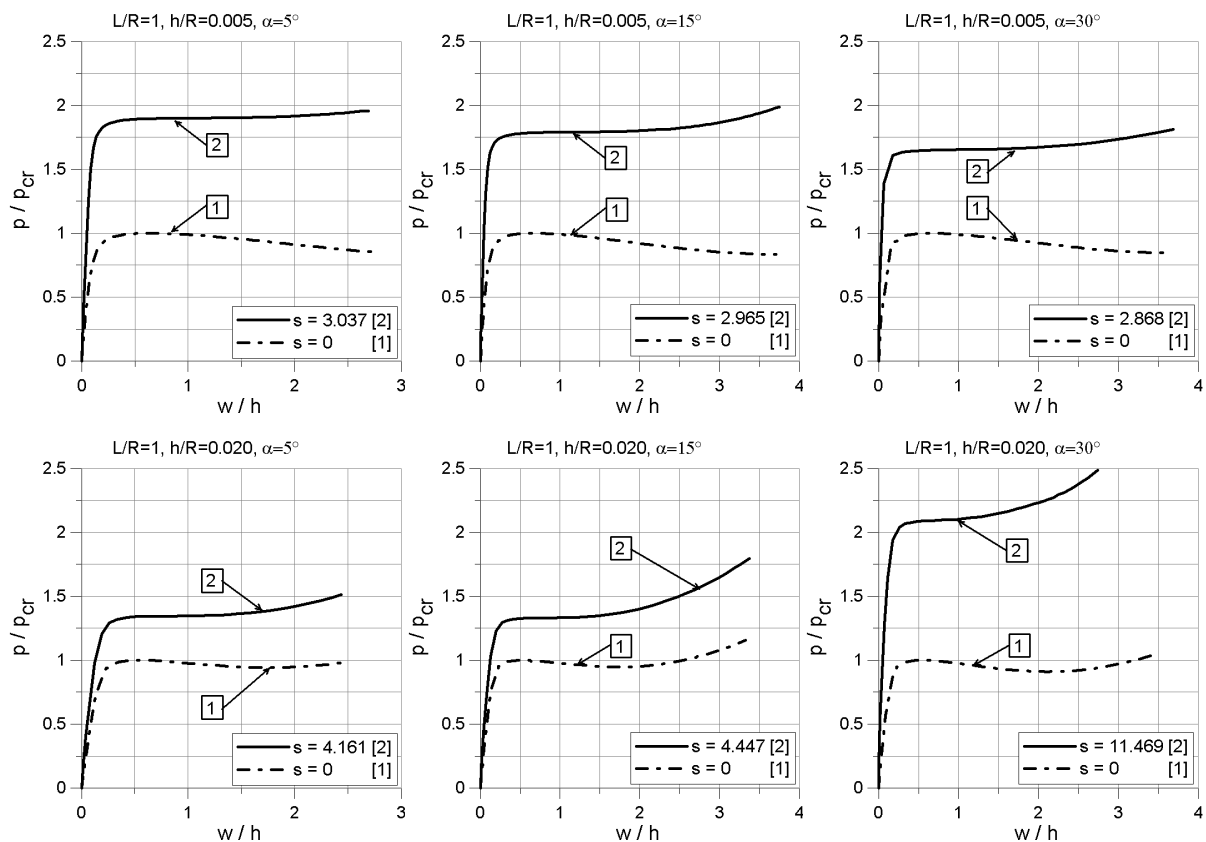


Rys. 6.5 Pokrywczalne ścieżki równowagi dla powłok stożkowych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ i trzech kątów pochylenia tworzącej $\alpha=5^\circ$, 15° i 30°

Rys. 6.5 przedstawia pokrywczalne ścieżki równowagi powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.020$ i trzech kątach pochylenia tworzącej $\alpha=5^\circ$, 15° i 30° . Oznaczenie ścieżek równowagi jest analogiczne do wcześniej zastosowanego dla Rys. 6.3. Pokrywczalne ścieżki równowagi powłoki parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.020$ można również, jak w przypadku powłok „krótszych” ($L/R=1$) ustabilizować czynnym obciążeniem stabilizującym. Wartości obciążenia stabilizującego $s = s_{stab}$ są jednak w tym przypadku znacznie wyższe. Stwierdzono ponadto, że dla powłok „dłuższych” zmiana obciążenia stabilizacyjnego w zależności od kąta pochylenia tworzącej nie jest tak regularna, jak w przypadku powłok o parametrze $L/R=1$. Dla kąta nachylenia tworzącej $\alpha=30^\circ$ odnotowano znaczny wzrost obciążenia stabilizującego dla obu rozważanych grubości powłok.

6.2 Stabilizacja pokrywanych ścieżek równowagi powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym – wariant „B” zamocowania

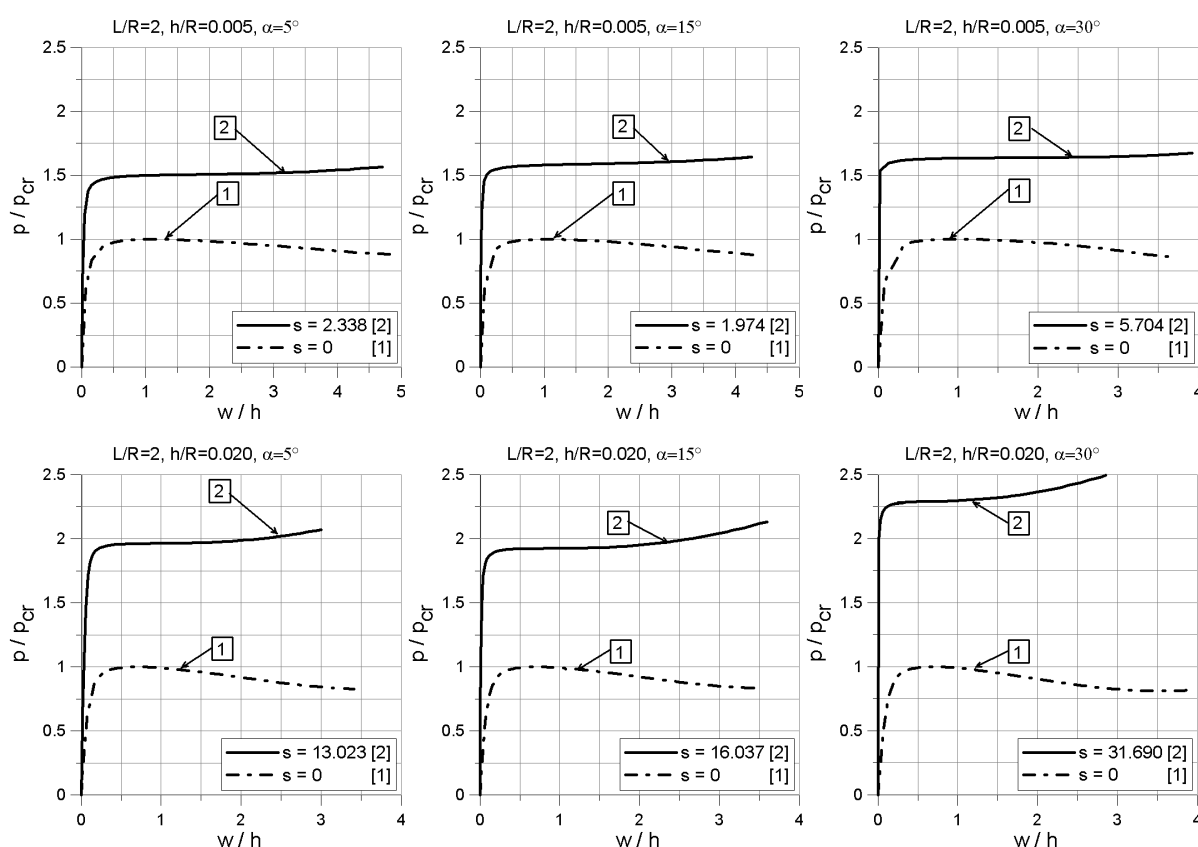
W bieżącym rozdziale zbadano możliwość stabilizacji pokrywanych ścieżek równowagi dla sprężystych powłok stożkowych w wariantcie „B” zamocowania, tzn. z podparciem osiowym brzegu powłoki o większej średnicy i czynną, rozciągającą siłą osiową przyłożoną do brzegu o mniejszej średnicy.



Rys. 6.6 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok stożkowych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ i trzech kątów pochylenia tworzącej $\alpha=5^\circ$, 15° i 30°

Na Rys. 6.6 pokazano pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok stożkowych o parametrach geometrycznych $L/R=1$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ i trzech kątów pochylenia tworzącej $\alpha=5^\circ$, 15° i 30° . Krzywe (1) przedstawiają pokrytyczne ścieżki równowagi powłok odniesienia, tj. powłok obciążonych jedynie obciążeniem głównym. Krzywymi (2) zaprezentowano pokrytyczne ścieżki równowagi powłok obciążonych dodatkowo

obciążeniem stabilizującym s_{stab} o wartości minimalnej, niezbędnej do stabilizacji. Podobnie jak w przypadku powłok zamocowanych wg wariantu „A” zamocowania (rozdział 6.1), do stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi powłok posiadających ściankę o większej grubości należy zastosować obciążenie stabilizacyjne o większej wartości. Porównując odpowiadające sobie wykresy dla wariantu „A” i „B” zamocowania widać, że w przypadku wariantu „B” zamocowania do stabilizacji należy użyć siły stabilizującej o nieco większej wartości. Wynika to zapewne z faktu, że w powłoce podpartej zgodnie z wariantem „B” w wyniku działania ciśnienia zewnętrznego p , pojawia się dodatkowa siła ściskająca, której działanie musi być zrównoważone zwiększoną siłą stabilizującą.



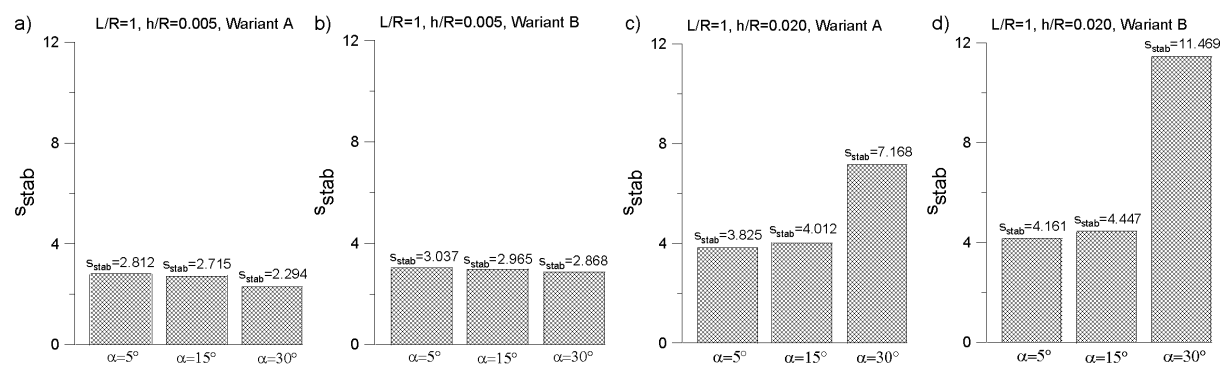
Rys. 6.7 Pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok stożkowych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ i trzech kątów pochylenia tworzącej $\alpha=5^\circ, 15^\circ$ i 30°

Rys. 6.7 przedstawia pokrytyczne ścieżki równowagi dla powłok stożkowych o parametrach geometrycznych $L/R=2$ i $h/R=0.005$ oraz $h/R=0.020$ i trzech kątów pochylenia tworzącej $\alpha=5^\circ, 15^\circ$ i 30° . Dla każdego z przedstawionych przykładów, po przyłożeniu siły czynnej o odpowiedniej wartości, pokrytyczne ścieżki równowagi uległy stabilizacji. Warto zauważyć, że powłoki „cieńsze”, o parametrze geometrycznym $h/R=0.005$ do stabilizacji

pokrytycznej ścieżki równowagi wymagały niższej wartości względnego obciążenia stabilizacyjnego niż powłoki „grubsze”, o parametrze geometrycznym $h/R=0.020$. Prawidłowość ta była również bardzo wyraźna w przypadku omawianych wcześniej powłok $L/R=1$ oraz powłok zamocowanych zgodnie z wariantem „A” omawianych w poprzednim rozdziale. I w tym przypadku dla powłok „dłuższych” i kąta $\alpha=30^\circ$ nastąpił znaczący wzrost niezbędnego do stabilizacji obciążenia s_{stab} .

6.3 Stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym – podsumowanie

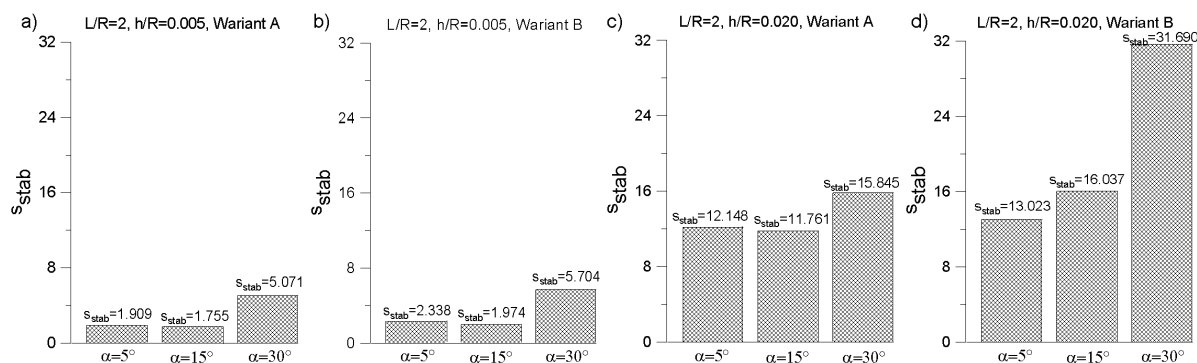
Przeprowadzone obliczenia pokazały, że w obu analizowanych wariantach zamocowania powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym można ustabilizować pokrytyczne ścieżki równowagi przy zastosowaniu rozciągającej siły osiowej. Siła osiowa, oprócz działania stabilizującego, podnosi również znacznie wartość ciśnienia punktu przegięcia.



Rys. 6.8 Wpływ grubości ścianki i kąta pochylenia tworzącej dla powłok stożkowych o parametrze geometrycznym $L/R=1$ na wartość obciążenia stabilizującego s_{stab}

Na Rys. 6.8 pokazano wpływ grubości ścianki i kąta pochylenia tworzącej powłok stożkowych o parametrze geometrycznym $L/R=1$ na wartości minimalnego, niezbędnego do stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi obciążenia stabilizującego s_{stab} . Rys. 6.8a i 6.8b dotyczą powłoki o parametrach geometrycznych $L/R=1$, $h/R=0.005$ i wariantu zamocowania A (Rys. 6.8a) oraz B (Rys. 6.8b). Rys. 6.8c i 6.8d dotyczą powłoki o parametrach

geometrycznych $L/R=1$, $h/R=0.020$ i wariantu zamocowania A (Rys. 6.8c) oraz B (Rys. 6.8d). Wartości trzech kolejnych kątów pochylenia tworzącej zaznaczono na poziomych osiach wykresów słupkowych. W przypadku powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.005$ obciążenia stabilizujące s_{stab} zmniejsza się w miarę wzrostu kąta pochylenia tworzącej, zaś w przypadku powłoki $L/R=1$ i $h/R=0.020$ obciążenie to się zwiększa. Dla powłoki „grubszej” wartości bezwymiarowego obciążenia stabilizującego s_{stab} są wyraźnie większe.



Rys. 6.9 Wpływ grubości ścianki i kąta pochylenia tworzącej dla powłok stożkowych o parametrze geometrycznym $L/R=2$ na wartość obciążenia stabilizującego s_{stab}

Rys. 6.9 przedstawia zależność obciążenia stabilizującego s_{stab} od grubości ścianki i kąta pochylenia tworzącej dla powłok stożkowych o parametrze geometrycznym $L/R=2$. Wykresy pokazane na Rys. 6.9a i 6.9b dotyczą powłok o parametrze geometrycznym $h/R=0.005$ i odpowiednio wariantów zamocowania A oraz B. Rys. 6.9c i 6.9d dotyczą powłok o parametrze geometrycznym $h/R=0.020$ dla wariantów zamocowania A i B. Z przedstawionych wykresów wynika, że w przypadku powłok o parametrze geometrycznym $L/R=2$ obciążenie stabilizujące s_{stab} zazwyczaj wzrasta ze wzrostem kąta α pochylenia tworzącej. Porównując Rys. 6.8 i 6.9 można zauważyć, że dla powłok „dłuższych” ($L/R=2$) do stabilizacji ścieżek równowagi wymagane są z reguły obciążenia stabilizujące o większych wartościach. W obliczeniach przyjmowano, że kierunek obciążenia stabilizacyjnego jest osiowy. Zatem naprężenie rozciągające w ściance powłoki jest proporcjonalne do składowej osiowej siły stabilizującej, która jest rzutem obciążenia stabilizacyjnego na kierunek tworzącej. Składowa ta jest tym mniejsza im większy jest kąt pochylenia tworzącej powłoki. Stąd między innymi konieczność zwiększania obciążenia stabilizacyjnego s wraz ze wzrostem kąta pochylenia tworzącej. Na przedstawionych wykresach widać również wyraźnie, że dla powłok podpartych wg wariantu „A” do stabilizacji ścieżek równowagi potrzeba mniejszych obciążeń stabilizujących niż dla powłok podpartych wg wariantu zamocowania „B”. Wynika

to z występowania dodatkowej, rozciągającej siły osiowej od ciśnienia dla wariantu „A” podczas, gdy dla wariantu zamocowania „B” pojawia się dodatkowa siła ściskająca. Z przedstawionych analiz wynika, że czynna, osiowa siła stabilizująca może ustabilizować pokrytyczne ścieżki równowagi powłok stożkowych. Stwierdzono, że łatwiej ustabilizować ścieżki równowagi powłok cieńszych i krótszych o mniejszych kątach pochylenia tworzącej.

7. Podsumowanie i perspektywy rozwoju tematyki pracy

Analizy i obliczenia przeprowadzone w pracy pokazały, że stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi badanych powłok osiowo-symetrycznych jest możliwa przez zastosowanie dodatkowego obciążenia osiowego o charakterze rozciągającym. W rozdziale 3 analizowano możliwości stabilizacji ścieżek równowagi sprężystych powłok walcowych obciążonych obciążeniem prostym w postaci ciśnienia zewnętrznego lub momentu skręcającego. Stwierdzono, że w każdym z przedstawionych przypadków, stosując obciążenie czynne o odpowiedniej wartości, można uzyskać stabilizację pokrytycznych ścieżek równowagi. W przypadku obciążenia biernego uzyskano stabilizację tylko dla pewnych geometrii powłok obciążonych momentem skręcającym. Dla powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym biernie obciążenie stabilizujące nie spowodowało stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi. Jednak uzyskano wyraźny wzrost wartości obciążenia krytycznego. „Mieszane” obciążenie stabilizujące, podobnie jak obciążenie czynne, pozwoliło na stabilizację ścieżek równowagi we wszystkich analizowanych przypadkach. W przypadku powłok obciążonych momentem skręcającym sprawdzono dodatkowo możliwość stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi ciśnieniem wewnętrznym. Stwierdzono, że ciśnienie zewnętrzne nie stabilizuje pokrytycznych ścieżek równowagi, powoduje natomiast wyraźny wzrost wartości momentu krytycznego. Ze względu na występujące w pewnych przypadkach wysokie wartości obciążenia stabilizującego s_{stab} w rozdziale 4 zbadano możliwości stabilizacji ścieżek równowagi powłok sprężysto-plastycznych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym lub momentem skręcającym. Czynne obciążenie stabilizujące, podobnie jak w przypadku powłok sprężystych, powodowało stabilizację pokrytycznych ścieżek równowagi we wszystkich analizowanych przypadkach. W odróżnieniu od powłok sprężystych, w przypadku powłok sprężysto-plastycznych, stabilizacji ścieżek równowagi siłą czynną nie zawsze jednak towarzyszył wzrost wartości obciążenia krytycznego. W przypadku biernego obciążenia stabilizacyjnego dla powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym nie uzyskano stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi. Obciążenie stabilizujące powodowało jednak wzrost wartości ciśnienia krytycznego. Dla sprężysto-plastycznych powłok obciążonych momentem skręcającym stabilizację ścieżki uzyskano w jednym z pokazanych przykładów. Stabilizacji towarzyszył niewielki wzrost wartości momentu krytycznego. „Mieszane” obciążenie stabilizujące w przypadku powłok obciążonych ciśnieniem zewnętrznym nie spowodowało stabilizacji ścieżek równowagi dla żadnej z analizowanych geometrii.

W przypadku powłok obciążonych momentem skręcającym stabilizacja ścieżki równowagi wystąpiła tylko w jednym przypadku, w pozostałych przypadkach, zwiększanie wartości naciągu osiowego u podpór powodowało jedynie równoległe „przesuwanie się” ścieżek w stronę wyższych wartości obciążeń krytycznych. Rozdział 5 pracy dotyczy powłok sprężystych i sprężysto-plastycznych obciążonych równocześnie ciśnieniem zewnętrznym i momentem skręcającym. Analizowano powłoki sprężyste stabilizowane siłą czynną, obciążeniem biernym oraz „mieszanym” i powłoki sprężysto-plastyczne stabilizowane siłą czynną. We wszystkich przypadkach badano powłoki w całym zakresie zmienności proporcji obciążenia głównego wyznaczając krzywe graniczne obciążenia krytycznego. W przypadku czynnego obciążenia stabilizującego stabilizację pokrytycznych ścieżek równowagi osiągnięto dla wszystkich analizowanych geometrii powłok sprężystych i sprężysto-plastycznych w całym zakresie zmienności proporcji obciążeń głównych. Dla powłok sprężysto-plastycznych stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi towarzyszył zwykle znacznie mniejszy wzrost wartości obciążeń krytycznych niż dla powłok sprężystych. W jednym z analizowanych przypadków (Rys. 5.16) po stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi stwierdzono spadek wartości obciążenia krytycznego. Bierny oraz „mieszany” wariant obciążenia stabilizacyjnego zdecydowano się omówić w jednym rozdziale. Stwierdzono, że dla powłok o wybranej geometrii często pokrytyczne ścieżki równowagi można ustabilizować po obciążeniu biernym obciążeniem stabilizującym, gdy w głównym obciążeniu powłoki większy udział ma moment skręcający. Po zwiększeniu udziału ciśnienia zewnętrznego w obciążeniu powłoki bierne obciążenie stabilizujące nie wystarcza do stabilizacji pokrytycznej ścieżki równowagi i należy zastosować obciążenie „mieszane”. W rozdziale 6 przedstawiono wyniki analiz możliwości stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi dla sprężystych powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym i stabilizowanych czynnym obciążeniem stabilizującym. Rozważano dwa warianty podparcia osiowego powłok. Przeprowadzone analizy pokazały, że w przypadku powłok stożkowych czynne obciążenie stabilizujące pozwala uzyskać stabilne pokrytyczne ścieżki równowagi. Podobnie jak miało to miejsce w przypadku powłok walcowych, stabilizacji ścieżek towarzyszył wzrost wartości obciążenia krytycznego.

Stabilizacja pokrytycznych ścieżek równowagi przy zastosowaniu dodatkowego obciążenia stabilizacyjnego jest zagadnieniem bardzo szerokim. W pracy pokazano jak różne rodzaje obciążeń stabilizujących wpływają na przebiegi pokrytycznych ścieżek równowagi dla wybranych przypadków geometrii powłok. Kolejnym etapem badań mogłaby być analiza wpływu parametrów geometrycznych powłok (L/R , h/R , α) na wartości obciążeń

stabilizacyjnych (s, k, u) . Dalsze badania mogłyby skupić się również na określeniu wpływu przyjętego modelu materiału oraz jego parametrów takich jak moduł Younga E , moduł wzmocnienia E_p czy granica plastyczności σ_0 na możliwości stabilizacji ścieżek oraz wartości obciążeń stabilizacyjnych (s, k, u) . W pracy analizowano powłoki obciążone ciśnieniem zewnętrznym, momentem skręcającym bądź kombinacją tych dwóch rodzajów obciążeń działających równocześnie. Dalsze badania mogłyby zostać rozszerzone o inne przypadki kombinacji obciążeń głównych i stabilizujących (np. ściskanie lub/i zginanie i stabilizacja ciśnieniem wewnętrznym).

Podsumowując, należy wyrazić nadzieję, że przedstawione prace wnoszą oryginalny wkład w rozwój problematyki stabilizacji pokrytycznych ścieżek równowagi konstrukcji narażonych na utratę stateczności, zaś zaproponowane dalsze kierunki rozwoju tej tematyki zostaną niebawem zrealizowane.

Literatura

- [1] Abramovich H., Singer J., Weller T. *Repeated buckling and its influence on the geometrical imperfections of stiffened cylindrical shells under combined loading*, International Journal of Non-Linear Mechanics, 37, pp. 577–588, 2002
- [2] Aghajaria S., Abedi K., Showkati H. *Buckling and post-buckling behavior of thin-walled cylindrical steel shells with varying thickness subjected to uniform external pressure*, Thin-Walled Structures, 44, pp. 904–909, 2006
- [3] Aitken A. C. *On Bernoulli's Numerical Solution of Algebraic Equations*, Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, 46, pp. 289-305, 1926
- [4] Andreyev A. N. *Stability of a multilayered composite conical shell under uniform external pressure*, Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 40, (4), pp. 730-738, 1999
- [5] Bardi F. C., Kyriakides S. *Plastic buckling of circular tubes under axial compression—part I Experiments*, International Journal of Mechanical Sciences, 48, pp. 830–841, 2006
- [6] Barski M., Kruzelecki J. *Optimal design of shells against buckling under overall bending and external pressure*, Thin-Walled Structures, 43, pp. 1677–1698, 2005
- [7] Bielski J., Bochenek B. *Modified Optimisation of a column for post-buckling behaviour in elastic-plastic deformation range*, Proceedings of Seventh World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization (CD-ROM), Seoul, pp. 1513-1522, 2007
- [8] Bielski J., Bochenek B. *On a model of elastic-plastic structure optimized for post-buckling behaviour*, Engineering Optimization, 35, (1), pp. 67-78, 2003
- [9] Bisagni Ch., Cordisco P. *Post-buckling and collapse experiments of stiffened composite cylindrical shells subjected to axial loading and torque*, Composite Structures, 73, pp.138–149, 2006
- [10] Błachut J. *Buckling of axially compressed cylinders with imperfect length*, Computers and Structures, 88, pp. 365–374, 2010
- [11] Błachut J. *Buckling of externally pressurised barrelled shells a comparison of experiment and theory*, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 79, pp. 507–517, 2002

- [12] Bochenek B. *Problems of structural optimization for post-buckling behaviour*, Proceedings of the Second Max Planck Workshop on Engineering Design Optimization, Nyborg, pp. 12-14, 2001
- [13] Bochenek B, Krużelecki J. *A new concept of optimization for postbuckling behaviour*. Engineering Optimization, 33, pp. 503-522, 2001.
- [14] Bochenek B. *Problematyka optymalnego kształtowania elementów konstrukcyjnych z uwagi na zachowanie pokrywanych*, Zeszyty Naukowe Podstawowe Nauki Techniczne, 22, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków, 2001
- [15] Bochenek B., Foryś P. *Structural optimization against instability using particle swarms*, Proceedings of the Sixth World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, (CD-ROM, 10-pages), Rio de Janeiro, 2005
- [16] Bochenek B., Foryś P. *Structural optimization for post-buckling behavior using particle swarms*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 32, (6), pp. 521-531, 2006
- [17] Bochenek B, Krużelecki J. *Optymalizacja stateczności konstrukcji. Współczesne problemy*, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków, 2007
- [18] Bochenek B., Życzkowski M. *Analytical approach to optimization of columns for post-buckling behavior*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 28, pp. 252-261, 2004
- [19] Bochenek B., Życzkowski M. *New results of structural optimization for postbuckling behaviour*, Extended abstracts, XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, ICTAM 2004, Warsaw 2004
- [20] Bochenek B., Życzkowski M. *Optimization against instability in the large* Engineering Optimization, 37, (4), pp. 411-424, 2005
- [21] Bushnell D. *Bosor 5: program for buckling of elastic-plastic complex shells of revolution including large deflections and creep*, Computers & Structures, 6, pp. 221-239, 1976
- [22] Choong K. K., Ramm E. *Simulation of buckling process of shells by using the finite element method*, Thin-Walled Structures, 31, pp. 39-72, 1998
- [23] Crate H. W., Batdorf S. B., Baab G. *The effect of internal pressure on the buckling stress of thin-walled circular cylinders under torsion*, National Advisory Committee for Aeronautics, Advance Restricted Report I4E27, Washington, 1944

- [24] Frano R. L., Forasassi G. *Experimental evidence of imperfection influence on the buckling of thin cylindrical shell under uniform external pressure*, Nuclear Engineering and Design, 239, pp. 193–200, 2009
- [25] Goldfeld Y. *Imperfection sensitivity of laminated conical shells*, International Journal of Solids and Structures, 44, pp. 1221–1241, 2007
- [26] Gotsulyak E. A., Luk'yanchenko O. A., Shakh V. V. *On stability of cylindrical shells of variable thickness with initial imperfections*, International Applied Mechanics, 45, (4), pp. 433-436, 2009
- [27] Greiner R., Guggenberger W. *Buckling behaviour of axially loaded steel cylinders on local supports—with and without internal pressure*, Thin-Walled Structures, 31, pp. 159–167, 1998
- [28] Grigoluk E., Kabanov W. *Ustojcziwost oboloczek*, Nauka, Moskwa, 1978
- [29] Guggenberger W. *Buckling and Postbuckling of Imperfect Cylindrical Shells Under External Pressure*, Thin-Walled Structures, 23, pp. 351–366, 1995
- [30] Hambly E. T., Calladine C. R. *Buckling experiments on damaged cylindrical shells*, Int. J. Solids Structures, 33, (24), pp. 3539-3548, 1996
- [31] Harris L. A., Suer H. S., Skene W. T. *The effect of internal pressure on the buckling stress of thin-walled circular cylinders under combined axial compression and torsion*, Journal of the Aeronautical Sciences, 25, (2), pp. 142-143, 1958
- [32] Hoff N.J. Madsen W.A., Mayers J. *The postbuckling equilibrium of axially compressed circular cylindrical shells*, AIAA Journal, 4, (1), pp. 126-133, 1966
- [33] Hong T., Teng J. G. *Imperfection sensitivity and postbuckling analysis of elastic shells of revolution*, Thin-Walled Structures, 46, pp. 1338– 1350, 2008
- [34] Houliara S., Karamanos S.A. *Buckling and post-buckling of long pressurized elastic thin-walled tubes under in-plane bending*, International Journal of Non-Linear Mechanics, 41, pp. 491 – 511, 2006
- [35] Hubner A., Albiez M., Kohler D., Saal H. *Buckling of long steel cylindrical shells subjected to external pressure*, Thin-Walled Structures, 45, pp. 1–7, 2007
- [36] Almorh B.O. *Postbuckling behavior of axially compressed circular cylinders*, 1,(3), pp. 630-633, 1963
- [37] Huang H., Han Q. *Nonlinear elastic buckling and postbuckling of axially compressed functionally graded cylindrical shells*, International Journal of Mechanical Sciences, 51, pp. 500–507, 2009

- [38] Huang H., Han Q. *Nonlinear buckling and postbuckling of heated functionally graded cylindrical shells under combined axial compression and radial pressure*, International Journal of Non-Linear Mechanics, 44, pp. 208-217, 2009
- [39] Huang H., Han Q. *Buckling of imperfect functionally graded cylindrical shells under axial compression*, European Journal of Mechanics - A/Solids, 27, pp. 1026–1036, 2008
- [40] Hur S. H., Son H. J., Kweon J. H., Choi J. H. *Postbuckling of composite cylinders under external hydrostatic pressure*, Composite Structures, 86, pp. 114–124, 2008
- [41] Jamal M., Lahlou L., Midani M., Zahrouni H., Limam A., Damil N., Potier-Ferry M. *A semi-analytical buckling analysis of imperfect cylindrical shells under axial compression*, International Journal of Solids and Structures, 40, pp. 1311–1327, 2003
- [42] Jasion P., Magnucki K. *Elastic buckling of barrelled shell under external pressure*, Thin-Walled Structures, 45, pp. 393–399, 2007
- [43] Jasion P. *Stability analysis of shells of revolution under pressure conditions*, Thin-Walled Structures, 47, pp. 311–317, 2009
- [44] Jullien J. F., Limam A. *Effects of openings of the buckling of cylindrical shells subjected to axial compression*, Thin-Walled Structures, 31, pp. 187–202, 1998
- [45] Khamlichi A., Bezzazi M., Limam A. *Buckling of elastic cylindrical shells considering the effect of localized axisymmetric imperfections*, Thin-Walled Structures, 42, pp. 1035–1047, 2004
- [46] Kheyrkahan M., Peek R. *Postbuckling analysis and imperfection sensitivity of general shells by the finite element method*, International Journal of Solids and Structures, 25, pp. 2641-2681, 1999
- [47] Krasovsky V., Marchenko V., Schmidt R. *Deformation and buckling of axially compressed cylindrical shells with local loads in numerical simulation and experiments*, Thin-Walled Structures, 49, pp. 576–580, 2011
- [48] Krasovsky V. L., Kostyrko V. V. *Experimental studying of buckling of stringer cylindrical shells under axial compression*, Thin-Walled Structures, 45, pp. 877–882, 2007
- [49] Król M, Kruzelecki J, Trybuła D. *Optimal stabilization of the post-buckling path for cylindrical shells under external pressure*, Engineering Optimization, 41, (1), pp. 59-72, 2009.
- [50] Kruzelecki J., Król M. *Optimization of postbuckling path for cylindrical shells under external pressure*, Proceedings of III European Conference on Computational

- Mechanics, Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering (CD-ROM), Springer, 2006
- [51] Kruzelecki J., Trybuła D. *Optimal stabilization of postbuckling path for cylindrical shells under torsion*, Proceedings of Seventh World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization (CD-ROM), pp. 1523-1533, Seoul, 2007
- [52] Kruzelecki J., Trybuła D. *Stabilization of postbuckling path by internal pressure for cylindrical shells under torsion*, IV Konferencja Zbiorniki i Belki Cienkościenne, pp. 65-74, Kołobrzeg, 2007.
- [53] Kruzelecki J., Trybuła D. *Optimal axial tension and internal pressure stabilizing post-buckling path for cylindrical shells under torsion*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 48, (3), pp. 645-658, 2010
- [54] Kruzelecki J., Trybuła D. *Stabilizacja siłą osiową pokrytycznej ścieżki równowagi dla powłok stożkowych obciążonych ciśnieniem zewnętrznym*, III Konferencja Naukowo-Techniczna Doktorantów i Młodych Naukowców, pp. 92-97, Warszawa, 2008.
- [55] Kruzelecki J., Trzeciak P. *Optimal design of axially symmetrical shells under hydrostatic pressure with respect to their stability*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 19, pp. 148-154, 2000
- [56] Lennon R. F., Das P. K. *Torsional buckling behaviour of stiffened cylinders under combined loading*, Thin-Walled Structures, 38, pp. 229–245, 2000
- [57] Li S. R., Batra R. C. *Buckling of axially compressed thin cylindrical shells with functionally graded middle layer*, Thin-Walled Structures, 44, pp. 1039–1047, 2006
- [58] Limam A., Lee L.-H., Corona E., Kyriakides S. *Inelastic wrinkling and collapse of tubes under combined bending and internal pressure*, International Journal of Mechanical Sciences, 52, pp. 637–647, 2010
- [59] Lo H., Crate H., Schwartz E. B. *Buckling of thin-walled cylinder under axial compression and internal pressure*, Langley Aeronautical Laboratory, Technical Note 2021, 1950
- [60] Lofblad R. P. *Elastic stability of thin-walled cylinders and cones with internal pressure under axial compression*, Massachusetts Institute of Technology, Tech. Report, pp. 25-29, 1959
- [61] Lopez S. *Post-critical analysis of structures with a nonlinear pre-buckling state in the presence of imperfections*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 191, pp. 4421–4440, 2002

- [62] Lu G., Mao R. *A study of the plastic buckling of axially compressed cylindrical shells with a thick-shell theory*, International Journal of Mechanical Sciences, 43, pp. 2319–2330, 2001
- [63] Magnucki K., Ostwald M. *Stateczność i optymalizacja konstrukcji trójwarstwowych*, Wydawnictwo i Zakład Poligrafii Instytutu Technologii Eksploatacji, Radom, 2001
- [64] Mandal P., Calladine C.R. *Buckling of thin cylindrical shells under axial compression*, International Journal of Solids and Structures, 37, pp. 4509-4525, 2000
- [65] Mao R., Lu G. *A study of elastic-plastic buckling of cylindrical shells under torsion*, Thin-Walled Structures, 40, pp. 1051–1071, 2002
- [66] Mathon C., Limam A. *Experimental collapse of thin cylindrical shells submitted to internal pressure and pure bending*, Thin-Walled Structures, 44, pp. 39–50, 2006
- [67] Muc A. *Mechanika kompozytów włóknistych*, Księgarnia Akademicka, Kraków, 2003
- [68] Nguyen H. L. T., Elishakoff I., Nguyen V. T. *Buckling under the external pressure of cylindrical shells with variable thickness*, International Journal of Solids and Structures, 46, pp.4163–4168, 2009
- [69] Norman R. *Effect of normal pressure on the critical compressive stress of curved sheet*, Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Memorandum Report for the Bureau of Aeronautics, 1942
- [70] Norman R. *Effect-of Normal Pressure on the Critical Shear Stress of Curved Sheet*, Langley Memorial Aeronautical Laboratory , 1943
- [71] Paquette J. A., Kyriakides S. *Plastic buckling of tubes under axial compression and internal pressure*, International Journal of Mechanical Sciences,48, pp. 855–867, 2006
- [72] Pinna R., Ronalds B. F. *Buckling and postbuckling of cylindrical shells with one end pinned and the other end free*, Thin-Walled Structures, 41, pp. 507–527, 2003
- [73] Rahman T., Jansen E. L. *Finite element based coupled mode initial post-buckling analysis of a composite cylindrical shell*, Thin-Walled Structures, 48, pp. 25–32, 2010
- [74] Riks E. *An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems*. International Journal of Solids and Structures, 15, pp. 529-551, 1979
- [75] Ross C. T. F. *The Buckling of Thin-Walled Shells Under Static Free-Flood Conditions*, Thin-Walled Structures, 21, pp. 359–363, 1995
- [76] Sanal Z. *Nonlinear analysis of pressure vessels some examples*, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 77, pp. 705-709, 2000

- [77] Schenk C. A., Schueller G. I. *Buckling analysis of cylindrical shells with random geometric imperfections*, International Journal of Non-Linear Mechanics, 38, pp. 1119–1132, 2003
- [78] Schneider W., Brede A. *Consistent equivalent geometric imperfections for the numerical buckling strength verification of cylindrical shells under uniform external pressure*, Thin-Walled Structures, 43 pp. 175–188, 2005
- [79] Schneider M. H. Jr. *Investigation of the stability of imperfect cylinders using structural models*, Engineering Structures, 18, (10), pp. 792-800, 1996
- [80] Shariati M., Rokhi M. M. *Numerical and experimental investigations on buckling of steel cylindrical shells with elliptical cutout subject to axial compression*, Thin-Walled Structures, 46, pp. 1251– 1261, 2008
- [81] Shariati M., Rokhi M. M. *Buckling of steel cylindrical shells with an elliptical cutout*, International Journal of Steel Structures, 10, (2), pp. 193-205, 2010
- [82] Shen H. S. *Postbuckling Analysis of Cylindrical Shells under Combined External Liquid Pressure and Axial Compression*, Thin-Walled Structures, 25, (4), pp. 297-317, 1996
- [83] Shen H. S. *Postbuckling analysis of stiffened laminated cylindrical shells under combined external liquid pressure and axial compression*, Engineering Structures, 20, (8), pp. 738-751, 1998
- [84] Shen H. S. *Postbuckling analysis of imperfect stiffened laminated cylindrical shells under combined external pressure and thermal loading*, International Journal of Mechanical Sciences, 40, (4), pp. 339-355, 1998
- [85] Shen H. S. *Post-buckling analysis of imperfect stiffened laminated cylindrical shells under combined external pressure and axial compression*, Computers and Structures (63), (2), pp. 335-348, 1997
- [86] Shen H. S., Y. Xiang Y. *Buckling and postbuckling of anisotropic laminated cylindrical shells under combined axial compression and torsion*, Composite Structures, 84, pp. 375–386, 2008
- [87] Singer J., Arbocz J., Weller T. *Buckling experiments. Experimental methods in buckling of thin-walled structures*, John Wiley & Sons, Inc, New York, 2002
- [88] Song C. Y., Teng J. G., Rotter J. M. *Imperfection sensitivity of thin elastic cylindrical shells subject to partial axial compression*, International Journal of Solids and Structures, 41, pp. 7155–7180, 2004

- [89] Tafreshi A. *Buckling and post-buckling analysis of composite cylindrical shells with cutouts subjected to internal pressure and axial compression loads*, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 79, pp. 351-359, 2002
- [90] Tafreshi A., Bailey C. G. *Instability of imperfect composite cylindrical shells under combined loading*, Composite Structures, 80, pp. 49-64, 2007
- [91] Trybuła D., *Stabilization of post-buckling path by axial loading controlled by displacements for cylindrical shells under torsion*, Czasopismo Techniczne, 8, pp. 263-270, 2010
- [92] Trybuła D., *Minimum axial force stabilizing post-buckling path for cylindrical shells under combined state of loadings*, Proceedings of III International Interdisciplinary Technical Conference of Young Scientists - InterTech, pp. 111-117, Poznań, 2010
- [93] Vasilikis D., Karamanos S. A. *Stability of confined thin-walled steel cylinders under external pressure*, International Journal of Mechanical Sciences, 51, pp. 21-32, 2009
- [94] Vaziri A., Estekanchi H. E. *Buckling of cracked cylindrical thin shells under combined internal pressure and axial compression*, Thin-Walled Structures, 44, pp. 141-151, 2006
- [95] Ventsel E., Krauthammer T. *Thin Plates and shells, Theory, Analysis and Applications*, Marcel Dekker Inc. New York- Basel, 2001
- [96] Volmir A. *Ustojcziwost deformiruemych sistem*. Nauka, Moskwa, 1967
- [97] Wang J. H., Koizumi A., *Buckling of cylindrical shells with longitudinal joints under external pressure*, Thin-Walled Structures, 48, pp. 897-904, 2010
- [98] Weingarten VI. Morgan EJ. and Seide P. *Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under combined internal pressure and axial compression*, AIAA Journal, 3, (6), pp. 1118-1125, 1965
- [99] Winterstetter Th., Schmidt H. *A Stability of circular cylindrical steel shells under combined loading*, Thin-Walled Structures, 40, pp. 893-909, 2002
- [100] Xue J., Fatt M. S. H. *Buckling of a non-uniform, long cylindrical shell subjected to external hydrostatic pressure*, Engineering Structures, 24, pp. 1027-1034, 2002
- [101] Yamaki N, Tani J. *Postbuckling behavior of circular cylindrical shells under hydrostatic pressure*, ZAMM 51, pp. 709-711, 1974.
- [102] Yamaki N. *Elastic stability of circular cylindrical shells*. Amsterdam-New York-Oxford: North-Holland, 1984.
- [103] Yeh M. K., Lin M. Ch., Wu W. T. *Bending buckling of an elastoplastic cylindrical shell with a cutout*, Engineering Structures, 21, pp. 996-1005, 1999

- [104] Zeng T., Wu L. *Post-buckling analysis of stiffened braided cylindrical shells under combined external pressure and axial compression*, Composite Structures 60, pp. 455–466, 2003
- [105] Zhang X., Han Q., *Buckling and postbuckling behaviors of imperfect cylindrical shells subjected to torsion*, Thin-Walled Structures, 45, pp. 1035–1043, 2007
- [106] Zhu D. S., Cheung Z. K. *Postbuckling analysis of circular cylindrical shell under combined loads*, Computers and Structures, 58, pp. 21–26, 1996
- [107] Zielnica J. *Stateczność powłok sprężysto-plastycznych*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2001
- [108] Zielnica J. *Stability of elastic-plastic conical shells – shear loading*, Thin-Walled Structures, 40, pp. 355–370, 2002
- [109] Życzkowski M., Sobiesiak K. *Analytical treatment of the influence of imperfections on upper critical pressure for long cylindrical shells*, Archiwum Mechaniki Stosowanej, 23, (6), pp. 875-883, 1971