

**ROZWIĄZYWANIE ZAGADNIEŃ PRZEPŁYWOWO-  
CIEPLNO-WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH W CELU  
OPTYMALIZACJI NAGRZEWANIA I OCHŁADZANIA  
ELEMENTÓW GRUBOŚCIENNYCH.**

*Praca doktorska*

Autor: mgr inż. Grzegorz Mazurkiewicz

Promotor: dr hab. inż. Piotr Duda, prof. PK

WYDZIAŁ MECHANICZNY, POLITECHNIKA KRAKOWSKA  
KRAKÓW 2011



# Zawartość

Ważniejsze oznaczenia .....	4
1. Wstęp.....	7
1.1. Cel pracy .....	9
1.2. Teza pracy .....	9
1.3. Zakres pracy.....	10
2. Analiza tematu .....	11
2.1. Dotychczasowy stan zagadnienia.....	11
2.2. Zastosowane metody obliczeniowe .....	17
2.2.1. Bilansowa metoda elementów skończonych .....	17
2.2.2. Przemieszczeniowa metoda elementów skończonych.....	22
2.2.3. Podstawy MES wynikające z równania pracy wirtualnej.....	23
2.2.4. Metoda Levenberga-Marquardta .....	25
3. Modelowanie przepływu masy i ciepła w przewodach cylindrycznych .....	30
3.1. Numeryczne modelowanie laminarnego i turbulentnego przepływu masy i ciepła w przewodach cylindrycznych.....	30
3.1.1. Rozszerzony problem Graetza .....	30
3.1.2. Przewód cylindryczny .....	32
3.1.3. Numeryczne rozwiązanie rozszerzonego problemu Graetza dla przepływu laminarnego.....	34
3.1.4. Numeryczne rozwiązanie rozszerzonego problemu Graetza dla przepływu turbulentnego. ....	36
3.2. Modelowanie numeryczne procesu nagrzewania kolektora parowego.....	40
3.2.1. Opis stanowiska .....	41
3.2.2. Numeryczna symulacja procesu nagrzewania kolektora parowego	42
3.3. Odcinek wlotowy .....	49
3.3.1. Wyznaczenie długości odcinka wlotowego ze względu na prędkość przepływu. ....	50
3.3.2. Wyznaczenie długości odcinka wlotowego ze względu na temperaturę .....	52
4. Sprężone zagadnienie przepływowo-ciepłno-wytrzymałościowe.....	54
4.1. Grubościenny rurociąg.....	54
4.2. Analiza przepływowo-ciepłna.....	55
4.3. Analiza ciepłno-wytrzymałościowa.....	59
5. Optymalizacja procesu nagrzewania grubościennych elementów bloku energetycznego.....	66
5.1. Opis metody .....	66
5.2. Zastosowanie metody optymalizacyjnej do grubościennego rurociągu.....	69
5.3. Zastosowanie metody optymalizacyjnej do grubościennego trójkąta.....	73
6. Optymalizacja procesu ochładzania grubościennych elementów bloku energetycznego.....	78
6.1. Opis metody .....	78
6.2. Zastosowanie metody optymalizacyjnej do grubościennego rurociągu.....	80
6.3. Zastosowanie metody optymalizacyjnej do grubościennego trójkąta.....	83

7. Modyfikacja metody optymalizacyjnej przy założeniu naprężeń dopuszczalnych zależnych od temperatury. ....	88
7.1. Opis metody .....	88
7.2. Zastosowanie zmodyfikowanej metody optymalizacyjnej do grubościennego trójkąta. ....	92
8. Podsumowanie i wnioski.....	100
Literatura .....	103

# Ważniejsze oznaczenia

## Litery łacińskie

$a_{\theta}$	współczynnik wyrównania temperatury (TRD), $\text{mm}^2/\text{s}$
$a_1, a_2$	funkcje
$c$	ciepło właściwe, $\text{J}/(\text{kg K})$
$d_m$	średnia średnica elementu (TRD), $\text{mm}$
$D$	średnica, $\text{m}$
$E$	moduł sprężystości wzdłużnej (Younga), $\text{MPa}$
$f_u$	stała proporcjonalności
$j$	numer kroku czasowego
$h$	entalpia właściwa, $\text{J}/\text{kg}$
$h_{\text{tot}}$	całkowita entalpia właściwa, $\text{J}/\text{kg}$
$L$	odległość od wlotu do elementu, $\text{m}$
$L_t$	skala wirów największych, $\text{m}$
$\dot{m}$	wydatek masowy, $\text{kg}/\text{s}$
$M$	masa molowa, $\text{kg}/\text{mol}$
$(MR)$	uniwersalna stała gazowa, $\text{J}/\text{mol K}$
$n$	liczba kroków czasowych w symulacji
$p$	ciśnienie, $\text{MPa}$
$p_{\text{abs}}$	ciśnienie absolutne, $\text{MPa}$
$p_{\text{rob}}$	nadciśnienie robocze, $\text{MPa}$
$q$	gęstość strumienia ciepła, $\text{W}/\text{m}^2$
$Pe$	liczba Pecleta
$Pr$	liczba Prandtla
$Pr_t$	turbulentna liczba Prandtla
$r$	promień, $\text{m}$
$\tilde{r}$	promień bezwymiarowy
$R$	promień całkowity, $\text{m}$
$Re$	liczba Reynoldsa
$s_b$	obliczeniowa grubość ścianki elementu (TRD), $\text{mm}$
$t$	czas, $\text{s}$
$t_j$	chwila czasowa $j$ , $\text{s}$
$T$	temperatura, $^{\circ}\text{C}$ lub $\text{K}$
$T_0$	temperatura początkowa, $^{\circ}\text{C}$ lub $\text{K}$
$T_1$	temperatura ścianki dla $x > 0$ , $^{\circ}\text{C}$ lub $\text{K}$
$T_2$	temperatura ścianki dla $x < 0$ , $^{\circ}\text{C}$ lub $\text{K}$
$T_{j0}$	początkowy skok temperatury czynnika, $^{\circ}\text{C}$ lub $\text{K}$
$T_{\text{in}}$	temperatura czynnika na wlocie do elementu, $^{\circ}\text{C}$ lub $\text{K}$
$T_{\text{min}}$	temperatura minimalna, $^{\circ}\text{C}$ lub $\text{K}$
$T_{\text{max}}$	temperatura maksymalna, $^{\circ}\text{C}$ lub $\text{K}$
$T_{\text{rob}}$	temperatura robocza, $^{\circ}\text{C}$ lub $\text{K}$
$u, v, w$	składowe prędkości, $\text{m}/\text{s}$

$u', v', w'$	składowe wahań prędkości, m/s
$\bar{u}$	średnia prędkość w kierunku współrzędnej x, m/s
$\tilde{u}$	bezwymiarowa prędkość w kierunku współrzędnej x
$U$	energia wewnętrzna właściwa, J/kg
$U_t$	charakterystyczna skala prędkości, m/s
$v_\vartheta$	szybkość zmiany temperatury czynnika (TRD), K/min
$v$	prędkość czynnika, m/s
$v_{in}, v_{2in}$	prędkość czynnika na wlocie do elementu, m/s
$v_T$	prędkość zmiany temperatury czynnika, K/min
$v_{T1}$	prędkość zmiany temperatury czynnika w pierwszym przedziale czasowym symulacji, K/min
$v_{T2}$	prędkość zmiany temperatury czynnika w drugim przedziale czasowym symulacji, K/min
$v_{T3}$	prędkość zmiany temperatury czynnika w trzecim przedziale czasowym symulacji, K/min
$v_{Tmax}$	maksymalna prędkość zmiany temperatury czynnika, K/min
$v_{T1max}$	maksymalna prędkość zmiany temperatury czynnika w pierwszym przedziale czasowym symulacji, K/min
$v_{T2max}$	maksymalna prędkość zmiany temperatury czynnika w drugim przedziale czasowym symulacji, K/min
$v_{T3max}$	maksymalna prędkość zmiany temperatury czynnika w trzecim przedziale czasowym symulacji, K/min
$V$	objętość czynnika, m <sup>3</sup>
$x, y, z$	współrzędne, m
$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$	współrzędne bezwymiarowe

### Litery greckie

$\alpha$	współczynnik wnikania ciepła przez konwekcję, W/(m <sup>2</sup> K)
$\alpha_{min}$	minimalny współczynnik wnikania ciepła przez konwekcję, W/(m <sup>2</sup> K)
$\alpha_{max}$	maksymalny współczynnik wnikania ciepła przez konwekcję, W/(m <sup>2</sup> K)
$\alpha_m$	współczynnik koncentracji naprężeń (TRD)
$\alpha_\vartheta$	współczynnik koncentracji naprężeń cieplnych (TRD)
$\beta_L$	liniowy współczynnik rozszerzalności temperaturowej (TRD), 1/K
$\beta$	liniowy współczynnik rozszerzalności temperaturowej, 1/K
$\mathcal{E}_{hr}$	współczynnik dyfuzji turbulentnej w kierunku r, m <sup>2</sup> /s
$\mathcal{E}_{hr}$	bezwymiarowy współczynnik dyfuzji turbulentnej w kierunku r
$\mathcal{E}_{hx}$	współczynnik dyfuzji turbulentnej w kierunku x, m <sup>2</sup> /s
$\mathcal{E}_{hx}$	bezwymiarowy współczynnik dyfuzji turbulentnej w kierunku x
$\mathcal{E}_m$	współczynnik dyfuzji turbulentnej dla transportu pędu, m <sup>2</sup> /s
$\mathcal{E}_m$	bezwymiarowy współczynnik dyfuzji turbulentnej dla transportu pędu
$\Delta\vartheta$	dopuszczalna różnica temperatur (TRD), K

$\eta$	współczynnik lepkości dynamicznej, Pa s
$\vartheta_i$	temperatura powierzchni wewnętrznej ścianki (TRD), K
$\vartheta_m$	średnia temperatura na grubości ścianki (TRD), K
$\lambda$	współczynnik przewodzenia ciepła, W/(mK)
$\mu_t$	lepkość turbulentna, Pa s
$\nu$	współczynnik Poissona
$\Theta$	temperatura bezwymiarowa
$\rho$	gęstość, kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	naprężenie, MPa
$\sigma_a$	naprężenie dopuszczalne, MPa
$\sigma_{ht1}$	maksymalne naprężenie cieplne w cylindrycznej części kolektora, MPa
$\sigma_{ht2}$	maksymalne naprężenie cieplne w kolektorze, MPa
$\sigma_{sum}$	maksymalne naprężenie sumaryczne, MPa
$\sigma_{eqv}$	naprężenia zredukowane wg hipotezy Hubera, Misesa i Hencky'ego, MPa
$\sigma_i$	naprężenie sumaryczne (TRD), MPa
$\check{\sigma}_i$	minimalne naprężenie w cyklu (TRD), MPa
$\hat{\sigma}_i$	maksymalne naprężenie w cyklu (TRD), MPa
$\check{\sigma}_{ip}$	naprężenie pochodzące od ciśnienia minimalnego (TRD), MPa
$\hat{\sigma}_{ip}$	naprężenie pochodzące od ciśnienia maksymalnego (TRD), MPa
$\sigma_{ip}$	naprężenie pochodzące od ciśnienia (TRD), MPa
$\sigma_{i\vartheta}$	naprężenia cieplne (TRD), MPa
$\Phi_f$	współczynnik kształtu (TRD)

Uwaga:

Oznaczenie (TRD) - odnosi się do normy TRD 301.

# 1. Wstęp

Ograniczone zasoby energetyczne Ziemi oraz ciągle rosnące zapotrzebowanie cywilizacji na energię pod różnymi jej postaciami stwarza poważną groźbę wyczerpania naturalnych nieodnawialnych nośników energii. Konieczne staje się zatem efektywniejsze wykorzystanie dostępnych źródeł energii zarówno w procesach jej pozyskiwania, wytwarzania, przesyłania jak i użytkowania [3,58,61,62].

W przemyśle energetycznym zwiększanie efektywności produkcji i redukcja jej kosztów dokonuje się poprzez podnoszenie sprawności urządzeń energetycznych, podwyższanie ich parametrów pracy oraz niezawodności. Ponadto coraz większą wagę przykłada się do zapewnienia bezpieczeństwa eksploatacji urządzeń energetycznych. Związane jest to ze zmianami konstrukcyjnymi elementów, stosowaniem nowych materiałów o wyższych parametrach wytrzymałościowych lub optymalizacją procesów technologicznych przebiegających w bloku energetycznym [18,37,47,96,105].

Elementy wchodzące w skład bloku energetycznego, przetwarzającego energię pierwotną na energię elektryczną [54,72] pracują w trudnych warunkach technologicznych, które charakteryzują się dynamicznymi zmianami temperatury i ciśnienia czynnika, szczególnie podczas rozruchu i wyłączenia bloku. Wskutek tych zmian powstają naprężenia cieplne wywołane różnicami temperatury w ściankach grubościennych elementów oraz naprężenia pochodzące od ciśnienia przepływającego czynnika [13,20,24,27,37,108,109,110].

Ze względu na wysokie nominalne parametry czynnika roboczego w układzie cieplnym bloku energetycznego: temperaturę dochodzącą do 555 [°C] i ciśnienie do 30,7 [MPa] wszystkie jego elementy projektowane są jako elementy grubościenne, tak aby naprężenia powstające podczas ich pracy nie przekraczały naprężeń dopuszczalnych. Walczaki, komory zbiorcze, zawory, turbiny, wymienniki ciepła czy odcinki rurociągów tradycyjnie projektowano z niskostopowych stali ferrytycznych. W ostatnim czasie stale ferrytyczne są zastępowane bardziej nowoczesnymi stalami ferrytyczno-martenzytycznymi o zawartości 9-12,5 [%] Cr, które dzięki bardzo dobrym własnościom wytrzymałościowym pozwalają na redukcję grubości ścianek elementów ciśnieniowych o 40-50 [%] [92]. Jednakże nowoczesne stale ferrytyczno-martenzytyczne cechują się niewielką, około trzykrotnie niższą przewodnością cieplną w stosunku do stali niskostopowych. Powoduje to, pomimo mniejszych grubości ścianek, że elementy ciśnieniowe wykonane z tych stali są narażone na powstawanie wysokich naprężeń cieplnych podczas procesów, w których dochodzi do nieustalanej wymiany ciepła.

W trakcie rozruchu, odstawienia oraz zmiany obciążenia bloku energetycznego dochodzi do szybkich zmian ciśnienia i temperatury czynnika omywającego wewnętrzne powierzchnie grubościennych elementów ciśnieniowych. Gwałtowne zmiany temperatury czynnika wywołują nierównomierne nagrzewanie się tych elementów a co za tym idzie powstawanie nierównomiernego rozkładu temperatury oraz wysokich naprężeń cieplnych wewnątrz elementów grubościennych [11,17,20,24,37,73,89,101,111].

Wysokie naprężenia cieplne podczas procesów rozruchowych a w szczególności w czasie odstawień, gdy składowe naprężenia cieplnych w sposób niekorzystny sumują się z naprężeniami pochodzącymi od ciśnienia, mogą prowadzić do przekroczeń naprężeń dopuszczalnych, szybszego

zużycia lub uszkodzenia elementów [4,6,63]. W największym stopniu na uszkodzenia narażone są miejsca koncentracji naprężeń na powierzchniach wewnętrznych elementów grubościennych bezpośrednio stykających się z czynnikiem roboczym, gdzie najczęściej dochodzi do powstawania pęknięć [24]. Jako, że procesy rozruchów i odstawień prowadzone są wielokrotnie w czasie eksploatacji instalacji przekroczenia naprężeń, mogą powodować uszkodzenia elementów ciśnieniowych na zasadzie niskocyklowego zmęczenia materiału a mikropęknięcia mogą ulegać propagacji. Uszkodzenia poszczególnych elementów bloku energetycznego mogą prowadzić do jego awarii i zatrzymania, co wiąże się z wysokimi kosztami.

Na wydłużenie okresu eksploatacji bloku energetycznego oraz zapewnienie jego bezpiecznej pracy duży wpływ ma prawidłowe prowadzenie rozruchów i odstawień [56,57,101,113,114,115]. Z ekonomicznego punktu widzenia oprócz bezpiecznej i niezawodnej pracy instalacji przez jak najdłuższy okres niezwykle istotny jest możliwie jak najkrótszy czas niezbędny do jej uruchomienia i wyłączenia. Dlatego też prędkości nagrzewania podczas rozruchu oraz prędkości ochładzania podczas odstawień powinny zapewniać brak przekroczeń naprężeń dopuszczalnych i jednocześnie być jak najwyższe.

Maksymalne dopuszczalne prędkości zmian temperatury podczas nagrzewania i ochładzania poszczególnych grubościennych elementów ciśnieniowych można wyznaczyć na podstawie obowiązujących przepisów zawartych w normach zharmonizowanych. Niestety uzyskane wyniki można traktować jedynie jako wartości przybliżone ze względu na założony w procedurze obliczeniowej quasi-ustalonego stanu pola temperatury panujący w elemencie w trakcie procesów rozruchu i odstawienia [103].

Innym sposobem kontroli naprężeń powstających w elementach bloku energetycznego w trakcie rozruchów i odstawień jest ich monitorowanie w czasie rzeczywistym i odpowiednie sterowanie parametrami przepływu, tak by nie przekraczane były naprężenia dopuszczalne. W ostatnich latach zagadnieniu kontroli stanu cieplno-wytrzymałościowego ciśnieniowych maszyn i urządzeń energetycznych poświęcono wiele opracowań naukowych przedstawiających różne metody obliczeniowe [12,25,33,34,70,90,93,107,116], jakkolwiek w zetknięciu z licznymi problemami jakie powoduje monitorowanie naprężeń w czasie rzeczywistym w elementach pracujących w wysokiej temperaturze dotychczas nie opracowana została odpowiednio szybka i dokładna metoda [24].

Badania sposobu zachowania się grubościennych elementów ciśnieniowych w trakcie procesów rozruchu i wyłączenia rzeczywistych instalacji przemysłowych, pozwalające na modernizację technologii rozruchowych, wiążą się z dużymi nakładami finansowymi i wysokim ryzykiem ich uszkodzenia. Alternatywę w stosunku do badań istniejących obiektów stanowią symulacje komputerowe oparte na analizach BMES i MES. W pracy zaproponowano metodę pozwalającą na wyznaczenie optymalnych prędkości nagrzewania i ochładzania ciśnieniowych elementów bloku energetycznego podczas procesów rozruchu i wyłączenia zapewniającą maksymalne skrócenie ich czasu przy jednoczesnym braku przekroczeń naprężeń dopuszczalnych.



## 1.1. Cel pracy

Celem pracy jest rozwiązanie zagadnienia przeplywowo-cieplno-wytrzymałościowego pozwalającego na wyznaczenie przebiegu temperatury czynnika na wlocie do grubościennego elementu ciśnieniowego bloku energetycznego bez konieczności zadawania konwekcyjnego warunku brzegowego na jego powierzchni wewnętrznej tak, aby naprężenia cieplne powstające w elemencie grubościennym nie przekroczyły wartości naprężeń dopuszczalnych przy jednoczesnym dążeniu do maksymalnego skrócenia czasu nagrzewania danego elementu podczas rozruchu oraz czasu jego ochłodzenia podczas odstawienia instalacji.

W pracy założona zostanie liniowa postać funkcji opisującej zmiany temperatury czynnika na wlocie do analizowanego elementu grubościennego. Przy założeniu stałej niezależnej od temperatury wartości przyjętego naprężenia dopuszczalnego prędkość zmiany temperatury czynnika będzie stała dla całego procesu rozruchu lub odstawienia. Natomiast przy założeniu, że wartości naprężenia dopuszczalnego zmieniają się wraz z temperaturą, przewidziana zostanie możliwość prowadzenia procesu z kilkoma różnymi prędkościami zmieniającymi się w czasie jego trwania. Nieustalone rozkłady pól temperatury powstające w analizowanym elemencie oraz czynnika roboczym podczas procesów nagrzewania lub ochładzania wyznaczone zostaną przy użyciu bilansowej metody elementów skończonych. Na podstawie wyznaczonych rozkładów pól temperatury przy użyciu metody elementów skończonych wyznaczone zostaną rozkłady zredukowanych naprężeń cieplnych. Do wyznaczenia poszukiwanych współczynników funkcji opisującej przebieg temperatury czynnika roboczego na wlocie do analizowanego elementu zastosowana zostanie metoda Levenberga-Marquardta

## 1.2. Teza pracy

Uwzględniając powyższe sformułowano tezę pracy:

**„Możliwe jest wyznaczenie takiego przebiegu temperatury czynnika na wlocie do elementu grubościennego bez zadawania konwekcyjnego warunku brzegowego na jego powierzchni wewnętrznej, aby naprężenia w nim powstające nie przekraczały naprężeń dopuszczalnych a czas procesów nieustalonych był możliwie najkrótszy”.**

### 1.3. Zakres pracy

Zakres pracy obejmuje:

- numeryczne wyznaczenie ustalonego rozkładu pola temperatury czynnika dla przepływu laminarnego i turbulentnego w przewodzie cylindrycznym, weryfikację uzyskanych wyników poprzez porównanie z rozwiązaniem analitycznym, potwierdzenie zbieżności wyników obliczeń numerycznych do rozwiązania analitycznego wraz ze wzrostem gęstości siatki elementów skończonych,
- numeryczne wyznaczenie rozkładów pól temperatury i naprężeń na podstawie konwekcyjnego warunku brzegowego w trakcie procesu nagrzewania grubościennego kolektora pary,
- numeryczną analizę długości odcinka wlotowego niezbędnego do uzyskania w pełni rozwiniętego profilu prędkości i temperatury w przepływającym czynniku,
- numeryczne rozwiązanie zagadnienia przepływowo-cieplno-wytrzymałościowego pozwalające na wyznaczenie rozkładów pól temperatury i naprężeń cieplnych w prostoliniowym odcinku rurociągu w trakcie rozruchu bez konieczności zadawania konwekcyjnego warunku wnikania ciepła na jego powierzchni wewnętrznej,
- opracowanie numerycznej metody optymalizacyjnej pozwalającej na wyznaczenie przebiegów temperatury czynnika na wlocie do ciśnieniowych elementów bloku energetycznego w trakcie rozruchów i wyłączeń w taki sposób by maksymalnie skrócić ich czas przy jednoczesnym zapewnieniu braku przekroczeń naprężeń dopuszczalnych,
- optymalizację nagrzewania grubościennych elementów ciśnieniowych o prostej i złożonej geometrii przy założeniu stałej wartości naprężeń dopuszczalnych,
- optymalizację ochładzania grubościennych elementów ciśnieniowych o prostej i złożonej geometrii przy założeniu stałej wartości naprężeń dopuszczalnych,
- optymalizację nagrzewania grubościennych elementów ciśnieniowych o złożonej geometrii przy założeniu zmiennych, zależnych od temperatury wartości naprężenia dopuszczalnego.

## 2. Analiza tematu

### 2.1. Dotychczasowy stan zagadnienia

Podczas pracy urządzeń energetycznych, takich jak np walczaki, komory zbiorcze, zawory, turbiny, wymienniki ciepła dochodzi do powstawania w tych urządzeniach wysokich naprężeń cieplnych [8,13,17,19,20,40,89,100,111]. Z uwagi na cykliczny charakter tych naprężeń, wynikający z chłodzenia i nagrzewania elementów ciśnieniowych w czasie rozruchu i wyłączenia z ruchu bloków energetycznych, występuje zjawisko zmęczenia niskocyklowego, które może prowadzić do powstawania pęknięć. Jeżeli nagrzewanie i ochładzanie odbywa się ze zbyt dużymi prędkościami, to należy się liczyć ze zmniejszeniem trwałości ciśnieniowych elementów konstrukcyjnych. Najbardziej obciążone są powierzchnie wewnętrzne elementów stykające się bezpośrednio z płynem o wysokiej temperaturze i ciśnieniu. Najczęściej pęknięcia powstają na wewnętrznych powierzchniach elementów w miejscach koncentracji naprężeń. Najlepiej byłoby mierzyć wartości wstępnych naprężeń cieplnych bezpośrednio na powierzchni wewnętrznej. W praktyce taki pomiar jest trudny a właściwie niemożliwy. Producenci urządzeń energetycznych najczęściej zalecają, aby nie przekraczać zadanych maksymalnych prędkości nagrzewania i ochładzania elementów ciśnieniowych w celu ograniczenia wartości naprężeń cieplnych [48]. Prędkości nagrzewania i ochładzania przez nich podawane są jednak stosunkowo niewielkie i choć zapewniają brak przekroczeń naprężeń dopuszczalnych i bezpieczeństwo pracy to jednocześnie często powodują nadmierne rozciągnięcie w czasie rozruchu lub wyłączenia [37]. Warto dodać, że przepisy Urzędu Dozoru Technicznego [104], z uwagi na złożoność zagadnienia, nie podają sposobu obliczania dopuszczalnych szybkości nagrzewania i ochładzania urządzeń ciśnieniowych. Z uwagi na zmienność w czasie podstawowych parametrów, takich jak ciśnienie i temperatura płynu oraz strumień masy czynnika stan quasi-ustalony bardzo rzadko występuje w praktyce [24].

Innym sposobem ograniczania naprężeń cieplnych, zalecanym i stosowanym w praktyce, jest kontrola różnic temperatury występujących na grubości ścianki elementu lub między wybranymi punktami leżącymi wewnątrz ścianki elementu. Podejmuje się również próby opracowania algorytmów sterowania rozruchem bloków energetycznych [43,64,65,66,85]. Dzięki tym układom wydłuża się trwałość pracujących urządzeń oraz skraca czas wszystkich nieustalonych operacji związanych z rozruchem, odstawieniem oraz zmianą mocy bloku energetycznego.

Jakość układu sterującego zależy od dokładności zmierzonych naprężeń w wybranych elementach bloku energetycznego. Bezpośredni pomiar za pomocą tensometrów [73] jest najczęściej niemożliwy ze względu na wysokie temperatury. Dlatego też naprężenia te określa się metodą pośrednią poprzez pomiar temperatury. W wielu blokach energetycznych są one określane poprzez pomiar temperatury w środku grubości ścianki i w pobliżu powierzchni wewnętrznej [39,44,55,75,99]. Przyjmuje się, że naprężenie cieplne jest wprost proporcjonalne do różnicy zmierzonych temperatur. Ten sposób kontroli naprężeń jest jednak bardzo niedokładny a w wielu przypadkach całkowicie błędny. Zadowalające oszacowanie naprężeń uzyskuje się tylko w bardzo rzadkim przypadku zachodzącym w elementach cylindrycznych i płaskich, gdy nieustalone pole temperatury jest jednowymiarowe wzdłuż grubości ścianki. Niestety również w tym przypadku sposób ten jest niedokładny [99], co jest spowodowane przyjęciem temperatury zmierzonej, zwykle 5-10 [mm] od powierzchni wewnętrznej,

za temperaturę powierzchni wewnętrznej. Również temperatura zmierzona w środku ścianki nie jest średnią temperaturą ścianki. Przypadek ten zachodzi tylko przy liniowym rozkładzie temperatury na grubości ścianki, co jest rzadkością w stanach nieustalonych.

Innym sposobem kontroli naprężeń stosowanych w walczakach, jest pomiar temperatury w najwyższym i najniższym punkcie przekroju poprzecznego elementu. Pomiar ten pozwala na oszacowanie naprężeń cieplnych związanych z szybszym nagrzewaniem górnej niż dolnej części elementu podczas rozruchów i odstawiania kotła z ruchu. Określenie naprężeń nie jest dokładne, ponieważ rzeczywiste naprężenia cieplne w przekroju poprzecznym cylindrycznego elementu poziomego zależą nie tylko od różnicy temperatur pomiędzy dwoma punktami, ale i od całego czasowo-przestrzennego rozkładu temperatury w przekroju poprzecznym elementu.

Podstawowym problemem możliwie dokładnego obliczenia rozkładu temperatury i naprężeń w monitorowanych urządzeniach jest trudność określenia niektórych cieplnych warunków brzegowych. Najczęściej nieznanym warunkiem brzegowym występuje na powierzchni wewnętrznej urządzeń energetycznych, która jest w kontakcie z płynem. Zdefiniowanie tego warunku wymaga określenia współczynnika wnikania ciepła i temperatury płynu blisko powierzchni wewnętrznej elementu. Pomiar obydwu wielkości jest bardzo trudny, ponieważ zmieniają się one nie tylko w czasie, ale i w przestrzeni. Obliczenie tych wielkości staje się możliwe poprzez numeryczną analizę zjawisk zachodzących w przepływającym płynie za pomocą bilansowej metody elementów skończonych lub metody elementów skończonych [49,82,112]. Cały obszar w którym znajduje się płyn musi być zdyskretyzowany. Następnie muszą być zapisane równania bilansu masy, pędu i energii. W zależności od rodzaju przepływu konieczne może być też wprowadzenie odpowiedniego modelu turbulencji. Obliczenia są bardzo czasochłonne i dlatego ten sposób nie jest stosowany przy monitorowaniu urządzeń energetycznych [24], natomiast może być wykorzystany do wyznaczenia optymalnych, dopuszczalnych prędkości nagrzewania i ochładzania poszczególnych grubościennych elementów bloku energetycznego podczas procesu rozruchu i odstawiania.

Dopuszczalne prędkości nagrzewania i ochładzania grubościennych elementów mogą zostać wyznaczone na kilka sposobów. Podstawowy sposób wyznaczania tych prędkości stanowią procedury zawarte w dokumentach normatywnych, takich jak niemieckie przepisy TRD 301 [103] oraz Polska Norma PN-EN 12952: 2004 [76]. Po wejściu do Unii Europejskiej Polska zobowiązana została do nadania normom europejskim statusu norm krajowych bez wprowadzania jakichkolwiek zmian. Z tego powodu przepisy unijne oparte w znacznej części na TRD 301 przetłumaczone zostały na język polski i obowiązują na terenie Polski.

Według przepisów TRD 301 pierwszym krokiem do wyznaczenia dopuszczalnych prędkości nagrzewania jest wyznaczenie naprężeń dopuszczalnych powstających podczas procesów rozruchu i wyłączeń oraz maksymalnych i minimalnych naprężeń spowodowanych przez ciśnienie ( $\hat{\sigma}_{ip}, \check{\sigma}_{ip}$ ). Zakładając, że znane są wymiary geometryczne, kształt rozważanego elementu i własności termofizyczne materiału z którego został wykonany w temperaturze obliczeniowej oraz liniowy sprężysty model powłok walcowych z odprowadzeniami pionowymi, skośnymi lub nierozmieszczonymi promieniowo naprężenia obwodowe pochodzące od ciśnienia wyznaczone są z zależności:

$$\sigma_{ip} = \alpha_m(p) p \frac{d_m}{s_b} \quad (2.1)$$

gdzie:

- $\alpha_m$  – współczynnik koncentracji naprężeń,
- $p$  – ciśnienie,
- $s_b$  – obliczeniowa grubość ścianki elementu,
- $d_m$  – średnia średnica elementu.

Współczynnik koncentracji naprężeń pojawiający się w równaniu (2.1) wyznaczany jest z odpowiednich równań lub odczytywany z wykresów dla konkretnych typów analizowanych elementów grubościennych w zależności od ich kształtu rodzaju zastosowanych spoiny, owalizacji itd. Norma PN-EN 12952: 2004 dopuszcza ponadto wyznaczenie współczynnika koncentracji przy użyciu innych uznanych metod obliczeniowych. W pracy [37] pokazano metodę wyznaczania powyższego współczynnika za pomocą metody elementów skończonych z wykorzystaniem komercyjnego kodu numerycznego Ansys. Wyniki obliczeń zaprezentowane w pracy [37] za pomocą obu metod pokazują rozbieżności wartości współczynnika koncentracji naprężeń dochodzące do 30 [%], przy czym wartości współczynnika koncentracji naprężeń wyliczone numerycznie traktowane są jako dokładniejsze.

Ponownie zakładając model liniowo sprężysty naprężenia cieplne wywołane nierównomiernym rozkładem temperatury w analizowanym elemencie zależą od promieniowego przebiegu temperatury w jego ściance. Naprężenia cieplne na powierzchni wewnętrznej elementu w miejscu koncentracji naprężeń (przy założeniu osiowosymetrycznego rozkładu temperatury) dane są zależnością:

$$\sigma_{i\vartheta} = \alpha_{\vartheta} \frac{\beta_L E}{1-\nu} (\vartheta_m - \vartheta_i) \quad (2.2)$$

gdzie:

- $\alpha_{\vartheta}$  – współczynnik koncentracji naprężeń cieplnych na brzegu otworu,
- $E$  – moduł Younga,
- $\beta_L$  – liniowy współczynnik rozszerzalności cieplnej,
- $\vartheta_m$  – średnia temperatura na grubości ścianki,
- $\vartheta_i$  – temperatura powierzchni wewnętrznej ścianki.

Wartości modułu Younga i współczynnika rozszerzalności cieplnej traktowane są jako znane wartości dla temperatury obliczeniowej natomiast współczynnik koncentracji naprężeń cieplnych przyjmuje wartość  $\alpha_{\vartheta}=2$  o ile nie udowodniono obliczeniowo jego innej wartości.

Opierając się na założeniu o obciążeniu elementu w zakresie liniowej sprężystości naprężenie sumaryczne można wyznaczyć jako sumę naprężeń pochodzących od ciśnienia i naprężeń cieplnych.

$$\sigma_i = \sigma_{ip} + \sigma_{i\vartheta} \quad (2.3)$$

Następnie norma zakłada, że proces nagrzewania lub ochładzania elementu przebiega w sposób quasi-ustalony i różnica pomiędzy średnią temperaturą ścianki a temperaturą powierzchni wewnętrznej ścianki jest stała (2.4) i może być przedstawiona jako funkcja szybkości zmiany temperatury  $v_{\vartheta}$ .

$$\Delta \vartheta = \vartheta_m - \vartheta_i = const \quad (2.4)$$

$$\Delta \vartheta = \frac{1}{a_{\vartheta}} \Phi_f v_{\vartheta} s_b^2 \quad (2.5)$$

gdzie:

- $a_{\vartheta}$  – współczynnik wyrównania temperatury,
- $v_{\vartheta}$  – szybkość zmiany temperatury,
- $\Phi_f$  – współczynnik kształtu.

Sposoby wyznaczania współczynnika kształtu szczegółowo podają przepisy TRD.

Wielokrotne prowadzenie procesów rozruchowych oraz odstawiń może powodować powstawanie pęknięć na powierzchni wewnętrznej elementu wywołanych niskocyklowym zmęczeniem materiału. Z tego powodu przepisy TRD 301 wprowadzają procedury pozwalające na wyznaczenie maksymalnych  $\hat{\sigma}_i$  i minimalnych  $\check{\sigma}_i$  wartości dopuszczalnych naprężeń sumarycznych.

Podstawiając zależność na różnicę temperatur daną równaniem (2.5) do równania (2.2) można wyznaczyć ostateczne, dopuszczalne prędkości nagrzewania i ochładzania wyrażone następującymi zależnościami:

- dopuszczalna szybkość nagrzewania na początku rozruchu

$$v_{\vartheta 1} = \frac{a_{\vartheta}}{\Phi_f s_b^2} \cdot \Delta \vartheta = \frac{1-\nu}{\beta_L E} \cdot \frac{\check{\sigma}_i - \check{\sigma}_{ip}}{\Phi_f s_b^2} \quad (2.6)$$

- dopuszczalna szybkość nagrzewania na końcu rozruchu

$$v_{\vartheta 1'} = \frac{a_{\vartheta}}{\Phi_f s_b^2} \cdot \Delta \vartheta = \frac{1-\nu}{\beta_L E} \cdot \frac{\check{\sigma}_i - \hat{\sigma}_{ip}}{\Phi_f s_b^2} \quad (2.7)$$

- dopuszczalna szybkość ochładzania na początku odstawięcia

$$v_{\vartheta 2} = \frac{a_{\vartheta}}{\Phi_f s_b^2} \cdot \Delta \vartheta = \frac{1-\nu}{\beta_L E} \cdot \frac{\hat{\sigma}_i - \hat{\sigma}_{ip}}{\Phi_f s_b^2} \quad (2.8)$$

- dopuszczalna szybkość ochładzania na końcu odstawięcia

$$v_{\vartheta 2'} = \frac{a_{\vartheta}}{\Phi_f s_b^2} \cdot \Delta \vartheta = \frac{1-\nu}{\beta_L E} \cdot \frac{\hat{\sigma}_i - \check{\sigma}_{ip}}{\Phi_f s_b^2} \quad (2.9)$$

Przedstawiona pokrótce procedura zawarta w przepisach TRD 301 oraz w znacznej części analogiczna do niej procedura obliczeniowa Polskiej Normy zakładają, że dla każdego analizowanego elementu dokładnie znany jest punkt koncentracji naprężeń, oraz że znany jest współczynnik

koncentracji naprężeń w tym punkcie. W rzeczywistości wyznaczenie właściwego punktu koncentracji naprężeń bywa niejednokrotnie trudne. Ponadto jak pokazano w pracy [37] wyznaczenie dokładnej wartości współczynnika koncentracji naprężeń nie jest zadaniem łatwym i może wymagać zastosowania dodatkowych obliczeń numerycznych, których wyniki mogą znacząco odbiegać od wyników uzyskanych z procedur zawartych w normie. Kolejnym uproszczeniem zawartym w przepisach TRD i Polskiej Normie jest założenie quasi-ustalonego przebiegu procesu rozruchu i odstawienia. Ze względu na zmienność przebiegów ciśnienia i temperatury w czasie tych procesów stan quasi-ustalony uzyskiwany jest bardzo rzadko w szczególności w ich początkowej fazie.

Ze względu na złożony charakter zjawisk cieplno-wytrzymałościowych w wielu opracowaniach naukowych można spotkać się z twierdzeniem mówiącym, że rozwiązywanie prostych i odwrotnych zagadnień wymiany ciepła w ciałach o złożonych kształtach lub własnościach termofizycznych, zależnych od temperatury, wymaga zastosowania metod numerycznych [9,10,12,14,15,16,21-23,25,26,33,34,38,42,45,46,50,51,53,70,71,81,86-88,90,91,93,94,97,98,101,102,107,116].

Metoda wyznaczenia prędkości nagrzewania i ochładzania ciśnieniowych elementów bloku energetycznego pozbawiona uproszczeń zawartych w w/w normach przedstawiona została w pracach [28,37]. Autorzy zaprezentowali procedurę obliczeniową opartą na obliczeniach metodą elementów skończonych połączoną z procedurą optymalizacyjną. W pierwszym etapie pracy modelowany jest analizowany element grubościenny i dokonywany jest jego podział na elementy skończone. Następnie na podstawie konwekcyjnego warunku wnikania ciepła zadanego na jego powierzchni wewnętrznej metodą elementów skończonych wyznaczany jest zbiór rozkładów temperatury podczas procesów rozruchu lub odstawienia instalacji, do której element należy. Następnie na podstawie wyznaczonych rozkładów temperatury ponownie metodą elementów skończonych wyznaczane są rozkłady naprężeń cieplnych lub po uwzględnieniu również ciśnienia oddziaływującego na wewnętrzną powierzchnię elementu naprężeń sumarycznych.

Żądany przebieg temperatury czynnika roboczego wyznaczany jest w procedurze optymalizacyjnej sprzężonej z obliczeniami MES w ten sposób by maksymalne naprężenia (cieplne lub sumaryczne) powstające podczas procesów rozruchu i odstawienia nie przekraczały naprężeń dopuszczalnych.

Procedura zaprezentowana w pracach [28,37] pozwala uniknąć wad związanych z obliczeniami wg TRD 301 i PN-EN 12952: 2004, ale podobnie jak normy wprowadza uproszczenia związane z zakładaniem konwekcyjnego współczynnika wnikania ciepła. Zaprezentowana procedura zakłada, że wartość współczynnika wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej analizowanego elementu jest stała w czasie i przestrzeni tj. dla całego czasu trwania procesu nagrzewania lub ochładzania elementu oraz stała na jego całej powierzchni wewnętrznej. Ponadto dla każdej chwili czasowej trwania procesu zaproponowana procedura zakłada stałość temperatury dla całej warstwy przysciennej powierzchni wewnętrznej analizowanego elementu jednocześnie traktując tą temperaturę jako średnią temperaturę płynu.

W rzeczywistości rozkład współczynnika wnikania ciepła jest zróżnicowany na powierzchniach wewnętrznych ciśnieniowych elementów grubościennych jak również zmienia się w trakcie trwania procesów rozruchowych oraz odstawień. Na stopień zróżnicowania tego współczynnika w przestrzeni największy wpływ na stopień skomplikowania geometrii elementu. Dla elementów o prostej powierzchni wewnętrznej takich jak prostoliniowy odcinek rurociągu wartości współczynnika wnikania ciepła w przestrzeni zmieniają się w nieznaczny sposób podczas gdy dla elementów



o złożonej powierzchni wewnętrznej takich jak trójkąta typu „Y” zmieniają się w znaczący sposób. Na zmienność wartości współczynnika wnikania ciepła w czasie decydujący wpływ ma zmienność parametrów przepływającego czynnika takich jak jego prędkość, gęstość czy wydatek masowy.

Podobnie jak rozkłady współczynnika wnikania ciepła rozkłady temperatury w warstwie przyściennej szczególnie dla elementów o złożonej powierzchni wewnętrznej bywają często zróżnicowane dlatego też opisane powyżej uproszczenia mogą prowadzić do pojawienia się błędów w obliczeniach numerycznych.

Jako, że prawidłowe zadanie warunku brzegowego na powierzchni wewnętrznej analizowanego elementu jest zazwyczaj trudne, w celu wyznaczenia rozkładu naprężeń cieplnych w nim powstających dobrym rozwiązaniem wydaje się być przeprowadzenie sprzężonej analizy łączącej ze sobą obliczenia przeplywowo-cieplne przy wykorzystaniu bilansowej metody elementów skończonych i obliczenia cieplno-wytrzymałościowe przy użyciu metody elementów skończonych.

Analizy przeplywowo-cieplne wykonywane z wykorzystaniem bilansowej metody elementów skończonych pozwalają na wyznaczenie pól prędkości oraz temperatury w czynniku przepływającym przez analizowany element, rozkładów temperatury w samym elemencie jak również rozkładów współczynnika wnikania ciepła oraz temperatury w warstwie przyściennej wewnętrznej powierzchni elementu. Rozkłady te mogą posłużyć do zadania odpowiednich warunków brzegowych niezbędnych do wyznaczenia rozkładów naprężeń cieplnych.

Prace mające na celu umożliwienie połączenia obu analiz poprzez transfer danych uzyskanych z analiz przeplywowych do komercyjnego oprogramowania wykorzystującego MES są prowadzone nie tylko w zakresie związanym z przemysłem energetycznym, ale również w innych jego gałęziach.

W pracach [69,79,80] na przykładach trójkąta, kolektora wydechu silnika i obudowy turbiny przedstawione zostały procedury pozwalające na wyznaczenie naprężeń cieplnych w czasie pracy tych urządzeń. W założeniach procedury opisane w pracach [69,79,80] są do siebie podobne. W pierwszym etapie przewidują budowę trójwymiarowego modelu analizowanego elementu wraz z płynem przepływającym wewnątrz (i/lub na zewnątrz). Następnie stworzenie siatki elementów skończonych w elemencie oraz płynie. W powyższych pracach rozważane są różne sposoby nakładania siatek heksagonalnych i tetraedrycznych z uwzględnieniem czasu niezbędnego do tej operacji. Autorzy zwracają uwagę, że siatka trójkątna, choć uważana za mniej dokładną, pozwala na wprowadzenie automatyzmu podczas dyskretyzacji objętości reprezentujących płyn, co ma bardzo istotne znaczenie dla zastosowań inżynierskich.

W drugim etapie przeprowadzana jest analiza przeplywowo-cieplna przy użyciu jednego z dostępnych kodów numerycznych komercyjnych programów takich jak Nastran czy Fluent. Wynikiem analizy przeplywowo-cieplnej jest rozkład temperatury w przypadku obliczeń ustalonych lub zbiór rozkładów temperatury w przypadku obliczeń nieustalonych w analizowanym elemencie oraz przepływającym czynniku. Wyznaczony rozkład temperatury w ciele stałym stanowi obciążenie cieplne do analiz strukturalnych przeprowadzanych metodą elementów skończonych z użyciem oprogramowania typu Nastran lub Abaqus. W celu transferu danych uzyskanych z analizy BMES do oprogramowania wykonującego analizy MES wykorzystywane jest dodatkowe oprogramowanie. Autorzy zwracają uwagę na zachowaną dokładność tego przekształcenia szczególnie w przypadku zastosowania różnych siatek elementów skończonych w analizach BMES i MES.



## 2.2. Zastosowane metody obliczeniowe

W poniższej pracy zaproponowana została kompleksowa metoda wyznaczania optymalnych prędkości nagrzewania i ochładzania ciśnieniowych elementów bloku energetycznego. W celu uniknięcia niedogodności podczas zadawania konwekcyjnego warunku wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej analizowanego elementu w zaproponowanej metodzie rozkłady naprężeń cieplnych wyznaczone są poprzez sprzężoną analizę przepływowo-ciepłno-wytrzymałościową. W pierwszym kroku sprzężonej analizy przepływowo-ciepłno-wytrzymałościowej przeprowadzana jest analiza przepływowo-ciepłna. W analizie tej, przy użyciu bilansowej metody elementów skończonych na podstawie wiedzy o parametrach przepływu czynnika wewnątrz analizowanego elementu, wyznaczone są rozkłady temperatury podczas procesów nagrzewania i ochładzania. Następnie wyznaczone rozkłady temperatury przy użyciu specjalnie opracowanego kodu źródłowego transformowane są do analizy ciepłno-wytrzymałościowej przeprowadzanej metodą elementów skończonych. Wynik analizy MES stanowi zbiór rozkładów naprężeń cieplnych w wybranych chwilach czasowych procesu nagrzewania lub ochładzania.

Do przeprowadzenia obliczeń związanych z analizami BMES i MES użyto komercyjnych kodów numerycznych wykorzystywanych w oprogramowaniu Ansys CFX i Ansys.

Sprzężona analiza przepływowo-ciepłno-wytrzymałościowa poprzez dodatkowy kod źródłowy współpracuje z procedurą optymalizacyjną Levenberga-Marquardta, co umożliwia wyznaczenie optymalnego przebiegu temperatury czynnika na wlocie do analizowanego elementu.

Podstawy teoretyczne bilansowej metody elementów skończonych i metody elementów skończonych użytych w sprzężonej analizie oraz procedury Levenberga-Marquardta zostały opisane poniżej.

### 2.2.1. Bilansowa metoda elementów skończonych

W elementach urządzeń energetycznych bardzo często pojawiają się problemy z określeniem niektórych warunków brzegowych. Przybliżone oszacowanie trudnych do określenia warunków brzegowych, w celu rozwiązania problemu metodą bezpośrednią, może doprowadzić do istotnych błędów[24].

Zjawisko nieustalonego przewodzenia ciepła można opisać następującym równaniem:

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial \rho}{\partial T} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + q_v \quad (2.10)$$

Gdzie  $q_v$  jest jednostkową mocą źródła ciepła, a  $\mathbf{q}$  wektorem gęstości strumienia ciepła określonym przez prawo Fouriera

$$\mathbf{q} = -\Lambda \nabla T \quad (2.11)$$

$\Lambda$  jest macierzą przewodności cieplnej i w przypadku dwuwymiarowym jest równa:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_x(T) & 0 \\ 0 & \lambda_y(T) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Jeżeli materiał jest izotropowy, to  $\lambda_x(T) = \lambda_y(T) = \lambda(T)$ . Wszystkie własności termofizyczne: ciepło właściwe  $c$ , współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda$  i gęstość  $\rho$  są znanymi funkcjami temperatury. Rozwiązanie numeryczne zostanie otrzymane przy użyciu bilansowej metody elementów skończonych [5]. Metody bilansowe wykorzystujące elementy skończone, stały się ostatnio bardzo popularne, ponieważ umożliwiają rozwiązanie wielu zagadnień w ciałach o skomplikowanej geometrii [24]. Równanie przewodzenia ciepła, uwzględniające zmienność własności termofizycznych, jest scałkowane w dowolnej objętości skończonej (kontrolnej)  $V$  o powierzchni brzegowej  $S$

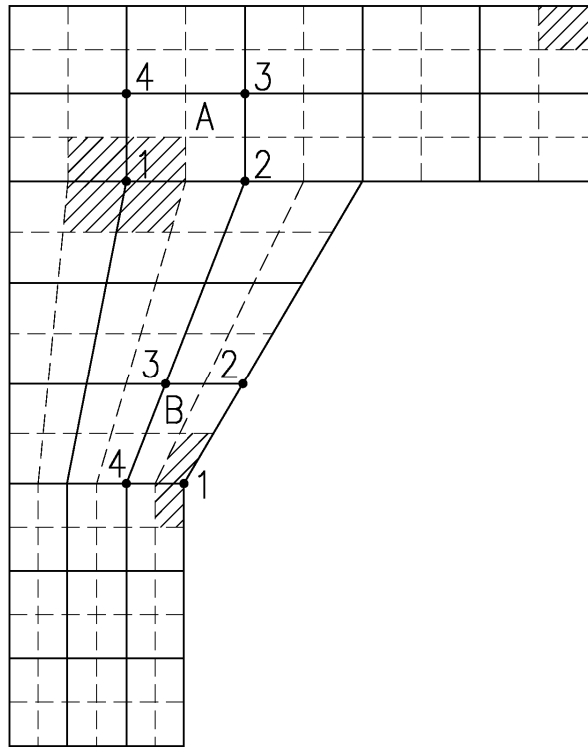
$$\int_V c(T) \rho(T) \frac{\partial T}{\partial t} dV = - \int_V \nabla \cdot \mathbf{q} dV + \int_V q_v dV \quad (2.13)$$

Po zastosowaniu do lewej strony oraz drugiego składnika prawej strony równania (2.13) twierdzenia o wartości średniej a do pierwszego składnika prawej strony twierdzenia Gaussa-Ostrogradzkiego, otrzymuje się:

$$V c(\bar{T}) \rho(\bar{T}) \frac{d\bar{T}}{dt} = - \int_S \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS + \bar{q}_v V \quad (2.14)$$

Gdzie odpowiednia górna kreska oznacza odpowiednią wartość średnią w objętości skończonej  $V$ .

Dowolny obszar, w którym analizowane jest przewodzenie ciepła, pokazano na rysunku 2.1. Obszar ten dzieli się na elementy czworokątne czterowęzłowe, zaznaczone liniami ciągłymi. Następnie dookoła każdego węzła tworzone są objętości skończone przez wprowadzenie linii przerywanych, które łączą środki boków elementów. W ten sposób linie ciągłe określają granice całego obszaru i poszczególnych elementów a linie przerywane objętości skończone. Zakreskowane obszary to przykłady trzech objętości skończonych. Jedna jest przyporządkowana do węzła wewnętrznego a dwie do węzłów brzegowych. Przedstawione objętości skończone różnią się liczbą części, z których się składają. Liczba ta zależy od liczby elementów skończonych otaczających dany węzeł [24].

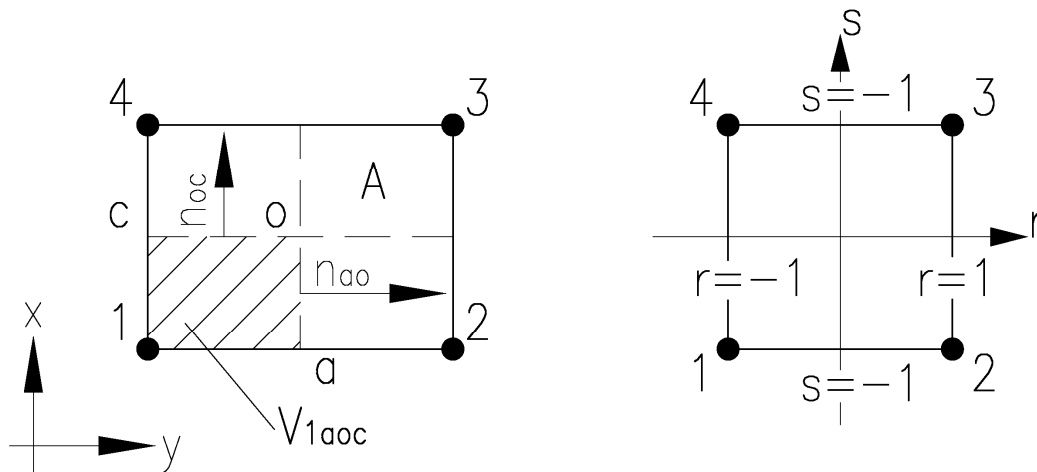


Rys. 2.1. Nieregularny obszar podzielony na elementy i objętości skończone

Rozpatrzono jedną część objętości skończonej przyporządkowanej do dowolnie wybranego węzła wewnętrznego. Wybraną część oraz element skończony A, z którym jest ona związana, pokazano na rysunku 2.2. Dla przedstawionej na rysunku 2.2 objętości  $V_{1aoc}$  równanie (2.14) przyjmuje następującą postać:

$$V_{1aoc} c(\bar{T}) \rho(\bar{T}) \frac{d\bar{T}}{dt} = - \int_{c1} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_{c1} dS - \int_{1a} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_{1a} dS - \int_{ao} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_{ao} dS - \int_{ac} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_{oc} dS + \bar{q}_v V_{1aoc} \quad (2.15)$$

gdzie  $\mathbf{n}_{c1}$ ,  $\mathbf{n}_{1a}$ ,  $\mathbf{n}_{ao}$  i  $\mathbf{n}_{oc}$  są jednostkowymi wektorami normalnymi, skierowanymi na zewnątrz brzegów  $c1$ ,  $1a$ ,  $ao$  i  $oc$  objętości  $V_{1aoc}$ . Pierwsze dwie całki po prawej stronie równania (2.15) mogą być pominięte w równaniu dla całej objętości skończonej otaczającej węzeł wewnętrzny 1. Strumienie ciepła wyrażone pierwszymi dwoma całkami w równaniu (2.15) mają te same wartości, ale przeciwne znaki niż strumienie ciepła obliczone na tych samych bokach dla części objętości kontrolnej zawartej w elemencie sąsiednim, co powoduje redukcje całek po wspólnych brzegach.



Rys. 2.2. Część objętości skończonej przyporządkowana do dowolnego węzła wewnętrznego z odpowiadającym jej elementem skończonym w lokalnym i naturalnym lokalnym układzie współrzędnych [7]

Wektor gęstości strumienia ciepła  $\mathbf{q}$  może być obliczony w dowolnym punkcie wewnątrz elementu skończonego, przy wykorzystaniu przyjętej aproksymacji temperatury oraz współrzędnych wewnątrz elementu w naturalnym lokalnym układzie współrzędnych [7]:

$$T^e(r, s) = \sum_{i=1}^N N_i^e(r, s) \cdot T_i^e = \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{T}^e$$

$$x = \sum_{i=1}^N N_i^e(r, s) \cdot x_i, \quad y = \sum_{i=1}^N N_i^e(r, s) \cdot y_i \quad (2.16)$$

$$\text{dla } -1 \leq r \leq 1; -1 \leq s \leq 1$$

gdzie  $\mathbf{T}^e$  jest wektorem temperatury w  $N$  węzłach elementu, a  $\mathbf{N}^e$  wektorem przyjętych funkcji kształtu dla elementu skończonego. Wyrażenie na wektor  $\mathbf{q}$  przyjmuje następującą postać:

$$\mathbf{q} = -\Lambda \cdot \mathbf{J}^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{T}^e \quad (2.17)$$

Gdzie macierz  $\mathbf{J}$  jest jacobianem transformacji pomiędzy lokalnym  $(x, y)$  i naturalnym lokalnym  $(r, s)$  układem współrzędnych pokazanymi na rysunku 2.2

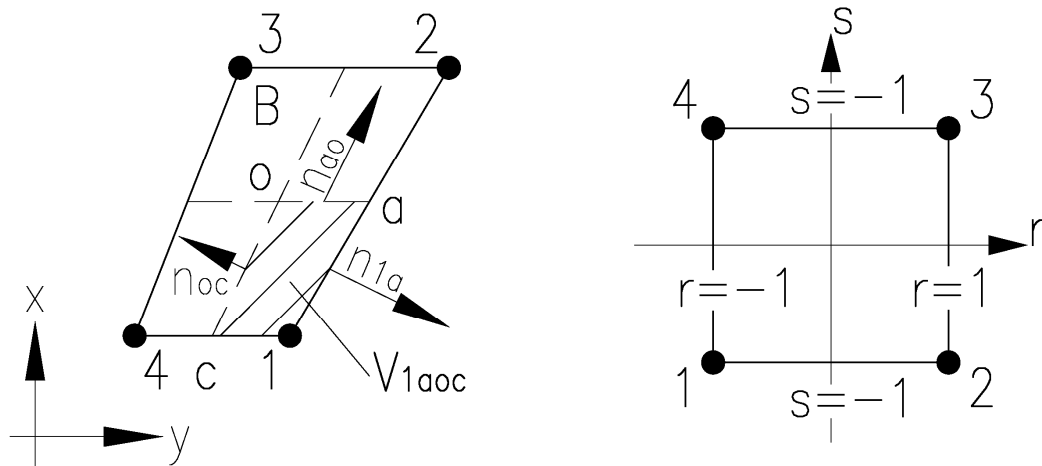
$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$\mathbf{B}$  jest macierzą pochodnych funkcji kształtu

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial r} & \frac{\partial N_2}{\partial r} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial r} \\ \frac{\partial N_1}{\partial s} & \frac{\partial N_2}{\partial s} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Zapisane równania bilansu dla całej objętości skończonej, przyporządkowanej do dowolnie wybranego węzła wewnętrznego, wymaga zsumowania wszystkich części składowych tej objętości. Liczba ich jest równa liczbie elementów skończonych otaczających wybrany węzeł.

Następnie rozpatrzono jedną z dwóch części objętości skończonej, przyporządkowanej do węzła brzegowego pokazanego na rysunku 2.1. Wybraną część oraz odpowiadające jej element skończony B przedstawiono na rysunku 2.3.



Rys. 2.3. Część objętości skończonej przyporządkowana do dowolnego węzła brzegowego z odpowiadającym jej elementem skończonym w lokalnym i naturalnym układzie współrzędnych

Równanie (2.14) przyjmuje różną postać w zależności od rodzaju warunku brzegowego na boku 1a:

- dla warunku brzegowego pierwszego rodzaju

$$T|_{1a} = T_b \quad (2.20)$$

Temperatura w węźle 1 jest znana i równanie dla objętości skończonej, przyporządkowanej temu węzłowi, nie jest potrzebne;

- dla warunku brzegowego drugiego rodzaju

$$-(\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_{1a})|_{1a} = q_b \quad (2.21)$$

równanie (2.14) przyjmuje następującą postać

$$V_{1aoc} c(\bar{T}) \rho(\bar{T}) \frac{d\bar{T}}{dt} = \int_{1a} q_b dS - \int_{ao} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_{ao} dS - \int_{ac} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_{oc} dS - \int_{c1} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_{c1} dS + \bar{q}_v V_{1aoc} \quad (2.22)$$

- dla warunku trzeciego rodzaju

$$-(\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_{1a})|_{1a} = \alpha (T_{cz} - T|_{1a}) \quad (2.23)$$

$$V_{1aoc} c(\bar{T}) \rho(\bar{T}) \frac{d\bar{T}}{dt} = \int_{1a} \alpha (T_{cz} - T|_{1a}) dS - \int_{ao} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_{ao} dS - \int_{ac} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_{oc} dS - \int_{c1} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_{c1} dS + \bar{q}_v V_{1aoc} \quad (2.24)$$

gdzie  $\alpha$  jest współczynnikiem konwekcyjnej wymiany ciepła, a  $T_{cz}$  jest temperaturą płynu omywającego brzeg 1a. Przy zapisie równania bilansu dla całej objętości skończonej, otaczającej węzeł brzegowy 1, ostatnie całki w równaniach (2.22) i (2.24) zredukują się z całkami zapisanymi na tym samym brzegu 1c dla sąsiedniej części objętości skończonej.

Zapisując równania bilansu dla wszystkich objętości skończonych, przedstawionych na rysunku 2.1, utworzony zostanie układ  $N$  równań różniczkowych zwyczajnych. Jeśli własności materiału zależą od temperatury, to układ ten jest nieliniowy. Do jego rozwiązania potrzebne są jeszcze warunki początkowe podające początkowy rozkład temperatury. Układ ten może być rozwiązany np. metodą Rungego-Kutta.

### 2.2.2. Przemieszczeniowa metoda elementów skończonych

W większości przypadków ważnych z inżynierskiego punktu widzenia, to znaczy dla przypadków znajdujących zastosowania praktyczne, skomplikowane warunki podparcia układów, nietypowe obciążenia czy inne nieregularności uniemożliwiają otrzymanie rozwiązań analitycznych. Chęć otrzymania wartościowych jakościowo i ilościowo wyników opisujących stan układów zmusza do szukania odpowiedzi na drodze dyskretyzacji. Zamiast więc szukać odpowiedzi układu w postaci pól naprężeń, odkształceń i przemieszczeń, poszukuje się wartości tych pól w skończonej liczbie punktów należących do obszaru i jego brzegu [60].

Omawiana metoda elementów skończonych zakłada analizę przybliżoną, polegającą na podziale całego układu na mniejsze części (elementy), posiadające charakterystyczne punkty zwane węzłami, w których to punktach skoncentrowana jest niejako pełna informacja o zachowaniu się tych elementów i ich własnościach. Wspomniane przybliżenie polega - w najbardziej podstawowej wersji - na przyjęciu pola przemieszczeń opisującego przemieszczenie dowolnego punktu elementu, jako funkcji przemieszczeń węzłów i położenia danego punktu (wersja przemieszczeniowa MES). Niewiadome są więc przemieszczenia węzłów. Musimy być świadomi, że przyjmowane funkcje określające pole przemieszczeń elementu zwykle nie odpowiadają w pełni funkcjom analitycznym rozwiązującym problem różniczkowy. Innymi słowy, popełniamy na tym etapie błędy, które jak można to udowodnić, maleją w miarę jak rośnie liczba elementów, na które podzielono cały układ. Musimy być także świadomi, że przyjmując pole przemieszczeń w postaci określonych funkcji, deklarujemy tym samym przez związki geometryczne pole odkształceń i dalej przez zależności konstytutywne - pole naprężeń [60].

Rozważana wersja przemieszczeniowa MES w celu przeanalizowania problemu brzegowego wymaga podjęcia następujących kroków:

- dokonania podziału układu (konstrukcji, kontinuum) na skończoną liczbę podobszarów o prostej geometrii,
- wybrania punktów węzłowych (węzłów), w których zostaną zapewnione warunki równowagi i zgodności przemieszczeń,
- założenia funkcji przemieszczeń w obszarach każdego elementu, takiego że przemieszczenia wszystkich punktów zależą od przemieszczeń węzłów,
- spełnienia w elemencie zależności  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{u}$  oraz  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$ ,
- wyznaczenia sztywności elementów i równoważnych sił węzłowych,
- zbudowania układu równań równowagi dla węzłów zdyskretyzowanego kontinuum,
- rozwiązania układu równań równowagi dla przemieszczeń węzłów,
- obliczenia przemieszczeń, odkształceń i naprężeń w wybranych punktach elementów,
- obliczenia sił reakcji.

### 2.2.3. Podstawy MES wynikające z równania pracy wirtualnej

Założmy, że trójwymiarowy element skończony jest zdefiniowany w kartezjańskim układzie współrzędnych  $[x,y,z]$ . Niech wektor  $\mathbf{u}$ , opisujący przemieszczenie dowolnego punktu elementu, jest wyrażony za pomocą składowych:  $\mathbf{u} = [u, v, w]^T$ , gdzie  $u, v, w$  są odpowiednio przemieszczeniami w kierunku osi  $x, y$  i  $z$ . Siły masowe oznaczymy za pomocą wektora  $\mathbf{b} = [b_x, b_y, b_z]^T$ , gdzie składowe oznaczają siły przypadające na jednostkę objętości, powierzchni lub długości. Przez  $\mathbf{d}$  oznaczymy wektor przemieszczeń węzłowych elementu. Wymiar tego wektora jest równy liczbie węzłów elementu pomnożonej przez liczbę przyjętych stopni swobody węzła. Jeśli założymy, że przemieszczenia węzła opisują składowe przesunięć w kierunku osi  $x, y$  i  $z$  oraz jeśli  $n$  jest liczbą węzłów w elemencie, to [60]

$$\mathbf{d} = [\mathbf{d}_i] \quad i = 1, 2, \dots, n_{en} \quad (2.25)$$

gdzie

$$\mathbf{d}_i = [d_{xi}, d_{yi}, d_{zi}] \quad (2.26)$$

Zauważmy tylko, że inne typy przemieszczeń, takie jak obroty czy krzywizny, mogą również być i będą dalej traktowane jako składowe wektora przemieszczeń. Podobnie przyjmijmy siły węzłowe  $\mathbf{p}$  jako składowe sił we wszystkich węzłach elementu w kierunkach osi  $x, y$  i  $z$ :

$$\mathbf{p} = [\mathbf{p}_i] \quad i = 1, 2, \dots, n_{en} \quad (2.27)$$

gdzie

$$\mathbf{p}_i = [p_{xi}, p_{yi}, p_{zi}] \quad (2.28)$$

Po tych definicjach wstępnych założmy pole przemieszczeń w elemencie jako funkcję przemieszczeń węzłów elementu w postaci:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{d} \quad (2.29)$$

Ponieważ wektor  $\mathbf{u}$  ma wymiary  $(3 \times 1)$ , zaś wektor przemieszczeń węzłów  $\mathbf{d}$  wymiary liczby stopni swobody elementu  $n_{edf} = n_{en} \times 3$ , więc macierz funkcji próbnych, inaczej zwanych funkcjami kształtu, jest macierzą prostokątną o wymiarach  $3 \times n_{edf}$ . Każda ze składowych macierzy  $\mathbf{N}$  jest funkcją i określa wpływ danej składowej wektora przemieszczeń  $\mathbf{d}$  na przemieszczenie dowolnego punktu elementu o współrzędnych  $x, y, z$ .

Zależność  $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$  otrzymuje się przez różniczkowanie stosownych wyrażeń na przemieszczenia,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{u} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{d} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{d} \quad (2.30)$$

Macierz  $\mathbf{B}$  opisuje więc odkształcenia w każdym punkcie elementu, spowodowane jednostkowym przemieszczeniem kolejnych stopni swobody węzłów. Z prawa fizycznego łatwo więc wyprowadzić, że

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \Rightarrow \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{d} \quad (2.31)$$

gdzie iloczyn macierzy  $\mathbf{D} \cdot \mathbf{B}$  opisuje (podobnie jak poprzednio) zmiany naprężeń jako funkcje przemieszczeń węzłów [60].

Zasada prac wirtualnych głosi, że jeśli układ znajdujący się w równowadze poddany jest wirtualnym przemieszczeniom (kinematycznie zgodnym stanom deformacji), wówczas praca wirtualna zewnętrznych obciążeń jest równa wirtualnej energii odkształcenia naprężeń wewnętrznych:

$$\delta U_e = \delta W_e \quad (2.32)$$

gdzie  $U_e$  jest wewnętrzną energią odkształcenia,  $W_e$  jest pracą sił zewnętrznych, zaś  $\delta$  oznacza wariację (stan wirtualny - pomyślany, zgodny z więzami).

Wprowadźmy więc wirtualny stan przemieszczeń węzłowych i oznaczmy go przez  $\delta \mathbf{d} = [\delta \mathbf{d}_i]$  gdzie  $i = 1, 2, \dots, n_{en}$ . Wirtualne przemieszczenia i odkształcenia można wówczas wyrazić jako:

$$\delta \mathbf{u} = \mathbf{N} \cdot \delta \mathbf{d} \quad \text{oraz} \quad \delta \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \cdot \delta \mathbf{d} \quad (2.33)$$

Wirtualna energia układu i praca wirtualna sił zewnętrznych wyrażają się teraz w postaci wzorów:

$$\delta U_e = \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot dV \quad \text{oraz} \quad \delta W_e = \delta \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{p} + \int_V \delta \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{b} \cdot dV \quad (2.34)$$

kolejno podstawiając otrzymujemy z (2.32)

$$\int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot dV = \delta \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{p} + \int_V \delta \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{b} \cdot dV \quad (2.35)$$

Uwzględniając (2.31) i (2.33), otrzymujemy

$$\delta \mathbf{d}^T \int_V \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot dV = \delta \mathbf{d}^T \cdot \mathbf{p} + \delta \mathbf{d}^T \int_V \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{b} \cdot dV \quad (2.36)$$

i raz jeszcze wykorzystując (2.33) i upraszczając przez  $\delta \mathbf{d}^T$ , otrzymujemy

$$\left( \int_V \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{B} \cdot dV \right) \cdot \mathbf{d} = \mathbf{p} + \int_V \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{b} \cdot dV \quad (2.37)$$

lub ostatecznie

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{p} + \mathbf{p}_b \quad (2.38)$$

gdzie jest  $\mathbf{K}$  tzw. macierzą sztywności elementu, której składowe mogą być interpretowane jako fikcyjne siły w węzłach, spowodowane jednostkowymi ich przemieszczeniami,  $\mathbf{p}_b$  zawiera równoważne siły węzłowe spowodowane masą ciała.

Obecność początkowego stanu odkształceń  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$  można uwzględnić w następujący sposób: założyć superpozycję stanów odkształceń

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (2.39)$$



Skąd napężenie

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) \quad (2.40)$$

i po podobnych podstawieniach i przekształceniach, jak to uczyniono powyżej, otrzymujemy:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{p} + \mathbf{p}_b + \mathbf{p}_0 \quad (2.41)$$

gdzie  $\mathbf{p}_0 = \int_V \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_0 \cdot dV$  jest wektorem równoważnym obciążeniom węzłów od początkowego stanu odkształceń (np. wpływ temperatury).

#### 2.2.4. Metoda Levenberga-Marquardta

Zagadnienie optymalizacji, rozumiane jako rozwiązanie problemu matematycznego polegającego na wyznaczeniu minimum lub maksimum zadanej funkcji celu [52,84], jest szeroko opisywane w literaturze. Do chwili obecnej powstała duża liczba sprawdzonych metod optymalizacyjnych różniących się pomiędzy sobą sposobem podejścia do rozwiązania zagadnienia. Wyróżniamy metody iteracyjne i skończone krokowe, metody heurystyczne i algorytmiczne, metody deterministyczne i losowe oraz algebraiczne i numeryczne.

Ze względu na długotrwały charakter obliczeń związanych z sprzężoną analizą przepływowo-ciepno-wytrzymałościową podczas doboru współpracującej z nią metody optymalizacyjnej jako podstawowe kryterium postawiono jej szybką zbieżność. Kryterium to bardzo dobrze spełnia Algorytm Levenberga-Marquardta.

Algorytm Levenberga-Marquardta [74,78,84], łączący cechy metody największego spadku oraz metody Gaussa-Newtona, jest obecnie jednym z najczęściej wykorzystywanych algorytmów optymalizacji nieliniowej [83]. Jest to algorytm iteracyjny, który początkowo został opracowany przez Kennetha Levenberga. Zauważył on, że metoda największego spadku i metoda Gaussa-Newtona wzajemnie się uzupełniają. Algorytm Levenberga został udoskonalony przez Donalda Marquardta do postaci, w której jest obecnie używany.

Metoda Levenberga-Marquardta stanowi połączenie pierwszorzędowej metody największego spadku (wykorzystującej wiedzę o funkcji i jej pierwszej pochodnej) z drugorzędową metodą Gaussa-Newtona (wykorzystującą wiedzę o funkcji oraz jej pierwszej i drugiej pochodnej). Dzięki wprowadzeniu skalarnego czynnika regularyzacyjnego  $\lambda$ , umożliwia przechodzenie od metody największego spadku w dużych odległościach, od punktu optymalnego do metody Gaussa-Newtona w bezpośredniej okolicy punktu optymalnego. Największą zaletą tej metody jest jej szybkość, wielokrotnie wyższa od metody największego spadku [37].

Klasyczne zagadnienie optymalizacyjne polega na znalezieniu minimum lub maksimum skalarnej funkcji wielu zmiennych:

$$f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R} \quad (2.42)$$

gdzie  $\mathbf{R}$  jest przestrzenią liczb rzeczywistych. Obszar poszukiwań może być ograniczony lub nieograniczony. Z uwagi na konwencje obliczeniowe przyjęto, że publikowane algorytmy omawiają zagadnienie minimalizacji

Wśród wielu metod optymalizacyjnych najprostszym podejściem do problemu minimalizacji funkcji wyróżnia się iteracyjna metoda największego spadku, która jest, w ogólnym przypadku, wolno zbieżna. Metoda największego spadku korzysta z rozwinięcia równania (2.42) w szereg Taylora do pierwszych pochodnych włącznie:

$$f(\mathbf{x}^{(i)} + \mathbf{p}^{(i)}) = f(\mathbf{x}^{(i)}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}^{(i)})^T \cdot \mathbf{p}^{(i)} + o(h^2), \quad (2.43)$$

gdzie:

- $\mathbf{x}^{(i)}$  –  $i$ -te przybliżenie położenia minimum/maksimum,
- $\mathbf{p}^{(i)}$  – wektor  $i$ -tej poprawki,
- $\mathbf{g}$  – wektor gradientu,
- $o(h^2)$  – reszta Lagrange'a rozwinięcia szeregu Taylora.

Dla uzyskania jak najszybszego spadku przyjmuje się wektor poprawki  $\mathbf{p}$  postaci:

$$\mathbf{p}^{(i)} = -\mathbf{g}(\mathbf{x}^{(i)}). \quad (2.44)$$

Metoda ta wykorzystuje wyłącznie informacje o pierwszej pochodnej, co powoduje wolną zbieżność oraz praktyczny brak zbieżności w okolicy punktu optymalnego. Spowodowane jest to faktem, że w okolicy tego punktu gradient przyjmuje bardzo małe wartości.

Z tego powodu rozważa się metody drugorzędowe uwzględniające informacje o krzywiznie funkcji. Funkcja (2.14) rozwijana jest w szereg Taylora do drugich pochodnych włącznie:

$$f(\mathbf{x}^{(i)} + \mathbf{p}^{(i)}) = f(\mathbf{x}^{(i)}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}^{(i)})^T \cdot \mathbf{p}^{(i)} + \frac{1}{2} \mathbf{p}^{(i)T} \mathbf{H}(\mathbf{x}^{(i)}) \mathbf{p}^{(i)} + o(h^3), \quad (2.45)$$

gdzie  $\mathbf{H}$  jest macierzą drugich pochodnych (hesjan).

Do wyznaczenia wektora poprawki wykorzystuje się warunek konieczny istnienia ekstremum, czyli zerowanie się pierwszych pochodnych wyrażenia (2.45) względem wektora  $\mathbf{p}$ :

$$\frac{df(\mathbf{x}^{(i)} + \mathbf{p}^{(i)})}{d\mathbf{p}^{(i)}} = 0. \quad (2.46)$$

Obliczenie pochodnej w wyrażeniu (2.46) prowadzi do uzyskania równania wektorowego (2.47), będącego w istocie układem równań o tylu składowych, ile jest zmiennych niezależnych funkcji (2.42):

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}^{(i)}) + \mathbf{H}(\mathbf{x}^{(i)}) \mathbf{p}^{(i)} = \mathbf{0}. \quad (2.47)$$

Rozwikłanie układu (2.47) względem wektora poprawek  $\mathbf{p}$  prowadzi do uzyskania wzoru (2.48):

$$\mathbf{p}^{(i)} = -\mathbf{H}(\mathbf{x}^{(i)})^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{x}^{(i)}), \quad (2.48)$$

który jednak nie ma większego znaczenia praktycznego, gdyż dla istnienia odwrotności macierzy  $\mathbf{H}$  niezbędne jest zapewnienie dodatniej określoności hesjanu w każdym kroku iteracji, co w przypadku

ogólnym nie jest możliwe do zapewnienia. Dodatkowo, procedura odwracania macierzy w przypadku kilkuset lub więcej zmiennych jest bardzo kosztowna czasowo i prowadzi do szybkiej utraty efektywności [37].

Z tego powodu w praktycznych zastosowaniach stosuje się specjalne przybliżenia macierzy hesjanu a ponadto często rozważa się specjalne postaci optymalizowanej funkcji (2.42). Takim właśnie specjalnym przypadkiem jest metoda Levenberga-Marquartda [37]. W metodzie tej zakłada się, że optymalizowana funkcja (2.42) jest dana w postaci:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M r^{(i)2}(\mathbf{x}), \quad (2.49)$$

gdzie:

- $r^{(i)}$  – tzw. funkcje rezydualne,
- M – liczba funkcji rezydualnych,
- $\mathbf{x}$  – wektor zmiennych niezależnych.

Współczynnik  $\frac{1}{2}$  jest wprowadzony ze względów formalnych, gdyż upraszcza późniejsze różniczkowanie. Wzór (2.49) może być zapisany formalnie jako połowa kwadratu wektora rezydualnego:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{r}(\mathbf{x})^T \mathbf{r}(\mathbf{x}), \quad (2.50)$$

gdzie wektor rezydualny  $\mathbf{r}(\mathbf{x})$  jest definiowany wzorem:

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} r_1(\mathbf{x}) \\ \dots \\ r_M(\mathbf{x}) \end{bmatrix}. \quad (2.51)$$

W przypadku tak zdefiniowanej funkcji gradient przybiera postać:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{r}(\mathbf{x}), \quad (2.52)$$

gdzie  $\mathbf{J}$  jest macierzą jacobianową wektora  $\mathbf{r}$  względem zmiennej  $\mathbf{x}$ :

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{dr_1(\mathbf{x})}{dx_1} & \dots & \frac{dr_1(\mathbf{x})}{dx_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{dr_M(\mathbf{x})}{dx_1} & \dots & \frac{dr_M(\mathbf{x})}{dx_n} \end{bmatrix}. \quad (2.53)$$

Formalne obliczenie hesjanu dla funkcji (2.50) prowadzi do wzoru:

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \mathbf{r} \Delta^2 \mathbf{r}. \quad (2.54)$$

Levenberg zaproponował, aby zamiast trudnego do obliczenia drugiego członu we wzorze (2.54), zawierającego laplasjan wektorowy, wprowadzić skalarny czynnik regularyzacyjny  $\lambda$ , którego wartość jest zmieniana w trakcie procesu optymalizacyjnego. W ten sposób uzyskano przybliżenie hesjanu w postaci:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \lambda \mathbf{I}, \quad (2.55)$$

gdzie  $\mathbf{I}$  jest macierzą jednostkową diagonalną.

Po podstawieniu wzorów (2.52) i (2.55) do zależności (2.48), uzyskuje się jawny wzór na krok iteracji:

$$\mathbf{p}(\mathbf{x}) = -(\mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{r}(\mathbf{x}). \quad (2.56)$$

Sterowanie wartością parametru  $\lambda$  pozwala na płynne przechodzenie od metody największego spadku (bardzo duże wartości  $\lambda$ ) do metody drugorzędowej (małe wartości  $\lambda$ ). Zmiany wartości  $\lambda$  dokonuje się ilorazowo, zazwyczaj mnożnikiem lub dzielnikiem 10. Nadanie parametrowi  $\lambda$  wartości bardzo dużej w porównaniu z największą wartością własną iloczynu  $\mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x})$  sprowadza wzór (2.56), do metody największego spadku [37] działającej efektywnie w dużych odległościach od punktu optymalnego:

$$\mathbf{p}(\mathbf{x}) = -\frac{\mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{r}(\mathbf{x})}{\lambda}. \quad (2.57)$$

Z kolei nadanie parametrowi  $\lambda$  wartości nieomal zerowej lub dokładnie zerowej (w otoczeniu punktu optymalnego), sprowadza wzór (2.56), do metody drugorzędowej Gaussa-Newtona:

$$\mathbf{p}(\mathbf{x}) = -(\mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}))^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{r}(\mathbf{x}). \quad (2.58)$$

Donald Marquardt zauważył, że nawet w przypadku dużych wartości parametru  $\lambda$  celowe jest modyfikowanie wartości gradientu poprzez wykorzystanie diagonalnych składowych hesjanu, co prowadzi do zmodyfikowania zależności (2.55) i nadaniu jej postaci:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \lambda \text{diag}(\mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x})), \quad (2.59)$$

gdzie *diag* jest operatorem macierzowym zerującym elementy pozadiagonalne. Wzór na krok iteracyjny uzyskuje wówczas postać:

$$\mathbf{p}(\mathbf{x}) = -(\mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \lambda \text{diag}(\mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{J}(\mathbf{x})))^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{x})^T \mathbf{r}(\mathbf{x}). \quad (2.60)$$

Zasadnicza różnica pomiędzy pierwotną koncepcją Levenberga i modyfikacją Marquartda polega na tym, że w przypadku Levenberga poprawka  $\lambda$  działa addytywnie (2.61), na elementy diagonalne hesjanu a w przypadku poprawki Marquartda multiplikatywnie (2.62):

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} g_{11} + \lambda & \dots & \dots & \dots \\ \dots & g_{22} + \lambda & \dots & \dots \\ \dots & \dots & g_{33} + \lambda & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \quad (2.61)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} g_{11}(1 + \lambda) & \dots & \dots & \dots \\ \dots & g_{22}(1 + \lambda) & \dots & \dots \\ \dots & \dots & g_{33}(1 + \lambda) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}. \quad (2.62)$$

Zaletą algorytmu Levenberga-Marquardta jest jego szybka zbieżność, która wynika z mieszanego charakteru algorytmu wykorzystującego w zależności od odległości od punktu optymalnego, najlepsze cechy metody największego spadku i metody Gaussa-Newtona. Niestety algorytm ten wprowadza kosztowną operację odwracania macierzy, co powoduje bardzo szybkie wzrastanie czasu wykonania kroku iteracji wraz ze zwiększaniem się liczby parametrów (zmiennych niezależnych optymalizowanej funkcji). W praktyce metoda ta stosowana jest do zadań, o co najwyżej kilkuset parametrach [37].

### 3. Modelowanie przepływu masy i ciepła w przewodach cylindrycznych

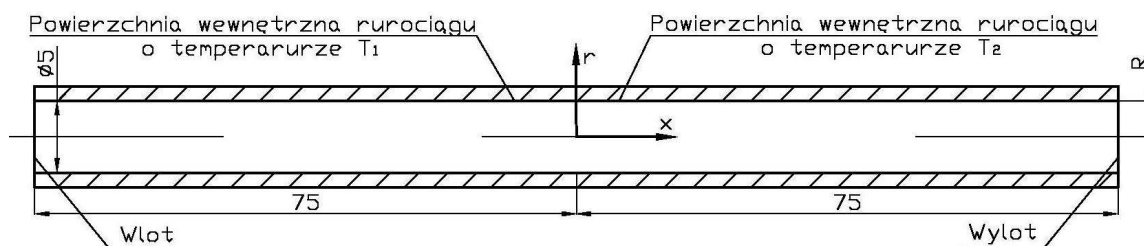
#### 3.1. Numeryczne modelowanie laminarnego i turbulentnego przepływu masy i ciepła w przewodach cylindrycznych

Istnieje grupa rozwiązań technicznych aparatów i instalacji przemysłowych, w których do wyznaczenia rozkładu temperatury mediów w nich przepływających niezbędne jest uwzględnienie zjawiska osiowego przewodzenia ciepła i zastosowanie pełnej eliptycznej postaci równania bilansu energii. Sytuacja ta ma miejsce, gdy przepływ charakteryzuje się niską liczbą Pecleta ( $Pe < 100$ ) lub długość strefy ogrzewania jest bardzo mała. Przykład aparatów, w których przepływ charakteryzuje się małymi liczbami Pecleta stanowią kompaktowe wymienniki ciepła pracujące z płynnymi metalami jako mediami roboczymi. Natomiast z bardzo krótkimi strefami wymiany ciepła mamy często do czynienia w systemach chłodzenia elementów elektronicznych i chemicznych liniach procesowych [106]. W poniższym rozdziale porównano wyniki obliczeń numerycznych z rozwiązaniem analitycznym rozszerzonego problemu Graetza [29,30,31]. Obliczenia numeryczne dla ustalonego przepływu laminarnego i turbulentnego przeprowadzono bilansową metodą elementów skończonych w programie Ansys CFX.

##### 3.1.1. Rozszerzony problem Graetza

Rysunek 3.1.1 przedstawia przekrój wzdłużny analizowanego przewodu oraz usytuowanie przyjętego układu odniesienia. Ponadto umieszczono na nim wymiary zamodelowanego przewodu cylindrycznego użytego do numerycznego rozwiązania omawianego problemu.

Do rozwiązania rozszerzonego problemu Graetza przyjęto stałotemperaturowy warunek brzegowy. Oznacza to, że analizowany przewód podzielony został na dwie części. Pierwszą dla  $x < 0$  i drugą dla  $x > 0$ . Następnie na obu tych częściach zadane zostały stałe temperatury odpowiednio  $T_1$  i  $T_2$  spełniające warunek  $T_1 < T_2$ . Ponadto założono, że własności płynu są stałe, niezależne od temperatury a przepływ w rurociągu jest ustalony i hydrodynamicznie w pełni rozwinięty. Oznacza to, że składowa prędkości przepływu prostopadła do osi rurociągu jest równa zero a składowa równoległa jest funkcją jedynie współrzędnej prostopadłej do głównego kierunku przepływu [106].



Rys. 3.1.1. Geometria rurociągu i przyjęty układ współrzędnych [mm]

Powyższe założenia pozwalają sformułować ogólną postać równania bilansu energii, którą przedstawia zależność (3.1):

$$\rho \cdot c \cdot u(r) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial r} - \rho \cdot c \cdot \overline{v'T'} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} - \rho \cdot c \cdot \overline{u'T'} \right] \quad (3.1)$$

W przypadku przepływu o charakterze laminarnym wyrażenia odpowiadające za turbulencje ( $\overline{v'T'} = 0$ ,  $\overline{u'T'} = 0$ ) równe są zeru. Natomiast dla przepływu o charakterze turbulentnym postać równania (3.1) zależy od turbulentnego strumienia ciepła, który modelowany jest za pomocą jednego z dostępnych modeli turbulencji. Dla rozszerzonego problemu Graetza dobrze sprawdza się model lepkości turbulentnej (3.2):

$$-\overline{v'T'} = \varepsilon_{hr} \frac{\partial T}{\partial r}, \quad -\overline{u'T'} = \varepsilon_{hx} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3.2)$$

gdzie  $\varepsilon_{hr}$  i  $\varepsilon_{hx}$  są współczynnikami dyfuzji turbulentnej w kierunkach współrzędnych  $r$  i  $x$ . Są one funkcjami współrzędnej prostopadłej do kierunku przepływu.

Po wprowadzeniu następujących wielkości bezwymiarowych:

$$\Theta = \frac{T - T_2}{T_1 - T_2}, \quad \tilde{r} = \frac{r}{R}, \quad \tilde{x} = \frac{x}{R} \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}}, \quad \text{Pr} = \frac{\eta \cdot c}{\lambda}, \quad (3.3)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot R \cdot \bar{u}}{\eta}, \quad \varepsilon_m = \frac{\varepsilon_m \cdot \rho}{\eta}, \quad \tilde{u} = \frac{u}{\bar{u}}, \quad \text{Pe} = \text{Re} \cdot \text{Pr}$$

gdzie:  $r$  – promień,  $R$  – promień rurociągu,  $x$  – odległość liczona wzdłuż osi przewodu,  $\eta$  – współczynnik lepkości dynamicznej,  $c$  – ciepło właściwe,  $\lambda$  – współczynnik przewodzenia ciepła,  $\rho$  – gęstość płynu,  $\bar{u}$  – średnia prędkość w kierunku zgodnym ze współrzędną  $x$ ,  $\varepsilon_m$  – współczynnik dyfuzji turbulentnej dla transportu pędu,  $u$  – prędkość w kierunku zgodnym ze współrzędną  $x$ .

Równanie bilansu energii przyjmuje postać:

$$\tilde{u}(\tilde{r}) \frac{\partial \Theta}{\partial \tilde{x}} = \frac{1}{\text{Pe}^2} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left[ a_1(\tilde{r}) \frac{\partial \Theta}{\partial \tilde{r}} \right] + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left[ \tilde{r} \cdot a_2(\tilde{r}) \frac{\partial \Theta}{\partial \tilde{r}} \right] \quad (3.4)$$

gdzie funkcje  $a_1(\tilde{r})$  i  $a_2(\tilde{r})$  dane są następującymi wzorami :

$$a_1(\tilde{r}) = 1 + \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_t} \varepsilon_m, \quad a_2(\tilde{r}) = 1 + \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_t} \left( \frac{\varepsilon_{hx}}{\varepsilon_{hr}} \right) \varepsilon_m, \quad \text{Pr}_t = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_{hr}} \quad (3.5)$$

Warunki brzegowe niezbędne do rozwiązania problemu przedstawione zostały jako zależność (3.6):

$$\begin{aligned} \tilde{r} = 1: \Theta = 0, \quad \tilde{x} \leq 0 \\ \Theta = 1, \quad \tilde{x} > 0 \\ \tilde{r} = 0: \frac{\partial \Theta}{\partial \tilde{r}} = 0 \\ \lim_{\tilde{x} \rightarrow -\infty} \Theta = 0, \quad \lim_{\tilde{x} \rightarrow +\infty} \Theta = 1 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Powyższe zależności stanowią komplet równań niezbędnych do rozwiązania rozszerzonego problemu Graetza. Pełne rozwiązanie analityczne zarówno dla przepływu laminarnego jak i turbulentnego przedstawiono w pracy [106].

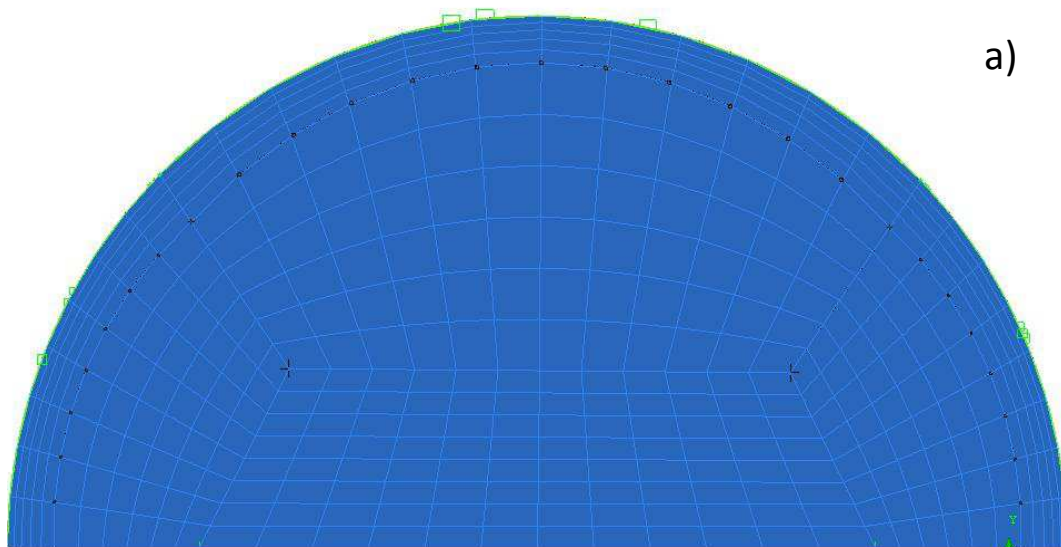
### 3.1.2. Przewód cylindryczny

W celu zbadania zbieżności obliczeń numerycznych do rozwiązania analitycznego wraz ze wzrostem gęstości podziałów siatki elementów skończonych wygenerowano trzy siatki A, B i C. Do zbudowania geometrii przewodu cylindrycznego oraz siatki elementów skończonych wykorzystano program ANSYS ICEM CFD. Podczas tworzenia siatek szczególną uwagę poświęcono budowie w pełni regularnej warstwy przyściennej w bezpośrednim sąsiedztwie wewnętrznej powierzchni przewodu cylindrycznego. Warstwa przyścienna odpowiada w największym stopniu za wnikanie ciepła z rurociągu do wnętrza płynu.

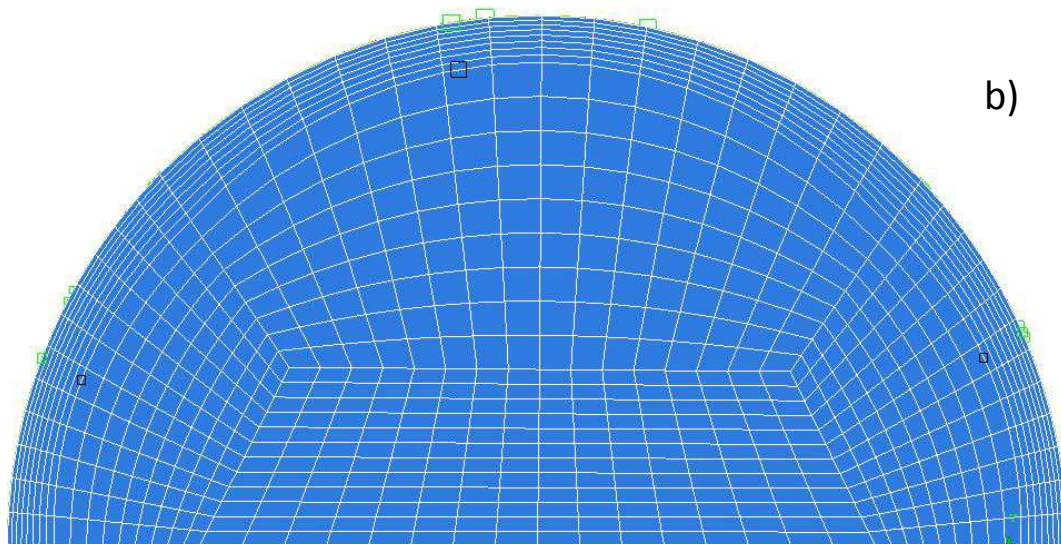
Rysunek 3.1.2 a, b i c przedstawia przekroje poprzeczne w kierunku prostopadłym do osi przewodu zamodelowanych siatek A, B i C. Siatka A jest siatką najrzadszą natomiast siatka C jest najgęstsza. Tworząc kolejne siatki elementów skończonych od A do C każdorazowo dwukrotnie zwiększano ilość węzłów siatek w kierunkach osi x, y i z.

W kierunku przepływu na potrzeby obliczeń dotyczących przepływu laminarnego przewód cylindryczny został podzielony na 62 elementy dla siatki A, 125 elementów dla siatki B oraz 500 elementów dla siatki C. Podczas obliczeń dotyczących przepływu turbulentnego liczba podziałów przewodu wzdłuż jego osi dla wszystkich siatek została dwukrotnie zwiększona.

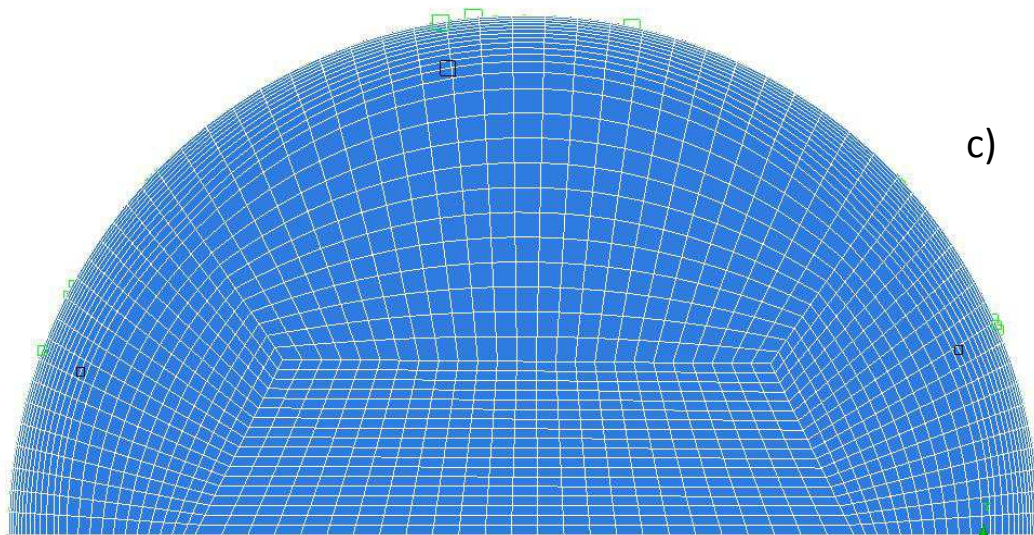




a)



b)



c)

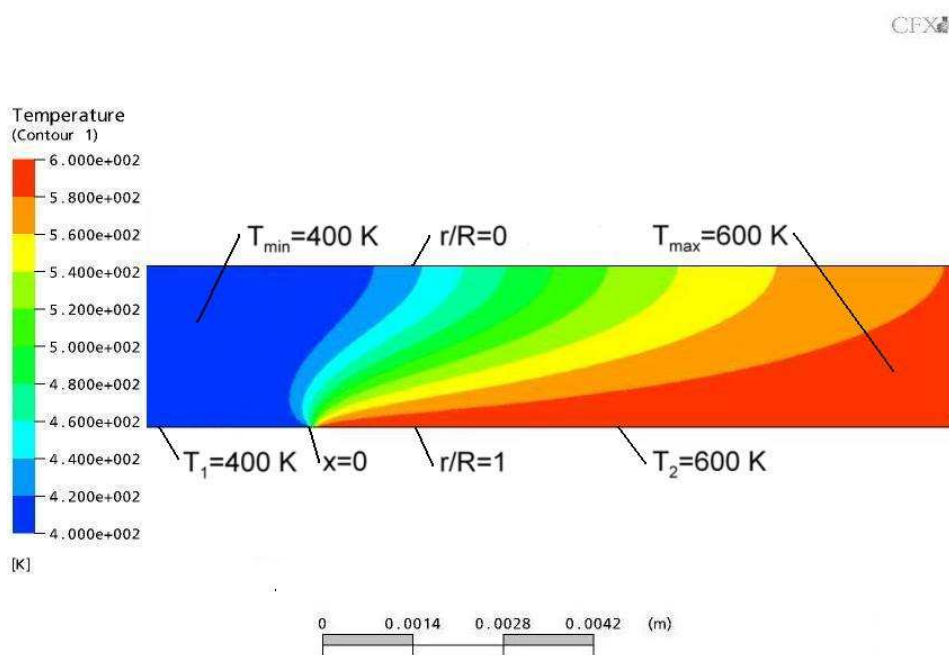
Rys. 3.1.2. Podział czynnika na elementy skończone, a) – siatka A, b) – siatka B, c) – siatka C

### 3.1.3. Numeryczne rozwiązanie rozszerzonego problemu Graetza dla przepływu laminarnego

Obliczenia rozkładu temperatury w przepływającym czynniku zostały przeprowadzone bilansową metodą elementów skończonych w programie Ansys CFX [1]. Jako czynnik roboczy podczas analizy przepływu laminarnego przyjęto hel w temperaturze 500 [K], który charakteryzują następujące własności fizyczne: gęstość  $\rho = 0,0976$  [kg/m<sup>3</sup>], współczynnik lepkości dynamicznej  $\eta = 2,83 \cdot 105$  [Pa s], współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda = 0,221$  [W/m K] i ciepło właściwe  $c = 5197$  [J/kg K]. Ponadto przyjęto prędkość przepływu na wlocie równą 0,875 [m/s].

Dla powyższych parametrów przepływu liczba Pecleta przyjmuje wartość :

$$Pe = 9,84 \approx 10 \quad (3.7)$$

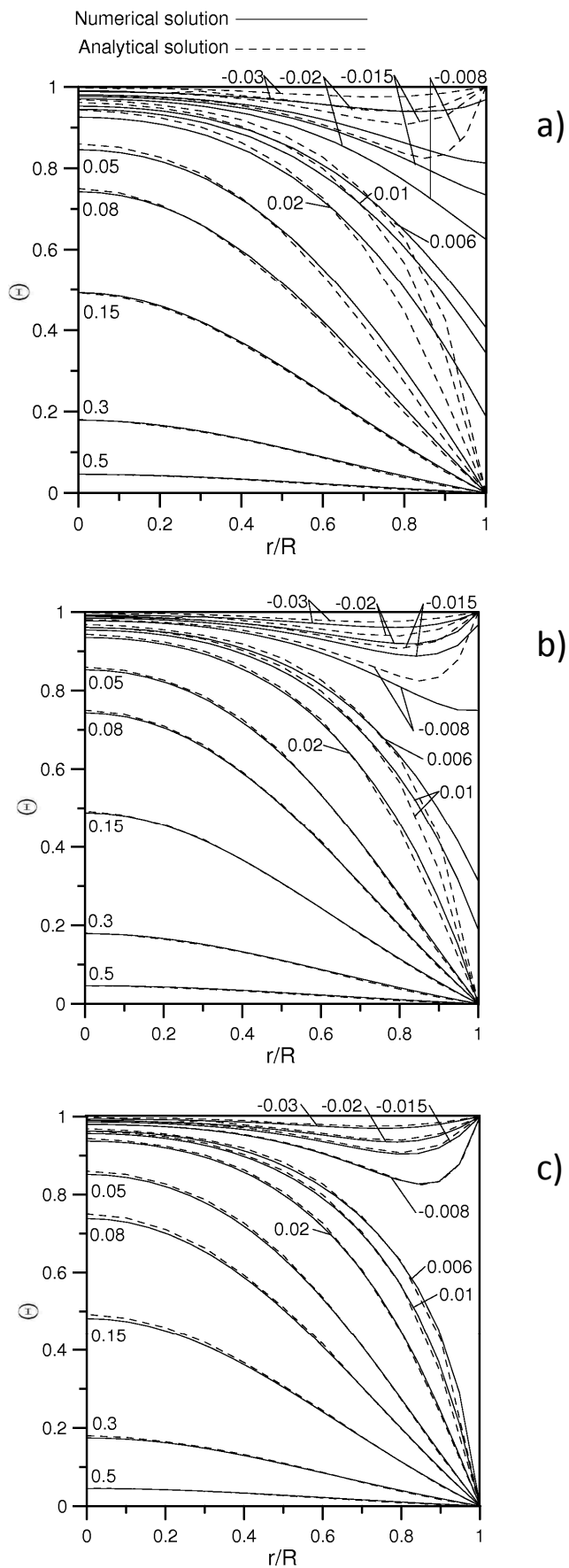


Rys. 3.1.3. Rozkład temperatury [K] w przepływającym czynniku dla przepływu laminarnego przy zastosowaniu siatki C

Na rys. 3.1.3 przedstawiono w formie wykresu warstwicowego rozkład temperatury w analizowanym czynniku roboczym stanowiący rezultat przeprowadzonych obliczeń przy użyciu siatki C.

W celu porównania wyników uzyskanych numerycznie z rozwiązaniem analitycznym [106], na rys. 3.1.4 a, b i c przedstawiono we współrzędnych bezwymiarowych rozkład temperatury wzdłuż promienia  $\tilde{r}$  dla dwunastu wybranych odległości  $\tilde{x}$  od miejsca skokowej zmiany temperatury wewnętrznej powierzchni przewodu cylindrycznego ( $\tilde{x} = 0$ ).

Na osi rzędnych umieszczono temperaturę bezwymiarową  $\Theta$  natomiast na osi odciętych stosunek promienia, na którym wyznaczana była temperatura do całkowitego promienia rurociągu  $\tilde{r} = r/R$ . Odległości od miejsca skokowej zmiany temperatury ( $\tilde{x} = 0$ ) wyznaczone zostały według zależności (3.3) i pokazane w tabeli 3.1.1.



Rys. 3.1.4. Porównanie wyników analiz numerycznych i rozwiązania analitycznego – przepływ laminarny  
a) – siatka A, b) – siatka B, c) – siatka C

Tab. 3.1.1 Odległości bezwymiarowe oraz odpowiadające im odległości absolutne w [mm] od miejsca skokowej zmiany temperatury przewodu cylindrycznego ( $\bar{x} = 0$ ) – przepływ laminarny

Odległości bezwymiarowe	0.5	0.3	0.15	0.08	0.05	0.02	0.01	0.006	-0.008	-0.015	-0.02	-0.03
Odległości absolutne w [mm]	12.5	7.5	3.75	2	1.25	0.5	0.25	0.15	-0.2	-0.375	-0.5	-0.75

Zwiększając gęstość podziałów wygenerowanych siatek elementów skończonych obserwowano coraz wyższą zgodność wyników obliczeń numerycznych z rozwiązaniem analitycznym, co jest szczególnie dobrze widoczne w obszarze bezpośrednio sąsiadującym z powierzchnią zewnętrzną analizowanego płynu ( $r/R = 1$ ) oraz miejscem, w którym dochodzi do skokowego wzrostu temperatury na tej powierzchni ( $\bar{x} = 0$ ). Dla siatki C wyniki uzyskane numerycznie są prawie identyczne z rozwiązaniem analitycznym.

Zwiększanie ilości węzłów siatki elementów skończonych pociąga za sobą znaczne wydłużenie czasu obliczeń oraz zwiększenie wymagań sprzętowych, dlatego też po uzyskaniu zadawalającej zgodności wyników nie wskazane jest ponowne zwiększanie ich ilości.

### 3.1.4. Numeryczne rozwiązanie rozszerzonego problemu Graetza dla przepływu turbulentnego.

Podczas obliczeń numerycznych w zakresie przepływów o charakterze burzliwym znaczący wpływ na uzyskiwane wyniki ma zastosowany model turbulencji. Zastosowanie różnych modeli turbulencji do opisu przepływu przy jednoczesnym zachowaniu identycznych warunków brzegowych niejednokrotnie może powodować pewne rozbieżności w otrzymanych wynikach, dlatego też w trakcie obliczeń numerycznych użyto tego samego modelu turbulencji, który uprzednio został wykorzystany w rozwiązaniu analitycznym. W obliczeniach numerycznych oraz rozwiązaniu analitycznym do opisu turbulencji zastosowano model zero equation.

Model zero equation zaproponowany przez Prantla i Kołmogorowa nie wymaga rozwiązywania dodatkowych równań transportu. Dzięki czemu pozwala na znaczne uproszczenie procedur obliczeniowych i skrócenie ich czasu w stosunku do analogicznych obliczeń z wykorzystaniem jednego z dostępnych modeli dwurówninowych. Wadą modelu Prandtla-Kołmogorowa jest jego niższa zgodność z wynikami doświadczalnymi w stosunku do modeli dwurówninowych.

W modelu zero equation założona jest stała wartość lepkości turbulentnej dla całej analizowanej objętości płynu. Jej wartość wyznaczana jest na podstawie charakterystycznej skali prędkości  $U_t$  oraz skali wirów największych  $L_t$  dzięki empirycznej zależności (3.8) [1,41].

W programie Ansys CFX lepkość turbulentna jest wyznaczana według zależności:

$$\mu_t = \rho \cdot f_\mu \cdot U_t \cdot L_t \quad (3.8)$$

gdzie  $f_\mu$  jest stałą proporcjonalności,  $U_t$  wyznacza jest jako najwyższa prędkość w analizowanej objętości natomiast  $L_t$  wyznacza się z zależności :



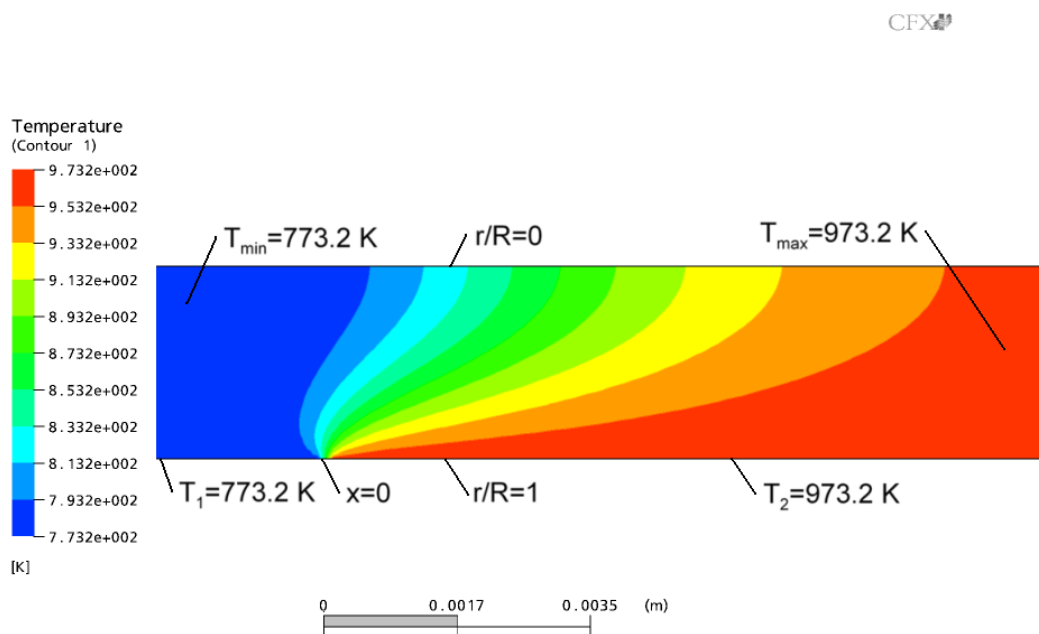
$$L_t = \frac{V^{\frac{1}{3}}}{7} \quad (3.9)$$

gdzie  $V$  jest objętością analizowanego płynu.

Podczas obliczeń numerycznych dotyczących przepływu turbulentnego jako czynnik roboczy przyjęto płyn o własnościach zbliżonych do rtęci w temperaturze 600 [°C] w ten sposób, by charakteryzująca go liczba Prandtla wyniosła  $Pr = 0,002$ . Ponadto tak dobrano warunki przepływu, by odpowiadająca mu liczba Reynoldsa równa była  $Re = 5000$ . Liczba Pecleta  $Pe = Re \cdot Pr = 10$ .

Dobrano następujące własności fizyczne płynu: gęstość  $\rho = 12816$  [kg/m<sup>3</sup>], dynamiczny współczynnik lepkości  $\eta = 8,36 \cdot 10^{-4}$  [Pa s], współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda = 28$  [W/m K] i ciepło właściwe  $c = 67$  [J/kg K]. Ponadto przyjęto prędkość przepływu  $v = 0,857$  [m/s].

Jako warunki brzegowe, podobnie jak w analizie przepływu laminarnego, przyjęto stałe wartości temperatury ścianki przewodu cylindrycznego równe co do wartości  $T_1 = 500$  [°C] dla  $x < 0$  i  $T_2 = 700$  [°C] dla  $x > 0$ . Obliczenia przeprowadzono bilansową metodą elementów skończonych w programie Ansys CFX. Na rys. 3.1.5 przedstawiono w formie wykresu warstwicowego rozkład temperatury w analizowanym czynniku roboczym stanowiący rezultat przeprowadzonych obliczeń przy użyciu siatki C.



Rys. 3.1.5. Rozkład temperatury [K] w przepływającym czynniku dla przepływu turbulentnego przy zastosowaniu siatki C

Podobnie jak dla przepływu laminarnego wyniki obliczeń numerycznych dotyczących przepływu turbulentnego przekształcono do współrzędnych bezwymiarowych i porównano z rozwiązaniem analitycznym rozszerzonego problemu Graetz. Jediną różnicę stanowi definicja bezwymiarowej odległości od miejsca skokowej zmiany temperatury przewodu cylindrycznego ( $\tilde{x} = 0$ ) dana równaniem:

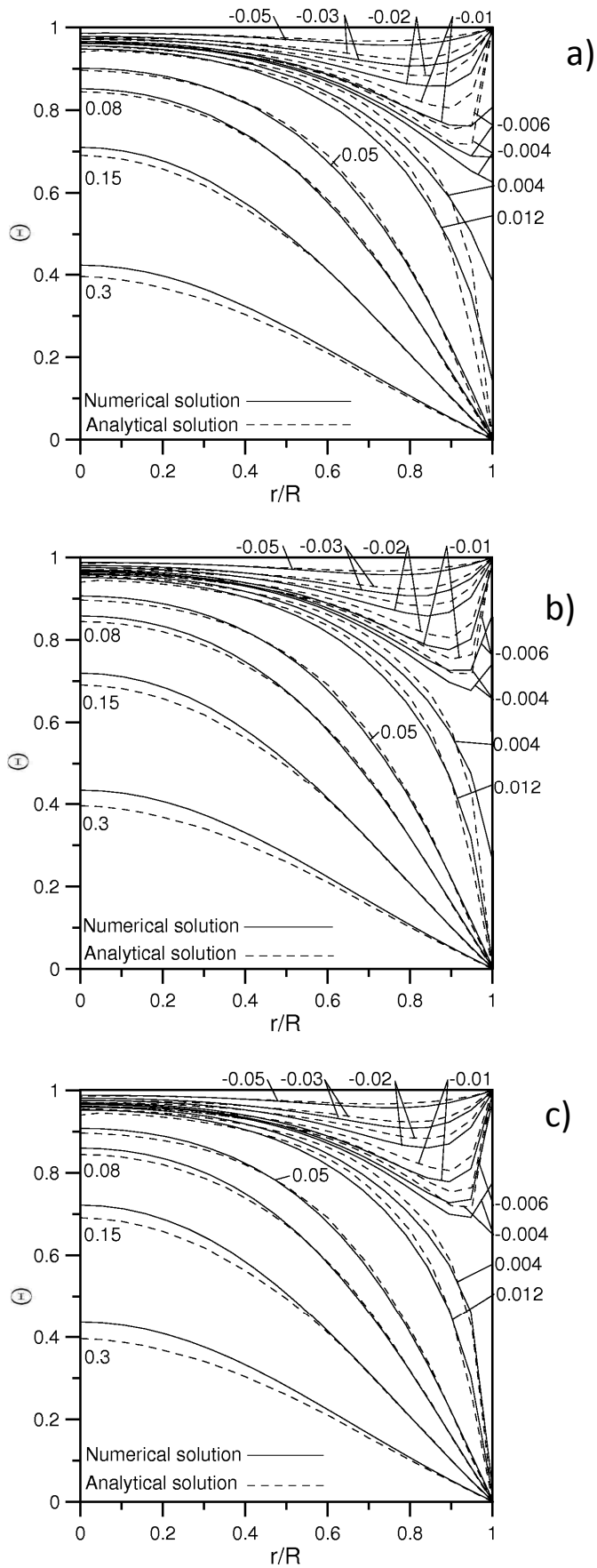
$$\bar{x} = \frac{x}{R} \cdot \frac{2}{Pe} \quad (3.10)$$

Na rys. 3.1.6 a, b i c pokazano porównanie uzyskanych wyników numerycznych z rozwiązaniem analitycznym dla dwunastu bezwymiarowych odległości od miejsca skokowej zmiany temperatury przewodu cylindrycznego. Wartości odległości bezwymiarowych oraz odpowiadające im odległości absolutne wyrażone w [mm] dla przepływu turbulentnego zamieszczono w tabeli 3.1.2.

Tab. 3.1.2 Odległości bezwymiarowe oraz odpowiadające im odległości absolutne w [mm] od miejsca skokowej zmiany temperatury przewodu cylindrycznego ( $\bar{x}=0$ ) – przepływ turbulentny

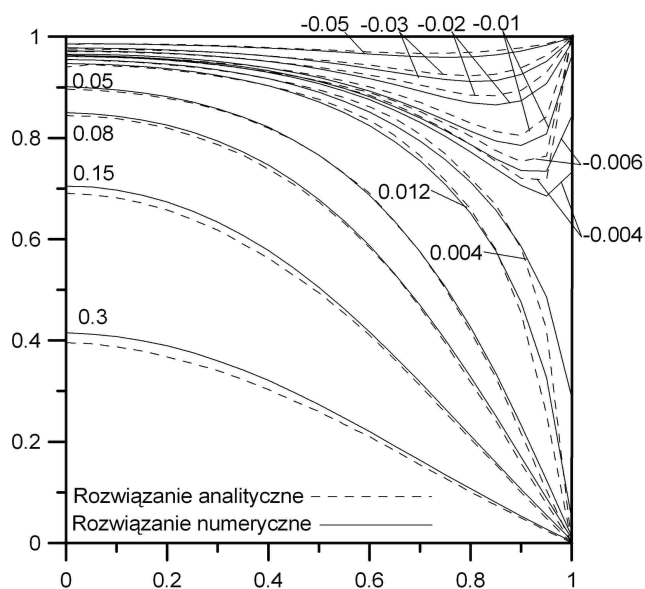
Odległości bezwymiarowe	0,3	0,15	0,08	0,05	0,012	0,004	-0,004	-0,006	-0,01	-0,02	-0,03	-0,05
Odległości absolutne w [mm]	3,75	1,875	1	0,625	0,15	0,05	-0,05	-0,075	-0,125	-0,25	-0,375	-0,625

Ze względu na brak praktycznej możliwości zamodelowania nieskończenie długiego przewodu cylindrycznego warunki analiz numerycznych nie odpowiadają w pełni modelowi przyjętemu w rozwiązaniu analitycznym. Aby zminimalizować wpływ długości przewodu na otrzymane wyniki przeprowadzono symulację dla różnych lepkości turbulentnych. Najlepsze wyniki osiągnięto przy lepkości turbulentnej równej 0,019 [Pa s].



Rys. 3.1.6. Porównanie wyników analiz numerycznych i rozwiązania analitycznego – przepływ turbulentny, lepkość turbulentna 0,019 [Pa s] – a) – siatka A, b) – siatka B, c) – siatka C

Na Rys. 3.1.7 pokazano wyniki obliczeń numerycznych uzyskane dla wartości lepkości turbulentnej równej 0,013 [Pa s] (wartość lepkości turbulentnej wyznaczona przez program dla zamodelowanej długości przewodu cylindrycznego) przy wykorzystaniu siatki C. Podczas obliczeń numerycznych, w których przyjęto wartości lepkości turbulentnej równą 0,013 [Pa s], uzyskano niższą zgodność wyników z rozwiązaniem analitycznym niż przy założeniu wartości lepkości turbulentnej równej 0,019 [Pa s].



Rys. 3.1.7. Porównanie wyników analiz numerycznych i rozwiązania analitycznego – przepływ turbulentny, lepkość turbulentna 0,013 [Pa s]

W przeprowadzonych symulacjach uzyskano wysoką zgodność wyników cieplno-przepływowej analizy numerycznej z rozwiązaniem analitycznym rozszerzonego problemu Graetza zarówno dla przepływu o charakterze laminarnym jak i dla przepływu o charakterze turbulentnym.

Potwierdzono zbieżność wyników rozwiązania numerycznego do wyników rozwiązania analitycznego wraz ze wzrostem gęstości zastosowanej siatki elementów skończonych.

Zaobserwowano, że dobrą zgodność wyników analizy numerycznej z rozwiązaniem analitycznym uzyskuje się, jeżeli wymiar elementów skończonych w kierunku osi  $x$  położonych przy miejscu skokowej zmiany temperatury przewodu cylindrycznego ( $x = 0$ ) jest mniejszy od współrzędnej pierwszego punktu, w którym mierzona jest temperatura.

### 3.2. Modelowanie numeryczne procesu nagrzewania kolektora parowego

W trakcie nagrzania i ochładzania grubościennych elementów wchodzących w skład bloku energetycznego dochodzi do powstawania w nich wysokich naprężeń cieplnych. Szczególnie narażone na przekroczenie dopuszczalnych naprężeń są elementy grubościenne takie jak walczaki, komory, trójniki oraz zawory [24,36,95,99]. Aby nie dopuścić do zniszczenia lub uszkodzenia powyższych elementów należy monitorować naprężenia w nich powstające.



W poniższym rozdziale przedstawiona została numeryczna symulacja procesu nagrzewania kolektora parowego stanowiącego element stanowiska laboratoryjnego Katedry Maszyn i Urządzeń Energetycznych. W modelu odwzorowano geometrię kolektora parowego i wyznaczono rozkłady zredukowanych naprężeń pochodzących od ciśnienia, zredukowanych naprężeń cieplnych oraz naprężeń sumarycznych. Do obliczeń przyjęto najwyższe zmierzone parametry pary jakie pojawiły się w czasie badań eksperymentalnych na stanowisku.

### 3.2.1. Opis stanowiska

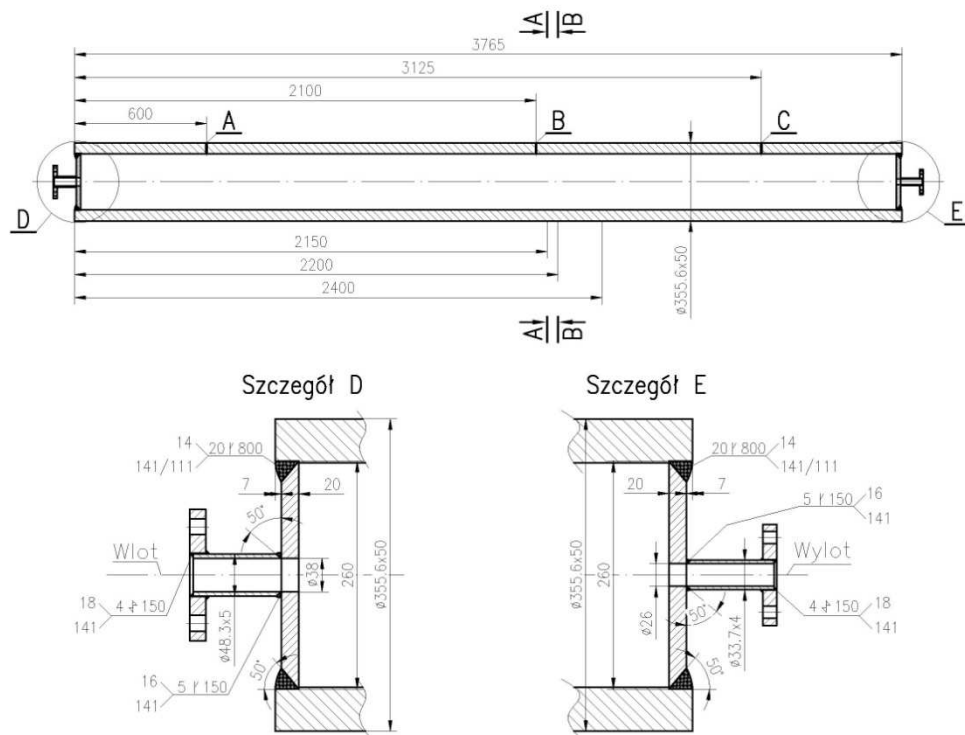
W poniższym rozdziale przedstawiono symulacje mające na celu odtworzenie procesu nagrzewania kolektora parowego znajdującego się w laboratorium Katedry Maszyn i Urządzeń Energetycznych Politechniki Krakowskiej. Analizowany kolektor parowy jest elementem „Instalacja do badań komputerowych układu do ciągłego nadzoru eksploatacji energetycznych kotłów parowych” (rys. 3.2.1), której pozostałe główne elementy stanowią:

1. Kocioł parowy Viessmann VITOMAX 200 HS (typ M237) o mocy cieplnej 460 [kW] i wydajności 700 [kg/h] pary nasyconej o ciśnieniu 1 [MPa]. Kocioł ten wyposażony jest w trójstopniowych palnik olejowy Weishaupt WM – 1 10/2-A Monarch o mocy nominalnej 150-600 [kW] oraz zabudowanym na wylocie spalin z kotła wymiennikiem ECO;
2. Stacja redukcyjna 10/4/2 bary;
3. Automatyka kotłowa umożliwiająca bezobsługową pracę kotła;

Kolektor parowy składa się z rury o średnicy zewnętrznej 355,6 [mm], grubości 50 [mm] i długości 3765 [mm] zamkniętej z obydwóch stron dnami płaskimi o grubości 20 [mm]. W dnach płaskich osiowo wykonane zostały króćce: wlotowy z rury o średnicy zewnętrznej 48,3 [mm] i grubości 5 [mm] oraz wylotowy o średnicy zewnętrznej 33,7 [mm] i grubości 4 [mm]. Szczegóły wykonania kolektora parowego pokazane zostały na jego przekroju wzdłużnym zamieszczonym na rysunku nr 3.2.2.

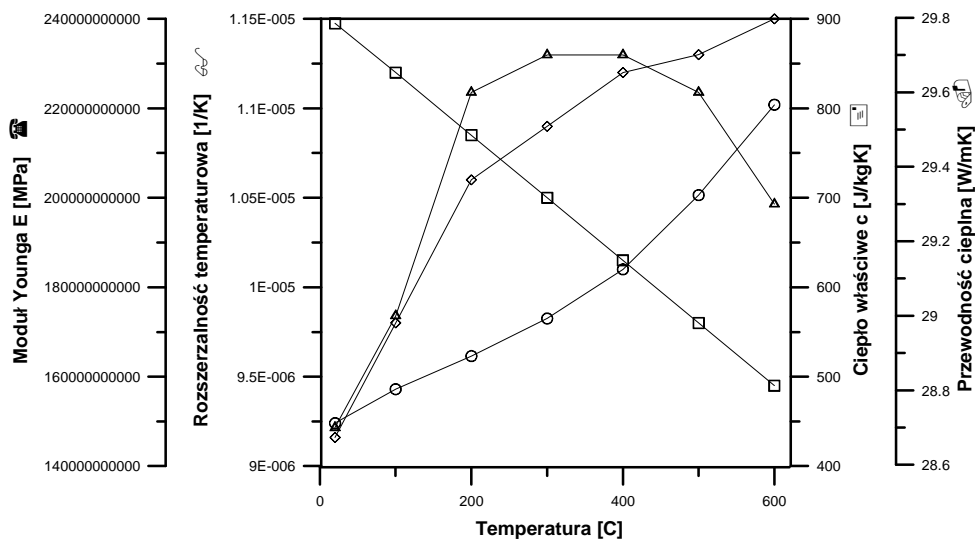


Rys. 3.2.1. Instalacja do badań komputerowych układu do ciągłego nadzoru eksploatacji energetycznych kotłów parowych



Rys. 3.2.2. Przekrój wzdłużny kolektora parowego.

Wszystkie elementy kolektora parowego wykonane zostały ze stali P91, której własności cieplne i wytrzymałościowe przedstawiono na rysunku nr 3.2.3.

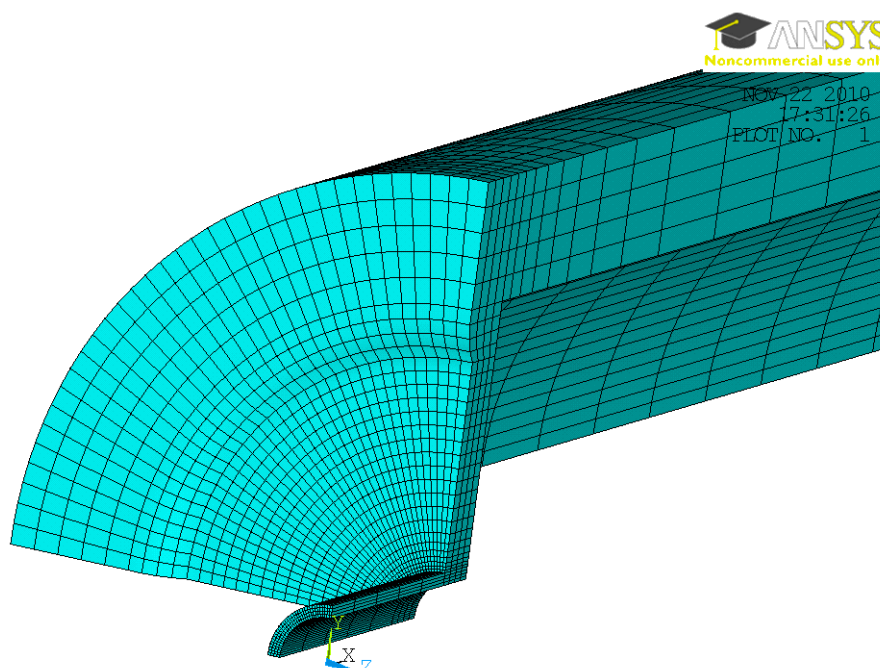


Rys. 3.2.3. Własności fizyczne stali P91

### 3.2.2. Numeryczna symulacja procesu nagrzewania kolektora parowego

W poniższej symulacji wyznaczono zredukowane naprężenia wywołane ciśnieniem pary, zredukowane naprężenia cieplne oraz zredukowane naprężenia sumaryczne jako naprężenia wypadkowe będące złożeniem naprężeń cieplnych i naprężeń wywołanych ciśnieniem pary.

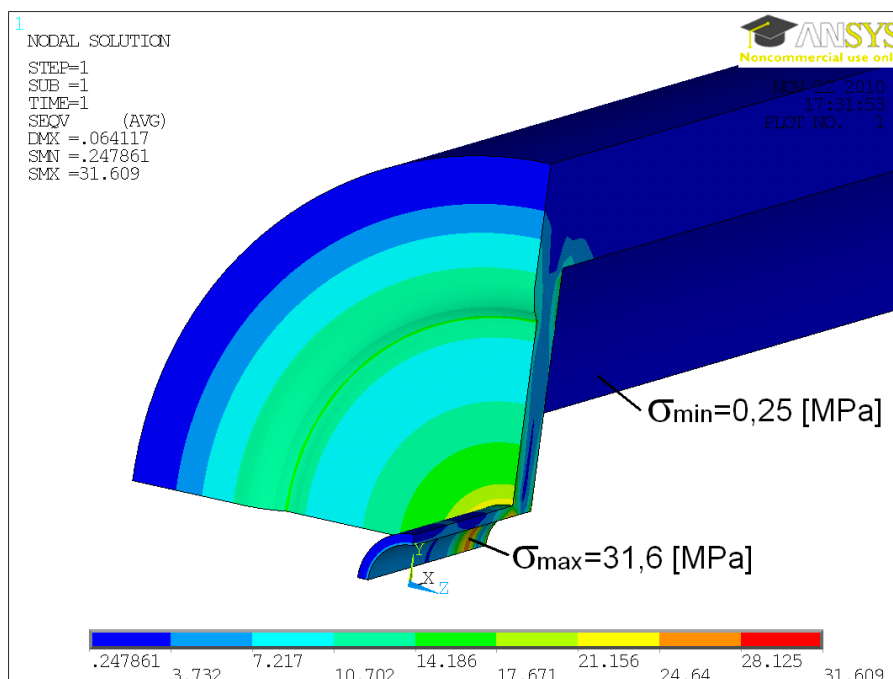
Ze względu na warunki symetrii na użytek obliczeń zamodelowano jedną czwartą kolektora parowego. Geometrię zamodelowanej części kolektora parowego wraz z siatką elementów skończonych pokazano na rysunku 3.2.4.



Rys. 3.2.4. Geometria i siatka elementów skończonych kolektora parowego

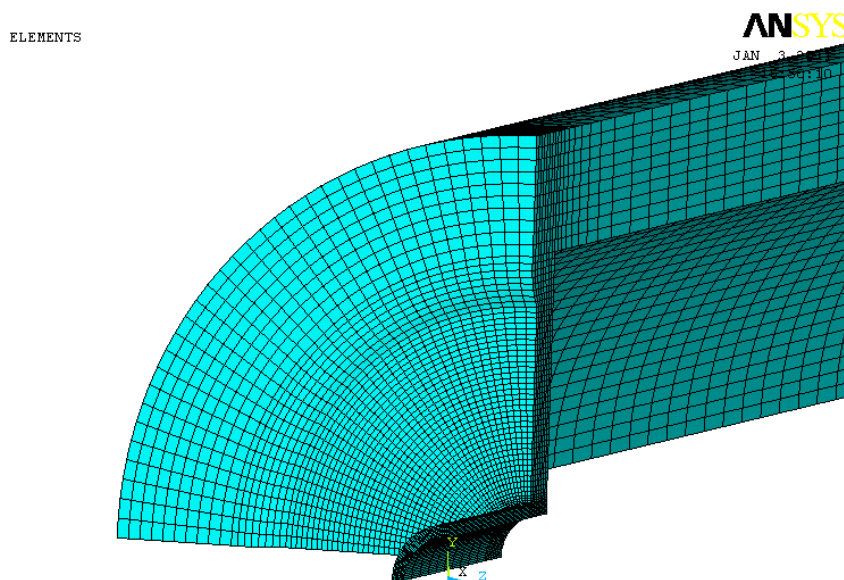
W celu wyznaczenia zredukowanych naprężeń wywołanych ciśnieniem jako warunki brzegowe zadano więzy uniemożliwiające przesuw zamodelowanej ćwiartki kolektora parowego jako bryły sztywnej, ciśnienie pary równe 0,9 [MPa] na powierzchni wewnętrznej kolektora oraz ciśnienie równe -1,25 [MPa] w przekroju poprzecznym króćca wylotowego. Ciśnienie -1,25 [MPa] zadane w przekroju poprzecznym króćca wylotowego jest odpowiednikiem ciśnieniu 0,9 [MPa] działającego na dno płaskie zamykające króciec wylotowy. Obliczenia przeprowadzono przy użyciu metody elementów skończonych w programie Ansys [1].

Na rysunku 3.2.5 pokazano rozkład zredukowanych naprężeń w analizowanym kolektorze wywołanych ciśnieniem pary liczonych według hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego. Najwyższe naprężenia pojawiają się w dnach płaskich zamykających kolektor oraz na łączeniach den płaskich z króćcem wlotowym i wylotowym, gdzie pojawia się efekt oddziaływania karbu. Najwyższe zredukowane naprężenia pochodzące od ciśnienia wynoszą 31,61 [MPa] i są niewielkie w porównaniu z granicy plastyczności dla stali P91 w temperaturze 20 [°C] równej 450 [MPa]. W części cylindrycznej kolektora naprężenia wywołane ciśnieniem są znikome i nie przekraczają 0,25 [MPa].



Rys. 3.2.5. Zredukowane naprężenia wywołane ciśnieniem pary w kolektorze parowym, [MPa]

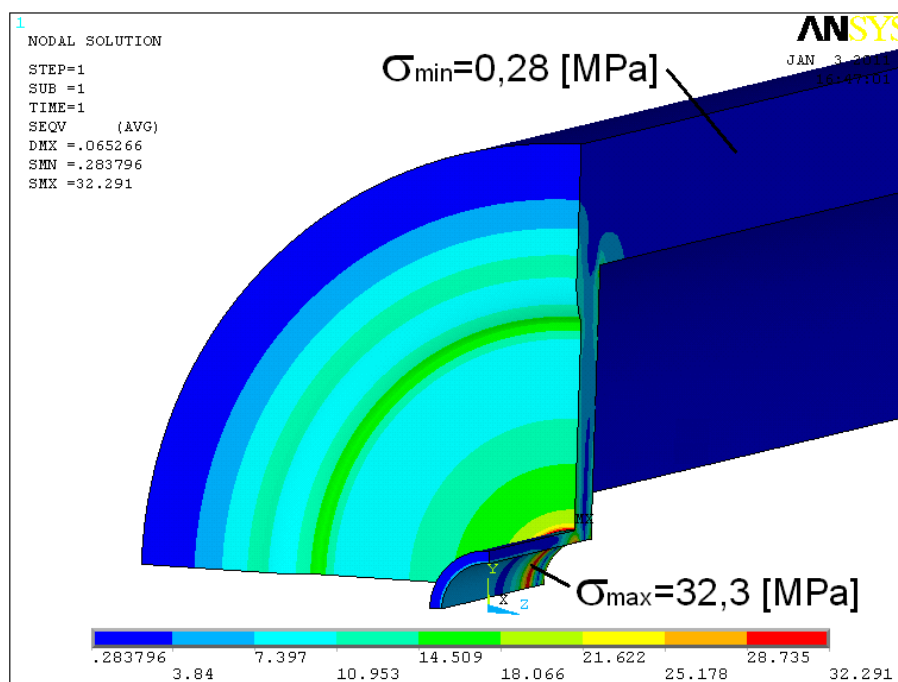
W celu weryfikacji gęstości podziału kolektora parowego na elementy skończone przeprowadzono dodatkową analizę naprężeń wywołanych ciśnieniem. Do obliczeń wykorzystano nową dwukrotnie zagęszczoną siatkę elementów skończonych (rysunek 3.2.6). Zadano opisane powyżej warunki brzegowe i dokonano powtórnych obliczeń. Jako ich wynik ponownie otrzymano rozkład zredukowanych naprężeń wywołanych ciśnieniem (rys. 3.2.7).



Rys. 3.2.6. Geometria i dwukrotnie zagęszczona siatka elementów skończonych kolektora parowego

Rozkłady naprężeń (rys. 3.2.5 i 3.2.7) dla obu siatek elementów skończonych są prawie identyczne. Maksymalne zredukowane naprężenia pochodzące od ciśnienia pary różnią się od siebie jedynie o 2,2 [%], co pozwala przyjąć, że pierwotnie przyjęta gęstość siatki jest w zupełności

wystarczająca. Siatka elementów skończonych pokazana na rysunku 3.2.4 została wykorzystana do wyznaczenia zredukowanych naprężeń cieplnych i sumarycznych.



Rys. 3.2.7. Zredukowane naprężenia wywołane ciśnieniem w kolektorze parowym dla dwukrotnie zagęszczonej siatki elementów skończonych, [MPa]

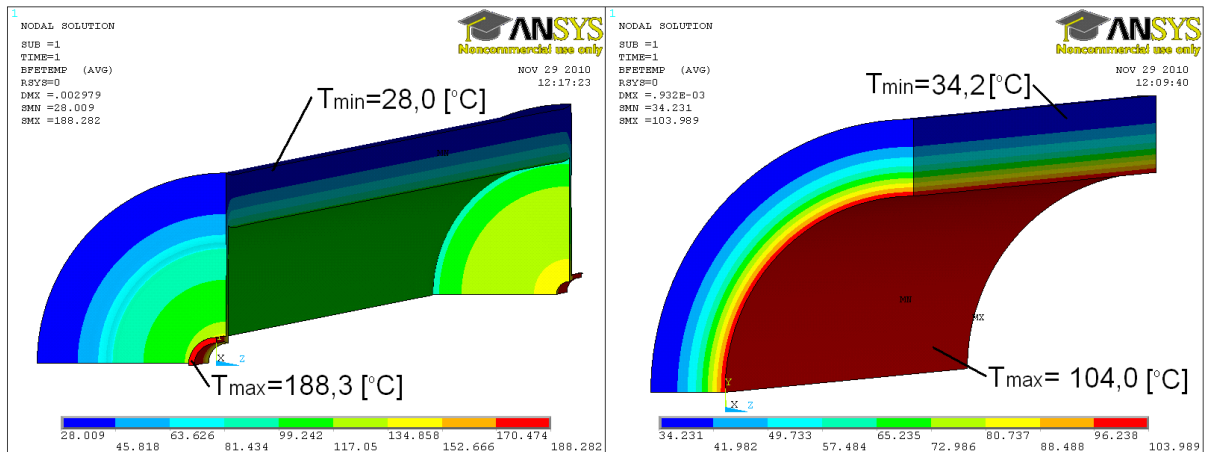
W kolejnym etapie zamodelowane zostało zjawisko szoku cieplnego wywołanego poprzez nagrzewanie zimnego kolektora parowego (temperatura początkowa  $T_0=20$  [°C]) parą o temperaturze 200 [°C] i ciśnieniu 0,9 [MPa] przez czas równy 1000 [s]. Powyższe parametry odpowiadają najwyższym parametrom pary zmierzonym na stanowisku podczas badań eksperymentalnych.

Rozkłady temperatury w kolejnych krokach czasowych procesu nagrzewania kolektora parowego wyznaczono na podstawie konwekcyjnego warunku brzegowego zadanego na jego powierzchni wewnętrznej. Na powierzchni zewnętrznej kolektora zadano warunek idealnej izolacji cieplnej a na pozostałych powierzchniach warunki symetrii. W celu zadania konwekcyjnego warunku brzegowego założono wartość współczynnika konwekcyjnego wnikania ciepła  $\alpha = 1000$  [W/(m<sup>2</sup>K)] oraz wartość temperatury w warstwie przyściennej powierzchni wewnętrznej kolektora równej temperaturze przepływającej pary  $T = 200$  [°C].

Obliczenia cieplne oraz wytrzymałościowe przeprowadzono przy użyciu metody elementów skończonych w programie Ansys [1].

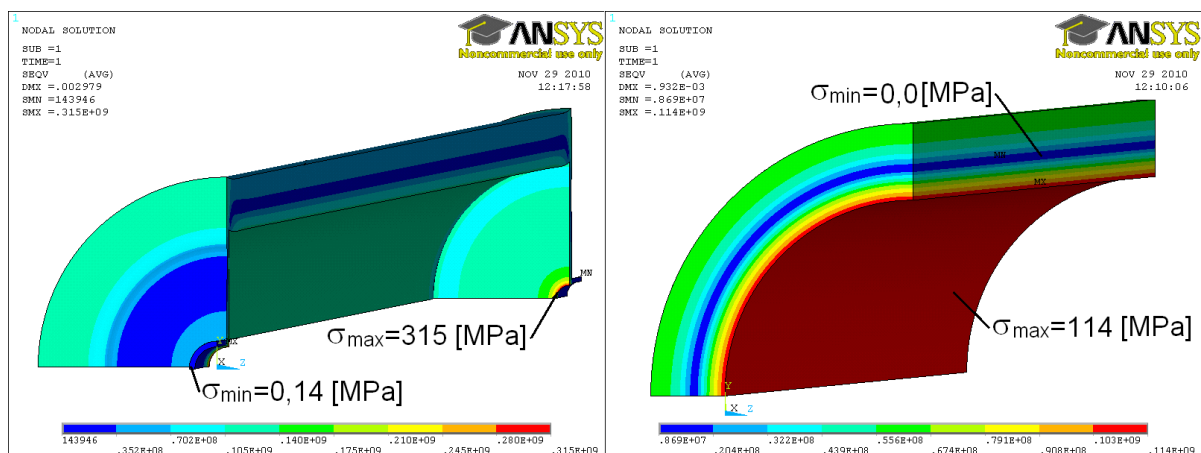
Na rysunku 3.2.8 pokazano rozkład temperatury w kolektorze parowym po upływie 100 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania. Po lewej stronie pokazano rozkład temperatury w całym kolektorze, natomiast po stronie prawej w jego cylindrycznej części. Najwyższa temperatura panuje w elementach cienkościennych kolektora, które ze względu na swoją stosunkowo niewielką pojemność cieplną nagrzewają się najszybciej.





Rys. 3.2.8. Rozkład temperatury w kolektorze parowym po upływie 100 [s], [°C]

Na rysunku 3.2.9 pokazano rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych liczonych wg hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego w kolektorze parowym po upływie 100 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania. Po lewej stronie pokazano rozkład naprężeń w całym kolektorze, natomiast po stronie prawej w jego cylindrycznej części. Najwyższe zredukowane naprężenia cieplne pojawiają się na łączeniu króćców z dnami płaskimi i wnoszą 315 [MPa]. Tak wysokie naprężenia pojawiają się w bardzo niewielkiej objętości materiału i są związane z efekt oddziaływania karbu w tej części kolektora. W części cylindrycznej kolektora najwyższe naprężenia pojawiają się na powierzchni wewnętrznej i wynoszą 114 [MPa]. Są to naprężenia ściskające.



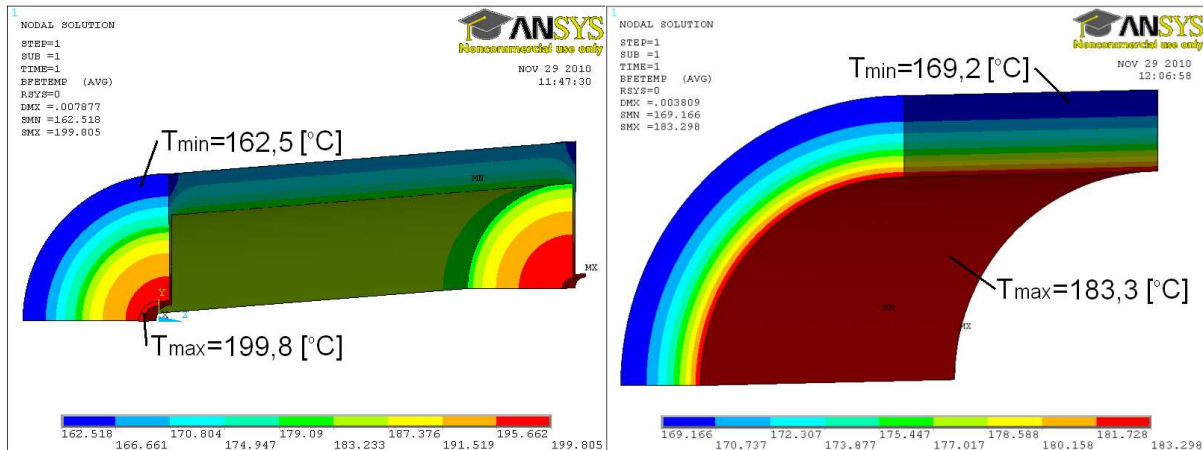
Rys. 3.2.9. Rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych w kolektorze parowym po upływie 100 [s], [Pa]

Zredukowane naprężenia cieplne powstające w kolektorze parowym podczas gwałtownego nagrzewania parą wodną o temperaturze 200 [°C] są znacznie wyższe od naprężeń pochodzących od ciśnienia. Przyjmują wartości porównywalne z granicą plastyczności dla stali P91 w temperaturze 200 [°C], której wartość wynosi 380 [MPa], aczkolwiek pozostają od niej niższe.

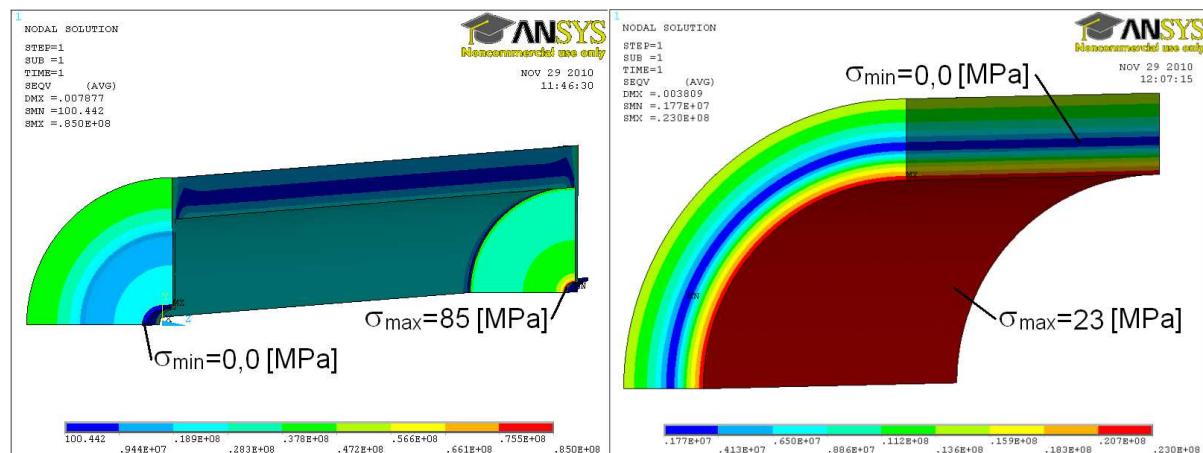
W czasie trwania procesu nagrzewania kolektora parą o stałej temperaturze z upływem czasu gradienty temperatury wewnątrz kolektora zmniejszają się aż do momentu, w którym cały kolektor osiągnie taką samą temperaturę. Wraz ze zmniejszaniem się gradientów temperatury wewnątrz kolektora spadają również naprężenia cieplne. Po ustaleniu się temperatury, naprężenia cieplne

spadają do zera (zakładając, że podparcie kolektora pozwala na jego swobodne wydłużenie cieplne nie powodujące dodatkowych naprężeń).

Na rysunkach 3.2.10 i 3.2.11 pokazano rozkłady temperatury i zredukowanych naprężeń cieplnych po upływie 1000 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania. Zredukowane naprężenia cieplne spadają do 85 [MPa] w okolicy łączenia den płaskich z króćcami i do 23 [MPa] na powierzchni wewnętrznej części cylindrycznej kolektora.

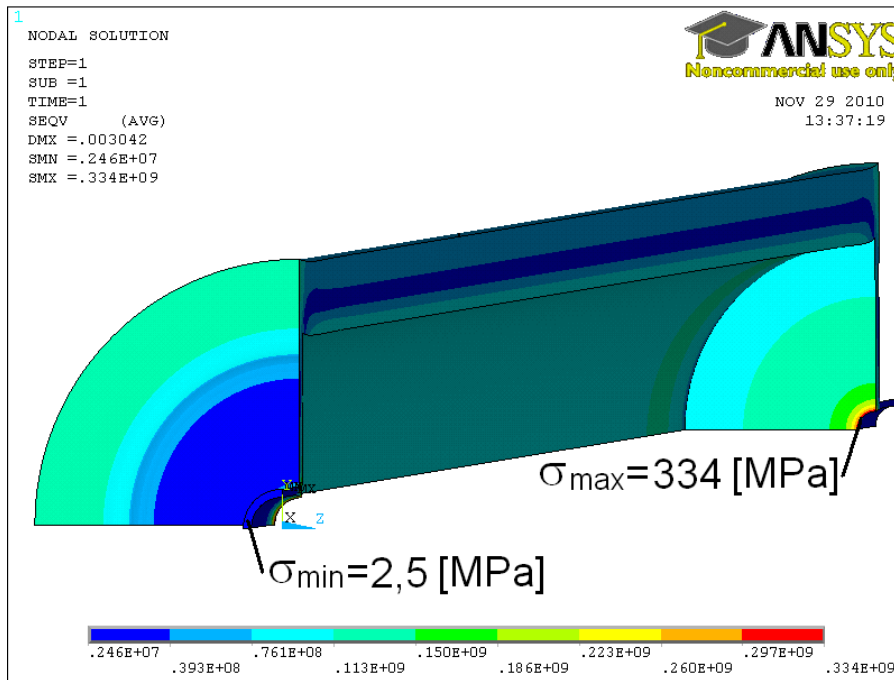


Rys. 3.2.10. Rozkład temperatury w kolektorze parowym po upływie 1000 [s], [°C]

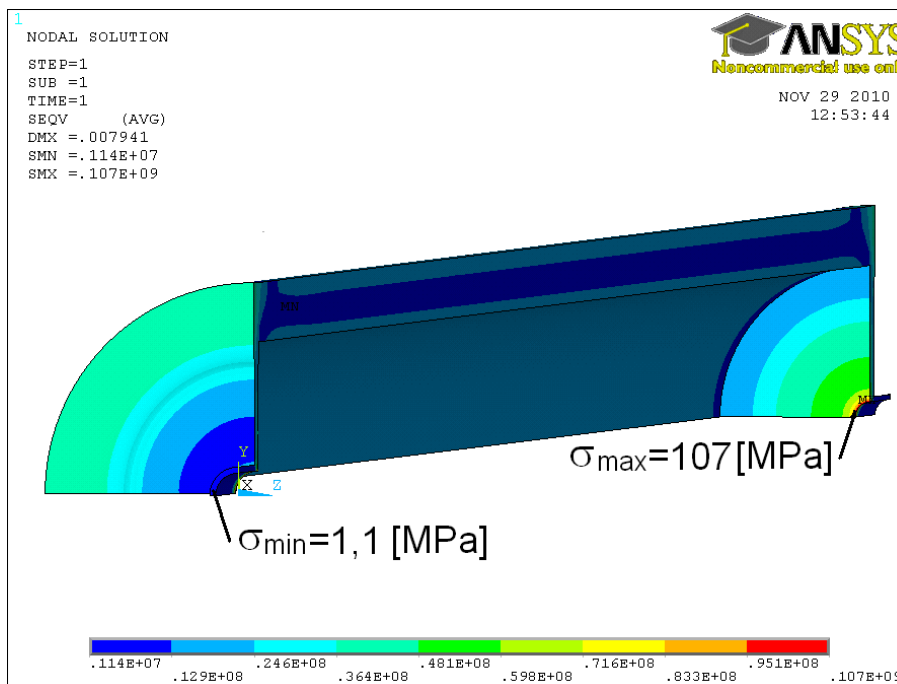


Rys. 3.2.11. Rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych w kolektorze parowym po upływie 1000 [s], [Pa]

Na rysunkach 3.2.12 i 3.2.13 pokazano rozkłady zredukowanych naprężeń sumarycznych w kolektorze parowym powstałe po upływie 100 i 1000 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania. Zredukowane naprężenia sumaryczne są wyższe od zredukowanych naprężeń cieplnych w sąsiedztwie łączenia króćców z dnami płaskimi i wynoszą odpowiednio 334 [MPa] po upływie 100 [s] oraz 107 [MPa] po upływie 1000 [s]. W części cylindrycznej kolektora zredukowane naprężenia sumaryczne są prawie równe zredukowanym naprężeniom cieplnym ze względu na znikome wartości naprężeń wywołanych ciśnieniem w tej części kolektora.



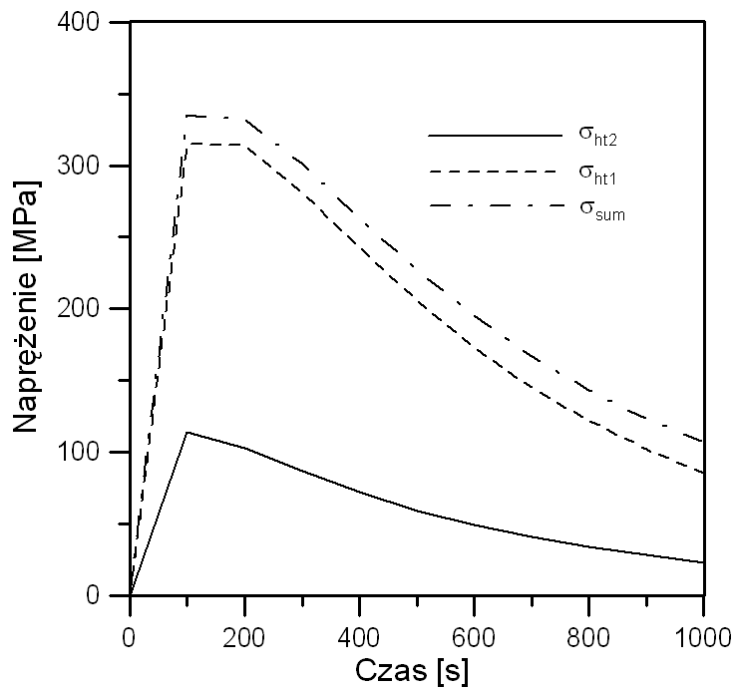
Rys. 3.2.12. Rozkład zredukowanych naprężeń sumarycznych w kolektorze po upływie 100 [s], [Pa]



Rys. 3.2.13. Rozkład zredukowanych naprężeń sumarycznych w kolektorze po upływie 1000 [s], [Pa]

Na rysunku 3.2.14 pokazano przebieg maksymalnych zredukowanych naprężeń cieplnych w całym kolektorze  $\sigma_{ht2}$ , w jego cylindrycznej części  $\sigma_{ht1}$  oraz przebieg naprężeń sumarycznych  $\sigma_{sum}$  dla czasu od 0 do 1000 [s]. Naprężenia cieplne rosną gwałtownie w początkowej fazie procesu (zjawisko szoku cieplnego), by w dalszej jego części zacząć się powoli obniżać aż do chwili zrównania się temperatury panującej w kolektorze z temperaturą pary.





Rys. 3.2.14. Maksymalne zredukowane naprężenia sumaryczne i cieplne w kolektorze parowym oraz jego cylindrycznej części podczas procesu nagrzewania, [MPa]

Wyniki zaprezentowanych symulacji pokazują, że kolektor parowy, stanowiący element instalacji zabudowanej w laboratorium Katedry Energetyki, pozwala na odtworzenie warunków panujących podczas rozruchu grubościennych rurociągów parowych a w szczególności efektu szoku cieplnego. Wysokie wartości naprężeń cieplnych uzyskiwanych w cylindrycznej części kolektora są łatwo mierzalne za pomocą układu tensometrów zamontowanych na stanowisku laboratoryjnym.

Maksymalne naprężenia występujące w kolektorze pojawiają się na krawędziach otworów wlotowego i wylotowego z kolektora. Naprężenia te mają charakter miejscowy i wywołane są najprawdopodobniej efektem działania karbu. W rzeczywistych instalacjach przemysłowych zazwyczaj zamiast wypaleń w dna płaskie stosuje się przewężenia stożkowe pozwalające na uniknięcie tego problemu.

### 3.3. Odcinek wlotowy

W trakcie analiz przepływowo-cieplnych istotny wpływ na uzyskiwane wyniki mają zakładane rozkłady prędkości i temperatury na wlocie do analizowanych elementów. Jeżeli w założeniu przepływ przez analizowany element ma być hydrodynamicznie w pełni rozwinięty i ma charakteryzować się rozwiniętym profilem temperatury to na wlocie do tego elementu należy zapewnić odpowiednie profile prędkości i temperatury. Żądane profile można uzyskać poprzez zamodelowanie odpowiednio długiego prostego odcinka rurociągu poprzedzającego wlot do analizowanego elementu.

W poniższym rozdziale przeprowadzone zostały analizy numeryczne mające na celu wyznaczenie długości odcinka wlotowego pozwalającej na rozwinięcie się profili prędkości i temperatury w przepływającym medium. Badania zostały przeprowadzone dla rurociągu o z góry zadanej średnicy

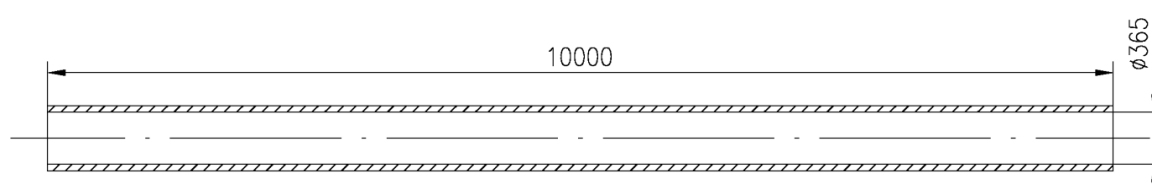
dla konkretnych warunkach przepływu. W pierwszych dwóch analizach skupiono się na profilu prędkości w przepływającym medium i wyznaczono długość rurociągu, po której uzyskuje się przepływ hydrodynamicznie w pełni rozwinięty. W trzeciej z przeprowadzonych symulacji na zewnętrznej powierzchni płynu zadano warunek drugiego rodzaju i wyznaczono długość odcinka wlotowego niezbędną do rozwinięcia się profilu temperatury w przepływającym medium.

### 3.3.1. Wyznaczenie długości odcinka wlotowego ze względu na prędkość przepływu.

Podczas przepływu płynu w rurze w pewnej odległości od wlotu do niej osiągnięty jest przepływ hydrodynamicznie w pełni rozwinięty. Przepływ ten opisywany jest za pomocą funkcji jednej zmiennej. Prędkość przepływu zmienia się wzdłuż promienia rury, natomiast jest stała dla punktów równo oddalonych od jej osi.

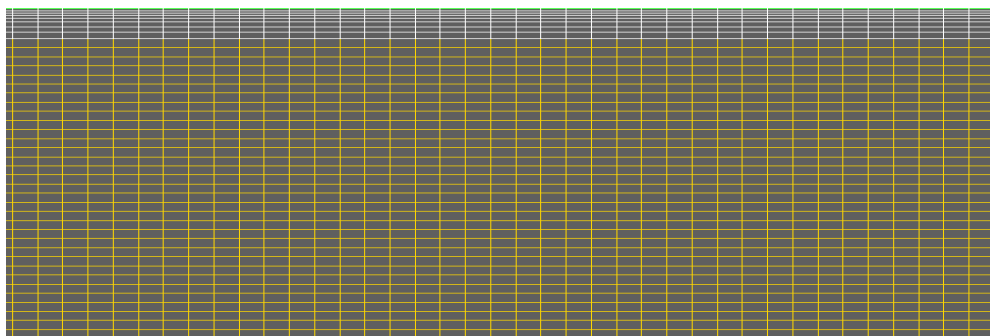
Odcinek rurociągu pomiędzy wlotem do rury a miejscem, w którym osiągnięty jest przepływ hydrodynamicznie w pełni rozwinięty nazywany jest odcinkiem wlotowym. Prędkość przepływu i temperatura płynu na tym odcinku są funkcjami promienia rury oraz odległości od wlotu.

W celu wyznaczenia długości odcinka rury niezbędnej do uzyskania przepływu hydrodynamicznie w pełni rozwiniętego przeprowadzone zostały numeryczne analizy przepływu pary wodnej w rurociągu o wymiarach podanych na rysunku 3.3.1.



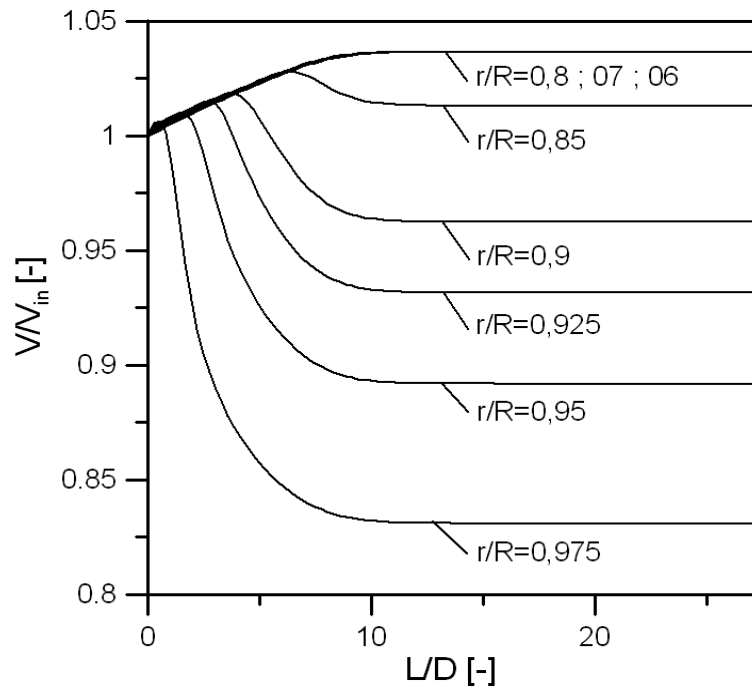
Rys. 3.3.1. Przekrój wzdłużny rurociągu

Jako warunki brzegowe do przeprowadzonych symulacji przyjęte zostały stałe prędkości przepływu na wlocie do rury  $v_{1in} = 7,45$  [m/s] oraz prędkość  $v_{2in} = 29,8$  [m/s] oraz stałe własności pary tj.: gęstość  $\rho = 100$  [kg/m<sup>3</sup>] i współczynnik lepkości dynamicznej  $\eta = 2.982 \cdot 10^{-5}$  [Pa s]. Założono brak poślizgu na powierzchni wewnętrznej rurociągu, a do opisu turbulencji wykorzystano model k- $\epsilon$ . Obliczenia przeprowadzono przy użyciu bilansowej metody elementów skończonych w programie Ansys CFX [1]. Siatkę elementów skończonych wykorzystaną w trakcie obliczeń przedstawiono na rysunku nr 3.3.2.

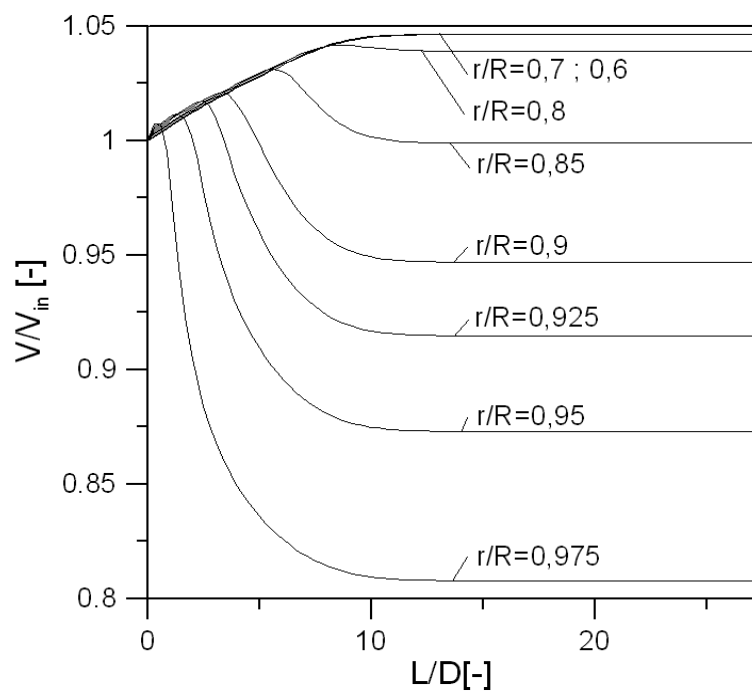


Rys. 3.3.2. Siatka elementów skończonych

Wynikiem przeprowadzonych obliczeń był rozkład prędkości w zamodelowanej rurze. Na rysunkach 3.3.3 i 3.3.4 przedstawiono we współrzędnych bezwymiarowych wartości prędkości pary wzdłuż analizowanego odcinka rury w wybranych odległościach od jej osi. Na osi odciętych pokazano stosunek odległości od wlotu do rury do średnicy rury  $L/D$  [-] natomiast na osi rzędnych stosunek prędkości pary w danej odległości od wlotu do stałej prędkości zadanej na wlocie  $v/v_{in}$  [-].



Rys. 3.3.3. Rozkład prędkości w rurze dla  $v_{1in}$



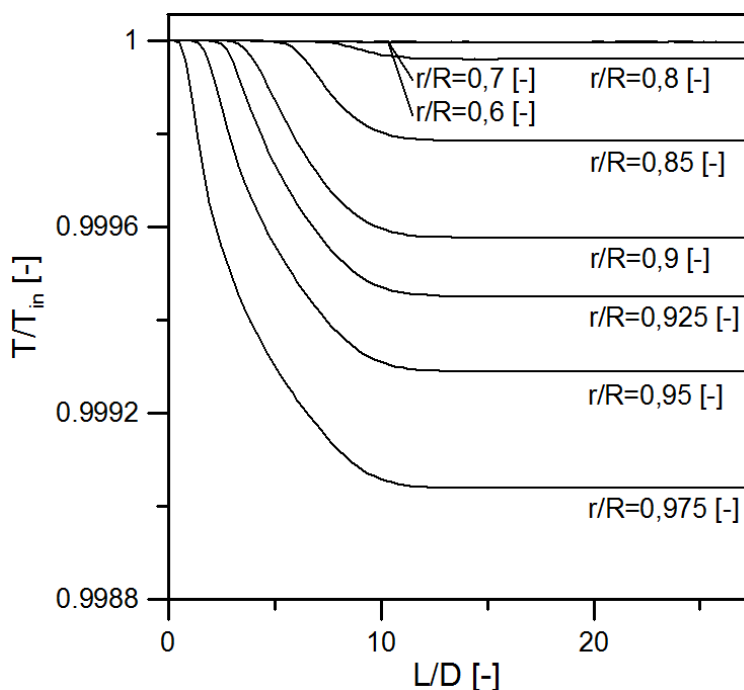
Rys. 3.3.4. Rozkład prędkości w rurze dla  $v_{2in}$

Prędkość pary (dla pokazanych na rys. 3.3.3 i 3.3.4 odległości bezwymiarowych od osi  $r/R$ ) zmienia się w początkowym odcinku rury od wlotu aż do odległości równej ok. 13 – 14 średnic rury. W dalszej części rurociągu wartości prędkości pozostają niezależne od odległości od wlotu do rury. Na tym odcinku rury mamy do czynienia z przepływem hydrodynamicznie w pełni rozwiniętym. Ponadto wyniki uzyskane w pierwszej i drugiej symulacji dla prędkości  $v_{1in}$  oraz  $v_{2in}$  są prawie identyczne, co pozwala na stwierdzenie, że długość odcinka wlotowego jest niezależna od prędkości na wlocie do rury.

### 3.3.2. Wyznaczenie długości odcinka wlotowego ze względu na temperaturę

W trzeciej z przeprowadzonych symulacji wyznaczona została długość rury, na której rozwija się profil temperatury. Jako warunki brzegowe przyjęto: stałą prędkość przepływu  $v_{1in} = 7,45$  [m/s] oraz stałą temperaturę pary  $T_{in} = 500$  [°C] na wlocie do rurociągu, na powierzchni wewnętrznej rurociągu założono brak poślizgu oraz stałą wartość gęstość strumienia ciepła  $q = -5000$  [W/m<sup>2</sup>]. Ponadto przyjęto następujące własności pary: gęstość  $\rho = 100$  [kg/m<sup>3</sup>], współczynnik lepkości dynamicznej  $\eta = 2.982 \cdot 10^{-5}$  [Pa s], ciepło właściwe  $c = 2213$  [J/(kg K)] i współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda = 0,0912$  [W/(m K)]. Do zamodelowania przepływu turbulentnego posłużono się modelem k- $\epsilon$ .

Obliczenia cieplne przeprowadzono przy użyciu bilansowej metody elementów skończonych w programie Ansys CFX wykorzystując siatkę elementów skończonych pokazaną na rysunku 3.3.2. Wynik przeprowadzonych obliczeń stanowi rozkład temperatury w zamodelowanej rurze. Na rysunku 3.3.5 pokazano we współrzędnych bezwymiarowych wartości temperatury pary wzdłuż analizowanego odcinka rury w wybranych odległościach od jej osi. Na osi odciętych pokazano stosunek odległości od wlotu do rury do średnicy rury  $L/D$  [-] natomiast na osi rzędnych stosunek temperatury pary w danej odległości od wlotu do stałej temperatury zadanej na wlocie  $T/T_{in}$  [-].



Rys. 3.3.5. Rozkład temperatury w rurze

Temperatura pary (dla pokazanych na rysunku 3.3.5 odległości bezwymiarowych od osi  $r/R$ ) zmienia się w początkowym odcinku rury od wlotu aż do odległości równej ok. 12 – 13 średnic rury. W dalszej części rurociągu wartości temperatury pary pozostają niezależne od odległości od wlotu do rury. Można założyć, że po przepłynięciu przez parę odległości równej trzynastu średnicom profil temperatury w parze jest w pełni rozwinięty.

Przeprowadzone symulacje pozwalają stwierdzić, że zamodelowanie odcinka rurociągu o długości 15 średnic przed wlotem do analizowanego elementu grubościennego zapewnia uzyskanie przepływu hydrodynamicznie w pełni rozwiniętego oraz w pełni rozwiniętego profilu temperatury na wlocie do tego elementu. Dla średnicy rury przyjętej do obliczeń odległość ta jest równa ok. 5500 [mm].

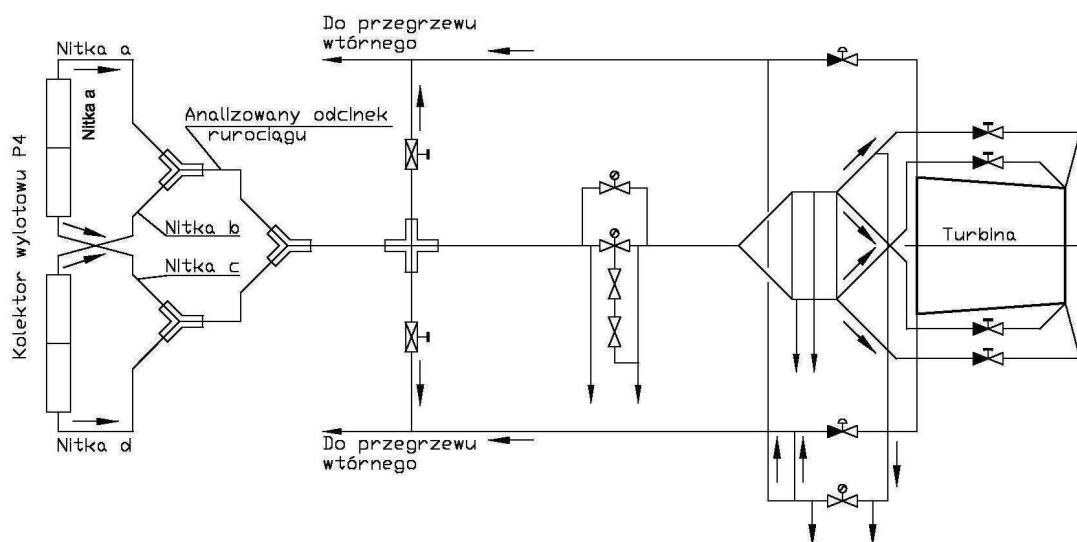
## 4. Sprężone zagadnienie przeplywowo-ciepno-wytrzymałościowe

Rozwiązanie zagadnienia przeplywowo-ciepno-wytrzymałościowego pozwala na wyznaczenie rozkładów temperatury a następnie naprężeń cieplnych w analizowanym elemencie bez znajomości rozkładów współczynnika konwekcyjnego wnikania ciepła na jego powierzchni wewnętrznej w trakcie nagrzewania lub ochładzania danego elementu.

W poniższym rozdziale przedstawione zostało rozwiązanie nieustalonego zagadnienia przeplywowo-ciepno-wytrzymałościowego. Na podstawie zmierzonych przebiegów ciśnienia, temperatury oraz wydatku masowego pary wodnej wyznaczone zostały rozkłady temperatury a następnie rozkłady naprężeń w analizowanym prostoliniowym odcinku rurociągu w czasie trwania procesu rozruchu instalacji, której fragment stanowi analizowany rurociąg [30].

### 4.1. Grubościenny rurociąg

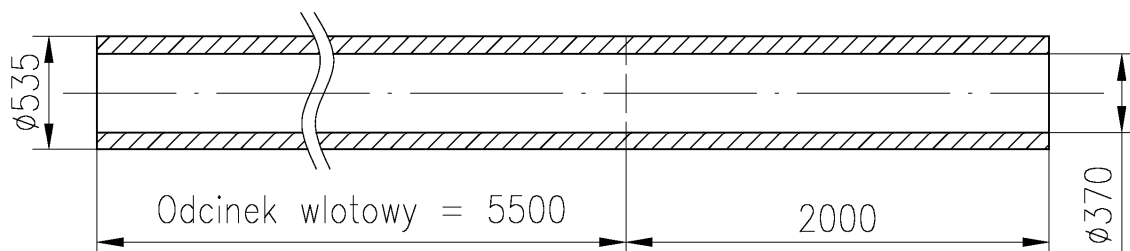
W poniższej części pracy analizie poddany został fragment grubościennego rurociągu pracującego w zespole orurowania kotła parowego BP1150 o nominalnej wydajności masowej 1150 [t/h], będącego częścią bloku energetycznego o mocy 360 [MW]. Analizowany fragment rurociągu znajduje się w niewielkiej odległości od trójnika łączącego nitki a i b. Fragment schematu budowy bloku energetycznego wraz z zaznaczoną lokalizacją analizowanego odcinka rurociągu pokazano na rysunku 4.1.



Rys. 4.1 Fragment schematu bloku energetycznego o mocy 360 [MW]

Analizie przeplywowo-ciepno-wytrzymałościowej poddano odcinek rurociągu o długości 2 [m]. Rurociąg został zaprojektowany ze stali P91 do pracy pod ciśnieniem 18 [MPa] i temperaturze 540 [°C]. W celu zapewnienia przepływu hydrodynamicznie w pełni rozwiniętego oraz rozwiniętego

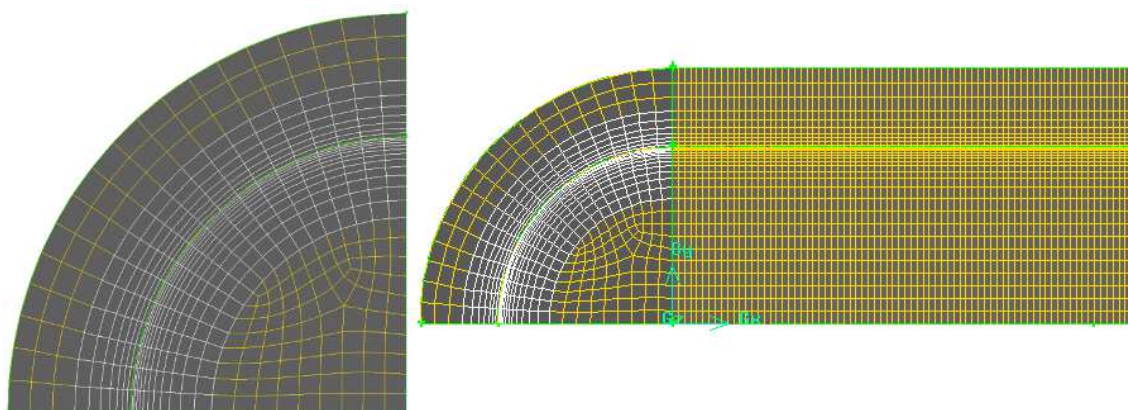
profilu temperatury na wlocie do analizowanego odcinka rurociągu na użytek analizy przeplywowo-ciepnej przed analizowanym odcinkiem rurociągu zamodelowany został odcinek wlotowy o dlugosci 5,5 [m], co w przyblizeniu odpowiada odcinkowi o dlugosci 15 srednic rurociągu. Przekroj wzdluzny analizowanego fragmentu rurociągu wraz z odcinkiem wlotowym przedstawiono na rysunku 4.2.



Rys. 4.2 Analizowany fragment rurociągu wraz z odcinkiem wlotowym [mm]

## 4.2. Analiza przeplywowo-ciepna

Na potrzeby analizy przeplywowo-ciepnej zamodelowany został odcinek rurociągu o dlugosci 7,5 [m] oraz przeplywająca w nim para wodna. Podczas podziału zmodelowanej geometrii na elementy skończone kierowano się wynikami obliczeń zamieszczonymi w rozdziale nr 3 oraz pracach [29,30,31]. Ze względu na warunki symetrii zamodelowano jedną czwartą rurociągu. W rejonie powierzchni wewnętrznej rurociągu, który jest najistotniejszy dla transportu ciepła z przeplywającej pary do wnętrza rurociągu zbudowano regularną warstwę przyścienną. Wygląd zamodelowanego fragmentu rurociągu wraz z wygenerowaną siatką elementów skończonych przedstawiono na rysunku 4.3.

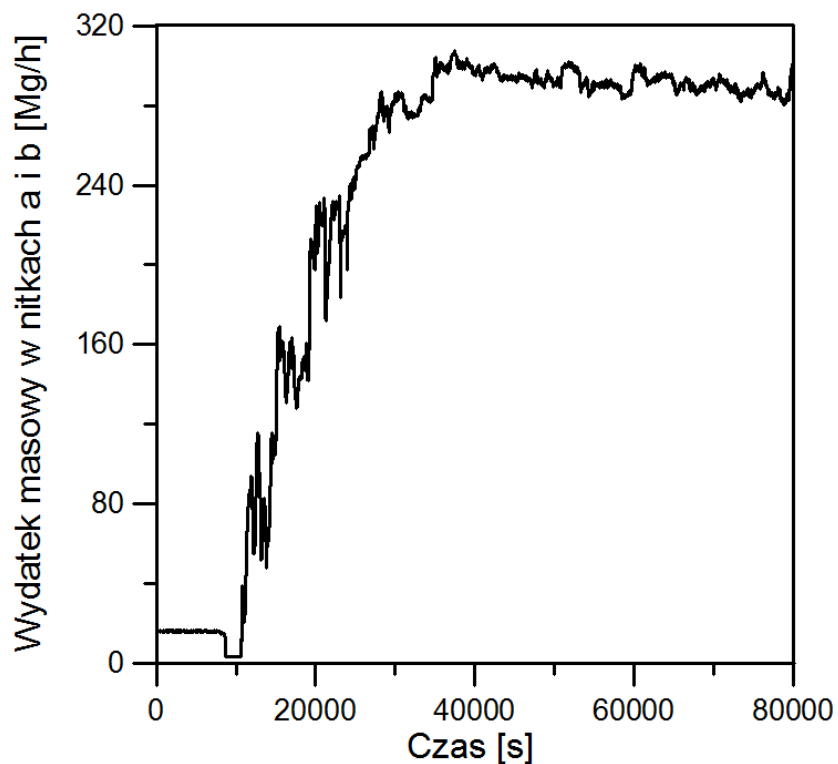


Rys. 4.3 Geometria analizowanego odcinka rurociągu i pary wodnej wraz z podziałem na elementy skończone

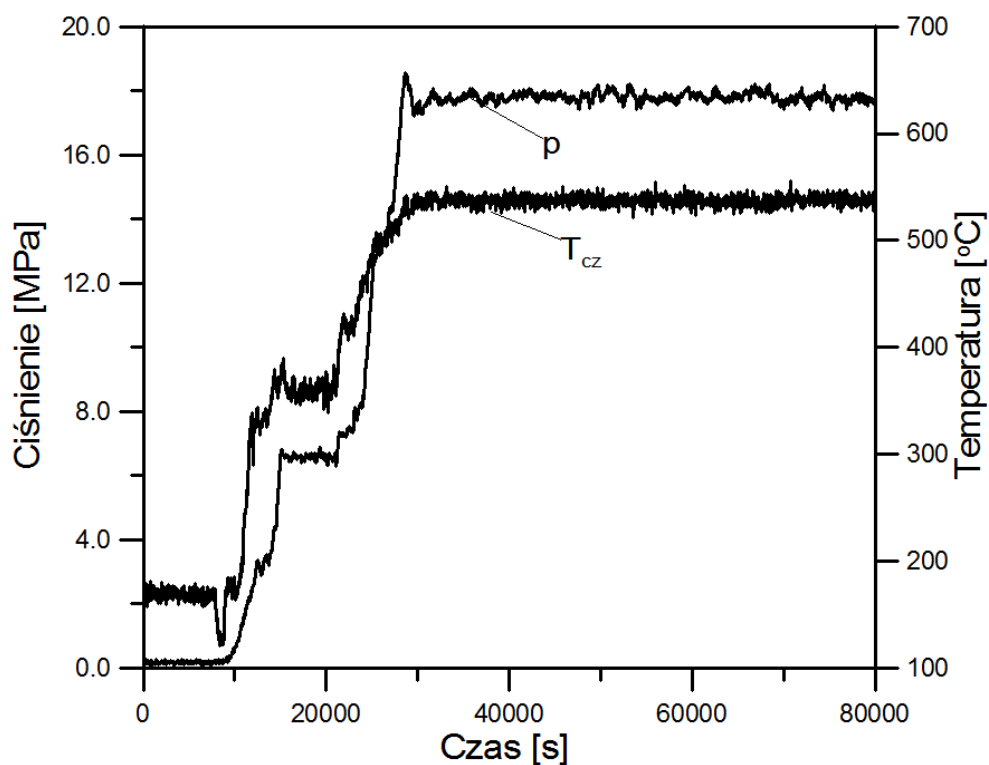
Jako warunki brzegowe podczas analizy przeplywowo-ciepnej przyjęto :

a) Na wlocie zadano przebieg wydatku masowego pary wodnej jako sumę zmierzonych przebiegów wydatku masowego pary wodnej w nitkach a i b oraz przebieg temperatury pary zmierzony po trójkącie łączącym obie nitki. Zadany przebieg wydatku masowego pary wodnej pokazano na rysunku 4.4, a przebieg temperatury na rysunku 4.5.





Rys. 4.4 Suma zmierzonych wydatków masowych pary wodnej w nitkach a i b [Mg/h]



Rys. 4.5 Zmierzone przebiegi ciśnienia [MPa] i temperatury [°C] pary wodnej

- b) Ciśnienie przepływającej pary podczas procesu nagrzewania rurociągu zmieniano zgodnie z jego zmierzonym przebiegiem pokazanym na rysunku 4.5.  
 c) Wewnętrzną powierzchnię rurociągu potraktowano jako powierzchnię kontaktu para-stal.  
 d) Na zewnętrznej powierzchni rurociągu założono warunek idealnej izolacji cieplnej.  
 e) Na pozostałych powierzchniach zadano odpowiednie warunki symetrii.

W trakcie obliczeń parę wodną potraktowano jako gaz idealny. Gęstość pary wyznaczano z równania :

$$\rho = \frac{M p_{abs}}{(MR)T} \quad (4.1)$$

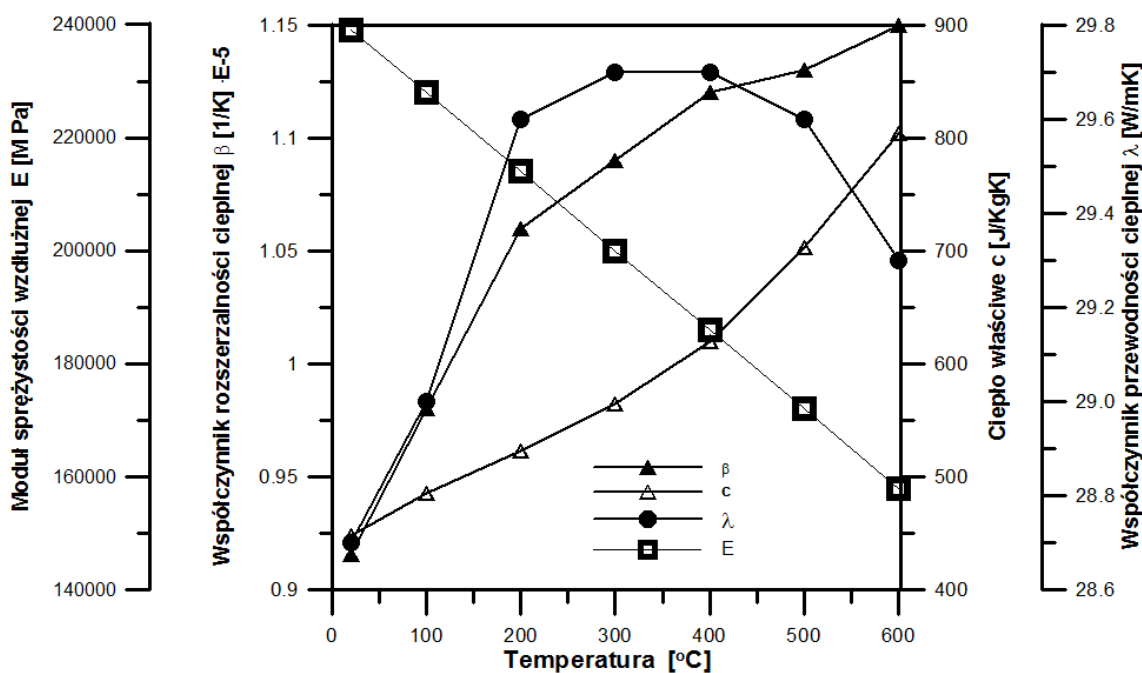
gdzie  $M$  oznacza masę molową wody,  $p_{abs}$  ciśnienie absolutne a  $(MR)$  uniwersalną stałą gazową.

Entalpia pary wodnej  $h$  wyznaczana jest na podstawie równania (4.2) natomiast ciepło właściwe pary wodnej  $c$  wyrażone jest w postać funkcji temperatury zgodnie z równaniem (4.3).

$$dh = c dT \quad (4.2)$$

$$c = c(T) \quad (4.3)$$

Analizowany fragment rurociągu został zaprojektowany ze stali P91, której własności cieplne i wytrzymałościowe w funkcji temperatury pokazane zostały na rysunku 4.6. Własności cieplne takie jak ciepło właściwe i współczynnik przewodzenia ciepła oraz stała co do wartości gęstość  $\rho=7750$  [kg/m<sup>3</sup>] wykorzystane zostały podczas analizy przeplywowo-cieplnej. Pozostałe własności stali P91 pokazane na rysunku 4.6 zostały wykorzystane podczas analiz cieplno-wytrzymałościowych omówionych w dalszej części rozdziału.



Rys. 4.6 Własności cieplne i wytrzymałościowe stali P91 w funkcji temperatury.

Ponieważ przepływ pary wodnej definiowanej jako gaz idealny jest przepływem ściśliwym a ponadto prędkości pary wodnej w rurociągu są stosunkowo wysokie zdecydowano się na zastosowanie pełnego równania bilansu energii (Total energy model) (4.4) do opisu transportu ciepła :

$$\frac{\partial(\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (U \cdot \tau) + U \cdot S_M + S_E \quad (4.4)$$

gdzie entalpia całkowita  $h_{tot}$  dana jest równaniem:

$$h_{tot} = h + \frac{1}{2} U^2 \quad (4.5)$$

Wyrażenie  $\nabla \cdot (U \cdot \tau)$  reprezentuje pracę wywołaną naprężeniami ścinającymi w płynie i jest nazywane lepkiem warunkiem pracy, natomiast wyrażenie  $U \cdot S_M$  reprezentuje pracę wykonaną przez moment zewnętrzny i jest w tym przypadku zaniedbywane [1].

Oprócz równania bilansu energii komplet równań transportu uzupełniają równanie ciągłości (4.6) oraz równanie bilansu pędu (4.7).

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (pU) = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \times U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + S_M \quad (4.7)$$

gdzie tensor naprężeń  $\tau$  jest związany z prędkością odkształceń przy pomocy zależności:

$$\tau = \mu \left( \nabla U + (\nabla U)^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot U \right) \quad (4.8)$$

Dla całego czasu trwania procesu nagrzewania analizowanego rurociągu liczba Reynoldsa  $Re$  charakteryzująca przepływ pary jest większa od  $10^4$  dlatego też przepływ pary traktowany był jako turbulentny a do jego opisu przyjęto model k- $\epsilon$ .

Model k- $\epsilon$  jest bardzo szeroko i chętnie stosowanym dwurównaniowym modelem turbulencji. Zapewnia wysoką dokładność wyników przy umiarkowanej komplikacji rozwiązywanego układu równań transportu. Model k- $\epsilon$  wykorzystuje hipotezę gradientu dyfuzji do wyznaczenia zależności pomiędzy naprężeniami Reynoldsa a gradientem prędkości średniej i lepkością turbulentną, która to jest wyznaczana na podstawie prędkości turbulentnej i skali wirów największych.

W modelu k- $\epsilon$  charakterystyczna skala prędkości wyznaczana jest na podstawie energii kinetycznej turbulencji  $k$  wyznaczonej z równania jej transportu (4.9). Skala wirów największych jest szacowana na podstawie własności pola turbulencji, energii kinetycznej turbulencji oraz szybkości dyssypacji  $\epsilon$ . Szybkość dyssypacji  $\epsilon$  jest wyznaczana z własnego równania transportu (4.10). Równania (4.9) i (4.10) stanowią uzupełnienie przedstawionych powyżej równań transportu.

Kinetyczna energia turbulencji  $k$  jako wariancja fluktuacji prędkości:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k v_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k + P_b - k\varepsilon - Y_M + S_k \quad (4.9)$$

Dyssypacja  $\varepsilon$  jako szybkość dyssypacji fluktuacji prędkości:

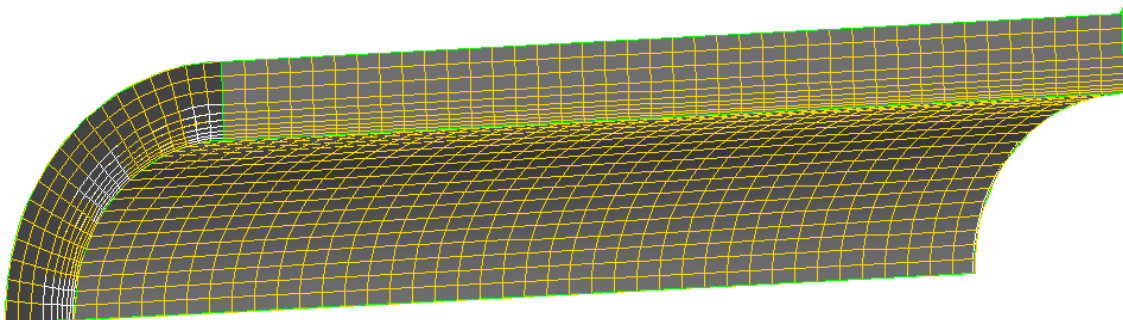
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon v_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (P_k + C_{3\varepsilon} P_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (4.10)$$

Jako warunek początkowy niezbędny do przeprowadzenia nieustalanej symulacji przepływowo-ciepłej przyjęto wyniki przeprowadzonej uprzednio analizy ustalonej. Na użytek analizy ustalonej zadano opisane powyżej warunki brzegowe z tą różnicą, że w miejsce przebiegów wydatku masowego pary, ciśnienia i temperatury pary zadano ich stałe wartości równe wartościom tych wielkości dla chwili rozpoczęcia procesu nagrzewania rurociągu  $t=0$  [s].

Dla przedstawionych warunków brzegowych oraz przyjętego układu równań transportu przeprowadzono obliczenia przepływowo-ciepłe przy użyciu bilansowej metody elementów skończonych z wykorzystaniem komercyjnego kodu programu Ansys CFX. Jako wynik przeprowadzonych obliczeń otrzymano zbiór rozkładów temperatury w analizowanym rurociągu oraz przepływającej parze. Wyznaczone rozkłady temperatury posłużyły jako obciążenia do wyznaczenia rozkładów naprężeń cieplnych w analizowanym fragmencie rurociągu podczas obliczeń cieplno-wytrzymałościowych.

### 4.3. Analiza cieplno-wytrzymałościowa

Podczas obliczeń cieplno-wytrzymałościowych analizowany był jedynie 2 [m] odcinek rurociągu znajdujący się za odcinkiem wlotowym. Geometria wraz z podziałem na elementy skończone dwumetrowego odcinka rurociągu przedstawiono na rysunku 4.7.



Rys. 4.7 Geometria analizowanego odcinka rurociągu wraz z podziałem na elementy skończone

Jako obciążenia i warunki brzegowe w analizach cieplno-wytrzymałościowych przyjęto rozkłady temperatury wyznaczone w analizie przepływowo-ciepłej, więzy uniemożliwiające ruch fragmentu rurociągu jako bryły sztywnej oraz własności cieplno-wytrzymałościowe stali P91.

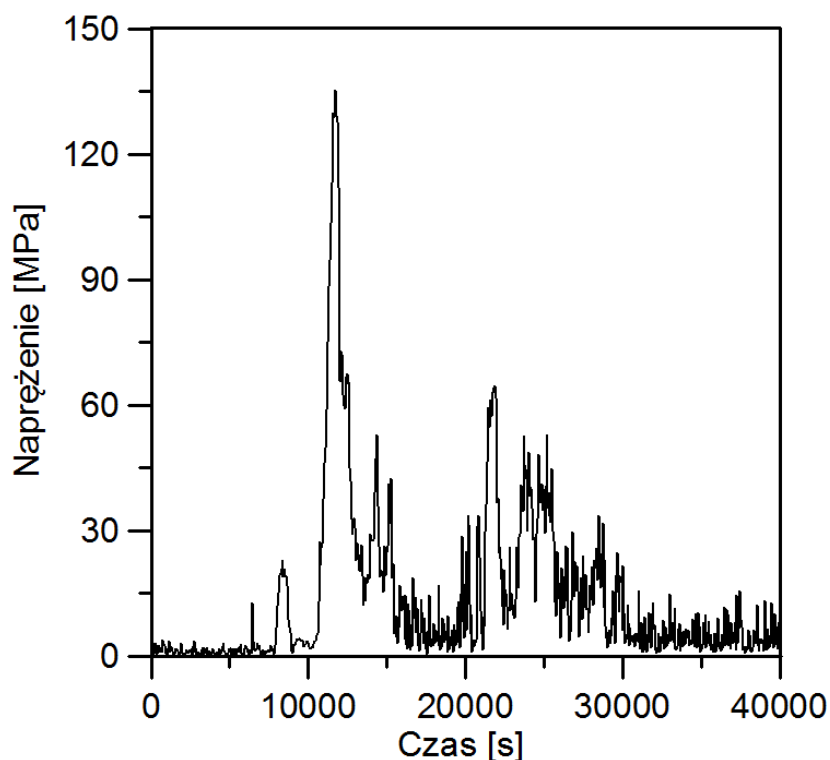
Utwierdzając analizowany odcinek rurociągu zablokowano możliwość przesuwu powierzchni znajdującej się nad wlotem do rurociągu w kierunku zgodnym z jego osią. Na powierzchniach symetrii powstałych poprzez „wycięcie” ćwiartki rurociągu zablokowano przesuw w kierunkach prostopadłych do osi rurociągu a na powierzchni nad wylotem z rurociągu zadano warunek „couplingu”. Oznacza to, że powierzchnia nad wylotem z rurociągu może się przemieszczać wzdłuż osi rurociągu, ale musi pozostać do niej prostopadła. Wszystkie więzy zdawane były na węzłach siatki elementów skończonych.

Własności materiałowe stali P91 takie jak ciepło właściwe  $c$ , współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda$ , współczynnik rozszerzalności cieplnej  $\beta$  i moduł Younga  $E$  w funkcji temperatury przedstawione zostały na rysunku 4.6. Ponadto do obliczeń przyjęto stałe, niezależne od temperatury wartości gęstości stali P91  $\rho=7750$  [kg/m<sup>3</sup>] oraz współczynnik Poissona  $\nu=0,3$ .

Obliczenia cieplno-wytrzymałościowe przeprowadzono dla kolejnych wyznaczonych rozkładów temperatur rurociągu w odstępach czasowych co 50 [s]. Obliczenia przeprowadzono metodą elementów skończonych w programie Ansys [1]. Jako wynik przeprowadzonych obliczeń otrzymano zbiór rozkładów zredukowanych naprężeń cieplnych liczonych według hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky'ego (4.11). Z otrzymanych rozkładów odczytano maksymalne zredukowane naprężenia cieplne i przedstawiono je w postaci wykresu na rysunku 4.8.

$$\sigma_{eqv} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (4.11)$$

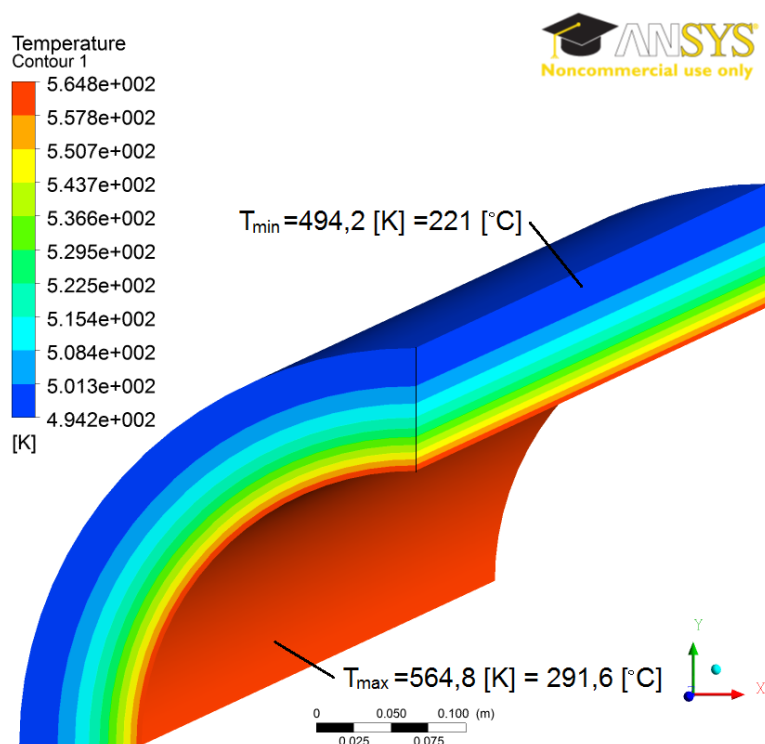
gdzie  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  i  $\sigma_z$  stanowią naprężenia normalne w kierunkach głównych a  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$ , i  $\tau_{zx}$  naprężenia styczne.



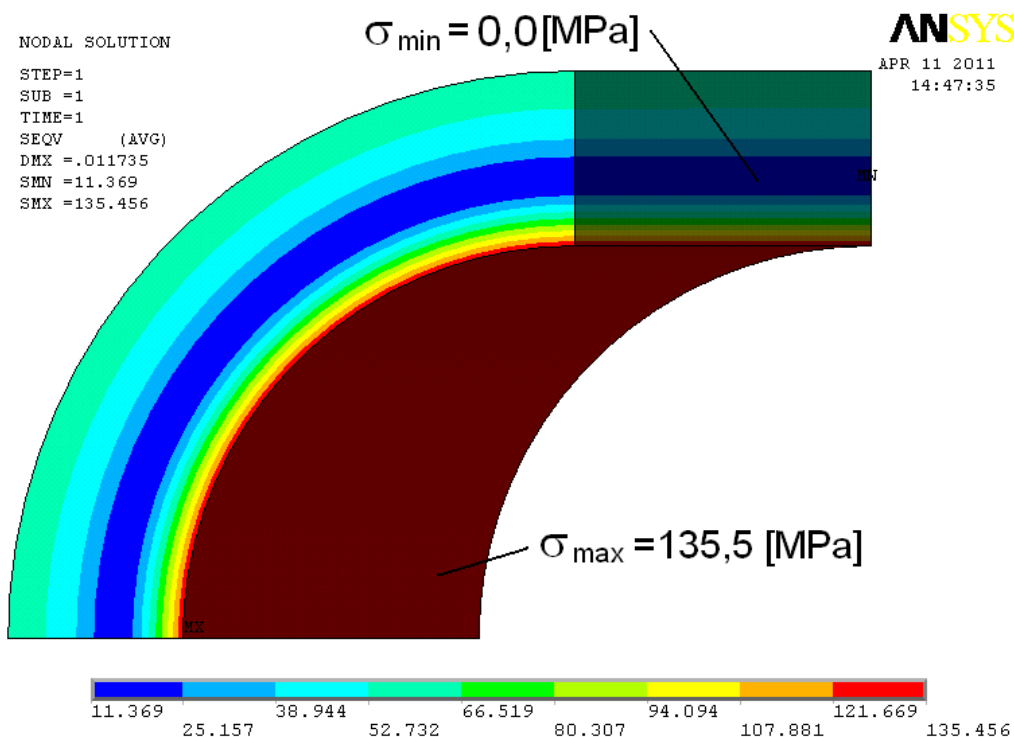
Rys. 4.8 Maksymalne zredukowane naprężenia cieplne w analizowanym fragmencie rurociągu w czasie trwania procesu nagrzewania [MPa]

Maksymalne zredukowane naprężenia cieplne pojawiają się w rurociągu po upływie 11750 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania i wynoszą 135,5 [MPa]. Na rysunku 4.9 pokazano rozkład temperatury a na rysunku 4.10 rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych panujący w analizowanym odcinku rurociągu po upływie tego czasu.

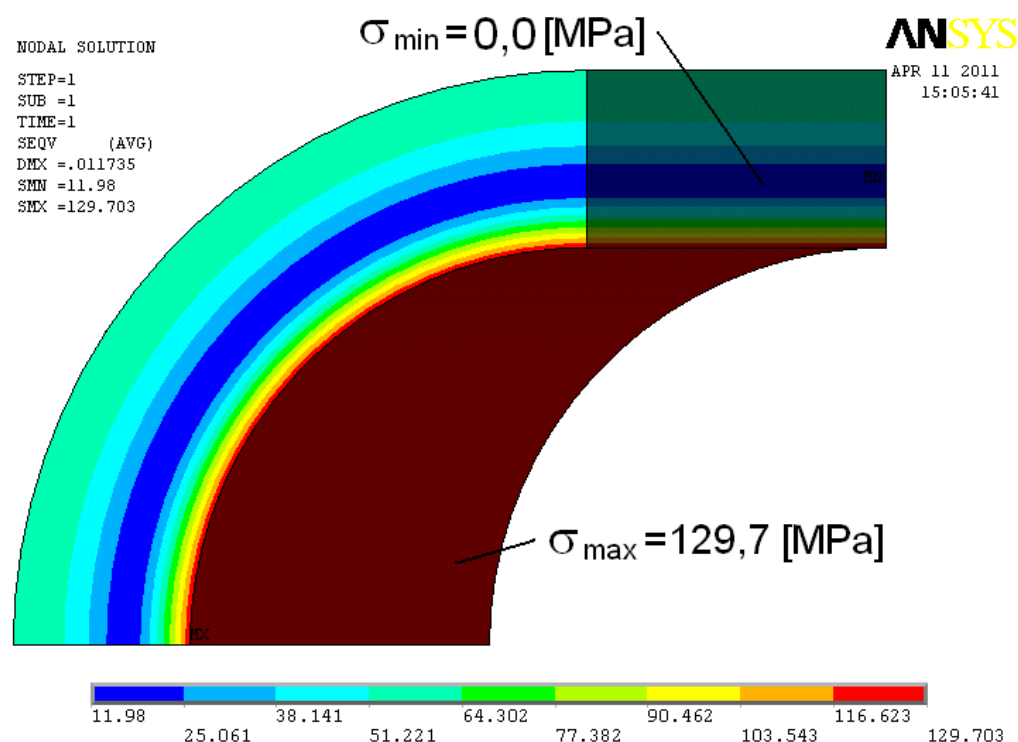
Również dla czasu 11750 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania rurociągu wyznaczone zostały naprężenia sumaryczne. W tym celu analizowany rurociąg został obciążony ciśnieniem wewnętrznym 2,2 [MPa] odpowiadającym ciśnieniu pary wodnej przepływającej przez analizowany fragment rurociągu po upływie 11750 [s]. Ponadto powierzchnia nad wylotem z zamodelowanego fragmentu rurociągu obciążona została ciśnieniem -1,1 [MPa]. Warunek ten pozwala odwzorować sytuację, w której analizowany rurociąg jest dodatkowo rozciągany poprzez ciśnienie oddziaływujące na element orurowania zamykający rurociąg (zawór, zasuwa czy też kołnierz zaślepiający) lub zmieniający kierunek przepływu (kolano). Pozostałe warunki brzegowe zostały zadane w identyczny sposób jak w przypadku obliczeń naprężeń cieplnych. Obliczenia numeryczne zostały przeprowadzone metodą elementów skończonych w programie Ansys a ich wynikiem był rozkład zredukowanych naprężeń sumarycznych w analizowanym fragmencie rurociągu (rysunek 4.11). Maksymalne zredukowane naprężenia sumaryczne wynoszą 129,7 [MPa] i są niższe od maksymalnych zredukowanych naprężeń cieplnych. Dzieje się tak dlatego, że podczas procesu rozruchu elementów orurowania maksymalne naprężenia cieplne pojawiają się na powierzchni wewnętrznej elementów i mają charakter ściskający podczas, gdy naprężenia pochodzące od ciśnienia mają charakter rozciągający.



Rys. 4.9 Rozkład temperatury w analizowanym odcinku rurociągu po upływie 11750 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania, [°C]



Rys. 4.10 Rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych w analizowanym odcinku rurociągu po upływie 11750 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania, [MPa]



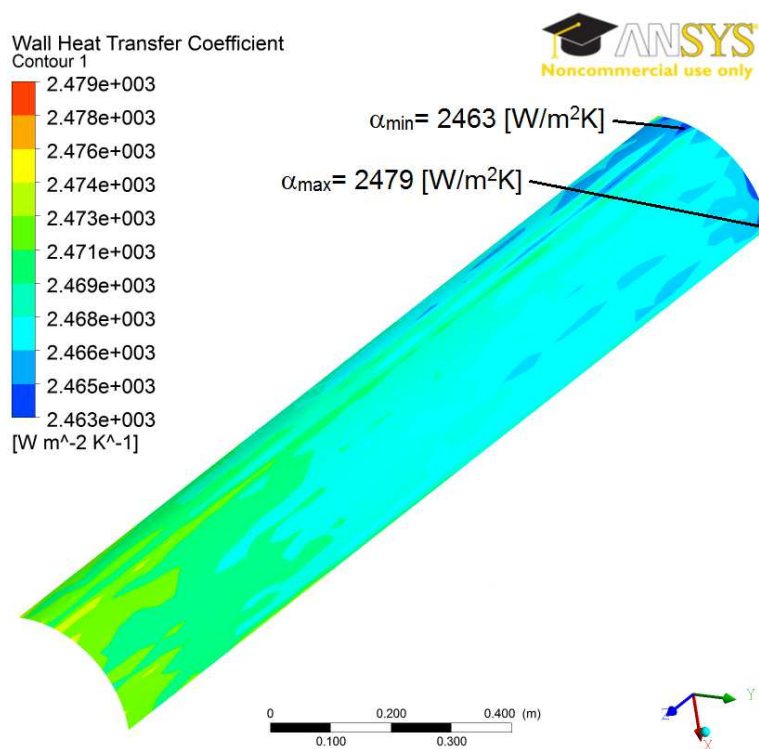
Rys. 4.11 Rozkład zredukowanych naprężeń sumarycznych w analizowanym odcinku rurociągu po upływie 11750 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania, [MPa]



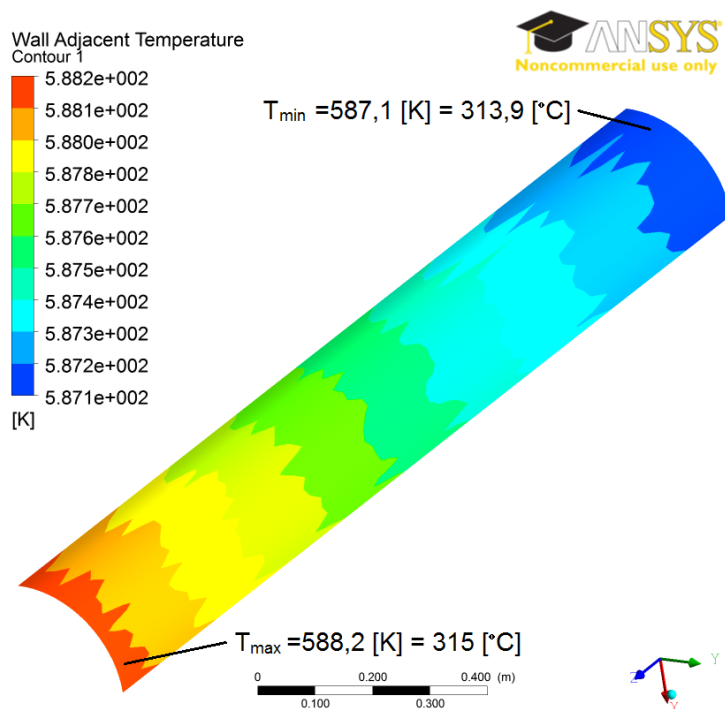
Wyznaczone naprężenia w czasie całego procesu nagrzewania rurociągu są znacznie niższe od naprężeń dopuszczalnych dla stali P91, co potwierdza bezpieczną pracę prostoliniowego odcinka rurociągu podczas rozruchu.

Zaprezentowana metoda nie wymaga znajomości rozkładów współczynnika wnikania ciepła  $\alpha$  na powierzchni wewnętrznej analizowanego elementu, ponieważ rozkłady powyższego współczynnika są wyznaczone dla całej powierzchni analizowanego elementu dla wszystkich kolejnych kroków czasowych w trakcie analizy przepływowo-ciepłnej. Na rysunku 4.12 pokazano przykładowy rozkład współczynnika wnikania ciepła  $\alpha$  na powierzchni wewnętrznej analizowanego fragmentu rurociągu po upływie 11750 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania a na rysunku 4.13 przedstawiono związany z nim rozkład temperatury w warstwie przyściennej rurociągu.

Wartości współczynnika wnikania ciepła oraz temperatury w warstwie przyściennej analizowanego fragmentu rurociągu zmieniają się w niewielkim zakresie (poniżej 1[%]) dla poszczególnych kroków czasowych a ich zmienność nie ma wielkiego wpływu na uzyskiwane rozkłady naprężeń. Fakt ten powodowany jest prostą geometrią powierzchni wewnętrznej rurociągu. Dla elementów orurowania, dla których powierzchnia wewnętrzna przyjmuje bardziej skomplikowaną formę, różnice wartości współczynnika wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej dla jednego kroku czasowego mogą być znaczne, co zostanie pokazane w kolejnych rozdziałach pracy.

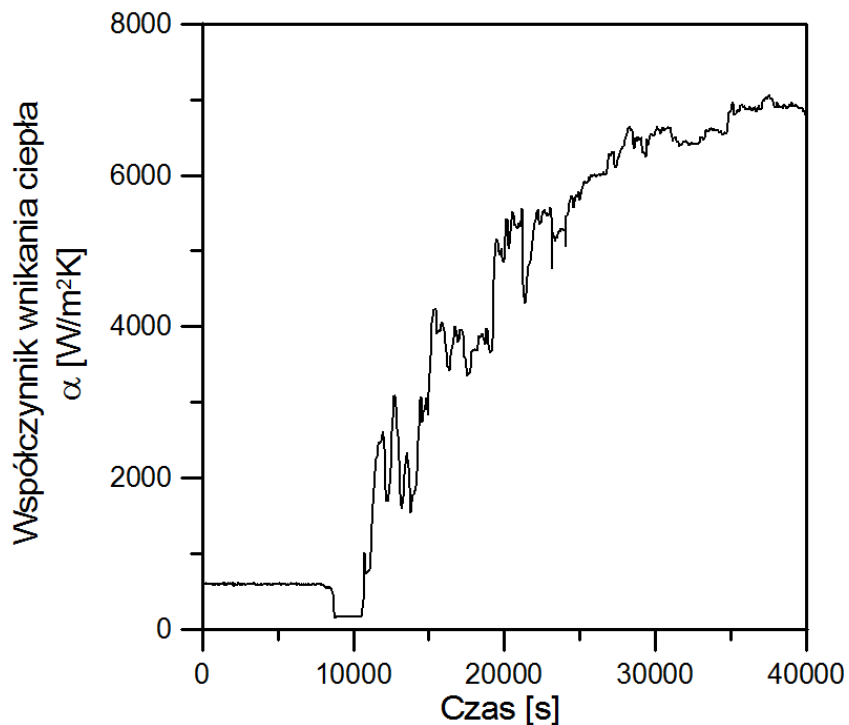


Rys. 4.12 Rozkład współczynnika wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej analizowanego fragmentu rurociągu po upływie 11750 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania, [W/m<sup>2</sup>K]



Rys. 4.13 Rozkład temperatury w warstwie przyściennej analizowanego fragmentu rurociągu po upływie 11750 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania, [K]

Wartości współczynnika wnikania ciepła zmieniają się natomiast w bardzo znaczący sposób w czasie trwania procesu nagrzewania, co spowodowane jest zmieniającymi się warunkami przepływu. Na rysunku 4.14 pokazano przebieg współczynnika wnikania ciepła w losowo wybranym punkcie na powierzchni wewnętrznej rurociągu.



Rys. 4.14 Wartości współczynnika wnikania ciepła  $\alpha$  podczas trwania procesu nagrzewania rurociągu w wybranym punkcie na jego powierzchni wewnętrznej

Wartości współczynnika wnikania ciepła zmieniają się w bardzo szerokim zakresie od ok.  $\alpha = 160$  [W/m<sup>2</sup>K] dla okresu czasu od 8750 do 10500 [s] aż do  $\alpha=7000$  [W/m<sup>2</sup>K] po upływie 37000 do 38000 [s].

Przedstawione wyniki obliczeń potwierdzają bezpieczną pracę rurociągu. Zarówno zredukowane naprężenia cieplne jak i zredukowane naprężenia sumaryczne nie przekraczają dopuszczalnych naprężeń w elemencie konstrukcyjnym.

Przedstawiona pełna analiza, obejmująca modelowanie przepływu pary w rurociągu metodami komputerowej mechaniki płynów, umożliwia nie tylko określenia rozkładu prędkości, ciśnień i temperatur w płynie, ale również w oparciu o wyznaczony rozkład temperatur w grubościennym rurociągu, pozwala na wyznaczenie panujących tam naprężeń cieplnych i sumarycznych.

Wysoka zmienność wartości współczynnika wnikania ciepła w czasie trwania nieustalonego procesu rozruchu rurociągu zależna od zmieniających się warunków przepływu pary potwierdza celowość zastosowania obliczeń przepływowo-cieplnych w miejsce obliczeń rozkładów temperatury na podstawie konwekcyjnego warunku wnikania ciepła przy stałej z góry założonej wartości współczynnika wnikania ciepła prezentowanych dotychczas w literaturze.

## 5. Optymalizacja procesu nagrzewania grubościennych elementów bloku energetycznego

Podczas pracy a w szczególności w czasie rozruchu i wyłączenia bloku energetycznego z ruchu dochodzi do powstania wysokich naprężeń cieplnych w jego elementach konstrukcyjnych. Szczególnie narażone na przekroczenie dopuszczalnych naprężeń są elementy grubościenne takie jak walczaki, komory, trójniki oraz zawory [24,36,95,99]. Aby nie dopuścić do zniszczenia lub uszkodzenia powyższych elementów należy monitorować naprężenia w nich powstające.

W wielu pracach opisywane są sposoby określenia odpowiednich parametrów rozruchu i odstawiania, tak aby maksymalne naprężenia nie przekraczały wartości dopuszczalnych [28,96]. W pracy [28] przedstawiono propozycję metody pozwalającej na określenie przebiegu temperatury czynnika, tak aby maksymalne naprężenia cieplne nie przekraczały naprężenia dopuszczalnego. Zaproponowana optymalizacja przebiega dwuetapowo, metodą złotego podziału wyznaczana jest szybkość nagrzewania a następnie metodą Levenberga-Marquardta wyznaczany jest początkowy skok temperatury czynnika. Przedstawiona metoda może być wykorzystana dla dowolnych elementów konstrukcyjnych również o złożonej geometrii. Niedogodnością metody przedstawionej w pracy [28] jest konieczność zadania współczynnika wnikania ciepła na powierzchniach wewnętrznych elementu, które są omywane przez przepływający czynnik roboczy. Zgrubnie oszacowana lub wyliczona na podstawie równań kryterialnych wartość konwekcyjnego współczynnika wnikania ciepła, stała dla całej powierzchni wewnętrznej elementu ciśnieniowego jak również niezmienna w czasie może być źródłem niedokładności w obliczeniach.

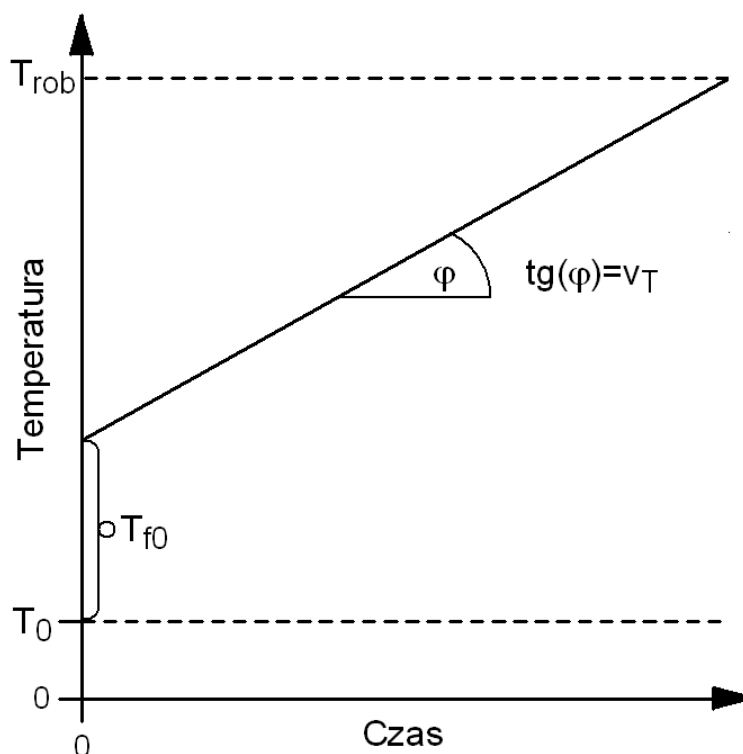
W niniejszej pracy przedstawiona została metoda optymalizacji procesu włączania do ruchu dowolnego elementu grubościennego ze stanu „zimnego” aż do osiągnięcia żądanych parametrów pracy  $T_{rob}$  i  $p_{rob}$ , w której nie ma potrzeby zadawania konwekcyjnego warunku brzegowego.

Wykorzystując sprzężoną analizę przepływowo-cieplno-wytrzymałościową połączoną z procedurą optymalizacyjną Levenberga-Marquardta wyznaczono przebieg temperatury czynnika na wlocie do analizowanego elementu, tak aby maksymalne zredukowane naprężenia cieplne powstające podczas procesu nagrzewania były zbliżone do naprężeń dopuszczalnych. Do wyznaczenia rozkładów temperatury w analizowanym elemencie oraz przepływającej w nim parze w kolejnych krokach czasowych analizy posłużył komercyjny kod programu Ansys CFX dokonujący obliczeń bilansową metodą elementów skończonych. Na podstawie wyznaczonych rozkładów temperatury w elemencie konstrukcyjnym określono rozkłady naprężeń. Obliczenia wytrzymałościowe przeprowadzono metodą elementów skończonych za pomocą programu Ansys.

### 5.1. Opis metody

Celem przedstawionej metody jest wyznaczenie takiego przebiegu temperatury na wlocie do analizowanego grubościennego elementu ciśnieniowego, aby maksymalne zredukowane naprężenie cieplne w całym elemencie było jak najbliższe naprężeniu dopuszczalnemu.

Założono, że w chwili rozpoczęcia procesu nagrzewania cały analizowany element ciśnieniowy ma temperaturę początkową  $T_0$ . Następnie na wlocie do elementu wprowadzany jest czynnik o temperaturze zmieniającej się tak jak pokazano na rys.5.1. Zmiana temperatury czynnika opisana jest funkcją liniową o współczynniku kierunkowym równym  $v_T$  oraz wyrazie wolnym równym  $T_{f0} + T_0$ . Wielkości  $v_T$  i  $T_{f0}$  są poszukiwane i stanowią zmienne optymalizowane.



Rys. 5.1. Założony przebieg temperatury czynnika na wlocie do analizowanego elementu

Za funkcje celu przyjęto różnicę pomiędzy maksymalnymi zastępczymi naprężeniami cieplnymi  $\sigma_{eqv}(T_{f0}, v_T, t_j)$ , liczonymi według hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky'ego w kolejnych krokach czasowych a naprężeniem dopuszczalnym dla elementu konstrukcyjnego  $\sigma_a$ :

$$\sigma_{eqv}(T_{f0}, v_T, t_j) - \sigma_a \cong 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (5.1)$$

gdzie  $n$  jest ilością analizowanych kroków czasowych podczas ogrzewania grubościennego elementu ciśnieniowego,  $T_{f0}$  jest poszukiwanym początkowym skokiem temperatury czynnika,  $v_T$  jest poszukiwaną szybkością zmiany temperatury czynnika.

Zmienne optymalizowane zmieniają się w zakresie:

$$\begin{aligned} 0 &\leq T_{f0} \leq (T_{rob} - T_0) \\ 0 &< v_T \leq v_{Tmax} \end{aligned} \quad (5.2)$$

gdzie wartość maksymalnej szybkości nagrzewania  $v_{Tmax}$  można określić na podstawie wcześniej przeprowadzonych analiz analitycznych lub numerycznych.

Suma

$$S(T_{f0}, v_T) = \sum_{j=1}^n (\sigma_{eqv}(T_{f0}, v_t, t_j) - \sigma_a)^2 \quad (5.3)$$

jest minimalizowana za pomocą procedury optymalizacyjnej Levenberga-Marquardta.

Algorytm Levenberga-Marquardta jest obecnie jednym z najczęściej wykorzystywanych algorytmów optymalizacyjnych, w szczególności w nieliniowym zadaniu najmniejszych kwadratów. Jest to algorytm iteracyjny, łączący w sobie cechy metody największego spadku i metody Gaussa-Newtona. Algorytm zregularyzowanej estymacji zaproponowany przez Levenberga-Marquardta jest w istocie nieliniową wersją regresji grzbietowej – metody stosowanej w przypadku modeli liniowych [77].

W praktycznym zastosowaniu algorytmu Levenberga-Marquardta do obliczeń numerycznych szczególną uwagę należy zwrócić na dobór wartości startowych optymalizacji oraz dopuszczalnego przedziału zmienności optymalizowanych parametrów. Założenie wartości startowych znacznie różniących się od wartości optymalnych powoduje znaczne zwiększenie ilości iteracji niezbędnych do wyznaczenia akceptowalnego rozwiązania. Natomiast zadanie zbyt wąskiego przedziału zmienności optymalizowanych parametrów może spowodować konieczność powtórzenia obliczeń.

Maksymalne naprężenia cieplne powstające w analizowanym elemencie w czasie trwania procesu nagrzewania pod wpływem przepływającego przez niego płynu wyznaczano poprzez analizę nieustalonego zagadnienia przeplywowo-cieplno-wytrzymałościowego. Analizę zagadnienia przeplywowo-cieplno-wytrzymałościowe przeprowadzono w dwóch etapach. W pierwszym z nich przeprowadzono analizę przeplywowo-cieplną a w drugim analizę cieplno-wytrzymałościową.

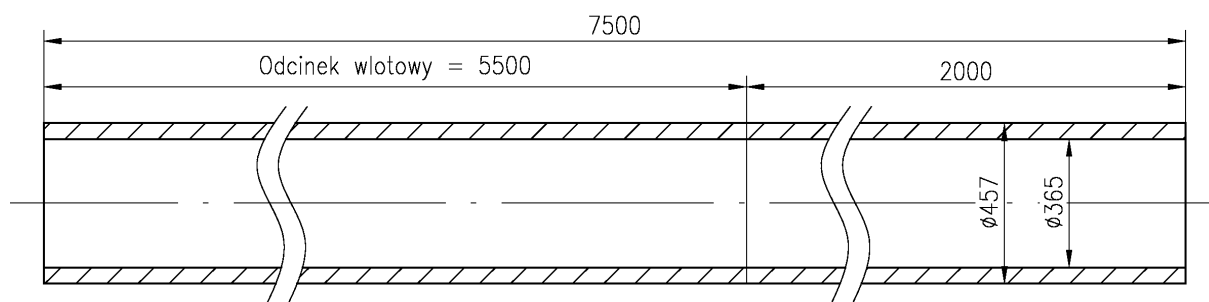
Na użytek analizy przeplywowo-cieplnej zamodelowany powinien być zarówno element konstrukcyjny jak i przeplywający w nim płyn. Przy pomocy bilansowej metody elementów skończonych wyznaczane są rozkłady temperatury w płynie i analizowanym elemencie ciśnieniowym. Mogą też być wyliczone rozkłady konwekcyjnego współczynnika wnikania ciepła w warstwie przysciennej płynu przylegającej do powierzchni wewnętrznej elementu.

Jako warunki brzegowe można przyjąć: stałą prędkość przeplywu oraz liniowo rosnącą temperaturę płynu na wlocie do analizowanego elementu, stałe ciśnienie panujące w przeplywającym płynie, idealną izolację cieplną powierzchni zewnętrznej elementu oraz odpowiednie warunki symetrii. Powierzchnie wewnętrzną analizowanego elementu należy potraktować jako powierzchnię kontaktu czynnik-ciało stałe. Rozkłady temperatur w elemencie oraz przeplywającym czynnikiem można wyznaczyć dla dowolnego czasu od rozpoczęcia procesu nagrzewania.

W drugim etapie analizy przy pomocy metody elementów skończonych wyznaczane są rozkłady naprężeń w grubościennym elemencie ciśnieniowym w kolejnych krokach czasowych. Czasowo-przestrzenny rozkład temperatury przyjmowany jest ze wcześniejszych obliczeń. Zadawane są odpowiednie własności materiałowe elementu oraz odpowiednie więzy geometryczne zapobiegające przemieszczeniu elementu jako bryły sztywnej.

## 5.2. Zastosowanie metody optymalizacyjnej do grubościennego rurociągu.

Analizowany odcinek rurociągu został zaprojektowany ze stali P91 do pracy przy nadciśnieniu  $p_{rob}=18$  [MPa] i temperaturze  $T_{rob}=540$  [°C] i pracuje w zespole orurowania kotła parowego BP1150 o nominalnej wydajności masowej 1150 [t/h], będącego częścią bloku energetycznego o mocy 360 [MW]. Wymiary grubościennego odcinka rurociągu zostały przedstawione na rys. 5.2.



Rys. 5.2. Grubościenne rurociąg – przekrój wzdłużny [mm]

W przeprowadzonej symulacji parę wodną potraktowano jako gaz o stałych własnościach (constant property gas), ponadto przyjęte zostały stałe własności materiałowe stali P91 dla temperatury 500 [°C], jako temperatury zbliżonej do nominalnej temperatury pracy rurociągu. Założenie stałych własności materiałowych jest często stosowane w praktyce obliczeniowej, ponieważ pozwala znacznie ograniczyć czas niezbędny do przeprowadzenia symulacji nie wpływając znacząco na jej rezultaty.

Jako naprężenie dopuszczalne użyte do sformułowania funkcji celu przyjęto ilorz granicy plastyczności  $Re$  dla stali P91 w temperaturze 550 [°C] równej co do wartości 270 [MPa] i współczynnika bezpieczeństwa  $x = 1,56$ . Wartość przyjętego naprężenia dopuszczalnego wynosiła 173 [MPa].

Metoda optymalizacyjna zaprezentowana w rozdziale 5.1 została zastosowana dla powyższych danych.

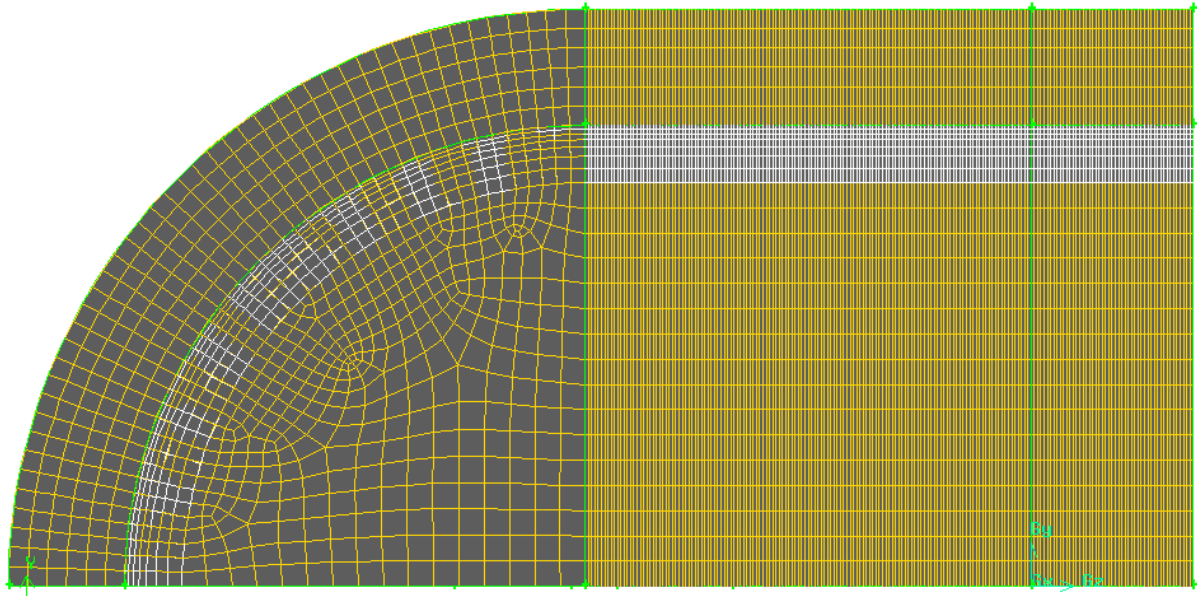
Do zbudowania geometrii oraz siatki elementów skończonych wykorzystano program GAMBIT. Ze względu na warunki symetrii zamodelowana została jedna czwarta rurociągu, co pozwala istotnie zmniejszyć liczbę generowanych węzłów siatki. Podczas podziału modelowanego elementu na elementy skończone kierowano się rezultatami analiz przedstawianych w rozdziale 3 oraz literaturze [29,30,31]. Wygląd wygenerowanej siatki przedstawia rys. 5.3.

Zamodelowana siatka posłużyła do wyznaczenia rozkładów temperatury w czynniku i stali za pomocą komercyjnego kodu programu Anasys CFX [1].

Jako warunki brzegowe na wlocie do rurociągu zadano: stały wydatek masowy pary wodnej  $\dot{m} = 78$  [kg/s] oraz temperaturę  $T(t)$  zmieniającą się w czasie trwania procesu nagrzewania zgodnie z równaniem:

$$T(t) = T_0 + T_{f0} + v_T \cdot t \quad (5.4)$$





Rys. 5.3. Podział analizowanego odcinka rurociągu oraz przepływającej pary na elementy skończone

Założono temperaturę początkową odcinka rurociągu wynoszącą  $T_0 = 20$  [°C]. Zdefiniowano powierzchnię wewnętrzną rurociągu jako powierzchnię kontaktu pomiędzy stalą a parą wodną, zadano warunek idealnej izolacji cieplnej na powierzchni zewnętrznej rurociągu oraz odpowiednie warunki symetrii.

Wynik przeprowadzonych obliczeń dla jednego kroku iteracyjnego optymalizacji stanowi zbiór rozkładów temperatur w rurociągu i przepływającej w nim parze we wszystkich kolejnych krokach czasowych symulacji.

Do wyznaczenia rozkładów naprężeń posłużono się komercyjnym kodem programu Ansys dokonującym obliczeń metodą elementów skończonych [1]. Przyjęto własności materiałowe stali P91 w temperaturze 500 [°C], więzy geometryczne uniemożliwiające ruch zamodelowanego odcinka rurociągu jako bryły sztywnej, odpowiednie warunki symetrii oraz przestrzenne rozkłady temperatur dla kolejnych kroków czasowych symulacji. Jako wynik przeprowadzonych obliczeń otrzymano zbiór rozkładów zredukowanych naprężeń cieplnych w kolejnych krokach czasowych analizy.

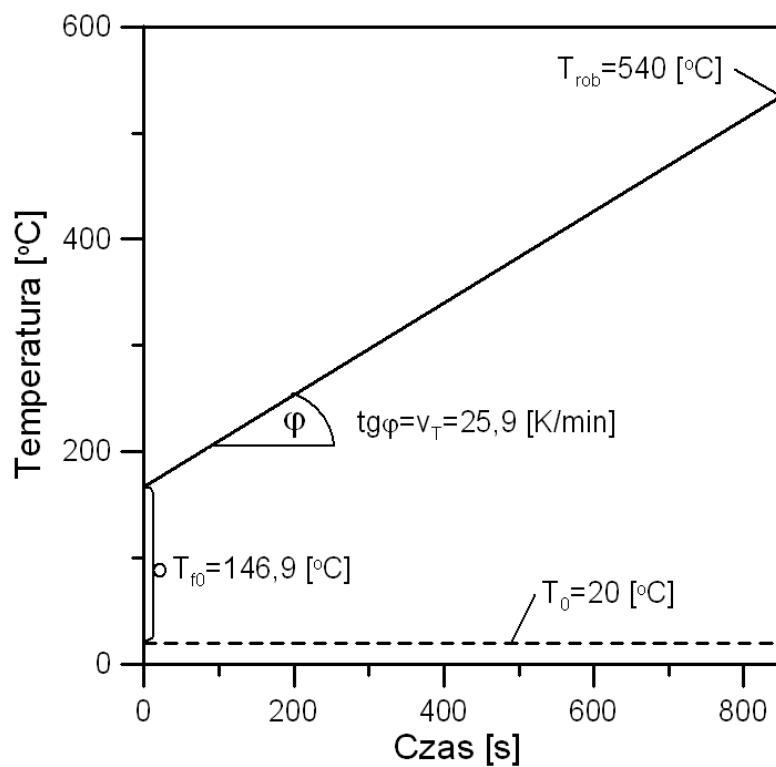
W celu ustalenia optymalnych współczynników równania 5.4, czyli takich, dla których różnica pomiędzy naprężeniami dopuszczalnymi a maksymalnymi naprężeniami cieplnymi powstającymi w rurociągu w kolejnych krokach czasowych będzie bliska zeru, posłużono się procedurą optymalizacyjną Levenberga-Maquadta.

Jako wartości startowe dla procedury optymalizacyjnej przyjęto  $T_{f0} = 150$  [°C] i  $v_T = 15$  [K/min]. Przedziały zmienności optymalizowanych parametrów wynosiły 50 do 500 [°C] dla  $T_{f0}$  i 5 do 50 [K/min] dla  $v_T$ .

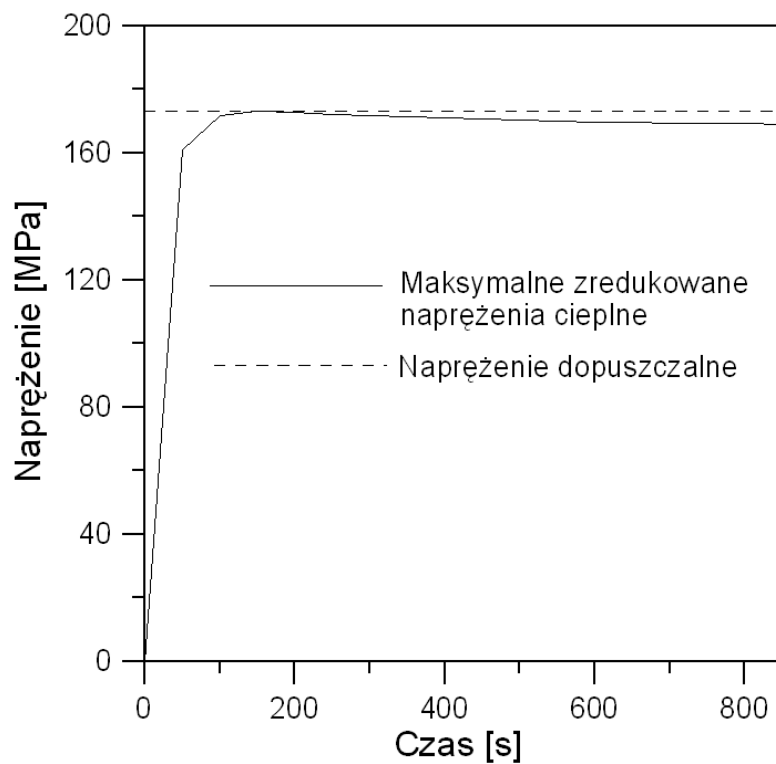
Wyniki uznane za satysfakcjonujące uzyskano już w 3 iteracji i wynosiły one odpowiednio  $T_{f0} = 146,9$  [°C] i  $v_T = 25,9$  [K/min].

Na rys. 5.4 przedstawiono wyznaczony optymalny przebieg zmienności temperatury czynnika na wlocie do rurociągu. Natomiast na rys. 5.5 przedstawiano odpowiadający mu przebieg

maksymalnych zredukowanych naprężeń cieplnych w funkcji czasu. Na rys. 5.5 widać, że w wyniku zastosowania zaproponowanej metody maksymalne zredukowane naprężenia cieplne zostały ograniczone do naprężenia dopuszczalnego.

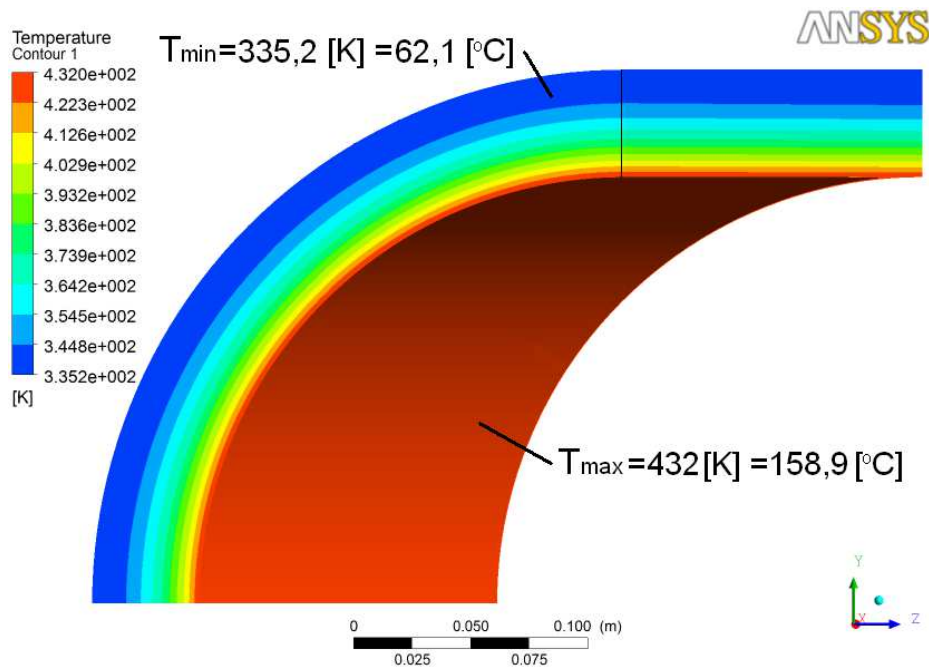


Rys. 5.4. Optymalny przebieg temperatury czynnika na wlocie do rurociągu

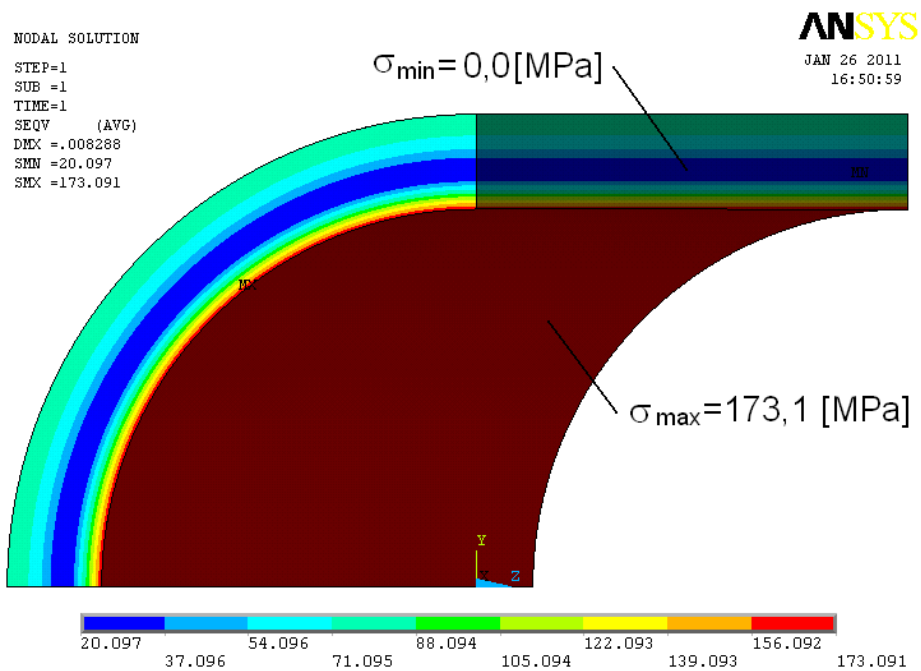


Rys. 5.5. Maksymalne zredukowane naprężenia cieplne w rurociągu w funkcji czasu

Najwyższe naprężenia cieplne pojawiły się po czasie 150 [s] od rozpoczęcia symulacji. Na rys. 5.6 przedstawiono rozkład temperatury w rurociągu dla czasu 150 [s] od rozpoczęcia symulacji.



Rys. 5.6. Rozkład temperatury w rurociągu dla czasu 150 [s] w [K]



Rys. 5.7. Rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych w rurociągu dla czasu 150 [s] w [MPa]

Na rys. 5.7 przedstawiono rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych obliczonych według hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego dla tego czasu. Najwyższe naprężenia w czasie 150 [s] pojawiają się na powierzchni wewnętrznej elementu. Są to naprężenia ściskające spowodowane nagrzewaniem wewnętrznej powierzchni rurociągu przez przepływający czynnik.

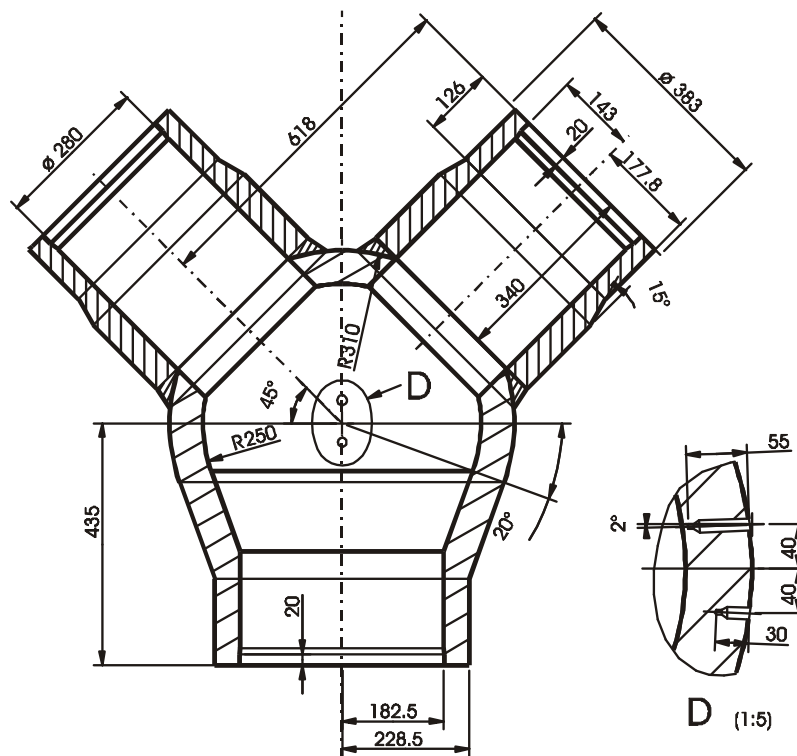
### 5.3. Zastosowanie metody optymalizacyjnej do grubościennego trójkąta.

Podobnie jak rurociąg grubościenny trójkąt został zaprojektowany ze stali P91 do pracy przy nadciśnieniu  $p_{rob}=18$  [MPa] i temperaturze  $T_{rob}=540$  [°C] i pracuje w zespole orurowania kotła parowego BP1150 o nominalnej wydajności masowej 1150 [t/h], będącego częścią bloku energetycznego o mocy 360 [MW]. Wymiary grubościennego trójkąta zostały przedstawione na rysunku 5.8.

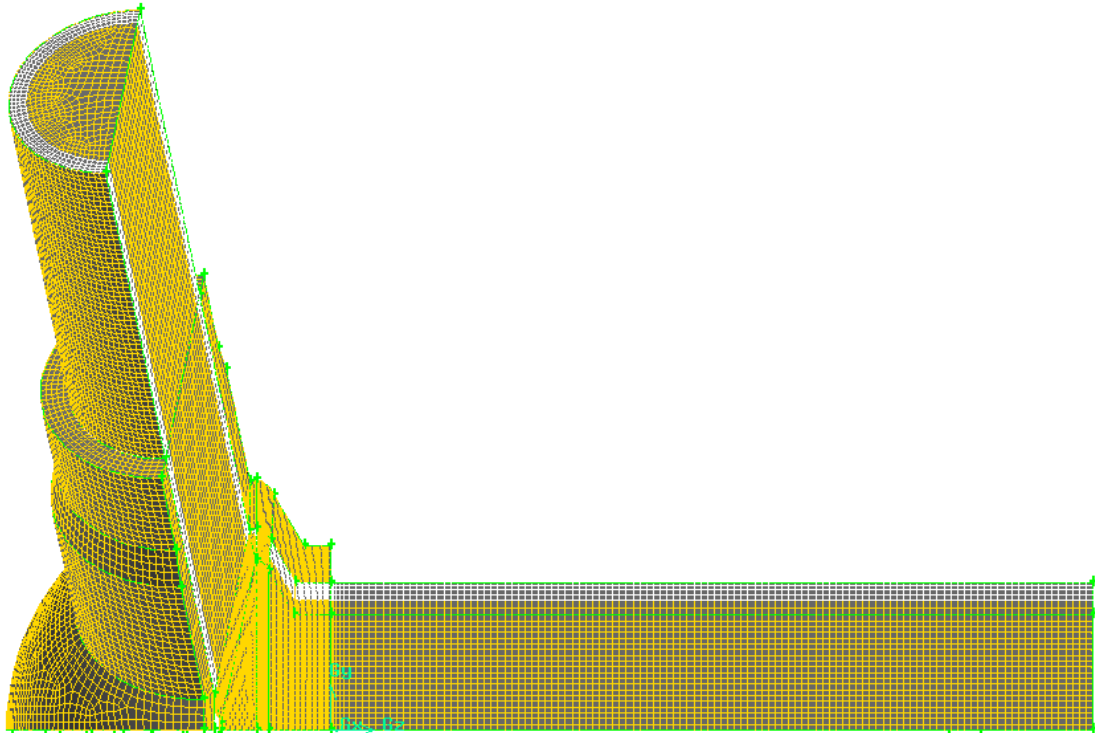
W przeprowadzonej symulacji parę wodną potraktowano jako gaz o stałych własnościach (constant property gas), ponadto przyjęte zostały stałe własności materiałowe stali P91 dla temperatury 500 [°C], jako temperatury zbliżonej do nominalnej temperatury pracy rurociągu, którego elementem jest modelowany trójkąt.

Jako naprężenie dopuszczalne użyte do sformułowania funkcji celu przyjęto ilorz granicy plastyczności  $Re$  dla stali P91 w temperaturze 550 [°C] równej co do wartości 270 [MPa] i współczynnika bezpieczeństwa  $x = 1,59$ . Wartość przyjętego naprężenia dopuszczalnego wynosiła 170 [MPa].

Zaprezentowana w rozdziale 5.1 metoda została zastosowana dla powyższych danych.



Rys. 5.8. Grubościenny trójkąt – przekrój poprzeczny, [mm]



Rys. 5.9. Podział analizowanego trójnika oraz przepływającej pary na objętości kontrolne

Do zbudowania geometrii oraz siatki elementów skończonych wykorzystano program GAMBIT. Ze względu na warunki symetrii zamodelowana została jedna czwarta trójnika, co pozwala istotnie zmniejszyć liczbę generowanych węzłów siatki. Podczas podziału modelowanego elementu na elementy skończone kierowano się rezultatami analiz przedstawianych w rozdziale 3 i literaturze [29,30,31]. Wygląd wygenerowanej siatki przedstawia rys. 5.9. Przed wlotem do trójnika zamodelowano odcinek wlotowy o długości 5500 [mm], którego zadaniem jest zapewnienie w pełni rozwiniętego profilu prędkości i temperatury pary na wlocie do analizowanego elementu.

Zamodelowana siatka posłużyła do wyznaczenia rozkładów temperatury w czynniku oraz elemencie konstrukcyjnym za pomocą komercyjnego kodu programu Ansys CFX [1].

Jako warunki brzegowe na wlocie do trójnika zadano: stały wydatek masowy pary wodnej  $\dot{m} = 78$  [kg/s] oraz temperaturę  $T(t)$  zmieniającą się w czasie trwania procesu nagrzewania zgodnie z równaniem (5.4).

Założono temperaturę początkową trójnika wynoszącą  $T_0 = 20$  [°C]. Zdefiniowano powierzchnie wewnętrzną trójnika jako powierzchnie kontaktu pomiędzy stalą a parą wodną, zadano warunek idealnej izolacji cieplnej na powierzchni zewnętrznej trójnika oraz odpowiednie warunki symetrii.

Wynik przeprowadzonych obliczeń dla jednego kroku iteracyjnego optymalizacji stanowi zbiór rozkładów temperatur w trójniku i przepływającej w nim parze we wszystkich kolejnych krokach czasowych symulacji.

Do wyznaczenia rozkładów naprężeń posłużono się komercyjnym kodem programu Ansys dokonującym obliczeń metodą elementów skończonych [1]. Przyjęto własności materiałowe stali P91 w temperaturze 500 [°C], więzy geometryczne uniemożliwiające ruch zamodelowanego trójnika jako

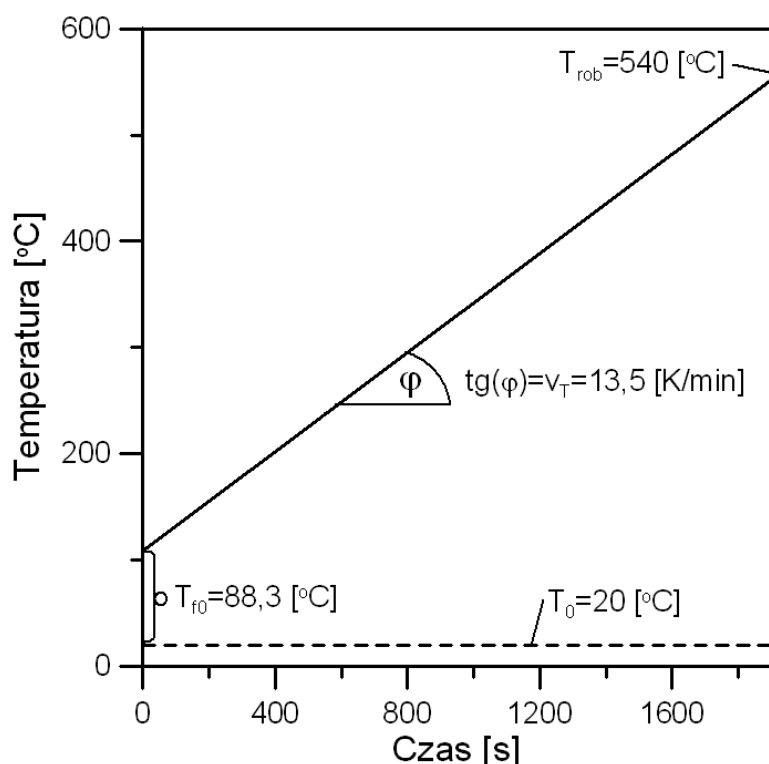
bryły sztywnej, odpowiednie warunki symetrii oraz przestrzenne rozkłady temperatur dla kolejnych kroków czasowych. Jako wynik przeprowadzonych obliczeń otrzymano zbiór rozkładów zredukowanych naprężeń cieplnych w kolejnych krokach czasowych analizy.

W celu ustalenia optymalnych współczynników równania 5.4, czyli takich, dla których różnica pomiędzy naprężeniami dopuszczalnymi a maksymalnymi zredukowanymi naprężeniami cieplnymi powstającymi w rurociągu w kolejnych krokach czasowych będzie bliska zeru, posłużono się procedurą optymalizacyjną Levenberga-Maquadta.

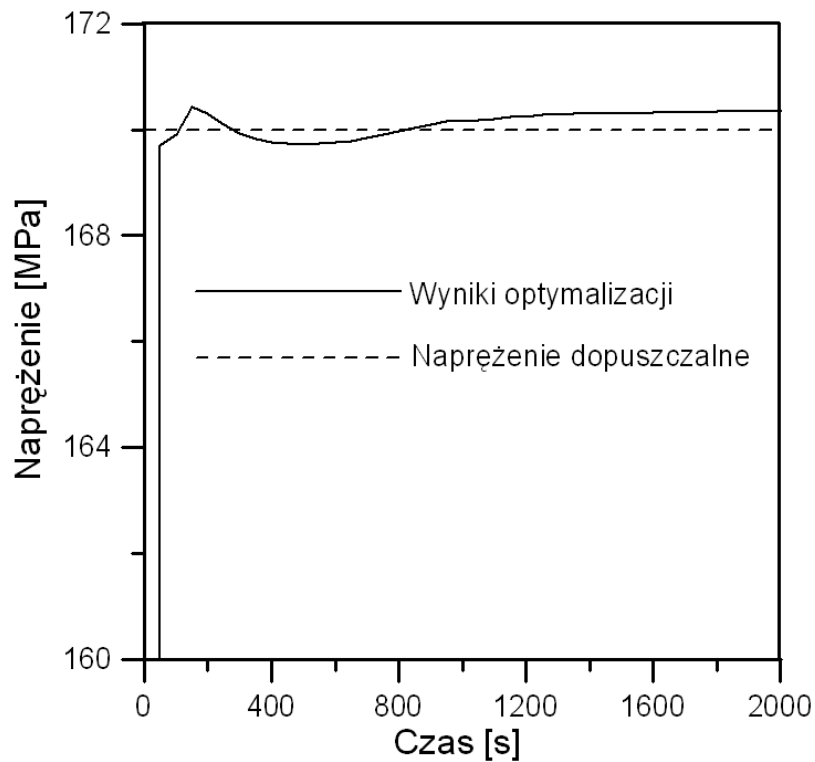
Jako wartości startowe dla procedury optymalizacyjnej przyjęto  $T_{f0} = 150$  [°C] i  $v_T = 15$  [K/min]. Przedziały zmienności optymalizowanych parametrów wynosiły 50 do 500 [°C] dla  $T_{f0}$  i 5 do 50 [K/min] dla  $v_T$ .

Wyniki uznane za satysfakcjonujące uzyskano już w 3 iteracji i wynosiły one odpowiednio  $T_{f0} = 88,3$  [°C] i  $v_T = 13,5$  [K/min].

Na rys. 5.10 przedstawiono wyznaczony optymalny przebieg zmienności temperatury czynnika na wlocie do trójknika. Natomiast na rys. 5.11 przedstawiano odpowiadający mu przebieg maksymalnych zredukowanych naprężeń cieplnych w funkcji czasu. Na rys. 5.11 widać, że w wyniku zastosowania zaproponowanej metody maksymalne zredukowane naprężenia cieplne zostały ograniczone do naprężenia dopuszczalnego.

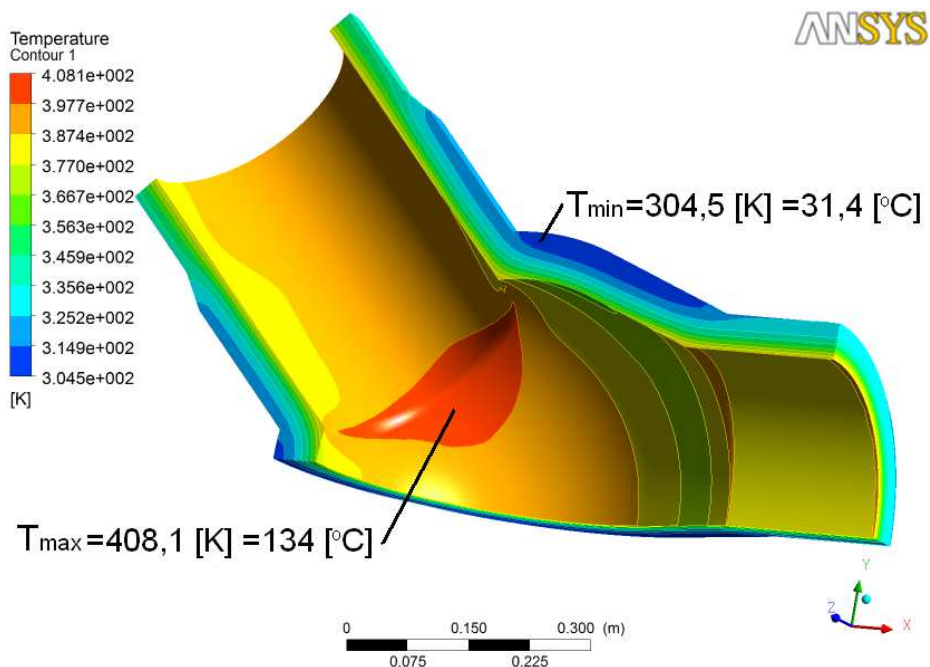


Rys. 5.10. Optymalny przebieg temperatury czynnika na wlocie do trójknika



Rys. 5.11. Maksymalne zredukowane naprężenia cieplne w trójkniku w funkcji czasu

Najwyższe naprężenia cieplne pojawiły się po czasie 150 [s] od rozpoczęcia symulacji. Na rys. 5.12 przedstawiono rozkład temperatury w trójkniku dla czasu 150 [s] od rozpoczęcia symulacji.



Rys. 5.12. Rozkład temperatury w trójkniku dla czasu 150 [s] w [K]

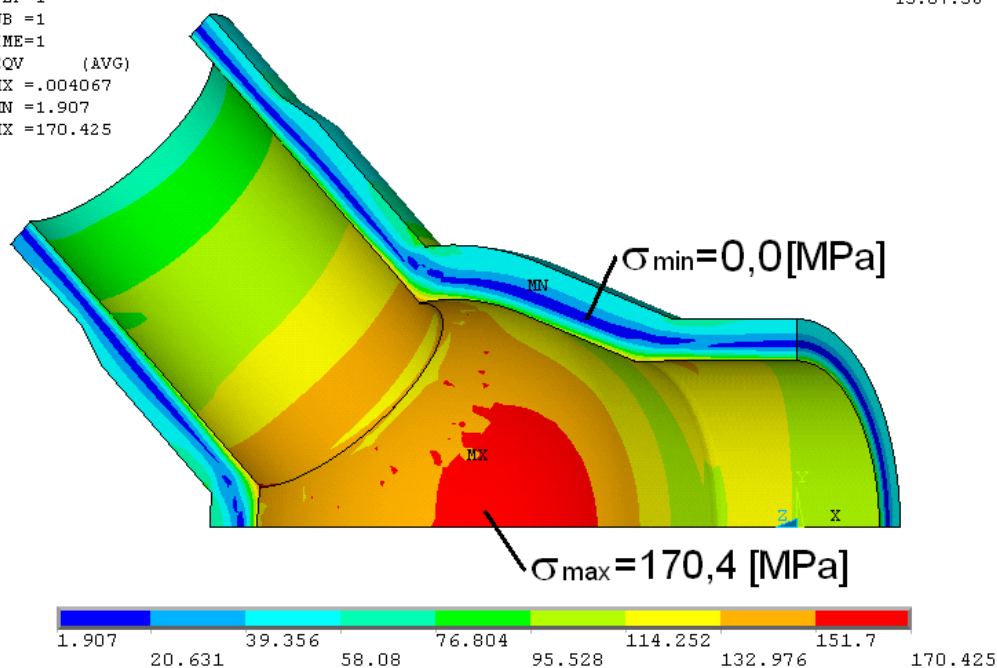


NODAL SOLUTION

```

STEP=1
SUB =1
TIME=1
SEQV (AVG)
DMX =.004067
SMN =1.907
SMX =170.425

```



Rys. 5.13. Rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych w trójniku dla czasu 150 [s] w [MPa]

Na rys. 5.13 przedstawiono rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych obliczonych według hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego dla tego czasu. Najwyższe naprężenia w czasie 150 [s] pojawiają się na powierzchni wewnętrznej elementu. Są to naprężenia ściskające spowodowane nagrzewaniem wewnętrznej powierzchni trójnika przez przepływający czynnik.

Przedstawiona metoda pozwala wyznaczyć optymalne parametry rozruchu elementów o prostej i złożonej geometrii pracujących pod wysoką temperaturą. Przedstawioną metodę zastosowano dla grubościennego rurociągu oraz grubościennego trójnika i wyznaczono optymalny przebieg temperatury na ich wlotach.

Opracowana metoda pozwala na skrócenie czasu operacji nagrzewania dowolnego elementu, w którym dochodzi do nieustalonych procesów wymiany ciepła przy jednoczesnym zachowaniu bezpiecznych warunków jego pracy.

Zaproponowana procedura zakłada prosty w realizacji sposób nagrzewania grubościennego elementu, co ma duże znaczenie praktyczne, gdyż pozwala na wykorzystanie wyników uzyskanych numerycznie podczas rozruchu w rzeczywistych instalacjach.

Zaletą zaproponowanej metody jest brak konieczności zakładania wartości współczynnika wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej elementów ciśnieniowych.

## 6. Optymalizacja procesu ochładzania grubościennych elementów bloku energetycznego

W niniejszym rozdziale przedstawiona została metoda optymalizacji procesu wyłączania z ruchu dowolnego elementu grubościennego ze stanu pracy przy nominalnych parametrach pary  $T_{rob}$  i  $p_{rob}$  aż do osiągnięcia temperatury 100 [°C]. Zaproponowana procedura obliczeniowa nie wymaga zakładania współczynnika wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej elementu.

Wykorzystując sprzężoną analizę przepływowo-ciepłno-wytrzymałościową połączoną z procedurą optymalizacyjną Levenberga-Marquardta wyznaczono przebieg temperatury czynnika na wlocie do analizowanego elementu tak, aby maksymalne zredukowane naprężenia cieplne powstające podczas procesu ochładzania były zbliżone do naprężeń dopuszczalnych.

### 6.1. Opis metody

Celem przedstawionej metody jest wyznaczenie takiego przebiegu temperatury na wlocie do analizowanego grubościennego elementu ciśnieniowego, aby maksymalne zredukowane naprężenie cieplne w całym elemencie było jak najbliższe naprężeniu dopuszczalnemu.

Założono, że w chwili rozpoczęcia procesu ochładzania cały analizowany element ciśnieniowy ma temperaturę początkową  $T_0$ . Następnie na wlocie do elementu wprowadzany jest czynnik o temperaturze zmieniającej się tak jak pokazano na rysunku 6.1. Zmiana temperatury czynnika opisana jest funkcją liniową o współczynniku kierunkowym równym  $v_T$  oraz wyrazie wolnym równym  $(T_0 - T_{f0})$ . Początkowy skok temperatury czynnika  $T_{f0}$  definiowany jest jako wartość bezwzględna różnicy pomiędzy temperaturą początkową elementu a temperaturą początkową czynnika. Wielkości  $T_{f0}$  i  $v_T$  są poszukiwane i stanowią zmienne optymalizowane.

Za funkcje celu przyjęto różnicę pomiędzy maksymalnymi zastępczymi naprężeniami cieplnymi  $\sigma_{eqv}(T_{f0}, v_T, t_j)$ , liczonymi według hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky'ego w kolejnych krokach czasowych analizy a naprężeniem dopuszczalnym dla elementu konstrukcyjnego  $\sigma_a$ :

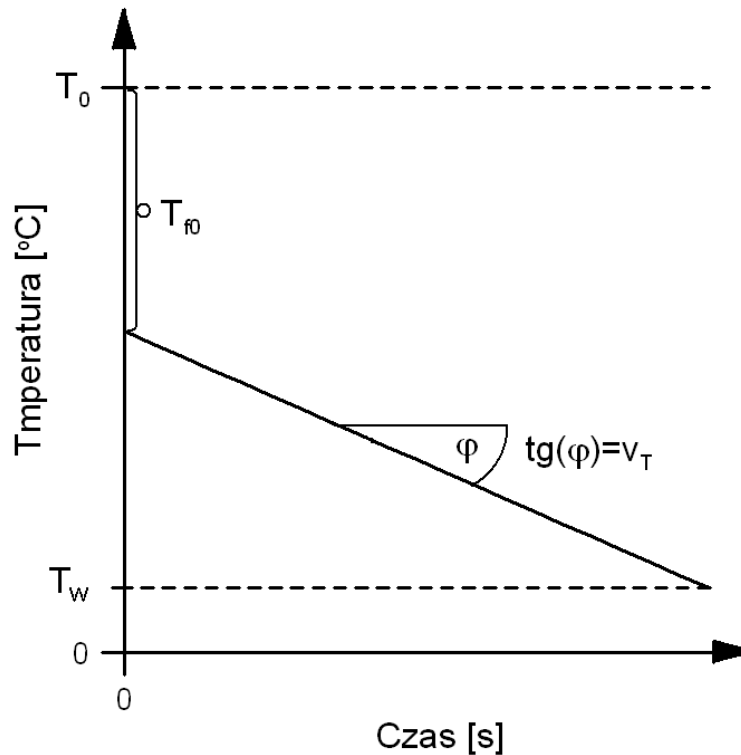
$$\sigma_{eqv}(T_{f0}, v_T, t_j) - \sigma_a \cong 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (6.1)$$

gdzie  $n$  jest ilością analizowanych kroków czasowych podczas ochładzania grubościennego elementu ciśnieniowego,  $T_{f0}$  jest poszukiwanym początkowym skokiem temperatury czynnika,  $v_T$  jest poszukiwaną szybkością zmiany temperatury.

Zmienne optymalizowane zmieniają się w zakresie:

$$\begin{aligned} 0 &\leq T_{f0} \leq (T_0 - T_w) \\ v_{Tmin} &\leq v_T \leq 0 \end{aligned} \quad (6.2)$$

gdzie  $T_w$  jest temperaturą, do której ochładzany jest analizowany element. Wartość minimalnej szybkości ochładzania  $v_{Tmin}$  można określić na podstawie wcześniej przeprowadzonych analiz analitycznych lub numerycznych.



Rys. 6.1. Założony przebieg temperatury czynnika na wlocie do analizowanego elementu

Suma

$$S(T_{f0}, v_T) = \sum_{j=1}^n (\sigma_{eqv}(T_{f0}, v_t, t_j) - \sigma_a)^2 \quad (6.3)$$

jest minimalizowana za pomocą procedury optymalizacyjnej Levenberga-Marquardta.

Maksymalne naprężenia cieplne powstające w analizowanym elemencie w czasie trwania procesu pod wpływem przepływającego przez niego płynu wyznaczano poprzez analizę nieustalonego zagadnienia przepływowo-cieplno-wytrzymałościowego. Analizę zagadnienia przepływowo-cieplno-wytrzymałościowe przeprowadzono w dwóch etapach. W pierwszym z nich przeprowadzono analizę przepływowo-cieplną a w drugim analizę cieplno-wytrzymałościową.

Na użytek analizy przepływowo-cieplnej zamodelowany powinien być zarówno element konstrukcyjny jak i przepływający w nim płyn. Przy pomocy bilansowej metody elementów skończonych wyznaczane są rozkłady temperatury w płynie i analizowanym elemencie ciśnieniowym.

Jako warunki brzegowe można przyjąć: stałą prędkość przepływu oraz liniowo malejącą temperaturę płynu na wlocie do analizowanego elementu, stałe ciśnienie panujące w przepływającym płynie, idealną izolację cieplną powierzchni zewnętrznej elementu oraz odpowiednie warunki symetrii. Powierzchnię wewnętrzną analizowanego elementu należy potraktować jako powierzchnię kontaktu czynnik-ciało stałe.

Rozkłady temperatur w elemencie oraz przepływającym czynnikiem można wyznaczyć dla dowolnego czasu od rozpoczęcia procesu nagrzewania.

W drugim etapie analizy przy pomocy metody elementów skończonych wyznaczone są rozkłady zredukowanych naprężeń cieplnych w grubościennym elemencie ciśnieniowym w kolejnych krokach czasowych symulacji. Czasowo-przestrzenny rozkład temperatury przyjmowany jest ze wcześniejszych obliczeń. Zadawane są odpowiednie własności materiałowe elementu oraz odpowiednie więzy geometryczne zapobiegające przemieszczeniu elementu jako bryły sztywnej.

## 6.2. Zastosowanie metody optymalizacyjnej do grubościennego rurociągu.

Podczas analiz dotyczących nagrzewania i ochładzania do obliczeń przyjęto ten sam fragment rurociągu. Zamodelowany fragment rurociągu został zaprojektowany ze stali P91 do pracy przy nadciśnieniu  $p_{rob}=18$  [MPa] i temperaturze  $T_{rob}=540$  [°C] i pracuje w zespole orurowania kotła parowego BP1150 o nominalnej wydajności masowej 1150 [t/h], będącego częścią bloku energetycznego o mocy 360 [MW]. Wymiary powyższego fragmentu rurociągu przedstawiono na rysunku 5.2.

W przeprowadzonej symulacji parę wodną potraktowano jako gaz o stałych własnościach (constant property gas) ponadto przyjęte zostały stałe własności materiałowe stali P91 dla temperatury 500 [°C], jako temperatury zbliżonej do nominalnej temperatury pracy rurociągu.

Jako naprężenie dopuszczalne użyte do sformułowania funkcji celu przyjęto iloraz granicy plastyczności  $Re$  dla stali P91 w temperaturze 550 [°C] równej co do wartości 270 [MPa] i współczynnika bezpieczeństwa  $x = 1,56$ . Wartość przyjętego naprężenia dopuszczalnego wynosiła 173 [MPa].

Metoda optymalizacyjna zaprezentowana w rozdziale 6.1 została zastosowana dla powyższych danych. W trakcie obliczeń dotyczących nagrzewania i ochładzania rurociągu wykorzystano identyczną siatkę elementów skończonych. Zamodelowaną część rurociągu wraz z odcinkiem wlotowym oraz podziałem na elementy skończone pokazano na rysunku 5.3.

Zamodelowana siatka posłużyła do wyznaczenia rozkładów temperatury w czynniku i stali za pomocą komercyjnego kodu programu Ansys CFX [1].

Jako warunki brzegowe na wlocie do rurociągu zadano: stały wydatek masowy pary wodnej  $\dot{m} = 78$  [kg/s] oraz temperaturę  $T(t)$  zmieniającą się w czasie trwania procesu nagrzewania zgodnie z równaniem:

$$T(t) = T_0 - T_{f0} + v_T \cdot t \quad (6.4)$$

Założono temperaturę początkową odcinka rurociągu wynoszącą  $T_0 = 540$  [°C]. Zdefiniowano powierzchnie wewnętrzną rurociągu jako powierzchnie kontaktu pomiędzy stalą a parą wodną, zadano warunek idealnej izolacji cieplnej na powierzchni zewnętrznej rurociągu oraz odpowiednie warunki symetrii.

Wynik przeprowadzonych obliczeń dla jednego kroku iteracyjnego optymalizacji stanowi zbiór rozkładów temperatur w rurociągu i przepływającej w nim parze we wszystkich kolejnych krokach czasowych symulacji.

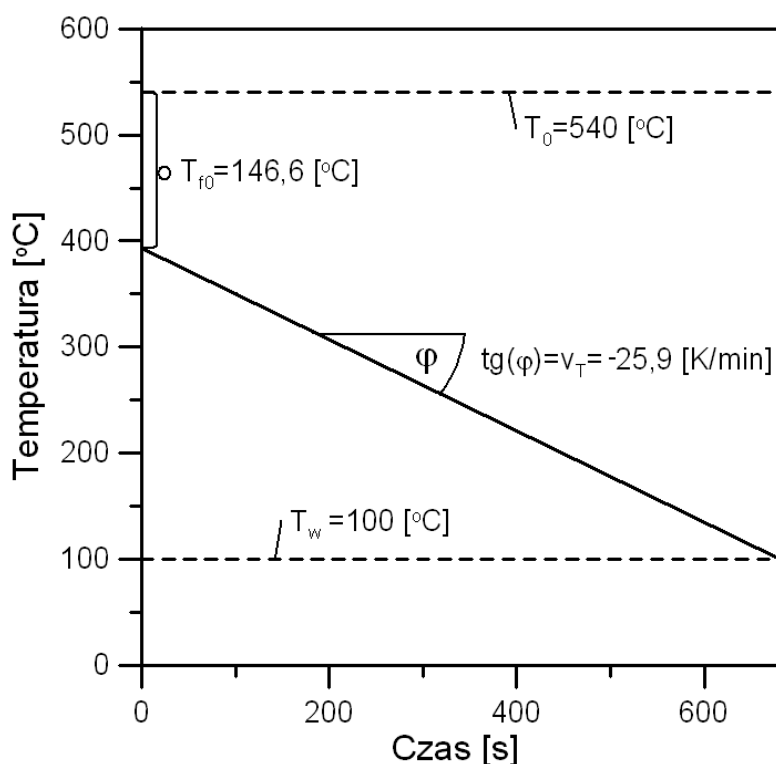
Do wyznaczenia rozkładów naprężeń posłużono się komercyjnym kodem programu Ansys dokonującym obliczeń metodą elementów skończonych [1]. Przyjęto własności materiałowe stali P91 w temperaturze 500 [°C], więzy geometryczne uniemożliwiające ruch zamodelowanego odcinka rurociągu jako bryły sztywnej, odpowiednie warunki symetrii oraz przestrzenne rozkłady temperatur dla kolejnych kroków czasowych. Jako wynik przeprowadzonych obliczeń otrzymano zbiór rozkładów zredukowanych naprężeń cieplnych w kolejnych krokach czasowych symulacji.

W celu ustalenia optymalnych współczynników równania 6.4, czyli takich, dla których różnica pomiędzy naprężeniami dopuszczalnymi a maksymalnymi naprężeniami cieplnymi powstającymi w rurociągu w kolejnych krokach czasowych będzie bliska zeru, posłużono się procedurą optymalizacyjną Levenberga-Maquadta.

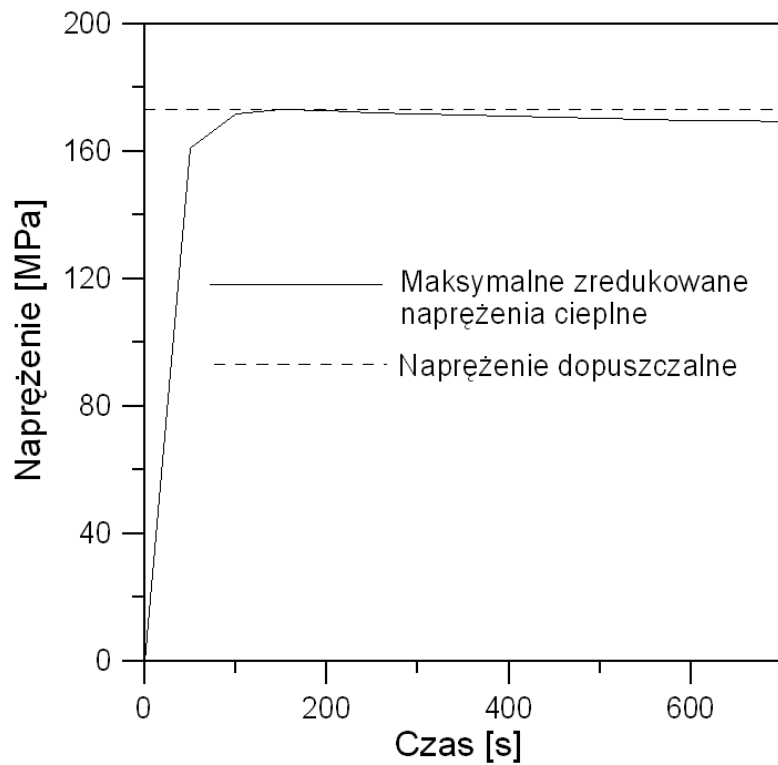
Jako wartości startowe dla procedury optymalizacyjnej przyjęto  $T_{f0} = 150$  [°C] i  $v_T = -15$  [K/min]. Przedziały zmienności optymalizowanych parametrów wynosiły 50 do 500 [°C] dla  $T_{f0}$  i -50 do -5 [K/min] dla  $v_T$ .

Wyniki uznane za satysfakcjonujące uzyskano już w 3 iteracji i wynosiły one odpowiednio  $T_{f0} = 146,6$  [°C] i  $v_T = -25,9$  [K/min].

Na rys. 6.2 przedstawiono wyznaczony optymalny przebieg zmienności temperatury czynnika na wlocie do rurociągu. Natomiast na rys. 6.3 przedstawiano odpowiadający mu przebieg maksymalnych zredukowanych naprężeń cieplnych w funkcji czasu. Na rys. 6.3 widać, że w wyniku zastosowania zaproponowanej metody maksymalne zredukowane naprężenia cieplne zostały ograniczone do naprężenia dopuszczalnego.

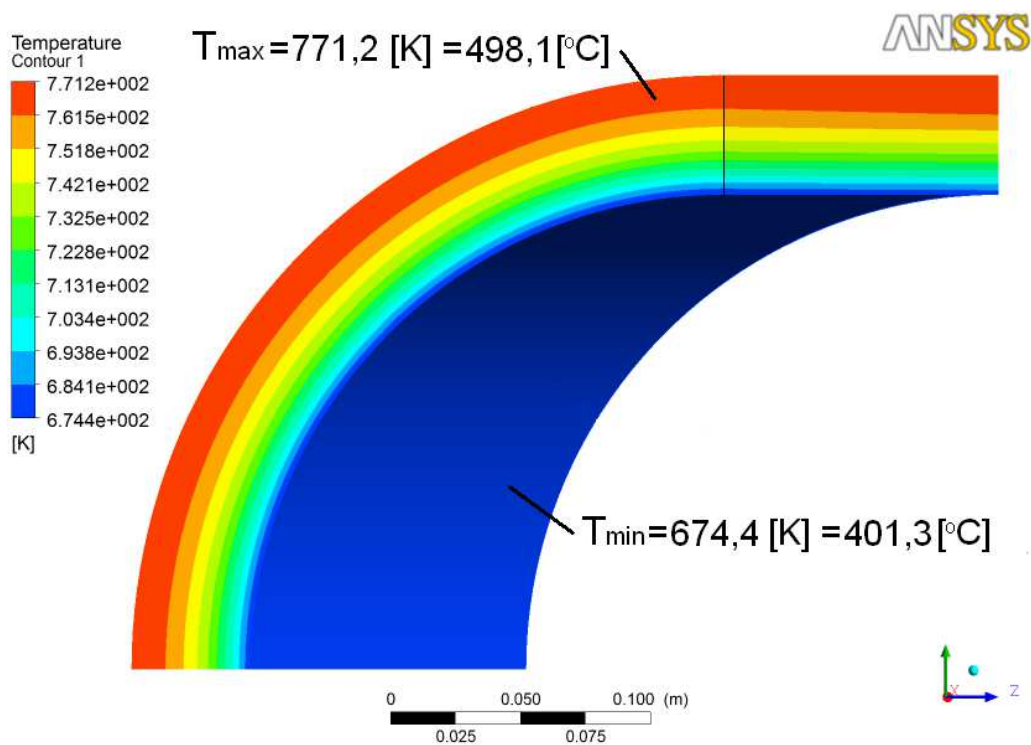


Rys. 6.2. Optymalny przebieg temperatury czynnika na wlocie do rurociągu

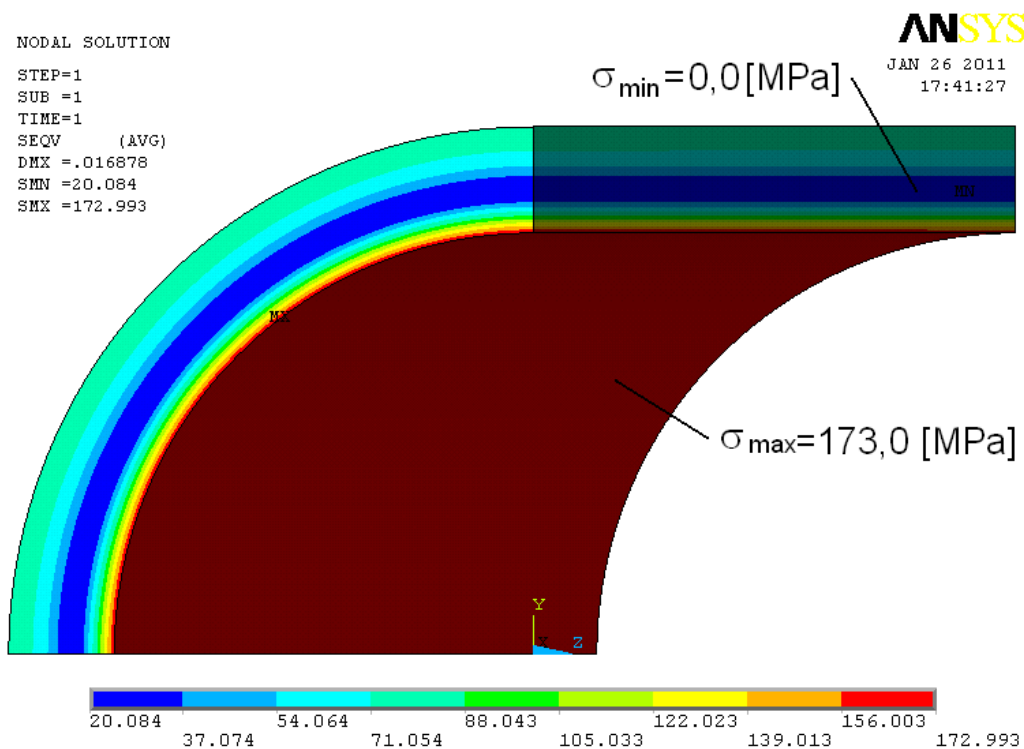


Rys. 6.3. Maksymalne zredukowane naprężenia cieplne w rurociągu w funkcji czasu

Najwyższe naprężenia cieplne pojawiły się po czasie 150 [s] od rozpoczęcia symulacji. Na rys. 6.4 przedstawiono rozkład temperatury w rurociągu dla czasu 150 [s] od rozpoczęcia symulacji.



Rys. 6.4. Rozkład temperatury w rurociągu dla czasu 150 [s] w [K]



Rys. 6.5. Rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych w rurociągu dla czasu 150 [s] w [MPa]

Na rys. 6.5 przedstawiono rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych obliczonych według hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego dla tego czasu. Najwyższe naprężenia w czasie 150 [s] pojawiają się na powierzchni wewnętrznej elementu. Są to naprężenia rozciągające spowodowane ochładzaniem wewnętrznej powierzchni rurociągu przez przepływający czynnik.

### 6.3. Zastosowanie metody optymalizacyjnej do grubościennego trójknika.

W poniższym rozdziale przedstawiono symulację ochładzania grubościennego elementu ciśnieniowego o skomplikowanej geometrii. Analizie poddano grubościenny trójknik zaprojektowany ze stali P91, którego szczegółowy opis zamieszczony został w rozdziale 5.3. Przekrój analizowanego trójknika z naniesionymi wymiarami pokazano na rysunku 5.8. Natomiast na rysunku 5.9 przedstawiono model jednej czwartej trójknika wraz z odcinkiem wlotowym oraz podziałem na elementy skończone, który został wykorzystany w trakcie obliczeń numerycznych.

W przeprowadzonej symulacji parę wodną potraktowano jako gaz o stałych własnościach (constant property gas) ponadto przyjęte zostały stałe własności materiałowe stali P91 dla temperatury 500 [°C], jako temperatury zbliżonej do nominalnej temperatury pracy rurociągu, którego elementem jest modelowany trójknik.

Jako naprężenie dopuszczalne użyte do sformułowania funkcji celu przyjęto iloraz granicy plastyczności  $R_e$  dla stali P91 w temperaturze 550 [°C] równej co do wartości 270 [MPa] i współczynnika bezpieczeństwa  $x = 1,59$ . Wartość przyjętego naprężenia dopuszczalnego wynosiła 170 [MPa].



Zaprezentowana w rozdziale 6.1 metoda została zastosowana dla powyższych danych.

Obliczenia związane z analizą przepływowo-cieplną przeprowadzono bilansową metodę elementów skończonych przy użyciu oprogramowania Ansys CFX [1].

Jako warunki brzegowe na wlocie do trójnika zadano: stały wydatek masowy pary wodnej  $\dot{m} = 78$  [kg/s] oraz temperaturę  $T(t)$  zmieniającą się w czasie trwania procesu nagrzewania zgodnie z równaniem (6.4).

Założono temperaturę początkową trójnika wynoszącą  $T_0 = 540$  [°C]. Zdefiniowano powierzchnie wewnętrzne trójnika jako powierzchnie kontaktu pomiędzy stalą a parą wodną, zadano warunek idealnej izolacji cieplnej na powierzchni zewnętrznej trójnika oraz odpowiednie warunki symetrii.

Wynik przeprowadzonych obliczeń dla jednego kroku iteracyjnego optymalizacji stanowi zbiór rozkładów temperatur w trójniku i przepływającej w nim parze we wszystkich kolejnych krokach czasowych symulacji.

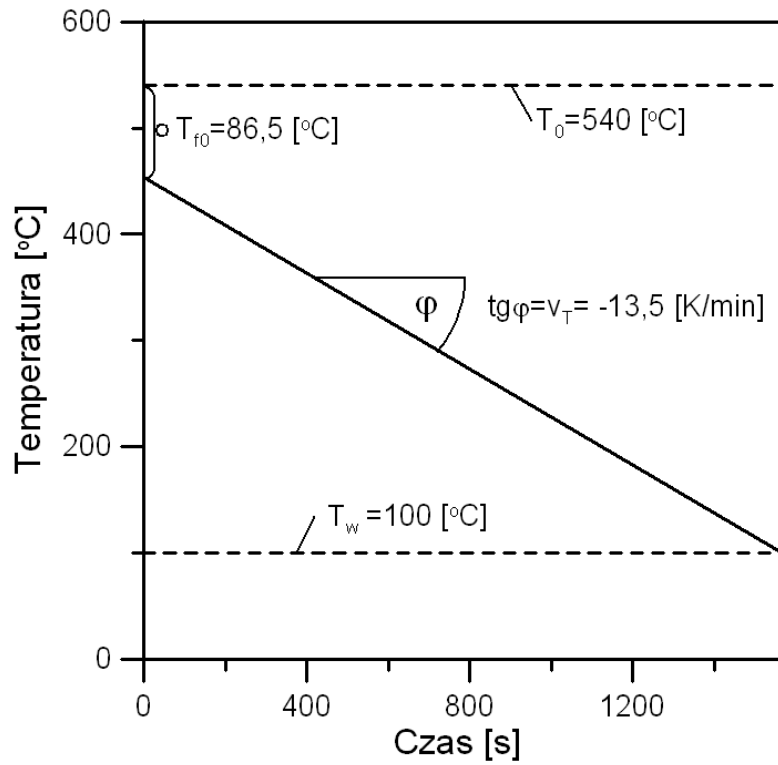
Do wyznaczenia rozkładów naprężeń posłużono się komercyjnym kodem programu Ansys dokonującym obliczeń metodą elementów skończonych [1]. Przyjęto własności materiałowe stali P91 w temperaturze 500 [°C], więzy geometryczne uniemożliwiające ruch zamodelowanego trójnika jako bryły sztywnej, odpowiednie warunki symetrii oraz przestrzenne rozkłady temperatur dla kolejnych kroków czasowych. Jako wynik przeprowadzonych obliczeń otrzymano zbiór rozkładów zredukowanych naprężeń cieplnych w kolejnych krokach czasowych symulacji.

W celu ustalenia optymalnych współczynników równania 6.4, czyli takich, dla których różnica pomiędzy naprężeniami dopuszczalnymi a maksymalnymi zastępczymi naprężeniami cieplnymi powstającymi w rurociągu w kolejnych krokach czasowych będzie bliska zeru, posłużono się procedurą optymalizacyjną Levenberga-Maquadta.

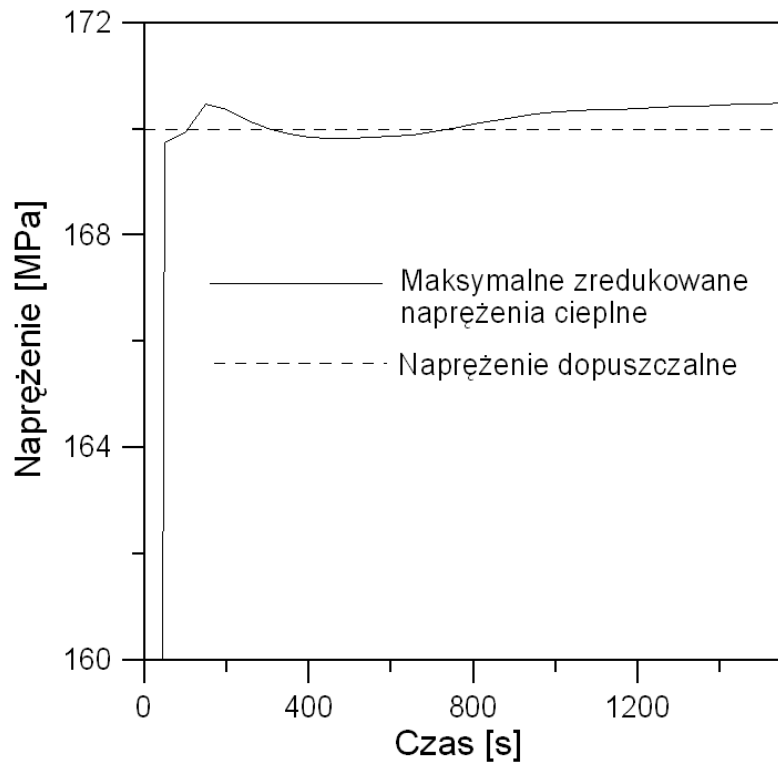
Jako wartości startowe dla procedury optymalizacyjnej przyjęto  $T_{f0} = 150$  [°C] i  $v_T = -15$  [K/min]. Przedziały zmienności optymalizowanych parametrów wynosiły 50 do 500 [°C] dla  $T_{f0}$  i -50 do -5 [K/min] dla  $v_T$ .

Wyniki uznane za satysfakcjonujące uzyskano już w 3 iteracji i wynosiły one odpowiednio  $T_{f0} = 86,5$  [°C] i  $v_T = -13,5$  [K/min].

Na rys. 6.6 przedstawiono wyznaczony optymalny przebieg zmienności temperatury czynnika na wlocie do trójnika. Natomiast na rys. 6.7 przedstawiano odpowiadający mu przebieg maksymalnych zredukowanych naprężeń cieplnych w funkcji czasu. Na rys. 6.7 widać, że w wyniku zastosowania zaproponowanej metody maksymalne zredukowane naprężenia cieplne zostały ograniczone do naprężenia dopuszczalnego.

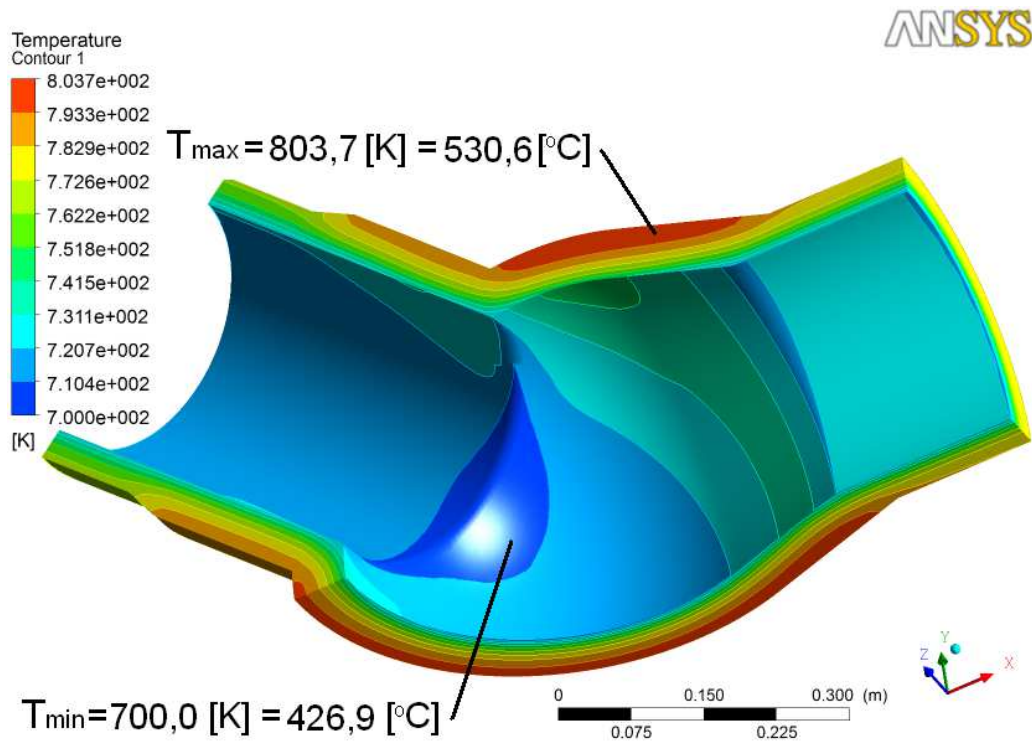


Rys. 6.6. Optymalny przebieg temperatury czynnika na wlocie do trójnika

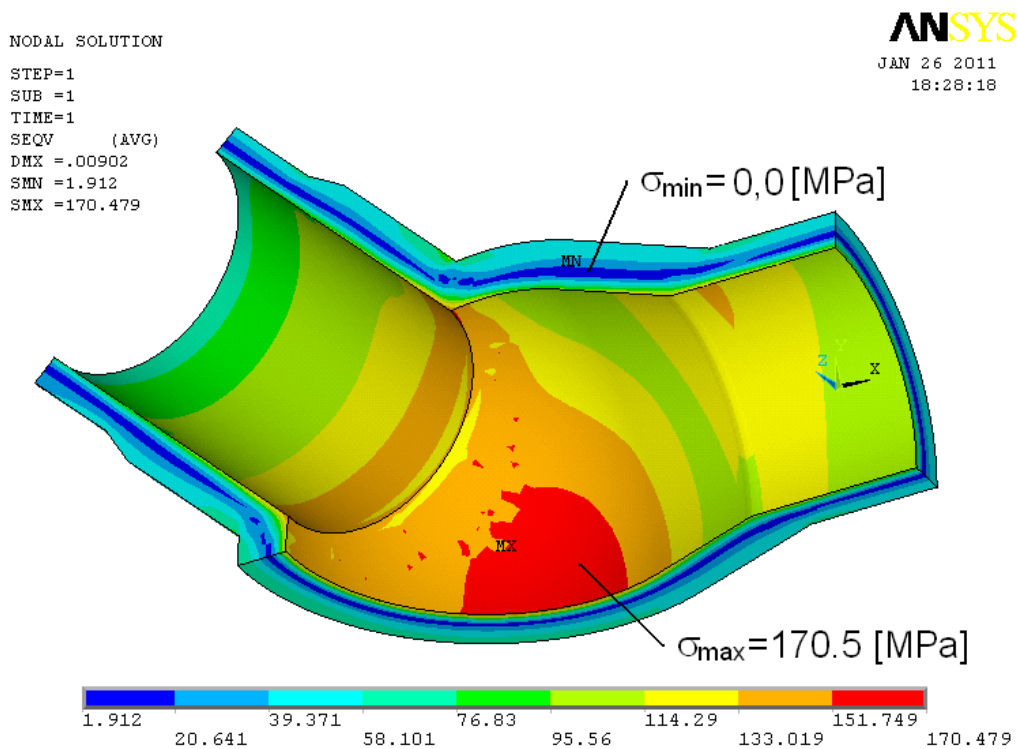


Rys. 6.7. Maksymalne zredukowane napężenia cieplne w trójniku w funkcji czasu

Najwyższe naprężenia cieplne pojawiły się po czasie 150 [s] od rozpoczęcia symulacji. Na rys. 6.8 przedstawiono rozkład temperatury w trójniku dla czasu 150 [s] od rozpoczęcia symulacji.



Rys. 6.8. Rozkład temperatury w trójniku dla czasu 150 [s] w [K]



Rys. 6.9. Rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych w trójniku dla czasu 150 [s] w [MPa]

Na rys. 6.9 przedstawiono rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych obliczonych według hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego dla tego czasu. Najwyższe naprężenia w czasie 150 [s] pojawiają się w części kulistej trójkąta na jego powierzchni wewnętrznej. Są to naprężenia rozciągające spowodowane ochładzaniem wewnętrznej powierzchni trójkąta przez przepływający czynnik.

Przedstawiono metodę pozwalającą wyznaczyć optymalne parametry ochładzania elementów o prostej i złożonej geometrii pracujących pod wysoką temperaturą. Przedstawioną metodę zastosowano dla grubościennego rurociągu oraz grubościennego trójkąta i wyznaczono optymalny przebieg temperatury na ich wlotach.

Opracowana metoda pozwala na skrócenie czasu operacji ochładzania dowolnego elementu, w którym dochodzi do nieustalonych procesów wymiany ciepła przy jednoczesnym zachowaniu bezpiecznych warunków jego pracy.

Zaproponowana procedura zakłada prosty w realizacji sposób ochładzania grubościennego elementu, co ma duże znaczenie praktyczne, gdyż pozwala na wykorzystanie wyników uzyskanych numerycznie podczas rozruchu w rzeczywistych instalacjach.

Zaletą zaproponowanej metody jest brak konieczności zakładania wartości współczynnika wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej elementów ciśnieniowych.

## **7. Modyfikacja metody optymalizacyjnej przy założeniu naprężeń dopuszczalnych zależnych od temperatury.**

W poniższym rozdziale przedstawiona została zmodyfikowana metoda optymalizacji procesu nagrzewania dowolnych grubościennych elementów orurowania bloku energetycznego od stanu „zimnego” aż do osiągnięcia żądanych parametrów pracy. Podobnie jak w rozdziale nr 5 wykorzystując sprzężoną analizę przepływowo-cieplno-wytrzymałościową połączoną z procedurą optymalizacyjną Levenberga-Marquardta wyznaczono przebieg temperatury czynnika na wlocie do analizowanego elementu, tak aby maksymalne zredukowane naprężenia cieplne powstające podczas procesu nagrzewania były zbliżone do naprężeń dopuszczalnych. Jako funkcję celu w zmodyfikowanej metodzie optymalizacyjnej przyjęto różnicę pomiędzy maksymalnymi zredukowanymi naprężeniami cieplnymi a naprężeniem dopuszczalnym w kolejnych krokach czasowych analizy. Przy czym przyjęto, że naprężenie dopuszczalne stanowi funkcję temperatury przez co zmienia się w czasie trwania procesu nagrzewania. Do wyznaczenia rozkładów temperatury w analizowanym elemencie oraz przepływającej w nim parze w kolejnych krokach czasowych analizy posłużył komercyjny kod programu Ansys CFX dokonujący obliczeń bilansową metodą elementów skończonych. Na podstawie wyznaczonych rozkładów temperatury w elemencie konstrukcyjnym określono rozkłady naprężeń. Zastosowanie funkcji celu uwzględniającej zmiany granicy plastyczności dla materiału, z którego został wykonany element konstrukcyjny, wraz z temperaturą pozwala na przyjęcie wyższych wartości naprężeń dopuszczalnych w trakcie całego procesu nagrzewania, co jest równoznaczne ze skróceniem jego czasu.

### **7.1. Opis metody**

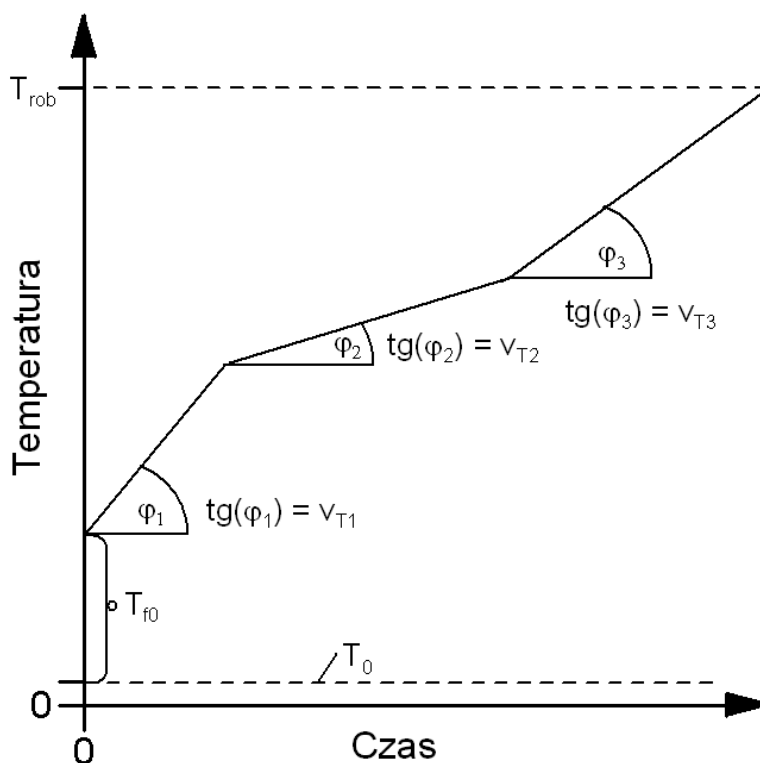
Celem przedstawionej metody jest wyznaczenie takiego przebiegu temperatury czynnika na wlocie do analizowanego grubościennego elementu ciśnieniowego, aby maksymalne zredukowane naprężenia cieplne w całym elemencie były jak najbliższe naprężeniu dopuszczalnemu.

Metoda optymalizacyjna przedstawiona w niniejszym rozdziale stanowi rozszerzenie (uogólnienie) metody zaprezentowanej w rozdziale 5. W zmodyfikowanej metodzie optymalizacyjnej założono, że naprężenie dopuszczalne dla analizowanego elementu zmienia się wraz z jego temperaturą, co odpowiada rzeczywistemu zachowaniu stali.

Założenie naprężenia dopuszczalnego jako funkcji temperatury a więc równocześnie zmiennego w czasie trwania procesu nagrzewania elementu grubościennego powoduje, że zadanie przebiegu temperatury czynnika na jego wlocie w postaci funkcji liniowej, opisywane w rozdziałach 5 i 6, nie daje satysfakcjonujących rezultatów. Jedyny wyjątek stanowi tu naprężenie dopuszczalne zmieniające się liniowo z temperaturą.

Model matematyczny optymalizacji pozwala na zadanie przebiegu temperatury czynnika na wlocie do analizowanego elementu w postaci dowolnej funkcji. Problem stanowi natomiast jej dobór. W celu wyznaczenia przebiegu temperatury na wlocie do elementu w sposób bardzo dokładny można zastosować skomplikowaną funkcję z dużą ilością współczynników stanowiących

zmiennie optymalizowane jak na przykład wielomian n-tego stopnia. Założenie skomplikowanej funkcji opisującej zmianę temperatury czynnika obarczone jest jednak istotną wadą. Powoduje problem z realizacją wyznaczonego przebiegu temperatury czynnika grzewczego podczas rozruchu rzeczywistej instalacji. W praktyce inżynierskiej podczas rozruchu stosuje się zazwyczaj nagrzewanie ze stałą prędkością w czasie całego procesu lub dokonuje się podziału całego procesu na kilka etapów, w których nagrzewa się dany element ze stałymi prędkościami. Prędkości nagrzewania dla poszczególnych etapów mogą się różnić. Z uwagi na powyższe, w zmodyfikowanej procedurze optymalizacyjnej zdecydowano się na założenie przebiegu temperatury na wlocie do analizowanego elementu przedstawione na rys. 7.1.



Rys. 7.1. Założony przebieg temperatury czynnika na wlocie do analizowanego elementu

W chwili początkowej procesu nagrzewania  $t_0 = 0$  [s] czynnik grzewczy o temperaturze  $T_0 + T_{f0}$  ( $T_{f0}$  stanowi początkowy skok temperatury czynnika) wpływa do "zimnego" elementu grubościennego o temperaturze  $T_0$ . W przedziale czasu od  $t_0$  do  $t_1$  temperatura czynnika rośnie linowo z prędkością  $v_{T1}$ , w przedziale od  $t_1$  do  $t_2$  z prędkością  $v_{T2}$  a w przedziale od  $t_2$  do  $t_3$  z prędkością  $v_{T3}$ . Zastosowanie trzech prędkości wzrostu temperatury czynnika na wlocie do analizowanego elementu pozwala zachować prosty w realizacji sposób jego nagrzewania jednocześnie pozwalając uzyskać niewielkie różnice pomiędzy maksymalnym zredukowanym naprężeniem cieplnym w elemencie a naprężeniem dopuszczalnym.

Jako zmiennie optymalizowane w zmodyfikowanej metodzie optymalizacyjnej przyjęto początkowy skok temperatury czynnika  $T_{f0}$  oraz kolejne prędkości wzrostu temperatury czynnika  $v_{T1}$ ,  $v_{T2}$  i  $v_{T3}$ . Długości przedziałów czasowych, w których element nagrzewany jest kolejno z trzema prędkościami wzrostu temperatury czynnika, zostały przyjęte przed rozpoczęciem optymalizacji i nie stanowią formalnie zmiennych optymalizowanych. Wpływ doboru długości przedziałów czasowych nagrzewania można sprawdzić przeprowadzając kilkakrotnie procedurę optymalizacyjną

przy założeniu różnych długości tych przedziałów. Istnieje również możliwość potraktowania w/w przedziałów czasowych jako zmiennych optymalizowanych. Operacja ta powoduje jednak znaczny wzrost ilości zmiennych optymalizowanych a co za tym idzie wzrost czasu obliczeń.

Różnice pomiędzy maksymalnymi zredukowanymi naprężeniami cieplnymi w ciągu całego czasu nagrzewania elementu grubościennego a stałym naprężeniem dopuszczalnym otrzymane jako wynik optymalizacji przedstawionej w rozdziale 5 są niewielkie. Przekroczenia naprężeń dopuszczalnych pojawiają się na czwartym miejscu znaczącym i są pomijalne. W zmodyfikowanej metodzie optymalizacyjnej, dla której wartość naprężenia dopuszczalnego zmienia się z temperaturą a dobór funkcji opisującej przebieg temperatury czynnika na wlocie stanowi kompromis pomiędzy dokładnością rozwiązania a prostotą realizacji procesu można spodziewać się znacznie większych różnic pomiędzy oboma naprężeniami. Z inżynierskiego punktu widzenia jest niezwykle istotne, by wyznaczone naprężenia cieplne nie przekraczały naprężeń dopuszczalnych. Z tego powodu zdecydowano się na zastosowanie funkcji „kary” pozwalającej na znaczne zmniejszenie wartości przekroczeń naprężeń dopuszczalnych.

Zastosowana funkcja „kary” powoduje dziesięciokrotne zwiększenie wartości bezwzględnej różnic pomiędzy maksymalnym zredukowanym naprężeniem cieplnym a naprężeniem dopuszczalnym dla kroków czasowych optymalizacji, w których różnice te są ujemne, i pozostawia ich niezmienną wartość dla pozostałych kroków czasowych. Zastosowanie powyższej funkcji pozwala w znacznym stopniu zmniejszyć wartości przekroczeń naprężeń dopuszczalnych nie likwidując ich jednak zupełnie a jedynie sprowadzając do akceptowalnego poziomu. W praktyce założenie wagi funkcji „kary” jest zawsze kompromisem pomiędzy akceptowalnym poziomem przekroczeń naprężeń dopuszczalnych a dokładnością optymalizacji. Użyte powyżej pojęcie akceptowalnego poziomu przekroczeń naprężeń dopuszczalnych rozumiane jest tu jako pewna z góry założona wartość naprężeń, o którą należy obniżyć rzeczywiste naprężenia dopuszczalne w trakcie obliczeń numerycznych. Pewien naddatek na przekroczenie naprężeń dopuszczalnych można uzyskać sztucznie podwyższając współczynnik bezpieczeństwa uwzględniany przy ich wyznaczaniu. Wyliczone w ten sposób naprężenia dopuszczalne użyć podczas optymalizacji, by następnie po powrocie do rzeczywistego, niższego współczynnika bezpieczeństwa uniknąć jakichkolwiek przekroczeń rzeczywistych naprężeń dopuszczalnych. Wartość o jaką należy podwyższyć współczynnik bezpieczeństwa można oszacować przeprowadzając wstępną optymalizację przy rzeczywistym współczynniku bezpieczeństwa.

Jako funkcje celu w zmodyfikowanej metodzie optymalizacyjnej przyjęto różnicę pomiędzy maksymalnymi zastępczymi naprężeniami cieplnymi  $\sigma_{eqv}(T_{f0}, v_T, t_j)$ , liczonymi według hipotezy wytrzymałościowej Hubera-Misesa-Hencky'ego w kolejnych krokach czasowych analizy a naprężeniem dopuszczalnym dla elementu konstrukcyjnego  $\sigma_a(T)$ :

$$\sigma_{eqv}(T_{f0}, v_{T1}, v_{T2}, v_{T3}, t_j) - \sigma_a(T) \cong 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (7.1)$$

gdzie  $n$  jest ilością analizowanych kroków czasowych podczas ogrzewania grubościennego elementu ciśnieniowego,  $T_{f0}$  jest poszukiwanym początkowym skokiem temperatury czynnika,  $v_{T1}$ ,  $v_{T2}$  i  $v_{T3}$  są poszukiwanymi prędkościami wzrostu temperatury czynnika.



Zmienne optymalizowane zmieniają się w zakresie:

$$\begin{aligned}
 0 &\leq T_{fo} \leq (T_{rob} - T_0) \\
 0 &\leq v_{T1} \leq v_{T1max} \\
 0 &\leq v_{T2} \leq v_{T2max} \\
 0 &\leq v_{T3} \leq v_{T3max}
 \end{aligned}
 \tag{7.2}$$

gdzie wartości maksymalnych szybkości nagrzewania  $v_{T1max}$ ,  $v_{T2max}$  i  $v_{T3max}$  można określić na podstawie wcześniej przeprowadzonych analiz analitycznych lub numerycznych.

Suma uwzględniająca funkcję kary:

$$\begin{aligned}
 S(T_{fo}, v_{T1}, v_{T2}, v_{T3}) &= \sum_{j=1}^n (F(T_{fo}, v_{T1}, v_{T2}, v_{T3}, t_j, T))^2 \\
 \text{gdzie:} \\
 F(T_{fo}, v_{T1}, v_{T2}, v_{T3}, t_j, T) &= \sigma_{eqv}(T_{fo}, v_{T1}, v_{T2}, v_{T3}, t_j) - \sigma_a(T) \\
 \text{dla } |\sigma_{eqv}(T_{fo}, v_{T1}, v_{T2}, v_{T3}, t_j) - \sigma_a(T)| &\geq 0 \\
 i \\
 F(T_{fo}, v_{T1}, v_{T2}, v_{T3}, t_j, T) &= 10 \cdot (\sigma_{eqv}(T_{fo}, v_{T1}, v_{T2}, v_{T3}, t_j) - \sigma_a(T)) \\
 \text{dla } |\sigma_{eqv}(T_{fo}, v_{T1}, v_{T2}, v_{T3}, t_j) - \sigma_a(T)| &< 0
 \end{aligned}
 \tag{7.3}$$

jest minimalizowana za pomocą procedury optymalizacyjnej Levenberga-Marquardta.

Podobnie jak w metodzie optymalizacyjnej opisanej w rozdziale 5 maksymalne zredukowane naprężenia cieplne powstające w analizowanym elemencie w czasie trwania procesu nagrzewania pod wpływem przepływającego przezeń czynnika wyznaczano poprzez analizę nieustalonego zagadnienia przeplywowo-cieplno-wytrzymałościowego. Analizę zagadnienia przeplywowo-cieplno-wytrzymałościowe przeprowadzono w dwóch etapach. W pierwszym z nich przeprowadzono analizę przeplywowo-cieplną a w drugim analizę cieplno-wytrzymałościową.

Na użytek analizy przeplywowo-cieplnej modelowany jest zarówno element konstrukcyjny jak i przepływający w nim płyn. Przy pomocy bilansowej metody elementów skończonych wyznaczane są rozkłady temperatury w płynie i analizowanym elemencie ciśnieniowym.

W drugim etapie analizy przy pomocy metody elementów skończonych wyznaczane są rozkłady naprężeń cieplnych w grubościennym elemencie ciśnieniowym w kolejnych krokach czasowych symulacji. Czasowo-przestrzenny rozkład temperatury przyjmowany jest ze wcześniejszych obliczeń.

Podczas obliczeń dotyczących pierwszego i drugiego etapu analizy przeplywowo-cieplno-wytrzymałościowej przyjmowane są warunki brzegowe opisane w rozdziale 5.

## 7.2. Zastosowanie zmodyfikowanej metody optymalizacyjnej do grubościennego trójkąta.

W poniższym rozdziale analizie poddany został trójkąt grubościenny którego opis przedstawiono w rozdziale 5. Został on zaprojektowany ze stali P91 do pracy przy nadciśnieniu  $p_{rob}=18$  [MPa] i temperaturze  $T_{rob}=540$  [°C]. Przekrój poprzeczny grubościennego trójkąta przedstawiony został na rysunku 5.8.

W przeprowadzonej symulacji parę wodną potraktowano jako gaz o stałych własnościach (constant property gas). Przyjęte zostały stałe własności pary wodnej i stali P91 dla temperatury 500 [°C], jako temperatury zbliżonej do nominalnej temperatury pracy rurociągu.

Jako naprężenie dopuszczalne użyte do sformułowania funkcji celu przyjęto iloraz granicy plastyczności  $Re(T)$  dla stali P91 i współczynnika bezpieczeństwa  $x = 1,56$ . Na użytek optymalizacji odczytane z tablic wartości granicy plastyczności  $Re$  stali P91 dla konkretnych temperatur aproksymowano wielomianem piątego stopnia (7.4) w zakresie od 20 do 600 [°C] przy użyciu programu Table Curve. Wielomian piątego stopnia został dobrany w ten sposób, by naprężenia dopuszczalne wyznaczone przy jego pomocy dla dowolnej temperatury z zakresu 20 do 600 [°C] były zbliżone lecz niższe od naprężeń dopuszczalnych wyznaczonych na podstawie interpolacji liniowej. Zabieg ten pozwala uniknąć niebezpieczeństwa przekroczenia naprężeń dopuszczalnych na tym etapie obliczeń ponadto niewielkie zaniżenie naprężeń dopuszczalnych na poziomie do ok. 1 [MPa] pozwoli na kompensację ewentualnych przekroczeń naprężeń dopuszczalnych wynikających z wyznaczonego przebiegu temperatury czynnika na wlocie do trójkąta podczas optymalizacji.

$$Re(T) = a \cdot T^5 + b \cdot T^4 + c \cdot T^3 + d \cdot T^2 + e \cdot T + f$$

gdzie:

$$a = -1.3258 \cdot 10^{-11}$$

$$b = 1.7919 \cdot 10^{-8}$$

$$c = -1.0679 \cdot 10^{-5}$$

$$d = 3.4736 \cdot 10^{-3}$$

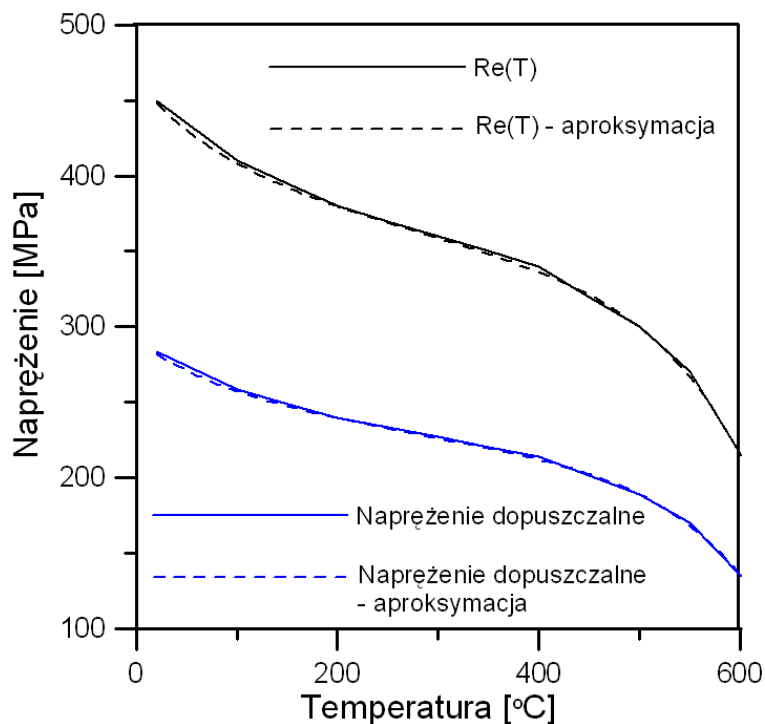
$$e = -0.8051$$

$$f = 463$$

$$\sigma_a(T) = \frac{Re(T)}{x}$$

(7.4)

Wartości granicy plastyczności dla stali P91 pokazano w tablicy nr 7.1 natomiast na rysunku 7.2 przedstawiono zależności granicy plastyczności od temperatury  $Re(T)$  uzyskaną na drodze aproksymacji – czarna linia przerywana i na drodze interpolacji liniowej – czarna linia ciągła. Odpowiadające im wartości naprężeń dopuszczalnych w funkcji temperatury  $\sigma_a(T)$  pokazano niebieską linią przerywaną dla aproksymacji i niebieską linią ciągłą dla interpolacji liniowej.



Rys. 7.2. Granica plastyczności Re dla stali P91 oraz przyjęte naprężenie dopuszczalne - wartości tablicowe i aproksymacja

Tabela 7.1 Wartości granicy plastyczności Re stali P91 w zależności od temperatury

T [°C]	20	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
Re [MPa]	450	410	395	380	370	360	350	340	320	300	270	215

Metoda optymalizacyjna zaprezentowana w rozdziale 7.1 została zastosowana dla powyższych danych.

Do obliczeń przeprowadzonych w niniejszym rozdziale wykorzystano siatkę elementów skończonych trójkąta omówioną w rozdziale 5. Wygląd wygenerowanej siatki pokazano na rysunku 5.9. Obliczenia dotyczące części przepływowo-ciepłnej zmodyfikowanej metody optymalizacyjnej wykonano bilansową metodą elementów skończonych w programie Ansys CFX [1].

Jako warunki brzegowe na wlocie do rurociągu zadano: stały wydatek masowy pary wodnej  $\dot{m} = 78$  [kg/s] oraz temperaturę  $T(t)$  zmieniającą się w czasie trwania procesu nagrzewania zgodnie z równaniem:

$$\begin{aligned}
 T(t) &= T_0 + T_{f0} + v_{T1} \cdot t && \text{dla } 0 \leq t \leq t_1 \\
 T(t) &= T_0 + T_{f0} + v_{T1} \cdot t_1 + v_{T2} (t - t_1) && \text{dla } t_1 < t \leq t_2 \\
 T(t) &= T_0 + T_{f0} + v_{T1} \cdot t_1 + v_{T2} (t_2 - t_1) + v_{T3} (t - t_2) && \text{dla } t_2 < t \leq t_3
 \end{aligned} \tag{7.5}$$

Założono temperaturę początkową trójnika wynoszącą  $T_0 = 20$  [°C]. Zdefiniowano powierzchnię wewnętrzną trójnika jako powierzchnię kontaktu pomiędzy stałą a parą wodną, zadano warunek idealnej izolacji cieplnej na powierzchni zewnętrznej trójnika oraz odpowiednie warunki symetrii.

Wynik przeprowadzonych obliczeń dla jednego kroku iteracyjnego optymalizacji stanowi zbiór rozkładów temperatur w trójniku i przepływającej w nim parze we wszystkich kolejnych krokach czasowych symulacji.

Podczas analizy cieplno-wytrzymałościowej do wyznaczenia rozkładów naprężeń posłużono się komercyjnym kodem programu Ansys dokonującym obliczeń metodą elementów skończonych [1]. Przyjęto własności materiałowe stali P91 w temperaturze 500 [°C], więzy geometryczne uniemożliwiające ruch zamodelowanego odcinka rurociągu jako bryły sztywnej, odpowiednie warunki symetrii oraz przestrzenne rozkłady temperatur dla kolejnych kroków czasowych. Jako wynik przeprowadzonych obliczeń otrzymano zbiór rozkładów zredukowanych naprężeń cieplnych w kolejnych krokach czasowych symulacji.

W celu ustalenia optymalnych współczynników równania 7.5, czyli takich, dla których różnica pomiędzy naprężeniami dopuszczalnymi a maksymalnymi zredukowanymi naprężeniami cieplnymi powstającymi w trójniku w kolejnych krokach czasowych będzie bliska zeru, posłużono się procedurą optymalizacyjną Levenberga-Maquadta.

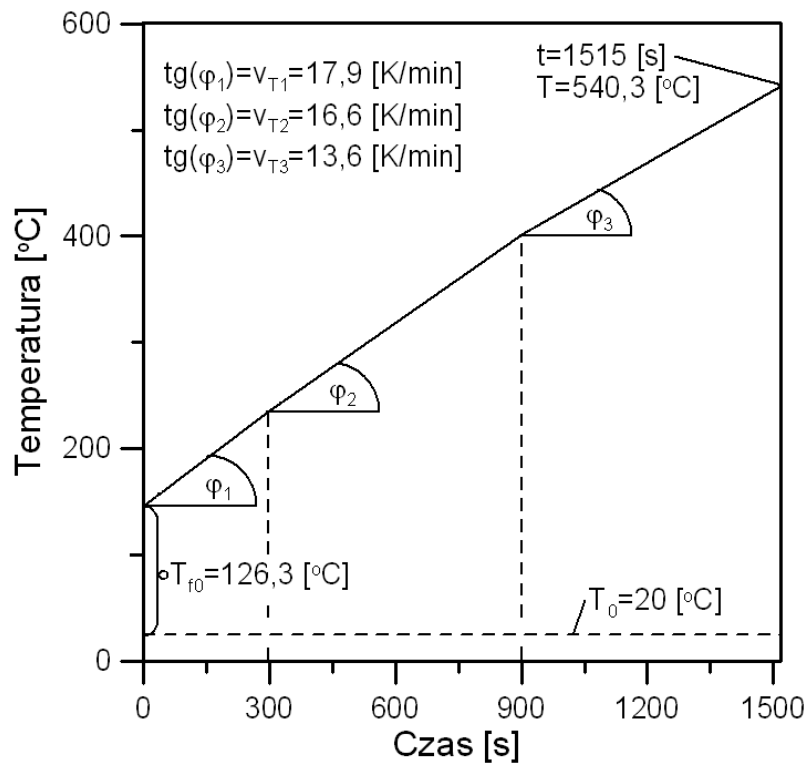
Jako wartości startowe dla procedury optymalizacyjnej przyjęto  $T_{f0} = 150$  [°C],  $v_{T1} = 15$  [K/min],  $v_{T2} = 15$  [K/min] i  $v_{T3} = 12$  [K/min]. Przedziały zmienności optymalizowanych parametrów wynosiły 50 do 500 [°C] dla  $T_{f0}$  oraz 5 do 50 [K/min] dla  $v_{T1}$ ,  $v_{T2}$  i  $v_{T3}$ .

Wyniki uznane za satysfakcjonujące uzyskano w 5 iteracji i wynosiły one odpowiednio  $T_{f0} = 126,3$  [°C],  $v_{T1} = 17,9$  [K/min],  $v_{T2} = 16,6$  [K/min] i  $v_{T3} = 13,6$  [K/min].

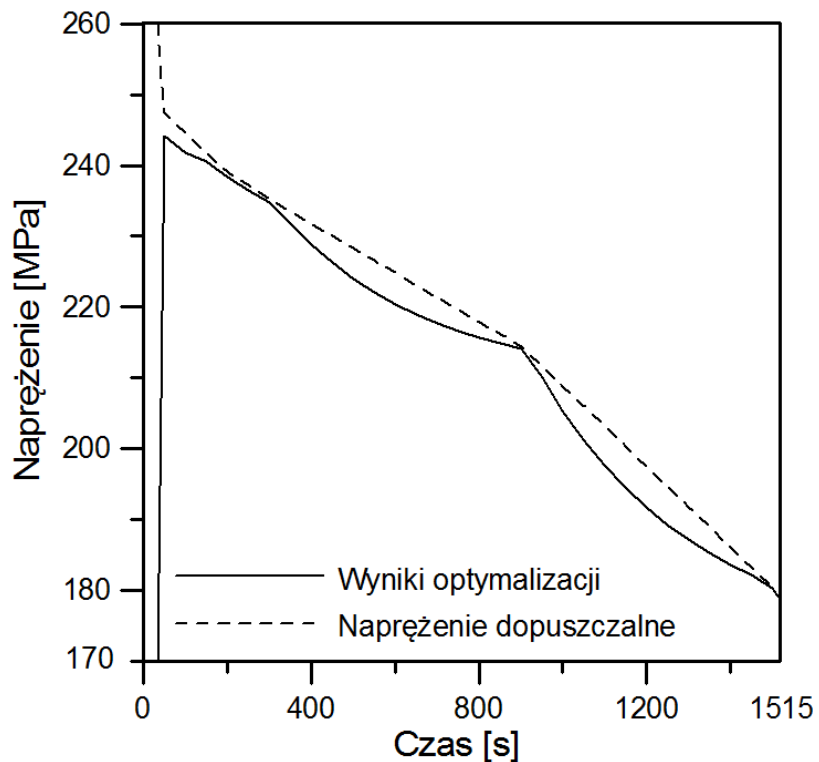
Na rys. 7.3 przedstawiono wyznaczony jako optymalny przebieg zmienności temperatury czynnika na wlocie do trójnika.

Podczas optymalizacji minimalizowana była suma kwadratów różnic pomiędzy maksymalnymi zredukowanymi naprężeniami cieplnymi a naprężeniem dopuszczalnym obliczanym dla temperatur pary na wlocie do trójnika w kolejnych krokach czasowych przy użyciu wielomianu piątego stopnia stanowiącego wynik aproksymacji (7.4) wartości tablicowych. Średnia wartość bezwzględna różnicy pomiędzy naprężeniem dopuszczalnym a naprężeniem cieplnym w ciągu całego procesu nagrzewania wynosił 2,47 [MPa], najwyższa wartość powyższej różnicy wystąpiła po upływie 1200 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania i wynosiła 6,05 [MPa] natomiast najwyższe przekroczenie naprężeń dopuszczalnych pojawiło się po upływie 1450 [s] i wynosiło 2,88 [MPa].

Naprężenia dopuszczalne użyte podczas optymalizacji są nieco niższe od rzeczywistych naprężeń dopuszczalnych, ponieważ po pierwsze jak już uprzednio wspomiano naprężenia dopuszczalne wyznaczone na podstawie aproksymowanej funkcji są niższe od naprężeń wyznaczanych na podstawie interpolacji liniowej a po drugie są liczone dla maksymalnej temperatury przepływającej pary w danym kroku czasowym a nie dla maksymalnej temperatury trójnika, która jest niższa średnio o 1 do 2 [°C]. Temperatura czynnika zastała przyjęta do optymalizacji ze względu na większą łatwość jej pomiaru podczas rozruchu rzeczywistej instalacji.



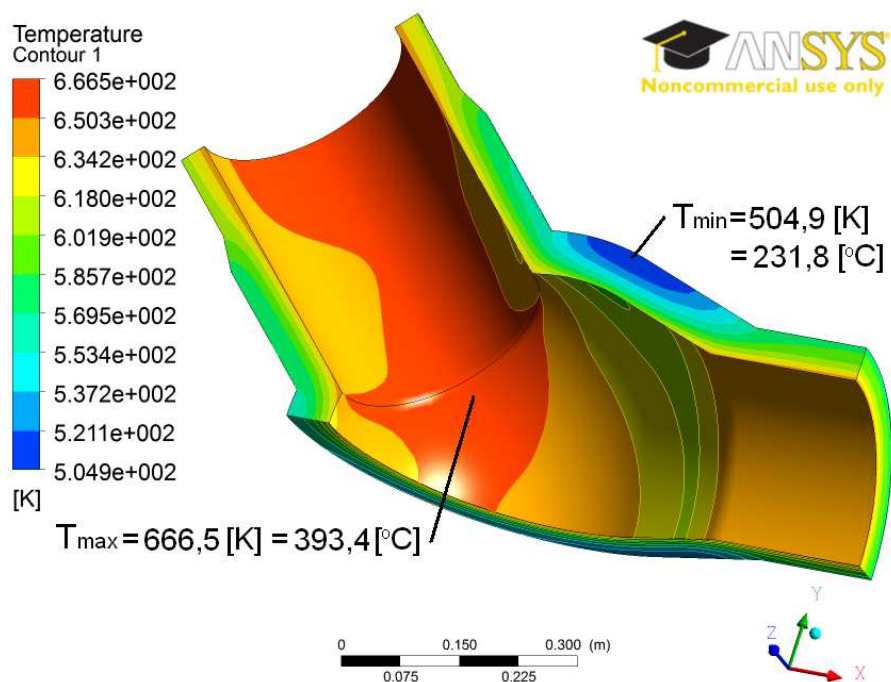
Rys. 7.3. Optymalny przebieg temperatury czynnika na wlocie do trójkąta



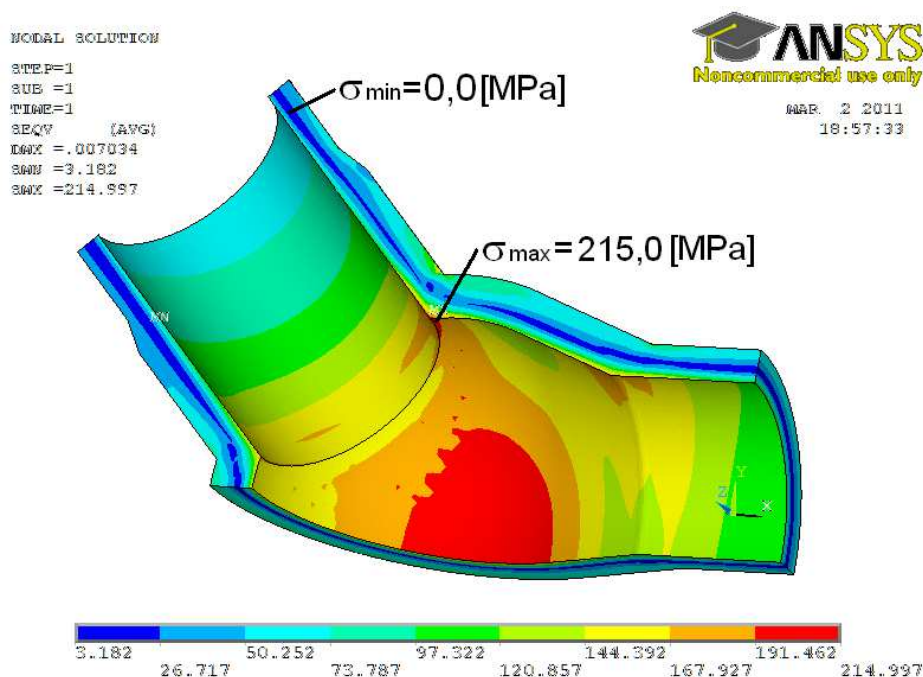
Rys. 7.4. Maksymalne zredukowane naprężenia cieplne w trójkącie w funkcji czasu

Średni moduł różnicy pomiędzy naprężeniem dopuszczalnym liczonym na podstawie interpolacji liniowej wartości tablicowych dla maksymalnych temperatur trójkąta w kolejnych krokach czasowych procesu nagrzewania a maksymalnymi zredukowanymi naprężeniami cieplnymi w trójkącie wyniósł

3,02 [MPa], maksymalna różnica naprężeń pojawiła się po upływie 1150 [s] i wyniosła 5,85 [MPa]. Podczas trwania całego procesu nagrzewania nie dochodzi do przekroczenia rzeczywistych naprężeń dopuszczalnych, najmniejsza różnica pomiędzy oboma naprężeniami pojawia się po upływie 900 [s] i wynosi 0,34 [MPa]. Na rysunku 7.4 przedstawiono przebiegi rzeczywistych naprężeń dopuszczalnych – linia przerywana i maksymalnych zredukowanych naprężeń cieplnych – linia ciągła w czasie trwania procesu nagrzewania trójnika.



Rys. 7.5. Rozkład temperatury w trójniku dla czasu 900 [s] w [K]



Rys. 7.6. Rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych w trójniku dla czasu 900 [s] w [MPa]

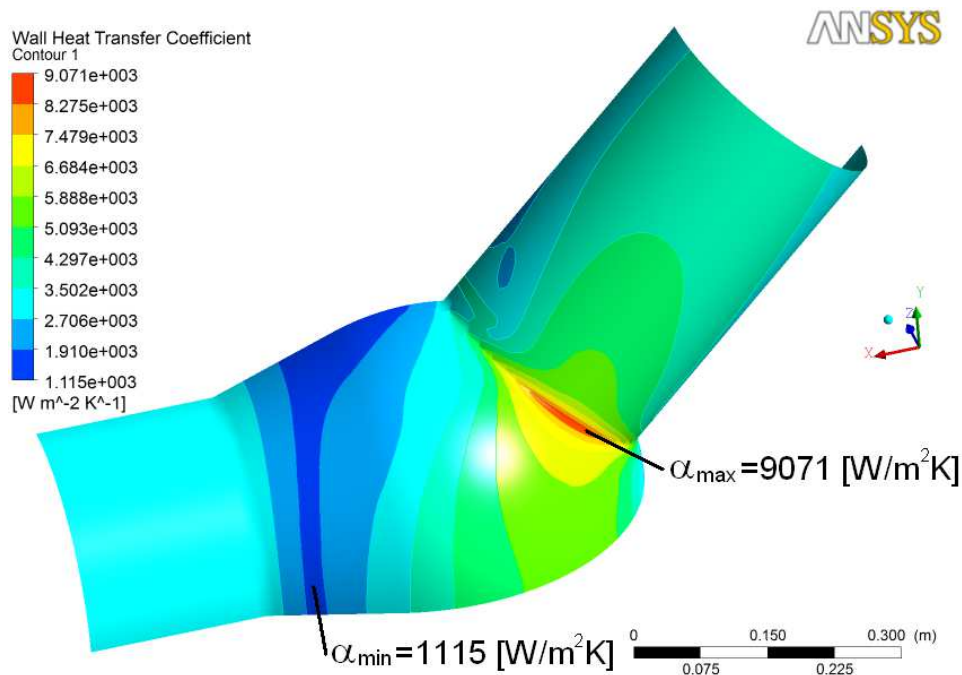
Na rysunku 7.5 pokazano rozkład temperatury w grubościennym trójniku po upływie 900 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania czyli czasu, w którym różnica pomiędzy maksymalnym zredukowanym naprężeniem cieplnym a rzeczywistym naprężeniem dopuszczalnym była najniższa. Na rysunku 7.6 pokazano rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych dla tego czasu.

Najwyższe naprężenia pojawiają się na powierzchni wewnętrznej trójnika na łączeniu części kulistej trójnika z częścią walcową. Są to naprężenia ściskające, spowodowane nagrzewaniem wewnętrznej powierzchni elementu przez przepływający czynnik. Dzięki zastosowaniu modyfikacji w zaproponowanej w rozdziale 5 metodzie optymalizacyjnej ograniczono czas niezbędny do bezpiecznego rozruchu trójnika grubościennego. Unikając przekraczania naprężeń dopuszczalnych ogrzano trójnik do temperatury 540,3 [°C] po upływie 1515 [s] czyli o 485 [s] szybciej niż przy założeniu stałych naprężeń dopuszczalnych. Innymi słowy przyjęcie w zmodyfikowanej metodzie optymalizacyjnej naprężeń dopuszczalnych jako funkcji temperatury pozwoliło skrócić czas trwania procesu nagrzewania grubościennego trójnika o 24,25 [%].

W trakcie analizy przepływowo-ciepłej oprócz rozkładów temperatury w analizowanym elemencie oraz przepływającym czynniku można wyznaczyć rozkłady wartości szeregu wielkości charakteryzujących dany przepływ jak np. rozkłady prędkości i ciśnienia w przepływającym płynie, rozkłady gęstości strumienia ciepła i współczynnika wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej elementu czy też rozkłady temperatur w warstwie przyściennej elementu. Wyznaczone w ten sposób rozkłady wielkości fizycznych mogą posłużyć jako warunki brzegowe do kolejnych symulacji numerycznych, czego przykładem są analizy przedstawione w pracach [32,67]. W powyższych pracach na podstawie analiz przepływowo-cieplnych wyznaczone zostały rozkłady współczynnika wnikania ciepła na powierzchniach wewnętrznych badanych elementów oraz rozkłady temperatury w warstwach przyściennych elementów. W kolejnych analizach na podstawie powyższych rozkładów zadano konwekcyjne warunki wnikania ciepła na powierzchniach wewnętrznych analizowanych elementów i wyznaczono rozkłady temperatury a następnie rozkłady zredukowanych naprężeń cieplnych.

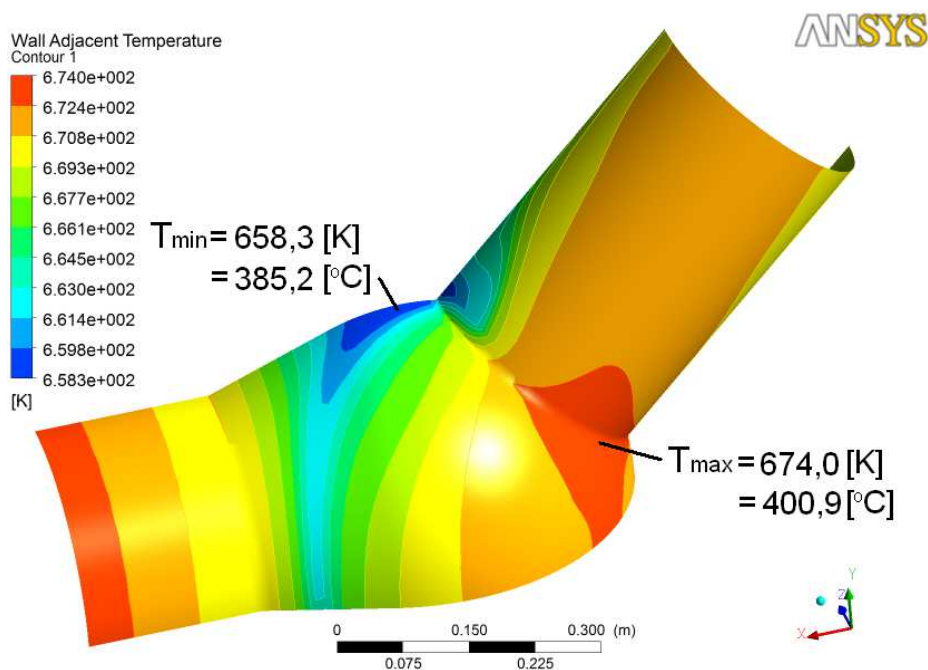
Rozkład współczynnika wnikania ciepła zaprezentowany w pracy [32] jak również rozkłady współczynnika wnikania ciepła wyznaczone w trakcie obliczeń przepływowo-cieplnych zmodyfikowanej metody optymalizacyjnej pokazują, że dla elementów ciśnieniowych o skomplikowanej geometrii współczynnik ten przyjmuje zróżnicowane wartości w różnych częściach powierzchni wewnętrznej analizowanego elementu. Na rysunku 7.7 przedstawiono przykładowy rozkład współczynnika wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej analizowanego trójnika po upływie 900 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania.





Rys. 7.7. Rozkład współczynnika wnikańia ciepła w trójniku dla czasu 900 [s] w [W/m<sup>2</sup>K]

Najwyższe wartości współczynnika wnikańia ciepła  $\alpha_{max} = 9071$  [W/m<sup>2</sup>K] pojawiają się w okolicy łączenia kulistej części trójnika z częścią walcową i są ponad ośmiokrotnie wyższe od jego najniższych wartości  $\alpha_{min} = 1115$  [W/m<sup>2</sup>K] w części kulistej trójnika. Jedną z głównych przyczyn zróżnicowania wartości współczynnika wnikańia ciepła stanowi zróżnicowana prędkość przepływającej pary w różnych częściach trójnika.



Rys. 7.8. Rozkład temperatury w warstwie przyściennej trójnika dla czasu 900 [s] w [K]

Dla elementów o skomplikowanej geometrii podobnie jak rozkłady współczynnika wnikania ciepła również rozkłady temperatury w warstwie przyściennej nie są jednolite. Na rysunku. 7.8 przedstawiono rozkład temperatury w warstwie przyściennej trójkąta po upływie 900 [s] od rozpoczęcia procesu nagrzewania. Najwyższa temperatura w warstwie przyściennej  $T_{\max}=400,9$  [°C] występuje w miejscu łączenia kulistej części trójkąta z częścią walcową natomiast temperatura najniższa  $T_{\min}=385,2$  [°C] w kulistej części trójkąta. Analizując rozkłady przedstawione na rysunkach 7.7 i 7.8 łatwo zauważyć, że miejsca ,w których pojawiają się najwyższe i najniższe temperatury w warstwie przyściennej trójkąta, pokrywają się z miejscami, w których występują najwyższe i najniższe wartości współczynnika wnikania ciepła.

Rozkłady współczynnika wnikania ciepła oraz temperatury w warstwie przyściennej pokazane na rysunkach 7.7 i 7.8 oraz w pracy [32] pozwalają stwierdzić, że w przypadku elementów o skomplikowanej geometrii, dla których wartości współczynnika wnikania ciepła zmieniają się w znaczący sposób na ich powierzchniach wewnętrznych, w celu prawidłowego wyznaczenia rozkładów temperatury w nich panujących niezbędne jest przeprowadzenie analiz przepływowo-ciepłych. Wyznaczenie rozkładów temperatury w tych elementach na podstawie konwekcyjnego warunku brzegowego przy założeniu stałej wartości współczynnika wnikania ciepła i stałej wartości temperatury w warstwie przyściennej może prowadzić do powstawania błędów w obliczeniach.

## 8. Podsumowanie i wnioski

W zrealizowanej pracy doktorskiej dokonano przeglądu obowiązujących przepisów oraz opracowanych dotychczas metod pozwalających na wyznaczenie przebiegów temperatury czynnika podczas procesów nagrzania i ochładzania grubościennych elementów ciśnieniowych. W trakcie przeprowadzonej analizy stwierdzono, że zaproponowane procedury obliczeniowe wprowadzają założenia upraszczające, które mogą powodować niedokładności w uzyskiwanych wynikach. Algorytmy obliczeniowe zawarte w normach TRD 301 oraz PN-EN 12952-3 zakładają quasi-ustalony stan pola naprężeń w trakcie rozruchów i odstawień instalacji. W rzeczywistości stan quasi ustalony jest trudny do osiągnięcia w ciągu trwania całego procesu a w szczególności w jego początkowej fazie. Kolejną niedogodność algorytmów obliczeniowych przedstawionych w normach stanowi procedura wyznaczania współczynnika koncentracji naprężeń dla analizowanych elementów. W przepisach TRD 301 powyższy współczynnik wyznaczany jest na podstawie podanych zależności lub jest odczytywany z wykresów a jego wartości bywają często niedokładne.

Analiza obowiązujących przepisów i opracowanych procedur obliczeniowych stanowiła podstawę do opracowania metody pozwalającej na wyznaczanie optymalnych prędkości nagrzewania i ochładzania grubościennych elementów ciśnieniowych bez konieczności zakładania konwekcyjnego warunku brzegowego na ich powierzchniach wewnętrznych.

W pierwszym etapie pracy przy użyciu bilansowej metody elementów skończonych przeprowadzono numeryczną analizę rozkładu temperatury czynnika w przewodzie cylindrycznym dla przepływów laminarnego i turbulentnego charakteryzujących się niskimi liczbami Pecleta ( $Pe < 100$ , rozszerzony problem Graetza). Analizy numeryczne prowadzono stopniowo zagęszczając siatkę elementów skończonych. Dla siatek elementów skończonych o największej gęstości uzyskano bardzo wysoką zgodność wyników numerycznych z wynikami rozwiązania analitycznego. Ponadto dzięki stopniowemu zagęszczaniu siatki potwierdzono zbieżność wyników numerycznych do rozwiązania analitycznego wraz ze wzrostem ilości podziałów analizowanej objętości płynu.

Obliczenia numeryczne prowadzone bilansową metodą elementów skończonych wymagają rozwiązania równań bilansu masy, pędu i energii a w przypadku przepływów o charakterze burzliwym, dodatkowych równań wynikających z przyjętego modelu turbulencji. Symulacje BMES wymagają dużej mocy obliczeniowej komputera i są czasochłonne, z tego powodu istotne jest przyjęcie odpowiedniego podziału analizowanego elementu na elementy skończone. Podział ten powinien zapewniać poprawne rozwiązanie problemu jednocześnie nie powodując nadmiernego wydłużenia czasu obliczeń. Numeryczne analizy rozszerzonego problemu Graetza posłużyły do oszacowania odpowiedniej gęstości siatek elementów skończonych użytych w trakcie kolejnych analiz.

Na rezultaty numerycznych analiz przepływowo-ciepłych istotny wpływ mają profile prędkości i temperatury medium zadawane na wlocie do analizowanych elementów konstrukcyjnych. Założenie stałej wartości prędkości i temperatury czynnika dla całego przekroju wlotowego powoduje szybsze nagrzewanie lub ochładzanie elementu w pobliżu wlotu niż w pozostałej jego części. W pracy założono, że przepływ przez analizowane elementy ciśnieniowe jest hydrodynamicznie w pełni

rozwinęty. Z tego powodu w trakcie symulacji numerycznych przed wlotem do grubościennych elementów każdorazowo modelowany był odcinek wlotowy. Ocena długości odcinka wlotowego, niezbędnej do osiągnięcia w pełni rozwiniętego profilu prędkości i temperatury czynnika, przeprowadzona została na podstawie dodatkowych analiz numerycznych. W przeprowadzonych symulacjach wyznaczone zostały rozkłady pola prędkości i temperatury w medium przepływającym przez prostoliniowy odcinek rurociągu. Porównując wartości prędkości a następnie temperatury czynnika w miejscach równo oddalonych od osi rurociągu dla różnych odległości od jego wlotu wyznaczono długości rurociągu, po przebyciu których wartości prędkości i temperatury czynnika zależą jedynie od promienia rurociągu. Na podstawie uzyskanych wyników stwierdzono, że długość odcinka wlotowego nie powinna być krótsza niż 15 średnic rurociągu.

Na podstawie zmierzonych w trakcie rozruchu kotła parowego BP1150 przebiegów temperatury, ciśnienia oraz wydatku masowego pary świeżej przeprowadzono numeryczną symulację nagrzewania prostoliniowego odcinka rurociągu. Przy pomocy bilansowej metody elementów skończonych wyznaczono rozkłady pól temperatury w czynniku roboczym oraz w rurociągu a następnie metodą elementów skończonych wyznaczono rozkłady zredukowanych naprężeń cieplnych w rurociągu. Najwyższe, w ciągu trwania całego procesu nagrzewania, maksymalne zredukowane naprężenia cieplne pojawiły się na powierzchni wewnętrznej rurociągu po upływie 11750 [s] i wynosiły 135,5 [MPa]. W trakcie całego procesu nagrzewania maksymalne zredukowane naprężenia cieplne były znacznie niższe od naprężeń dopuszczalnych, które dla stali P91 w temperaturze 550 [°C] wynoszą 170 [MPa] przy zastosowaniu współczynnika bezpieczeństwa  $\alpha=1,59$ . Przeprowadzona symulacja potwierdziła bezpieczną pracę rurociągu podczas rozruchu a jednocześnie pokazała, że możliwe jest zwiększenie prędkości nagrzewania analizowanego elementu bez ryzyka przekroczeń naprężeń dopuszczalnych.

Główny cel pracy, którym było opracowanie metody wyznaczania optymalnych przebiegów temperatury czynnika roboczego na wlocie do grubościennych elementów ciśnieniowych bloku energetycznego podczas ich nagrzewania i ochładzania, bez konieczności zakładania konwekcyjnego warunku brzegowego na powierzchniach wewnętrznych analizowanych elementów, został zrealizowany.

Zaproponowana metoda została zastosowana do procesów nagrzewania i ochładzania grubościennych elementów ciśnieniowych o prostej i złożonej geometrii. W trakcie obliczeń wyznaczone zostały czasowo przestrzenne rozkłady temperatury i zredukowanych naprężeń cieplnych w analizowanych elementach konstrukcyjnych oraz optymalne przebiegi temperatury czynnika na ich wlotach. Zaproponowana metoda obliczeniowa stanowi połączenie analiz przepływowo-ciepłej i cieplno-wytrzymałościowych z algorytmem optymalizacyjnym Levenberga-Marquardta. Obliczenia przepływowo-ciepłe wykonywane bilansową metodą elementów skończonych pozwalają na wyznaczenie czasowo przestrzennych rozkładów temperatury w analizowanym elemencie i czynniku omywającym jego powierzchnię wewnętrzną na podstawie znajomości własności fizycznych czynnika roboczego i materiału analizowanego elementu oraz parametrów przepływu, co pozwala na uniknięcie konieczności zadawania konwekcyjnego warunku brzegowego na powierzchni wewnętrznej elementu konstrukcyjnego. Ponadto zastosowanie analiz BMES pozwala na wyznaczenie czasowo przestrzennych rozkładów współczynnika wnikania ciepła oraz temperatury w warstwie przyściennej w trakcie procesu nagrzewania i chłodzenia. Wyznaczone rozkłady współczynnika wnikania ciepła na powierzchniach wewnętrznych analizowanych elementów

pokazały, że jeżeli dla elementów o prostej geometrii takich jak prostoliniowy odcinek rurociągu wartości współczynnika różnią się w niewielkim stopniu, to w przypadku elementów o skomplikowanej geometrii takich jak trójnik wartości współczynnika wnikania ciepła znacznie różnią się od siebie w różnych częściach jego powierzchni wewnętrznej. W przeprowadzonej analizie maksymalne wartości współczynnika wnikania ciepła występujące w miejscu łączenia części walcowej i kulistej trójnika były ponad ośmiokrotnie większe od jego wartości minimalnych pojawiających się w pobliżu środka części kulistej trójnika. Wyznaczone rozkłady współczynnika wnikania ciepła pozwalają stwierdzić, że zakładanie jego stałej wartości w trakcie zadawania konwekcyjnego warunku brzegowego w odniesieniu do elementów grubościennych o złożonej geometrii nie jest wskazane, gdyż może powodować niedokładne wyznaczenie rozkładów temperatury.

Oprócz geometrii analizowanego elementu na wartości współczynnika wnikania ciepła wpływają warunki przepływu. W symulacji nagrzewania prostoliniowego odcinka rurociągu na podstawie zmierzonych parametrów przepływu pary pokazano przebieg zmienności współczynnika wnikania ciepła w wybranym punkcie powierzchni wewnętrznej elementu o prostej geometrii. Wartości wyznaczonego współczynnika wnikania ciepła zmieniają się w zakresie od 160 [W/m<sup>2</sup>K] dla najniższych prędkości przepływu do 7000 [W/m<sup>2</sup>K] dla najwyższych prędkości przepływu w końcowej fazie procesu. Wyniki przeprowadzonej analizy pozwalają stwierdzić, że podobnie jak w przypadku analiz elementów o skomplikowanych kształtach, analizy zakładające zmienność warunków przepływu powinny być prowadzone z wykorzystaniem bilansowej metody elementów skończonych.

Zaproponowany w pracy sposób prowadzenia nagrzewania i ochładzania grubościennych elementów konstrukcyjnych jest prosty w realizacji i po uwzględnieniu naprężeń wywołanych ciśnieniem może zostać zastosowany w trakcie rozruchów lub wyłączeń rzeczywistych instalacji.

W ogólnym przypadku zaproponowana metoda optymalizacyjna pozwala na założenie przebiegu temperatury w postaci dowolnej funkcji, co może okazać się przydatne w przyszłości w przypadku próby optymalizacji przebiegu niustalonych procesów wymiany ciepła w elementach grubościennych o dowolnej geometrii z uwagi na naprężenia sumaryczne. W celu przedstawiania możliwych modyfikacji zaproponowanej metody w końcowym etapie pracy zaprezentowano optymalizację procesu nagrzewania grubościennego trójnika przy założeniu naprężeń dopuszczalnych jako funkcji temperatury. W przeprowadzonej symulacji przyjęto, że proces nagrzewania został podzielony na trzy etapy, w których nagrzewanie przebiega z różnymi prędkościami. Dzięki zwiększeniu wartości naprężeń dopuszczalnych w okresie, w którym temperatura panująca w trójniku była niższa od temperatury roboczej, skrócono czas niezbędny do nagrzania trójnika o 24,25 [%] w stosunku do analizy przeprowadzanej przy stałym naprężeniu dopuszczalnym z jedną, stałą prędkością nagrzewania.

Podczas realizacji pracy zmodernizowano stanowisko laboratoryjne w postaci kolektora parowego. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń numerycznych wykazano możliwość powstawania wysokich naprężeń cieplnych w kolektorze w trakcie jego nagrzewania. Powstające naprężenia cieplne mogą być mierzone za pomocą tensometrów. W przyszłości eksperymenty przeprowadzone na stanowisku laboratoryjnym pozwolą na dokładną weryfikację opracowanej metody.



# Literatura

- [1] ANSYS User's Manual, Revision 10.0 A.
- [2] AD-Merkblätter, Carl Heymans Verlag, Köln, und Beuth-Verlag, Berlin, Ausgabe 2001.
- [3] Badyda K., Krzechowicz S., Körner B., *Małe elektrociepłownie jako źródło zaopatrzenia w energię elektryczną, ciepło i chłód*. Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej, s. Konferencje z. 21, 2001.
- [4] Baierl O.: *Extending the life of primary system components*. Kerntechnik 54, 1989, No.2, s. 87-91.
- [5] Baliga B. R., Patankar S. V., *A control-volume finite element method for two-dimensional fluid flow and heat transfer*. Numerical Heat Transfer 6, 1983, s. 2121-2128.
- [6] Bartholdi J.: *Vorbeugende Schadenverhütung durch systematische Anlagenbetreuung, Schadenfrüherkennung und Schadenanalyse - ein Service des Anlagenbauers*. VDI Berichte, 1988, Nr 669, s. 159-198.
- [7] Bathe J. A., *Finite Elements Procedures*. Upper Saddle River, Prentice Hall, 1996.
- [8] Bartholdi J., *Vorbeugende Schadenverhütung durch systematische Anlagenbetreuung Schadenfrüherkennung und Schadenanalyse – ein Service des Anlagenbauers*. VDI Berichte, Nr 669, 1988, s. 159-198.
- [9] Beck J. V., *Hanbook of Numerical Heat Transfer, Inverse Problems*. John Wiley & Sons, New York 1988.
- [10] Beck J. V., Blackwell B., Clair Ch. R. St., *Inverse heat conduction, Illposed problems*. John Wiley & Sons, New York 1985.
- [11] Boley B.A., Weiner J. H.: *Theory of Thermal Stresses*. Dover Publications, New York 1988.
- [12] Botto D., Zucca S., Gola M. M., *A methodology for on-line calculation of temperature and thermal stress under non-linear boundary conditions*. Int. Journal of Pressure Vessels and Piping 80, 2003, s. 21-29.
- [13] Brinkmann C., Langner H., Rafael A.: *Konstruktion großer Dampferzeuger für Spitzenlastbetrieb*. VGB Kraftwerkstechnik 68, 1988, H.80 s. 794-799.
- [14] Busby H.R., Trujillo D. M., *Numerical solution to a two-dimensional inverse heat conduction problem*. Int. J. Numerical methods in Engineering 21, 1985, s.373-382.
- [15] Chang-Yong Choi, Jong Chull Jo, *BEM solution with minimal energy technique for the geometrical inverse heat conduction problem in a doubly connected domain*. Journal of Pressure Vessels Technology, 2003, s. 109-117.
- [16] Całkowski M., Frąckowiak A., *Funkcje cieplne i ich zastosowanie do rozwiązywania zagadnień przewodzenia ciepła i mechaniki*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2000.
- [17] Chmielniak T., Kosman G., *Obciążenia cieplne turbin parowych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1990.
- [18] Chmielniak T., Łukowicz H., Kochaniewicz A., Mroncz M., *Directions of improving efficiency and reducing CO2 emission in coal-fired supercritical power units*. „Archiwum Energetyki”, t. XL, nr 3/2010, s. 33-44.
- [19] Costa Filho P. A., Suanno R. L. M., Ferrari L. D. B., *Fatigue analysis of recuperative heat exchanger*. Transactions of the 13th Int. Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT), Brasil, 1995, s. 261-266.
- [20] Cwynar L.: *Rozruch kotłów parowych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1981.
- [21] D'Souza N., *Numerical solution of one-dimensional inverse transient heat conduction by finite difference method*. ASME Paper 75-WA/HT-81.1975, (Winter Annual Meeting, Houston, November30-December4)
- [22] Duda P., *Dwuwymiarowe odwrotne zagadnienie przewodzenia ciepła*. Czasopismo Techniczne Politechniki Krakowskiej 2M, 1999, s.98-109.
- [23] Duda P., *Metoda krocząca do rozwiązywania nieliniowych odwrotnych zagadnień wymiany ciepła*. Praca doktorska, 1997.
- [24] Duda P., *Monitorowanie cieplno-wytrzymałościowych warunków pracy ciśnieniowych elementów urządzeń energetycznych*. Monografia nr 305, Politechnika Krakowska, Seria Mechanika z. 81, Kraków 2004.
- [25] Duda P., *Ogólna metoda rozwiązywania nieliniowych odwrotnych zagadnień przewodzenia ciepła*. Czasopismo Techniczne, Mechanika Zeszyt 5-M, 2001
- [26] Duda P., *Rozwiązanie odwrotnego problemu przewodzenia ciepła metodą prostych*. Materiały Konferencyjne z XVII Zjazdu Termodynamików, Zakopane 1999, s. 315-326.
- [27] Duda P., Cebula A., Dwornicka R.: *Optimization of heating and cooling operations of power block pressure elements*. European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2006 P. Wesseling, E. Oñate, J. Périaux (Eds) TU Delft, The Netherland, 2006.

- [28] Duda, P., Dwornicka, R., *Optimization of heating and cooling operations of steam gate valve*. Journal of Structural and Multidisciplinary Optimization 40, 2010, s. 529–535.
- [29] Duda P., Mazurkiewicz G., *Modelowanie numeryczne laminarnego przepływu masy i ciepła w przewodach cylindrycznych*. XX Zjazd Termodynamików, Wrocław 2008, s. 218-224.
- [30] Duda P., Mazurkiewicz G., *Numeryczna metoda wyznaczania rozkładu temperatur i naprężeń w grubościennych rurociągach parowych*. Archiwum Energetyki tom XXXIX (2009), 165-172.
- [31] Duda P., Mazurkiewicz G., Numerical modeling of heat and mass transfer In cylindrical ducts. Archives of Thermodynamics, Vol. 31 (2010), No. 1.
- [32] Duda P., Mazurkiewicz G., *Optymalizacja nagrzewania grubościennych elementów o złożonej geometrii z uwagi na naprężenia cieplne przy wykorzystaniu programu Ansys CFX*. II Konferencja Naukowo Techniczna Współczesne Technologie i Urządzenia Energetyczne, Kraków 2010, str. 729-741
- [33] Duda P., Taler J., *Identification of transient temperature and thermal stress distributions using the least squares method*. Proceedings of European Conference on Computation Mechanics, June 26-29, Cracow, Poland, 2001, s. 478-479.
- [34] Duda P., Taler J., *Method of solving inverse problems encountered in monitoring of thermal stresses*. Archives of Thermodynamics 21, 2000, No. 3-4, s. 25-39.
- [35] Duda P., Taler J., *Solution of inverse heat conduction problems using the last squares method*. Proceedings of Fourth International Congress on Thermal Stresses, June 8-11, Osaka, Japan, 2001, s.523-526.
- [36] Duda P., Taler J., Roos E., *Inverse Method for Temperature and Stress Monitoring in Complex-Shape-Bodies*. Nuclear Engineering and Design, 3960, 2003.
- [37] Dwornicka R., *Metoda nagrzewania i ochładzania elementów ciśnieniowych bloku energetycznego z uwagi na naprężenia cieplne*. Praca doktorska. Kraków 2010.
- [38] Eldèn L., *Solving an inverse heat conduction problem by a "method of lines"*. Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer 119, 1997, s. 406-412.
- [39] Erlmann K., *Rechnerische Überwachung der Lebensdauer druckführender Bauteile*. Jahrbuch der Dampferzeugungstechnik, 78,1985.
- [40] Grądziel S. *Monitorowanie nieustalonego stanu cieplnego ciśnieniowych elementów kotłów*. Archiwum Energetyki, Tom XVIII, nr 1-2, 1999, s. 51-70.
- [41] Gryboś R., *Podstawy mechaniki płynów*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1989
- [42] Grysa K., *O ściśle i przybliżonych metodach rozwiązywania zagadnień odwrotnych pól temperatury*. Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Rozprawy z. 204, 1989.
- [43] Handschuch H., Löffelmenn F., Ramsauerh., Werner M., *Führung großer Blockkraftwerke*. Regelungstechnische Praxis und Prozess – Rechentechnik, Bd. 15, 1973, H. 3, s. 53-76.
- [44] Heidberger D., Schmidt J., Czeratzki A., *Langzeitregistrierung von Betriebsdaten für die Lebensdauerberechnung*. VDI Berichte, No.572, 1985, s. 445-462.
- [45] Hensel E., Hills R. G., *An initial value approach to the inverse heat conduction problem*. Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer 108, 1986, s. 248-462.
- [46] Hensel E., Hills R., *Steady-state two-dimensional inverse heat conduction*. Numerical Heat Transfer 15, Part B, 1989, s. 227-240.
- [47] Hernas A., Pasternak J.: *Materiałowo–technologiczne uwarunkowania rozwoju energetyki*. Jubileuszowa Konferencja Kotłowa'99, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej nr 4, tom 1, 1999, s. 131-151.
- [48] Instrukcja eksploatacji kotła typu OP-430, Elektrociepłownia Kraków S.A.
- [49] Kussmaul K., Mayinger W., *Numerical and experimental analysis of the behavior of a nozzle with thermal sleeve under stratified flow*. Nuclear Engineering and Design 190, 1999, s. 127-140.
- [50] Kupisz K., *Metody numeryczne rozwiązywania zagadnień odwrotnych przepływu ciepła*. [w:] Modelowanie numeryczne pól temperatury. Red J. Szargut, WNT, Warszawa 1992, s. 209-242.
- [51] Kupisz K., *Numerical solution of one case of inverse heat conduction problems*. Transact. of the ASME, J. Heat Transfer, Vol. 113 May 1991, s. 280-286.
- [52] Kusiak J., Danielewska-Tulecka A., Oprocha P.: *Optymalizacja. Wybrane metody z przykładami zastosowań*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.
- [53] Kvetnyj M. A., Habienskiy W. B. and Baldina O. B., *Mathematical model of transient flow-boiling problems in once-through boilers*. Teploenergetika, Vol. 24, No. 8,1978, s. 31-35.
- [54] Laudyn D., Pawlik M., Strzelczyń F.: *Elektrownie*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2007.
- [55] Lehrman H., *Handbuch der Dampferzeugerpraxis*. Technischer Verlag Resch KG, Gräfelfing 1988.
- [56] Lewandowski J., Miller A., Świrski K.: *Zadania obliczeniowe kompleksowego systemu nadzoru eksploatacji bloków energetycznych*. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, S. Konferencje, z. 6, 1995.



- [57] Lewandowski J., Świrski K.: *Koncepcja kompleksowego systemu nadzoru eksploatacji bloków energetycznych*. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, S. Konferencje, z. 6, 1995.
- [58] Lovins A. B., *Rezygnacja z węgla to czysty zysk*. Świat Nauki, nr 10 (170), październik 2005.
- [59] Lubecki S., Taler D., Sobota T., *Numerical optimization of steam pipeline heating with respect to thermal stresses*. Archives of Thermodynamics, Vol. 29 (2008), No. 4, 1-10.
- [60] Łodygowski T., Kąkol W., *Metoda Elementów Skończonych w Wybranych Zagadnieniach Mechaniki Konstrukcji Inżynierskich*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2003.
- [61] Łukowicz H., Chmielniak T., Kochaniewicz A., Mroncz M., *An analysis of the use of waste heat from exhaust gases of a brown coal-fired power plant for drying coal*. „Rynek Energii” nr 1(92)/2011, s. 157-163.
- [62] Łukowicz H., Chmielniak T., Kochaniewicz A., Mroncz M., *Analiza wykorzystania ciepła odpadowego ze spalin bloku węglowego opalanego węglem brunatnym do suszenia węgla*. 11th International Conference On Boiler Technology 2010, Szczyrk 19-22.10.2010.
- [63] Ma C.C., Huang J.I. Tsai C.I.: *Weight functions and stress intensity factors for axial cracks in hollow cylinders*. Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 116, November 1994 s. 423-430.
- [64] Martin P., Fichtner D., Hausmann G., Magerfleisch J., Schmitz-Josten P., *Temperaturleitgerät für Kraftwerksturbinen*. Brennstoff-Wärme-Kraft, Bd. 36, H. 12 1984, s.499-508
- [65] Matsumoto h., Kato F., Eki Y., Hisano K., Fukushima K., Sato Y., *Turbine control system based on prediction of rotor thermal stress*. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 8, 1982, s. 2504-2512.
- [66] Matsumura J., Nigawara S., Urushidani H. S., Matsumoto H., *Steam turbine start up method based on predictive monitoring and control of thermal stresses*. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No. 4, 1985, s. 821-828.
- [67] Mazurkiewicz G., Duda P., *Optymalizacja nagrzewania grubościennych elementów cylindrycznych przy wykorzystaniu programu Ansys CFX*. Materiały konferencyjne z Konferencji Kotłowej, Szczyrk 2009.
- [68] Mazurkiewicz G., Duda P., *Wyznaczanie rozkładu temperatur i naprężeń w grubościennym rurociągu parowym*. I Konferencja Naukowo Techniczna Współczesne Technologie i Urządzenia Energetyczne, Kraków 2007, s. 387-408.
- [69] Mikio Obi, Nobuo Takei, and Natsuko Matsuura, *Integration of CFD and Thermal Stress Analysis for Turbochargers*. 1st MSC Worldwide Automotive Users' Conference, MUNICH, Germany, 1999.
- [70] Mukhopadhyay N. K., Dutta B. K., Kushwaha H. S., Mahajan S. C., Kakodkar A., *On line fatigue life monitoring methodology or power plant components*. Int. Journal of Pressure Vessels and Piping 60, 1994, s. 297-306.
- [71] Murio D. A., *The Mollification Method and the Numerical Solution of Ill-Posed Problems*. Wiley, New York 1993.
- [72] Nehrebecki L.: *Elektrownie ciepłne*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1974.
- [73] Orłós Z., *Naprężenia cieplne*. PWN, Warszawa 1991.
- [74] Osowski S.: *Sieci neuronowe w ujęciu algorytmicznym*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996, s. 58-59.
- [75] Pich R., Erlmann K., *Automatische Überwachung der rechnerischen Lebensdauererschöpfung druckführender Bauteile*. VGB Kraftwerkstechnik, Bd. 63, H. 6, 1983, s. 537-544.
- [76] PN-EN 12952-3:2004: *Kotły wodnorurowe i urządzenia pomocnicze. Część 3: Konstrukcje i obliczenia części ciśnieniowych*.
- [77] Polak A. G., Mrocza J., *Regularyzacja identyfikacji obiektów złożonych opisanych modelami nieliniowymi*. Kongres Metrologii, Kraków 2007.
- [78] Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P.: *Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, Cambridge 2007.
- [79] Qin Yin Fan, *Coupling of Transient Analysis of Thermal Flow and Thermal Stress for T Pipe*. SEA SAE paper number 2006-04-03, SAE 2006 World Congress & Exhibition, April 2006, Detroit, USA, 2006.
- [80] Qin Yin Fan, Masayuki Kuba, Junichi Nakanishi, *Coupled Analysis of Thermal Flow and Thermal Stress of an Engine Exhaust Manifold*. SAE paper number 2004-01-1345, SAE 2004 World Congress & Exhibition, Detroit, USA, 2004.
- [81] Raynaud M., Bransier J., *A new finite difference method for the nonlinear inverse heat conduction problem*. Numerical Heat Transfer 9, No. 1, 1986, s. 30-37.
- [82] Rup K., Duda P., Danys L., *Determination of heat transfer coefficients on the surfaces of plastic tubes*. Journal of Heat and Mass Transfer 39, 2002, s.89-95.
- [83] Seber G. A. F., Wild C. J.: *Nonlinear Regression*. John Wiley & Sons, New York 1989.
- [84] Stachurski A., Wierzbiński A.: *Podstawy optymalizacji*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 1999.

- [85] Stoll A., Hähle E., Fisher A., *Materialgerecht Betrieb großer Dampferzeuger mit Hilfe eines Freilastrechners*. Siemens Zeitschrift, Bd. 42, H. 2, 1968, s. 112-116.
- [86] Stolz G., *Numerical solutions to an inverse problem of heat conduction for simple shapes*. Transactions of the ASME, J. Heat Transfer, Vol. 82, No.1, February 1960, 112-116.
- [87] Taler J., *Nonlinear steady-state inverse heat conduction problem with space-variable boundary conditions*. Transactions of the ASME 114, 1992, s.1048-1051.
- [88] Taler J., *Numerical solutions for general inverse heat conduction problem*. Wärme- und Stoffübertragung 27, 1992, s. 505-513.
- [89] Taler J.: *Symulacja dynamiki kotłów z obiegiem naturalnym uwzględniająca naprężenia termiczne*. Zeszyt Naukowy Politechniki Krakowskiej, nr 1, Kraków 1987.
- [90] Taler J., *Teoria i praktyka identyfikacji procesów przepływu ciepła*. Wydawnictwo Ossolineum, Kraków 1995.
- [91] Taler J., Duda P., *Experimental Verification of Space Marching Methods for Solving Inverse Heat Conduction Problems*. Research Journal of Heat and Mass Transfer 36, 2000, s. 325-331.
- [92] Taler J., Duda P., *Obliczenia cieplno-wytrzymałościowe elementów ciśnieniowych*. Archiwum energetyki, T. 32, nr 3/4, s.13-34, 2003.
- [93] Taler J., Duda P., *Rozwiązywanie prostych i odwrotnych zagadnień przewodzenia ciepła*. WNT, 2003.
- [94] Taler J., Duda P., *Solution of non-linear inverse heat conduction problems using the method of lines*. Journal of Heat and Mass Transfer 37, 2001, s. 147-155.
- [95] Taler J., Duda P., *Solving direct and inverse heat conduction problems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006.
- [96] Taler, J., Dzierwa, P., *A new method for determining allowable medium temperature during heating and cooling of thick walled boiler components*. Proceedings of the Congress on Thermal Stresses, Taipei, Taiwan, 2007.
- [97] Taler J., Grądział S., *An overdetermined two-dimensional transient inverse heat conduction problem*. Forschung im Ingenieurwesen 65, 1999, s. 98-106.
- [98] Taler J., Węglowski B., Duda P., *Monitorowanie cieplno-wytrzymałościowych warunków pracy ciśnieniowych elementów kotłów*. Problemy Badawcze Energetyki Ciepłej, Prace-Naukowe Mechanika, z. 181, Warszawa 1999, s. 257-267.
- [99] Taler J., Węglowski B., Grądział S., Duda P., Zima W.: *Monitoring of Thermal Stresses in Pressure Components of Large Steam Boilers*. VGB Kraftwerkstechnik 1, 2002, s. 73-78.
- [100] Taler J., Węglowski B., Zima W., Grądział S., Duda P., *Analiza przyczyn uszkodzeń rur parownika grodziowego*. Dozór techniczny 1, 2001, s. 9-13.
- [101] Taler J., Zima W., Duda P., *Efektywna metoda identyfikacji nieustalonego stanu cieplnego ciśnieniowych elementów kotłów w czasie rzeczywistym*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Energetyka, Gliwice 1994, s.137-155.
- [102] Taler J., Zima W., *Solution of the inverse heat conduction problem using control volume approach*. International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 42, 1999, s.1123-1140.
- [103] TRD 301 Anlage 1: *Technische Regeln für Dampfkessel: Berechnung auf Wechselbeanspruchung durch schwelenden Innendruck bzw. durch kombinierte Innendruck und Temperaturänderungen*. Carl Heymans Verlag, Köln, und Beuth-Verlag, Berlin, Ausgabe 1986. pp. 98-138.
- [104] UDT, *Warunki techniczne dozoru technicznego, Urządzenia ciśnieniowe*. Wydawnictwo prawnicze, Warszawa 1991.
- [105] Wasiak J. i inni: *Nowe materiały i ich technologie*. CPBR 2.4, 1980-1990, Politechnika Warszawska.
- [106] Weigand B., *Analytical Methods for Heat Transfer and Fluid Flow Problems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006.
- [107] Węglowski B., *Blok ograniczeń termicznych energetycznych kotłów parowych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej, Seria Mechanika, z. 80, Kraków 2001.
- [108] Węglowski B.: *Monitorowanie cieplno-wytrzymałościowych warunków pracy walczaków kotłów w warunkach nieustalonych*. Materiały konferencyjne - XVII Zjazd Termodynamików 1999, s. 1547-1556.
- [109] Węglowski B., Grądział S., Duda P., Taler J.: *O poprawności kontroli naprężeń cieplnych w elektrowniach*. Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej, VII Forum Energetyków „Pod Szyndzielnią”, z. 49, s. 457-464, Opole 2000.
- [110] Węglowski B., Taler J., Zima W., Zborowski M.: *Development and implementation of a computer based system for thermal stress monitoring in thick walled boilers*. Ninth International Conference on Pressure Vessel Technology - 9, Vol. I, s. 875-882, Sydney, Australia, 9-14 April 2000.
- [111] Wiśniewski W.: *Diagnostyka techniczna wytwórczych urządzeń energetycznych w elektrowniach*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1991.

- [112] Yu Y. J., Park S. H., Bak W. J., *Evaluation of surge Line thermal stratification and implementation to piping design*. Transactions of the 13th Int. Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 13), Brazil 1995, s. 127-135.
- [113] Zima W., *Mathematical modelling of transient processes in convective heated surfaces of boilers*. Forschung im Ingenieurwesen, Springer Verlag 2007 (71), 113-123.
- [114] Zima W., *Numerical modelling of dynamics of steam superheaters*. Energy, Vol 26, pp 1175-1184, Elsevier Science Ltd 2001.
- [115] Zima W., *Simulation of dynamics of a boiler steam superheater with an attemperator*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, Vol. 220, 2006, 793,801.
- [116] Zucca S., Botto D., Gola M. M., *On-line calculation of thermal stresses by time integration*. Proceedings of 5th International Congress on Thermal Stresses, June 8-11, 2003 Blackburg, USA, s.TA-5-4-1 – TA-5-4-4.