



















































### 3.2. Klasyfikacja Geldarta

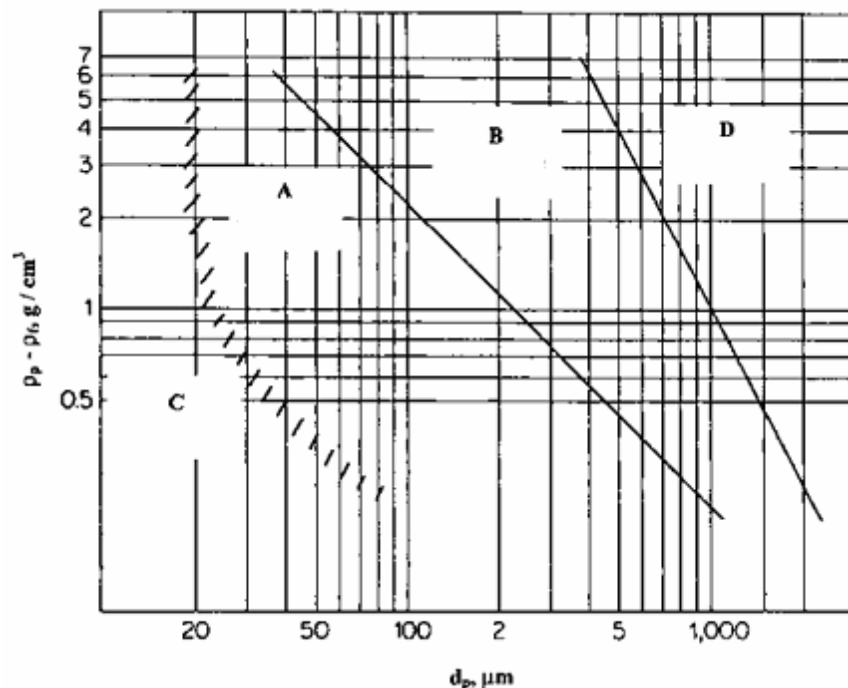
Szerokie zastosowanie praktyczne fluidyzacji ciał stałych wymaga narzędzi, które można zastosować do wstępnego przewidywania zachowania się ciała stałego ze względu na cechy fizykochemiczne i strukturalno- mechaniczne.

W literaturze [3, 8, 39, 47, 49, 74, 82, 84-89, 92, 97, 98, 100, 106, 107, 113, 114, 126, 128, 131, 137, 138, 140, 141, 143, 146, 147-152, 163, 164, 171, 201] najczęściej spotykana jest klasyfikacja Geldarta zakładająca podział cząstek ciała stałego na 4 grupy A, B, C i D wykazujące różne zachowania w trakcie fluidyzacji.

Rysunek 3.6. przedstawia poszczególne grupy wg kryterium wynikającego ze średniej średnicy cząstki liczonej wg wyrażenia

$$\bar{d}_{sv} = \frac{1}{\sum \left( \frac{x_i}{d_{si}} \right)} \quad (3.18)$$

oraz różnicy gęstości pomiędzy cząstką ciała stałego, a gazem.



Rysunek 3.6. Diagram fazowy Geldarta [147]

Po osiągnięciu prędkości odpowiadającej minimum fluidyzacji  $u_{mf}$  w przypadku cząstek należących do grupy A następuje ekspansja złoża. Dalszy wzrost prędkości czynnika fluidyzującego

prowadzi do pojawienia się pęcherzy gazu, co jest równoznaczne z osiągnięciem minimalnej prędkości pęcherzykowania  $u_{mb}$ .

Właściwości cząstek należących do grupy B oraz D powodują, że prędkości  $u_{mf}$  oraz  $u_{mb}$  są praktycznie takie same. Oznacza to pojawienie się pęcherzy gazu niemal od razu po rozpoczęciu fluidyzacji.

Odmienne zachowują się cząstki należące do grupy C. Takie cząstki wykazują tendencję do zlepiania, co utrudnia fluidyzację. Zwiększanie prędkości gazu w przypadku takich cząstek powoduje, że złożo wykazuje tendencję do tunelowania. Jeżeli siły zlepiające nie pozwalają na utworzenie się tuneli cały materiał ze złożo może ulec wyrzuceniu.

#### **Grupa A**

Cząsteczki należące do tej grupy wykazują ograniczoną tendencję to tworzenia pęcherzy i przeważnie pojawia się znaczna ekspansja złożo pomiędzy minimalną prędkością fluidyzacji  $u_{mf}$  i minimalną prędkością pęcherzykowania  $u_{mb}$ .

Po odcięciu dopływu gazu złożo utrzymuje aerację i zapada się bardzo powoli.

#### **Grupa B**

Cząsteczki należące do tej grupy łatwo ulegają fluidyzacji i wykazują tendencję to tworzenia pęcherzy rosnących w wyniku łączenia się. Ekspansja złożo jest niewielka. Minimalna prędkość pęcherzykowania  $u_{mb}$  jest w przybliżeniu równa ( lub tylko nieznacznie większa) niż minimalna prędkość fluidyzacji  $u_{mf}$ . Złożo po odcięciu dopływu gazu nie utrzymuje aeracji i szybko ulega zapadnięciu.

#### **Grupa C**

Substancje należące do tej grupy charakteryzują się małymi rozmiarami cząsteczek, Pomiedzy cząsteczkami występuje siły przyciągania. Cząsteczki trudno poddają się fluidyzacji, pojawia się tendencja do wyrzucania całego złożo lub tunelowanie-pojawianie się stabilnych kanałów, przez które gaz opuszcza złożo. Możliwa jest fluidyzacja takiego złożo z wykorzystaniem mieszania mechanicznego [163]

#### **Grupa D**

Cząstki należące do tej grupy przeważnie charakteryzują się dużymi rozmiarami i wysoką gęstością. W niektórych aspektach zachowanie podczas fluidyzacji jest podobne do cząstek z grupy B z tym, że konieczne są wyższe prędkości gazu.

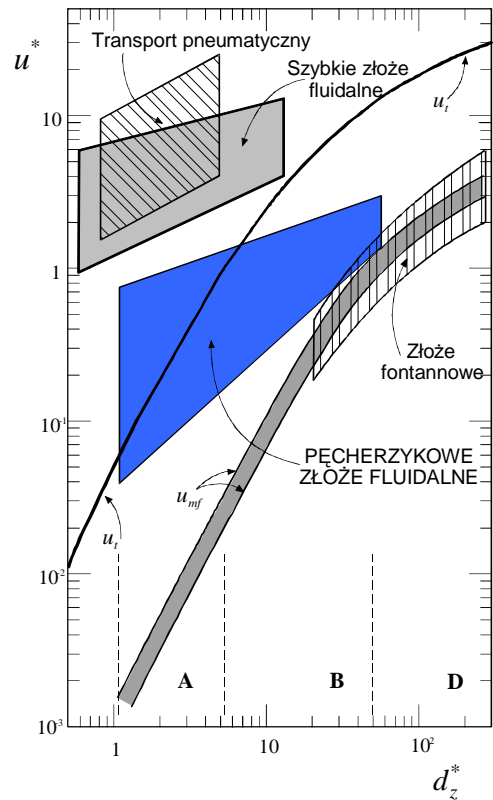
W przypadku cząstek tej grupy możliwe jest tworzenie stabilnego złożo fontannowego

Grace [153] zaproponował diagram fazowy przedstawiający zachowanie się fluidyzowanych cząstek, co pozwala na określenie rodzaju i jakości fluidyzacji (rys. 3.7).

Diagram sporządzony jest w oparciu o bezwymiarową prędkość (3.19) i bezwymiarową średnicę (3.20).

$$u^* = u_0 \left[ \frac{\rho_g^2}{\eta_g (\rho_s - \rho_g) \cdot g} \right]^{1/3} \quad (3.19)$$

$$d_z^* = d_s \left[ \frac{\rho_g (\rho_s - \rho_g) \cdot g}{\eta_g^2} \right]^{1/3} \quad (3.20)$$



Rysunek 3.7. Diagram fazowy [113]

Kunii i Levenspiel [153] przeanalizowali diagramy fazowe spotykane w literaturze tworząc ich zestawienie (tabela 3.5).

Tabela 3.5. Charakterystyka diagramów fazowych [153]

Autor	Oś odciętych	Oś rzędnych
Reh (1968)	$Re_p$	$1/Cd$
Čatipovic (1978)	$u_0$	$d_p$
Yerushalmi i Cankurt (1978)	$\varepsilon s = 1 - \varepsilon_f$	prędkość względna $u_p = u_0 - u_z$
van Deemter (1980)	$Re_p$	$1/Cd$
Li i Kwauk (1980)	$u_0$	$\varepsilon_f$
Metson (1982)	$u_0$	$u_z$
Squires (1985)	$u_0$	$\varepsilon s = 1 - \varepsilon_f$
Mario (1986)	$Re_p$	$Ar$
Grace (1986)	$d_z^*$	$u^*$

### 3.3. Opis pęcherzykowego złoża fluidalnego

Modelowanie klasycznego pęcherzykowego złoża fluidalnego wymaga danych dotyczących: prędkości wznoszenia się pęcherzy, chmury cząstek ciała stałego otaczającego pęcherz, informacji na temat śladu obecnego po każdym z pęcherzy, ilości gazu przechodzącej przez złożo w postaci pęcherzy, współczynników wymiany masy i ciepła pomiędzy pęcherzami, chmurą oraz strefą emulsji. Istotne są również dane dotyczące wielkości pęcherzy,

Zasadniczo wszystkie modele pęcherzykowe rozróżniają trzy strefy i są to: strefa emulsji, strefa pęcherzy oraz chmura otaczająca pęcherz. Każda z tych stref posiada swój własny udział cząstek ciała stałego natomiast gaz przechodzi kolejno przez kolejne strefy uczestnicząc w wymianie ciepła, masy i pędu. Ciało stałe jest transportowane do góry - przede wszystkim - w śladzie występującym po każdym z pęcherzy. Ponieważ masa ciała stałego zawartego w złożu jest stała, ruch w dół odbywa się w strefie emulsji.

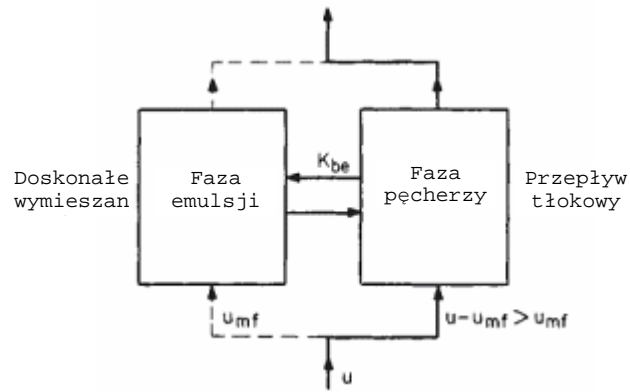
Horio i Wen [119] klasyfikują modele złoża fluidalnego wyróżniając trzy kategorie;

- Modele, których współczynniki są stałe i nie zmieniają się w czasie trwania fluidyzacji. Modele tego typu nie uwzględniają zmiany średnicy pęcherzy.
- Modele wykorzystujące stałe parametry związane z wielkością pęcherzy.
- Modele wykorzystujące zmienne parametry związane z wielkością pęcherzy.

Gupta [119] podaje charakterystykę 11 modeli pęcherzykowego złoża fluidalnego podkreślając, że następne 28 stosowanych jest w technologii spalania fluidalnego. Jako najbardziej reprezentatywne wymieniane są modele: Davidsona-Harrisona [47, 85, 100, 136, 138], Kuni-Levenspiela [22, 47, 50, 52, 106, 130, 136, 138, 141, 153, 160, 195, 207], Kato-Wena [136, 207] oraz Partridge-Rowe [119, 157].

#### Model Davidsona i Harrisona

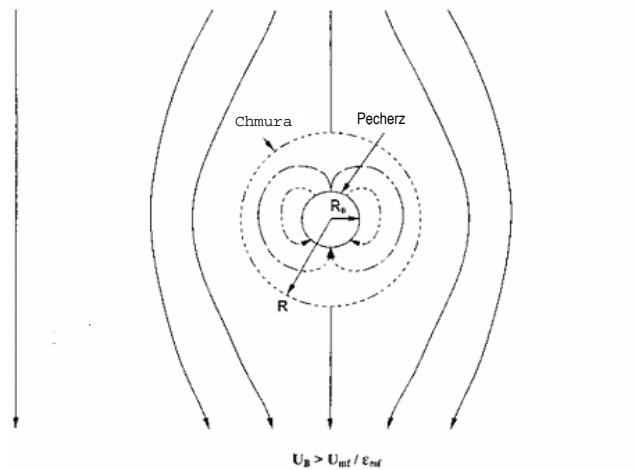
Jednym z pierwszych modeli, opisujących pęcherzykowe złożo fluidalne jest model Davidsona-Harrisona [47, 85, 100, 113, 115, 119, 136, 138, 146, 147]. Zgodnie z nim pęcherze o kształcie sferycznym przemieszczają się przez nieściśliwą strefę gęstą. Teoria ta zakłada, że gradient ciśnienia występuje w strefie emulsji natomiast ciśnienie wewnątrz pęcherza jest stałe. Rozkład ciśnienia na zewnątrz pęcherza można obliczyć rozwiązując równanie Laplaca.



Rysunek 3.8. Wymiana masy w modelu Davidsona Harrisona

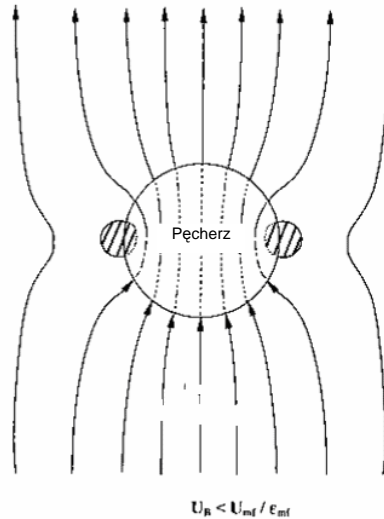
Teoria Davidsona [119,146,153] przewiduje dwa rodzaje pęcherzykowego złoża fluidalnego

- Złoże z pęcherzami szybkimi (rys. 3.9), kiedy  $u_B > u_{mf}/\epsilon_{mf}$ . W tej sytuacji czynnik fluidyzujący w odniesieniu do pęcherza przemieszcza się w dół. Czynnik przemieszcza się poprzez fikcyjną sferę o promieniu  $R$  z prędkością  $u_B - u_{mf}/\epsilon_{mf}$ . W takim przypadku pęcherzom wznoszącym się w złożu fluidalnym towarzyszy chmura. Dla szybko poruszających się pęcherzy lub dla złożeń bardzo drobnych cząstek, dla których minimalna prędkość fluidyzacji jest niska, chmura jest przeważnie bardzo cienka, co ma miejsce w większości analizowanych przypadków.



Rysunek 3.9. Model Davidsona – pęcherze szybkie

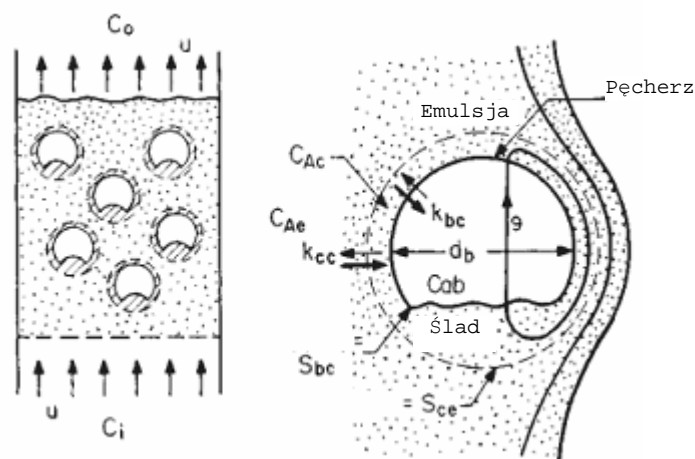
- Złoże z pęcherzami wolnymi (rys. 3.10), kiedy  $u_B < u_{mf} / \epsilon_{mf}$ , w takim przypadku czynnik fluidyzujący w odniesieniu do pęcherza przemieszcza się do góry. Czynnik fluidyzujący wykorzystuje przestrzeń pęcherza jako skróconą trasę przez złoże. Takie zjawisko występuje dla złożeń z cząstkami o dużych rozmiarach i małych pęcherzach.



Rysunek 3.10. Model Davidzona – pęcherze wolne

### Model Kuni i Levenspiella

Hydrodynamikę złoża pęcherzykowego opisuje się często wykorzystując model złoża pęcherzykowego Kunii-Levenspiella [2, 22, 47, 50, 106, 107, 113-115, 130, 136, 138, 141, 146, 147, 153, 207], który uwzględnia całość procesów kinetycznych zachodzących w złożu fluidalnym.



Rysunek 3.11. Struktura złoża fluidalnego

Omawiany model oparty jest w zasadzie na modelu Davidzona i Harrisona. Obydwa modele zakładają doskonałe wymieszanie w strefie emulsji oraz stałą wielkość pęcherza z ich tłokowym

przepływem przez złożę. Podstawowym udogodnieniem jest rozwinięcie mechanizmu transportu masy ze strefy pęcherzy do strefy emulsji. Transport następuje kolejno z pęcherza do obłoku otaczającego pęcherz, a następnie do emulsji. Model nie przewiduje transportu w kierunku przeciwnym. Całkowity współczynnik oporów dla transportu może być przedstawiony równaniem 3.21.

$$\frac{1}{K_{be}} = \frac{1}{K_{bc}} + \frac{1}{K_{ce}} \quad (3.21)$$

Zależność wiążąca ze sobą udziały ciała stałego pomiędzy te trzy strefy ma postać (3.22)

$$(\gamma_b + \gamma_b + \gamma_b)f_w = (1 - \varepsilon_{mf})(1 - f_w) \quad (3.22)$$

gdzie

$$f_w = \frac{(u - u_{mf})}{u_b} \quad (3.23)$$

Stosunek objętości śladu do objętości pęcherza zmienia się od około 0,2 do 1 i większości przypadków wynosi 0,5.

W modelu Kuni –Levenspiela istotnym parametrem jest średnica pęcherza. Model ten zakłada, że średnica pęcherza nie zmienia się wraz z unoszeniem się pęcherza. W wielu opracowaniach [114,153] model ten jest wykorzystywany do opisu intensywnie pęcherzykujących złożów fluidalnych, dla których przepływ gazu przez złożę odbywa się w głównej mierze w pęcherzach.

Znane są liczne modyfikacje modelu Kuni-Levenspiela między innymi model Freya i Pottera [119], który przyjmuje zmienność średnicy pęcherza w trakcie unoszenia się w złożu fluidalnym. W tym przypadku średnica pęcherza liczona jest wg wzoru (3.24)

$$d_b = d_{b0} + 0,0205 \cdot u \cdot h \quad (3.24)$$

Początkowa średnica pęcherza obliczana jest z zależności (3.25)

$$d_{b0} = 1,08(u - u_{mf})^{0,3} \quad (3.25)$$

Ponieważ końcowe stężenie czynnika mierzonego wynika przede wszystkim z jego stężenia w pęcherzach, model Kuni –Levenspiela przyjmuje, że wartość stężenia leży pomiędzy stężeniem w strefie śladu-chmury oraz stężeniem w strefie pęcherza.

Przepływ pęcherzy w złożu z jednej strony ma decydujący wpływ na intensywne mieszanie złoża wpływając korzystnie na współczynniki wymiany masy i ciepła natomiast z drugiej strony pęcherze przenoszą nadmiar gazu, który tylko w bardzo ograniczony sposób bierze udział w wymianie masy oraz ciepła [21]. Potwierdza to częściowo niewielki udział objętościowy ciała stałego w pęcherzach..

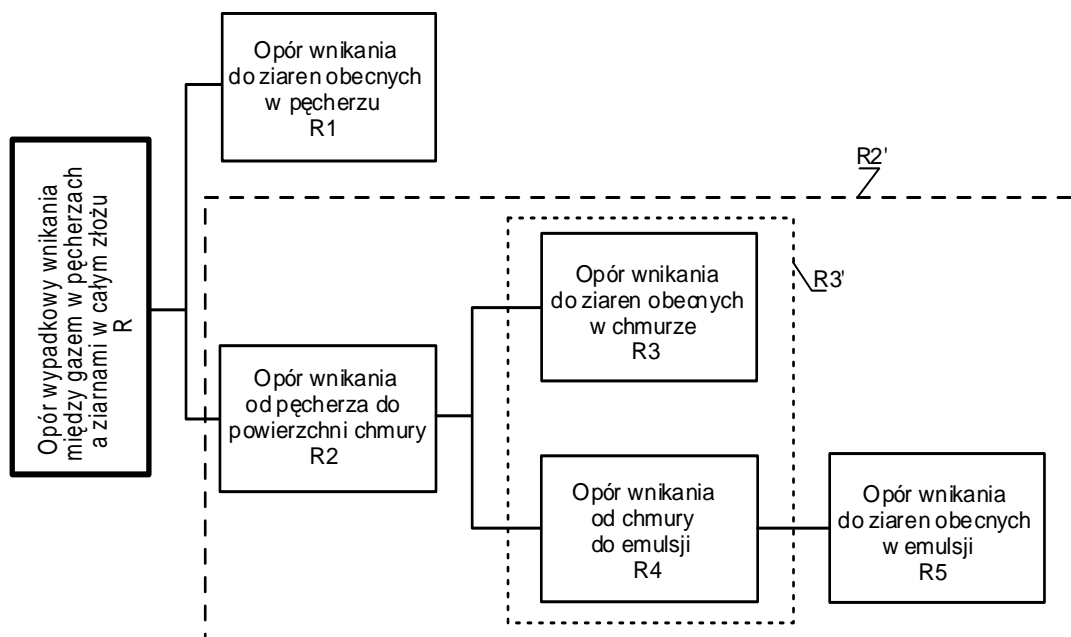
Mechanizm transportu masy pomiędzy pęcherzem oraz śladem-chmurą zachodzi w wyniku dyfuzji oraz przepływu swobodnego [153].

Przyjęto [114], że transport pomiędzy śladem i emulsją zachodzi w wyniku dyfuzji z wykorzystaniem modelu penetracyjnego Higbiego. Wynika to z faktu braku przepływu pomiędzy tymi

obszarami, przez co szybkość wymiany masy jest ograniczona przez dyfuzję. Jednocześnie czas kontaktu pomiędzy tymi strefami jest jednakowy w całym obszarze pęcherza [153].

Model Kuni-Levenspiela nie uwzględnia oddziaływania pomiędzy pęcherzami.

Dokładność modelu Kuni-Levenspiela opiera się na stosowaniu odpowiednich współczynników wymiany masy oraz ciepła.



Rysunek 3.12. Wymiana masy i ciepła w modelu Kuni-Levenspiela

Model Kuni i Levenspila może być stosowany do analizy procesów wymiany ciepła i masy w pęcherzykowym złożu fluidalnym uwzględniając obecność cząstek ciała stałego w pęcherzach. Do takiej [21, 22, 27, 47, 114, 130, 161, 176] analizy wygodnie jest posługiwać się pojęciem oporów wnikania.

Schemat (rys 3.11) poszczególnych oporów kinetycznych w całym złożu fluidalnym stanowi podstawę określenia wypadkowych współczynników wymiany masy  $\beta_{go}^{be}$  i ciepła  $\alpha_{go}^{be}$  między ziarnem w pęcherzach, a ziarnami w całym złożu fluidalnym.

Podstawowym zagadnieniem jest odpowiednie wyznaczenie i zsumowanie odpowiednich wielkości.

Stosując zasadę obliczania oporu wypadkowego, otrzymujemy:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (3.26)$$

Analizując rysunek 3.12 można zapisać równanie (3.27)

$$R'_2 = R_2 + R'_3 + R_5 \quad (3.27)$$

Mamy ponadto:

$$\frac{1}{R_3'} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \quad (3.28)$$

Ostatecznie odwrotność wypadkowego oporu kinetycznego dotyczącego zjawisk przenoszenia między gazem w pęcherzach, a ziarnami w całym złożu wynosi:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}} + R_5 \quad (3.29a)$$

Interpretacja fizykochemiczna poszczególnych oporów zależy od tego czy rozpatruje się ruch masy, czy ruch ciepła. Dla ruchu masy można zapisać przyporządkowanie:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \beta_{go}^{be}, & \frac{1}{R_1} &= \gamma_b k_t a', & R_2 &= \frac{1}{\beta_g^{bc}} \\ \frac{1}{R_3} &= \gamma_c k_{mf} a', & \frac{1}{R_3} &= \beta_g^{ce}, & R_3 &= \frac{1}{\gamma_e k_{mf} a'} \end{aligned} \quad (3.29b)$$

Przy założeniu o istnieniu tylko dwóch stref: emulsji i pęcherzy (nierówność 3.33), wyrażenie  $1/R_3$  z formalnego punktu widzenia jest równe zero. Jeżeli ponadto samą strefę emulsji traktuje się jako układ dwufazowy, to wyrażenia określające wymianę między ziarnami, a gazem w emulsji występują *explicite* w stosownych równaniach wymiany międzystrefowej. Zatem formalnie w równości (3.29a) czynnik  $R_5=0$ .

$$\beta_{go}^{be} = \gamma_b k_t a' + \left( \frac{1}{\beta_g^{bc}} + \frac{1}{\beta_g^{ce}} \right)^{-1} = \gamma_b k_t a' + \beta_g^{be} \quad (3.29c)$$

gdzie  $\beta_{go}^{be}$  jest wypadkowym współczynnikiem wymiany masy.

Zastosowanie podobnego rozumowania do analizy wymiany ciepła prowadzi do otrzymania wyrażenia (3.29d).

$$\alpha_{go}^{be} = \gamma_b k_t a' + \left( \frac{1}{\alpha_g^{bc}} + \frac{1}{\beta_g^{ce}} \right)^{-1} = \gamma_b \alpha_t a' + \alpha_g^{be} \quad (3.29d)$$

W wyrażeniach 3.29b, 3.29c, 3.29d powierzchnię właściwą, określa wzór:

$$a' = \frac{6\psi}{d_z} \quad (3.30)$$

Współczynniki  $k_t$  i  $\alpha_t$  dotyczą cząstek ciała stałego rozproszonych we wznoszącym się pęcherzu, gdzie zakłada się [114, 146, 147, 153], że względna prędkość ziaren jest równa prędkości swobodnego opadania. Współczynniki  $k_t$  i  $\alpha_t$  wyznacza się korzystając z korelacji (3.31) i (3.32):

$$Nu_t = 2 + 0,6Pr^{0,33}Re_t^{0,5} \quad (3.31)$$

$$Sh_t = 2 + 0,6Sc^{0,33}Re_t^{0,5} \quad (3.32)$$

Jako  $\gamma_0$  oznaczono objętościowy udział cząstek ciała stałego w pęcherzach.

### Model Kato i Wena

Model ten zakłada [119, 136, 207] rozdział całego złoża fluidalnego na szereg stref następujących po sobie kolejno począwszy od dołu aparatu. Każda z tych stref odpowiada wielkością rozmiarowi pęcherza na wysokości odpowiadającej wysokości danej strefy. Wielkość pęcherza liczona jest wg wzoru Kobayshi [136, 207], a średnica początkowa obliczona jest na podstawie wzoru Coela [119]

Założenia modelu Kato i Wena [119, 136, 207]:

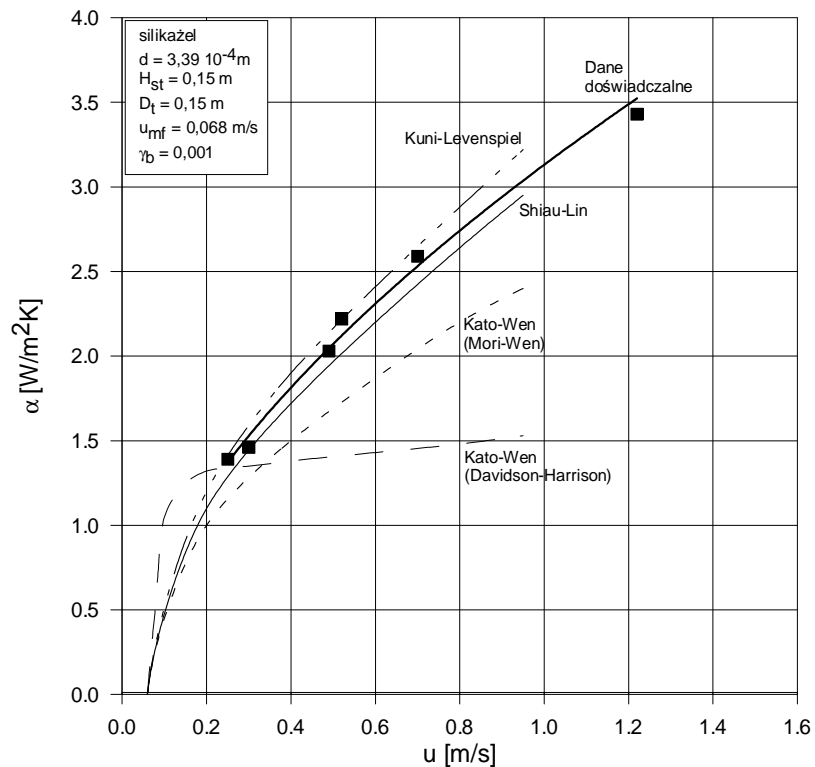
1. Każdy obszar składa się ze stref pęcherzy, chmury oraz strefy emulsji.
2. Złoże fluidalne może być przedstawione jako układ „n” stref w układzie szeregowym. Wysokość każdej strefy jest równa rozmiarowi pęcherza dla odpowiedniej wysokości złoża.
3. Przyjmuje się, że każda strefa składa się z pęcherzy i emulsji. Gaz płynie przez strefę pęcherzy a w strefie emulsji przyjmuje się doskonałe wymieszanie.
4. Przyjmuje się, że porowatość strefy emulsji odpowiada złożu dla minimalnej prędkości fluidyzacji.
5. Przyjmuje się, że strefa pęcherzy składa się ze sferycznych pęcherzy otoczonych sferyczną chmurą. Porowatość chmury jest taka sama jak emulsji. Średnica pęcherza i chmury liczona jest według modelu Davidsona.
6. Następuje wymiana gazu pomiędzy strefą emulsji i strefą pęcherzy.
7. Pęcherze w sposób ciągły rosną w trakcie unoszenia się w złożu, aż do osiągnięcia stabilnego rozmiaru albo aż do osiągnięcia średnicy kolumny.
8. Przyjmuje się, że złoże pracuje w warunkach izotermicznych.

### Model Partridge'a i Rowe'a

Zgodnie z tym modelem [119] strumień gazu rozdziela się na dwie części. Jedną z nich tworzy strukturę pęcherza-chmury, natomiast druga odpowiada reszcie złoża.

Podstawowe założenia modelu Partridge'a i Rowe'a:

1. Występowanie oporów dla ruchu ciepła i masy jedynie na granicy chmury i emulsji.
2. Przepływ gazu w emulsji jest laminarny.
3. Przepływ w strefie emulsji jest tłokowy,
4. W strefie pęcherza – chmury przyjmuje się doskonałe wymieszanie



Rysunek 3.13. Średni współczynniki wnikańia ciepła na podstawie różnych modeli złoża pęcherzykowego [22]

Na rysunku 3.13 przedstawiono wyniki analizy [22] przydatności różnych modeli złoża pęcherzykowego do obliczania średniego współczynnika wnikańia ciepła  $\alpha$  od gazu do cząstek ciała stałego w I okresie suszenia. Uzyskane wyniki zostały porównane z danymi eksperymentalnymi. Można zaobserwować dobrą zgodność danych eksperymentalnych z wartościami średniego współczynnika wnikańia ciepła obliczonego na podstawie modelu Kunii-Levenspiela. W pracy [22] zamieszczone także wytyczne stosowalności analizowanych modeli dla cząstek należących do grup A, B i D wg klasyfikacji Geldarta (tab. 3.6).

Tabela 3.6. Wytyczne wstępne wyboru modelu fluidalnego złoża pęcherzykowego

Wyróżnik Grupa	$d_z \cdot 10^6, \text{ m}$	$\rho_s, \text{ kg/m}^3$	Uwagi, warunki, granice	Zalecany model
A	30÷100(200)	<1400	$u_{mb} > u_{mf}$	Model Kunii-Levenspiela dwustrefowy, przy ekwiwalentnej średnicy pęcherza $\gamma_b = 0,001$
B	40÷500 (1000)	1400÷4000	$u_{mb} \leq u_{mf}$	Model Kunii-Levenspiela dwustrefowy, przy ekwiwalentnej średnicy pęcherza $\gamma_b = 0,001 \div 0,01, d_z \leq 1 \cdot 10^{-3}$ lub model Kunii-Levenspiela trójstrefowy, przy ekwiwalentnej średnicy pęcherza $\gamma_b = 0,001 \div 0,01, d_z \geq 1 \cdot 10^{-3}$
D	> 600 (1000)	wysokie	$(\rho_s - \rho_g)d_s \geq 10^{-3}$	Model Kunii-Levenspiela trójstrefowy, przy ekwiwalentnej średnicy pęcherza $\gamma_b = 0,001 \div 0,01$ , lub model Kato-Wena przy uwzględnieniu zmienności średnicy pęcherza z wysokością złoża, $\gamma_b = 0$

Gupta [119] przedstawił ocenę dokładności poszczególnych modeli. Wg tej oceny najlepsze wyniki uzyskuje się stosując model Kato-Wena bądź model Kunii-Levenspiela. Ten ostatni zaleca się stosować zwłaszcza dla większych wartości liczb fluidyzacji.

### 3.4. Rola cząstek ciała stałego w pęcherzach

Do opisu międzystrefowej wymiany ciepła i masy stosuje się często modele złoża pęcherzykowego [21, 153]. Opublikowane prace wiążące się z zastosowaniem tych modeli do opisu ilościowego suszenia fluidalnego [5, 47, 54, 153] różnią się głównie w założeniach dotyczących: struktury hydrodynamicznej i liczby analizowanych stref złoża w otoczeniu pęcherza oraz zachowania się średnicy pęcherza wzdłuż wysokości warstwy. Większość publikacji dotyczących omawianej problematyki ma charakter analizy teoretycznej zagadnienia. W nielicznych pracach [70,143], które podają wyniki weryfikacji eksperymentalnej proponowanych tam opisów ilościowych zaniedbywano obecność cząstek ciała stałego w pęcherzach.

Przeprowadzona analiza literaturowa [114, 24-27] opisów matematycznych heterogenicznych złożów fluidalnych pod kątem: nowoczesności i uniwersalności ujęcia, stopnia złożoności modelu, technicznej strony symulacji kinetyki suszenia fluidalnego oraz możliwości zastosowania do opisów procesów

sorpcyjnych doprowadziły do wniosku, że do ilościowego opisu procesów suszenia okresowego prowadzonego w środowisku złoża fluidalnego można zaproponować dwustrefowy model pęcherzykowy [27] uwzględniającego obecność cząstek ciała stałego w pęcherzach.

Zgodnie z propozycją Kunii i Levenspiela [153] nadmiar gazu, ponad ten zapewniający minimum fluidyzacji, przemieszcza się przez złożę w postaci gazowych pęcherzy zawierających cząstki ciała stałego.

Udział objętościowy cząstek ciała stałego w pęcherzach określa się wykorzystując wielkość  $\gamma_b$ .

Twórcy klasycznego modelu złoża pęcherzykowego [153] zalecają przyjmowanie wartości  $\gamma_b$  w granicach od 0,001 do 0,01. Analizując wymianę masy w złożu pęcherzykowym Wakabayashi i Kunii [47] potwierdzili potrzebę uwzględniania obecności cząstek ciała stałego w pęcherzach, proponując wartość  $\gamma_b$  rzędu 0,0001. Kerkhof [21, 47] określa znaczenie  $\gamma_b$  w obliczeniach procesowych sugerując wartość tej wielkości równą 0,005 i informując, że w literaturze spotyka się także wartości  $\gamma_b = 0,1 \div 0,4$ . W innych opracowaniach [118, 161] również wykazano zasadność uwzględniania  $\gamma_b$  w obliczeniach symulacyjnych.

Z przedstawionej analizy wynika, że wielkość  $\gamma_b$  często traktowana jest jako parametr dopasowujący wyniki modelowania matematycznego do efektów eksperymentów.

Model pęcherzykowy [153] zakłada, że względna prędkość rozproszonych we wznoszących się pęcherzach cząstek ciała stałego jest równa prędkości swobodnego opadania. W strefie tej współczynniki przenoszenia ciepła i masy wyznacza się wg równań (3.29).

Wynika stąd, że wartości tych współczynników przenoszenia znacznie przekraczają wielkości średnich współczynników kinetycznych ruchu ciepła i masy dla całego złoża fluidalnego [27, 79, 115]. Interesującym wydaje się, więc podjęcie badań w kierunku wyznaczenia konkretnej wartości  $\gamma_b$  dla określonych substancji oraz wpływu tej wielkości na profile temperatur i stężeń wilgoci w poszczególnych strefach złoża pęcherzykowego. W wyniku prac prowadzonych w Instytucie Inżynierii Chemicznej i procesowe Politechniki Krakowskiej ustalono [22, 25, 114, 161, 176, 179], że  $\gamma_b = 0,001$ .

### **3.5. Modelowanie matematyczne pęcherzykowego złoża fluidalnego**

W grupie modeli złoża fluidalnego - najczęściej stosowanych - wyróżnia się strefę pęcherzy i strefę emulsji [3, 6, 21, 35, 41, 43, 45, 47, 50, 53]. Procesy suszenia w złożach fluidalnych są, zatem heterogeniczne zarówno ze względu na strukturę złoża, jak i wymianę masy i ciepła między gazem, a ciałem stałym. Zachowanie się pęcherzykowego złoża fluidalnego może być różne w zależności od charakterystyki cząstek ciała stałego i prędkości przepływu gazu.

Większość badaczy zaniedbuje obecność cząstek ciała stałego w pęcherzach [83] oraz zmianę właściwości fizykochemicznych środowiska procesu w trakcie jego przebiegu [21, 107, 113, 114, 125, 137, 173, 181].

Najczęściej, spotyka się modele oparte o model dwustrefowy [7, 21, 35, 42, 47, 50, 71, 75, 80, 85, 107, 114, 138].

Mujumdar [115] wymienia następujące modele matematyczne:

- modele dyfuzyjne
- modele empiryczne
- modele kinetyczne
- modele jednostrefowe
- modele dwustrefowe

Większość modeli matematycznych [5, 6, 78, 114, 115, 119] opiera się na wykorzystaniu układów różniczkowych równań bilansowych uwzględniających:

- Zmianę wilgotności powietrza
- Zmianę zawartości wilgoci w ciele stałym
- Zmianę temperatury gazu
- Zmianę temperatury ciała stałego

Poszczególne człony równań uwzględniają wymianę ciepła i masy, hydrodynamikę złoża oraz właściwości fizykochemiczne badanych substancji.

Równania te przybierają różnorodną formę poprzez analizę zmian wielkości pochodnych.

W poszczególnych krokach obliczane są współczynniki transportu ciepła oraz masy. Współczynniki te obliczane są przy wykorzystaniu różnego rodzaju empirycznych równań kryterialnych [4-6, 19-22, 25, 38, 47, 49, 62, 71, 73, 79, 83, 106, 107, 113, 141, 182, 183].

Do obliczania układów równań różniczkowych wykorzystuje się najczęściej metodę elementów skończonych.

Analizuje się odrębnie charakterystyczne okresy przebiegu procesu.

Większość badaczy [3, 83, 117] informuje o dobrej zgodności zastosowanych modeli matematycznych z danymi otrzymywanymi na drodze eksperymentu w badanym zakresie zmienności parametrów procesowych.

Modele w większości przypadków opisują suszenie konkretnego produktu dla pewnej określonej zmienności parametrów procesowych.

Należy podkreślić, że istotne problemy jednoznaczności i uniwersalności metod obliczeniowych stosowanych przy projektowaniu procesowym suszenia w układach fluidalnych nie zostały do końca rozwiązane.

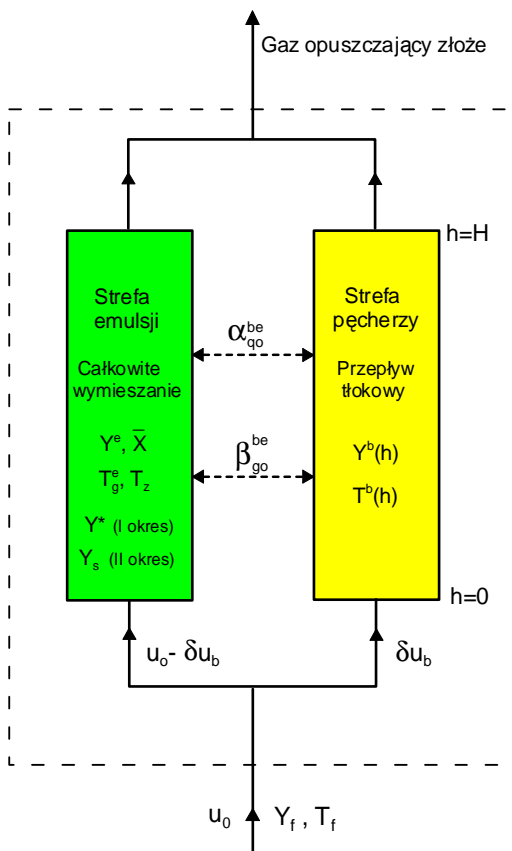
Dla uporządkowania dotychczasowego stanu wiedzy w Instytucie Inżynierii Chemicznej i Procesowej Politechniki Krakowskiej podjęto teoretyczno-doświadczalną analizę zagadnienia w aspekcie opracowania utylitarnej metody obliczeń procesowych przy założeniu minimalizacji zakresu badań laboratoryjnych [23, 27, 114, 161, 176, 209].

Efektom jest między innymi propozycja modelu matematycznego dotyczącego kinetyki suszenia ciał stałych w pęcherzykowym złożu fluidalnym skorelowanym z koncepcją uogólnionej krzywej suszenia.

Model ten dla I okresu sprowadza się do odpowiednio zapisanego bilansu ciepła i masy przy założeniu, że temperatura powierzchni cząstki jest równa temperaturze mokrego termometru. Dalszy etap suszenia (II okres) modelowany jest przy uwzględnieniu ruchu wilgoci w materiale.

Pomiędzy strefami emulsji i pęcherzy zachodzi wymiana ciepła i masy zgodnie z mechanizmem zaproponowanym przez Kuni i Levenspiela i założeniem o dwustrefowości (3.33).

Istotne założenie modelu przedstawiono na rysunku 3.14.



#### ZAŁOŻENIA

- Całkowite wymieszanie w strefie emulsji
- Przepływ tłokowy w strefie pęcherzy
- Zanedbywalna grubość chmury otaczającej pęcherz
- Uwzględnienie cząstek ciała stałego w pęcherzach
- Występowanie obydwu okresów suszenia
- Brak wymiany ciepła z otoczeniem

Rysunek 3.14. Założenia bilansowe

Wypadkowe współczynniki wnikania oblicza się z uwzględnieniem obecności cząstek ciała stałego w pęcherzach dokonując analizy wzajemnego rozmieszczenia oporów kinetycznych w całym pęcherzykowym złożu fluidalnym [4, 47, 85, 130, 210].

W modelu założono zanedbywalną grubość chmury, co wymaga spełnienia nierówności (3.33):

$$\frac{\varepsilon_{mf} (gd_b)^{1/2}}{u_{mf}} \geq 5,64 \quad (3.33)$$

Współczynnik wnikania ciepła pomiędzy strefą emulsji i strefą pęcherzy opisuje równanie (3.34)

$$\alpha_{qo}^{be} = \gamma_b \cdot \alpha_t \cdot a + \alpha_q^{be} \quad (3.34)$$

Współczynnik wnikania masy pomiędzy strefą emulsji i strefą pęcherzy opisuje równanie (3.35)

$$\beta_{go}^{be} = \gamma_b \cdot k_t \cdot a + \beta_g^{be} \quad (3.35)$$

$\gamma_b$  - udział cząstek ciała stałego w pęcherzach

Istotnym założeniem modelu Kunii-Levenspiela jest stałość rozmiaru pęcherzy podczas ich przepływu przez złożę. Stwierdzono [22, 24-27, 114, 179, 180, 189, 191] (w oparciu o analizę teoretyczno- doświadczalną prowadzoną w Instytucie Inżynierii Chemicznej i Procesowej Politechniki Krakowskiej), że ekwiwalentną średnicę pęcherza można wyznaczyć z zależności Mori-Wena na poziomie złoża odpowiadającej 40% początkowej wysokości warstwy w aparacie  $H_{mf}$ .

Obliczenia wykonywane są w oparciu o zmodyfikowany model pęcherzykowego złoża fluidalnego [22, 27, 161, 176] z wykorzystaniem rozkładu oporów wnikania ciepła i masy.

Program generuje krzywą suszenia oraz krzywą temperaturową. Istnieje możliwość przedstawienie wyników w postaci uogólnionej krzywej suszenia.

### 3.6. Technika CFD

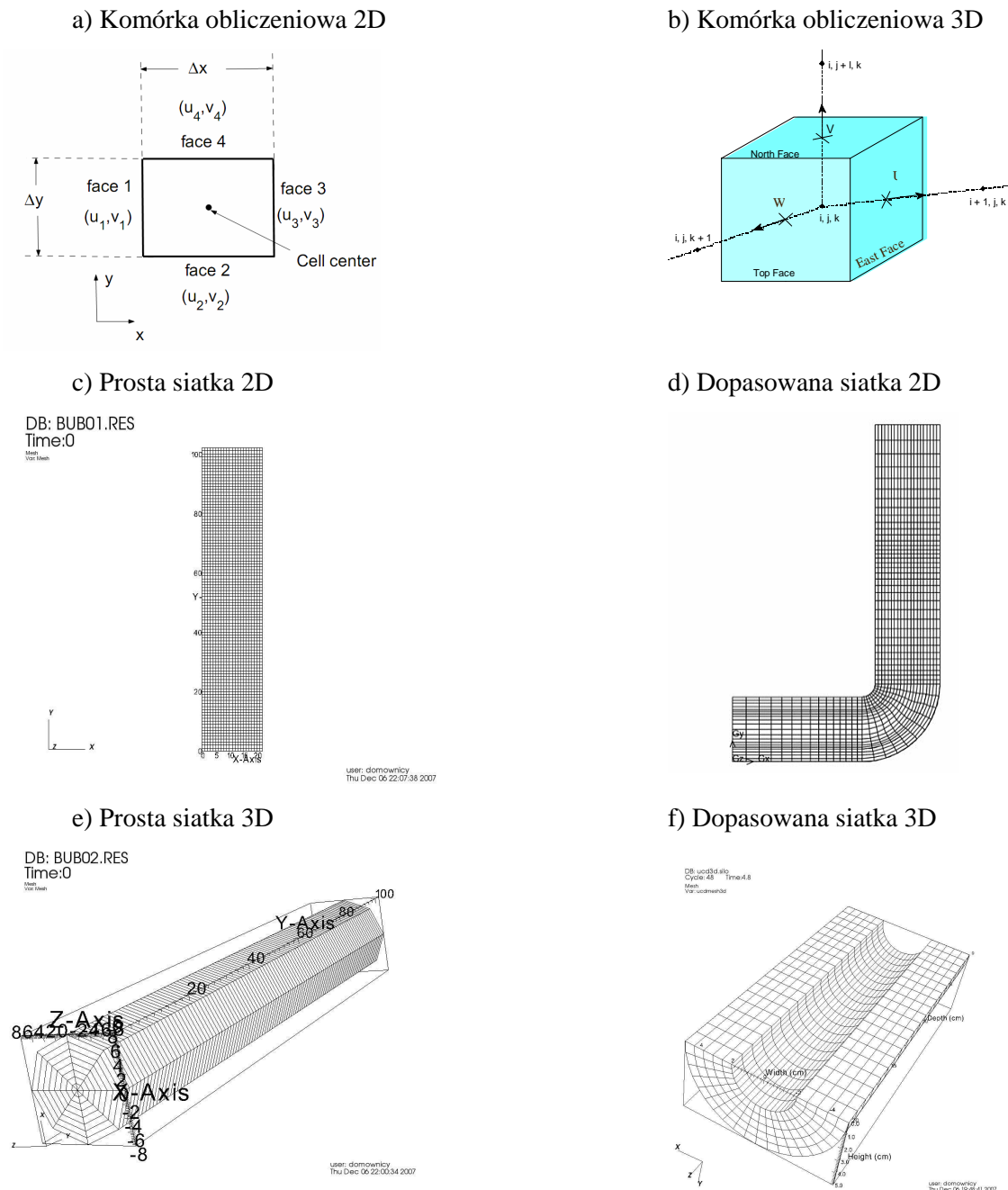
Istotą CFD (Computational fluid, dynamics- numeryczna mechanika płynów) jest możliwość opisu i modelowania systemów przy wykorzystaniu równań z zakresu mechaniki płynów [10-17, 42, 67, 94-96, 104, 105, 120, 134, 162]. Dzięki tej metodzie możliwe jest poszukiwanie różnych rozwiązań i ich testowanie przy pomocy obliczeń symulacyjnych. Modele hydrodynamiczne bazują na podstawowych prawach zachowania masy, pędu oraz energii. Numeryczna mechanika płynów pozwala uwiarygodnić wyniki badań laboratoryjnych oraz półtechnicznych poprzez modelowanie pracy aparatury w skali przemysłowej.

Nowoczesna Numeryczna Mechanika Płynów pojawiła się wraz z wprowadzeniem komputerów we wczesnych latach pięćdziesiątych XX wieku.

Pierwsze praktyczne zastosowanie w inżynierii chemicznej i procesowej znalazła w latach 80 XX w [104]. Niedługo później na początku lat 90 pojawiły się pierwsze symulacje 2D pęcherzykowego złoża fluidalnego, w których ciało stałe i gaz były analizowane tzw podejście Eulerowsko-Eulerowskie jako przenikające się kontinua. Gidaspow i Dink w 1990 [105] przeprowadzili symulację 2D złoża fluidalnego wykorzystując materiał należący do grupy B wg klasyfikacji Geldarta. Przeprowadzili eksperyment w celu weryfikacji wielkości pęcherzy otrzymanych przy wykorzystaniu symulacji. Od tego czasu rola numerycznej mechaniki płynów wzrosła [104].

Metody numerycznej mechaniki płynów pozwalają na rozwiązanie układów równań różniczkowych tworzących model matematyczny. W miejsce rozwiązań analitycznych otrzymuje się przybliżone rozwiązania numeryczne w wybranych węzłach siatki numerycznej.

Siatki numeryczne powstają na bazie wybranych węzłów – punktów przestrzeni i czasie, w których obliczamy numeryczne wartości. W celu wygenerowania siatek wykorzystuje się specjalistyczne programy tzw. Generatory siatek, które pozwalają na rozmieszczenie węzłów w sposób w pełni automatyczny.



Rysunek 3.15. Generowanie siatek w modelowaniu CFD

Rysunek 3.15 przedstawia przykłady siatek utworzonych przy wykorzystaniu generatorów. Kolejne czynności polegają na zdefiniowaniu odpowiedniej komórki obliczeniowej (a) i (b). Następnie tworzy się siatkę dopasowaną siatki do modelowanego elementu (c)-(f). Siatki mogą być tworzone dla przestrzeni 2 wymiarowej oraz 3 wymiarowej. Modelowanie 3 wymiarowe jest dokładniejsze, jednakże jest znacznie bardziej wymagające pod względem obliczeniowym.

Siatka numeryczna musi spełniać dwa podstawowe wymogi:

- dokładnie odtwarzać obszar poddawany modelowaniu,
- zawierać odpowiednie rozmieszczenie węzłów pozwalające na poprawne odtworzenie wartości obliczanych w przestrzeni, co ma decydujący wpływ na jakość rozwiązania numerycznego (rozdzielczość, dokładność aproksymacji, stabilność rozwiązania).

Cały proces obliczeniowy polega na przechodzeniu od zbiorów i funkcji ciągłych do dyskretnych. Efektem końcowym dyskretyzacji jest układ równań algebraicznych.

Szczegóły postępowanie przy numerycznym rozwiązywaniu równań przedstawiono w literaturze [10-17, 84-87, 118, 121-123]. Dominującą metodą modelowania złożeń fluidalnych jest podejście Eulerowsko-Eulerowskie (E-E) oraz Eulerowsko-Lagrangeowskie (E-L). W obydwu przypadkach przepływ fazy stałej modelowany jest przy pomocy równań Naviera-Stokesa. Natomiast opis ruchu fazy stałej zależy od zastosowanego podejścia. W przypadku podejścia E-E ułamki objętościowe poszczególnych faz opisane są funkcjami ciągłymi. Równania zachowania pędu i energii rozwiązywane są dla każdej fazy a ich oddziaływanie opisuje się dzięki dodatkowym członom opisującym oddziaływanie międzyfazowe oraz ciśnienie [124]. Takie podejście pozwala uniknąć ograniczeń wynikających ze skali oraz udziałów poszczególnych faz.

Odmierna sytuacja wygląda w przypadku modeli E-L gdzie faza zdyspergowana traktowana jest jako zbiór cząstek o określonej liczbie kształcie wielkości oraz masie. W tej sytuacji najpierw rozwiązywany jest układ zachowania masy pędu i energii dla płynu a następnie obliczana jest prędkość i położenie cząsteczek fazy stałej. Ponieważ model ten bazuje na dokładnej interpretacji fizycznej oddziaływań dla fazy stałej wymaga olbrzymiej mocy obliczeniowej proporcjonalnej do ilości cząstek. W literaturze najczęściej spotyka się publikacje prezentujące wyniki symulacji z wykorzystaniem liczby cząstek rzędu od  $10^3$ - $10^5$  tymczasem nawet w niewielkiej gabarytowo suszarce fluidalnej ilość cząstek jest wielokrotnie większa.

Równania wykorzystywane w modelu kinetyczno granularnym E-E [121] to:

- Równania ciągłości

$$\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_m \rho_m) + \nabla \cdot (\epsilon_m \rho_m \vec{v}_m) = \sum_{l=1}^M R_{ml} \quad (3.41)$$

- Równanie zachowania pędu

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_m \rho_m \vec{v}_m) + \nabla \cdot (\varepsilon_m \rho_m \vec{v}_m \vec{v}_m) = \nabla \cdot \bar{\bar{S}}_m + \sum_{l=1}^M \bar{I}_{ml} + \bar{f}_m \quad (3.42)$$

Pierwszy człon prawej strony równania (3.42) opisuje oddziaływania wewnątrz fazy m. Mogą to być kolizje, tarcie elementów, siły elektrostatyczne, kapilarne, van der Waalsa.

Drugi człon odpowiada za oddziaływania pomiędzy fazami. Trzeci człon uwzględnia pozostałe oddziaływania w tym np. oddziaływania ze ściankami aparatu.

- Równanie zachowania energii

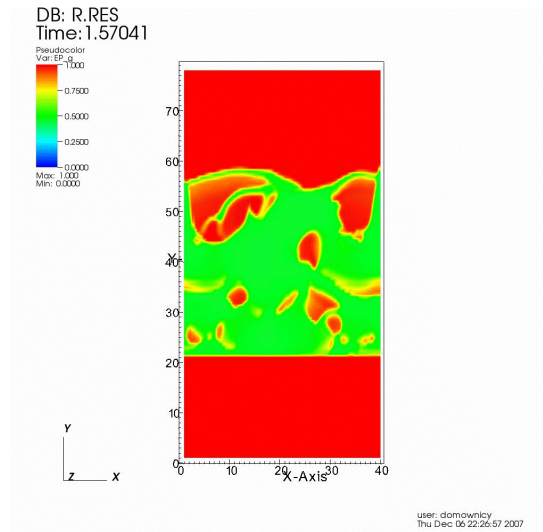
$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_m \rho_m h_m) + \nabla \cdot (\varepsilon_m \rho_m h_m \vec{u}_m) = \varepsilon_m \left( \frac{\partial p_m}{\partial t} + \vec{u}_m \cdot \nabla p_m \right) + \bar{\bar{S}} : \nabla \vec{u}_m + S_m \\ - \nabla \cdot \bar{q}_m + \sum_{l=1}^M (\gamma_{ml} (T_l - T_m) + R_{ml} h_{ml}) \end{aligned} \quad (3.43)$$

Prawa strona równania (3.43) opisuje kolejno turbulencje, straty lepkościowe, źródła energii, przewodzenie ciepła, wymianę ciepła pomiędzy fazami, przenoszenie energii związane z przenoszeniem masy.

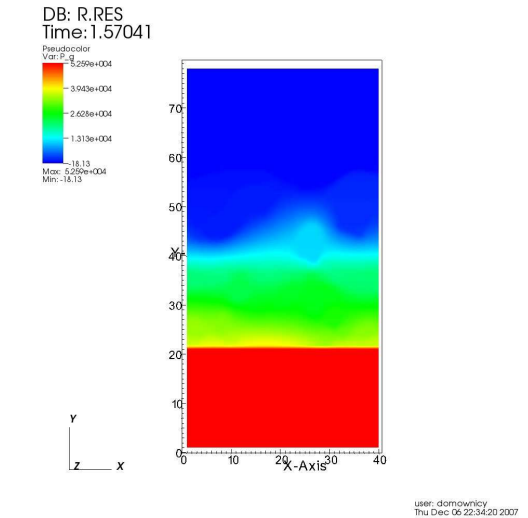
Algebraiczny sposób przedstawiania równań różni się w zależności od zastosowanego podejścia.

Szczegółowe opisy można znaleźć w dokumentacjach odpowiednich programów obliczeniowych oraz innych specjalistycznych opracowaniach [118, 121, 122, 123, 124].

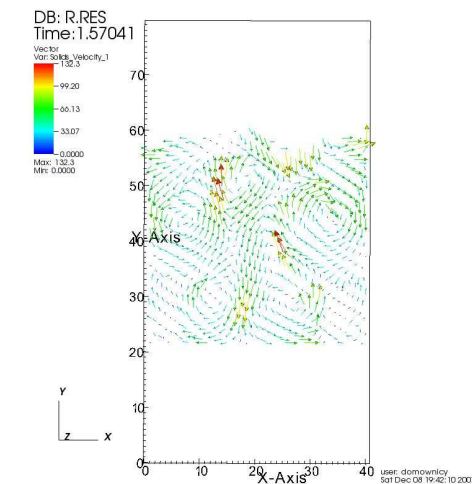
Udział objętościowy gazu



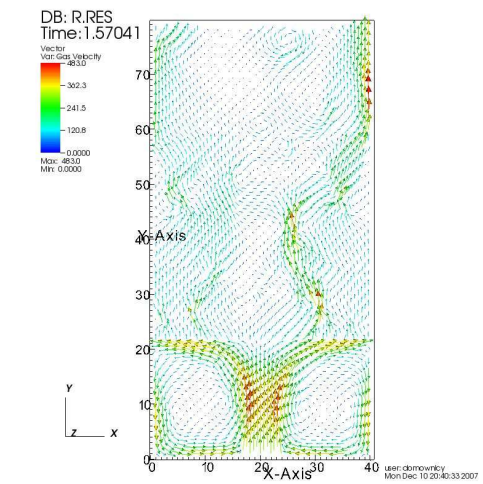
Ciśnienie



Wektory prędkości ciała stałego



Wektory prędkość gazu



Rysunek 3.16. Wizualizacja CFD

Rysunek 3.16 przedstawia przykładową wizualizację symulacji CFD pęcherzykowego złoża fluidalnego. Symulację 2-D przy wykorzystaniu metody Eulerowsko-Eulerowskiej wykonano przy pomocy programu MFIX. Wizualizacja została wykonana przy pomocy programu VISIT 1.7.

W literaturze dotyczącej CFD większość publikacji dotyczących modelowaniu fluidyzacji koncentruje się na odtworzeniu rzeczywistego zachowania i hydrodynamiki złoża fluidalnego dla różnych rozwiązań konstrukcyjnych aparatury. Szereg publikacji dotyczy również spraw związanych z powiększaniem skali pod kątem porównania z dostępnymi klasycznymi metodami [34-39, 44, 45, 51, 52, 59, 60, 87-89, 93, 95, 101, 133, 171, 195, 213]. Spotyka się również inne podejście dotyczące analizy współczynników wnikania masy, sił występujących między cząsteczkami fazy zdyspergowanej [8, 86, 107, 113, 148].

W praktyce obliczeniowej stosuje się różne oprogramowanie. Najczęściej wymieniane jest oprogramowanie komercyjne Fluent [84, 131], CFX [85, 100, 102, 127, 128, 181]. Często można spotkać odniesienia do programu MFIX [121,122], którego stosowanie wynika ze stabilności obliczeń oraz uniwersalności zastosowań.

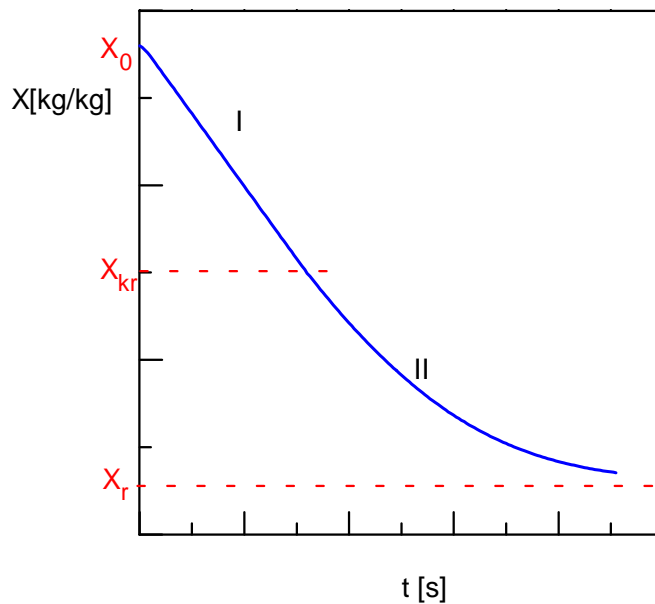
Poza badaniami wykorzystującymi techniki związane z numeryczną mechaniką płynów, w literaturze można znaleźć odniesienie do następujących metod [2, 3, 74, 101, 102, 103, 137] stosowanych do analizy zachowania się układów fluidalnych:

- Pojemnościowa tomografia elektryczna (ECT)
- Tomografia komputerowa
- Śledzenia cząstek radioaktywnych (RPT)
- Automatyczne komputerowe śledzenie cząstek radioaktywnych (CARPT)
- Śledzenie cząstek emitujących pozytony (PEPT)
- Ultradźwiękowe techniki dopplerowskie
- Badanie rozkładu ozonu w ultrafiolecie
- Rezonans magnetyczny
- Badanie rozkładu wilgoci z wykorzystaniem spektroskopii w bliskiej podczerwieni (NIRS)
- Badanie rozkładu wilgoci z wykorzystaniem metod mikrofalowych

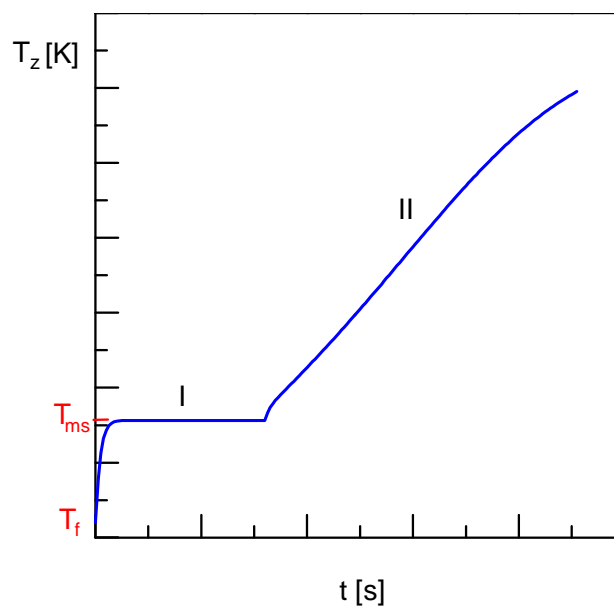
## 4. KINETYKA SUSZENIA FLUIDALNEGO

### 4.1. Opis procesu suszenia

Proces suszenia fluidalnego można przedstawić obserwując zmiany średniej zawartości wilgoci w materiale suszonym oraz średniej temperatury w czasie [107]. Najpewniejsze dane odnośnie kinetyki procesu suszenia fluidalnego otrzymuje się z analizy wyników eksperymentów dla danej substancji i konkretnych warunków suszenia. Rezultaty doświadczeń najczęściej przedstawia się w postaci graficznej, sporządzając tzw. krzywe suszenia (rys.4.2) lub krzywe temperaturowe (rys.4.3).



Rysunek 4.2. Krzywa suszenia



Rysunek 4.3. Krzywa temperaturowa

Charakterystyczną cechą krzywych kinetycznych suszenia fluidalnego jest stosunkowo krótki okres nagrzewania materiału do temperatury bliskiej temperaturze mokrego termometru. Zmiana średniej zawartości wilgoci w czasie suszenia określona jest przez ruch ciepła i masy między powierzchnią cząstek, a czynnikiem fluidyzującym – suszącym oraz przez mechanizm przenoszenia wilgoci wewnątrz materiału, uzależniony od własności strukturalnych i fizykochemicznych substancji suszonej.

W pierwszym okresie suszenia (stała szybkość suszenia) najistotniejsze są warunki prowadzenia procesu określane przez parametry hydrodynamiczne układu i właściwości fizykochemiczne czynnika suszącego (zewnętrzne warunki procesu).

Dla projektanta ważnym zagadnieniem jest znalezienie ogólnej zależności kinetycznej dla drugiego okresu suszenia, zmniejszającej się szybkości suszenia, w którym zależnie od rodzaju i struktury materiału oraz jego wilgotności, mechanizm ruchu wilgoci jest różny i podporządkowany różnym prawom fizycznym (wewnętrzne warunki procesu).

Charakter przebiegu krzywych kinetycznych dla różnych materiałów suszonych i dla różnych warunków prowadzenia procesu wynikają z odmiennych sposobów wiązania wilgoci z ciałem stałym [107, 114, 115, 125, 167]. Sposób wiązania wilgoci przekłada się na energię wiązania wilgoci, którą można oceniać analizując ciepło sorpcji [48, 109, 111, 112, 114, 125].

Najczęściej [208] jest to chemisorpcja, adsorpcja, kondensacja wielowarstwowa

Kolejnym czynnikiem mającym wpływ na szybkość suszenia jest ruch wilgoci wewnątrz ciała stałego. Pod tym względem rozróżnia się ciała koloidalne [112], kapilarno porowate [145, 206] oraz złożone materiały komórkowe [109].

Do analizy kinetyki procesu suszenia szczególnie w okresie zmniejszającej się szybkości konieczna jest znajomość przebiegu izoterm desorpcji [3-5, 7, 8, 9, 21, 40, 47]

W teorii suszenia często [4, 5, 39, 125] analizuje się następujące modele dotyczące przenoszenia wilgoci:

- Model związany z pojęciem idealnego ciała wilgotnego opisanego jako ciało porowate o średnicy porów powyżej 1  $\mu\text{m}$ , przy czym ciało stałe jest niehigroskopijne.
- Model dwu-porowy, opierający się na analizie dwu kapilar o nierównej średnicy.
- Model ziarna jednorodnego.

Struktura ciała stałego określa mechanizm przemieszczania się wilgoci wewnątrz ciała stałego.

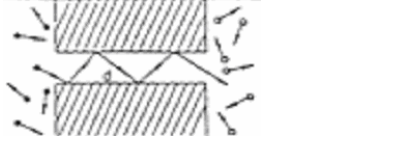
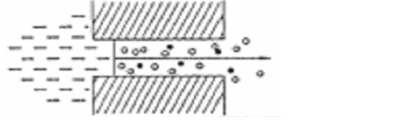
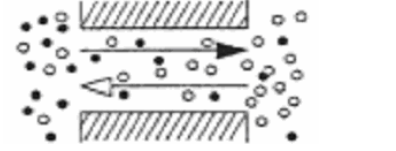
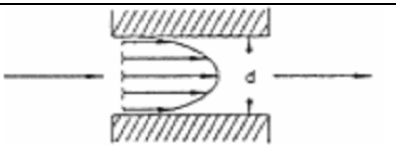
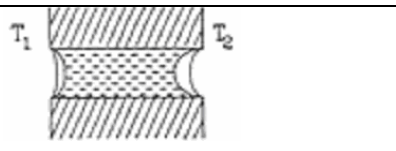
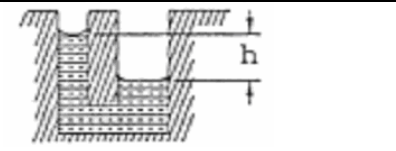
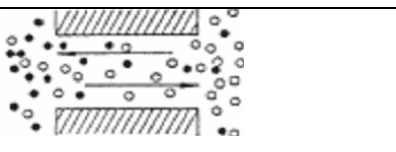
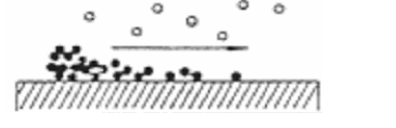
Rozróżnia się następujące mechanizmy [4,107,113,145]:

- Dyfuzja wewnątrz jednorodnego ciała stałego.
- Efekt kapilarny wewnątrz ciał kapilarno porowatych.
- Przepływ wywołowany kurczeniem się ciała stałego i gradientem ciśnienia.
- Przepływ wywołowany siłami grawitacji.

- Przepływ będący wynikiem następujących kolejno po sobie procesów odparowania i kondensacji.

Ruch wilgoci wewnątrz ciała stałego może odbywać się wg różnorodnych mechanizmów zachodzących kolejno bądź też równocześnie. Najczęściej opisywane mechanizmy transportu wilgoci w ciele stałym zestawiono w tabeli 4.1.

Tabela 4.1. Mechanizmy transportu wilgoci w materiałach suszonych [4, 5, 48, 77, 107, 113, 178 ]

1	Dyfuzja Knudsena	
2	Dyfuzja Stefana	
3	Dyfuzja równomolowa	
4	Gradient ciśnienia	
5	Sekwencje odparowania kondensacji	
6	Efekt kapilarny	
7	Dyfuzja w cieczech	
8	Dyfuzja powierzchniowa	

Wybór modelu transportu wilgoci napotyka na trudności, ponieważ ruch masy może odbywać się przy udziale więcej niż jednego mechanizmu.[ 4,113]. Ponadto udział poszczególnych mechanizmów może się zmieniać w trakcie trwania procesu [206]. Ogólny model suszenia wymagałby identyfikacji i uwzględnienia wszystkich istotnych mechanizmów przyczyniających się do ruchu masy.

Z uwagi na różnorodność materiałów suszonych dotychczas brak uniwersalnego opracowania obejmującego jednoczesny kompleksowy opis wszystkich możliwych mechanizmów suszenia [4, 5, 21, 57, 88, 89, 98, 175, 195].

Pomiar temperatury w czasie trwania procesu pozwala określić kinetyczną krzywą temperaturową [1, 114]; jednoczesna analiza krzywych suszenia i temperatury pozwala na jednoznaczną analizę przebiegu procesu [1, 114].

Jeżeli temperatura ciała stałego jest praktycznie równa temperaturze wilgotnego termometru dla czynnika suszącego oznacza to, że szybkość determinowana jest czynnikami zewnętrznymi względem materiału suszonego.

Jeżeli temperatura próbki (powierzchni) wzrasta oznacza to, że szybkość suszenia determinowana jest przez ruch masy wewnątrz ciała stałego.

Pomocnym parametrem pozwalającym w sposób jakościowy sklasyfikować opory dla ruchu masy jest liczba Biota [20, 21, 37, 47, 71] (patrz rozdział 4.2).

Kolejnym czynnikiem mającym wpływ na szybkość suszenia jest siła napędowa procesu. Najczęściej przyjmuje się, że siłą napędową procesu są [4, 48, 77]:

- różnica temperatur pomiędzy czynnikiem suszącym i materiałem suszonym [48, 170],
- różnica wilgotności warstwy czynnika suszącego będącego w równowadze z ciałem suszonym, a wilgotnością czynnika suszącego [161, 210],
- natężenie promieniowania dostarczanego do materiału suszonego przy suszeniu mikrofalowym,
- gradient ciśnienia przy suszeniu próżniowym [77].

Przy analizie procesu suszenia najczęściej [1, 3, 4, 5, 69, 114, 141] wyróżnia się okresy o stałej i zmniejszającej się szybkości suszenia.

W pierwszym przypadku szybkość suszenia jest określona poprzez czynniki zewnętrzne dla materiału suszonego.

Dotyczy to parametrów czynnika suszącego takich jak temperatura, prędkość, ciśnienia cząstkowe pary nasyconej. W tym stadium szybkość suszenia ograniczona jest np. wnikaniem ciepła do ciała stałego oraz przenoszeniem wilgoci z ciała stałego do czynnika suszącego.

W drugim okresie suszenia szybkość suszenia zmniejsza się z czasem. W tym stadium szybkość suszenia związana jest z intensywnością przenoszenia masy z wnętrza ciała stałego do jego powierzchni.

Właściwa identyfikacja oporów transportu ciepła i masy w trakcie suszenia pozwala przyjąć odpowiedni model. Jeżeli w analizowanym przypadku opory dla ruchu masy i ciepła w podobnym stopniu determinują mechanizm suszenia, konieczny może być model uwzględniający jednocześnie równania dla ruchu masy i ciepła [4, 50, 173, 174].

Przyjęty model wymaga założeń obejmujących zagadnienia związane ze strukturą ciała stałego. W takim przypadku rozważania będą w kierunku przybliżenia struktury i obejmują: homogeniczność, budowę wewnętrzną, zewnętrzną, wielkość cząstek, kształt cząstek np, płaszczyzna, cylinder, sfera, zachowanie ciała stałego w trakcie suszenia.

Często przyjmuje się, że nie następuje zjawisko zmiany wymiarów liniowych [50, 52, 114, 175].

W innych opracowaniach za szczególnie istotne uznaje się uwzględnienie zjawisk związanych z kurczeniem ciała stałego [20, 137, 139, 206].

## 4.2. Liczba Biota

W przypadku analizy obiektów, dla których zachodzi ruch masy i ciepła wewnątrz ciała stałego, ważne jest ustalenie rozkładu oporów dla ruchu masy i określenie czy leżą po stronie ciała stałego i wewnętrznego dyfuzyjnego transportu wilgoci czy też wynikają z czynników zewnętrznych.

Jakościowy charakter ruchu wilgoci w procesie suszenia może być określony z wykorzystaniem dyfuzyjnej liczby Biota, która odgrywa istotną rolę w teorii suszenia [47, 73, 115, 170]:

$$Bi_M = \frac{k \cdot r_z}{D_z \cdot \rho_z} \quad (4.1)$$

Liczbę Biota dla ruchu ciepła [5] określa równanie (4.2).

$$Bi_H = \frac{\alpha \cdot r_z}{\lambda_z} \quad (4.2)$$

Teoria suszenia wykorzystuje również pojęcie efektywnej liczby Biota [38,115] zdefiniowanej jako:

$$Bi_{eff} = \frac{k_Y \cdot r_s \cdot m}{D_{suche} \cdot \rho_s} \quad (4.3)$$

gdzie:

$$m = \frac{Y^*(X, T) - Y}{X_{kr} - X} \quad (4.4)$$

Z równań (4.1 i 4.2) wynika, że dla dostatecznie małych ziaren wewnętrzne opory dyfuzyjne mogą nie występować lub są pomijalnie małe [79, 114]. Tego typu sytuacja może występować na przykład w przypadku suszenia drobnoziarnistych materiałów w złożu fluidalnym [5, 50, 52, 114, 175, 137].

Niskie wartości liczby Biota oznaczają brak wewnętrznych oporów dla transportu wilgoci wewnątrz ciała stałego, co oznacza, że proces jest kontrolowany przez wnikanie zewnętrzne.

Z kolei wysokie wartości liczby Biota oznaczają opory leżące po stronie dyfuzyjnej i kontrolowanie procesu przez opory leżące po stronie wewnętrznej.

Zwykle przyjmuje się, że pewna wartość liczby Biota stanowi granicę, powyżej której szybkość suszenia determinowana jest przez wewnętrzne opory dla ruchu wilgoci wewnątrz ciała stałego.

W literaturze spotyka się różne graniczne wartości liczby Biota, które wynoszą odpowiednio  $Bi_m = 0,1$  [62, 71],  $Bi_m = 1$  [47, 55],  $Bi_m = 100$  [90],

Przy założeniu o jednorodności temperatury wewnątrz ziaren ciała stałego, graniczna wartość liczby Biota wynosi  $Bi_H = 0,1$  [21, 114, 133, 196] lub  $Bi_H = 0,15$  [4].

### 4.3. Modele suszenia

#### 4.3.1. Ruch wilgoci wewnątrz ciała stałego

Na podstawie analizy literatury [4, 5, 196] można wyróżnić modele równowagowe, modele dyfuzyjne, modele cofającego się frontu.

Coumnas [5] wyróżnia:

- Modele równowagowe, dla których pomija się opory dla ruchu masy i ciepła wewnątrz ciała suszonego (liczba Biota dąży do zera). Sytuacja taka zachodzi, kiedy ciało stałe jest suszone z małą szybkością [5] lub wtedy, kiedy średnica cząstek jest bardzo mała [52, 114]. W takim przypadku wartości wilgotności na granicy faz mogą być wprost odczytywane z izotermy sorpcji.
- Modele dyfuzyjne [4, 5, 9, 19, 37, 38, 48, 40, 52, 54, 62, 68, 72, 80, 83, 139] dla których opory dla ruchu masy przedstawiane są przy pomocy współczynnika dyfuzji. Z uwagi na to, że nie jest znany dokładny mechanizm transportu wilgoci wewnątrz ciała stałego, wykorzystywany jest [37, 48, 52, 54, 68, 72, 83, 139] tzw. efektywny współczynnik dyfuzji.

Metody cofającego się frontu przyjmują [174, 201], że powierzchnia odparowania znajdująca się w cząstce ciała stałego zmniejsza się cofając do środka cząsteczki. Wewnątrz powierzchni odparowania ciało stałe jest nasycone wilgocią. Sucha część cząstki znajdująca się na zewnątrz powierzchni odparowania stwarza z uwagi na rosnącą głębokość rosnące opory dla ruchu masy. Przyjmuje się, że ruch wilgoci wewnątrz części suchej odbywa się na drodze dyfuzji.

Wadą metod wykorzystujących współczynnik dyfuzji jest fakt, że wielkość ta zależy od zawartości wilgoci oraz od temperatury i w trakcie suszenia może się zmieniać nawet o kilka rzędów [5].

Dzieje się tak, ponieważ współczynnik dyfuzji zastępuje różne nieraz odmienne procesy fizykochemiczne transportu wilgoci takie jak efekt kapilarny, dyfuzja pary czy dyfuzja wilgoci związanej.

W modelach dyfuzyjnych [5, 52] współczynnik dyfuzji obliczany jest jako parametr dopasowujący krzywą otrzymaną na podstawie modelu do krzywej suszenia otrzymanej na drodze eksperymentalnej.

Część modeli [114, 137] przyjmuje zmianę gęstości ciała stałego spowodowaną odparowaniem wilgoci przy niezmiennym kształcie i wielkości cząstek.

Większość modeli [5, 50, 52] przyjmuje, że w trakcie suszenia nie następuje zmiana kształtu ciała stałego. Część modeli [21, 137, 139, 206] uwzględnia kurczenie się ciała stałego.

Wang [137] przyjmuje, że zmiana wielkości cząstek spowodowana ubytkiem wilgoci opisana jest równaniem:

$$d_z = d_{z0} - \sqrt[3]{\frac{6}{\pi} \frac{\rho_z}{\rho_l} (x_{z0} - (x_x - x_{kr}))} \quad (4.8)$$

W sytuacji kiedy rozmiary cząstek są znacznie poniżej 1 mm [52] i liczba Biota dla ruchu masy dąży do 0 przyjmuje się, że wewnętrzne opory dla ruchu masy są pomijalnie małe. Wtedy szybkość ruchu masy determinowana jest przez współczynniki wnikania masy od ciała stałego do otaczającego powietrza i ciepła od otaczającego powietrza do wnętrza ciała stałego.

Modele dyfuzyjne opierają się na wykorzystaniu prawa Ficka do opisu rozkładu stężenia wewnątrz cząstki suszonej.

Pierwsze prawo Ficka jest stosowane w opisie procesów dyfuzji ustalonej:

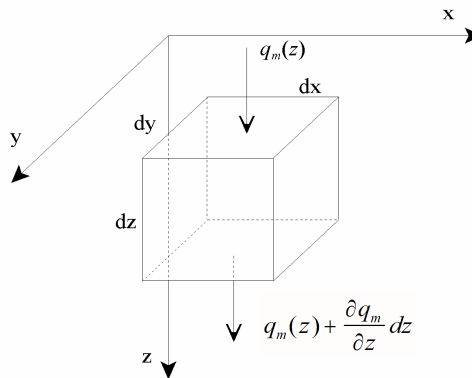
w przestrzeni jednowymiarowej strumień dyfuzji wynosi:

$$q_m(z) = -D \frac{\partial C}{\partial z} \quad (4.9)$$

W przypadku, kiedy strumień dyfuzji zmienia się w czasie, zastosowanie znajduje drugie prawo Ficka. Dla takiego przypadku zakłada się, że przepływ masowy przez ośrodek uwarstwiony poziomo wytwarza gradient stężenia substancji dyfundującej zgodny z osią  $z$  (rys. 4.1)

Masa substancji, która w czasie  $dt$  przedyfunduje przez górną powierzchnię sześcianu przedstawionego na rysunku 4.1 równa jest iloczynowi gęstości jej strumienia przez powierzchnię i czas. W tym samym czasie przez dolną ściankę sześcianu przedyfunduje także pewna masa tej substancji.

Różnica masy, jaka przedyfundowała przez górną i dolną ściankę sześcianu w tym samym czasie jest równa zmianie masy  $dm$  wewnątrz sześcianu.



Rysunek 4.1. Bilans masy dla dyfuzji nieustalonej

Równanie bilansu będzie miało postać:

$$dm = q_m(z)dx dy dt - \left[ q_m(z) + \frac{\partial q_m}{\partial z} dz \right] dx dy dt = - \frac{\partial q_m}{\partial z} dx dy dz dt \quad (4.10)$$

tzn., że przyrost masy  $dm$  w jednostce czasu jest równy:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = - \frac{\partial q_m}{\partial z} dx dy dz \quad (4.11)$$

Zastępując masę przez stężenie substancji zgodnie z relacją:

$$m = C \cdot V = C \cdot dx dy dz \quad (4.12)$$

Zakładając że ośrodek jest poziomo uwarstwiony:

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \quad (4.13)$$

i wykorzystując I prawo Ficka otrzymamy równanie dyfuzji w ośrodku poziomo uwarstwowionym:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( D \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (4.14)$$

Aby otrzymać ogólną postać tego równania, należy zrezygnować z założenia o poziomym uwarstwieniu ośrodka i wektor strumienia masy rozłożyć na trzy składowe (w kierunku  $x$ ,  $y$  i  $z$ ) oraz zdefiniować odpowiednie współczynniki dyfuzji  $D_x$ ,  $D_y$  i  $D_z$ .

W przypadku ogólnym tzn. rezygnując z założenia o poziomym uwarstwieniu ośrodka, możemy wektor gęstości strumienia masy rozłożyć na trzy składowe. Wyrażenie na bilans masy wewnątrz sześcianu w jednostce czasu przyjmuje postać (4.15):

$$\frac{\partial m}{\partial t} = - \left( \frac{\partial q_{mx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{my}}{\partial y} + \frac{\partial q_{mz}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (4.15)$$

a całe równanie dyfuzji

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (4.16)$$

Jeśli różnice stężenia i temperatury w rozpatrywanej przestrzeni są niewielkie to można przyjąć, że  $D(x,y,z) = D = const$  i równanie (4.16) przyjmie postać II prawa Ficka:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad (4.17)$$

II Prawo Ficka może być przedstawione w sferycznym układzie współrzędnych w postaci

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{D}{r} \frac{\partial^2 rC}{\partial r^2} \quad (4.18)$$

Równania (4.18) można wykorzystać do uzyskania efektywnego współczynnika dyfuzji [165, 214-217]. W tym celu wykorzystuje się analityczne rozwiązanie równania (4.18) w postaci szeregu [165,214]:

$$\frac{X - X_r}{X_{kr} - X_r} = \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 D_{eff}}{r^2}\right) \quad (4.19)$$

Przyjmując  $n = 1$  można [165, 214] równanie (4.19) sprowadzić do postaci

$$\ln\left(\frac{X - X_r}{X_{kr} - X_r}\right) = \ln\left(\frac{6}{\pi^2}\right) - \left(\frac{\pi^2 D_{eff} \cdot t}{r^2}\right) \quad (4.20)$$

Dane eksperymentalne (krzywa suszenie) dopasowuje się [165, 214] do równania (4.21)

$$\frac{X - X_r}{X_{kr} - X_r} = a_1 \cdot \exp(a_2 \cdot t) \quad (4.21)$$

Uzyskując równanie liniowe w postaci (4.22)

$$\ln\left(\frac{X - X_r}{X_{kr} - X_r}\right) = \ln(a_1) + (a_2 \cdot t) \quad (4.22)$$

Porównując równania (4.20) oraz (4.22) można obliczyć efektywny współczynnik dyfuzji [165,214] po przekształceniu zależności:

$$a_2 = \frac{\pi^2 D_{eff}}{r^2} \quad (4.23)$$

Odmianą metodę obliczania efektywnego współczynnika dyfuzji stosuje się [54] wykorzystując równanie (4.24)

$$D_{eff} = \frac{k^2 \epsilon_{mf}}{3 \delta u_{mf}} d_b (u_0 - u_{mf}) \quad (4.24)$$

Efektywny współczynnik dyfuzji może być stały przez cały okres suszenia, zmieniać się w zależności od zawartości wilgoci lub w inny sposób [37, 48, 52, 54, 68, 72, 83, 139, 165, 214-216].

$$D_{eff} = const \quad (4.25)$$

$$D_{eff} = D_0 \cdot m^a \quad (4.26)$$

$$D_{eff} = D_0 \cdot e^{ax} \left(\frac{T}{T_{odn}}\right)^b \quad (4.27)$$

Ponieważ w procesach okresowych indywidualne parametry charakteryzujące proces zmieniają się w sposób ciągły dotyczy to również stężenia wilgoci  $X$ .

Przyjmując określony profil stężenia wilgoci w cząstce suszonego materiału, model kinetyczny powinien zawierać rozwiązanie dla każdego momentu w trakcie suszenia. Innymi słowy dla każdego okresu czasu przy całkowaniu równań kinetycznych procesu suszenia należałoby rozwiązać warunek graniczny w postaci rozkładu stężenia wilgoci wewnątrz cząsteczki.

Takie podejście prowadziło do znaczącego wydłużenia obliczeń, dlatego też, aby usprawnić proces symulacji w procesach sorpcyjnych wprowadzono pojęcie średniego stężenia wilgoci w cząsteczce [23, 47, 50, 141, 162, 197]

Średnia zawartość wilgoci może być zdefiniowana równaniem:

$$\bar{X} = \frac{1}{V_z} \int_{V_z} X(v) dv \quad (4.28)$$

W przypadku cząstki sferycznej  $V_z = \frac{4}{3} \pi r_z^3$ . Jeżeli dla cząsteczki zdefiniujemy bezwymiarową współrzędną  $\xi = \frac{r}{r_z} \in [0,1]$ , wtedy:

$$dv = 4\pi r_z^3 \xi^2 d\xi \quad (4.29)$$

Aby obliczyć średnie stężenie wilgoci w ziarnie musi być znana funkcja  $X(\xi)$ . W procesach sorpcyjnych przyjmuje się różne postacie funkcji  $X(\xi)$ , często jest to parabola:

$$X(\xi) = a_0 + a_1 \xi^2 \quad (4.30)$$

Można przyjąć, że im mniejsza średnica cząstki tym lepsze dopasowanie paraboli do rzeczywistego rozkładu stężenia wilgoci w ziarnie. Ponieważ dowolnie małym otoczeniu punktu symetrii [114] parabola w miarę dokładnie odwzorowuje dowolną funkcję symetryczną.

Przyjmując to założenie - średni rozkład stężenia wilgoci w ziarnie może być przedstawiony równaniem:

$$\bar{X} = \frac{3}{4\pi r_z^3} \int_0^1 (a_0 + a_1 \xi^2) \cdot 4\pi r_z^3 \xi^2 d\xi = 3 \int_0^1 (a_0 + a_1 \xi^2) \cdot \xi^2 d\xi = a_0 + \frac{3}{5} a_1 \quad (4.31)$$

ponieważ  $X(\xi) = a_0 + a_1 \xi^2$  to

$$X(1) = a_0 + a_1 \text{ oraz } \frac{\partial X(1)}{\partial \xi} = 2a_1 \quad (4.32)$$

Wykorzystując  $\frac{\partial X(1)}{\partial \xi}$  w wyrażeniach  $X(1)$  oraz  $\bar{X}$  można zapisać:

$$5[X(1) - \bar{X}] = 5\left(a_0 + a_1 - a_0 - \frac{3}{5} a_1\right) = 2a_1 \quad (4.33)$$

co prowadzi do uzyskania zależności:

$$\frac{\partial X(1)}{\partial \xi} = 5[X(1) - \bar{X}] = 5(X_s - \bar{X}) \quad (4.34)$$

Ponieważ strumień masy przy powierzchni określony jest przez równanie:

$$\dot{m} = -D \frac{1}{r_z} \frac{\partial X(1)}{\partial \xi} \cdot \rho_s \quad (4.35)$$

to po podstawieniu odpowiednich równań otrzymujemy:

$$\dot{m} = \frac{5D_s}{r_z} \rho_s (\bar{X} - X_s) \quad (4.36)$$

Równanie 4.36 może być wykorzystywane przy tworzeniu bilansu masy suszonych cząstek ciała stałego

#### 4.3.2. Ruch ciepła wewnątrz ciała stałego

W modelowaniu matematycznym suszenia fluidalnego przyjmuje się często założenie o jednorodnym rozkładzie temperatury w całej objętości ziarna [3, 4, 6, 11, 20, 114, 141].

Jednorodność rozkładu temperatury w przeciwieństwie do niejednorodnego rozkładu wilgoci wynika z odmiennych mechanizmów transportu masy i ciepła. Ciepło transportowane jest bardziej efektywnie - przez przewodzenie - natomiast ruch masy odbywa się głównie przez dyfuzję w porach [114, 175]. W efekcie liczba Biota dla ruchu ciepła jest przeważnie silnie mniejsza niż liczb Biota dla ruchu masy [5]  $Bi_H \ll Bi_M$ .

#### 4.3.3. Współczynniki wnikania ciepła i masy

W opracowaniach dotyczących zagadnień transportu ciepła i masy [5, 19, 50, 52, 175, 137, 158, 159] współczynniki wnikania obliczane są często na podstawie równań kryterialnych.

Najczęściej spotykaną postacią równania do obliczania współczynników wnikania w suszeniu fluidalnym są równania typu Fröslinga [107, 113, 73, 173, 174] (tab. 4.2), które zostały wyprowadzone przy założeniu, że dokoła cząsteczki występuje warstewka graniczna i ruch ciepła ma charakter ustalony. Bardzo często [114], stosowane są równania Renza Marshalla [173] oraz Rowe [174].

Tabela 4.2. Równania kryterialne do obliczania współczynników wnikania ciepła [107, 113, 114, 173, 174]

Równanie	Zakres stosowania
$Nu=0,03Re^{1/3}$	$0,1 < Re < 80$
$Nu=0,0133Re^{1,6}$	$0 < Re < 80$
$Nu=0,316Re^{0,8}$	$80 < Re < 500$
$Nu=2,0 + 0,552 \cdot Pr^{1/2} \cdot Re^{1/3}$	<i>b.d.</i>
$Nu=2,0 + 0,6 \cdot Pr^{1/2} \cdot Re^{1/3}$	$0 < Re < 200$
$Nu=2,0 + 0,69 \cdot Pr^{1/2} \cdot Re^{1/3}$	$20 < Re < 20000$

Zestawienie równań do obliczania współczynników wnikania masy wraz z zakresem stosowalności przedstawiono w tabeli 4.3 [107, 113, 115, 173].

Tabela 4.3. Równania kryterialne do obliczania współczynników wnikania masy [107, 113, 115, 173]

Równanie	Zakres stosowania
$Sh=2,06/\varepsilon \cdot Re^{0,425} \cdot Sc^{1/3}$	$90 < Re < 4000$
$Sh=0,4548/\varepsilon \cdot Re^{0,5931} \cdot Sc^{1/3}$	$10 < Re < 2000$
$Sh=1,1068 \cdot Re^{0,28} \cdot Sc^{1/3}$	$1 < Re < 10$
$Sh=0,765 \cdot Re^{0,18} \cdot Sc^{1/3} + 0,365 \cdot Re^{0,614} \cdot Sc^{1/3}$	$10 < Re < 15000$
$Sh=2,0 + 0,552 \cdot Sc^{1/2} \cdot Re^{1/3}$	b.d.
$Sh=2,0 + 0,6 \cdot Sc^{1/2} \cdot Re^{1/3}$	$0 < Re < 200$
$Sh=2,0 + 0,69 \cdot Sc^{1/2} \cdot Re^{1/3}$	$20 < Re < 20000$

Opublikowane równania korelacyjne do obliczania współczynników wnikania wykazują bardzo duże rozbieżności. Obliczone z poszczególnych korelacji współczynniki międzyfazowej wymiany ciepła i masy znacznie ( o rząd wielkości i więcej ) różnią się między sobą, a jednocześnie są słuszne w ograniczonym ( badanym ) zakresie zmienności parametrów procesowych.

Przyczyną takiej sytuacji są [210]:

- Niewystarczająco dokładne uwzględnienie kształtu cząstek
- Różne sposoby określenia siły napędowej procesu
- Specyficzne warunki hydrodynamiczne

Dlatego zaproponowano [176] standaryzację badań testowych umożliwiającą wyznaczenie współczynników wnikania ciepła i masy. Proponowana metodyka opiera się na równaniach 4.37 a-c do obliczenia współczynnika wnikania ciepła

$$\alpha = \frac{Q}{a \cdot V_0 \cdot \Delta T_m} \quad (4.37a)$$

$$Q = \dot{m}_B (Y_2 - Y_1) r \quad (4.37b)$$

$$\Delta T_m = \frac{T_{g1} - T_{g2}}{\ln \frac{T_{g1} - T_{ms}}{T_{g2} - T_{ms}}} \quad (4.37c)$$

Dla obliczania współczynnika wnikania masy zaproponowano metodykę opartą o równania 4.38 a-c.

$$k = \frac{\dot{m}_V}{a \cdot V_0 \cdot \Delta C_M} \quad (4.38a)$$

$$\dot{m}_V = \dot{m}_B (Y_2 - Y_1) \quad (4.38b)$$

$$\Delta C_m = \frac{C_2 - C_1}{\ln \frac{C_{ms} - C_1}{C_{ms} - C_2}} \cong \frac{Y_2 \rho_{g2} - Y_1 \rho_{g1}}{\ln \frac{Y_{ms} \rho_{ms} - Y_1 \rho_{g1}}{Y_{ms} \rho_{ms} - Y_2 \rho_{g2}}} \quad (4.38c)$$

W obydwu przypadkach powierzchnia właściwa jest obliczana przy wykorzystaniu równania 4.39.

$$a = \frac{6(1 - \varepsilon_0)\Psi}{d_s} \quad (4.39)$$

W szeregu publikacji [52, 114, 144, 179] często stosowane jest założenie o występowaniu analogii ruchu masy i ciepła.

Wartości czynników wnikania można określić następująco:

$$j_H = \frac{Nu}{RePr} \cdot Pr^{2/3} \quad (4.40)$$

$$j_M = \frac{Sh}{ReSc} \cdot Sc^{2/3} \quad (4.41)$$

Często do obliczania współczynników wnikania ciepła lub masy wykorzystuje się analogię Chiltona-Cholbuna [56, 173, 174], poprzez zastąpienie liczb kryterialnych Nuselta i Prandta liczbami kryterialnymi Sherwooda i Schmidta w równaniach kryterialnych do obliczania współczynników wnikania ciepła.

Część badaczy [38, 40, 180, 115] zakłada występowanie analogii dla ruchu ciepła i masy w trakcie suszenia fluidalnego. Jak wynika z analizy zagadnienia, w pęcherzykowym złożu fluidalnym [180] analogia wymiany ciepła i masy w strefie emulsji nie zachodzi.

W tym przypadku zaproponowano równania (4.42) i (4.43).

$$Sh = 0,019 Re^{1,28} \quad (4.42)$$

$$Nu = 0,033 \cdot Re^{1,28} \quad (4.43)$$

Słuszne dla wartości  $0,08 < Re < 8$ .

Natomiast dla strefy pęcherzy gdzie analogia dla ruchu ciepła i masy zachodzi stosowane jest równanie Renza Marshalla.

## 5. MODEL KINETYKI

### 5.1. Model matematyczny

Do charakterystyki hydrodynamicznej i kinetycznej analizowanego w pracy układu fluidalnego wykorzystano zmodyfikowany model złoża pęcherzykowego Kunii-Levenspiela [18, 22, 47, 50, 52, 106, 130, 136, 141, 153, 197, 207]. Założenia przyjętego modelu przedstawiono w tabeli 5.1.

Tabela 5.1. Założenia modelu matematycznego

L.P.	Założenie
1	Zmodyfikowany model złoża pęcherzykowego Kunii-Levenspiela.
2	Zaniedbywalna grubość chmury otaczającej pęcherz i w związku z tym przyjęto model dwu strefowy
3	Doskonałe wymieszanie w strefie emulsji
4	Przepływ tłokowy w strefie pęcherzy
5	Ekwiwalentna średnica pęcherza liczona z zależności Mori Wena [153] na poziomie złoża odpowiadającym 40% początkowej wysokości warstwy materiału suszonego
6	Wypadkowe współczynniki wnikania masy i ciepła obliczono z uwzględnieniem obecności cząstek ciała stałego.
7	Stałe rozmiary cząstek ciała stałego.
8	Jednorodność temperatury wewnątrz cząstek ciała stałego.
9	Uwzględnienie ciepła sorpcji.
10	Uwzględnienie wymiany ciepła z otoczeniem.

Zgodnie z modelem Kunii-Levenspiela ważnym parametrem wykorzystywanym do wyznaczenia pozostałych parametrów modelu złoża pęcherzykowego jest ekwiwalentna średnica pęcherza. Przyjęto, że średnica ekwiwalentna pęcherza może być wyznaczana w oparciu o równania (5.1) do (5.5) [22, 24-27, 114, 179, 180, 189, 191].

$$\frac{d_{bM} - d_b}{d_{bM} - d_{b0}} = \exp\left(-\frac{0,3h}{D_t}\right) \quad (5.1)$$

$$h = 0,4 \cdot H_{mf} \quad (5.2)$$

$$d_{bM} = 1,636 \left[ A_t (u_0 - u_{mf}) \right]^{0,4} \quad (5.3)$$

$$d_{b0} = 0,376 \cdot (u_0 - u_{mf})^2 \quad (\text{dystrybutor porowaty}) \quad (5.4)$$

$$d_{b0} = 0,877 \left[ \frac{A_t (u_0 - u_{mf})}{n_d} \right]^{0,4} \quad (\text{dystrybutor perforowany}) \quad (5.5)$$

Zakresy zmienności parametrów procesowych:

- Wysokości początkowe złoża: od 0,05 m do 0,35 m
- Prędkości czynnika fluidyzującego: od 0,1 m/s do 1,8 m/s
- Początkowe zawartości wilgoci: od 0,06 kg/kg do 0,35 kg/kg
- Temperatury powietrza wlotowego: od 315 K do 350 K

- Średnice cząstek ciała stałego: od  $1,16 \cdot 10^{-4}$  m do  $6,71 \cdot 10^{-4}$  m

Uwzględniono zmianę warunków hydrodynamicznych środowiska związaną ze zmianami własności fizykochemicznych faz w trakcie procesu, licząc parametry modelu na każdym kroku czasowym całkowania numerycznego odpowiednich równań.

Ciepło właściwe

$$c_g = c_{gs} + (1,87 \cdot Y_g) \quad (5.6)$$

$$c_z = c_s + X \cdot c_w \quad (5.7)$$

Ciepło parowania wody

$$r = 3123,49 - 2,30481 \cdot T \quad (5.8)$$

Prężność pary wodnej

$$\ln(p_A) = 23,238 + \frac{3847,6}{44,5 - T} \quad (5.9)$$

Parametry powietrza suchego można obliczyć następująco:

$$\rho_g = \rho_{g0} \cdot \left( \frac{273,15}{T} \right) \quad (5.10)$$

$$\eta_g = 2,01586 \cdot 10^{-6} + 6,10608 \cdot 10^{-8} \cdot T - 2,68865 \cdot 10^{-11} \cdot T^2 + 0,524621 \cdot 10^{-14} \cdot T^3 \quad (5.11)$$

$$c_g = 1,02287 - 0,05512 \cdot 10^{-3} \cdot T + 0,0181871 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 - 0,05122 \cdot 10^{-9} \cdot T^3 \quad (5.12)$$

$$\lambda_g = 1,74954 \cdot 10^{-6} + 8,94305 \cdot 10^{-8} \cdot T - 3,4365 \cdot 10^{-11} \cdot T^2 + 0,814891 \cdot 10^{-14} \cdot T^3 \quad (5.13)$$

$$D_{AB} = 21,6 \cdot 10^{-6} \cdot \left( \frac{T}{T_0} \right)^{1,8} \quad (5.14)$$

Powierzchnię właściwą złoża w strefie emulsji obliczano wg równania (5.15):

$$a = \frac{6(1 - \varepsilon_{mf})\psi}{d_z} \quad (5.15)$$

Współczynnik kształtu cząstek ciała stałego  $\psi$  obliczono z równania, Levy [114] badając spadek ciśnienia przy przepływie powietrza przez złożo fluidalne.

Przedstawione opisy matematyczne uwzględniają pierwszy i drugi okres suszenia. W drugim okresie procesu wykorzystano pojęcie średniego stężenia wilgoci w ziarnie  $\bar{X}$  [5, 44, 48, 114, 133] przy parabolicznym profilu rozkładu wilgoci w ziarnach [23, 48].

## 5.2. Pierwszy okres suszenia

### 5.2.1. Strefa emulsji

Bilansując strumienie wilgoci w strefie emulsji należy uwzględnić:

- Wilgoć wprowadzaną do strefy emulsji wraz z czynnikiem suszącym  $\dot{m}_I^{Ae}$ .
- Wilgoć wprowadzaną do emulsji od materiału suszonego  $\dot{m}_I^{se}$ .
- Wilgoć, która opuszcza strefę emulsji na skutek migracji czynnika suszącego ze strefy emulsji do pęcherzy  $\dot{m}_I^{be}$ .

Jednocześnie należy uwzględnić całkowity strumień wilgoci w strefie emulsji  $\dot{m}_I^e$ .

Z tego rozumowania wynika następujący bilans wilgoci:

$$\dot{m}_I^e = \dot{m}_I^{Ae} - \dot{m}_I^{be} + \dot{m}_I^{se} \quad (5.16)$$

Masowe natężenie przepływu wilgoci transportowanej do emulsji wraz z czynnikiem suszącym:

$$\dot{m}_I^{Ae} = S\rho_{gs}(u_o - \delta u_b)(Y_f - Y^e) \quad (5.17)$$

Masowe natężenie przepływu wilgoci pomiędzy strefą pęcherzy, a strefą emulsji można przedstawić wyrażeniem:

$$\dot{m}_I^{be} = S\delta\beta_{go}^{be}\rho_{gs} \int_0^H [Y^e - Y^b(h)] dh \quad (5.18)$$

Masowe natężenie przepływu wilgoci pomiędzy ciałem stałym, a gazem zawartym w emulsji  $\dot{m}_I^{ze}$  przedstawia wyrażenie:

$$\dot{m}_I^{ze} = SH(1 - \delta)ak_y(Y^* - Y^e) \quad (5.19)$$

Założono, że gaz w bezpośrednim otoczeniu ciała stałego znajduje się w stanie nasycenia. Dlatego w wyrażeniu (5.19),  $Y^*$  jest stosunkiem masowym wody w powietrzu odpowiadającym wilgotności względnej  $\varphi = 1$ .

Jednocześnie całkowity strumień masowy wilgoci w strefie emulsji można zapisać przy pomocy wyrażenia

$$\dot{m}_I^e = SH(1 - \delta)\varepsilon_{mf}\rho_{gs} \frac{dY^e}{dt} \quad (5.20)$$

Podstawiając wyrażenia (5.17-5.20) do wyrażenia 5.16 uzyskuje się bilans masowy wilgoci w postaci (5.16).

$$SH(1 - \delta)\varepsilon_{mf}\rho_{gs} \frac{dY^e}{dt} = S\rho_{gs}(u_o - \delta u_b)(Y_f - Y^e) - S\delta\beta_{go}^{be}\rho_{gs} \int_0^H [Y^e - Y^b(h)] dh + SH(1 - \delta)ak_y(Y^* - Y^e) \quad (5.21)$$

Wykorzystując bezwymiarową wysokość złoża fluidalnego  $z = h/H \in [0,1]$  oraz dzieląc obie strony równania (5.21) przez wyrażenie  $SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_{gs}$  otrzymuje się równanie (5.22)

$$\frac{dY^e}{dt} = \frac{u_o - \delta u_b}{H_{mf}\varepsilon_{mf}}(Y_f - Y^e) - \frac{\delta\beta_{go}^{be}}{(1-\delta)\varepsilon_{mf}} \int_0^1 [Y^e - Y^b(z)] dz + \frac{ak_Y}{\varepsilon_{mf}\rho_{gs}}(Y^* - Y^e) \quad (5.22)$$

Analogicznie do strumienia masy sporządza się bilans strumienia entalpii dla gazu w emulsji. W bilansie należy uwzględnić:

- Strumień ciepły wprowadzany do strefy emulsji wraz z czynnikiem suszącym  $\dot{Q}_I^{Ae}$ .
- Strumień ciepły wymieniany pomiędzy strefą emulsji a strefą pęcherzy  $\dot{Q}_I^{be}$ .
- Strumień ciepły, który zostaje „zużyty” do odparowania wilgoci z ciała stałego  $\dot{Q}_I^{ze}$ .
- Całkowitą zmianę strumienia ciepłego w strefie emulsji  $\dot{Q}_I^e$

Na tej podstawie bilans strumieni ciepłych dla gazu w emulsji wynosi:

$$\dot{Q}_I^e = \dot{Q}_I^{Ae} + \dot{Q}_I^{be} - \dot{Q}_I^{ze} \quad (5.23)$$

Strumień ciepły przekazywany od czynnika suszącego do emulsji:

$$\dot{Q}_I^{Ae} = S\rho_g c_g (u_o - \delta u_b)(T_f - T_g^e). \quad (5.24)$$

Strumień ciepła wymienianego pomiędzy strefą emulsji i pęcherzy:

$$\dot{Q}_I^{be} = S\delta\alpha_{go}^{be} \int_0^H [T^b(h) - T_g^e] dh \quad (5.25)$$

Strumień ciepły, który przez wnikanie jest transportowany do ciała stałego:

$$\dot{Q}_I^{ze} = SH(1-\delta)a\alpha_z(T_g^e - T_z) \quad (5.26)$$

Całkowity strumień ciepły dla gazu w emulsji można zapisać jako:

$$\dot{Q}_I^e = SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_s c_g \frac{dT_g^e}{dt} \quad (5.27)$$

Podstawiając równania 5.24 -5.27 do równania (5.23) otrzymuje się wyrażenie:

$$SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_s c_g \frac{dT_g^e}{dt} = S\rho_g c_g (u_o - \delta u_b)(T_f - T_g^e) + S\delta\alpha_{go}^{be} \int_0^H [T^b(h) - T_g^e] dh + \\ - SH(1-\delta)a\alpha_z(T_g^e - T_z) \quad (5.28)$$

Dzieląc obie strony równania (5.28) przez  $SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_s c_g$  otrzymuje się ostatecznie

$$\frac{dT_g^e}{dt} = \frac{u_o - \delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}} (T_f - T_g^e) + \frac{\delta \alpha_{qo}^{be}}{(1-\delta) \varepsilon_{mf} \rho_g c_g} \int_0^1 [T^b(z) - T_g^e] dz + \frac{a \alpha_z}{(1-\varepsilon_{mf}) \rho_z c_z} (T_g^e - T_z)$$
(5.29)

Należy również sporządzić bilans strumieni ciepłych i masowych dla cząstek ciała stałego obecnych w emulsji. W przypadku bilansu masy posłużono się (rozdział 4.3.1) pojęciem średniej zawartości wilgoci [23, 114, 125]. W tym przypadku uwzględniono następujące strumienie przepływów masowych:

- Strumień masowy wilgoci przenoszony w wyniku wnikania masy do emulsji  $\dot{m}_I^{ez}$ .
- Całkowita zmiana zawartości wilgoci w ciele suszonym  $\dot{m}_I^z$ .

W efekcie otrzymuje się bilans wilgoci:

$$\dot{m}_I^z = -\dot{m}_I^{ez}$$
(5.30)

Strumień wilgoci przenoszony przez wnikanie od ciała stałego do emulsji:

$$\dot{m}_I^{ez} = SH(1-\delta)ak_y(Y^* - Y^e)$$
(5.31)

Całkowita zmiana średniej zawartości wilgoci w ciele stałym

$$\dot{m}_I^z = SH(1-\delta)(1-\varepsilon_{mf})\rho_s \frac{d\bar{X}}{dt}$$
(5.32)

Podstawiając równania 5.31 – 5.32 do równania 5.30, uzyskuje się:

$$SH(1-\delta)(1-\varepsilon_{mf})\rho_s \frac{d\bar{X}}{dt} = -SH(1-\delta)ak_y(Y^* - Y^e)$$
(5.33)

Dzieląc obie strony równania (5.33) przez  $SH(1-\delta)(1-\varepsilon_{mf})\rho_s$  otrzymuje się:

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = -\frac{ak_y}{(1-\varepsilon_{mf})\rho_s} (Y^* - Y^e)$$
(5.34)

Podobnie opracowano bilans strumieni ciepłych dla ciała stałego. Uwzględniono następujące strumienie:

- Strumień ciepły wprowadzany do ciała stałego na skutek wnikania ciepła od gazu zawartego w emulsji  $\dot{Q}_I^{ez}$ .
- Strumień ciepły, wykorzystany do odparowania wilgoci z ciała stałego  $\dot{Q}_I^{sr}$ .
- Całkowita zmiana strumienia ciepłego  $\dot{Q}_I^z$

W efekcie otrzymuje się bilans ciepła:

$$\dot{Q}_I^z = \dot{Q}_I^{ez} - \dot{Q}_I^{zr} \quad (5.35)$$

Ilość ciepła przekazywaną od gazu w emulsji do ciała stałego można zapisać jako

$$\dot{Q}_I^{ez} = SH(1-\delta)a\alpha_z(T_g^e - T_z) \quad (5.36)$$

Strumień ciepły wykorzystany do odparowania wilgoci z ciała stałego:

$$\dot{Q}_I^{zr} = SH(1-\delta)ak_y(Y^* - Y^e) \cdot r(T_z) \quad (5.37)$$

Całkowita zmiana strumienia ciepłego dla ciała stałego

$$\dot{Q}_I^z = SH(1-\delta)(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z \frac{dT_z}{dt} \quad (5.38)$$

W efekcie otrzymujemy bilans ciepły dla cząstek ciała stałego w emulsji

$$SH(1-\delta)(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z \frac{dT_z}{dt} = SH(1-\delta)a\alpha_z(T_g^e - T_z) + \\ - SH(1-\delta)ak_y(Y^* - Y^e) \cdot r(T_z) \quad (5.39)$$

Dzieląc powyższe równanie przez czynnik  $SH(1-\delta)(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z$  otrzymujemy:

$$\frac{dT_z}{dt} = \frac{a\alpha_z}{(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z}(T_g^e - T_z) - \frac{ak_y}{(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z}(Y^* - Y^e) \cdot r(T_z) \quad (5.40)$$

### 5.2.2. Strefa pęcherzy

Aby w modelu kinetyki uwzględnić drugą z analizowanych stref - strefę pęcherzy, sporządzono bilans masy i ciepła dla gazu w pęcherzach. Bilans wykonano dla różniczkowej wysokości złoża  $dh$ .

W przypadku bilansu masy uwzględniono:

- Strumień masowy wilgoci przenoszony pomiędzy strefą emulsji i pęcherzy  $\dot{m}_I^{be}$ .
- Całkowita zmiana strumienia wilgoci w pęcherzach  $\dot{m}_I^b$ .

W efekcie otrzymuje się bilans wilgoci:

$$\dot{m}_I^b = \dot{m}_I^{be} \quad (5.41)$$

Strumień masowy wilgoci przenoszony pomiędzy strefą emulsji i pęcherzy:

$$\dot{m}_I^{be} = S\delta\beta_{go}^{be}(Y^e - Y^b)dh \quad (5.42)$$

Całkowita zmiana strumienia wilgoci w pęcherzach:

$$\dot{m}_I^b = S\delta u_b \rho_{gs} \frac{dY^b}{dh} dh \quad (5.43)$$

Podstawiając równania 5.42 i 5.43 do równania 5.41 uzyskuje się:

$$S\delta u_b \rho_{gs} \frac{dY^b}{dh} = S\delta\beta_{go}^{be} (Y^e - Y^b) \quad (5.44)$$

Po podzieleniu przez  $S\delta u_b \rho_{gs}$  otrzymuje się:

$$\frac{dY^b}{dz} = \frac{\beta_{go}^{be} H_{mf}}{u_b \rho_{gs}} (Y^e - Y^b) \quad (5.45)$$

Aby uzyskać ostateczną postać równania, wykonano całkowanie przy warunku początkowym 5.46:

$$Y^b(0) = Y_f \quad (5.46)$$

Po całkowaniu zagadnienia początkowego powstaje rozkład  $Y^b(z)$  w strefie pęcherzy w funkcji wysokości bezwymiarowej  $z$ :

$$Y^b(z) = Y^e + (Y_f - Y^e) \exp\left(\frac{\beta_{go}^{be} H_{mf}}{u_b \rho_{gs}} z\right) \quad (5.47)$$

W przypadku bilansu ciepła uwzględniono strumienie:

- Strumień ciepły związany z przenoszeniem ciepła pomiędzy strefą emulsji i strefą pęcherzy  $\dot{Q}_I^{be}$ .
- Całkowita zmiana strumienia cieplnego w strefie pęcherzy  $\dot{Q}_I^b$ .

W efekcie otrzymuje się bilans ciepła:

$$\dot{Q}_I^b = \dot{Q}_I^{be} \quad (5.48)$$

Strumień ciepła wymienianego pomiędzy strefą emulsji i strefą pęcherzy

$$\dot{Q}_I^{be} = S\delta\alpha_{go}^{be} (T^b - T_g^e) dh \quad (5.49)$$

Całkowita zmiana strumienia cieplnego w strefie pęcherzy

$$\dot{Q}_I^b = S\delta u_b \rho_g c_g \frac{dT^b}{dh} dh \quad (5.50)$$

Podstawiając równania 5.49 i 5.50 do 5.48 uzyskuje się:

$$S\delta u_b \rho_g c_g \frac{dT^b}{dh} = S\delta\alpha_{go}^{be} (T^b - T_g^e) \quad (5.51)$$

Dzieląc obie strony równania przez  $S\delta u_b \rho_g c_g$  otrzymuje się

$$\frac{dT^b}{dz} = -\frac{\alpha_{go}^{be} H_{mf}}{u_b \rho_g c_g} (T^b - T_g^e) \quad (5.52)$$

Aby uzyskać ostateczną postać równania, całkowano przy warunku początkowym (5.53):

$$T^b(0) = T_f \quad (5.53)$$

Po całkowaniu zagadnienia początkowego uzyskuje się rozkład temperatury pęcherzy w funkcji bezwymiarowej wysokości  $T^b(z)$

$$T^b(z) = T_g^e + (T_f - T_g^e) \exp\left(\frac{\alpha_{go}^{be} H_{mf}}{u_b \rho_g c_g} z\right) \quad (5.54)$$

### 5.2.3. Bilans masowy i cieplny pierwszego okresu suszenia

W celu uproszczenia zapisu wprowadzono następujące oznaczenia parametrów

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\beta_{go}^{be} H_{mf}}{u_b \rho_{gs}}, & a_2 &= \frac{u_o - \delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}}, & a_3 &= \frac{\delta \beta_{go}^{be}}{(1 - \delta) \varepsilon_{mf}}, \\ a_4 &= \frac{ak_Y}{\varepsilon_{mf} \rho_{gs}}, & a_5 &= \frac{ak_Y}{(1 - \varepsilon_{mf}) \rho_s}, & a_6 &= \frac{\alpha_{go}^{be} H_{mf}}{u_b \rho_g c_g}, \\ a_7 &= \frac{\delta \alpha_{go}^{be}}{(1 - \delta) \varepsilon_{mf} \rho_g c_g}, & a_8 &= \frac{a \alpha_z}{\varepsilon_{mf} \rho_g c_g}, & a_9 &= \frac{a \alpha_z}{(1 - \varepsilon_{mf}) \rho_z c_z}, \\ a_{10} &= \frac{ak_Y}{(1 - \varepsilon_{mf}) \rho_z c_z}, & a_{11} &= \frac{\delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}} \end{aligned} \quad (5.55)$$

Po wprowadzeniu funkcji  $Y^b(z)$ (5.47) i  $T^b(z)$ ( 5.54) pod znak całki i po wykorzystaniu parametrów (5.55) uzyskuje się ostateczną postać równań opisujących kinetykę pierwszego okresu suszenia.

$$\frac{dY^e}{dt} = a_2(Y_f - Y^e) + a_{11}(Y_f - Y^e)[1 - \exp(-a_1)] + a_4(Y^* - Y^e) \quad (5.56a)$$

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = -a_5(Y^* - Y^e) \quad (5.56b)$$

$$\frac{dT_g^e}{dt} = a_2(T_f - T_g^e) + a_{11}(T_f - T_g^e)[1 - \exp(-a_6)] - a_8(T_g^e - T_z) \quad (5.56c)$$

$$\frac{dT_z}{dt} = a_9(T_g^e - T_z) - a_{10}(Y^* - Y^e) \cdot r(T_z) \quad (5.56d)$$

z równaniami (5.56a –5.56d) związane są warunki początkowe (5.56e) dla pierwszego okresu suszenia:

$$\begin{aligned} Y^e(0) &= Y_f \\ \bar{X}(0) &= \bar{X}_0 \\ T_g^e(0) &= T_{z0} \\ T_z(0) &= T_{z0} \end{aligned} \quad (5.56e)$$

### 5.3. Drugi okres suszenia

#### 5.3.1. Strefa emulsji

Podobnie jak w przypadku I okresu suszenia bilans dla II okresu uwzględnia następujące strumienie wilgoci:

- Wilgoć wprowadzaną do strefy emulsji wraz z czynnikiem suszącym  $\dot{m}_{II}^{Ae}$ .
- Wilgoć wprowadzaną do strefy emulsji na skutek suszenia  $\dot{m}_{II}^{ze}$ .
- Wilgoć, która opuszcza strefę emulsji na skutek migracji czynnika suszącego z strefy emulsji do pęcherzy  $\dot{m}_{II}^{be}$ .
- Jednocześnie należy uwzględnić całkowity strumień wilgoci w strefie emulsji  $\dot{m}_{II}^e$ .

W efekcie otrzymuje się bilans wilgoci:

$$\dot{m}_{II}^e = \dot{m}_{II}^{Ae} - \dot{m}_{II}^{be} + \dot{m}_{II}^{ze} \quad (5.57)$$

Masowe natężenie przepływu wilgoci pomiędzy gazem podawanym do suszarki, a gazem w strefie emulsji można zapisać jako:

$$\dot{m}_{II}^{Ae} = S\rho_{gs}(u_o - \delta u_b)(Y_f - Y^e) \quad (5.58)$$

Z kolei, masowe natężenie przepływu wilgoci pomiędzy strefą pęcherzy, a strefą emulsji można przedstawić wyrażeniem:

$$\dot{m}_{II}^{be} = S\delta\beta_{go}^{be}\rho_{gs} \int_o^H [Y^e - Y^b(h)] dh \quad (5.59)$$

Masowe natężenie przepływu wilgoci pomiędzy ciałem stałym, a gazem zawartym w emulsji  $\dot{m}_{II}^{ze}$  przedstawia wyrażenie:

$$\dot{m}_{II}^{ze} = SH(1 - \delta)ak_y(Y_s - Y^e) \quad (5.60)$$

Gdzie wartość  $Y_s$  jest stężeniem wilgoci w gazie przy zewnętrznej powierzchni ziarna.

Jednocześnie całkowity strumień masowy wilgoci w strefie emulsji można zapisać przy pomocy wyrażenia

$$\dot{m}_{II}^e = SH(1 - \delta)\varepsilon_{mf}\rho_{gs} \frac{dY^e}{dt} \quad (5.61)$$

Podstawiając wyrażenia (5.58-5.61) do wyrażenia (5.57) uzyskuje się następującą postać bilansu masowego wilgoci:

$$SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_{gs}\frac{dY^e}{dt} = S\rho_{gs}(u_o - \delta u_b)(Y_f - Y^e) - S\delta\beta_{go}^{be}\rho_{gs}\int_o^H[Y^e - Y^b(h)]dh + \\ + SH(1-\delta)ak_y(Y_s - Y^e) \quad (5.62)$$

Dzieląc obie strony równania przez czynnik  $SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_{gs}$  otrzymuje się:

$$\frac{dY^e}{dt} = \frac{u_o - \delta u_b}{H_{mf}\varepsilon_{mf}}(Y_f - Y^e) - \frac{\delta\beta_{go}^{be}}{(1-\delta)\varepsilon_{mf}}\int_o^1[Y^e - Y^b(z)]dz + \frac{ak_y}{\varepsilon_{mf}\rho_{gs}}(Y_s - Y^e) \quad (5.63)$$

Bilans ciepły dla gazu w emulsji obejmuje następujące strumienie:

- Strumień ciepły wprowadzany do strefy emulsji wraz z czynnikiem suszącym  $\dot{Q}_{II}^{Ae}$ .
- Strumień ciepły wprowadzany wraz z czynnikiem fluidyzującym od pęcherzy do emulsji  $\dot{Q}_{II}^{be}$ .
- Strumień ciepły, który zostaje „zużyty” do odparowania wilgoci z ciała stałego  $\dot{Q}_I^{se}$ .
- Całkowitą strumień ciepły w strefie emulsji  $\dot{Q}_{II}^e$

Na tej podstawie można utworzyć następujący bilans strumieni ciepłych dla gazu w emulsji:

$$\dot{Q}_{II}^e = \dot{Q}_{II}^{Ae} + \dot{Q}_{II}^{be} - \dot{Q}_{II}^{se} \quad (5.64)$$

Strumień ciepły przekazywany od czynnika suszącego do emulsji:

$$\dot{Q}_{II}^{Ae} = S\rho_g c_g (u_o - \delta u_b)(T_f - T_g^e). \quad (5.65)$$

Strumień ciepły przekazywany wraz z czynnikiem suszącym migrującym od pęcherzy do emulsji:

$$\dot{Q}_{II}^{be} = S\delta\alpha_{go}^{be}\int_o^H[T^b(h) - T_g^e]dh \quad (5.66)$$

Strumień ciepły, który przez wnikanie jest transportowany do ciała stałego:

$$\dot{Q}_{II}^{ze} = SH(1-\delta)a\alpha_z(T_g^e - T_z) \quad (5.67)$$

Całkowity strumień ciepły dla gazu w emulsji można zapisać jako:

$$\dot{Q}_{II}^e = SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_s c_g \frac{dT_g^e}{dt} \quad (5.68)$$

Podstawiając równania (5.65 -5.68) do równania (5.64) otrzymuje się równanie:

$$SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_s c_g \frac{dT_g^e}{dt} = S\rho_g c_g (u_o - \delta u_b)(T_f - T_g^e) + S\delta\alpha_{go}^{be}\int_o^H[T^b(h) - T_g^e]dh + \\ - SH(1-\delta)a\alpha_z(T_g^e - T_z) \quad (5.69)$$

Podzielenie obydwu stron równania przez  $SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_s c_g$  i wykonaniu całkowania uzyskuje się :

$$\frac{dT_g^e}{dt} = \frac{u_o - \delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}} (T_f - T_g^e) + \frac{\delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}} (T_f - T_g^e) \left( 1 - \exp\left(-\frac{\alpha_{g0}^{be} H_{mf}}{u_b \rho_g c_g}\right) \right) +$$

$$- \frac{a \alpha_z}{\varepsilon_{mf} \rho_g c_g} (T_g^e - T_z)$$
(5.70)

W przypadku II okresu suszenia bilans masowy dla cząstek ciała stałego obejmuje następujące strumienie:

- Strumień masowy wilgoci przenoszony w wyniku wnikania masy do emulsji  $\dot{m}_{II}^{ez}$ .
- Całkowita zmiana zawartości wilgoci w ciele suszonym  $\dot{m}_{II}^z$ .

Uzyskano bilans wilgoci w postaci:

$$\dot{m}_{II}^z = \dot{m}_{II}^{ez}$$
(5.71)

$\dot{m}_{II}^z$  jest liczone zgodnie z równaniem (5.72)

$$\dot{m}_{II}^z = SH(1 - \delta)(1 - \varepsilon_{mf}) \rho_s \frac{d\bar{X}}{dt}$$
(5.72)

$\dot{m}_{II}^{ez}$  jest liczone zgodnie z równaniem (5.73)

$$\dot{m}_{II}^{ez} = SH(1 - \delta) a D_s \rho_s \frac{1}{r_z} \frac{\partial X(1)}{\partial \xi}$$
(5.73)

Bilans masowy wilgoci przy zewnętrznej powierzchni ziarna zapisuje się równaniem

$$SH(1 - \delta)(1 - \varepsilon_{mf}) \rho_s \frac{d\bar{X}}{dt} = SH(1 - \delta) a D_s \rho_s \frac{1}{r_z} \frac{\partial X(1)}{\partial \xi}$$
(5.74)

a po uproszczeniu i uwzględnieniu równania 4.25 uzyskuje się:

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = \frac{5aD_s}{(1 - \varepsilon_{mf}) r_z} (X_s - \bar{X}) = \frac{5aD_s}{(1 - \varepsilon_{mf}) r_z} (kY_s - \bar{X})$$
(5.75)

Ponadto należy uwzględnić, że ilość wilgoci desorbującej z powierzchni ciała stałego  $\dot{m}_{II}^{ez}$  jest równa wilgoci przejętej przez gaz w strefie emulsji  $\dot{m}_{II}^{se}$ .

$$\dot{m}_{II}^{se} = \dot{m}_{II}^{ez}$$
(5.76)

Uzyskuje się następujące równanie:

$$SH(1 - \delta) a k_y (Y_s - Y^e) = -SH(1 - \delta) a D_s \rho_s \frac{1}{r_z} \frac{\partial X(1)}{\partial \xi}$$
(5.77)

uwzględniając 4.25 można zapisać jako

$$r_z k_y (Y_s - Y^e) = 5D_s \rho_s (\bar{X} - KY_s)$$
(5.78)

Przyjmując założenie o jednorodności temperatury w ziarnie:

- Strumień ciepły wprowadzany do ciała stałego na skutek wnikania ciepła od gazu zawartego w emulsji  $\dot{Q}_{II}^{ez}$ .
- Strumień ciepły, wykorzystany do odparowania wilgoci z ciała stałego  $\dot{Q}_{II}^{zr}$ .
- Całkowita zmiana strumienia ciepłego  $\dot{Q}_{II}^z$

Na tej podstawie ułożono bilans ciepła

$$\dot{Q}_{II}^z = \dot{Q}_{II}^{ez} - \dot{Q}_{II}^{zr} \quad (5.79)$$

Ilość ciepła przekazywaną od gazu w emulsji do ciała stałego

$$\dot{Q}_{II}^{ez} = SH(1-\delta)a\alpha_z(T_g^e - T_z) \quad (5.80)$$

Strumień ciepły wykorzystany do odparowania wilgoci z ciała stałego:

$$\dot{Q}_{II}^{zr} = SH(1-\delta)aD_s\rho_s \frac{1}{r_z} \frac{\partial X(1)}{\partial \xi} r(T_z) \quad (5.81)$$

Całkowita zmiana strumienia ciepłego dla ciała stałego

$$\dot{Q}_{II}^z = SH(1-\delta)(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z \frac{dT_z}{dt} \quad (5.82)$$

Podstawiając (5.80-5.82) do równania (5.79) uzyskuje się:

$$\begin{aligned} SH(1-\delta)(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z \frac{dT_z}{dt} &= SH(1-\delta)a\alpha_z(T_g^e - T_z) + \\ &+ SH(1-\delta)aD_s\rho_s \frac{1}{r_z} \frac{\partial X(1)}{\partial \xi} r(T_z) \end{aligned} \quad (5.83)$$

Po uproszczeniu i uwzględnieniu równania (4.25) otrzymuje się wyrażenie:

$$\frac{dT_z}{dt} = \frac{a\alpha_z}{(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z} (T_g^e - T_z) + \frac{5aD_s\rho_s}{(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z r_z} (KY_s - \bar{X}) \cdot r(T_z) \quad (5.84)$$

### 5.3.2. Strefa pęcherzy

Dla drugiego okresu suszenia równania w strefie pęcherzy są takie same jak dla pierwszego okresu suszenia. Dlatego obowiązują zależności do obliczania  $Y^b(z)$ - zgodnie z równaniem (5.47), oraz obliczanie  $T^b(z)$  zgodnie z równaniem (5.54)

### 5.3.3. Bilans masowo-ciepły drugiego okresu suszenia

Równania bilansu masy i ciepła dla drugiego okresu suszenia (5.57, 5.64, 5.68, 5.71, 5.77) uproszczono wykorzystując parametry (5.55) oraz (5.85).

$$a_{5II} = \frac{5aD_s}{(1-\varepsilon_{mf})r_z}, \quad a_{12} = \frac{5aD_s\rho_s}{(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z r_z} = \frac{5aD_s}{(1-\varepsilon_{mf})c_z r_z (1+\bar{X})} \quad (5.85)$$

Ostatecznie bilans dla drugiego okresu suszenia można przedstawić jako (5.86a-5.86e):

$$\frac{dY^e}{dt} = a_2(Y_f - Y^e) + a_{11}(Y_f - Y^e)[1 - \exp(-a_1)] + a_4(Y_s - Y^e) \quad (5.86a)$$

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = a_{5II}(KY_s - \bar{X}) \quad (5.86b)$$

$$r_z k_Y (Y_s - Y^e) - 5D_s \rho_s (\bar{X} - KY_s) = 0 \quad (5.86c)$$

$$\frac{dT_g^e}{dt} = a_2(T_f - T_g^e) + a_{11}(T_f - T_g^e)[1 - \exp(-a_6)] - a_8(T_g^e - T_z) \quad (5.86d)$$

$$\frac{dT_z}{dt} = a_9(T_g^e - T_z) + a_{12}(KY_s - \bar{X}) \cdot r(T_z) \quad (5.86e)$$

Jest to układ pięciu równań względem pięciu niewiadomych, którymi są:

$$Y^e, \bar{X}, Y_s, T_g^e \text{ oraz } T_z$$

Dodatkowo z równaniami (5.86a-5.86e) związane są warunki początkowe (5.86f).

$$Y^e(0) = Y_I^e$$

$$\bar{X}(0) = \bar{X}_{kr}$$

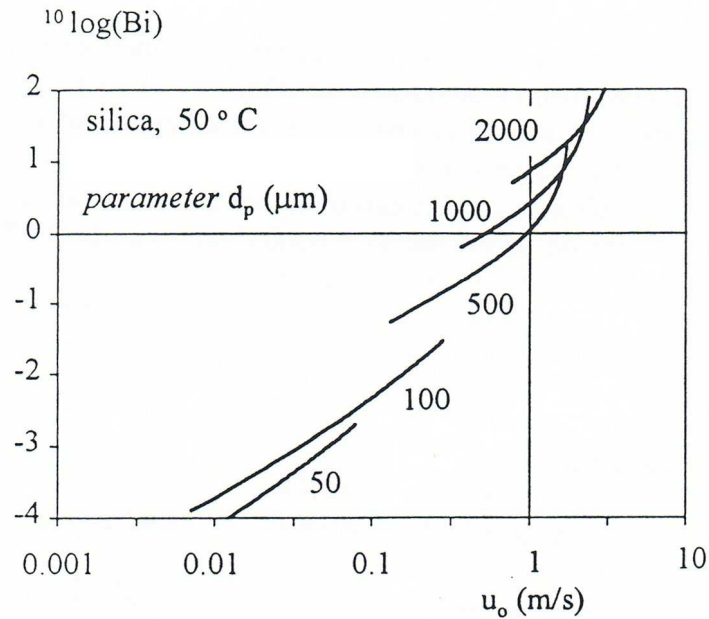
$$T_g^e(0) = T_{gl}^e$$

$$T_z(0) = T_{zl}$$

(5.86f)

#### 5.4. Model dla drugiego okresu suszenia z pominięciem wewnętrznego oporu dla ruchu masy

Kerkhof [47] analizując wewnętrzne opory ruchu masy dla cząstek silikażelu przedstawił zależność liczby Biota od prędkości gazu. Zależność sporządzona dla cząstek o średnicy od 50 μm do 2000 μm pokazano na rysunku 5.1. Pozioma linia graniczna odpowiadająca liczbie Biota  $Bi=1$  stanowi graniczną wartość, poniżej której można pominąć opory dla ruchu masy. Z rysunku 5.1 wynika, że opory dla ruchu masy można pomijać dla cząstek o średnicach poniżej 1 mm.



Rysunek 5.1. Liczba Biota w funkcji prędkości gazu i średnicy cząstki [47]

Dla takich cząstek, można przeprowadzić analizę modelu matematycznego pod kątem możliwości pominięcia oporów dla ruchu masy.

Równanie (5.78) można zapisać w postaci

$$Y_s = \frac{r_z k_y Y^e + 5D_z \rho_z \bar{X}}{r_z k_y + 5D_z \rho_z K} \quad (5.87)$$

Analiza równania (5.87) prowadzi do wniosku, że w przypadku cząstek o małych rozmiarach zachodzi nierówność:

$$r_z k_y \ll 5D_z \rho_z \quad (5.88)$$

Zgodnie z definicją liczby Biota (równanie (4.1)), sformułowanie (5.88) oznacza, że:

$$Bi_M \ll 1 \quad (5.89)$$

Dlatego też można przyjąć założenie o braku oporów dla wewnętrznego ruchu masy pomijając opory dyfuzyjne.

W takim przypadku mamy

$$\frac{\bar{X}}{K} = Y^* \quad (5.90)$$

przy suszeniu mamy

$$Y^e < \bar{X}$$

co pozwala zapisać równanie (5.87) jako:

$$Y_s \rightarrow \frac{\bar{X}}{K} = Y^* \quad (5.91)$$

W takiej sytuacji następuje ujednorodnienie stężenia w obrębie ziarna ciała suszonego. Szybkość transportu masy zachodząca na drodze dyfuzji jest zbliżona do szybkości wnikania do fazy gazowej. Szybkość suszenia zależy od szybkości wnikania masy do gazu w emulsji oraz od międzystrefowego współczynnika wnikania masy.

Stąd równania modelu przyjmują postać:

$$\frac{dY^e}{dt} = \frac{u_o - \delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}} (Y_f - Y^e) - \frac{\delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\beta_{g0}^{be} H_{mf}}{u_b \rho_{gs}}\right) \right) + \frac{ak_y}{\varepsilon_{mf} \rho_{gs}} \left( \frac{\bar{X}}{K} - Y^e \right) \quad (5.92a)$$

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = -\frac{ak_y}{(1 - \varepsilon_{mf}) \rho_s} \left( \frac{\bar{X}}{K} - Y^e \right) \quad (5.92b)$$

$$\frac{dT_g^e}{dt} = \frac{u_o - \delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}} (T_f - T_g^e) + \frac{\delta u_b}{H_{mf} \varepsilon_{mf}} (T_f - T_g^e) \left( 1 - \exp\left(-\frac{\alpha_{g0}^{be} H_{mf}}{u_b \rho_g c_g}\right) \right) +$$

$$-\frac{a\alpha_z}{\varepsilon_{mf} \rho_g c_g} (T_g^e - T_z) \quad (5.92c)$$

$$\frac{dT_z}{dt} = \frac{a\alpha_z}{(1 - \varepsilon_{mf}) \rho_z c_z} (T_g^e - T_z) - \frac{ak_y}{(1 - \varepsilon_{mf}) \rho_z c_z} \left( \frac{\bar{X}}{K} - Y^e \right) \cdot r(T_z) \quad (5.92d)$$

Układ równań (5.92a-5.92d), zakładający brak oporów kinetycznych dla ruchu ciepła i masy może być zastosowany w przypadku suszenia cząstek o niewielkich średnicach (poniżej 1 mm) [47, 52, 63, 114].

## 5.5. Modyfikacje

### 5.5.1. Uwzględnienie ciepła sorpcji

Analiza literatury dotyczącej suszenia z wykorzystaniem izoterm sorpcji [3-5, 7-9, 21, 37, 40, 47-49, 52, 54, 55, 62, 71, 72, 75, 83, 109, 132] sugeruje brak konieczności uwzględniania ciepła sorpcji w bilansie cieplnym suszenia. Wynika to ze stosunkowo niewielkich wartości ciepła sorpcji w badanych zakresach wilgotności. Niemniej postanowiono dokonać obliczeniowej weryfikacji założenia o braku konieczności uwzględniania ciepła sorpcji w obliczeniach.

Odpowiednio sporządzony bilans ciepła uwzględniający zmianę temperatury ziarna materiału w drugim okresie suszenia, pozwala uwzględnić ciepło sorpcji.

Ciepło sorpcji może zostać uwzględnione w równaniach bilansu ciepła dla cząstek ciała stałego zgodnie z wyrażeniem  $SH(1-\delta)aD_s\rho_s \frac{1}{r_z} \frac{\partial X(1)}{\partial \xi} (r(T_z) - h_s(\bar{X}))$ , gdzie  $h_s(\bar{X})$  przedstawia ciepło sorpcji w funkcji średniej zawartości wilgoci w ciele suszonym.

Równanie bilansowe do obliczania temperatury ziarna można przedstawić jako

$$SH(1-\delta)(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z \frac{dT_z}{dt} = SH(1-\delta)a\alpha_z(T_g^e - T_z) + SH(1-\delta)aD_s\rho_s \frac{1}{r_z} \frac{\partial X(1)}{\partial \xi} (r(T_z) - h_s(\bar{X})) \quad (5.93)$$

dzieląc równanie (5.86) przez czynnik  $SH(1-\delta)(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z$  otrzymuje się:

$$\frac{dT_z}{dt} = \frac{a\alpha_z}{(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z} (T_g^e - T_z) + \frac{5aD_s\rho_s}{(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z r_z} (KY_s - \bar{X}) \cdot (r(T_z) - h_s(\bar{X})) \quad (5.94)$$

Wykorzystując parametry (5.55) oraz (5.85) otrzymuje się wyrażenie:

$$\frac{dT_z}{dt} = a_9(T_g^e - T_z) + a_{12}(KY_s - \bar{X}) \cdot (r(T_z) - h_s(\bar{X})) \quad (5.95)$$

Równanie (5.95) zostanie wykorzystane w bilansie masowo-cieplnym drugiego okresu suszenia (rozdział 5.3.3) zastępując równanie (5.86e).

## 5.5.2. Wymiana ciepła z otoczeniem

Matematyczny opis transportu ciepła od złoża fluidalnego do ściany suszarki fluidalnej powinien uwzględniać składowe mające decydujący wpływ na przenoszenie ciepła w tym dotyczących wymiany ciepła z otoczeniem.

Analiza prac dotyczących kinetyki suszenia [21, 37, 38, 40, 41, 44, 55, 130, 138] wykazuje, że część z nich nie uwzględnia wymiany ciepła z otoczeniem przyjmując adiabatyczne warunki realizacji procesu.

Część prac dotyczących współczynników wnikania ciepła pomiędzy złożem, a ścianą aparatu, koncentruje się na powierzchniach grzewczych zanurzonych w złożu fluidalnym [172, 181-183] i nie obejmuje analizy strat ciepła. Kolejne prace uwzględniają wymianę ciepła z otoczeniem [3, 34, 36, 50, 52, 54, 58, 63, 81, 141], ale tylko części z nich [3, 52, 81] podejmuje próbę określenia wielkość strat cieplnych. Część prac dotyczących tematu [54, 58] uwzględnia równania dla strat ciepła, ale ich nie poddaje dalszej analizie. Jeden z modeli [63] po uwzględnieniu równania dotyczącego strat ciepła wykazuje wyniki takie same jak przy zaniedbaniu strat ciepła.

Na sumaryczny współczynnik wnikania ciepła pomiędzy ścianą aparatu, a złożem fluidalnym składają się następujące mechanizmy transportu ciepła [49, 133, 154, 155, 182, 183, 199]:

- konwekcyjne wnikanie ciepła od gazu,
- konwekcyjne wnikanie ciepła od cząstek ciała stałego,
- wnikanie przez promieniowanie od gazu,
- wnikanie przez promieniowanie od cząstek ciała stałego.

Można to zapisać w postaci (5.96)

$$\alpha = \varepsilon_p \alpha_p + \varepsilon \alpha_g + \varepsilon_p \alpha_{rp} + \varepsilon \alpha_{rg} \quad (5.96)$$

Gdzie  $\varepsilon_p$  i  $\varepsilon$  są odpowiednio udziałami objętościowymi fazy stałej i fazy gazowej.

W przypadku cyrkulujących złóż fluidalnych dla cząstek o rozmiarach 109-196  $\mu\text{m}$  wyznaczone eksperymentalnie [81] współczynniki wnikania ciepła wynosiły od około 30 do 150  $\left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \right]$ .

W badanym zakresie temperatur (poniżej 100°C) można pominąć wnikanie przez promieniowanie [133, 182, 183].

Konwekcyjny współczynnik wnikania ciepła od cząstek obliczany jest zgodnie z równaniem Ryabova [183]:

$$\alpha_p = \frac{\lambda_g}{d_p} \cdot 0.009 \cdot \text{Pr}^{0.33} \cdot \text{Ar}^{0.5} \quad (5.97)$$

Natomiast konwekcyjny współczynnik wnikania ciepła od gazu obliczany jest zgodnie z równaniem:

$$\alpha_g = \left( \frac{\lambda_g}{d_p} \right) \cdot \left( \frac{c_p}{c_g} \right) \cdot \left( \frac{C}{\rho} \right)^{0.33} \cdot \left( \frac{U_{ter}}{g d_p} \right)^{0.21} \cdot \text{Pr} \quad (5.98)$$

gdzie

C oznacza stężenie molowe gazu  $\left[ \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} \right]$ ,  $U_{ter}$  – prędkość wywiewania może być liczona wg

wzoru:

$$u_{ter} = \frac{4 g d_p (\rho_s - \rho_g)^{1/2}}{3 \rho_g C_D} \quad (5.99)$$

Inne podejście [146] opiera się na założeniu, że intensyfikacja przenoszenia ciepła pomiędzy ścianą, a złożem fluidalnym wynika z obniżania efektywnej grubości warstewki granicznej.

W tym przypadku wykorzystuje się wzory kryterialne (5.100, 5.102).

Korelacja Leva [146]

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d_p}{\lambda_g} = 0,525(Re_p)^{0,75} \quad (5.100)$$

gdzie

$$Re_p = \frac{d_p \rho_g u}{\eta_g} \quad (5.101)$$

Korelacja Vreedenberga [146, 184]

$$Nu = \frac{\alpha \cdot D_t}{\lambda_g} = 420 \left( \frac{\rho_s}{\rho_g} Re_t \right)^{0,3} \left( \frac{\eta_g^2}{g \rho_s^2 d_p^3} \right)^{0,3} (Pr_g)^{0,3} \quad (5.102)$$

gdzie

$$Re_t = \frac{D_t \rho_g u}{\eta_g} \quad (5.103)$$

stosuje się kiedy  $\left( \frac{\rho_s}{\rho_g} Re_t \right) > 2250$

Korelacja Borodulya [146]

$$Nu = 0,74 Ar^{0,1} \left( \frac{\rho_s}{\rho_g} \right)^{0,14} \left( \frac{C_s}{C_g} \right)^{0,24} \epsilon_s^{2/3} + 0,46 Re Pr \frac{\epsilon_3^{2/3}}{\epsilon_g} \quad (5.104)$$

Pierwszy człon (5.104) przedstawia konwekcyjne wnikanie ciepła od cząstek natomiast drugi człon uwzględnia konwekcyjne wnikanie ciepła od gazu.

Równanie (5.104) może być stosowane dla następującego zakresu parametrów procesowych.

$$0,1 \leq d_p \leq 4,0 \text{ mm}$$

$$0,1 \leq p \leq 10 \text{ Mpa}$$

$$140 \leq A r \leq 1,1 \cdot 10^7$$

Korelacja Molerusa [146,184]

$$Nu = 0,0247 Ar^{0,4304} Pr^{0,33} \quad (5.105)$$

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d_p}{\lambda_g} \quad (5.106)$$

Wzór Mc Adamsa [146, 155, 184]

$$Nu = 0,52 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,25} \quad (5.107)$$

Obliczając współczynnik wnikania ciepła od strony zewnętrznej zakłada się konwekcję naturalną,

W literaturze [133, 185, 186] dostępne są liczne wzory do obliczania współczynników wnikania ciepła przy konwekcji naturalnej. Proponowane wyrażenia wykorzystują liczby Grashofa oraz Prandtla.

$$Nu = \left( 0.75 + 0.389 \cdot \left( Gr \cdot Pr \cdot \left( 1 + \left( \frac{0.559}{Pr} \right)^{1/6} \right)^{-1/9} \right)^{1/6} \right)^2 \quad (5.108)$$

$$Gr = \frac{\rho_g^2 \cdot \beta_g \cdot (T_i - T_g) \cdot D_i^3 \cdot g}{\eta_g^2}, \quad (5.109)$$

$$Pr = \frac{Cp_g \cdot \eta_g}{\lambda_g} \quad (5.110)$$

gdzie Gr jest liczbą Grashofa,  $\beta_g$  współczynnikiem rozszerzalności cieplnej powietrza,  $T_i$  jest temperaturą ścianki,  $T_g$  temperaturą ścianki.

Znając współczynniki wnikania ciepła po wewnętrznej i zewnętrznej stronie aparatu, grubość i przewodnictwo cieplne składowych ścian aparatu można obliczyć współczynnik przenikania ciepła. Przyjmując, że ściana aparatu składa się z warstwy konstrukcyjnej oraz z izolacji zastępczy współczynnik przenikania ciepła K dla dwóch warstw cylindrycznych liczy się [185] wg wzoru (5.102):

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 A_1} + \frac{s_{12}}{\lambda_{12} A_{m12}} + \frac{s_{23}}{\lambda_{23} A_{m23}} + \frac{1}{\alpha_3 A_3}} \quad (5.111)$$

Gdzie:

- $\alpha_1$  - współczynnik wnikania ciepła do powierzchni „1”,
- $A_1$  - powierzchnia wnikania ciepła „1”,
- $s_{12}$  - grubość warstwy pierwszej
- $\lambda_{12}$  - przewodnictwo cieplne warstwy cieplnej
- $A_{m12}$  - średnia logarytmiczna powierzchni 1 i 2.

Średnia logarytmiczna dla powierzchni liczona jest wg wzoru (5.112)

$$A_{m12} = \frac{A_1 - A_2}{\ln \frac{A_1}{A_2}} \quad (5.112)$$

Ilość wymienionego ciepła ostatecznie oblicza się jako:

$$Q = K \cdot (T_1 - T_2) \quad (5.113)$$

Wprowadzając czynnik odpowiedzialny za wymianę ciepła z otoczeniem do równania opisującego zmianę temperatury gazu dla pierwszego okresu suszenia:

$$SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_s c_g \frac{dT_g^e}{dt} = S\rho_g c_g (u_o - \delta u_b)(T_f - T_g^e) + S\delta\alpha_{go}^{be} \int_0^H [T^b(h) - T_g^e] dh +$$

$$- SH(1-\delta)a\alpha_z(T_g^e - T_z) - K(T_g^e - T_A) \quad (5.114)$$

Gdzie  $T_A$  jest temperaturą otoczenia.

Dzieląc równanie (5.114) przez czynnik  $SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_s c_g$  otrzymuje się:

$$\frac{dT_g^e}{dt} = \frac{u_o - \delta u_b}{H_{mf}\varepsilon_{mf}}(T_f - T_g^e) + \frac{\delta\alpha_{go}^{be}}{(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_g c_g} \int_0^1 [T^b(z) - T_g^e] dz +$$

$$- \frac{a\alpha_z}{(1-\varepsilon_{mf})\rho_z c_z}(T_g^e - T_z) - \frac{K}{SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_s c_g}(T_g^e - T_A) \quad (5.115)$$

Wykorzystując parametry (5.55) otrzymuje się równanie (5.116)

$$\frac{dT_g^e}{dt} = a_2(T_f - T_g^e) + a_{11}(T_f - T_g^e)[1 - \exp(-a_6)] - a_8(T_g^e - T_z)$$

$$- \frac{K}{SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_s c_g}(T_g^e - T_A) \quad (5.116)$$

Równanie (5.116) zastąpi równanie (5.56c) w bilansie masowo cieplnym dla pierwszego okresu suszenia

Analogicznie dla drugiego okresu suszenia można zapisać równanie (5.117)

$$\frac{dT_g^e}{dt} = \frac{u_o - \delta u_b}{H_{mf}\varepsilon_{mf}}(T_f - T_g^e) + \frac{\delta u_b}{H_{mf}\varepsilon_{mf}}(T_f - T_g^e) \left( 1 - \exp\left(-\frac{\alpha_{g0}^{be} H_{mf}}{u_b(1-\delta)\rho_g c_g}\right) \right) +$$

$$- \frac{a\alpha_z}{\varepsilon_{mf}\rho_g c_g}(T_g^e - T_z) - \frac{K}{SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_s c_g}(T_g^e - T_A) \quad (5.117)$$

które po wykorzystaniu parametrów (5.55) przyjmuje postać

$$\frac{dT_g^e}{dt} = a_2(T_f - T_g^e) + a_{11}(T_f - T_g^e)[1 - \exp(-a_6)] - a_8(T_g^e - T_z)$$

$$- \frac{K}{SH(1-\delta)\varepsilon_{mf}\rho_s c_g}(T_g^e - T_A) \quad (5.118)$$

Równanie (5.118) zastępuje równanie (5.86d) w bilansie masowo cieplnym dla drugiego okresu suszenia.

## 5.6. Model odwrócony

Analiza literatury [3-5, 7-9, 21, 23, 37, 40, 47-49, 52, 54, 55, 62, 71, 72, 75, 83, 104, 105, 109-112, 132, 135, 165, 166, 168, 169, 191, 194, 208] dotyczącej wykorzystywania izoterm sorpcji w obliczeniach suszarniczych wskazuje na brak izoterm sorpcji dla wielu suszonych materiałów oraz techniczne trudności w uzyskaniu izoterm sorpcji. Nie udało się dotychczas opracować procedur pozwalających na teoretyczne otrzymanie równań izoterm desorpcji dla danego materiału suszonego.

Pozostaje droga eksperymentalna. Uzyskanie izoterm sorpcji klasyczną metodą eksykatorową jest długotrwałe. Uzyskanie jednego punktu trwa od tygodnia do 45 dni [109, 111, 112].

Z jednej strony duże zainteresowanie i wręcz niezbędność izoterm sorpcji, a z drugiej strony brak izoterm sorpcji oraz trudności w ich otrzymaniu, stały się zachętą do podjęcia próby opracowania metody ich uzyskiwania przy zastosowaniu sposobu półempirycznego.

Otrzymywanie krzywych suszenia jest stosunkowo proste i dużo szybsze niż uzyskiwanie izoterm sorpcji. Ponadto literatura [ 9, 10, 22, 29-31, 62, 64, 72, 73, 91, 131, 133, 142] udostępnia krzywe suszenia wielu materiałów. Niemniej nawet, jeżeli krzywa suszenia określonego materiału jest dostępna literaturowo to przeważnie została sporządzona dla danych warunków suszenia, niekoniecznie odpowiadającym warunkom poszukiwanym. Dlatego też założono wykorzystanie metody uogólnionych krzywych suszenia [24, 26, 28-32, 108, 178, 202]. Metoda pozwala na podstawie krzywej suszenia sporządzonej dla określonych warunków suszenia sporządzić Uogólnioną Krzywą Suszenia. Następnie na podstawie Uogólnionej Krzywej Suszeni sporządza się kinetyczną krzywą suszeni dla żądanych warunków prowadzenia procesu.

Zaproponowana metoda polega na wykorzystaniu modelu matematycznego przedstawionego w punktach 5.1-5.3 do uzyskania izoterm sorpcji. Na podstawie znajomości krzywej suszenia otrzymuje się krzywe desorpcji.

Opracowany model matematyczny pozwala uzyskać równania krzywych kinetycznych suszenia na podstawie założonych warunków suszenia oraz izoterm sorpcji materiału suszonego. Możliwe jest również wykorzystanie uogólnionej krzywej suszenia.

Do całkowania równań modelu zastosowano algorytm Geara [114] odpowiedni do równań charakteryzujących się dużą sztywnością. Różniczkowe równania sztywne są trudne do rozwiązywania metodami numerycznymi, ponieważ pomimo małego kroku całkowania są niestabilne. Równania sztywne zawierają człony, które mogą prowadzić do szybkiej zmiany w rozwiązaniu. Algorytm Geara [211, 212] cechuje się między innymi zmiennym krokiem całkowania i zmiennym rzędem metody.

Algorytm obliczeniowy na podstawie własności substancji suszonej, opisu matematycznego złoża fluidalnego oraz izoterm sorpcji pozwala uzyskać izotermę sorpcji.

Metoda odwrócenia działania tego modelu matematycznego, pozwala uzyskać izotermy sorpcji na podstawie krzywych suszenia.

Model matematyczny stanowi złożony układ równań różniczkowych, dlatego nie jest możliwe proste przekształcenie pozwalające uzyskać wynik w postaci analitycznej. Z tej przyczyny konieczne było sięgnięcie do metod z dziedziny optymalizacji.

Zastosowana metoda odwrócenia jest, więc zagadnieniem optymalizacyjnym [203, 204, 205], które sprowadza się do znalezienia minimum funkcji celu.

Przyjęto funkcję celu (5.119)

$$f(t, \varphi) = X_{eksp}(t) - X_{mod}(t, \varphi), f = \min \quad (5.119)$$

przy ograniczeniach (5.120)

$$\varphi(X) \in (0, 1]; X_{\text{eksp}}, X_{\text{mod}} \in [X_{kr}, X_k] \quad (5.120)$$

Ponieważ zarówno funkcja celu jak funkcja  $\varphi(X)$  są nieliniowe nie można posługiwać się metodami z zakresu matematycznego programowania liniowego.

Ideę zagadnienia można opisać w ten sposób, że zawartość wilgoci obliczona na podstawie eksperymentu  $X_{\text{eksp}}(t)$  dla danego kroku czasowego jest porównywana z zawartością wilgoci obliczoną na podstawie modelu matematycznego  $X_{\text{mod}}(t)$ . Obliczenie wartości  $X_{\text{mod}}(t)$  dla danego kroku czasowego wymaga rozwiązania układu równań różniczkowych będących składowymi modelu matematycznego kinetyki suszenia fluidalnego. Ponieważ nie jest znana izoterma sorpcji materiału konieczne jest wstępne założenie jej przebiegu.

Zakres wilgotności, dla wyznaczanej izotermy desorpcji jest dzielony na szereg równych odcinków. Dla każdego odcinka izoterma desorpcji jest kolejno przybliżana funkcją liniową w postaci  $\varphi(X) = a$ , gdzie  $a \in (0, 1]$ .

Obliczenia rozpoczyna się od punktu na krzywej suszenia odpowiadającej krytycznej zawartości wilgoci. Punkt ten oddziela okresy suszenia. Dla celów obliczeniowych założono, że do tego punktu powietrze będące w równowadze z ciałem stałym znajduje się w stanie nasycenia parą wodną i wilgotność względna wynosi 100% ( $\varphi(X_{kr}) = 1$ ).

Dla kolejnych kroków obliczeniowych współczynnik  $a$  jest zmieniany do momentu, w którym różnica pomiędzy zawartością wilgoci obliczona na podstawie eksperymentu  $X_{\text{eksp}}(t)$  oraz zawartość wilgoci obliczona na podstawie modelu matematycznego  $X_{\text{mod}}(t)$  osiągnie minimum.

Algorytm przechodzi do obliczania następnego kroku czasowego dopiero wtedy, kiedy zostanie znalezione minimum  $X_{\text{eksp}}(t) - X_{\text{mod}}(t, \varphi)$  w bieżącym kroku czasowym.

Przyjęta postać funkcji  $\varphi = f(X)$  zakłada, że w analizowanym odcinku wilgotność względna nie zmienia się wraz ze zmianą zawartości wilgoci przy ustalonej temperaturze. Założenie to jest bliskie prawdy wyłącznie w małym zakresie zmian zawartości wilgoci. Można to zapisać jako  $\Delta X \rightarrow 0$ , wtedy  $\Delta T \rightarrow 0$  oraz  $\Delta \varphi \rightarrow 0$ . Aby spełnić to założenie procedura obliczeniowa zakłada określenie na tyle małych przedziałów  $\Delta X$  żeby spełnić warunek izotermiczności utrzymując jednocześnie rozsądny czas obliczeń.

Początkowo opracowano metodę dopasowania współczynnika „ $a$ ” przy wykorzystaniu algorytmu Newtona. Jednakże okazało się, że ze względu na silną nieliniowość układu równań metoda Newtona nie dawała stabilnych rozwiązań. Stabilne rozwiązania uzyskano przy wykorzystaniu metody połowienia przedziału. Wadą tej metody jest z kolei znaczne zwiększenie iteracji niezbędnych do znalezienia minimum [200]. Omawiany algorytm obliczeniowy przedstawiono na rysunku (rys.5.1).

Założeniem do obliczeń jest zestaw danych fizykochemicznych oraz krzywa suszenia materiału uzyskana na podstawie badań eksperymentalnych.

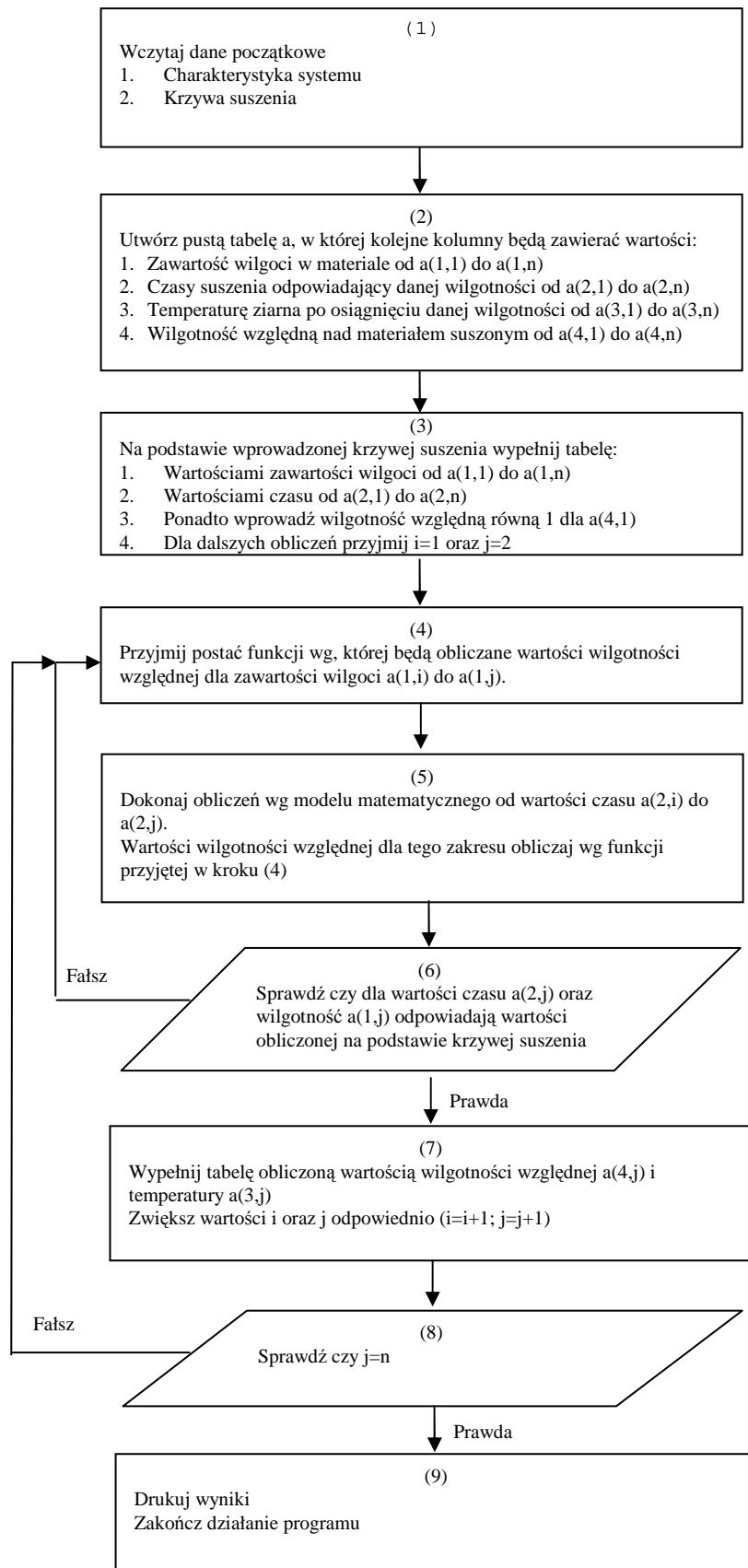
Zaobserwowano, że do uzyskania dokładności obliczeń konieczne jest wierne odwzorowanie kształtu krzywej suszenia. Przyjęto, że w zależności od stopnia dopasowania krzywa suszenia będzie aproksymowana wielomianem (5.121) aż do stopnia czwartego.

$$X = a_4 \cdot t^4 + a_3 \cdot t^3 + a_2 \cdot t^2 + a_1 \cdot t + a_0 \quad (5.121)$$

Nie jest konieczne każdorazowe stosowanie wielomianu stopnia czwartego. Współczynniki wprowadzane są w zależności od kształtu krzywej suszenia.

Możliwe jest również wykorzystanie uogólnionej krzywej suszenia. W tym celu uogólnioną krzywą suszenia uzyskaną dla danego materiału można przetransferować do krzywej suszenia w postaci wielomianu (5.121). Istnieje także możliwość bezpośredniego wprowadzenia równań uogólnionej krzywej suszenia.

Krzywa sorpcji obliczana jest dla części krzywej suszenia należącej dla drugiego okresu suszenia.. Dlatego istotna jest znajomość wilgotności krytycznej, a także wilgotności równowagowej. Należy zwrócić szczególną uwagę, aby funkcja regresji była monotoniczna tj. brak ekstremum w przedziale  $[X_{kr}, X_r]$ . Po osiągnięciu zakładanej końcowej zawartości wilgoci w ciele stałym następuje przerwanie obliczeń.



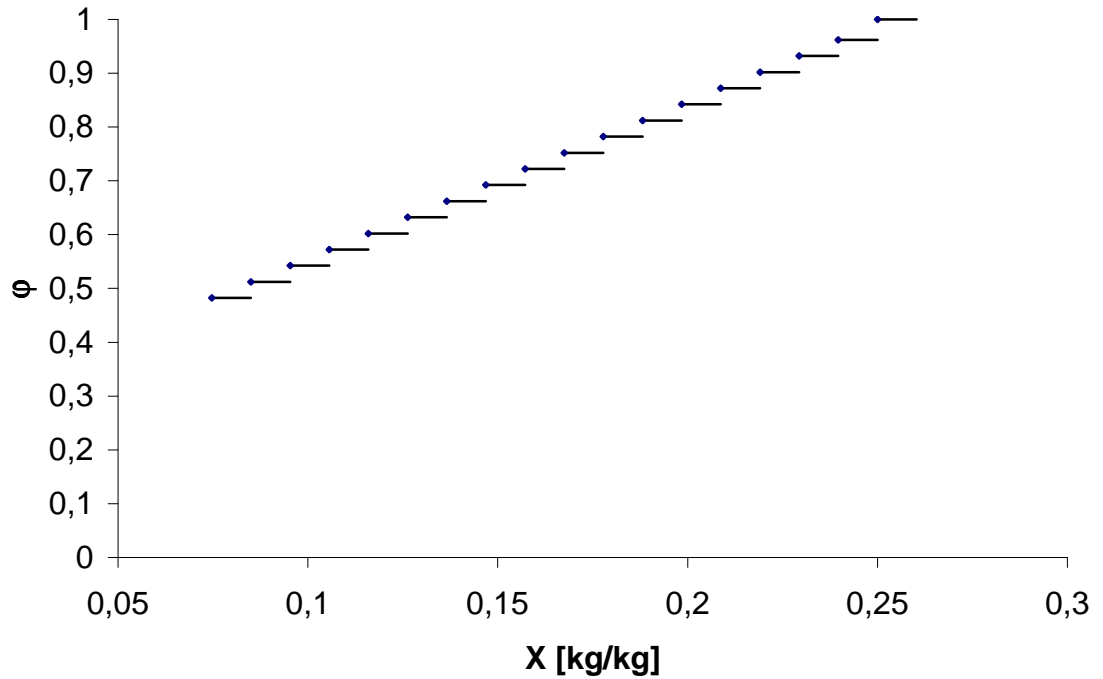
Rysunek 5.2. Algorytm obliczania izoterm desorpcji

Przykładowy (dla maku) pełny zestaw danych obliczeniowych uzyskany w wyniku działania algorytmu przedstawiono w tabeli 5.2.

Tabela 5.2. Dane obliczeniowe krzywej sorpcji uzyskane dla maku

<b>X</b> [kg/kg]	<b><math>\phi</math></b>	<b>T<sub>z</sub></b> [°C]
0,25	1	297,26
0,239687	0,962	297,37
0,229375	0,932	297,44
0,219062	0,902	297,55
0,20875	0,872	297,61
0,198437	0,842	297,75
0,188124	0,812	298,06
0,177812	0,782	298,47
0,167499	0,752	298,92
0,157187	0,722	299,41
0,146874	0,692	299,92
0,136561	0,662	300,44
0,126249	0,632	300,99
0,115936	0,602	301,56
0,105624	0,572	302,16
0,095311	0,542	302,79
0,084998	0,512	303,45
0,074686	0,482	304,16

Dane z tabeli 5.2 zostały wykorzystane do sporządzenia krzywej schodkowej przedstawionej na rysunku 5.3. Założono, że dla każdego z poziomych odcinków wilgotność względna powietrza będącego w równowadze z ciałem stałym jest stała i odpowiada wartościom przedstawionym w tabeli 5.2.



Rysunek 5.3. Krzywa schodkowa - przebieg dla maku

Zgodnie z przedstawionymi wcześniej założeniami metody przyjęto, że dla każdego z odcinków temperatura jest stała i równa średniej pomiędzy temperaturą na początku i na końcu każdego odcinka.

Kolejny krok mający na celu uzyskanie równań izotermy desorpcji polega na obliczeniu równań sorpcji przy zastosowaniu estymacji nieliniowej [109, 110, 114, 191].

W obliczeniach stosowano pakiet STATISTICA PL (StatSoft Polska).

## 6. UOGÓLNIONE KRZYWE KINETYCZNE

Dla projektanta aparatury suszarniczej niezbędna jest znajomość zależności średniej zawartości wilgoci w materiale suszonym od czasu trwania procesu  $X = f(t)$ , tzw. krzywej suszenia. Najpewniejsze dane odnośnie kinetyki procesu suszenia fluidalnego otrzymuje się z analizy wyników eksperymentów prowadzonych w warunkach maksymalnie zbliżonych do projektowanych. Badania takie są z reguły czasochłonne i drogie. Dlatego też prowadzone są intensywne i dynamiczne prace naukowe w kierunku opracowania metod półempirycznych umożliwiających uzyskanie krzywych suszenia.

Modele matematyczne [3-6, 21, 37, 40, 47, 49, 50, 52-55, 57, 66, 77, 80, 81, 83, 88, 91, 114, 123, 130, 137, 139, 141-143, 156, 174-176, 195, 196, 198, 201, 202, 209, 213] opierają się na przedstawieniu procesu suszenia w postaci różniczkowych równań bilansowych, uwzględniających w mniej lub bardziej szczegółowo sposób transport wilgoci wewnątrz ciała stałego. Współczynniki wnikania masy i ciepła obliczane są przeważnie w oparciu o modele dwustrefowe [3- 6, 21, 37, 41, 47, 70, 75, 81, 83, 114, 138, 143].

Wadą podejścia opartego o szczegółowe modele matematyczne jest ich ograniczona stosowalność i brak uniwersalności. Modele matematyczne są sporządzone dla określonego materiału suszonego w ściśle określonym zakresie zmienności parametrów.

Niezależnie od poziomu szczegółowości modelu matematycznego, próbującego przy pomocy naukowej analizy dogłębnie wniknąć w strukturę ciała stałego, modele te w taki czy inny sposób i tak oparte są o wielkości wyznaczone empirycznie.

Korelacje empiryczne opisują np. zastępczy-efektywny współczynnik dyfuzji [4, 37, 48, 52, 54, 83, 139, 201], który jest wyznaczany eksperymentalnie. Często też wykorzystuje się współczynniki dopasowujące [81, 114, 201] które są dobierane w taki sposób, aby uzyskać wyniki zgodne z oczekiwaniem.

Kolejnym pracochłonnym i czasochłonnym elementem, który często musi zostać określony eksperymentalnie, są izotermy sorpcji powszechnie wykorzystywane [3-5, 21, 37, 40, 47, 52, 54, 55, 62, 71, 75, 83, 201] w modelowaniu matematycznym.

Dlatego też w dalszym ciągu, można zaobserwować rozwój uogólnionych modeli empirycznych opartych o znormalizowane krzywe suszenia. Idea stosowania metod półempirycznych wynika z braku uniwersalnego modelu suszenia oraz konieczności ograniczenia badań laboratoryjnych. W literaturze najczęściej spotyka się metody oparte o Charakterystyczną Krzywą Suszenia [5, 33, 47, 51, 61, 64, 108, 125, 126, 130, 138, 190, 196].

Często spotykana jest również metoda Uogólnionej Krzywej Suszenia [12, 24, 26, 28, 29, 30, 31, 32, 108, 177, 202, 213].

## 6.1. Charakterystyczna Krzywa Suszenia

Jedną z metod półempirycznych [5, 21, 33, 125] jest koncepcja Charakterystycznej Krzywej Suszenia. Metoda ta bazuje na hipotezie, że szybkość suszenia  $K$  w II okresie jest powiązana z szybkością suszenia  $N$  przez pewien współczynnik  $f$  nazywany współczynnikiem suszenia.

W przypadku stosowania tej metody niezbędna jest znajomość stałych szybkości suszenia w drugim okresie oraz krytycznej i równowagowej zawartości wilgoci.

Krzywe szybkości suszenia określone w pewnym zakresie parametrów dla określonego ciała stałego wykazują podobieństwo geometryczne. Jeżeli krzywe znormalizujemy wykorzystując szybkość suszenia w pierwszym okresie  $N_I$  i charakterystyczną zawartość wilgoci  $\Phi$ , wtedy poszczególne krzywe zwykle mogą być przybliżone jedną tzw. Charakterystyczną Krzywą Suszenia (CDC) danej substancji. Znormalizowane zmienne: charakterystyczną szybkość suszenia  $f$  i charakterystyczną zawartość wilgoci  $\Phi$  definiuje się następująco:

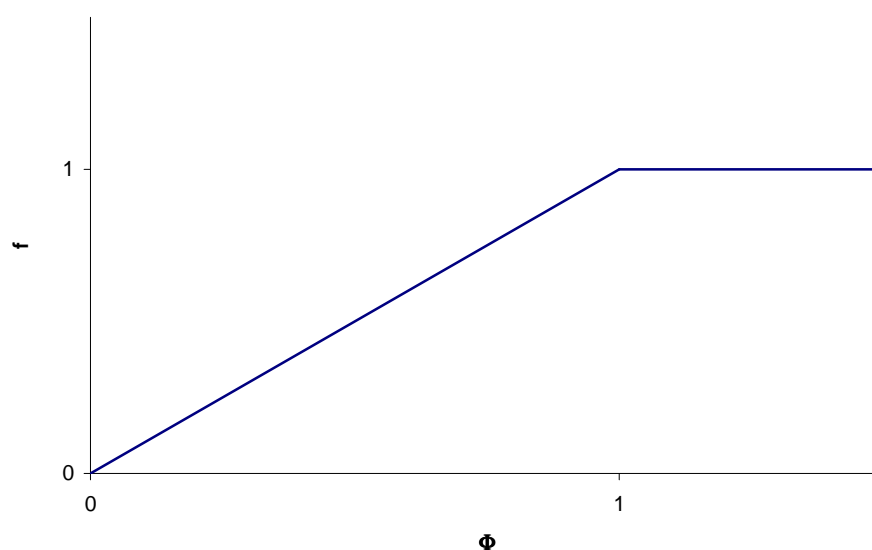
$$f = \frac{\left(\frac{dX}{dt}\right)_{II}}{\left(\frac{dX}{dt}\right)_I} = \frac{K_{II}}{N_I} \quad (6.1)$$

$$\Phi = \frac{X - X_r}{X_{kr} - X_r} \quad (6.2)$$

Jeżeli ciało suszone ma być opisywane krzywą charakterystyczną, wtedy jego właściwości powinny spełniać następujące warunki:

- Krytyczna zawartość wilgoci  $X_{kr}$  jest niezależna od początkowej zawartości wilgoci i warunków zewnętrznych [125].
- Wszystkie krzywe suszenia danej substancji wykazują podobieństwo geometryczne tak, że kształt krzywych jest niezależny od warunków zewnętrznych.
- Zalecane jest, aby materiał suszony nie zmieniał wymiarów w trakcie suszenia.

Na rysunku (rys.6.1) przedstawiono przykładowy przebieg charakterystycznej krzywej suszenia. Ponieważ dla I okresu suszenia ( $\Phi > 1$ ) wartości  $f = 1$ , zwykle Charakterystyczną Krzywą Suszenia przedstawia się wyłącznie dla II okresu suszenia.



Rysunek 6.1. Charakterystyczna Krzywa Suszenia

Metoda Charakterystycznej Krzywej Suszenia opierają się na założeniu, że parametry suszącego gazu, aktualna szybkość suszenia odniesiona do stałej szybkości suszenia jest bezwymiarową funkcją wilgotności zdefiniowaną przez poniższe równanie:

$$f=f(\Phi) \quad (6.3)$$

Forma takiego równania jest zwykle [13] stosunkowo prosta np.

$$f = \Phi^a \quad (6.4)$$

Krzywe kinetyczne suszenia mogą być otrzymane wykorzystując definicję szybkości suszenia.

Okres ze stałą szybkością suszenia dla  $\Phi_1 < \Phi < 1, f=1, N=N_I$

$$-\frac{dX}{dt} = N_I \quad (6.5)$$

$$-\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{(X_{kr} - X_r)} N_I \quad (6.6)$$

W wyniku całkowania:

$$\int_{\Phi_1}^1 d\Phi = -\frac{N_I}{X_{kr} - X_r} \int_0^{\tau} dt \quad (6.7)$$

Równanie krzywej suszenia przybiera postać

$$\Phi = \Phi_1 - \frac{N_I}{X_{kr} - X_r} t \quad (6.8)$$

$$t = \frac{(\Phi_1 - \Phi)(X_{kr} - X_r)}{N_I} \quad (6.9)$$

Okres z malejącą szybkością suszenia dla  $1 < \Phi < \Phi_2$

$$-\frac{dX}{dt} = N_I \Phi^a \quad (6.10)$$

$$\int_1^\Phi \frac{d\Phi}{\Phi^a} = -\frac{N_I}{X_{kr} - X_r} \int_{t_{kr}}^t dt \quad (6.11)$$

krzywa suszenia przybiera postać:

$$\Phi = \left[ 1 - \frac{N_I}{X_{kr} - X_r} (1-a)(t - t_{kr}) \right]^{\frac{1}{1-a}} \quad \text{dla } a \neq 1 \quad (4.42)$$

$$\Phi = \exp \left[ -\frac{N_I}{X_{kr} - X_r} (t - t_{kr}) \right] \quad \text{dla } a=1 \quad (4.43)$$

$$t = t_{kr} + \frac{1 - \Phi_2^{1-a}}{\frac{N_I}{X_{kr} - X_r} (1-a)} \quad \text{dla } a \neq 1 \quad (6.12)$$

$$t = t_{kr} + \frac{X_{kr} - X_r}{N_I} \ln \frac{1}{\Phi_2} \quad \text{dla } a=1 \quad (6.13)$$

Zaletą metody opartej o Charakterystyczną Krzywą Suszenia jest jej prostota w porównaniu do modeli skomplikowanych modeli matematycznych. Do wad [196] można zaliczyć konieczność stosowania warunków suszenia podobnych do tych, jakie zachodziły podczas opracowywania wzorca. Jednocześnie stosowanie tej metody wymaga znajomości większej liczby parametrów procesowych ( np. wartości zawartości wilgoci krytycznej i równowagowej), niż koncepcja Uogólnionej Krzywej Suszenia (GDC) [24] i w zasadzie dotyczy materiałów charakteryzujących się występowaniem obydwu okresów suszenia.

## 6.2. Uogólniona Krzywa Suszenia

Do skonstruowania Uogólnionej Krzywej Suszenia konieczna jest znajomość przynajmniej jednej krzywej suszenia uzyskanej dla danego materiału i określenie szybkości suszenia w pierwszym okresie [18, 26, 177, 213].

Równania przedstawiające Uogólnioną Krzywą Suszenia wyprowadza się bazując na równaniach dla I i II okresu suszenia.

$$-\left( \frac{dX}{dt} \right)_I = N \quad (6.14)$$

$$-\left( \frac{dX}{dt} \right)_{II} = K \cdot (X - X_r)^n \quad (6.15)$$

Uwzględnia się także względny współczynnik suszenia  $\kappa$  [26, 177].

$$K = \kappa \cdot N = \frac{1}{X_{kr} - X_r} \cdot N \quad (6.16)$$

Z analizy równań 6.14-6.16 wynika, że krzywe suszenia danej substancji otrzymane przy różnych warunkach prowadzenia procesu, ale przy tej samej początkowej zawartości wilgoci praktycznie tworzą jedną uogólnioną krzywą w układzie współrzędnych  $(X - X_r) = f(N \cdot t)$ .

$$X = X_r + (X_{kr} - X_r) \exp(-\kappa \cdot N \cdot t_{II}) \quad (6.17)$$

$$(X - X_r) = f(N \cdot t) \quad (6.18)$$

$$N_1 \cdot t_1 = N_2 \cdot t_2 = \dots = N_n \cdot t_n = (N \cdot t) = const \quad (6.19)$$

stosując warunek

$$\frac{t_1}{t_{m1}} = \frac{t_2}{t_{m2}} = \dots = \frac{t_n}{t_{mn}} = \left( \frac{t_n}{t_m} \right) = const \quad (6.20)$$

gdzie:  $t_{m1}, t_{m2}, \dots, t_{mn}$  – czas suszenia do pewnej umownie określonej różnicy zawartości wilgoci przy różnych warunkach prowadzenia procesu. Uzyskuje się możliwość analizy w przypadkach, gdy suszenie przebiega w drugim okresie procesu.

Obszar zastosowań omawianej koncepcji można znacznie rozszerzyć stosując bezwymiarowy układ współrzędnych (6.21).

$$\frac{X}{X_0} = f\left(\frac{N \cdot \tau}{z_I}\right) \quad (6.21)$$

Takie postępowanie znosi ograniczenie dotyczące jednakowej początkowej zawartości wilgoci dla danej substancji. Charakteryzowane podejście pozwala na znaczne ograniczenie liczby doświadczeń weryfikacyjnych, gdyż w granicznym przypadku dla otrzymania tej krzywej wystarczy jeden eksperyment przy określonych, dostępnych w danym laboratorium, parametrach procesowych suszenia. Przez jeden eksperyment należy rozumieć wyznaczenie pojedynczej krzywej suszenia. Jeśli znana jest uogólniona krzywa suszenia to można sporządzić krzywą kinetyczną dla warunków projektowanych.

Metoda Uogólnionej Krzywej Suszenia została zaproponowana do analizowania suszenia fluidalnego. Niemniej koncepcja ta została z powodzeniem zaadaptowana dla suszenia kontaktowo/konwekcyjnego celulozy przez zespół z Brazylii [28-32]. Zespół ten zaproponował również inną metodę uogólnionej szybkości suszenia, która jest odmianą charakterystycznej krzywej suszenia.

Zaprezentowana metoda uogólnionej krzywej suszenia pozwala na otrzymanie krzywej suszenia dla zadanych warunków projektowych. Metodę uogólnionej krzywej suszenia można stosować zarówno dla substancji, których suszenie przebiega z występowaniem obydwu charakterystycznych okresów suszenia, jak i dla materiałów, których suszenie przebiega wyłącznie w drugim okresie.

Omawiany problem wiąże się ściśle z ważnym i aktualnym zagadnieniem powiększania skali suszarek fluidyzacyjnych [107, 115, 153, 195].

Jeżeli znana jest Uogólniona Krzywa Suszenia przedstawiona w bezwymiarowym układzie współrzędnych  $(X/X_0) = f [(N \cdot t)/X_0]$  (stosunek zawartości wilgoci bieżącej do zawartości wilgoci początkowej w funkcji stosunku iloczynu stałej szybkości suszenia w pierwszym okresie i czasu suszenia do początkowej zawartości wilgoci), to można sporządzić krzywą kinetyczną  $X = f(t)$  dla warunków projektowanych w skali przemysłowej. Szybkość suszenia  $N$  może być liczona przy założeniu, że ciepło jest użytkowane całkowicie do odparowania wody. Odparowanie zachodzi na zewnętrznej powierzchni cząsteczki, całkowicie pokrytej wilgocią. Temperatura cząstek jest stała i równa temperaturze wilgotnego termometru.

Pierwszym krokiem jest obliczenie współczynnika wnikania ciepła, który liczy się [22] na podstawie zmodyfikowanego modelu złoża pęcherzykowego z wykorzystaniem równań (6.22)-(6.31).

$$Re^* = \frac{Ar}{18 + 0,6 \cdot \sqrt{Ar}} \quad (6.22)$$

$$Nu^* = 2 + 0,6 \cdot Pr^{0,33} (Re^*)^{0,5} \quad (6.23)$$

$$H_{bc} = 4,5 \cdot \frac{u_{mf} \rho_g c_p}{d_b} + 10,35 \cdot \frac{(\lambda_g \rho_g c_p)^{0,5}}{d_b^{1,25}} \quad (6.24)$$

$$\delta = \frac{u_o - u_{mf}}{u_b} \quad (6.25)$$

$$Nu = \frac{1}{1 - \varepsilon_f} \left[ \gamma_b Nu^* + \frac{d_s^2}{6 \lambda_g \Psi} H_{bc} \right] \quad (6.26)$$

$$u_b = u_o - u_{mf} + 0,711 \cdot (gd_b)^{0,5} \quad (6.27)$$

$$\varepsilon_{mf} = Ar^{-0,21} (18 Re + 0,36 Re^2)^{0,21} \quad (6.28)$$

$$(1 - \varepsilon_f) = (1 - \varepsilon_{mf})(1 - \delta) \quad (6.29)$$

$$Re = \frac{u_o d_s \rho_g}{\eta_g} \quad (6.30)$$

$$\frac{\alpha \cdot d_s}{\lambda_g} = Nu = f_2(Re) \quad (6.31)$$

Następnie szybkość suszenia w pierwszym okresie oblicza się [22, 114, 177] w oparciu o zależność (6.32).

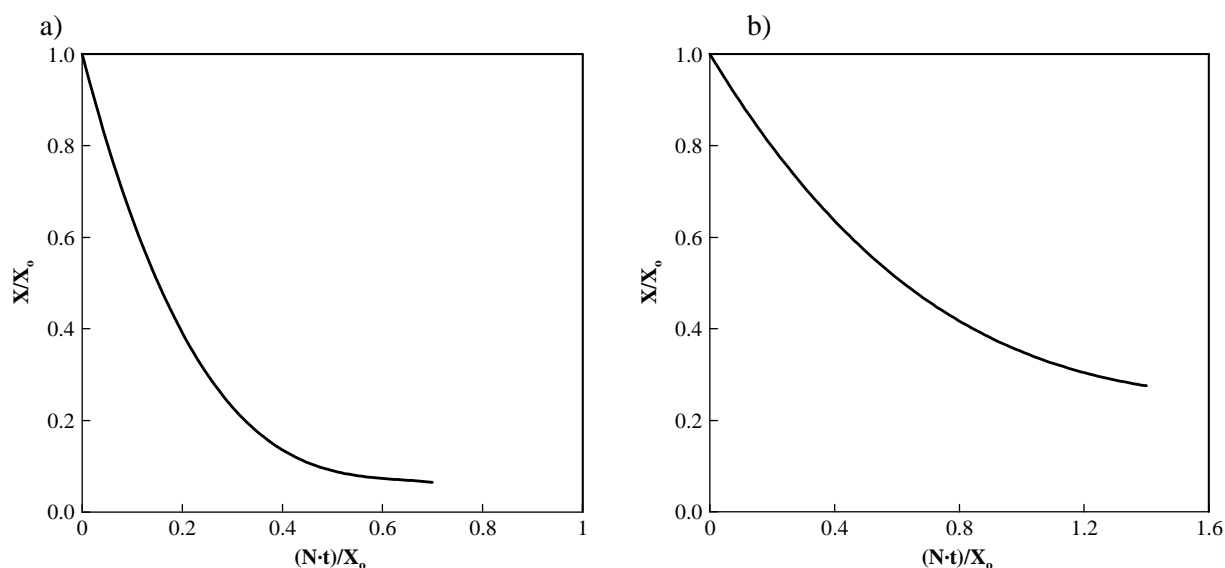
$$N = \frac{6 \cdot \alpha \cdot \Delta T_m \cdot \Psi}{r \cdot d_z \cdot \rho_z} \quad (6.32)$$

Analogicznie do metody przedstawionej za pomocą równań (6.22)- (6.32), istnieje możliwość obliczania szybkości suszenia w pierwszym okresie przy wykorzystaniu współczynnika wnikania masy [179, 210] w oparciu o równanie (6.33).

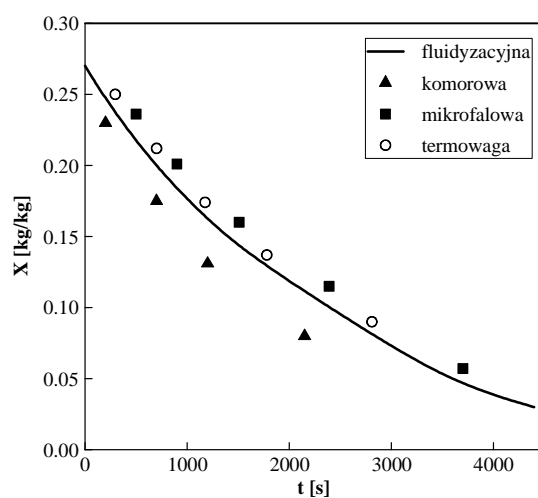
$$N = \frac{k \cdot a \cdot V_0 \cdot \Delta C_m}{m_z} \quad (6.33)$$

Istnieje również możliwość uzyskania krzywej suszenia fluidalnego dla żądanych parametrów procesowych na podstawie eksperymentu przeprowadzonego w dostępnych warunkach laboratoryjnych [24, 177, 179, 218].

Dysponując obliczonymi wartościami  $N$  i uogólnionymi krzywymi suszenia dla analizowanych materiałów otrzymanymi np. w suszarkach: komorowej, mikrofalowej (rys. 6.2) i z zastosowaniem termowagi konstruowano krzywą suszenia dla suszarki fluidalnej (projektowanej).



Rysunek 6.2. Uogólniona Krzywa Suszenia dla maku wg danych uzyskanych z; suszarek: mikrofalowej (a) oraz komorowej (b)



Rysunek 6.3. Krzywa suszenia fluidalnego dla maku dla warunków projektowanych (linia ciągła): dane w oparciu o suszenie komorowe, mikrofalowe i uzyskane z termowagi przedstawiają symbole graficzne

Na rysunku 6.3 zaprezentowano krzywą suszenia fluidalnego maku (linia ciągła) otrzymaną w oparciu o dane eksperymentalne z suszarki fluidyzacyjnej oraz krzywe kinetyczne wynikające z zastosowania opisywanej metodyki i wykorzystanie Uogólnionych Krzywych Suszenia maku innymi metodami (symbole graficzne).

Maksymalny błąd względny między danymi teoretycznymi, a eksperymentalnymi dla wszystkich badań testowych, nie przekraczał 18 %.

Koncepcja Uogólnionej Krzywej Suszenia może zostać wykorzystana do uzyskania charakterystyki materiału suszonego w postaci izotermy desorpcji wg metodyki przedstawionej w rozdziale 5. Takie podejście pozwala na maksymalną minimalizację zakresu niezbędnych badań laboratoryjnych.

## **7. WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA**

### **7.1. Eksperymentalne Krzywe Suszenia**

Badania laboratoryjne prowadzono na odpowiednio skonstruowanym i opomiarowanym [114, 179] stanowisku laboratoryjnym. Stanowisku badawcze (rys.7.1), składa się z okresowej suszarki fluidyzacyjnej -1 o średnicy 225 mm i wysokości 1700 mm, wyposażonej w porowaty dystrybutor gazu. Powietrze będące czynnikiem fluidyzującym i suszącym, tłoczone przez wentylator -2 przepływa przez nagrzewnicę elektryczną -4, komorę dystrybutora gazu -14 do kolumny 1, a następnie po przejściu przez złoże fluidalne, przez cyklon -3 wydostaje się na zewnątrz.

Kolumna jest izolowana warstwą maty mineralnej i ogrzewane elektrycznie z kontrolą gradientu temperatury, co zapewnia adiabatyczność procesu. Zestaw zwężek 6 wraz z zaworami 9,10 umożliwia płynną, w szerokim zakresie zmienności, regulację i pomiar natężenia przepływu doprowadzanego gazu.

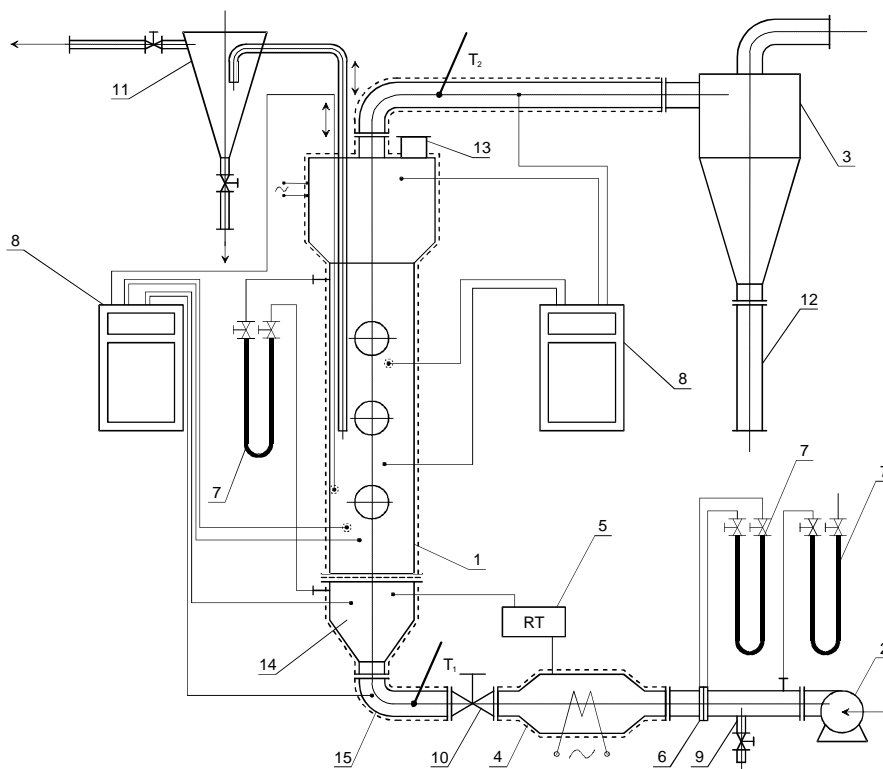
Manometry cieczowe 7 pozwalają mierzyć spadki ciśnienia. Temperatury gazu i złoża mierzone są termoparami miedź-konstantan. W złożu umieszczono pod rusztem termoparę regulującą temperaturę gazu wlotowego, połączoną z elektronicznym regulatorem 5 i częścią grzałek nagrzewnicy.

Wskazania termopar są rejestrowane automatycznie 8. Stosowano także termoparę ruchomą do pomiaru temperatury ciała stałego na różnych poziomach złoża. W trakcie cyklu badawczego wykonywano testowe pomiary, sprawdzające temperaturę złoża przez chwilowe zatrzymanie przepływu gazu. Nagrzewnica 4 połączona jest do źródła prądu elektrycznego przez licznik energii elektrycznej. W rurze wylotowej z kolumny zainstalowano urządzenie do pomiaru wilgotności gazu wylotowego typu TESTO 452 ( $T_2$ ). Przyrząd TESTO 452 (firmy Testo GmbH&Co) umożliwia jednoczesny pomiar temperatury, wilgotności i prędkości przepływu gazu wraz z rejestracją automatyczną tych wielkości.

Pomiar wilgotności gazu wlotowego dokonywany jest psychrometrycznie z zastosowaniem aparatu TESTO 610( $T_1$ ).

Stanowisko testowe zostało wyposażone w specjalnie skonstruowane urządzenie do poboru małych próbek złoża 11. Urządzenie wykonane ze szkła jest zamontowane na ruchomej prowadnicy. Zbiornik w kształcie stożka zaopatrzony jest w dwa przewody z zaworami i zamykany od dołu korkiem. Jeden z przewodów zanurzony jest w złożu. Drugi poprzez naczynie buforowe połączony jest z pompką wodną. Pod wpływem podciśnienia, przy odpowiednio ustawionych zaworach, następuje zassanie do zbiornika próbki złoża. Dzięki odpowiedniemu ukształtowaniu korka próbkę łatwo przenosi się do naczynka wagowego. Opisana konstrukcja urządzenia pozwala na wygodne pobieranie w dowolnej chwili żądanej wielkości próbek złoża, nie powodując zakłóceń fluidyzacji.

W trakcie badań istnieje możliwość określenia intensywności pylenia przez pomiar wysokości warstwy materiału zebranego w odbieralniku 12.



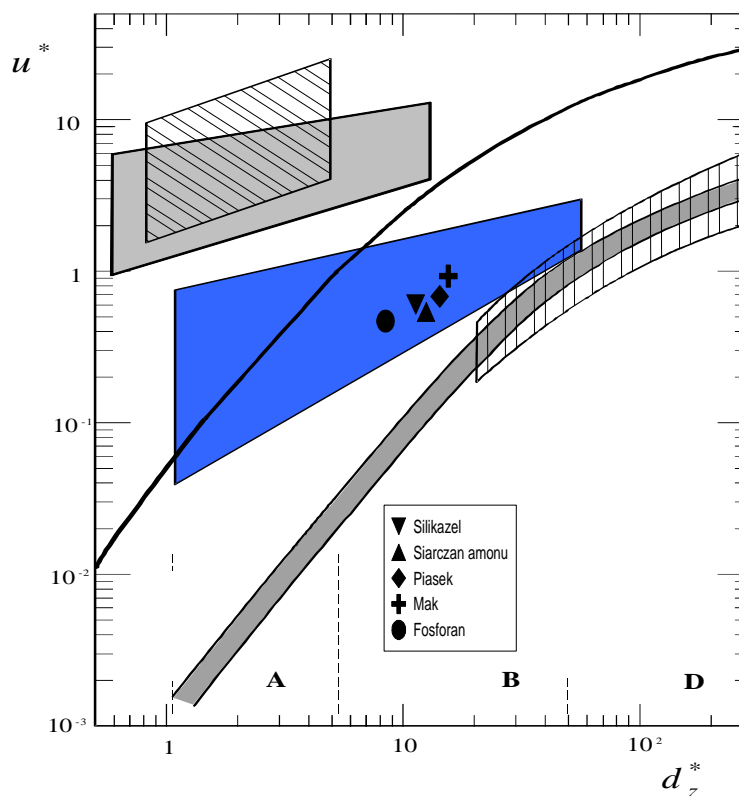
Rysunek 7.1. Schemat stanowiska badawczego: 1 – suszarka, 2 – wentylator, 3 – cyklon, 4 – nagrzewnica, 5 – regulator temperatury, 6 – zestaw zwęzek, 7 – manometry, 8 – rejestratory temperatury, 9 – boczник, 10 – zawór, 11 – sonda, 12 – odbieralnik pyłu, 13 – zasyp, 14 – komora dyspersora gazu, 15 – izolacja,  $T_1$ ,  $T_2$  – psychrometry

Badaniami objęto fosforan paszowy, ziarna maku, piasek, siarczan amonu, fosforan paszowy i silikażel. W tabeli 7.1 zestawiono właściwości badanych substancji.

Tabela 7.1. Właściwości fizykochemiczne testowanych substancji

	$d_z \cdot 10^4$ [m]	$\rho_z$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$X_0$ [kg/kg]	$X_{kr}$ [kg/kg]	$X_r$ [kg/kg]	$u_0$ [m/s]	$T_0$ [K]	$H_{mf}$ [m]	$d^*$	$u^*$
Fosforan paszowy	2,3	2153	0,23	0,0900	0,015	0,35	353	0,15	8,50	0,46
Mak	5,0	1050	0,27	0,2500	0,052	0,50	323	0,15	15,68	0,91
Piasek	3,39	2618	0,059	0,0380	0,008	0,50	323	0,15	14,42	0,67
Siarczan amonu	3,39	1786	0,029	0,0089	0,002	0,35	325	0,15	12,62	0,53
Silikaziel	3,39	1300	0,28	0,1500	0,035	0,35	323	0,15	11,41	0,60

Posługując się wzorami (3.19) oraz (3.20) obliczono prędkość i średnicę bezwymiarową. Uzyskane wartości przedstawiono na diagramie fazowym (rys. 7.2).



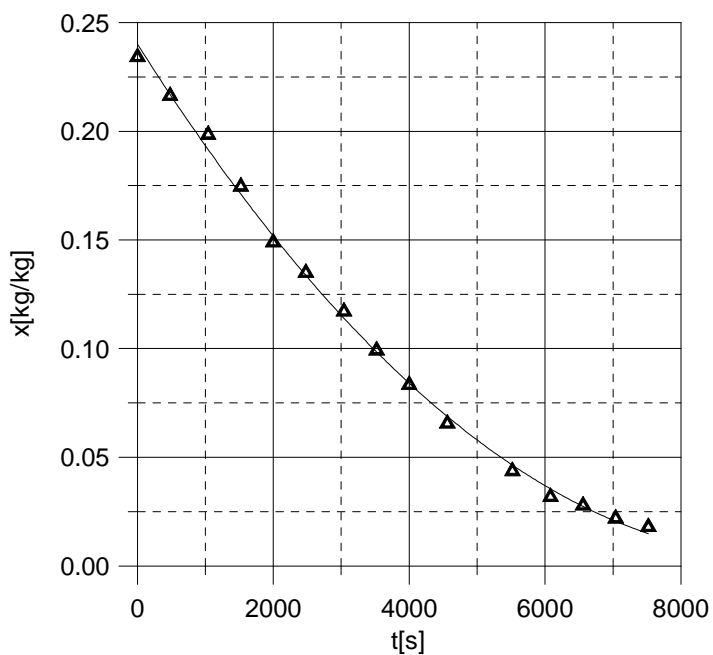
Rysunek 7.2. Diagram fazowy badanych materiałów

Zgodnie z przewidywaniami badane materiały należą do grupy B wg klasyfikacji Geldarta. Fluidyzacja przebiega wg modelu pęcherzykowego złoża fluidalnego.

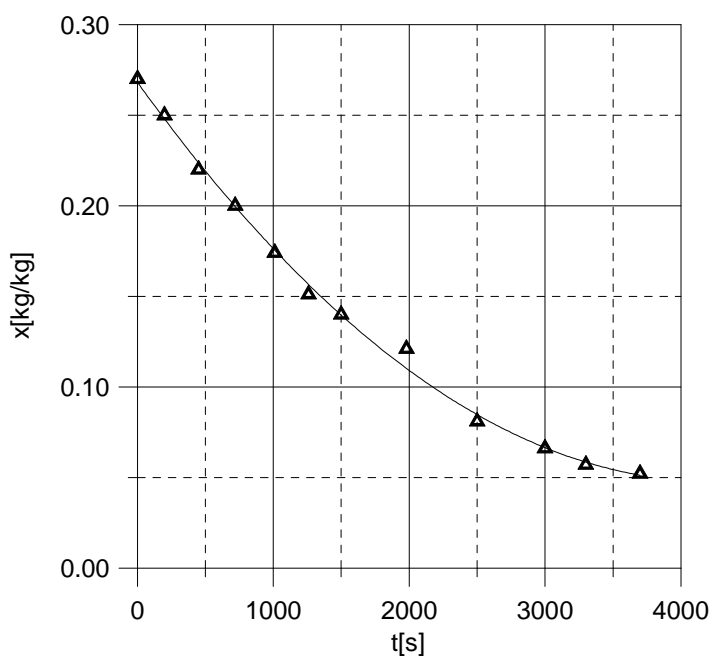
Wykorzystując stanowisko badawcze przedstawione na rysunku 7.1 uzyskiwano eksperymentalne krzywe suszenia dla badanych materiałów. Do pomiaru przystępowano po ustaleniu się równowagi cieplnej w układzie. Jednocześnie przygotowywano materiał suszony o założonej początkowej zawartości wilgoci. W określonych odstępach czasowych pobierano próbki materiału suszonego w złożu

fluidalnym. Zawartość wilgoci w materiale wyznaczono metodą bezpośrednią, susząc pobrane próbki do stałej masy w suszarce laboratoryjnej.

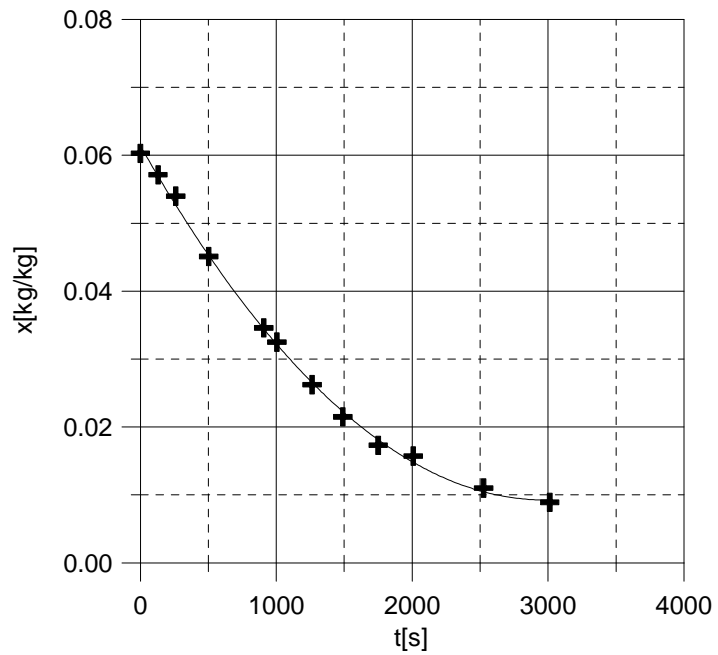
Uzyskane punkty pomiarowe aproksymowano wielomianem o stopniu wystarczającym do odwzorowania krzywej suszenia w całym jej zakresie. Uzyskane krzywe suszenia przedstawiono na rysunkach 7.3-7.7.



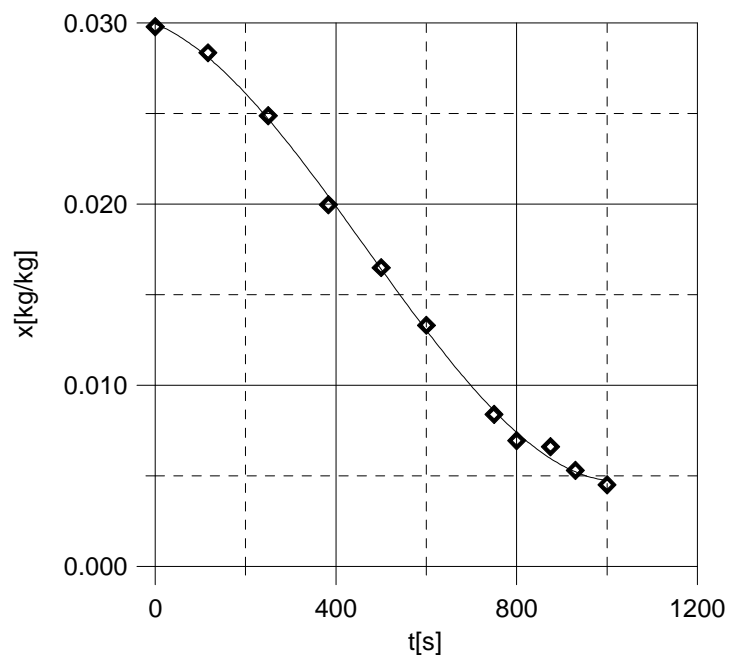
Rysunek 7.3. Krzywa suszenia fosforanu paszowego



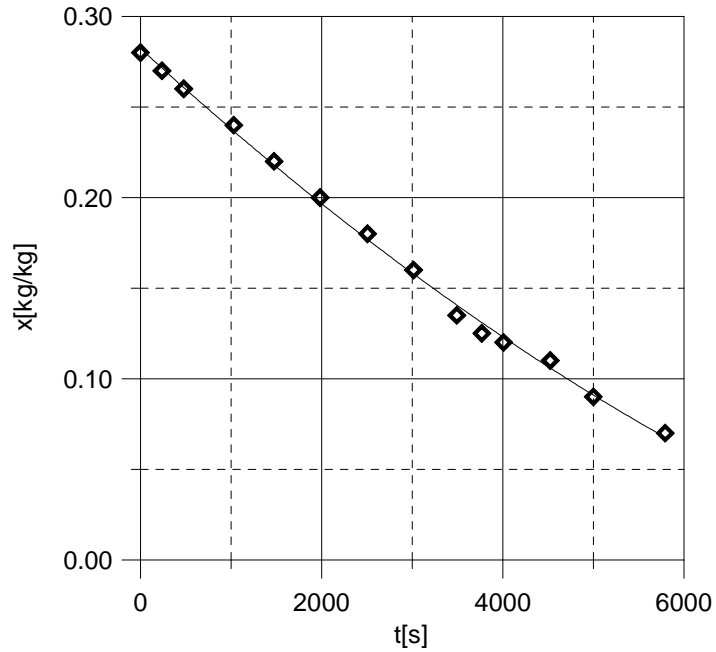
Rysunek 7.4. Krzywa suszenia maku



Rysunek 7.5. Krzywa suszenia piasku

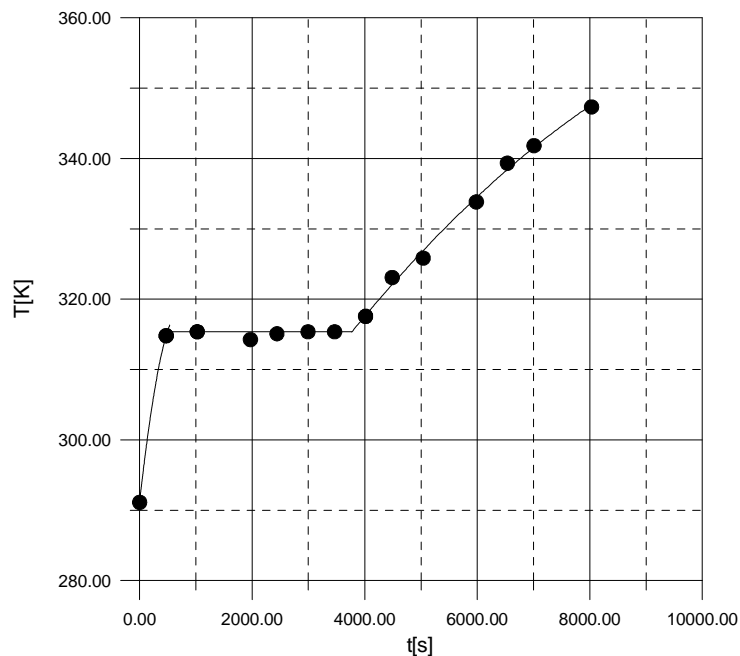


Rysunek 7.6. Krzywa suszenia siarczanu amonu

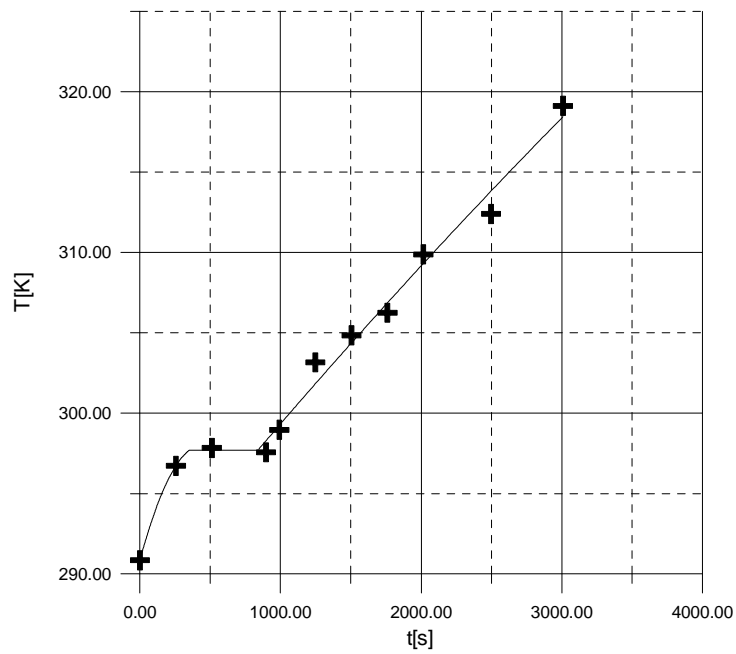


Rysunek 7.7. Krzywa suszenia silikażelu

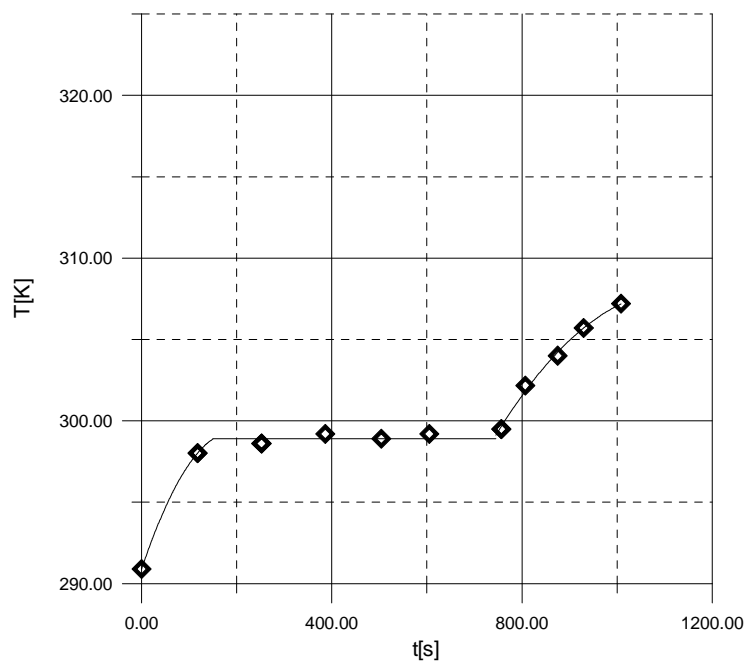
W danym okresie czasu wraz z pobraniem próbki do określenia zawartości wilgoci w złożu fluidalnym, rejestrowano temperaturę gazu opuszczającego złożę fluidalne. Na tej podstawie uzyskano eksperymentalne krzywe temperaturowe przedstawione na rysunkach 7.8-7.11.



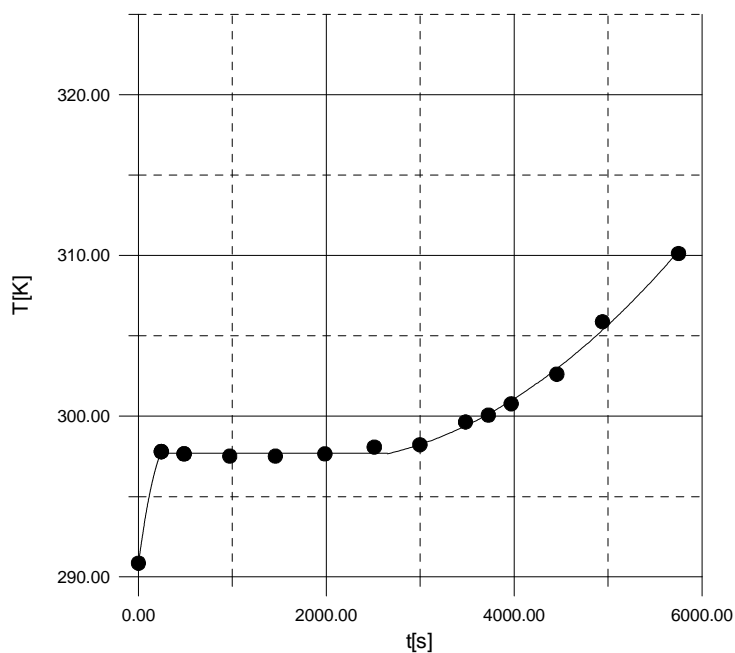
Rysunek 7.8. Krzywa temperaturowa fosforanu paszowego



Rysunek 7.9. Krzywa temperaturowa piasku

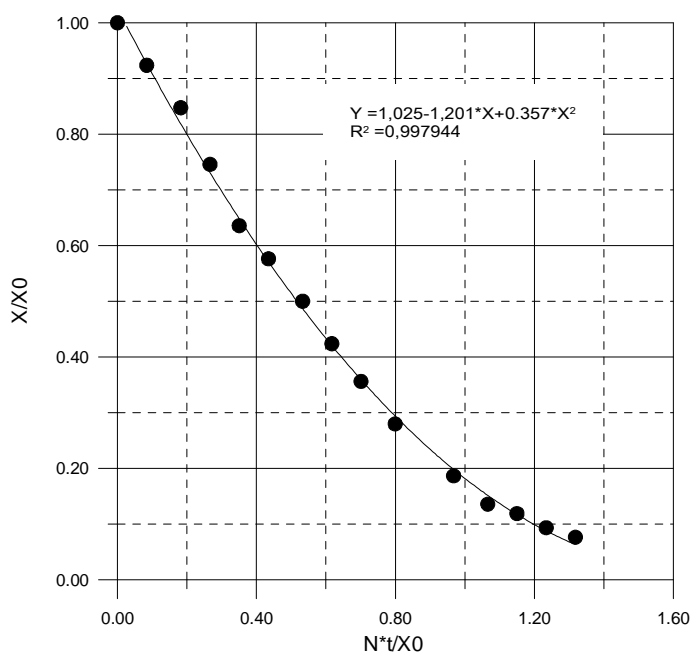


Rysunek 7.10. Krzywa temperaturowa siarczanu amonu

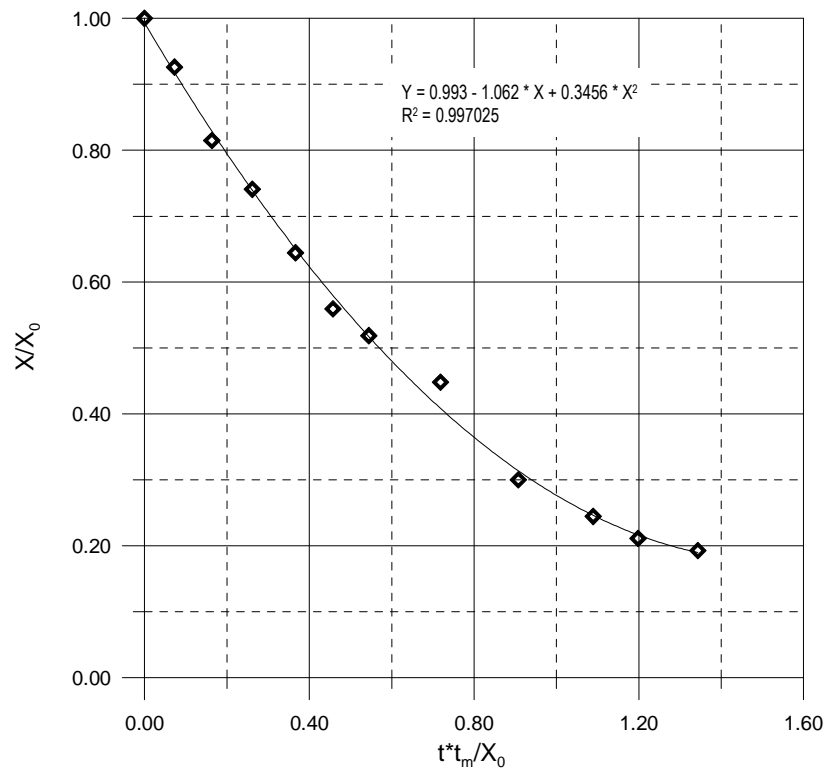


Rysunek 7.11. Krzywa temperaturowa silikażelu

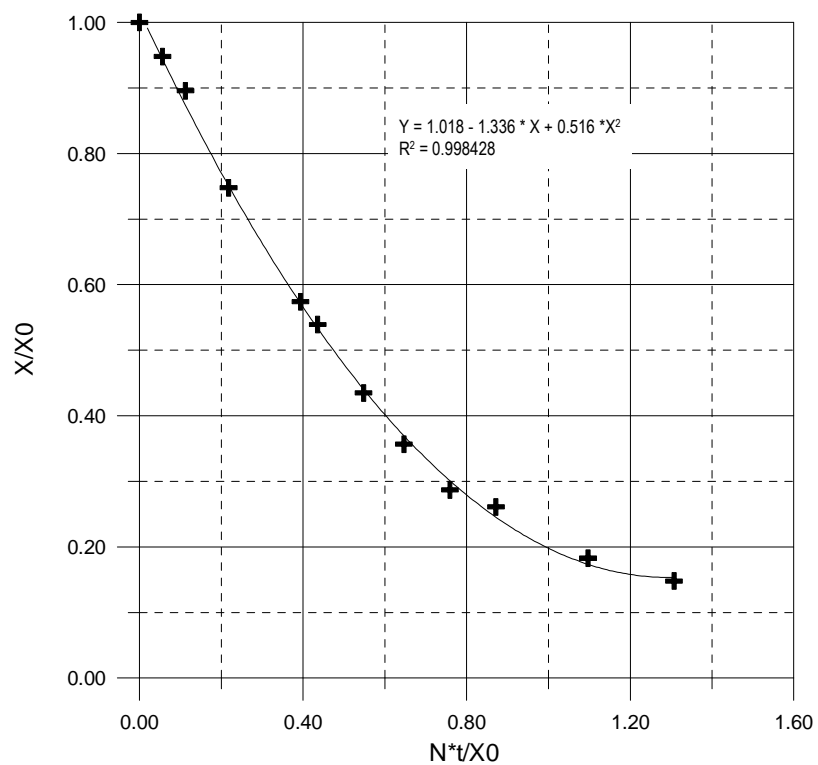
W kolejnym etapie na podstawie punktów pomiarowych przedstawionych na rysunkach 7.3-7.7 skonstruowano Uogólnione Krzywe Suszenia, które zostały przedstawione na rysunkach 7.12-7.16.



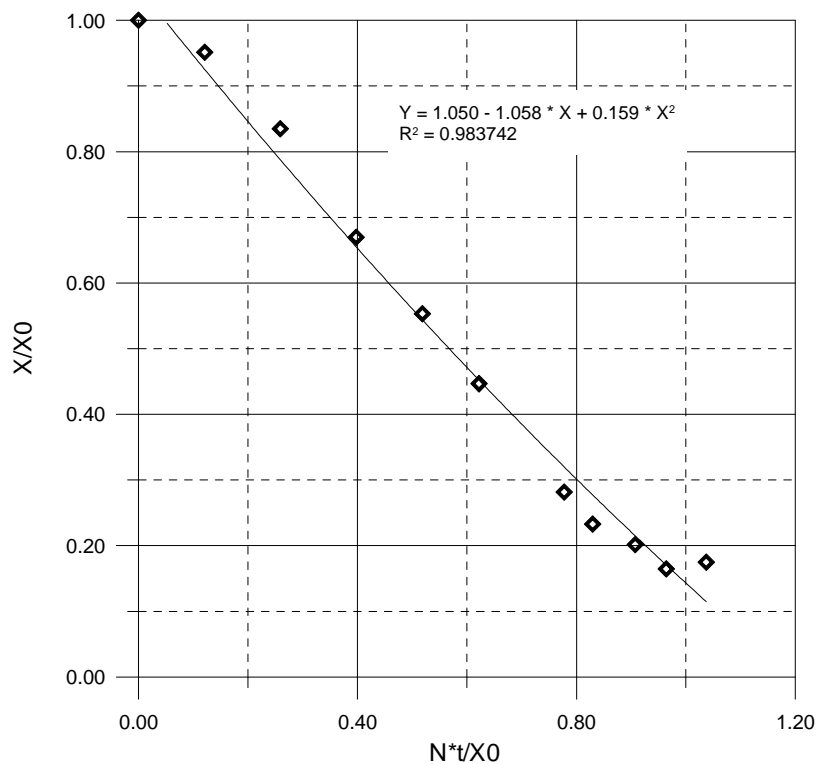
Rysunek 7.12. Uogólniona Krzywa Suszenia fosforanu paszowego



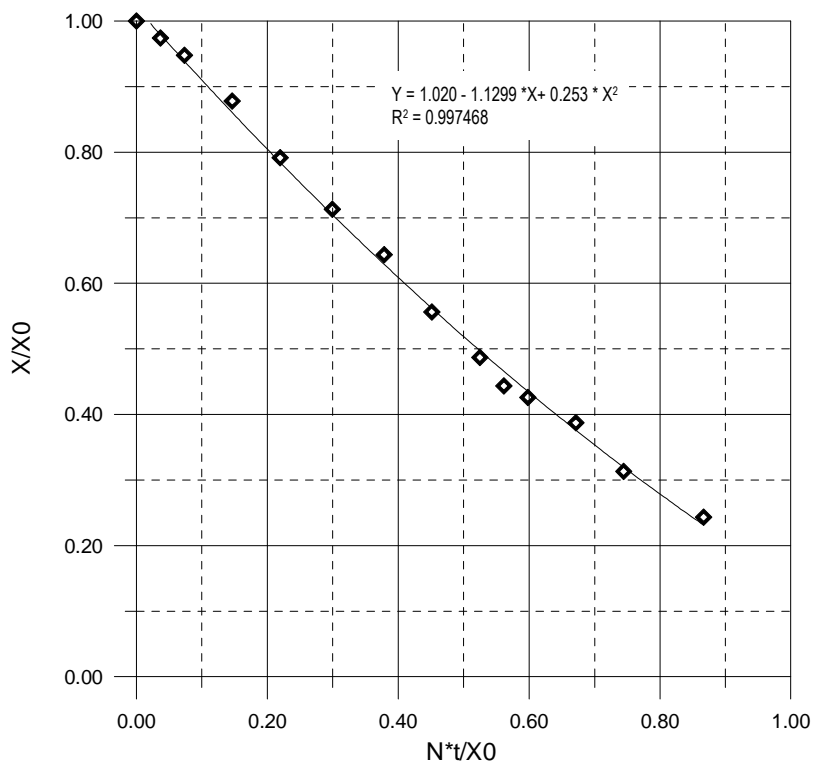
Rysunek 7.13. Uogólniona Krzywa Suszenia maku



Rysunek 7.14. Uogólniona Krzywa Suszenia piasku

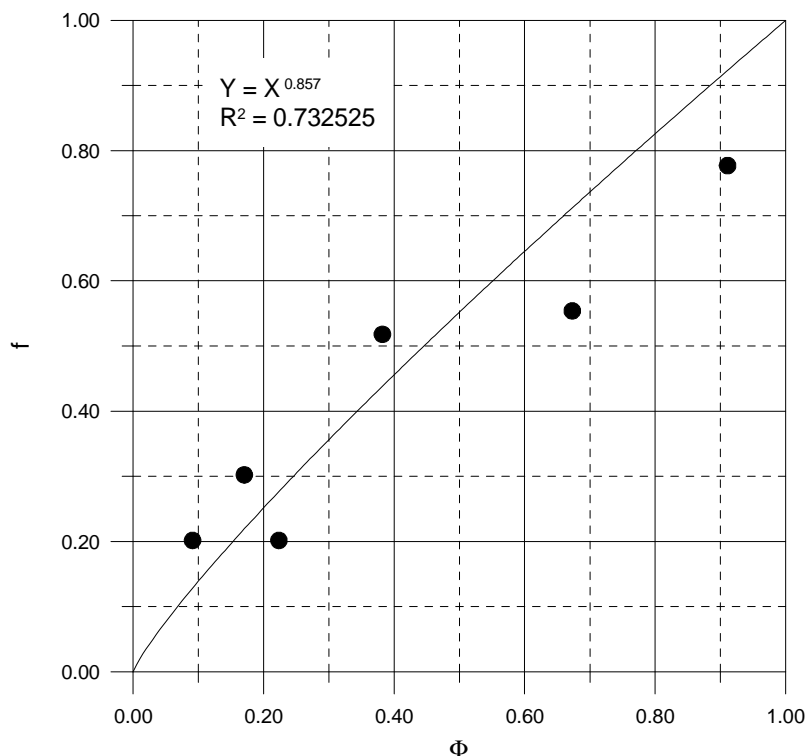


Rysunek 7.15. Uogólniona Krzywa Suszenia siarczanu amonu

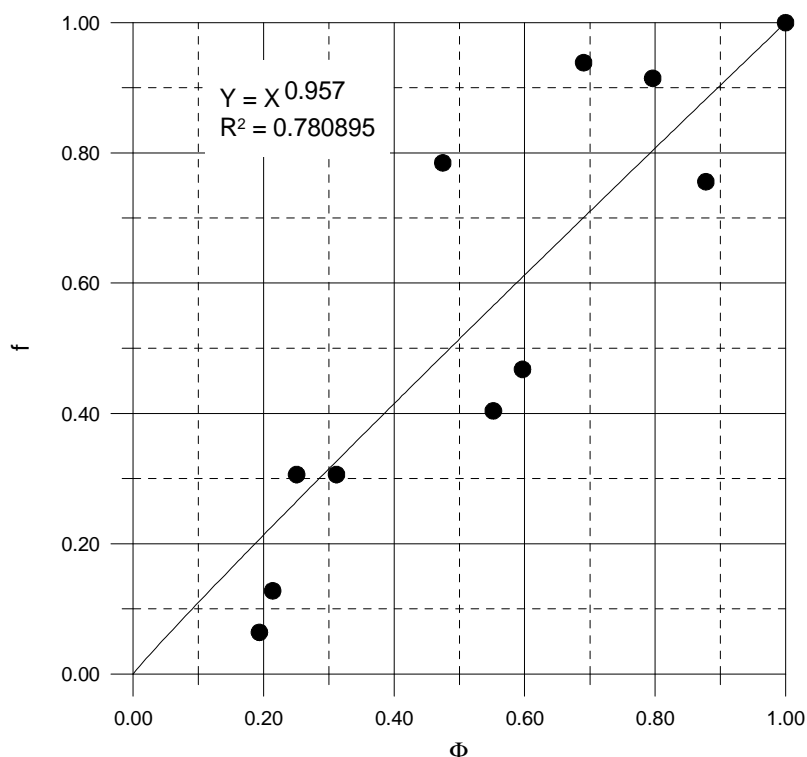


Rysunek 7.16. Uogólniona Krzywa Suszenia silikazelu

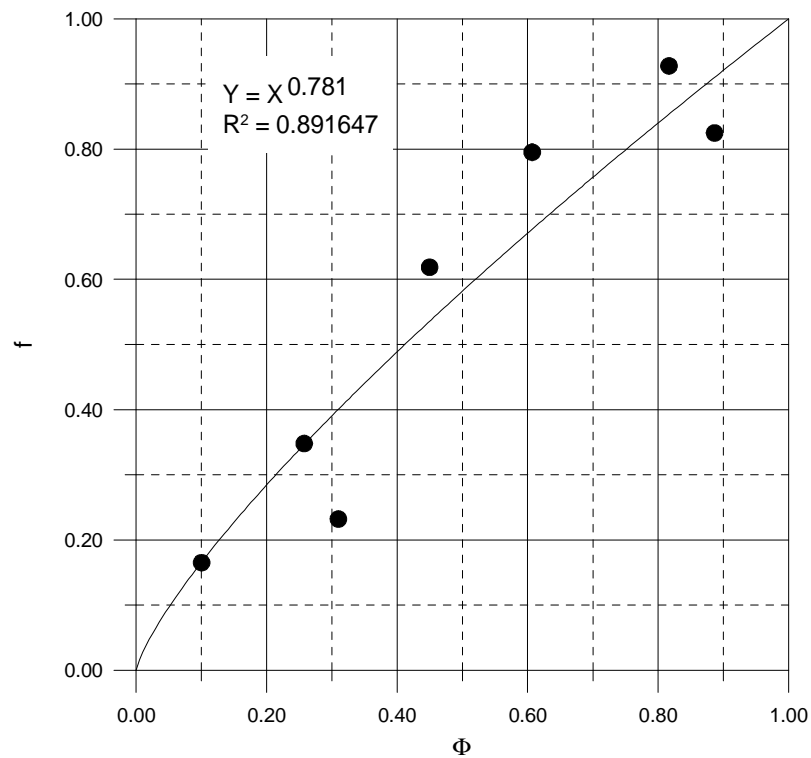
Punkty pomiarowe przedstawione na krzywych suszenia (rys. 7.3-7.7) oraz precyzyjne określenie krytycznej zawartości wilgoci na podstawie krzywych temperaturowych (rys. 7.8-7.11) umożliwiły skonstruowania Charakterystycznych Krzywych Suszenia (rys.7.17-7.21). Rysunki przedstawiające Charakterystyczne Krzywe Suszenia badanych materiałów zostały sporządzone wyłącznie dla drugiego okresu suszenia.



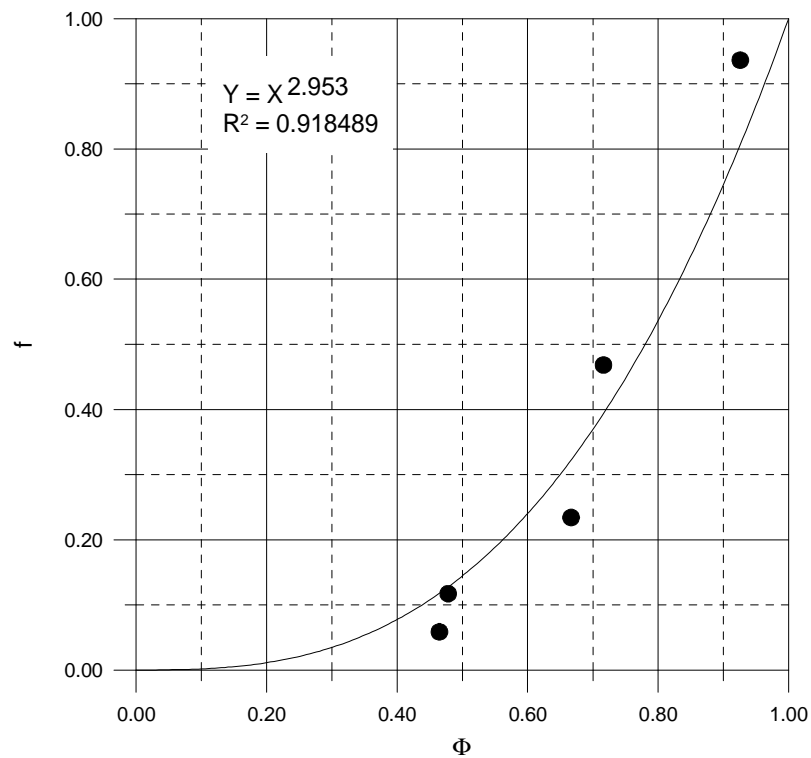
Rysunek 7.17. Charakterystyczna Krzywa Suszenia fosforanu paszowego



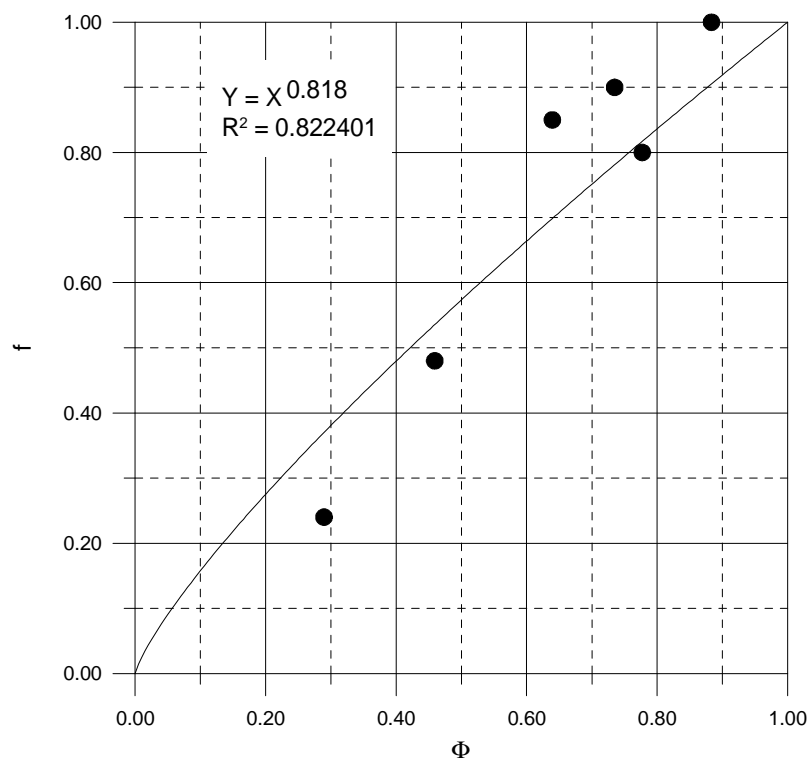
Rysunek 7.18. Charakterystyczna Krzywa Suszenia maku



Rysunek 7.19. Charakterystyczna Krzywa Suszenia piasku



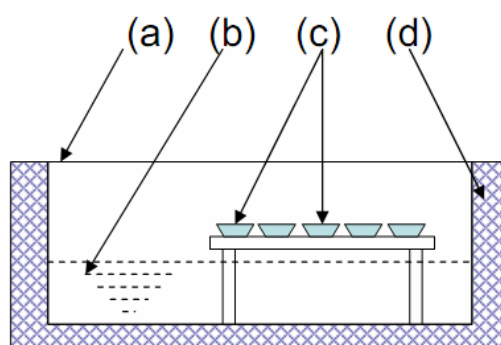
Rysunek 7.20. Charakterystyczna Krzywa Suszenia siarczanu amonu



Rysunek 7.21. Charakterystyczna Krzywa Suszenia silikażelu

## 7.2. Eksperymentalne izoterm sorpcji

Badania laboratoryjne pozwalające uzyskać izoterm desorpcji materiałów suszonych prowadzono klasyczną metodą eksykatorową. Stanowisko badawcze przedstawiono na rysunku 7.22.



Rysunek 7.22. Stanowisko badawcze do otrzymywania izoterm sorpcji metodą eksykatorową

Metoda polega na umieszczeniu próbek materiału o określonej wilgotności (c) w zamkniętym naczyniu (a) nad lustrem nasyconych roztworów wybranych soli nieorganicznych lub roztworu kwasu siarkowego (b). Stała temperatura w naczyniu jest utrzymywana przy pomocy warstwy izolacji termicznej oraz elektrycznego płaszcza grzewczego z kontrolą temperatury (d). Próbkę są kolejno wyjmowane z naczynia i ważone. Ponieważ w zamkniętym naczyniu układ osiąga stan równowagi fizykochemicznej, osiągnięcie tego stanu jest sygnalizowane przez brak zmiany masy próbek. Ponieważ wilgotność nad

roztworem danej soli lub kwasu siarkowego jest stała i ściśle określona to zmierzona zawartość wilgoci w próbce po ustabilizowaniu masy oraz wilgotność nad roztworem pozwalają określić punkt na izotermie sorpcji badanego materiału.

Jako substancje higrostatyczne stosowano roztwory odpowiednich soli (tabela 2.1) oraz kwasu siarkowego. Czas pomiaru wynosił od 14 dni do 2 miesięcy. Prawidłowość działania sprawdzono na substancji wzorcowej, którą była mikroceluloza krystaliczna (Avicel, PH 101) spełniająca wymogi wzorca [202]. Wilgotność względna powietrza zmieniała się od 0,02 do 0,96.

Badaniami objęto te same substancje (silikażel, siarczan amonu, fosforan paszowy, piasek i mak), dla których wyznaczano krzywe kinetyczne.

Do opracowania wyników pomiarów wykorzystano metodę estymacji nieliniowej. W obliczeniach stosowano pakiet STATISTICA PL (StatSoft Polska)

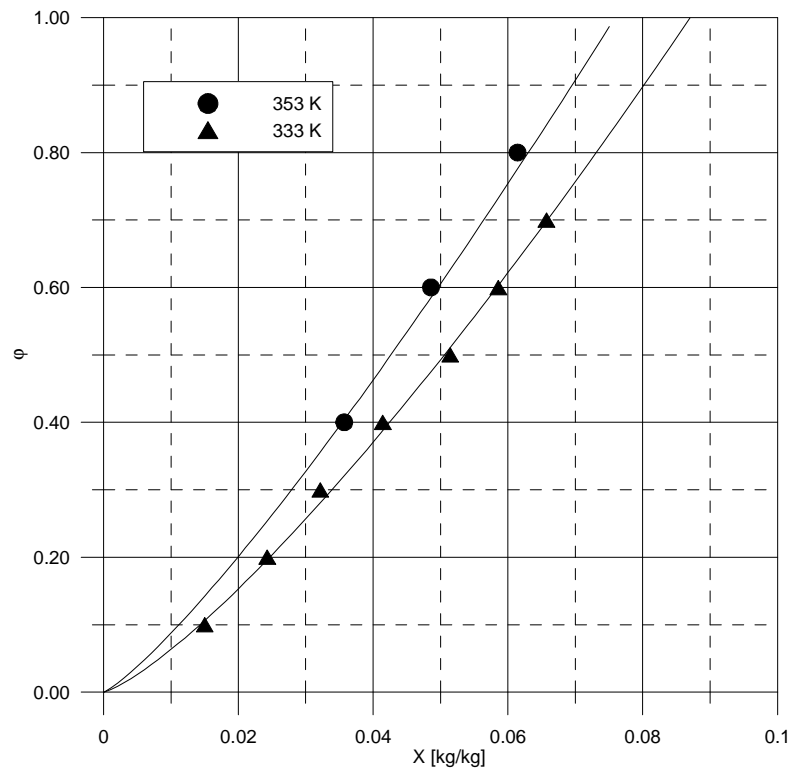
W programie predefiniowano funkcję regresji stosując równania (2.20), a w przypadku silikażelu równanie (2.21).

Najlepsze wyniki otrzymano przy zastosowaniu zawartej w tym pakiecie procedury „Hooke-Jeves and qusi Newton”.

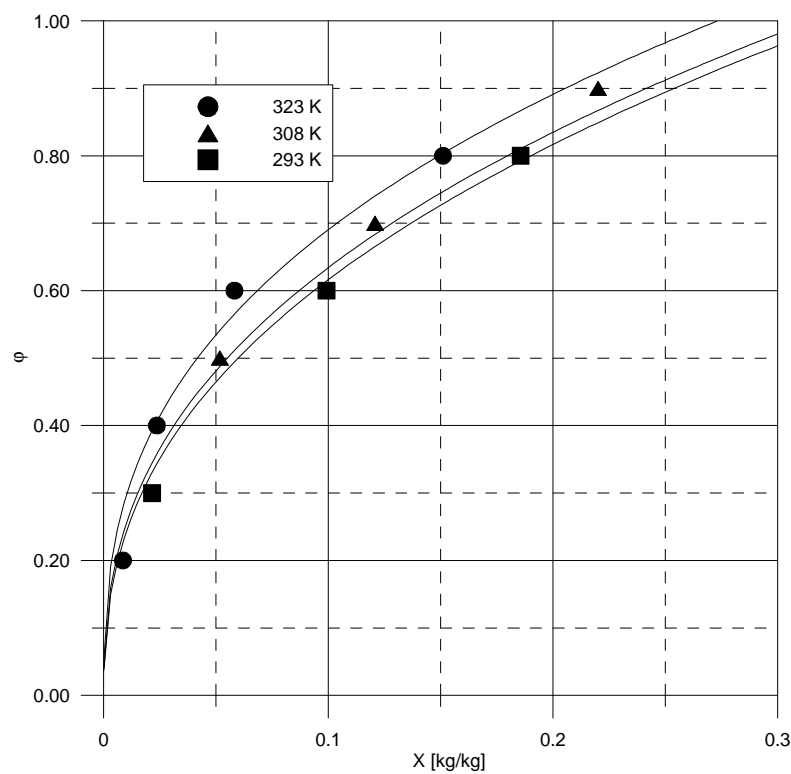
Tabela. 7.2. Równania desorpcji badanych materiałów

$\varphi = 18,610 \exp\left(\frac{63,400 + 424,800 \ln X}{T}\right)$	fosforan paszowy	(7.1)
$\varphi = 2,09 \exp\left(\frac{-83,63 + 119,11 \ln X}{T}\right)$	mak	(7.2)
$\varphi = 15,805 \exp\left(\frac{645,337 + 441,09 \ln X}{T}\right)$	piasek	(7.3)
$\varphi = 155,292 \exp\left(\frac{644,558 + 458,561 \ln X}{T}\right)$	siarczan amonu	(7.4)
$\varphi = 8,654 \exp\left(\frac{1006,974 + 583,88 \ln X}{T}\right) - 7,533 \exp\left(\frac{1116,844 + 644,79 \ln X}{T}\right)$	silikażel	(7.5)

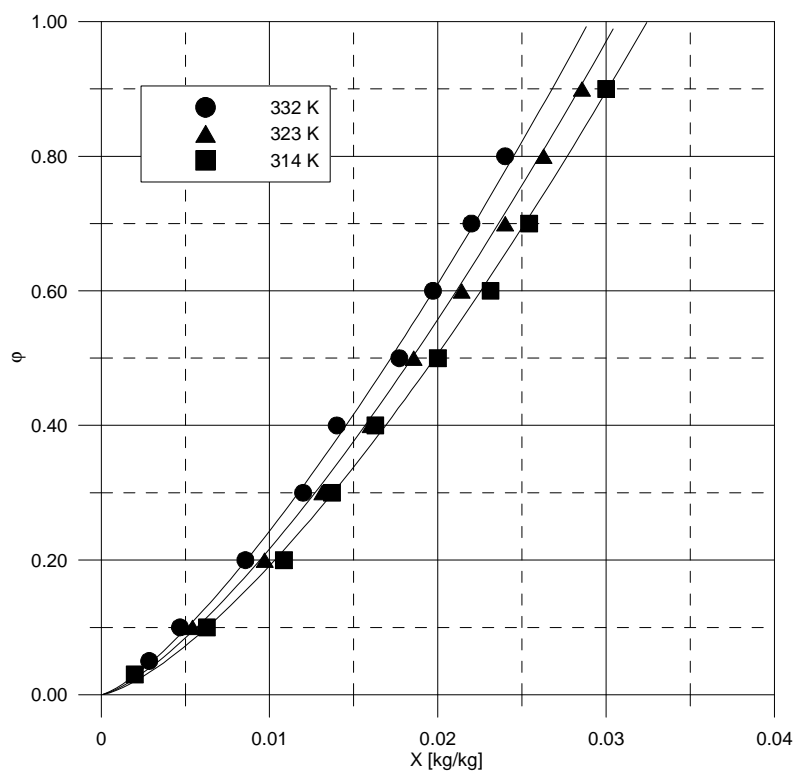
Punkty pomiarowe izoterm desorpcji (symbole graficzne) wraz z wyznaczonymi krzywymi izoterm sorpcji przedstawiono na rysunkach 7.23-7.27.



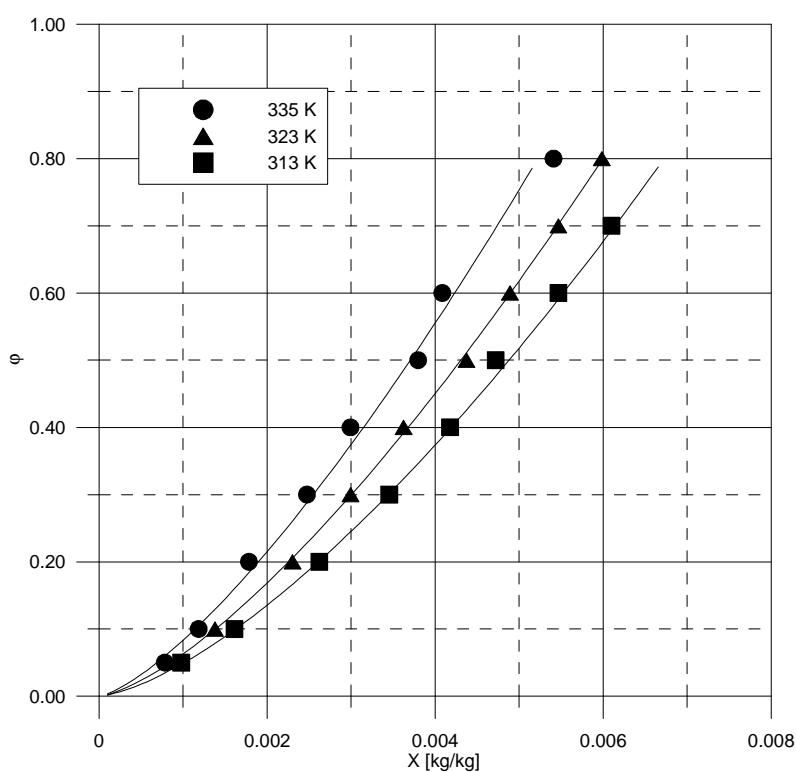
Rysunek 7.23. Izoterma desorpcji fosforanu paszowego



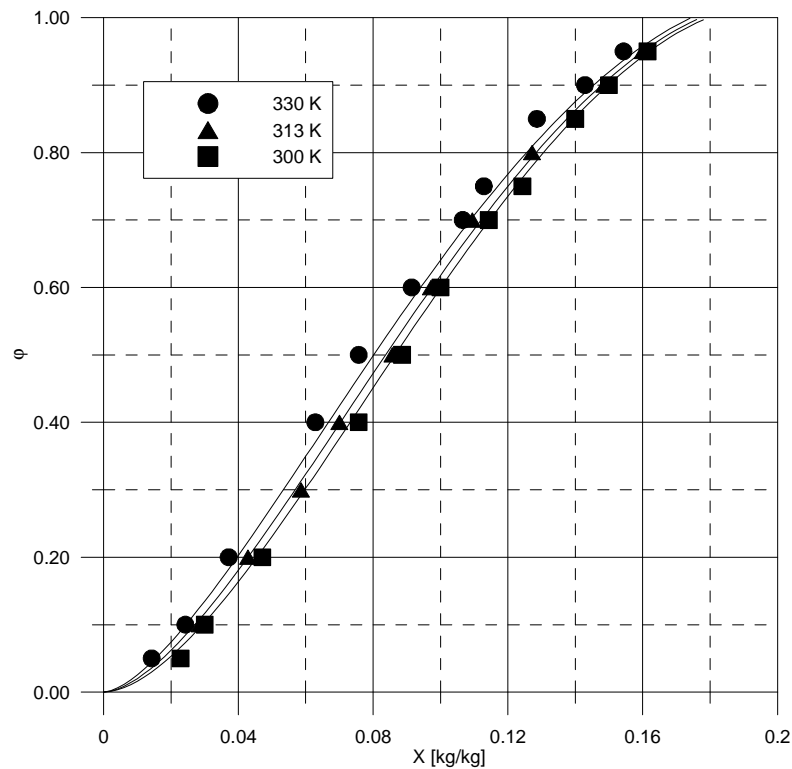
Rysunek 7.24. Izoterma desorpcji maku



Rysunek 7.25. Izoterma desorpcji dla piasku



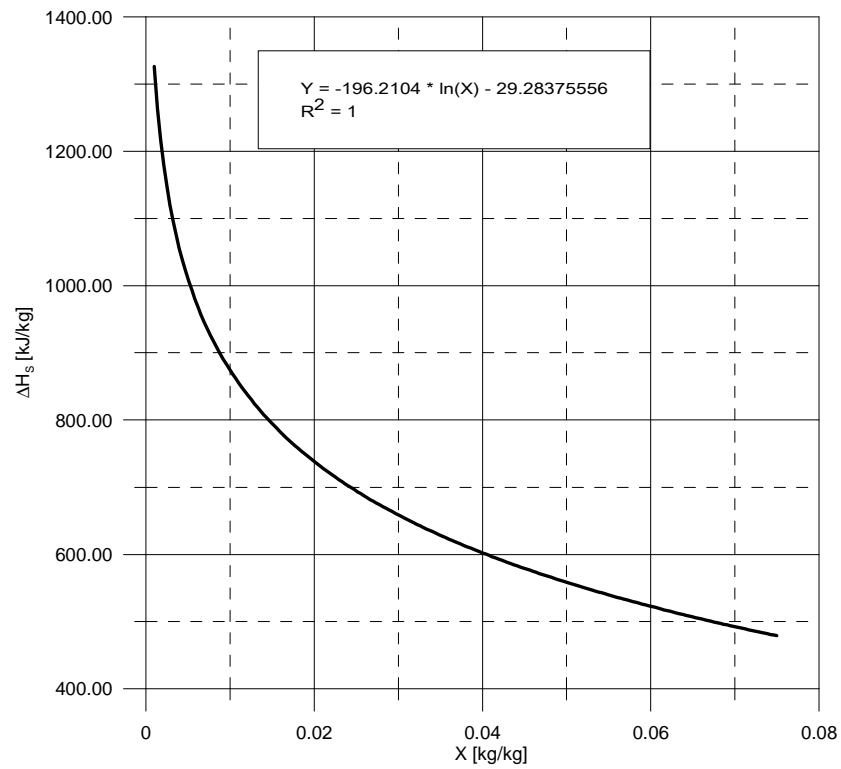
Rysunek 7.26. Izoterma desorpcji dla siarczanu amonu



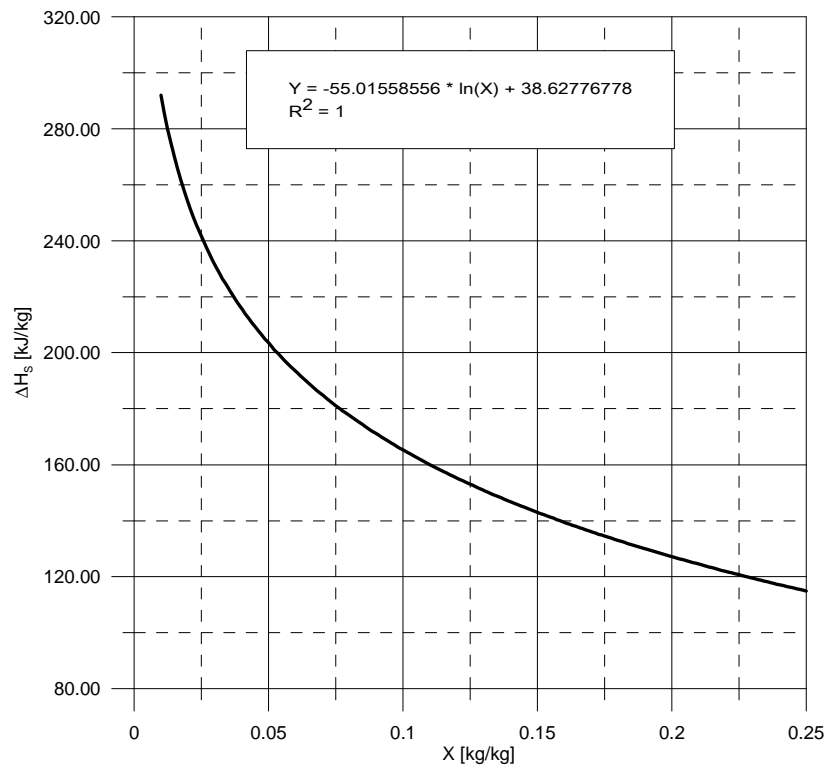
Rysunek 7.27. Izoterma desorpcji silikażelu

Zgodnie z wytycznymi zawartymi w rozdziale 2, izotermy desorpcji wykorzystuje się do wyznaczenia ciepła sorpcji badanych substancji.

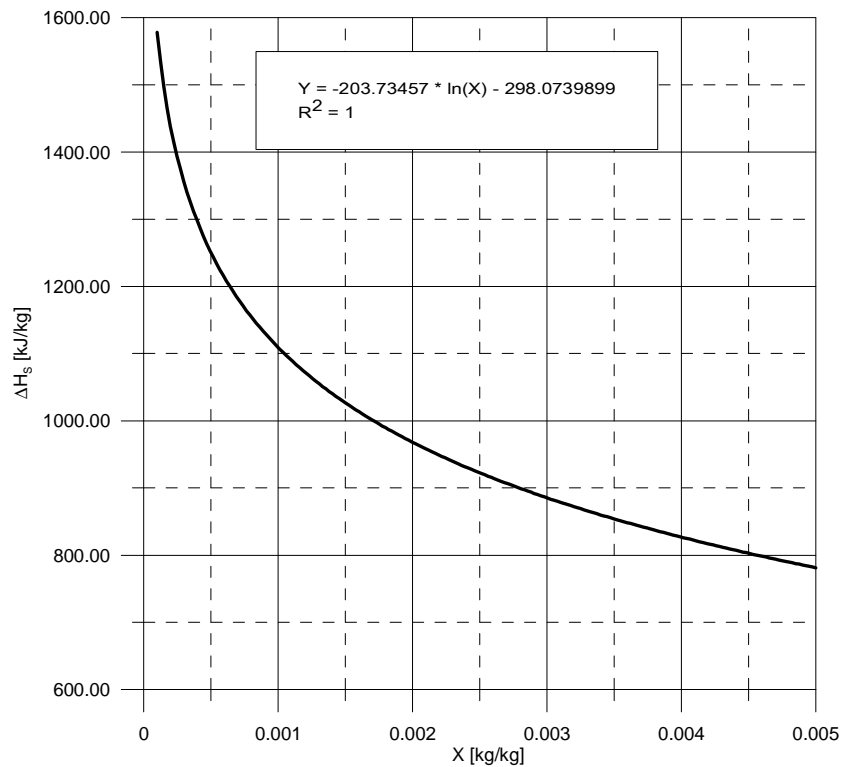
Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunkach 7.28 -7.33.



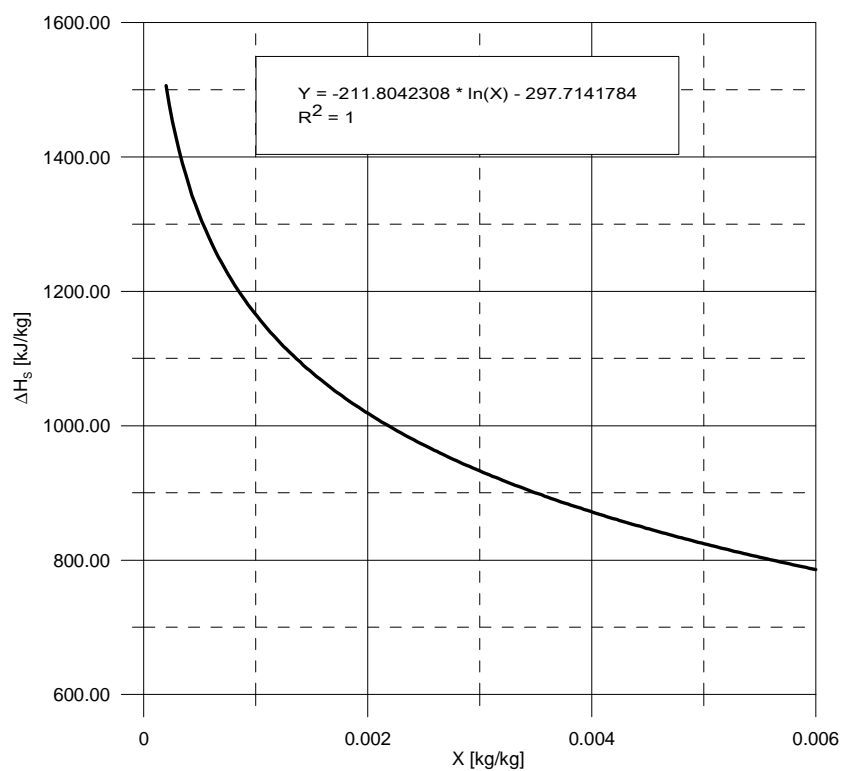
Rysunek 7.28. Zależność  $\Delta h_s = f(X)$  dla fosforanu paszowego



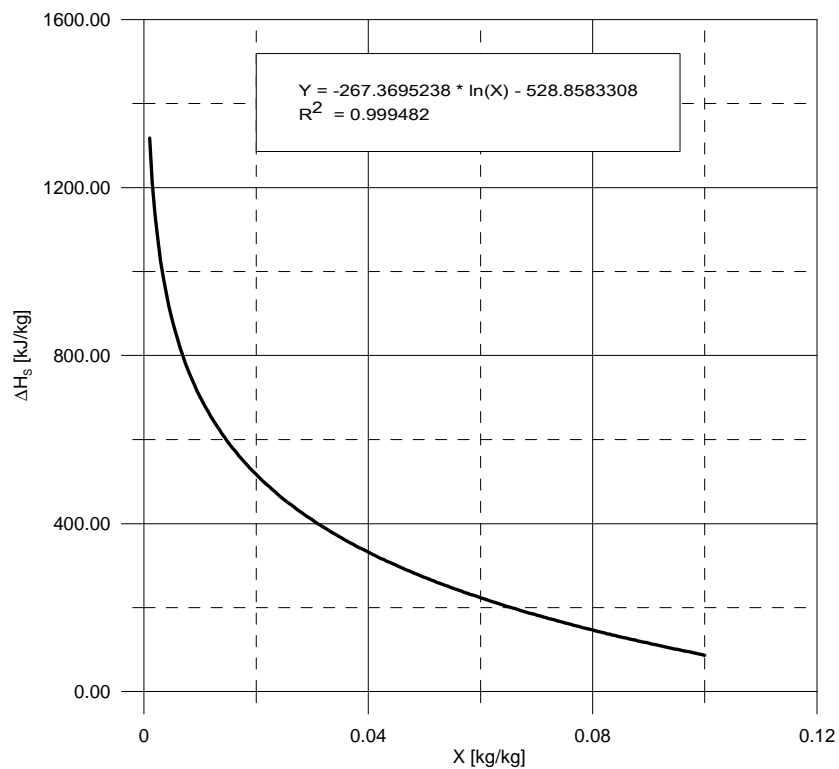
Rysunek 7.29. Zależność  $\Delta h_s = f(X)$  dla maku



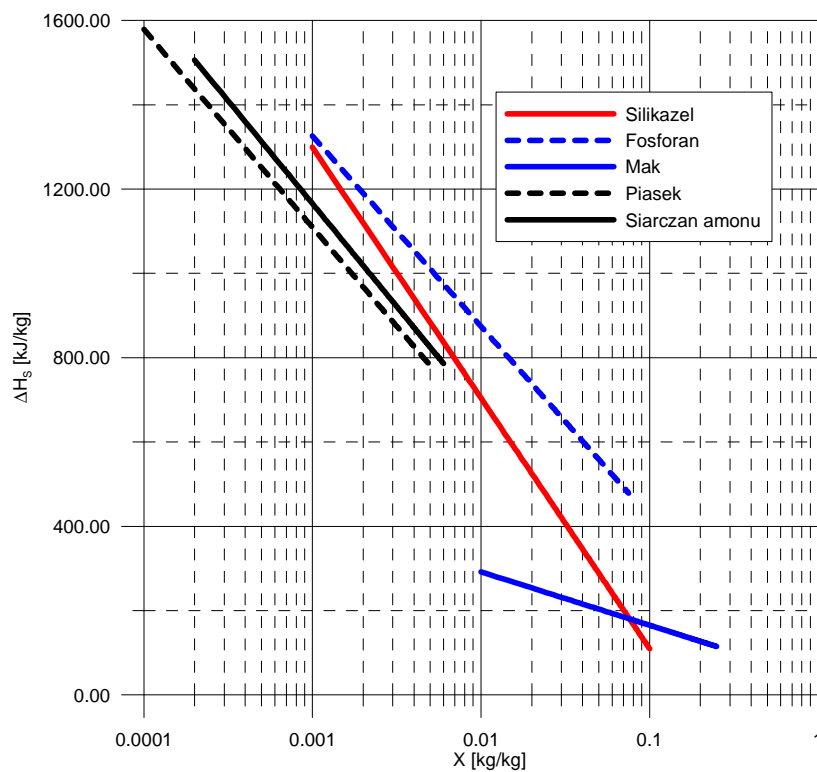
Rysunek 7.30. Zależność  $\Delta h_s = f(X)$  dla piasku



Rysunek 7.31. Zależność  $\Delta h_s = f(X)$  dla siarczanu amonu



Rysunek 7.32. Zależność  $\Delta h_s = f(X)$  dla silikazelu



Rysunek 7.33. Zbiorcze zestawienie zależności ciepła sorpcji  $\Delta h_s$  od zawartości wilgoci  $X$  dla badanych materiałów

Prezentowany wykres (rys. 7.33), ułatwia obserwację zmian ciepła sorpcji dla poszczególnych materiałów  $\Delta h_s = f(X)$ . Wykres przedstawiony w skali półlogarytmicznej dostarcza ciekawych spostrzeżeń. Widoczny jest równoległy przebieg krzywych dla siarczanu amonu, fosforanu paszowego oraz piasku. Może to świadczyć o zbliżonym mechanizmie wiązania wilgoci. W przypadku silikażelu widoczny jest najszybszy wzrost ciepła desorpcji wraz z obniżaniem się zawartości wilgoci. W przypadku maku obserwuje się najmniejszy wzrost ciepła sorpcji wraz ze zmniejszaniem się zawartości wilgoci.

Porównując ciepło sorpcji  $\Delta h_s$  z ciepłem parowania wody 2359 kJ/kg (60°C) można zauważyć, że wartości ciepła sorpcji są szczególnie wysokie w przypadku niskiej zawartości wilgoci. W przypadku maku oraz silikażelu, suszonych do wartości około 0,05 kg/kg ciepło sorpcji osiągało wartość wynoszącą 200 kJ/kg, natomiast dla piasku suszonego do wartości 0,01 kg/kg ciepło sorpcji wynosi około 600 kJ/kg. Wartości te są znaczne i wynoszą 8-25% wartości ciepła parowania wody. Dlatego też wskazane jest prowadzenie dalszej analizy w celu dokładnego określenia wpływu ciepła sorpcji na bilans energetyczny procesu suszenia.

Przeprowadzając aproksymację wyników obliczeń ciepła sorpcji (rys. 7.28-7.32) otrzymano równania ciepła sorpcji przedstawione w tabeli 7.3.

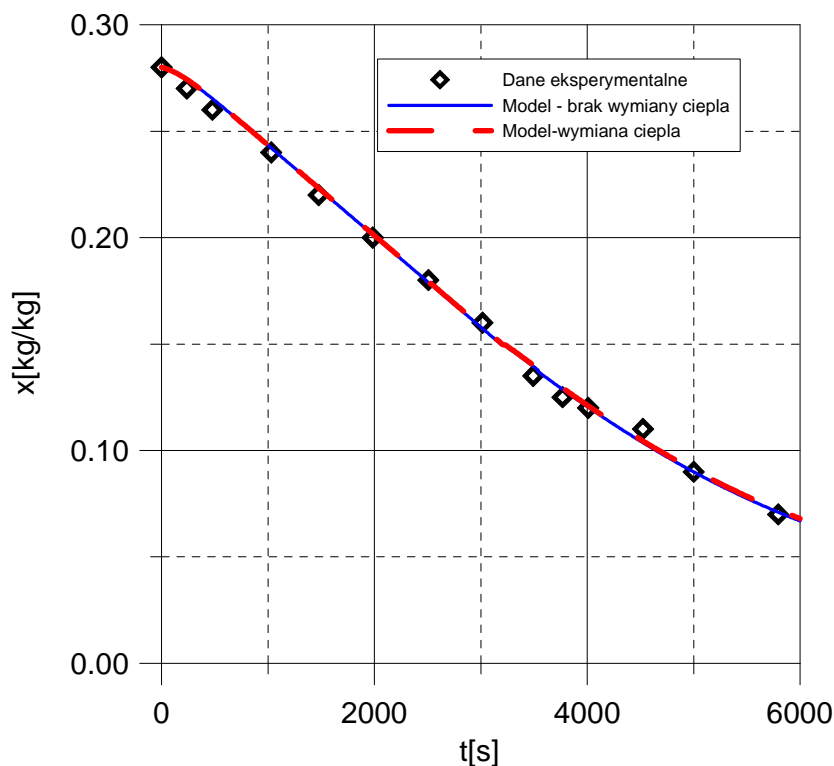
Tabela 7.3. Równania regresji ciepła sorpcji dla badanych materiałów

$\Delta h_s = -196,210 \ln(X) - 29,284$	fosforan paszowy	(7.6)
$\Delta h_s = -55,016 \ln(X) + 38,628$	mak	(7.7)
$\Delta h_s = -203,734 \ln(X) - 298,074$	Piasek	(7.8)
$\Delta h_s = -211,804 \ln(X) - 297,714$	Siarczan amonu	(7.9)
$\Delta h_s = -263,768 \ln(X) - 511,143$	Silikażel	(7.10)

### 7.3. Uwzględnianie wymiany ciepła z otoczeniem

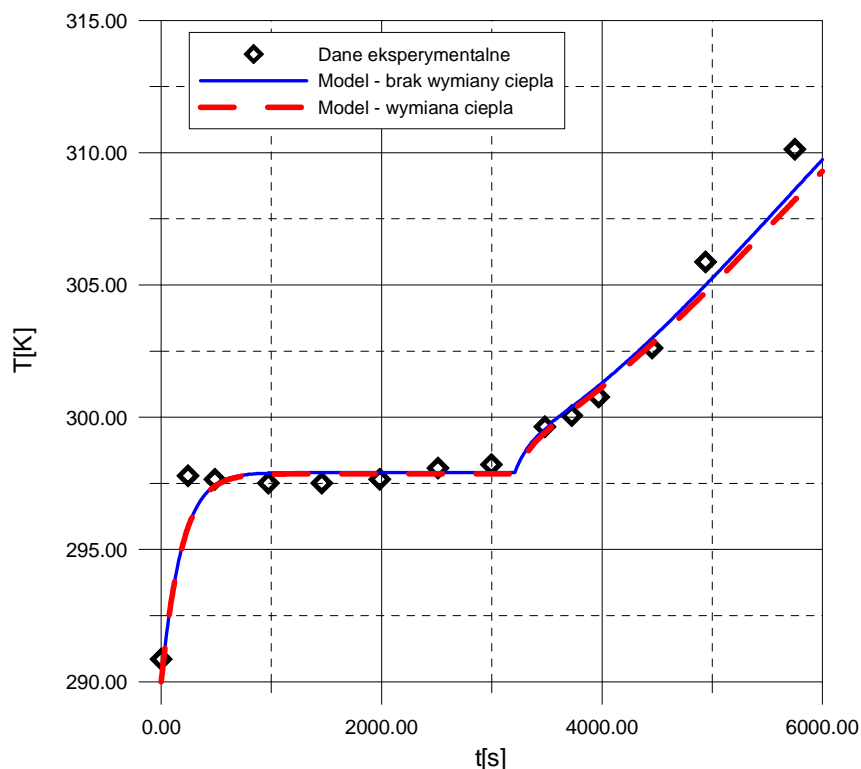
Przebieg procesu suszenia badano z wykorzystaniem modelu matematycznego suszenia fluidalnego z uwzględnieniem i bez uwzględnienia wymiany ciepła z otoczeniem. Sposób uwzględniania wymiany ciepła przedstawiono w rozdziale 5.5.2. Do obliczeń przyjęto temperaturę otoczenia wynoszącą 20°C, przyjęto że kolumna jest niezaizolowana. Współczynnik wnikania ciepła od strony złoża liczono wg wzoru Leva (5.100). Od strony zewnętrznej przyjęto wnikanie ciepła na podstawie konwekcji naturalnej. Współczynnik wnikania ciepła liczono na podstawie wzoru Mc Adamsa (5.107).

Otrzymaną krzywą przedstawiono na rysunku 7.32. Zaobserwowano pomijalne rozbieżności między przypadkiem uwzględniającym wymianę ciepła z otoczeniem i przypadkiem bez uwzględnienia wymiany ciepła z otoczeniem.



Rysunek 7.32. Krzywa suszenia dla silikazelu, temperatura otoczenia 20°C

Przyczyną braku widocznych różnic w przebiegu jest niewielka siła napędowa procesu wymiany ciepła z otoczeniem w postaci różnicy pomiędzy temperaturą złoża fluidalnego i temperaturą otoczenia. Kolejnym czynnikiem limitującym ruch ciepła są małe współczynniki wnikania ciepła od strony zewnętrznej, wynikające z założenie o konwekcji naturalnej po stronie zewnętrznej. Należy zaznaczyć, że do obliczeń przyjęto brak izolacji cieplnej, która ma znaczący wpływ na wymianę ciepła. Przyjęcie w obliczeniach izolacji o grubości 1 cm całkowicie likwiduje różnicę pomiędzy przebiegiem krzywej uwzględniającej wymianę ciepła z otoczeniem oraz krzywej dla modelu zakładającego wymianę ciepła z otoczeniem. Pomimo przyjęcia założenia o braku izolacji cieplnej, przebiegi krzywej suszenia przedstawione na rysunku 7.32 są niemal identyczne. Dlatego oby wykazać różnicę pomiędzy modelem zakładającym adiabatyczność procesu a modelem zakładającym wymianę ciepła z otoczeniem, na rysunku 7.33 przedstawiono krzywą temperaturową. Różnica pomiędzy przebiegiem krzywych pojawia się pod koniec drugiego okresu suszenia. Wynika to z najwyższej temperatury i przez to największej siły napędowej procesu wymiany ciepła w tym okresie suszenia.



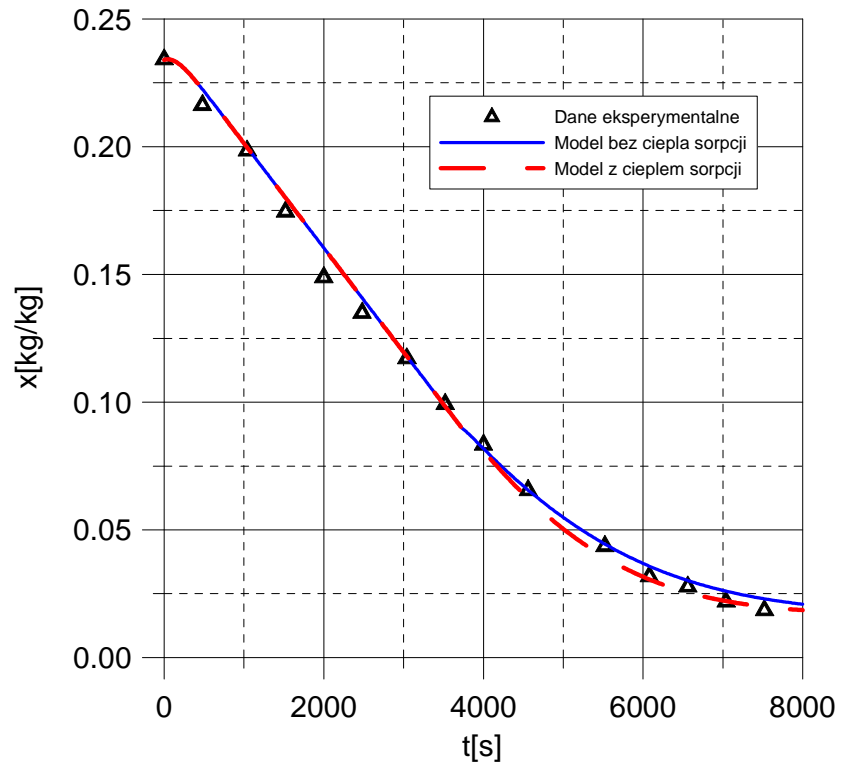
Rysunek 7.33. Krzywa temperaturowa dla suszenia silikażelu, temperatura otoczenia 20°C

Analiza literatury [3, 50, 52, 54, 58, 63, 81, 141] wykazuje stosunkowo niewielkie zainteresowanie uwzględniania tego elementu w bilansowaniu cieplnym suszenia fluidalnego. Przeprowadzone obliczenia wykazały, że w analizowanych przypadkach uwzględnianie ruchu ciepła ma pomijalny wpływ na przebieg suszenia.

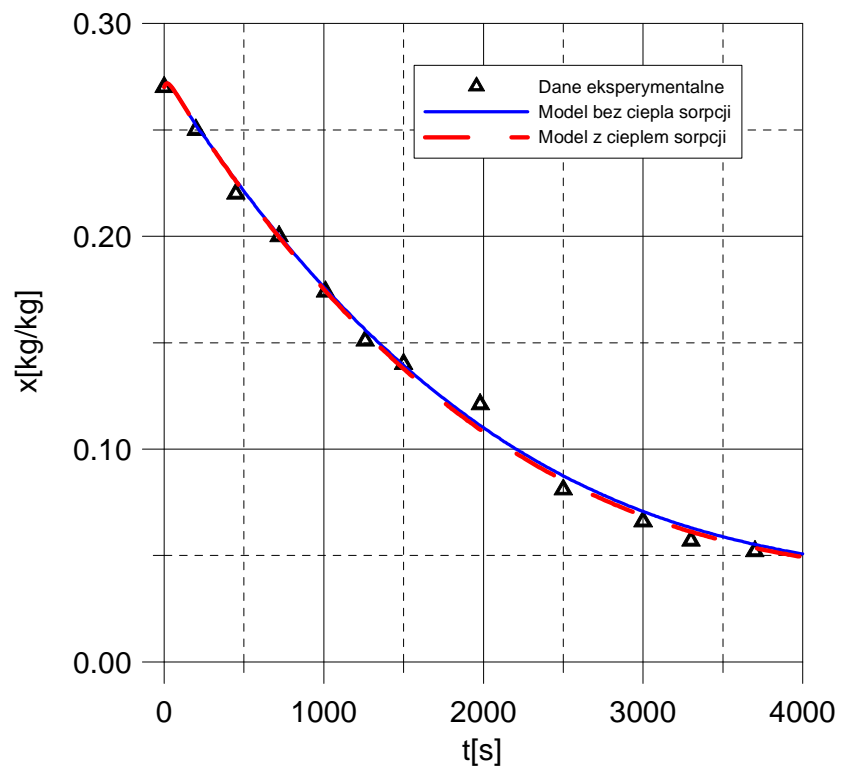
#### 7.4. Uwzględnianie ciepła sorpcji

Wpływ ciepła sorpcji na przebieg procesu suszenia badano z wykorzystaniem modelu matematycznego przedstawionego w rozdziale 5.

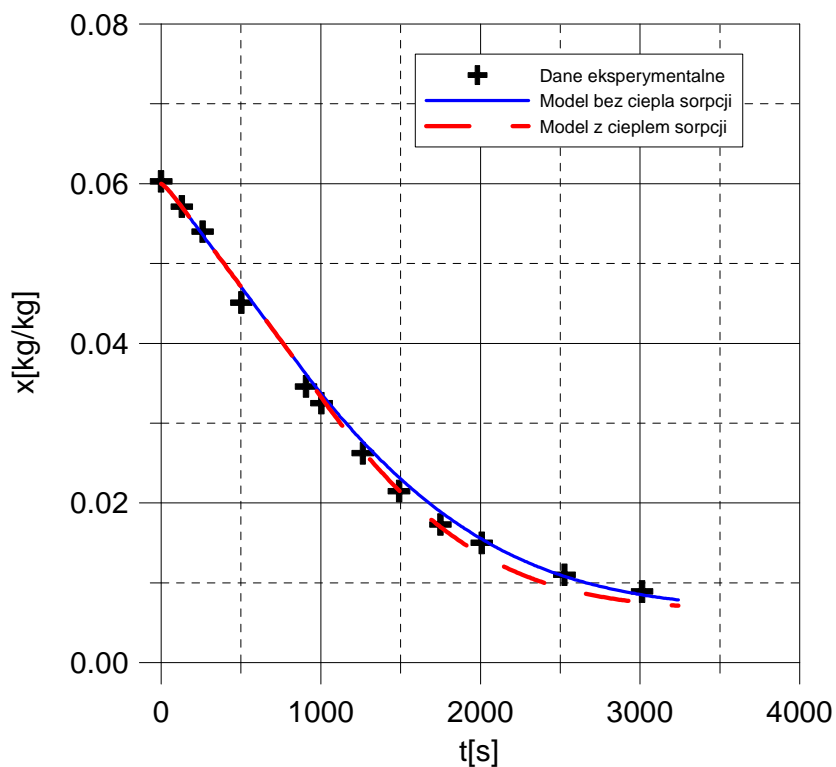
Obliczenia przeprowadzono dla każdego z badanych materiałów. Charakterystykę materiałów przedstawiono w tabeli 7.1. Do obliczeń wykorzystano bilans masowo-ciepły suszenia fluidalnego uwzględniający pierwszy i drugi okres suszenia. Obliczenia prowadzono oddzielnie dla modelu bez uwzględniania ciepła sorpcji (rozdziały 5.2.3 i 5.3.3), oraz dla modelu uwzględniającego ciepło sorpcji (rozdział 5.5.1). Uzyskane wyniki przedstawiono w postaci krzywych suszenia (rys.7.34-7.38), na rysunkach zamieszczono eksperymentalne punkty pomiarowe (symbole graficzne).



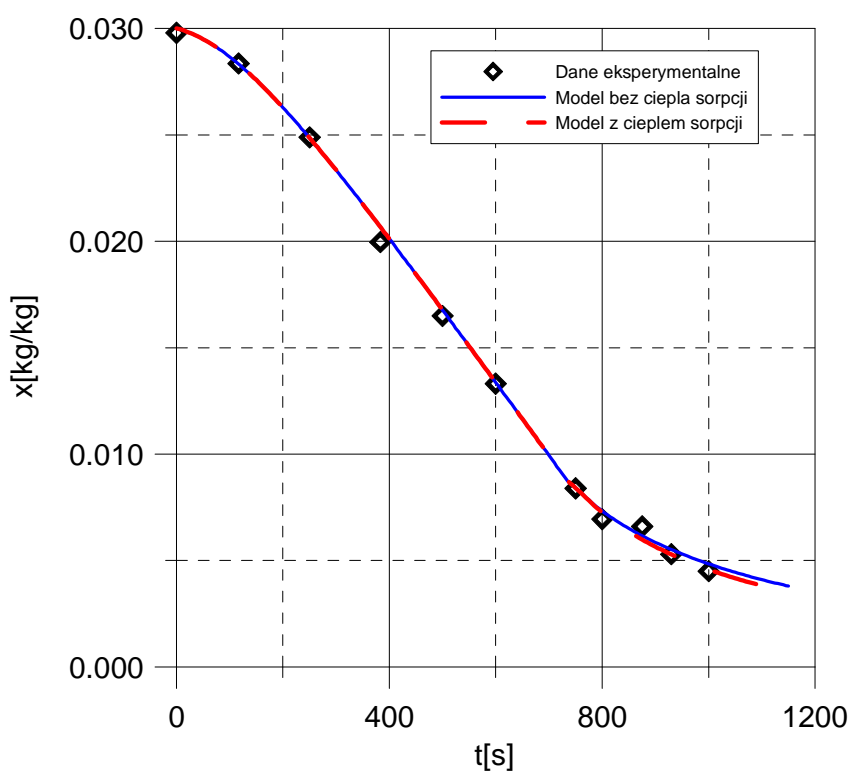
Rysunek 7.34. Krzywa suszenia fluidalnego dla fosforanu paszowego



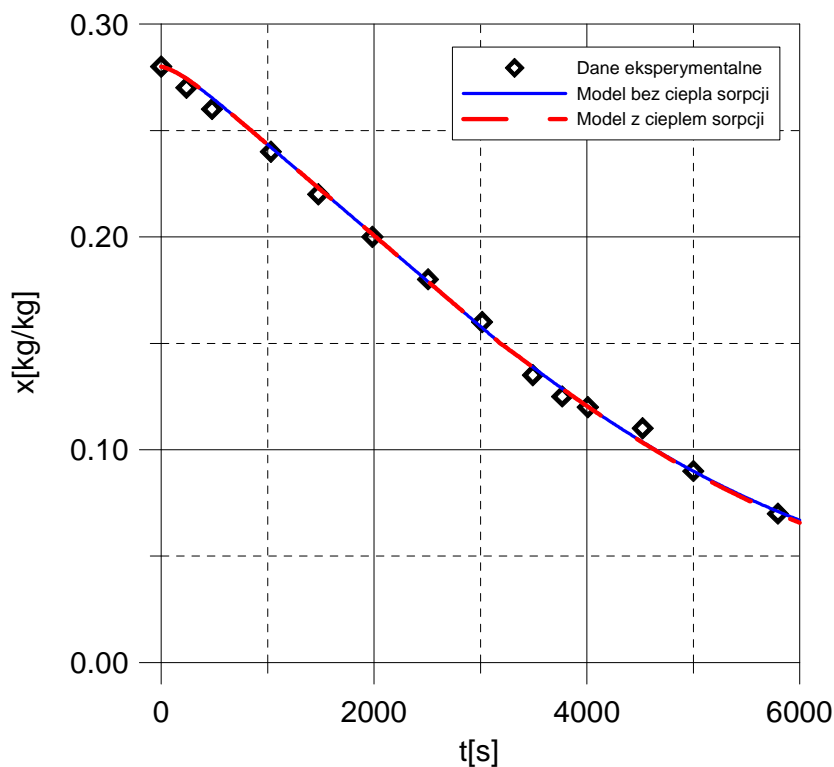
Rysunek 7.35. Krzywa suszenia fluidalnego dla maku



Rysunek 7.36. Krzywa suszenia fluidalnego dla piasku



Rysunek 7.37. Krzywa suszenia fluidalnego dla siarczanu amonu



Rysunek 7.38. Krzywa suszenia fluidalnego dla silikażelu

Największe rozbieżności obserwowano dla piasku i fosforanu paszowego. Charakterystyczne jest zwiększanie się rozbieżności pomiędzy krzywymi obliczeniowymi od punktu określającego wilgotność krytyczną. Po osiągnięciu maksimum rozbieżność zmniejsza się w miarę zbliżania się do punktu wilgotności równowagowej.

Analiza przebiegu krzywych suszenia otrzymanych na podstawie modelu matematycznego z uwzględnieniem ciepła sorpcji nie wykazuje znaczącego wpływu na przebieg krzywych suszenia.

### 7.5. Obliczeniowe izotermory sorpcji

Opracowany w ramach pracy algorytm obliczeniowy zapisywał wyniki w postaci  $(t, X, \varphi, T)$ . Dane zawarte w tabeli posłużyły do uzyskania równań izoterm desorpcji. Podobnie jak w przypadku punktów uzyskanych metodą eksykatorową, aby uzyskać równania izoterm sorpcji w postaci funkcji dwóch zmiennych  $\varphi=f(X,T)$ , posłużono się programem Statistica [7, 114, 191]. Wykorzystano estymację nieliniową wg procedury „quasi Newton”. Ilość iteracji ograniczono, ponieważ zaobserwowano utratę dokładności dopasowania wraz ze zwiększaniem się ilości iteracji

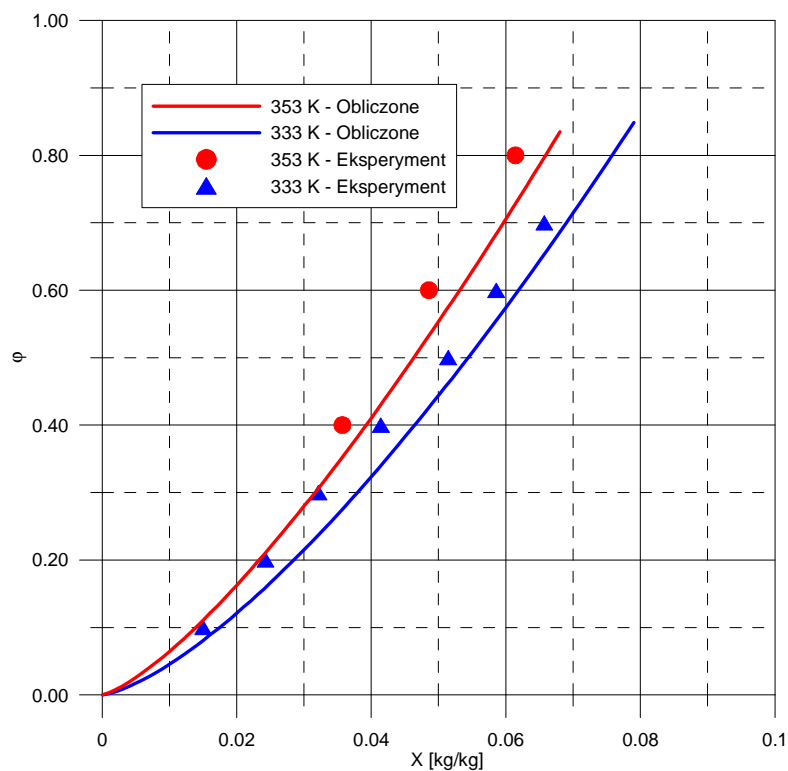
W wyniku otrzymuje się postać analityczną równowagi desorpcji, którą dla każdego z analizowanych materiałów aproksymowano równaniem (2.20) oraz w przypadku silikażelu (2.21).

Tabela 7.4. Współczynniki równania izotermory sorpcji dla badanych substancji

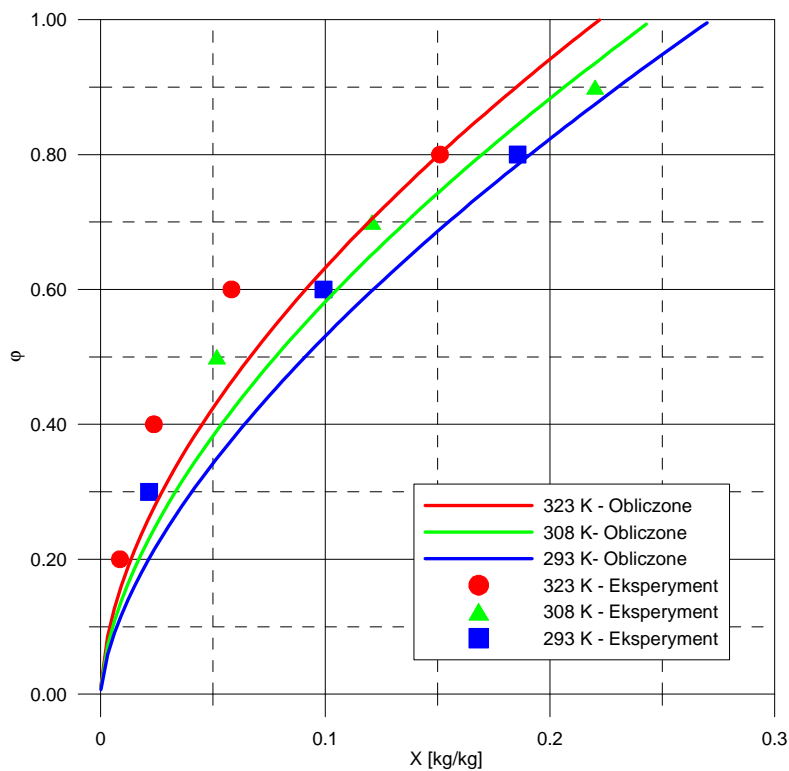
Materiał suszony	Współczynnik	Wartość	R <sup>2</sup>
Fosforan paszowy	$a_1$	21,807	0,97
	$a_2$	116,648	
	$a_3$	471,888	
Mak	$a_1$	3,489	0,97
	$a_2$	-124,351	
	$a_3$	185,662	
Piasek	$a_1$	178,301	0,98
	$a_2$	423,071	
	$a_3$	568,893	
Siarczan amonu	$a_1$	2375,621	0,97
	$a_2$	604,182	
	$a_3$	620,128	
Silikażel	$a_1$	9,656	0,96
	$a_2$	69,919	
	$a_3$	398,988	

## 8. DYSKUSJA WYNIKÓW

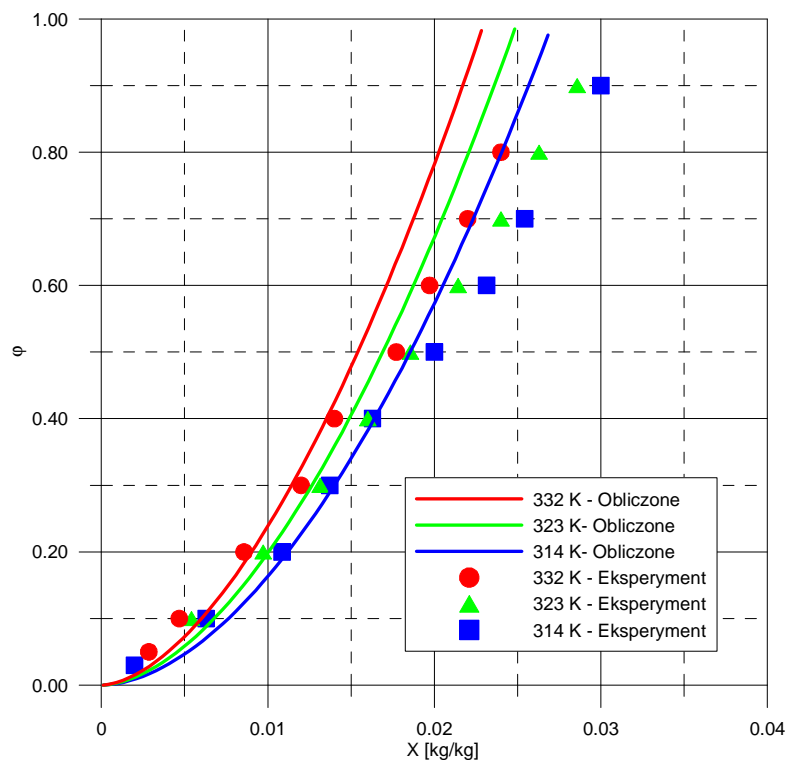
Aby określić skuteczność metody porównano izotermę uzyskaną na podstawie krzywych suszenia z izotermami desorpcji uzyskanymi z wykorzystaniem klasycznej metody eksykatorowej [7, 114, 191]. Wyniki przedstawiono w postaci krzywych na rysunkach 8.1-8.5.



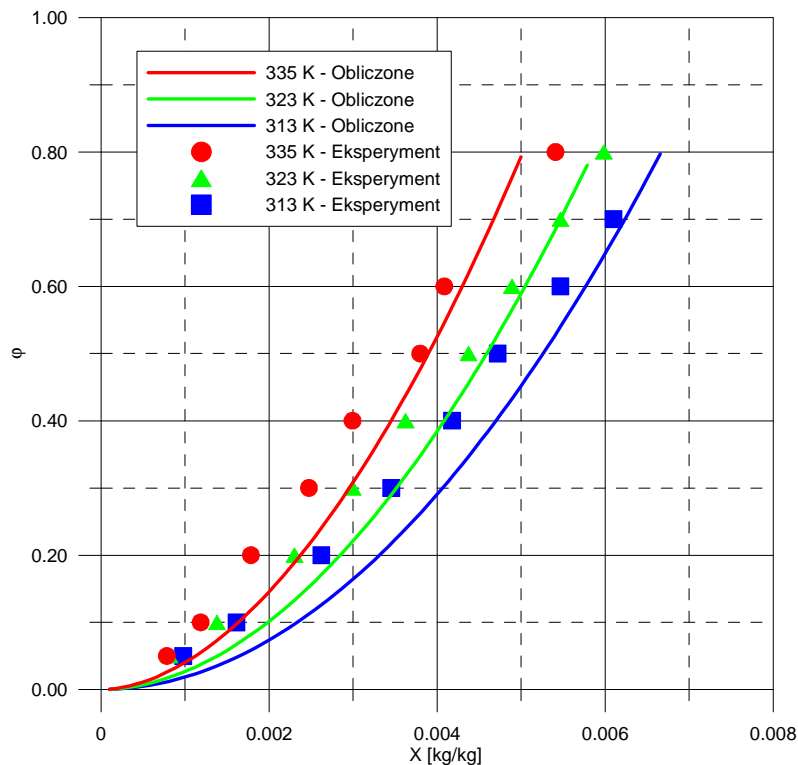
Rysunek 8.1. Izotermę desorpcji fosforanu paszowego



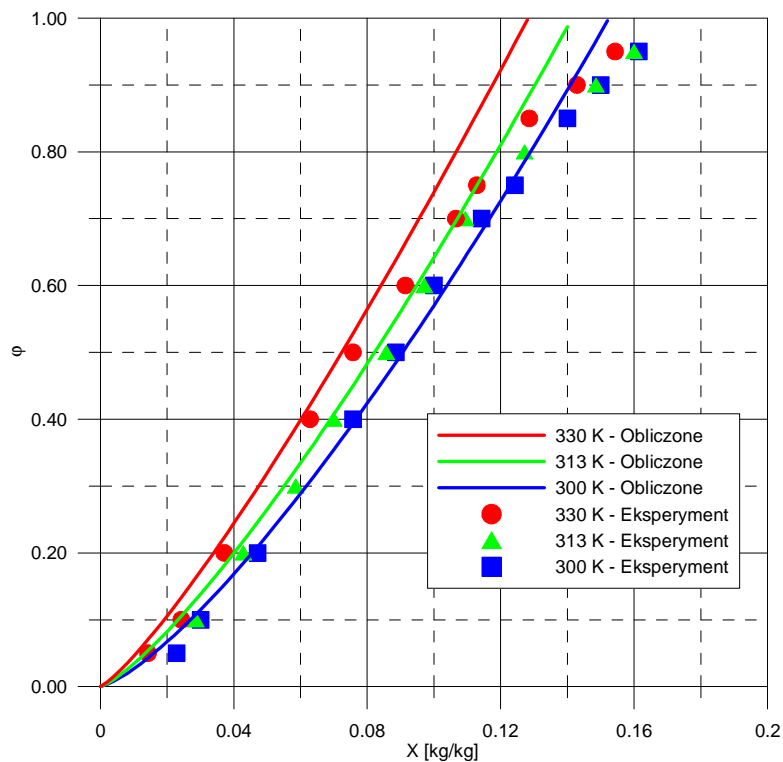
Rysunek 8.2. Izotermy desorpcji maku



Rysunek 8.3. Izotermy desorpcji piasku

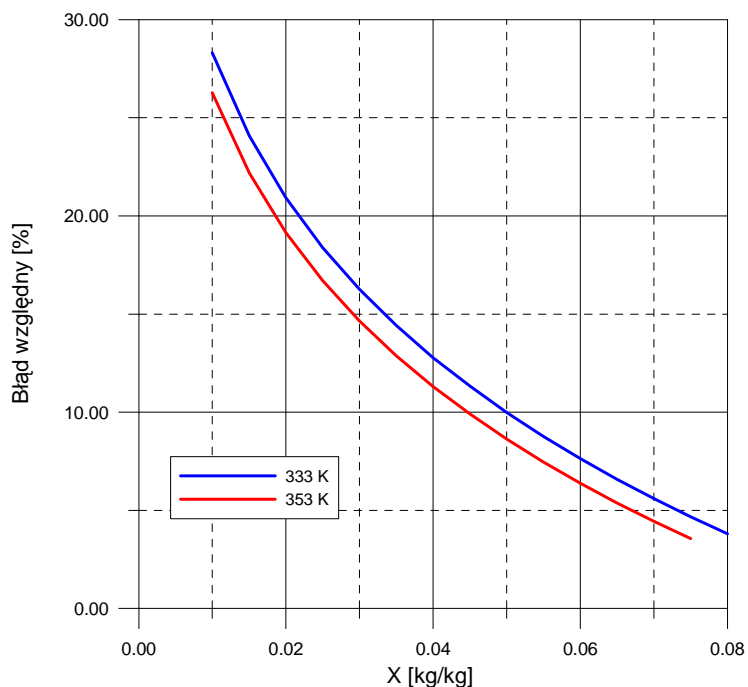


Rysunek 8.4. Izotermi desorpcji siarczanu amonu

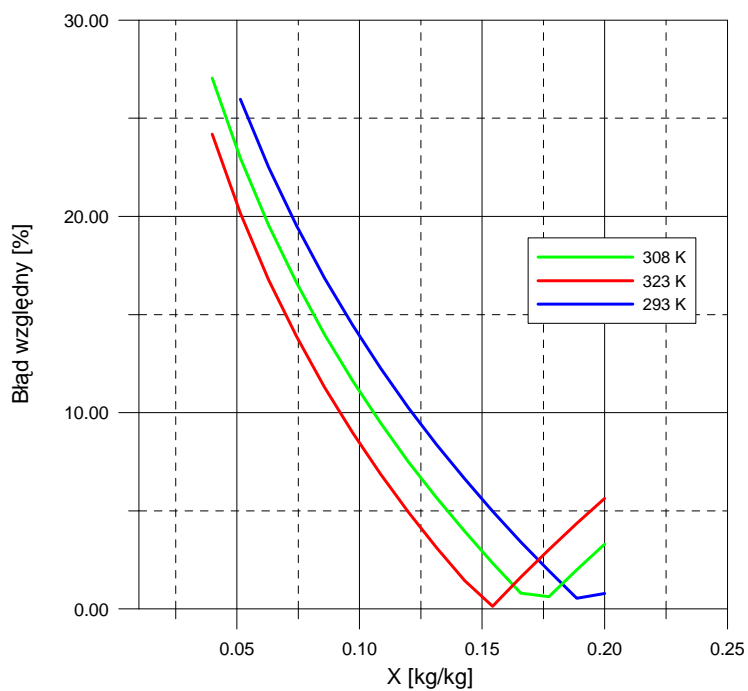


Rysunek 8.5. Izotermi sorpcji silikażelu

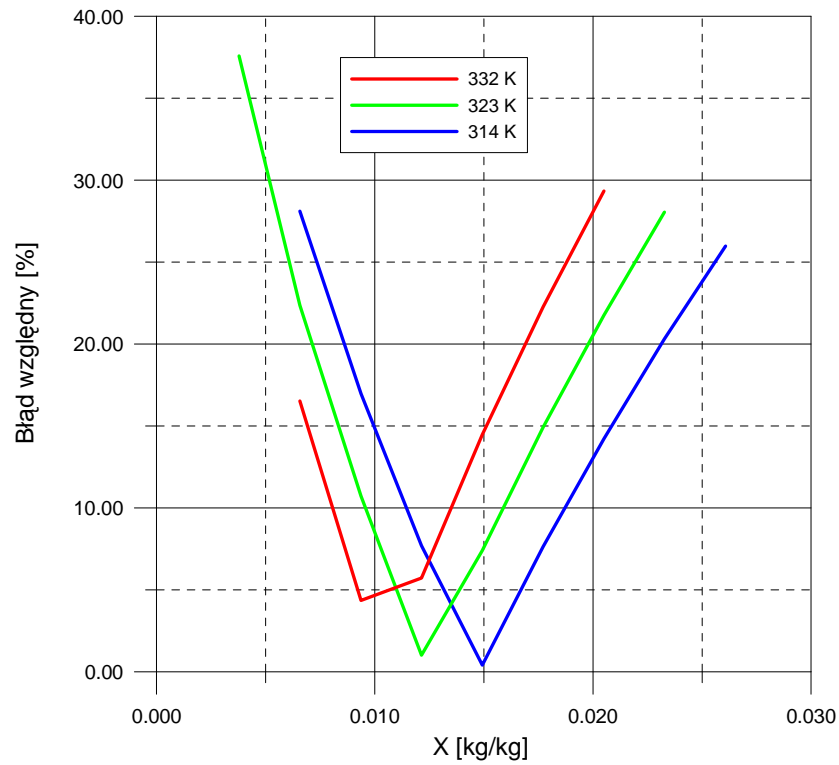
Aby lepiej przedstawić rozbieżności pomiędzy izotermami desorpcji wyznaczonymi na podstawie klasycznej metody eksykatorowej oraz izotermami określonymi na podstawie krzywej suszenia przeprowadzono dodatkową analizę błędów względnych dla badanego zakresu wilgotności.



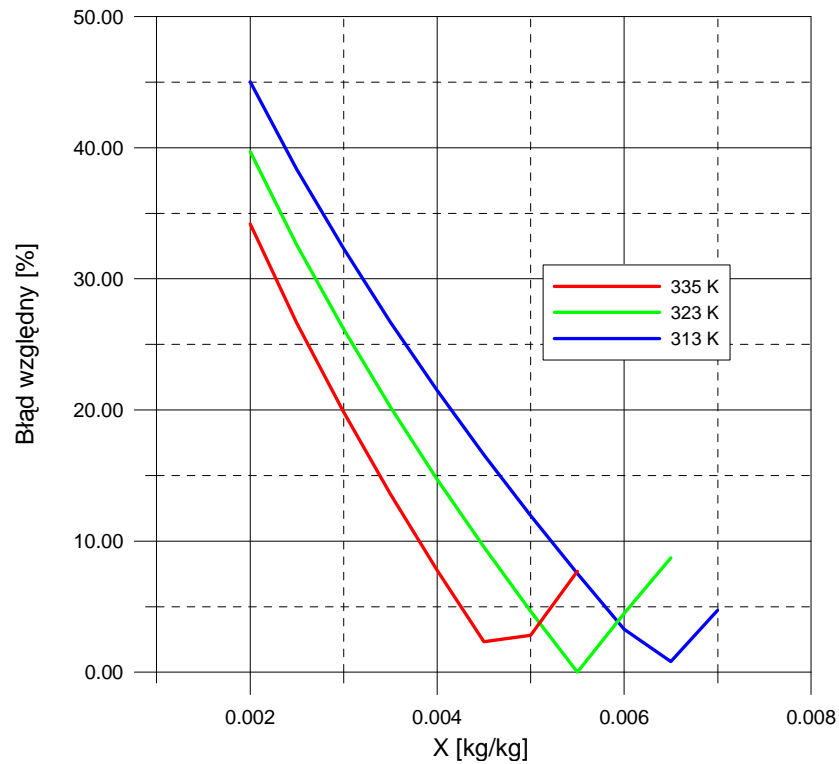
Rysunek 8.6. Błąd względny obliczonych izoterm desorpcji dla fosforanu paszowego



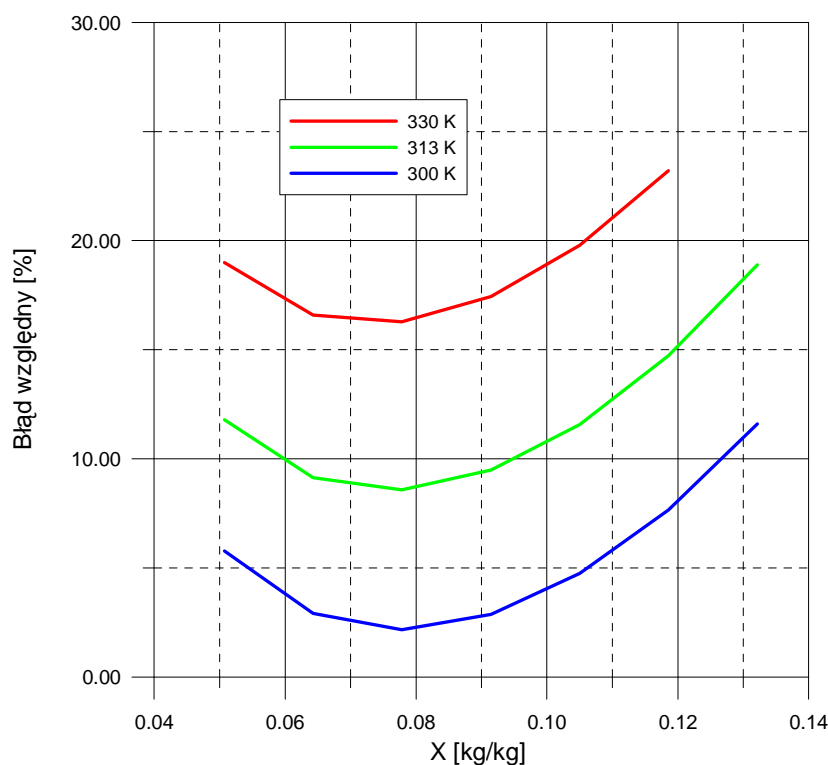
Rysunek 8.7. Błąd względny obliczonych izoterm desorpcji dla maku



Rysunek 8.8. Błąd względny obliczonych izoterm desorpcji dla piasku



Rysunek 8.11. Błąd względny obliczonych izoterm desorpcji dla siarczanu amonu



Rysunek 8.10. Błąd względny obliczonych izoterm desorpcji dla silikażelu

Dla analizowanych materiałów w większej części analizowanego zakresu błąd względny nie przekraczał 20%. Największe rozbieżności obserwowano przy niskich wartościach zawartości wilgoci.

Jednocześnie dla badanych materiałów błąd względny był niższy przy wysokich zawartościach wilgoci zbliżonych do krytycznej zawartości wilgoci.

Proponowana metoda obliczania izoterm sorpcji wymaga prawidłowego określenia krytycznej zawartości wilgoci. Obserwowane niewielkie wartości błędów względnych dla obszaru bliskiego krytycznej zawartości wilgoci świadczy o tym, że wykorzystywanie krzywej temperaturowej do wyznaczania krytycznej zawartości wilgoci jest metodą wystarczająco dokładną.

Obserwowano, że izoterma desorpcji uzyskana na podstawie krzywej suszenia prawidłowo oddaje kształt izotermy desorpcji uzyskanej na podstawie klasycznej metody eksykatorowej.

Parametrem pozwalającym określić jakość dopasowania jest często stosowane [111, 109, 113] pojęcie średniego odchylenia procentowego liczone wg wzoru (8.1),

$$E = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|m_i - m_{pi}|}{m_i} \quad (8.1)$$

Tabela 8.1. Wartości średniego odchylenia procentowego

	Dla temperatury [K]			Średnio dla danego materiału
	Średnie odchylenie procentowe [%]			
Fosforan paszowy	333	353		
	<b>13,92</b>	<b>10,68</b>		<b>12,95</b>
Mak	293	308	323	
	<b>15,64</b>	<b>10,87</b>	<b>19,12</b>	<b>15,60</b>
Piasek	314	323	332	
	<b>21,97</b>	<b>19,37</b>	<b>23,53</b>	<b>21,72</b>
Siarczan amonu	313	323	335	
	<b>29,42</b>	<b>23,68</b>	<b>26,78</b>	<b>26,51</b>
Silikażel	300	313	330	
	<b>13,08</b>	<b>8,63</b>	<b>17,32</b>	<b>13,01</b>

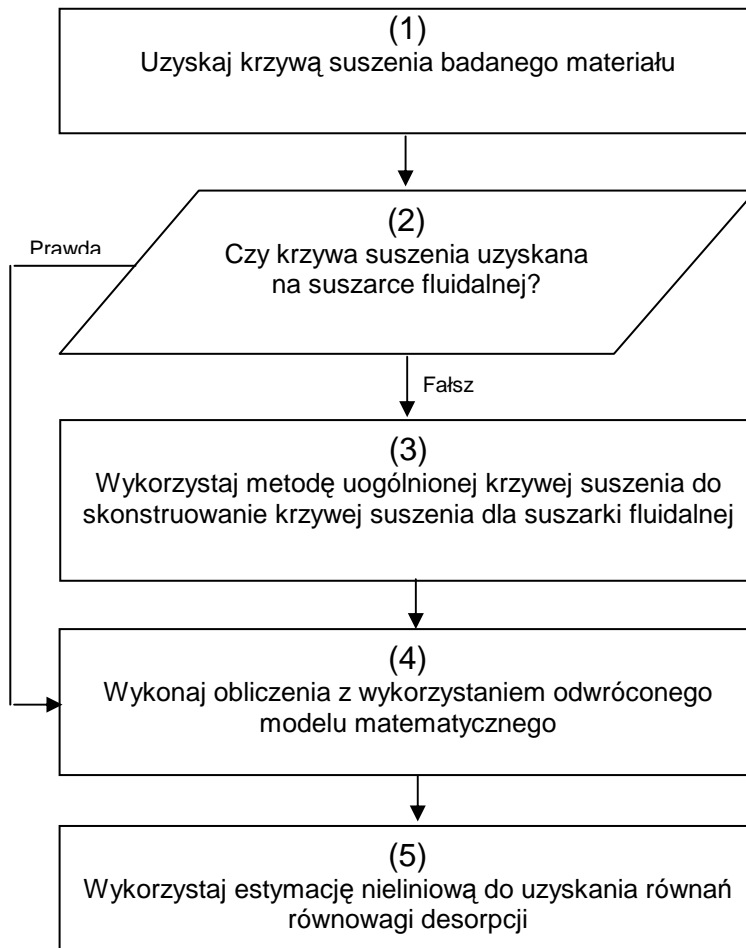
Przedstawione w tabeli 8.1 wartości średniego odchylenia procentowego wykazują stosunkowo dobrą zgodność izoterm uzyskanych na podstawie modelu matematycznego z izotermami uzyskanymi na drodze eksperymentalnej. Najlepszą zgodność obserwowano w przypadku fosforanu paszowego, silikażelu oraz maku. Zadowalającą zgodność uzyskano dla siarczanu amonu i piasku. W przypadku siarczanu amonu największy wpływ na wartość średniego odchylenia procentowego miały wysokie wartości błędów przy najniższych zawartościach wilgoci.

Uzyskane wyniki pozwalają zaproponować kompleksową metodę uzyskiwania izoterm desorpcji przy minimalizacji zakresu badań laboratoryjnych.

Metoda Uogólnionej Krzywej Suszenia, w skrajnym przypadku (w oparciu o jeden eksperyment) pozwala na skonstruowanie krzywej suszenia dla poszukiwanych warunków procesowych.

Pierwszym krokiem proponowanej metody jest uzyskanie krzywej suszenia fluidalnego. Jeżeli nie ma dostępnej krzywej suszenia fluidalnego to można przy pomocy metody przedstawionej w rozdziale 6.2 uzyskać krzywą suszenia fluidalnego na podstawie krzywej suszenia uzyskanej inną metodą suszenia. Następnie w oparciu o zaprezentowany sposób postępowania obliczyć  $\alpha$  i wykorzystując zmodyfikowany model złoża pęcherzykowego obliczyć  $N$ .

Skonstruowana w ten sposób krzywa suszenia posłuży jako materiał wsadowy dla działania programu obliczeniowego wykorzystującego odwrócony model matematyczny pęcherzykowego złoża fluidalnego. Wyniki obliczeń są następnie analizowane metodą regresji nieliniowej celem uzyskania równań równowagi desorpcji. Opisany algorytm działania przedstawiono na rysunku (rys. 9.1).



Rysunek 9.1. Algorytm metody uzyskiwania równań desorpcji.

## 9. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

1. Opracowano model matematyczny kinetyki suszenia okresowego ziarnistych ciał stałych w pęczerykowym złożu fluidalnym. Model uwzględnienia ciepła sorpcji oraz straty ciepła do otoczenia. Procedury opracowanego modelu wykorzystują koncepcję Uogólnionej Krzywej Suszenia.
2. Przedstawiono uproszczoną wersję modelu matematycznego, zakładającą możliwość pominięcia oporów ruchu masy wewnątrz ziarna.
3. Zaproponowano wykorzystanie opracowanego modelu przez zastosowanie metody odwrócenia do otrzymania równań izoterm desorpcji na podstawie znajomości krzywej suszenia wyznaczanej doświadczalnie.
4. Dokonano weryfikacji doświadczalnej opracowanych wersji modelu, porównując wyniki obliczeń symulacyjnych z danymi eksperymentalnymi. Eksperymenty dotyczące kinetyki suszenia prowadzono na instalacji doświadczalnej w skali wielkolaboratoryjnej. Badania związane ze statyką suszenia realizowano klasyczną metodą eksykatorową. Przeprowadzono pomiary w szerokim zakresie zmienności parametrów procesowych, aby w ten sposób umożliwić wyczerpującą ocenę poprawności proponowanych modeli i zakresu ich stosowalności.
5. Potwierdzono eksperymentalnie, że przedstawiony model kinetyki można stosować do obliczeń procesu suszenia materiałów zaliczanych do grupy B wg klasyfikacji Geldarta, wykazujących obydwie charakterystyczne okresy procesu. Średnice cząstek suszonego materiału powinny się zawierać w zakresie od  $10^{-4}$  m do  $10^{-3}$  m. Potwierdzono, że przyjmowane powszechnie założenia dotyczące zaniedbywania ciepła sorpcji oraz strat ciepła do otoczenia są prawidłowe.
6. Model uproszczony może być stosowany przy wartościach  $Bi_M < 1$ .
7. Omówiono półempiryczną metodę obliczeń kinetyki suszenia fluidalnego, opierając się na koncepcji tzw. Uogólnionej Krzywej Suszenia. Metoda ta pozwala na otrzymanie krzywej suszenia dla zadanych warunków projektowanych przy zminimalizowaniu zakresu niezbędnych badań laboratoryjnych.

8. Potwierdzono, że metoda odwrócenia działania modelu matematycznego może być zastosowana do otrzymania równania równowagi desorpcji. Do otrzymania tą metodą równania równowagi desorpcji, konieczna jest znajomości krzywej suszenia lub Uogólnionej Krzywej Suszenia analizowanych substancji. Krzywe kinetyczne mogą być otrzymywane w oparciu o dostępne w danym laboratorium możliwości aparaturowe.
  
9. Uzasadnieniem dla stosowania metod półempirycznych w procedurach projektowych jest często niedostępność danych równowagowych (izoterm desorpcji) i wielu współczynników przenoszenia (np. zastępczego współczynnika dyfuzji w ciele suszonym) dla substancji występujących w praktyce przemysłowej. Wiadomo także, że eksperymentalne dane kinetyczne otrzymuje się łatwiej niż dane doświadczalne dotyczące współczynników przenoszenia, a jednocześnie uwzględnia się rzeczywiste charakterystyki fizykochemiczne, strukturalno-mechaniczne i inne, trudne do ilościowego ujęcia cechy dotyczące materiałów suszonych.
  
10. Prezentowana metoda postępowania tworzy więź między analitycznymi i półempirycznymi metodami analizy suszenia okresowego w złożach fluidalnych i pozwala na otrzymanie równania izoterm desorpcji przy maksymalnej minimalizacji zakresu badań laboratoryjnych niezbędnych dla projektowania procesowego.

## LITERATURA

- [1] Kemp Ian C., Fyhr Christian, inni, Methods for Processing Experimental Drying Kinetics Data, *Drying Technology*, **19**,15-34, 2001
- [2] Strumiłło Cz., Perspectives on Developments in Drying, *Drying Technology*, **24**, 1059-1068, 2006
- [3] Burgschweiger J., Gronewold H., inni, From Hygroscopic Single Particle to Batch Fluidized Bed Drying Kinetics, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, **77**, 333-341,1999
- [4] Waananen K.M., Litchfield J.B., Okos M.R., Classification of Drying Models for Porous Solids, *Drying Technology*, **11**, 1-40, 1993
- [5] Coumans W.J., Models for Drying Kinetics Based on Drying Curves of Slabs, *Chemical Engineering and Processing*, **39**, 53-68, 2000
- [6] Tsotsas E., Discrimination of Fluid Bed Models and Investigation of Particle-to-gas Mass Transfer by Means of Drying Experiments, *Chemical Engineering and Processing*, **33**, 237-245, 1994
- [7] Ciesielczyk W., Determining the heat of sorption for solid substances dried in the fluidized bed, *Inżynieria Chemiczna i Procesowa*, **27**, 1155-1163, 2006
- [8] Zhanyong L., Kobayashi N., inni, Sorption Drying of Soybean Seeds with Silica Gel I. - Hydrodynamics of Fluidized Bed Dryer, *Drying Technology*, **20**, 1193-1213, 2002
- [9] Zhanyong L., Kobayashi N., inni, Sorption Drying of Soybean Seeds with Silica Gel, *Drying Technology*, **20**, 223-233, 2003
- [10] Widełka W., Modelowanie Elementów Reaktora Airlift Metodami CFD, Praca Magisterska, Instytut Inżynierii Chemicznej i Procesowej Politechniki Krakowskiej, Kraków 2005
- [11] Taghipour F., Ellis N., Wong C., Experimental and Computational Study of Gas-Solid Fluidized Bed Hydrodynamics, *Chemical Engineering Science*, **60**, 6857-6867, 2005
- [12] Ziętara R., Zbiciński I., Strumiłło Cz., Symulacji CFD Procesu Przeciwwąrowego Suszenia Rozpryskowego, *Inżynieria Chemiczna i Procesowa*, **25**, 1867-1872, 2004
- [13] Nijemeisland M., Dixon A., Comparison of CFD Simulations to Experiment for Convective Heat Transfer in a Gas-Solid Fixed Bed, *Chemical Engineering Journal*, **82**, 231-246, 2001
- [14] Harris C.K., Roekaerts D., inni, Computational Fluid Dynamics for Chemical Engineering Reactor Engineering, *Chemical Engineering Science*, **51**, 1569-1594, 1996
- [15] Depypere F., Pieters J.G., Dwertinck K., CFD Analysis of Air Distribution in Fluidized Bed Equipment, *Powder Technology*, **145**, 176-189, 2004

- [16] Bałdyga J., Zastosowania Obliczeniowej Mechaniki Płynów (CFD) w Inżynierii Chemicznej i Procesowej, *Inżynieria Chemiczna i Procesowa*, **22**, 3-14, 2001
- [17] Menshutina N.V., Kudra T., Computer Aided Drying Technologies, *Drying Technology*, **19**, 1825-1850, 2001
- [18] Ciesielczyk W., Szymczak J., inni, Efekty Zmiany Metody Suszenia na Instalacji Produkcyjnej Siarczanu Amonu, *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, **44**, 3-64, 2005
- [19] Schlünder E.-U., On the Mechanism of the Constant Drying Rate Period and its Relevance to Diffusion Controlled Catalytic Gas Phase Reactions, *Chemical Engineering Science*, **43**, 2685-2688, 1998
- [20] Farid M., A New Approach to Modeling of Single Droplet Drying, *Chemical Engineering Science*, **58**, 2985-2993, 2003
- [21] Kerkhof P., Some Modeling Aspects of (Batch) Fluid-Bed Drying of Life-Science Products, *Chemical Engineering and Processing*, **39**, 69-80, 2000
- [22] Ciesielczyk W., Zastosowanie Modelu Kunii-Levenspiela do obliczeń kinetyki suszenia fluidalnego, *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, **39**, 18-20, 2000
- [23] Liaw C.H., Wang J.S.P., inni, Kinetics of Fixed-Bed Adsorption: A New Solution, *AIChE Journal*, **25**, 376-381, 1979
- [24] Ciesielczyk W., Iwanowski J., Zastosowanie Uogólnionej Krzywej Suszenia do Wyznaczenia Kinetyki Procesu, X Sympozjum Suszarnicze Łódź. Materiały konferencyjne, 79-86, 2003
- [25] Ciesielczyk W., Iwanowski J., Analysis of fluidized bed drying kinetics on the base of interphase mass transfer coefficient, *Drying Technology*, **24**, 1153-1157, 2006,
- [26] Ciesielczyk W., Iwanowski J., Zastosowanie Uogólnionej Krzywej Suszenia do Wyznaczenia Kinetyki Procesu, *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, **43**, 8-11, 2004
- [27] Ciesielczyk W., Batch Drying Kinetics in a Two-Zone Bubbling Fluidized Bed, *Drying Technology*, **23**, 1-28, 2005
- [28] Geraldi C.A.Q., Pereira N.C., Motta Lima O.C., Generalization of the Drying Curves in Cassava Starch Drying, 15 International Drying Symposium, In cd-rom Proceedings - Budapest, 1551-1556, 2006
- [29] Toffoli C., Motta Lima O.C., inni, Drying Kinetics Analysis of Contact (Dryer Felt) Paper (Cellulose) Drying, 15 International Drying Symposium, In cd-rom Proceedings - Budapest, 995-999, 2006
- [30] Motta Lima O.C., Pereira N.C., Machado M.A.L.S., Generalized Drying Curves in Conductive/Convective Paper Drying, *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, **17**, 539-548, 2000

- [31] Stenzel M., Motta Lima O.C., inni, Generalization of Drying Curves in Conductive/Convective Drying of Cellulose, *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, **20**, 81-86, 2003
- [32] Motta Lima O.C., Stenzel M., Pereira N.C., Drying Curves Generalization in Conductive/Convective Drying of Cellulose, 14 International Drying Symposium, Proceedings - Sao Paulo, B, 1319-1326, 2004
- [33] Zhang Q.J., Keey R.B., inni, An Experimental Test of the Concept of the Characteristic Drying Curve Using the Thin-Layer Method, 9 International Drying Symposium, Proceedings, A, 123-131, 1994
- [34] Baker C.G.J, Predicting the Energy Consumption of Continuous Well-Mixed Fluidized Bed Dryers from Drying Kinetic Data, *Drying Technology*, **17**, 1533-1555, 1999
- [35] Krishna R., Ellenberger J., Sie S.T., Reactor Development for Conversion of Natural Gas to Liquid Fuels: A scale-Up Strategy Relying On Hydrodynamic Analogies, *Chemical Engineering Science*, **51**, 2041-2050, 1996
- [36] Bahu R.E., Fluidized Bed Scale-Up, *Drying Technology*, **12**, 329-339, 1994
- [37] Kerkhof J.A.M., The Role of Theoretical and Mathematical Modeling in Scale-up, *Drying Technology*, **12**, 1-46, 1994
- [38] Kerkhof J.A.M., Relations Between Local and Effective Air-Side Mass and Heat Transfer Coefficients in Fluidized Bed Drying, *Drying Technology*, **12**, 1191-1210, 1994
- [39] Lim K.S., Zhu J.X., Grace J.R., Hydrodynamics of Gas-Solid Fluidization, *International Journal of Multiphase Flow*, **21**, 141-193, 1995
- [40] Kmiec A., Szafran R., Kinetics of Drying of Microspherical Particles in a Spouted Bed Dryer with a Draft Tube, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, **43**, 1113-1124, 2004
- [41] Peglow M., Heinrich S., inni, Fluidized Bed Drying: Influence of Dispersion and Transport Phenomena, 14 International Drying Symposium, Proceedings - Sao Paulo, 129-136, 2004
- [42] Krishna R., Urseanu M.I., inni, Rise Velocity of a Swarm of Large Gas Bubbles in Liquids, *Chemical Engineering Science*, **54**, 171-183, 1999
- [43] Srinivasa K., Subramanian N.B., Some Drying Aspects of Multistage Fluidized Beds, *Chemical Engineering Technology*, **21**, 961-966, 1998
- [44] Liedy W., Hilligardt K., A Contribution to the Scale-Up of Fluidized Bed Driers and Conversion from Batchwise to Continuous Operation, *Chemical Engineering and Processing*, **30**, 51-58, 1991
- [45] Krishna R., Ellenberger J., A Unified Approach to the Scale-Up of 'Fluidized' Multiphase Reactors, *Trans IChemE*, **73**, 217-221, 1995
- [46] Guo Q., Yue G., inni, Flow Characteristics in a bubbling Fluidized Bed at Elevated Temperature, *Chemical Engineering and Processing*, **42**, 439-447, 2003

- [47] Kerkhof P.J.A.M., Fluid Bed Drying: Basics and Challenges, International Drying Symposium, Kraków, 1996
- [48] Hallström A., Wimmerstedt R., Drying of Porous Granular Materials, Chemical Engineering Science, **38**, 1507-1516, 1983
- [49] Gronewold H., Tsotsas E., Experimental Investigation and Modeling of the Influence of Indirect Heating on Fluidized Bed Drying, Drying Technology, **19**, 1739-1754, 2001
- [50] Lai F.S., Chen Y., Modeling and Simulation of a Continuous Fluidized-Bed Dryer, Chemical Engineering Science, **41**, 2419-2430, 1986
- [51] Kemp I.C., Developments in Design, Scale-Up and Optimization Procedures for Fluidized Bed Dryers, 15 International Drying Symposium, In CD-ROM Proceedings - Budapest, 508-516, 2006
- [52] Fyhr Ch., Kemp I.C., Mathematical Modeling of Batch and Continuous Well-Mixed Fluidized Bed Dryers, Chemical Engineering and Processing, **38**, 11-18, 1999
- [53] Hamel S., Krumm W., Mathematical Modeling and Simulation of Bubbling Fluidized Bed Gasifiers, Powder Technology, **120**, 105-112, 2001
- [54] Stakic M.B., Numerical Study on Heat and Mass Transfer During Convective Drying in Fixed and Fluidized Bed, European Congress of Chemical Engineering - Proceedings, Montpellier, 1999
- [55] Ballegooijen W.G.E, Loon A.M., inni, Modeling Diffusion-Limited Drying Behavior in a Batch Fluidized Bed Dryer, Drying Technology, **13**, 837-855, 1997
- [56] Arnaud G., Fohr J.-P., Slow Drying Simulation in Thick Layers of Granular Products, International Journal of Heat and Mass Transfer, **31**, 2517-2526, 1988
- [57] Lakner R., Hangos K.M., Cameron I.T., On Minimal Models of Process Systems, Chemical Engineering Science, **60**, 1127-1142, 2005
- [58] Syahrul S., Dincer I., Hamdullahpur F., Thermodynamic Modeling of Fluidized Bed Drying of Moist Particles, International Journal of Thermal Sciences, **42**, 691-701, 2003
- [59] Pennemann H., Hessel V., Löwe H., Chemical Microprocess Technology - From Laboratory-Scale to Production, Chemical Engineering Science, **59**, 4789-4794, 2004
- [60] Schouten J.C., Stappen M.L.M., Bleek C.M., Scale-Up of Chaotic Fluidized Bed Hydrodynamics, Chemical Engineering Science, **51**, 1991-2000, 1996
- [61] Tasirin S.M., Kamarudin S.K., inni, The Drying Kinetics of Bird's Chilies in a Fluidized Bed Dryer, Journal of Food Engineering, **79**, 695-705, 2007
- [62] Kerkhof P.J.A.M., Drying Growth Towards Unit Operation, Drying Technology, **19**, 1505-1541, 2001
- [63] Türker M., Kanarya A., inni, Drying of Baker's Yeast in Batch Fluidized Bed, Chemical Engineering and Processing, **45**, 1019-1028, 2006

- [64] Keye R.B, On the Characteristic Drying Curve, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **17**, 1455-1464, 1973
- [65] Syahrul S., Hamdullaphur F., Dincer I., Exergy Analysis of Fluidized Bed Drying of Moist Particles, *Exergy, an International Journal*, **2**, 87-89, 2002
- [66] Kaya A., Aydin O., Dincer I., Numerical Modeling of Heat and Mass Transfer During Forced Convection Drying of Rectangular Moist Objects, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **49**, 3094-3103, 2006
- [67] Jo Y., Tien C., Ray M., Development of a Post Cyclone to Improve the Efficiency of Reverse Flow Cyclones, *Powder Technology*, **113**, 97-108, 2000
- [68] Ketelaars A., Pel L., inni, Drying Kinetics: A Comparison of Diffusion Coefficients From Moisture Concentration Profiles and Drying Curves, *Chemical Engineering Science*, **50**, 1187-1191, 1995
- [69] Puyate Y., Lawrence C., Sherwood's models for the Fallong -Rate Period: A Missing Link at Moderate Drying Intensity, *Chemical Engineering Science*, **61**, 7177-7183, 2006
- [70] Kopeć J., Szwał Z., Wolny A., Modelowanie Procesu Suszenia Rozdrobnionych Ciał Stałych w Złożu Fluidalnym, *Inżynieria Chemiczna i Procesowa*, **3**, 431-445, 1987
- [71] Strumiłło Cz., Grabowski S., inni, Simulation of Fluidized Bed Drying of Biosynthesis Products, *Chemical Engineering and Processing*, **26**, 139-145, 1989
- [72] Kashaninejad M., Mortazavi A., inni, Thin-Layer Drying Characteristics and Modeling of Pistachio Nuts, *Journal of Food Engineering*, **78**, 98-108, 2007
- [73] Hernandez J., Heyd B., inni, Analysis of the Heat and Mass Transfer During Coffee Batch Roasting, *Journal of Food Engineering*, **78**, 1141-1148, 2007
- [74] Wong Y.S., Particle Motion in Relatively Thin Fluidized Bed Models, *Chemical Engineering Science*, **61**, 6234-6238, 2006
- [75] Izadifar M., Mowla D., Simulation of a Cross-Flow Continuous Fluidized Bed Dryer, *Journal of Food Engineering*, **58**, 325-329, 2003
- [76] Craxford A.J., Gilbertson M.A., Control of the State of a Bubbling Fluidized Bed, *Chemical Engineering Science*, **61**, 6302-6315, 2006
- [77] Kohout M., Collier A., Stepanek F., Mathematical Modeling of Solvent Drying From a Static Particle Bed, *Chemical Engineering Science*, **61**, 3674-3685, 2006
- [78] Dincer I., Sahin A.Z., A New Model for Thermodynamic Analysis of a Drying Process, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **47**, 645-652, 2004
- [79] Wang Z.H., Chen G., Heat and Mass Transfer in Batch Fluidized-Bed Drying of Porous Particles, *Chemical Engineering Science*, **55**, 1857-1869, 2000

- [80] Viswanathan K., Model For Continuous Drying of Solids in Fluidized / Spouted Beds, The Canadian Journal of Chemical Engineering, **64**, 87-95, 1986
- [81] Kato K., Ohmura S., inni, Drying Characteristics in a Packed Fluidized Bed Dryer, Journal of Chemical Engineering of Japan, **14**, 365-371, 1981
- [82] Mazzei L., Lettieri P., inni, A Revised Mono-Dimensional Particle Bed Model For Fluidized Beds, Chemical Engineering Science, **61**, 1958-1972, 2006
- [83] Palancz B., A Mathematical Model For Continuous Fluidized-Bed Drying, Chemical Engineering Science, **38**, 1045-1059, 1983
- [84] Du W., Wei W., inni, Computational Fluid Dynamics (CFD) Modeling of Fine Particle Spouting, International Journal of Chemical Reactor Engineering, **4**, A27, 2006
- [85] Cammarata L., Lettieri P., inni, 2D and 3D CFD Simulations of Bubbling Fluidized Beds Using Eulerian-Eulerian Models, International Journal of Chemical Reactor Engineering, **1**, A48, 2003
- [86] Pandit J.K., Wang X.S., Rhodes M., Influence of Interparticle Cohesive Force on Fluidized Bed Behaviour by DEM Simulation, Third int. conf. on CFD in the Minerals and Process Industries, Sydney , Australia, Proceedings, 207-212, 2003
- [87] Taghipour F., Ellis N., Wong C., CFD Modeling of a Two-Dimensional Fluidized-Bed Reactor, The 11 Annual Conference of the CFD Society of Canada, May 28-30, Vancouver, 2003
- [88] Bell T., Challenges in the Scale-Up of Particulate Processes - An Industrial Perspective, Powder Technology, **150**, 60-71, 2005
- [89] Knowlton T.M., Karri S.B.R., Issangya A., Scale-Up of Fluidized -Bed Hydrodynamics, Powder Technology, **150**, 72-77, 2005
- [90] Białoobrzewski I., Determination of the Mass Transfer Coefficient During Hot-Air-Drying of Celery Root, Journal of Food Engineering, **78**, 1388-1396, 2007
- [91] Mowla D., Montazeri H., Drying of Particles in Batch Fluidized Beds, Journal of Aerosol Science, **31**, S793-S794, 2000
- [92] Goossens W., The Onset of Bubbling Fluidization to Distinguish the Class A from the Class B, Powder Technology, **161**, 59-64, 2006
- [93] Wei J, Coordination of Multi-Scales in Chemical Engineering, Chemical Engineering Science, **62**, 3326-3334, 2007
- [94] LI J., Kuipers J.A.M, Effect of Competition Between Particle-Particle And Gas-Particle Interactions of Flow Patterns in Dense Gas-Fluidized Beds, Chemical Engineering Science, **62**, 3429-3442, 2007
- [95] Tsuji Y., Multi-Scale Modeling of Dense Phase Gas-Particle Flow, Chemical Engineering Science, **62**, 3410-3418, 2007

- [96] Jiradilok V., Gidaspow D., Breault R.W., Computation of Gas and Solid dispersion Coefficients in Turbulent Risers and Bubbling Beds, *Chemical Engineering Science*, **62**, 3397-3409, 2007
- [97] Wang X.S., Rahman F., Rhodes M.J., Nanoparticle Fluidization and Geldart's Classification, *Chemical Engineering Science*, **62**, 3455-3461, 2007
- [98] Dufour P., Control engineering in Drying Technology from 1979 to 2005: Review and trends, *Proc. 15 Int. Drying Symposium*, 732-739, 2006
- [99] Sahin A.Z., Dincer I., Graphical determination of drying process and moisture transfer parameters for solid drying, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **45**, 3267-3273, 2002
- [100] Lettieri P., Cammarata L., inni, CFD Simulation of Gas Fluidized Beds Using Alternative Eulerian-Eulerian Modeling Approaches, *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, **1**, A5, 2003
- [101] Mabrouk R., Radmenesh R., inni, Scale Effects on Fluidized Bed Hydrodynamics, *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, **3**, A18, 2005
- [102] Patil D.J., van Sint Annaland, Kuipers J.A.M., Gas Dispersion and Bubble-to-Emulsion Phase Mass Exchange in a Gas-Solid Bubbling Fluidized Bed: A Computational and Experimental Study, *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, **1**, A44, 2003
- [103] Lefebvre S., Chaouki J., Guy C., Phase Mixing Modeling in Multiphase Reactors Containing Gas Bubble: a Review, *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, **2**, R2, 2004
- [104] Arabhosseini A., Huisman W., inni, Modeling of the Equilibrium Moisture Content (EMC) of Tarragon, *International Journal of Food Engineering*, **1** Issue 5, A7, 2005
- [105] da Silva W.P.S., Precker J.W., inni, Calculation of the Uncertainty in the Determination of the Equilibrium Moisture Content of Pumpkin Seed Flour, *International Journal of Food Engineering*, **3** Issue 1, A1, 2007
- [106] Sidorenko I., Rhodes M.J., Pressure Effects on Gas-Solid Fluidized Bed Behavior, *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, **1**, R5, 2003
- [107] Strumiłło Cz., *Podstawy teorii i techniki suszenia*, Wydanie 2, WNT, Warszawa, 1983
- [108] Iwanowski J., *Graficzna metoda obliczeń suszarniczych*, Praca Magisterska, Instytut Inżynierii Chemicznej i Procesowej Politechniki Krakowskiej, 1999
- [109] Zhengyong Y., Maria J., inni, Sorption isotherms and moisture sorption hysteresis of intermediate moisture content banana, *Journal of Food Engineering*, **86**, 342-348, 2008
- [110] Siripatrawan U., Jantawat P., Determination of Moisture Sorption Isotherms of Jasmine Rice Crackers Using BET and GAB Models, *Food Science and Technology International*, **12**, 459-465, 2006

- [111] Iguedjtal T., Louka N., Allaf K., Sorption Isotherms of Granny Smith Apples Hot-Air Dried and Texturized by "Controlled Sudden Decompression to the Vacuum", *International Journal of Food Engineering*, 3, A7, 2007
- [112] Maftoonazad N., Ramaswamy H.S., Marcotte M., Moisture Sorption Behavior, and Effect of Moisture Content and Sorbitol on Thermo-Mechanical and Barrier Properties of Pectin Based Edible Films, *International Journal of Food Engineering*, 3, A10, 2007
- [113] Perry R.H., *Chemical Engineer's Handbook, Seventh Edition*, McGraw-Hill, New York, 1997
- [114] Ciesielczyk W., Analiza Eksperymentalna i teoretyczna procesu suszenia okresowego w złożu fluidalnym, *Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej. Seria: Inżynieria i Technologia Chemiczna*, Zeszyt 28, 2001
- [115] Mujumdar A.S., *Handbook of Industrial Drying*, Marcel Dekker, New York, 1995
- [116] Лыков А.В., *Теория сушки, Энергия, Москва*, 1968
- [117] Kmiec A., Englart S., Ludwińska A., *Teoria i Technika Fluidyzacji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2007
- [118] Jaworski Z., *Numeryczna Mechanika Płynów*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2005
- [119] Gupta C.K., Sathiyamoorthy, *Fluid Bed Technology in Material Processing*, CRC Press, Boca Raton, 1999
- [120] Syamlal M., O'Brien T.J., inni, *Open-Source Software in Computational Research, Modeling and Simulation on Engineering*, V.2008,A ID 937542, 2008
- [121] Syamlal M., Rogers W., O'Brien, *MFIX Documentation Theory Guide*, U.S. Department of Energy, Morgantown, 1993, <https://mfix.netl.doe.gov> (19.IX.2010)
- [122] Syamlal M., *MFIX Documentation Numerical Technique*, U.S. Department of Energy, Morgantown, 1998
- [123] Szafran R.G., *Modelowanie Procesu Suszenia w Suszarce Fontannowej*, Praca Doktorska, Politechnika Wrocławska, 2004
- [124] Rande V.V., *Computational Flow Modeling for Chemical Reactor Engineering*, Academic Press, London, 2002
- [125] Key R.B., *Introduction to Industrial Drying Operations*, Pergamon Press, Oxford-New York, 1978
- [126] Wang J., Van der Hoef, Kuipers J.A.M., Why the two-fluid models fails to predict the bed expansion characteristics of Geldart A particles in gas-fluidized beds: A tentative answer, *Chemical Engineering Science*, **64**, 622-625, 2009
- [127] Patil D.J., van Sint Annaland, Kuipers J.A.M., Critical comparison of hydrodynamic models for gas-solid fluidized beds-Part I: bubbling gas-solid fluidized beds operated with a jet, *Chemical Engineering Science*, **60**, 57-72, 2005

- [128] Patil D.J., van Sint Annaland, Kuipers J.A.M., Critical comparison of hydrodynamic models for gas-solid fluidized beds-Part II: freely bubbling gas-solid fluidized beds, *Chemical Engineering Science*, **60**, 73-84, 2005
- [129] Farid M., Kizilel R., A new Approach to the analysis of heat and mass transfer in drying and frying of food products, *Chemical Engineering and Processing*, **48**, 217-223, 2009
- [130] Wang H.G., Dyakowski T., inni, Modeling of batch fluidized bed drying of pharmaceutical granules, *Chemical Engineering Science*, **62**, 1524-1535, 2007
- [131] Chalermssinsuwan B., Kuchonthara P., Piumsombon P., Effect of circulating fluidized bed reactor riser geometries on chemical reaction rates by using CFD simulations, *Chemical Engineering and Processing*, **48**, 165-177, 2009
- [132] Mihoubi D., Timoumi S., Zagouba F., Modeling of convective drying of carrot slices with IR heat source, *Chemical Engineering and Processing*, **48**, 808-815, 2009
- [133] Hede P.D, Bach P., Jensen A.D., Batch top-spray fluid bed coating: Scale-up insight using dynamic heat and mass transfer modeling, *Chemical Engineering Science*, **64**,1293-117, 2009
- [134] Wang X., Jin B., Zhong W., Three-dimensional simulation of fluidized bed coal gasification, *Chemical Engineering and Processing*, **48**, 695-705, 2009
- [135] Dong Chen Xiao, A temperature dependence function of equilibrium sorption isotherms established by a reaction engineering approach, *Journal of Food Engineering*, **37**, 259-269, 1998
- [136] Maris F., Puiggali J.R., Flamant G., Modeling for simulation of fluidized bed incineration process, *Environmental and Energy Engineering*, **47**, 1438-1460, 2001
- [137] Wang H.G., Yang W.Q., inni, Investigation of batch fluidized-bed drying by mathematical modeling, CFD Simulation and ECT Measurement, *AIChE Journal*, **54**, 427-444, 2008
- [138] NG W.K., Tan R.B.H, Investigation of drying Geldart D and B particles in different fluidization regimes, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, **84**, 656-662, 2006
- [139] Esmaili M., Rezazadeh G., inni, Modeling of the seedless grape drying process using the generalized differential quadrature method, *Chemical Engineering Technology*, **30**, 168-175, 2007
- [140] Zhang Y., Jin B., Zhong W., Experimental investigation on mixing and segregation behavior of biomass particle in fluidized bed, *Chemical Engineering and Processing*, **48**, 745-754, 2009
- [141] Hajidavalloo E., Hamdullaphur F., Thermal analysis of a fluidized bed drying process for crops. Part I: Mathematical modeling, *International Journal of Energy Research*, **24**, 791-807, 2000
- [142] Sadegh. M., Hatamipour, Jazini M.H., Mathematical modeling of the fluidized bed drying of cubic materials, *Chemical Engineering Technology*, **30**, 1584-1589, 2007
- [143] Lee D.H., Kim S.D., Mathematical model for batch drying in an inert medium fluidized bed, *Chemical Engineering Technology*, **22**, 443-450, 1999

- [144] Saravanan B., Balasubramin N., Srivaskannan C., *Drying kinetics in a vertical gas-solid system*, *Chemical Engineering Technology*, **30**, 176-183, 2007
- [145] Ichimiya K., *Heat transfer and flow in a porous medium*, *Chemical Engineering Technology*, **24**, 851-854, 2001
- [146] Yang W.C, *Fluidization, Solids Handling, and Processing*, Noyes Publications, Westwood, 1998
- [147] Yang W.C, *Handbook of fluidization and fluid-particle systems*, Marcel Dekker, New York, 2003
- [148] Salman A.D., Hunslow M.J. , Seville J.P.K , *Handbook of Powder Technology - Granulation*, Elsevier, Sheffield, 2007
- [149] Mils D., *Pneumatic conveying design guide*, Elsevier, Oxford, 2004
- [150] Crowe C.T., *Multiphase flow handbook*, CRC Press, Boca Raton, 2007
- [151] Fan L. S. , Zhu C, *Principles of gas-solid flows*, Cambridge University Press, 1998
- [152] Rhodes M., *Introduction to Particle Technology*, Wiley, Oxford, 2008
- [153] Kunii D., Levenspiel O., *Fluidization engineering*, Butterworth-Heinemann, Stoneham, 1991
- [154] Mujumdar A.S., *Advances in drying*, Hemisphere publishing corporation, New York, 1987
- [155] Mujumdar A.S., Kudra T., *Advanced drying technologies*, CRC Press, Boca Raton, 2009
- [156] Turner I., Mujumdar A.S., *Mathematical modeling and numerical techniques in drying technology*, Marcel Dekker, New York, 1997
- [157] Radovanovic M., *Fluidized bed combustion*, Hemisphere publishing corporation, New York, 1986
- [158] Molerus O., Wirth K.-E., *Heat transfer in fluidized beds*, Chapman & Hall, London, 1997
- [159] De Kee D., Chhabbra R.P., *Transport processes in bubbles, drops and particles*, Taylor & Francis, New York, 2002
- [160] Smith P.G., *Applications of Fluidization to Food Processing*, Wiley-Blackwell, Oxford, 2007
- [161] Ciesielczyk W., Iwanowski J., *Rola cząstek ciała stałego zawartych w gazowych pęcherzach w procesie suszenia fluidalnego*, *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, **46**, 30-33, 2007
- [162] Tsotsas E., Mujumdar A.S., *Modern Drying Technology: Computational tools at different scales*, Wiley-VCH, Weinheim, 2007
- [163] Laszuk A., Pabiś A., inni, *Prędkość krytyczna w przypadku fluidyzacji materiałów pylistych dodatkowo mieszanych mechanicznie*, *Czasopismo techniczne*, 1-Ch, 45-52, 2008
- [164] Masuda H., Higashitani K., Yoshida, *Powder technology handbook*, CRC Press, Boca Raton, 2006
- [165] Doymaz I., Pala M., *The effect of dipping pretreatments on air-drying rates of the seedless grapes*, *Journal of Food Engineering*, **52**, 413-417, 2002
- [166] Kamiński W., Al.-Bezwehi M., *Pomiar i wykorzystanie izoterm sorpcji materiałów spożywczych i biotechnologicznych*, VII Sympozjum Suszarnicze, Materiały konferencyjne, t.1,10, 1991

- [167] Ciborowski J., Metoda graficzna obliczania suszenia fluidyzacyjnego, *Chemia stosowana*, **1B**,35, 1964
- [168] Myhara R.M., Sablani S., Unification of fruit water sorption isotherms using artificial neural networks, *Drying Technology*, **19**, 1543-1554, 2001
- [169] Panchariya P.C., Popovic D., Sharma A.L., Desorption isotherm modeling of black tea using artificial neural networks, *Drying Technology*, **20**, 351-362, 2002
- [170] Ciesielczyk W., Półempiryczne metody obliczeń kinetycznych okresowego suszenia fluidalnego I. analiza teoretyczna, *Inżynieria Chemiczna i Procesowa*, **21**, 543-568, 2000
- [171] Sanderson J., Rhodes M.J., Bubbling fluidized bed scaling laws: Evaluation at large scales, *AIChE Journal*, **51**, 2686-2694, 2005
- [172] Zerghami R., Mastoufi N., inni, Analysis and modeling of particle-wall contact time in gas fluidized beds, *Chemical Engineering Science*, **62**, 4573-4578, 2007
- [173] Scala F., Mass transfer around freely moving active particles in the dense phase of a gas fluidized bed of inert particles, *Chemical Engineering Science*, **62**, 4159-4176, 2007
- [174] Mezhericher M., Levy A., Borde I., Heat and mass transfer of single droplet/wet particle drying, *Chemical Engineering Science*, **63**, 7566-7577, 2007
- [175] Krokida M.K., Kiranoudis C.T., Pareto design of fluidized bed dryers, *Chemical Engineering Journal*, **79**,1-12, 2000
- [176] Ciesielczyk W., Model matematyczny kinetyki suszenia okresowego w złożu fluidalnym, *Inżynieria Chemiczna i Procesowa*, **22**, 343 - 348, 2001
- [177] Ciesielczyk W., Określenie Kinetyki Suszenia Fluidalnego przy minimalizacji zakresu badań laboratoryjnych, *Przemysł Chemiczny*, **84**, 273-280, 2005
- [178] Ciesielczyk W., Propozycja standaryzacji badań testowych suszenia fluidalnego, *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, **36**, 15-16, 1996
- [179] Ciesielczyk W., Iwanowski J., Kamińska A., Powiększanie skali suszenia fluidalnego w oparciu o koncepcję uogólnionej krzywej kinetycznej, *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, **49**, 27-28, 2010
- [180] Ciesielczyk W., Analogy of heat and mass transfer during constant rate period in fluidized bed drying, *Drying Technology*, **14**, 217-230, 1996
- [181] Patil D.J., Smit J., Kuipers J.A.M., Wall to bed heat transfer in gas-solid bubbling fluidized beds, *AIChE Journal*, **52**, 58-74, 2006
- [182] Cho Y.J., Kim S.D., Han H.Y., Bed to wall heat transfer characteristics in a circulating fluidized bed, *Korean Journal of Chemical Engineering*, **13**, 627-632, 1996
- [183] Gungor A., Simulation of bed to wall heat transfer in circulating fluidized beds, *Journal of Thermal science and Technology*, **28**, 9-16, 2008

- [184] Pécora A.A.B., Parise M.R., An Analysis Of Process Heat Recovery In A Gas-Solid Shallow Fluidized Bed, *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, **23**, 497-506, 2006
- [185] Hobler T., Ruch ciepła i wymienniki, PWT, Warszawa, 1959
- [186] Verein Deutscher Ingenieure ,VDI Waermeatlas, VDI Verlag, F2, Dusseldorf, 1988
- [187] Szlachta J., Podawca C., Zmiana aktywności wody w mleku w zależności od liczby komórek somatycznych i ogólnej liczby drobnoustrojów, *Problemy Inżynierii Rolniczej*, **15**, 67-78, 2007
- [188] Никитина Л. М., Термодинамические параметру и коэффйсенты массопереноса бо влажных мамериалах, Энергия, Москва, 1968
- [189] Ciesielczyk W., Charakterystyka statyki suszenia w oparciu o uogólniony potencjał przenoszenia masy, *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, **38**, 16-18, 1999
- [190] Pakowski Z., Program for psychrometric and drying computations dryPAK v. 3, TKP OMNIKON, Łódź, 1996
- [191] Ciesielczyk W., Zastosowanie estymacji nieliniowej do wyznaczania równań krzywych równowagi desorpcji, *Inżynieria Chemiczna i Procesowa*, **22**, 349-354, 2001
- [192] Krischer O., Die wissenschaftliechen Grundlagen der Trocknungstechnik, Springer-Verlag, Berlin, 1956
- [193] Pires J. M. C., Pereira H., Study of humidity and water activity of cork slabs during stopper manufacturing process - preliminary results, *Ciência e Técnica Vitivinícola*, **22**, 15-20, 2007
- [194] Aqua sorp - Moisture Sorption Isotherm Generator - Operator's Manual, Version 3.0, Decagon Devices, Inc, 2009
- [195] Kemp I.C., Sohet Q., Scale-up, optimization and control of industrial batch fluidized bed dryers using a multi-level theoretical model, VI International Drying Symposium, In cd-rom Proceedings, 714-721 India, 2008
- [196] Mezhericher M., Levy A., Borde I., Theoretical models of single droplet drying kinetics: a review, *Drying Technology*, **28**, 278-293, 2010
- [197] Hajidavalloo E., Hamdullaphur F., Thermal analysis of a fluidized bed drying process for crops. Part II: Experimental results and model verification, *International Journal of Energy Resources.*, **24**, 809-820, 2000
- [198] Ruiz-Lopez I.I., Martinez-Sanchez C.E., inni, Mathematical modeling and simulation of batch drying of foods in fixed beds with airflow reversal, *Journal of Food Engineering*, **89**, 210-318, 2008
- [199] Sule Z., Mihalyko C., Population balance model of gas-solid fluidized bed heat exchangers, *Chemical and Process Engineering*, **29**, 201-213, 2008
- [200] Mourik Van T., Fortran 90/95 programming manual, University College London, 2005
- [201] Debaste F., Halloin V., inni, A new modeling approach for the prediction of yeast drying rates in fluidized beds, *Journal of Food Engineering*, **84**, 335-347, 2008

- [202] Ciesielczyk W., Suszenie fluidalne w aparatach okresowych – analiza eksperymentalna i teoretyczna procesu, *Inżynieria Chemiczna i Procesowa*, **25**, 1893-1902, 2005
- [203] Weise T., Global optimization algorithms – theory and application, <http://www.it-weise.de>, 2009
- [204] Boyd S., Vandenberghe L., *Convex Optimization*, Cambridge University Press, New York, 2009
- [205] Rao S.S., *Engineering optimization theory and practice*, John Wiley & Sons, Hoboken, 2009
- [206] Kowalski J.S., Procesy suszenia w ujęciu termomechanicznym, *Inżynieria Chemiczna i Procesowa*, **25**, 1953-1962, 2004
- [207] Gawdzik A., German K., Ciak. D., Analiza korelacji określających średnicę pęcherza pod kątem ich zastosowania dla fluidalnego procesu zgazowania, *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, **4**, 17-19, 1989
- [208] Basu S., Shivare U.S., Mujumdar A.S., Models for sorption isotherms for food: a review, *Drying Technology*, **24**, 917-930, 2006
- [209] Ciesielczyk W., Modelowanie matematyczne kinetyki okresowego suszenia fluidalnego ziarnistych ciał stałych, *Zeszyty Problemowe Postępów Nauk Rolniczych*, **486**, 457-464, 2002
- [210] Ciesielczyk W., Zieliński Ł., Międzyfazowa wymiana masy przy suszeniu fluidalnym w świetle modelu złoża pęcherzykowego, *Inżynieria i Aparatura Chemiczna*, **41**, 10-14, 2001
- [211] Wang Y.X., Wen J.M, Gear method for solving differential equations of gear systems, *Journal of Physics Conference*, **48**, 143, 2006
- [212] Gear C.W., The simultaneous numerical solution of differential - algebraic equations, *Circuit Theory, IEEE Transactions On Circuit Theory*, **18**, 89-95, 1970
- [213] Ciesielczyk W., Iwanowski J., Kamińska A., Obliczenia procesowe suszenia fluidalnego na podstawie uogólnionej krzywej kinetycznej, *Przemysł Chemiczny*, **90**, 1304-1308, 2011
- [214] Mac Manus Chinenye, Ounlowo A.S., Olukunle O.J., Cocoa bean (*Theobroma cacao* L.) drying kinetics, *Chilean Journal of Agricultural Research*, **70**, 633-639, 2010
- [215] Tulek Y., Drying kinetics of oyster mushroom (*Pleurotus ostreatus*) in a convective hot air dryer, *Journal of Agricultural Science and Technology*, **13**, 655-664, 2011
- [216] Vasić M. Radojewić Z., Calculation of diffusion coefficient, *International Journal of Modern Manufacturing Technologies*, **3**, 93-98, 2011
- [217] Hii C.L., Law C.L., Cloke M., Determination of Effective Diffusivity of Cocoa Beans using Variable Diffusivity Model, *Journal of Applied Sciences*, **9**, 3116-3120, 2009
- [218] Wnęk K., Powiększanie skali suszarek fluidyzacyjnych, Praca Magisterska, Instytut Inżynierii Chemicznej i Procesowej Politechniki Krakowskiej, 2009

## STRESZCZENIE

### **Badanie i modelowanie kinetyki suszenia fluidalnego wybranych ciał stałych**

Praca dotyczy badania i modelowania okresowego suszenia ziarnistych ciał stałych w aparatach fluidyzacyjnych. Przedstawiono ujęcie ilościowe kinetyki takiego procesu z uwzględnieniem ciepła sorpcji oraz strat ciepła do otoczenia oraz jego modyfikację zakładającą możliwość pominięcia oporów ruchu masy wewnątrz ziarna.

Statykę sorpcji badanych materiałów wyznaczano eksperymentalnie stosując klasyczną metodę ekzykatorową. Wyniki tych badań zostały przedstawione jako empiryczne funkcje stężenia i temperatury w postaci równań równowagi desorpcji (7.1)-(7.5).

W pracy zastosowano model dwustrefowy, wyróżniający strefę emulsji i strefę pęcherzy (rys. 3.14). Emulsja jest środowiskiem dwufazowym zawierającym ziarna materiału suszonego i czynnik suszący. Pomiędzy tymi fazami następuje wymiana masy i ciepła. Jednocześnie zachodzi wymiana masy i ciepła między gazem w emulsji a strefą pęcherzy – zgodnie z mechanizmem zaproponowanym przez Kuniiego i Levenspiela. Wypadkowe współczynniki wymiany masy i ciepła z uwzględnieniem obecności ziaren w pęcherzu (rys. 3.3) można obliczyć z wyrażeń (3.29c) i (3.29d). Ekwiwalentną średnicę pęcherza liczono, wykorzystując zmodyfikowane równanie Mori-Wena (5.1). Dla strefy emulsji przyjęto model całkowitego wymieszania, zaś dla strefy pęcherzy – przepływ tłokowy. Założono pseudostacjonarność strefy pęcherzy oraz jednorodność rozkładu temperatury w całym ziarnie. Uwzględniono zmianę warunków hydrodynamicznych środowiska, związaną ze zmianami właściwości fizykochemicznych faz w trakcie procesu, licząc parametry modelu na każdym kroku czasowym całkowania numerycznego odpowiednich równań.

Przedstawione opisy matematyczne uwzględniają pierwszy i drugi okres suszenia. Dla procesu w pierwszym okresie równania modelu sprowadzają się do układu równań (5.56). Drugi okres suszenia opisuje zestaw równań (5.86). Do opisu ruchu masy wewnątrz cząstki wprowadzono pojęcie tzw. średniego stężenia w ziarnie przy określonym profilu rozkładu wilgoci w ziarnach.

Wyniki przewidywań teoretycznych pochodzących z obliczeń symulacyjnych zostały zweryfikowane z danymi doświadczalnymi otrzymanymi z użyciem suszarki fluidyzacyjnej (rys. 7.1) o średnicy 0,225 m. Badano suszenie silikażelu, piasku fosforanu paszowego, siarczanu amonu i maku (tab. III). Na rysunku 8.1-8.5 przedstawiono przykładowe wyniki dotyczące suszenia analizowanych materiałów, porównując je z obliczeniami symulacyjnymi. Zgodność jest zadowalająca zarówno pod względem jakościowym, jak i ilościowym, co świadczy o poprawności proponowanych modeli.

Wykazano możliwość wykorzystania w obliczeniach procesowych koncepcji Uogólnionej Krzywej Suszenia (GDC) (rys. 6.2, 7.12-7.16).

Zaproponowano wykorzystanie opracowanego modelu - przez zastosowanie metody odwrócenia - do otrzymania równań izoterm desorpcji na podstawie znajomości krzywej suszenia wyznaczonej doświadczalnie. Prezentowana metoda postępowania pozwala na otrzymanie równania izoterm desorpcji przy minimalizacji zakresu badań laboratoryjnych niezbędnych do projektowania procesowego.

## **ABSTRACT**

### **Research and modeling on the fluidized bed drying kinetics of the selected materials**

Quantitative analysis of the drying kinetics presented in the work accounts heat of sorption and heat losses to surrounding environment. The model is further modified to neglect mass transfer inside dried particles.

Sorption characteristics of the analyzed materials were tested experimentally using classical exsiccator method. The results are presented as empirical function of concentration and temperature in form of desorption equilibrium equations (7.1)-(7.5).

Model used for analysis is two zone with emulsion and bubble zones (fig. 3.14). Emulsion is two phase zone as it contains particles of the dried material and the drying fluid. Heat and mass exchange occurs between the two phases. In addition there is heat and mass transfer between drying fluid in emulsion and bubble zone according to the Kunii and Levenspiel model.

Effective heat and mass transfer coefficients were calculated with equation (3.29c) and (3.29d). The equations accounts presence of solid particles inside the bubbles (fig. 3.3).

Effective bubble diameter is calculated with modified Mori-Wen equation (5.1). Perfect mixing model is assumed for emulsion zone while plug flow model is assumed for bubble phase. Bubble zone is assumed to be pseudo stationary and temperature inside dried particles is uniform. Changes of hydrodynamic conditions as a result of changes of the physical properties are recalculated in each time step of integration of the appropriate equations.

The proposed mathematical equations describe first and the second drying period. For the first drying period equations lead to set of simultaneous equations (5.56). The second drying period is described with set of simultaneous equations (5.86). Average moisture concentration with specified moisture distribution has been used to describe mass transfer inside particles.

Results of the theoretical calculations are verified with results of lab test on the fluidized bed drier (fig. 7.1). Diameter of the drier is 0.225m. Tested materials are silica gel, sand, feed phosphate, ammonia sulfate and poppy seed (tab.111). Examples of the theoretical results, compared with lab test are shown on figures 8.1-8.5. Agreement of the lab tests and the theoretical results are sufficient in terms of qualitative and quantitative analysis and suggests that proposed models are correct.

Possibility of application of the Generalized Drying Curve (fig. 6.2, 7.12-7.16) in process calculations was indicated.

Proposed method of reverse application of the model allows to obtain desorption isotherms on the base of experimental drying curves. The method allows receiving sorption isotherms by minimizing of the necessary laboratory tests.