

Politechnika Krakowska
im. Tadeusza Kościuszki
Wydział Mechaniczny

mgr inż. Adam Gąska

Praca doktorska:

**MODELOWANIE DOKŁADNOŚCI POMIARU
WSPÓLRZĘDNOŚCIOWEGO Z WYKORZYSTANIEM METODY
MONTE CARLO**

Promotor pracy: **dr hab. inż. Jerzy Śladek prof. PK**

Kraków 2011



Praca dofinansowana ze środków Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego oraz budżetu państwa
w ramach Zintegrowanego Programu Operacyjnego Rozwoju Regionalnego



Chciałbym serdecznie podziękować:

*za pomoc, cenne wskazówki i opiekę
Panu dr hab. inż. Jerzemu Ślaskowi, prof. PK*

*dr inż. Marcinowi Krawczykowi oraz
dr inż. Robertowi Kupiec za cenne
wskazówki oraz pomoc przy pomiarach*

*mojej żonie Małgorzacie oraz całej
rodzinie za wsparcie i wyrozumiałość*

Spis treści:

1.	Wstęp.....	5
2.	Współrzędnościowa technika pomiarowa w inżynierii produkcji	8
2.1.	Maszyny o konstrukcji zamkniętej	9
2.1.1.	Współrzędnościowe maszyny pomiarowe typu portalowego.	9
2.1.2.	Współrzędnościowe maszyny pomiarowe typu mostowego.....	10
2.2.	Maszyny o konstrukcji otwartej	11
2.2.1.	Współrzędnościowe maszyny pomiarowe typu kolumnowego.	12
2.2.2.	Współrzędnościowe maszyny pomiarowe typu wysięgnikowego.	13
3.	Analiza stanu wiedzy z zakresu tematu pracy.....	15
3.1.	Wzorcowanie i nadzorowanie dokładności systemów współrzędnościowych.....	15
3.1.1.	Wzorcowanie Współrzędnościowych Maszyn Pomiarowych zgodnie z normami ISO	16
3.2.	Metody oceny dokładności pomiarów	22
3.2.1.	Metoda wykorzystująca obiekt wykalibrowany - metoda porównawcza.	23
3.2.2.	Metoda wykorzystująca obiekt niewykalibrowany - metoda wielopozycyjna. .	25
3.3.	Wykorzystanie Metody MC w ocenie dokładności pomiaru	27
3.3.1.	Zastosowanie metody Monte Carlo do wyznaczenia niepewności w pomiarach dokonywanych według metody wielopozycyjnej	30
3.3.2.	Zastosowanie metody Monte Carlo do wyznaczenia niepewności w pomiarach dokonywanych według metody porównawczej	33
3.3.3.	Zastosowanie metody Monte Carlo do symulowania niepewności pomiaru w Wirtualnym Współrzędnościowym Ramieniu Pomiarowym.....	35
3.4.	Wirtualne systemy współrzędnościowe – budowa i ich realizacje.....	36
3.4.1.	Model błędów kinematycznych WMP	36
3.4.1.1.	Maszyna wirtualna opracowana przez PTB.....	38
3.4.2.	Modelowanie składowych – wektorowa koncepcja błędów	40
3.4.3.	Metoda Macierzowa	43

3.4.3.1. Neuronowa maszyna wirtualna.....	43
3.4.4. Modele wirtualne mobilnych systemów współrzędnościowych - Wirtualne Współrzędnościowe Ramie Pomiarowe.....	47
3.5. Macierz korekcji CAA.....	51
3.5.1. Zasada działania macierzy CAA.....	51
3.5.2. Fein – CAA.....	59
3.5.3. DCAA.....	59
3.5.4. Kompensacja strukturalna A.C.T.I.V.....	61
4. Teza, cel i zakres pracy.....	63
5. Analiza składowej przypadkowej w warunkach stosowania macierzy korekcji WMP ...	65
6. Koncepcja modelu opartego o metodę Monte Carlo - Wirtual MC PK.....	77
7. Identyfikacja i modelowanie składowych resztkowych błędów WMP z wykorzystaniem systemu LaserTracer i metody multilateracji oraz pomiaru wzorca sferycznego.....	83
7.1. Składowe zależne od układu kinematycznego.....	83
7.2. Błędy głowic stykowych.....	90
8. Budowa modelu – algorytm i rozwiązanie softwarowe.....	95
9. Badania weryfikacyjne z wykorzystaniem pomiarów realnych na modelowanym systemie.....	103
10. Analiza wyników i ocena modelu.....	110
11. Zastosowanie modelu Wirtual MC PK w połączeniu z Simulatorem I++.....	121
12. Wnioski i kierunki dalszych badań.....	126
Literatura.....	130
Załącznik A.....	152
Załącznik B.....	160

1. Wstęp

Rozwijająca się inżynieria produkcji to coraz efektywniejsze wytwarzanie ale i nowe zadania formułowane w stosunku do metrologii współrzędnościowej. Rozstrzygnięcie o zgodności wymiarowej ze specyfikacją geometrii wyrobu (GPS) staje się zadaniem kluczowym dla inżynierii wytwarzania. Przy jednoczesnym imperatywie ekonomicznym niebezpieczeństwo błędnych decyzji niesie skutki, które obserwuje się w postaci fali reklamacji produktowych, szczególnie w obszarze takich przemysłów jak samochodowy, AGD a także urządzeń medycznych itp. Istotne tu znaczenie przypisuje się możliwości ustalenia dokładności pomiaru, zgodnie bowiem z wymogami technologicznymi wyniki pomiarów są tylko wtedy przydatne, gdy są podawane z określeniem ich dokładności. W przypadku współrzędnościowych technik pomiaru (WTP) jest to zadanie szczególnie trudne i nie zawsze jednoznaczne [3,7,8,9,30,39]. Dlatego użytkownicy tej techniki, jak i producenci tych systemów pomiarowych często pomijają problem dokładności realizowanego pomiaru, podając w zamian dokładność urządzenia pomiarowego. Dokładność tą, określa się wtedy, dla realizacji wybranego zadania jako pomiaru długości (wymiarowo zbliżonej do wymiarów przedmiotu mierzonego) i podaje w postaci błędu granicznego dopuszczalnego (MPE). Tak określona dokładność znacznie różni się (nieraz dwukrotnie!!) od dokładności rzeczywistego zadania, prowadząc do błędnych decyzji właśnie przy orzekaniu o zgodności ze specyfikacją wyrobu [8,25,26,68,69,74,91,140].

Wykorzystywanie przez użytkowników Współrzędnościowych Maszyn Pomiarowych (WMP) do oceny dokładności realizowanych pomiarów obliczeń opartych o równanie błędów granicznych (MPE), jak podano na wstępie, jest postępowaniem niewłaściwym [18,36,60,100,103],[N3]. Dlatego ważne jest wdrożenie do praktyki wyznaczania niepewności pomiaru współrzędnościowego poprawnych i zwalidowanych metrologicznie metod. Obecnie stosowane, są trudne i wymagają wiedzy oraz doświadczenia pomiarowego [N2, N5]. Dlatego wykorzystują je tylko najlepsze laboratoria. Z uwagi na poziom wiedzy metrologicznej ich wdrażanie jest najbardziej zaawansowane w przemyśle niemieckim co wiąże się z opracowaniami sygnowanymi przez VDI [N9]. Analizując więc problematykę oceny dokładności pomiarów współrzędnościowych można wyróżnić dwie główne metody, najlepiej opisane i udokumentowane poprzez ustalenia normatywne tj. metodę porównawczą [N2-3] i metodę wielopozycyjną [N2-3]. Opisy ich stosowania można znaleźć w [21,24,95,99,103,115,117,124,125]. Inną grupę stanowią metody analityczne oparte o wyliczenie niepewności pomiaru pośredniego z wykorzystaniem zależności geometrycznych,

realizowane podobnie jak dla klasycznego szacowania niepewności pomiaru wykonanego np. mikrometrem. Metody te oparte są na opracowaniach Pressela [72,73], Hernli [33,34] oraz innych [44,71,87], a w kraju W. Jakubca [39,40,41,42,43]. Są to jednak metody trudne do stosowania w praktyce metrologicznej zbliżające się do metody opartej na wiedzy eksperta [31], [N2-5]. W ostatnich latach pojawiły się nowe metody zwane symulacyjnymi [2,27,32,48,57,58,59,63,66,95,96,97,101,102,105,106,107,116,151], [N2-4, N9-4]. W praktyce metody te wymagają wcześniej opracowania tzw. wirtualnych maszyn pomiarowych stosowanych do oceny *on-line* dokładności pomiarów. Wykorzystywane są tu dwie koncepcje, pierwsza - identyfikacji źródeł błędów WMP (w tym kinematycznych) i błędów głowicy stykowej (przykładem są metody Novel PTB [94,122,127] oraz analityczna Politechniki Krakowskiej [99,105]) oraz druga koncepcja - opracowana przez Prof. Śładka, oparta na Metodzie Macierzowej (MM) - identyfikacji błędów w wybranych punktach referencyjnych i budowie modelu WMP z wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych [105,109]. Obydwie koncepcje są ciągle rozwijane. Poszerza się też obszar modelowanych systemów np. o ramiona pomiarowe, przykładem jest tu projekt badawczy [PB1] oraz praca doktorska Kseni Ostrowskiej w ramach której zbudowano model analityczny ramienia pomiarowego. Rozwija się też metodę MM dla maszyn wielkogabarytowych, przykładem jest projekt badawczy zrealizowany w Laboratorium Metrologii Współrzędnościowej [PB2] oraz praca doktorska Michała Muzyki-Żmudzkiego, w której, między innymi zauważono szansę jaką niosą najnowocześniejsze systemy LaserTracker'ów czy dokładniejszych LaserTracer'ów (LT) dla budowy siatki punktów referencyjnych.

Konsekwencją wzrostu wymagań przemysłu odnośnie dokładności WSP są też coraz lepsze systemy softwarowej korekcji błędów, czyli ograniczenia udziału składowej systematycznej, co przesunęło problem modelowania systemów współrzędnościowych w kierunku obszaru błędów resztkowych i błędów przypadkowych [89,93]. Taki pogląd odnośnie znaczenia udziału błędów przypadkowych w kształtowaniu niepewności pomiaru wyrażał już Lotze obliczając ją dla przypadku płaskiego [51-55], twierdząc też że możliwa jest korekcja składowych systematycznych. Badania składowej przypadkowej dokładności pomiaru realizował Prof. Śładek skupiając się na wyznaczeniu obszaru niepewności w postaci elipsoidy, dla przypadku przestrzennego [105]. Poszukiwano więc w Laboratorium Metrologii Współrzędnościowej Politechniki Krakowskiej efektywnej metody pozwalającej na badanie właśnie składowej przypadkowej. Pierwsze doświadczenia zaowocowały pracami z udziałem autora nad zastosowaniem Metody Monte Carlo [24,95,96,97,98] – dotyczyły one metod porównawczych i wielopozycyjnych, modelowania błędów głowic stykowych oraz błędów

powodowanych przez oddziaływania termiczne. Sumując te doświadczenia powstała koncepcja opracowania nowego systemu symulacyjnego opartego o wykorzystanie właśnie metody Monte Carlo. Ponadto dodatkową inspiracją były prace nad wykorzystaniem tej metody w modelowaniu wybranych błędów pomiarów współrzędnościowych [5,7,8,49,57,88,110,111].

2. Współrzędnościowa technika pomiarowa w inżynierii produkcji

Współrzędnościowa technika pomiarowa jest dziedziną metrologii o bardzo szerokim zakresie zastosowań. W inżynierii produkcji pełni kluczową rolę, zapewniając szeroko pojęty nadzór, kontrolę oraz sterowanie (z punktu widzenia produktu) procesem wytwarzania. Stanowi podstawę systemu jakości produkcji. Będąc metodą uniwersalną, wyparła stosowane dotychczas techniki pomiarowe.

Podstawowa zasada współrzędnościowej techniki pomiarowej opiera się na tym, że informacja o postaci i wymiarach poszczególnych części mierzonego przedmiotu odbierana jest, jako zbiór współrzędnych punktów, identyfikowanych najczęściej poprzez styk kulistej końcówki trzpienia pomiarowego z powierzchnią mierzonego przedmiotu. Na podstawie uzyskanego zbioru współrzędnych, oprogramowanie maszyny pomiarowej wyznacza parametry skojarzonych elementów geometrycznych, np. powierzchni (kuli, płaszczyzny, walca, stożka) jak również linii (prostej, okręgu, ewolwenty, elipsy), itp. Następnie, wykorzystując te informacje, wykonuje obliczenia, dzięki którym możliwe jest stwierdzenie zgodności wymiarów i odchyłek geometrycznych mierzonego przedmiotu, z wymaganiami konstrukcyjnymi określonymi w dokumentacji technicznej.

Podstawowym narzędziem WTP jest współrzędnościowa maszyna pomiarowa (WMP). Maszyny pomiarowe zostały opisane w wyczerpujący sposób w wielu pozycjach literaturowych np. [1,10,37,40,42,56,79,81,123,135,139] dlatego też nie jest celowym opisywanie ich budowy w niniejszej pracy doktorskiej. Podane zostaną tylko stosowane najczęściej rozwiązania konstrukcyjne WMP, ilustrujące opisywaną problematykę dokładności pomiarów współrzędnościowych.

Ze względu na rodzaj konstrukcji, maszyny pomiarowe można podzielić na maszyny o konstrukcji zamkniętej i otwartej. Taki podział uzupełnia przyjęty w normie ISO 10360-1 podział o wpływ konstrukcji na dokładność WMP:

- Maszyny o konstrukcji zamkniętej
 - Maszyny portalowe
 - Maszyny mostowe (suwnicowe)
- Maszyny o konstrukcji otwartej
 - Maszyny wysięgnikowe
 - Maszyny kolumnowe

2.1. Maszyny o konstrukcji zamkniętej

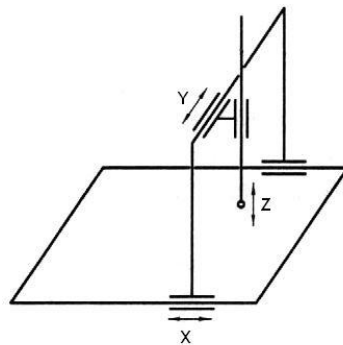
Maszyny o konstrukcji zamkniętej cechuje stosunkowo duża dokładność, mają jednak ograniczony dostęp do przestrzeni pomiarowej oraz niższe prędkości pomiarowe. Równomierne podparcie, wykorzystujące 2 pary kinematyczne w jednej z osi zapewnia maszynom tego typu wysoką sztywność. Ze względu na różnice w ich budowie, wyszczególnić można podział na maszyny portalowe i mostowe.

2.1.1. Współrzędnościowe maszyny pomiarowe typu portalowego.

Maszyny portalowe wykazują dobrą sztywnością i w związku z tym posiadają znaczne zakresy pomiarowe w granicach od 400 do ok. 2000 mm, zachowując przy tym niską niepewność pomiaru nawet poniżej 1 μm . Jako wadę tych maszyn można podać ograniczony dostęp do przestrzeni roboczej. Dostęp ten jest utrudniony przez belki portalu. W tej grupie maszyn spotyka się dwie zasadnicze odmiany: z ruchomym portalem lub z ruchomym stołem pomiarowym [40].

Maszyny o konstrukcji portalowej są obecnie najdokładniejszymi WMP oferowanymi przez producentów. Stanowią one najliczniejszą obecnie grupę instalowanych maszyn współrzędnościowych. Skutecznie zastąpiły maszyny o konstrukcji kolumnowej.

Poniżej przedstawiono rysunki schematu ideowego (Rys. 1.) oraz rzeczywiste rozwiązania konstrukcyjne maszyn portalowych (Rys. 2.).

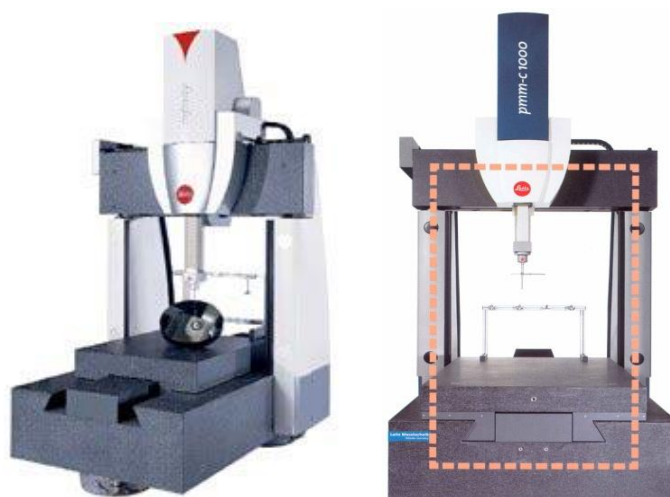


Rys. 1. Schemat kinematyczny maszyny portalowej (swobodnej) [79]



Rys. 2. Maszyny portalowe swobodne firm: DEA oraz Mitutoyo [W2, W10]

Maszyny portalowe są stosowane do pomiarów części o wąskich tolerancjach wykonania, oraz do skomplikowanych zadań pomiarowych, jakimi są np. pomiary kół zębatych. Bardzo często maszyny te są wykorzystywane w zakładach pracy jak również w laboratoriach badawczych i wzorcujących jako referencyjne (najczęściej są to maszyny o konstrukcji sztywnej).



Rys. 3. Maszyna PMM-C-Infinity z ruchomym stołem firmy Leitz, po prawej stronie pokazano sztywne połączenie konstrukcyjne [W5]

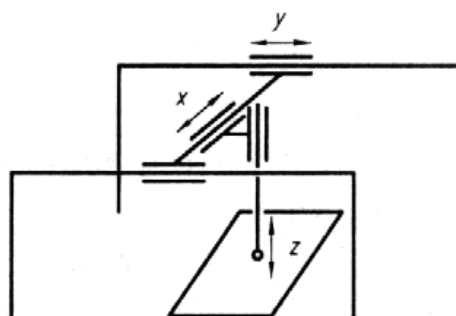
2.1.2. Współrzędnościowe maszyny pomiarowe typu mostowego.

Maszyny mostowe, zwane również suwnicowymi ze względu na konstrukcję maszyny przypominającą suwnicę, charakteryzują się dużą sztywnością oraz stosunkowo niewielką

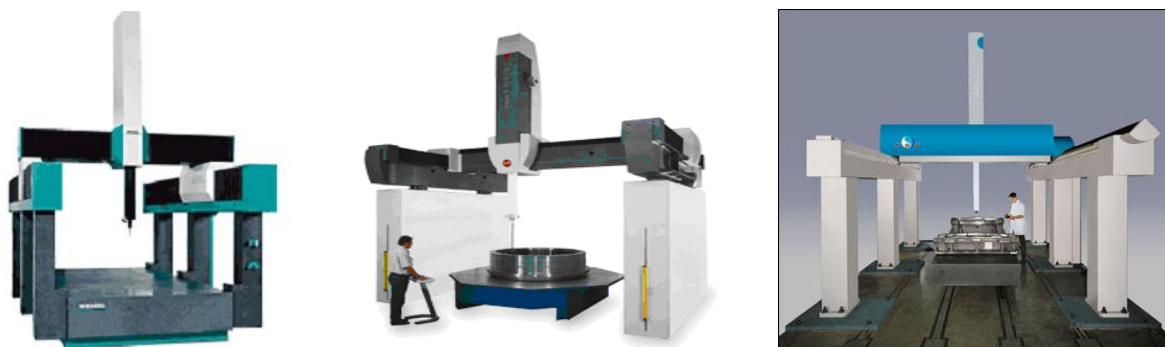
niepewnością pomiarową. Co warto podkreślić, dokładność maszyny jest utrzymana nawet przy znacznych zakresach pomiarowych. Przestrzeń pomiarowa tych maszyn może osiągnąć w osi X nawet do kilkudziesięciu metrów, w kierunkach osi Y i Z do kilku metrów. Wadą jest ograniczony (przez słupy) dostęp do przestrzeni pomiarowej.

Maszyny mostowe są używane do pomiarów elementów średnio- i wielkogabarytowych, w budowie pojazdów, samolotów, statków i dużych maszyn, gdzie wymagana jest duża dokładność wykonywanych pomiarów [40].

Poniżej przedstawiono schemat ideowy (Rys. 4.) oraz rzeczywiste rozwiązania konstrukcyjne maszyn mostowych (Rys. 5.).



Rys. 4. Schemat kinematyczny maszyny mostowej [79]



Rys. 5. Maszyny mostowe firm: DEA, Leitz oraz Wenzel [W2, W5, W8]

2.2. Maszyny o konstrukcji otwartej

Maszyny te zapewniają łatwy dostęp do mierzonego przedmiotu z przynajmniej 2 stron. Cechują się na ogół małymi zakresami pomiarowymi około 500 – 700 mm dla najdłuższej osi.

Maszyny o konstrukcji otwartej dzielą się na kolumnowe i wysięgnikowe. Obecnie najczęściej instalowanymi maszynami o tym typie konstrukcji są maszyny wysięgnikowe.

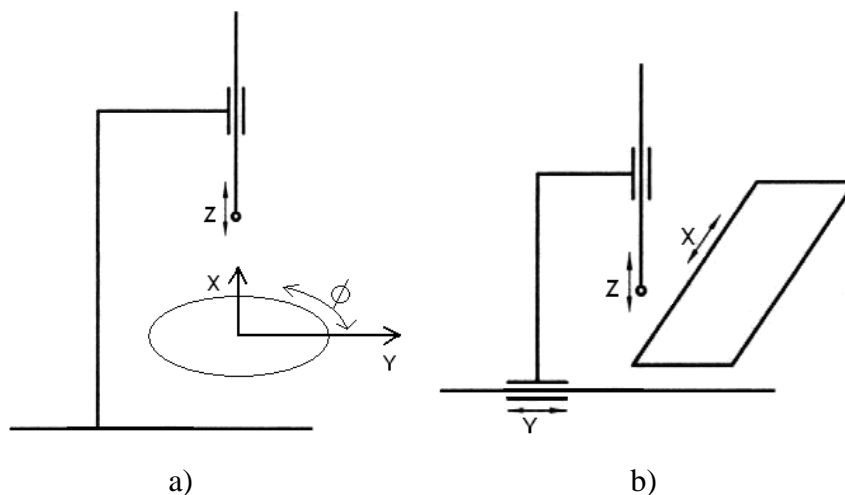
2.2.1. Współrzędnościowe maszyny pomiarowe typu kolumnowego.

Budowa i kształt tego typu konstrukcji, a dokładniej kształt kolumny determinuje zakres pomiarowy maszyny. Z reguły nie przekracza on ok. 500 do 700 mm w najdłuższej osi. Jest to uwarunkowane przede wszystkim kompromisem pomiędzy dużą dokładnością, wysoką sztywnością układu oraz łatwą dostępnością z poziomu otoczenia maszyny do przedmiotu mierzonego. W maszynach kolumnowych głowica znajduje się w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny XY maszyny pomiarowej,

Stół pomiarowy wykonuje przesuw w osi X – jest to najdłuższa oś maszyny. Natomiast często spotykane są modyfikacje konstrukcji stołu, gdzie ruch liniowy względem osi X zamieniany jest na ruch obrotowy w płaszczyźnie XY, umożliwiając w ten sposób pomiar elementów w układzie walcowym. Maszyny z ruchomym stołem pomiarowym charakteryzują się wyższą dokładnością pomiaru. W przypadku maszyn z ruchomą kolumną w większości przypadków są to maszyny ręczne.

Maszyny kolumnowe są jednak coraz rzadziej produkowane i stosowane na korzyść maszyn portalowych o podobnej dokładności, ale o większej sztywności i przestrzeni pomiarowej. Mimo to dalej znajdują zastosowanie do pomiarów sprawdzianów, korpusów, precyzyjnych wyrobów, narzędzi skrawających, części hydrauliki i pneumatyki przemysłowej, krzywek i kół zębatach [40].

Poniżej przedstawiono rysunki schematów ideowych (Rys. 6.) oraz rzeczywiste rozwiązania konstrukcyjne maszyn kolumnowych (Rys. 7.).



Rys. 6. Schematy kinematyczne maszyn kolumnowych a) ze stołem przesuwającym, b) ze stołem obrotowym. [79]



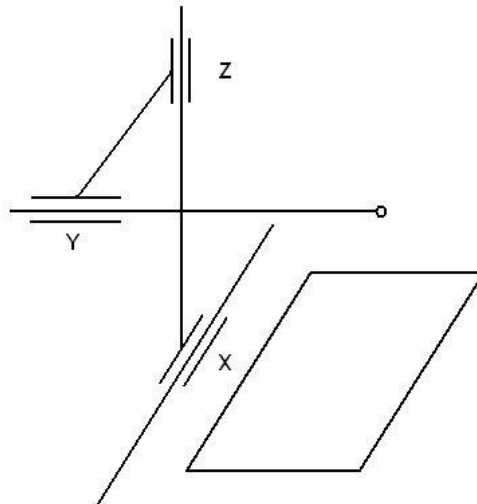
Rys. 7. Maszyny kolumnowe firm: Zeiss oraz Wenzel [W9, W8]

2.2.2. Współrzędnościowe maszyny pomiarowe typu wysięgnikowego.

W maszynach wysięgnikowych głowica znajduje się w płaszczyźnie równoległej do osi X i prostopadłej do osi Z maszyny. Maszyny tego typu zapewniają bardzo dobry dostęp do przestrzeni pomiarowej. Analizując schemat kinematyczny maszyny wysięgnikowej, można stwierdzić, iż jednostronnie podparta belka (oś Y maszyny) z powodu zmiennych obciążeń i sztywności, będzie powodować zmienne odkształcenia układu. Z tego względu maszyny te, aby zachować dokładność rzędu $1\mu\text{m}$, posiadają niewielkie zakresy pomiarowe (do około 700 mm w najdłuższej osi pomiarowej). Natomiast, jeżeli ich przeznaczeniem mają być pomiary przedmiotów o mniej dokładnym wykonaniu, ich zakresy pomiarowe zwiększają się nawet do około 20 m. Przykładem tego typu przedmiotów mogą być różnego rodzaju odlewy, części wielkogabarytowe cienkościenne, czy też karoserie samochodów [40].

Dzięki zorientowaniu ostatniej osi poziomo bardzo często maszyny te pracują w parach, co umożliwia równoczesny pomiar części symetrycznych (np. elementów karoserii samochodowej), skracając czas pomiaru. Ich konstrukcja daje możliwość uzyskiwania bardzo szybkich ruchów przesuwu nawet do 500 mm/s.

Poniżej przedstawiono schemat ideowy (rys. 8.) oraz rzeczywiste rozwiązania konstrukcyjne maszyn wysięgnikowych (fot. 9.).



Rys. 8. Schemat kinematyczny maszyny wysięgnikowej [79]



Rys. 9. Maszyny wysięgnikowe firm: DEA oraz Zeiss [W2, W9]

Podsumowując rozważania na temat konstrukcji współczesnych maszyn współrzędnościowych, obserwuje się obecnie dużą ich różnorodność. A rozwój ich idzie w kierunku rozwiązań multisensorycznych z zachowaniem dotychczasowych rozwiązań konstrukcyjnych. Bardzo intensywnie rozwija się metody softwerowej korekcji błędów systematycznych w oparciu o macierze CAA, co skutkuje zwiększeniem dokładności pomiarów przy jednoczesnym wzroście szybkości przemieszczeń i przyspieszeń.

3. Analiza stanu wiedzy z zakresu tematu pracy

Jak wspomniano na wstępie rozwój inżynierii produkcji pociąga za sobą możliwość wytwarzania części z coraz węższymi tolerancjami. Aby móc stwierdzić zgodność danego wyrobu z wymaganiami geometrycznej specyfikacji produktu (GPS) wymagane jest zrealizowanie dokładnych pomiarów. Im mniejsze zakresy tolerancji dla poszczególnych elementów tym dokładność realizowanych pomiarów musi być większa. W tym miejscu pojawia się problem oceny dokładności pomiarów.

Poniższy rozdział ukazuje aktualny stan wiedzy z zakresu oceny dokładności pomiarów. Omówione w nim zostaną najczęściej stosowane metody wyznaczania niepewności pomiarów, tj. metoda porównawcza oraz metoda wielopozycyjna. Dużą część niepewności pomiaru stanowi dokładność urządzeń na których pomiary te są realizowane a więc Współrzędnościowych Maszyn Pomiarowych. W związku z tym omówione zostaną również metody wzorcowania i nadzorowania dokładności WMP, które stanowią podstawę w zapewnianiu jakości wyrobów zgodnie z wymogami współczesnych systemów jakości [N7,N8]. Na zakończenie przedstawione zostaną metody oceny pomiarów, które w ostatnich latach wyznaczają nowy trend w metrologii współrzędnościowej. Mowa tu o symulacyjnych metodach oceny dokładności pomiarów, tak zwanych wirtualnych modelach maszyn pomiarowych oraz o nowych narzędziach matematycznych takich jak sztuczne sieci neuronowe czy też metoda Monte Carlo.

3.1. Wzorcowanie i nadzorowanie dokładności systemów współrzędnościowych

Istnieje kilka rodzajów metod oceny dokładności systemów współrzędnościowych. Najpopularniejsze są metody bazujące na kontrolnym pomiarze długości. Zostały one opisane w dokumentach normalizacyjnych oraz zaleceniach [N1,N9]. Charakteryzują się one łatwym powiązaniem z wzorcem metra, niską czasochłonnością oraz prostą do wykonania procedurą pomiarową [45,64,67,70,77,78,121,134, 147,148].

Kolejny rodzaj, to metody oparte o identyfikację błędów geometrycznych [75,76,144,145,146]. Reprezentują one podobne podejście jak w przypadku metod oceny dokładności obrabiarek. Polegają one na wyznaczeniu w określonych punktach błędów geometrycznych WMP i sprawdzeniu czy uzyskane odchyłki mieszczą się w określonych zakresach dopuszczalnego błędu granicznego. Metoda ta była stosowana do badania zdolności do realizacji pomiarów na WMP jako jedna z pierwszych i była wprowadzona przez stowarzyszenie producentów WMP (CMMA) jako zalecenia. Obecnie, jest

niewykorzystywana. Spowodowane jest to przede wszystkim dużymi problemami w ocenie wpływu poszczególnych składowych geometrycznych WMP na końcową dokładność pomiaru współrzędnościowego [46,47,80,83]. W związku z powyższym metody te nie będą szczegółowo opisywane w niniejszej pracy doktorskiej.

Następną metodą jest ocena dokładności maszyn zgodnie z założeniami metody macierzowej [105]. Istotą pomiaru współrzędnościowego jest wyznaczenie współrzędnych punktu, zatem wspomniane powyżej metody opierając się o pomiar długości nie są w pełni zgodne z teorią pomiaru współrzędnościowego. W związku z tym opracowana została koncepcja której głównym założeniem jest możliwość sprawdzenia dokładności odwzorowania punktu pomiarowego [105]. W tym celu tworzona jest w przestrzeni pomiarowej WMP siatka punktów porównywanych z siatką punktów referencyjnych. Odchyłki w punktach będących węzłami siatki obrazują dokładność WMP. Metoda ta wprowadza więc możliwość oceny odtworzenia punktu pomiarowego przez maszynę współrzędnościową, a co za tym idzie dokładności pomiaru bezpośredniego. Właśnie dzięki temu założeniu możliwe jest późniejsze zamodelowanie pomiarów realizowanych przez WMP i na tej podstawie określenie niepewności innych zadań pomiarowych. Bardziej szczegółowy opis metody macierzowej znajduje się w punkcie 3.4.3. niniejszej pracy.

Poniżej przedstawione zostały metody wzorcowania i nadzorowania dokładności współrzędnościowych maszyn pomiarowych oparte na kontrolnym pomiarze długości.

3.1.1. Wzorcowanie Współrzędnościowych Maszyn Pomiarowych zgodnie z normami ISO

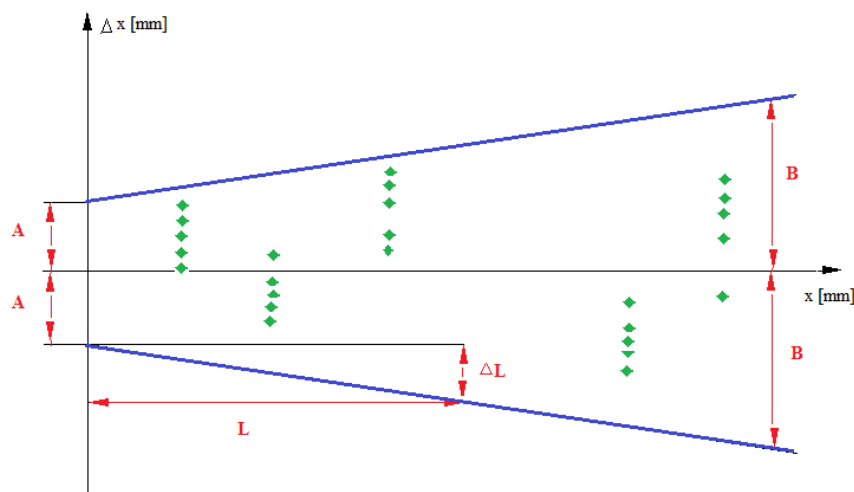
Wzorcowanie współrzędnościowych maszyn pomiarowych zgodnie z serią norm PN/EN/ISO 10360 polega na pomiarze znanej długości z uwzględnieniem błędów układu przejmowania punktów (głowicy). We wcześniejszych wydaniach normy ISO 10360 oba te testy stanowiły integralną całość, natomiast w najnowszym wydaniu zostały one opisane w dwóch znowelizowanych, osobnych częściach – drugiej i piątej.

Część druga normy PN/EN/ISO 10360:2009 prezentuje sposób postępowania przy sprawdzaniu dokładności maszyn pomiarowych wykorzystywanych do pomiarów długości. Jako podstawowe oceniane parametry można uznać:

- błędy wskazania maszyny pomiarowej (dla końcówki pomiarowej skierowanej zgodnie z kierunkiem osi „z” WMP oraz dla końcówki pomiarowej której kierunek jest różny od kierunku osi „z” WMP)
- powtarzalność pomiaru znanej długości reprezentowanej przez wzorzec.

Kontrolny pomiar długości ma na celu przede wszystkim ocenę czy uzyskane błędy wskazania maszyny mieszczą się w zakresie maksymalnego dopuszczalnego błędu granicznego opartego o równanie:

$$MPE = A + B \cdot L$$



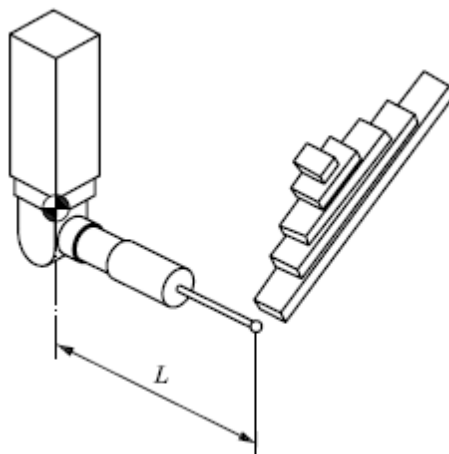
Rys. 10. Przykładowy wykres maksymalnych błędów granicznych dla WMP

W tym równaniu A opisuje te elementy składowe błędów, które są niezależne od wyznaczonej długości L . W parametrze B zawierają się wpływy zależne od mierzonej długości.

Podobnie jak poprzednie wydania normy, obecne wydanie zaleca pomiary wzorca długości ustawionego w 7 różnych pozycjach. Trzy z nich mają być zgodne z głównymi osiami WMP a cztery kolejne powinny znajdować się w przestrzennych przekątnych przestrzeni pomiarowej maszyny. W każdej z pozycji mierzone jest trzykrotnie pięć długości, przy czym największa z nich powinna być nie mniejsza niż 66% maksymalnej długości osi (lub przekątnej) w której pomiar jest dokonywany. Pozostałe cztery długości powinny być rozłożone w regularny sposób. Następnie, dla każdego ze 105 pomiarów długości należy wyznaczyć wartość błędu wskazania E_0 jako różnicę pomiędzy wartością zmierzoną a długością nominalną wzorca. Dla każdej zmierzonej długości w poszczególnych pozycjach należy wyznaczyć również parametr R_0 odpowiadający powtarzalności realizowanego pomiaru. Parametr ten wyznacza się jako rozstęp z trzech uzyskanych w trakcie pomiarów długości.

Nowością w aktualnym wydaniu normy ISO 10360-2 jest test błędów wskazania dla maszyny wyposażonej w końcówkę pomiarową (E_{150}), która nie jest zorientowana w kierunku

osi „z” WMP. Norma zaleca przeprowadzenie pomiarów wzorca w co najmniej dwóch pozycjach, z końcówką pomiarową zorientowaną w kierunku prostopadłym do osi pomiarowej wzorca. Odległość kulki pomiarowej od punktu referencyjnego na głowicy pomiarowej (L na rys. 11) powinna wynosić 150 mm.

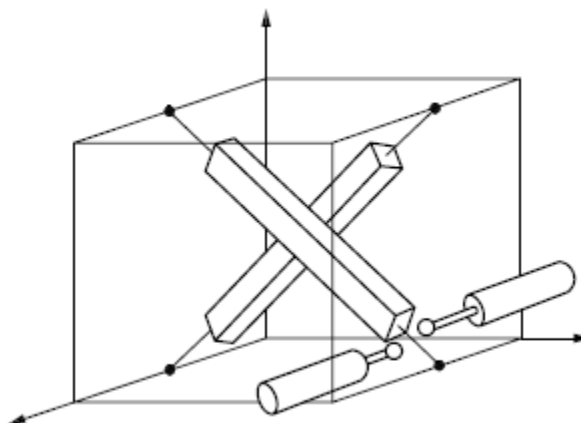


Rys. 11. Przykładowa orientacja końcówki pomiarowej przy pomiarach błędu E_{150} [N1-2A]

Pomiary winny być wykonane co najmniej w dwóch różnych kombinacjach pozycji wzorca oraz orientacji końcówki pomiarowej (Rys. 12). Do wyboru są cztery różne pozycje wzorca oraz cztery różne, wzajemnie przeciwne, orientacje końcówki pomiarowej. W każdej z wybranych kombinacji do pomiaru wybrać należy, podobnie jak w przypadku testu E_0 , 5 długości wzorca i zmierzyć je trzykrotnie. Tabela 1 pokazuje możliwe położenia wzorca.

Tabela 1. Możliwe pozycje wzorca przy pomiarach błędów wskazania E_{150}

Numer pozycji	Orientacja w przestrzeni pomiarowej
1A	Wzdłuż przekątnej płaszczyzny YZ od punktu (1/2, 0, 0) do (1/2, 1, 1)
1B	Wzdłuż przekątnej płaszczyzny YZ od punktu (1/2, 0, 1) do (1/2, 1, 0)
2A	Wzdłuż przekątnej płaszczyzny XZ od punktu (0, 1/2, 0) do (1, 1/2, 1)
2B	Wzdłuż przekątnej płaszczyzny XZ od punktu (0, 1/2, 1) do (1, 1/2, 0)
UWAGA Przyjęto konwencję oznaczenia punktów w ten sposób, że dwa przeciwne narożniki przestrzeni pomiarowej mają współrzędne (X, Y, Z) równe (0, 0, 0) oraz (1, 1, 1)	



Rys. 12. Dwie z możliwych czterech pozycji wzorca oraz dwie z możliwych czterech orientacji końcówki pomiarowej [N1-2A]

Dla każdego z wykonanych pomiarów należy wyznaczyć błąd wskazania E_{150} w sposób analogiczny do wyznaczania błędów E_0 .

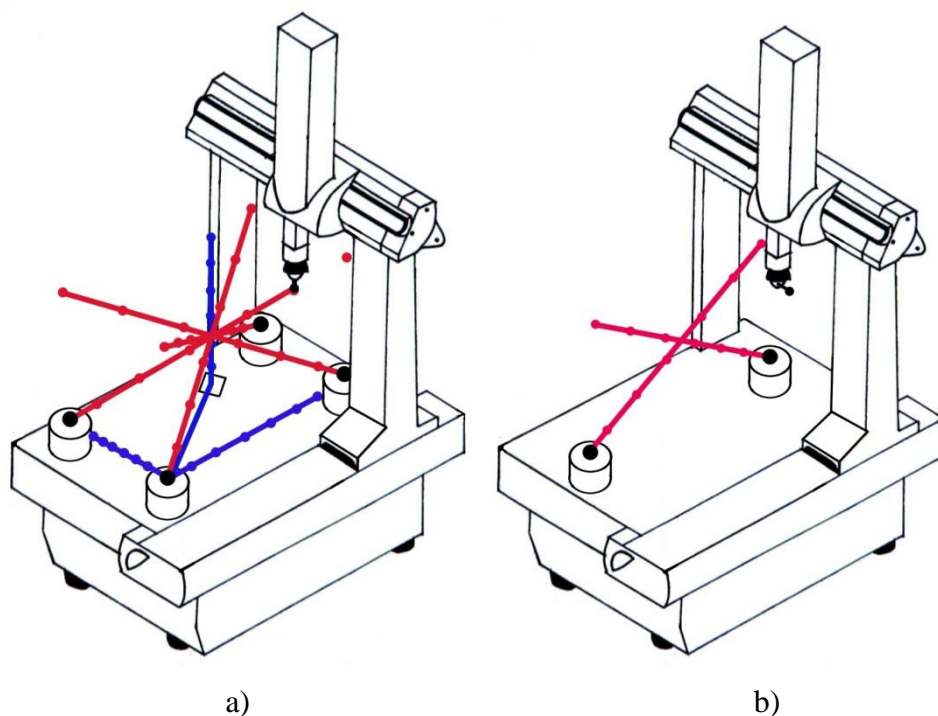
Działanie WMP jest prawidłowe jeżeli:

- wszystkie wartości E_0 są mniejsze lub równe od wartości granicznych błędów dopuszczalnych,
- wszystkie wartości R_0 są mniejsze lub równe od wartości granicznych błędów dopuszczalnych dotyczących powtarzalności realizowanych pomiarów,
- wszystkie wartości E_{150} są mniejsze lub równe od wartości granicznych błędów dopuszczalnych.

Norma aktualnie też dopuszcza możliwość wystąpienia jednego wyniku pomiaru niemieszczącego się w zakresie maksymalnych błędów dopuszczalnych dla maksymalnie 5 z wszystkich 35 pomiarów dla E_0 oraz 2 z wszystkich 10 pomiarów dla E_{150} . W przypadku wystąpienia takiej sytuacji należy ponownie wykonać trzykrotny pomiar badanej długości. Jeżeli wszystkie zmierzone od nowa wartości zmieszczą się w zakresie maksymalnych błędów dopuszczalnych, działanie maszyny uznaje się za poprawne.

Kolejną nowością jest możliwości zastosowania innych rodzajów wzorców długości niż końcowe czyli wzorce stopniowe lub zestawy płytek wzorcowych, jak to miało miejsce w poprzednich wersjach normy. Dopuszczone do zastosowania zostały m.in. wzorce typu BallBar oraz wzorce laserowe. Norma dopuszcza zatem możliwość zastosowania nowoczesnych systemów interferometrycznych jakimi są urządzenia typu LaserTracer (wykorzystanie LT do wzorcowania WMP przedstawia rysunek 13). System ten charakteryzuje się nieosiągalną dotychczas dla LaserTracker'ów niepewnością pomiaru

długości $U = 0.2 \mu\text{m} + 0.3 \mu\text{m}/\text{m}$ i zakresem od 0.2 do 15 m. Oznacza to możliwość wykorzystania tej samej technologii wzorcowania dla wszystkich typów maszyn bez względu na ich zakresy pomiarowe. Właśnie te cechy LaserTracer'a pozwalają zastąpić wzorzec stopniowy (step gauge) w zadaniu wzorcowania ale i znacząco skrócić jego czas (szczególnie dla maszyn wielkogabarytowych). Skrócenie czasu wzorcowania ma bowiem, kluczowe znaczenie dla użytkowników, gdyż likwiduje dłuższe przestoje maszyn, daje możliwość nadzorowania ich dokładności i ustalenia (przez użytkownika) optymalnego okresu użytkowania pomiędzy wzorcowaniami. Prace nad wdrożeniem LaserTracer'ów do wzorcowania WMP są wciąż prowadzone w różnych ośrodkach na świecie. W Polsce, pierwsze tego typu badania są prowadzone w Laboratorium Metrologii Współrzędnościowej na Politechnice Krakowskiej.

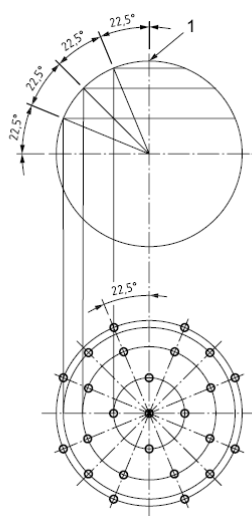


Rys. 13. a) Pozycje LaserTracer'a oraz linie pomiarowe przy wyznaczaniu błędu E_0 b) pozycje LaserTracer'a oraz linie pomiarowe przy wyznaczaniu błędu E_{150}

Część piąta normy ISO 10360 przedstawia procedurę badania głowic stykowych współrzędnościowych maszyn pomiarowych. W obecnym wydaniu PN/EN/ISO 10360:2010 [N1-5A] ocena głowic pomiarowych jest czynnością osobną od sprawdzania błędów wskazań WMP. We wcześniejszych wydaniach wnioskowanie na temat prawidłowego działania maszyny pomiarowej było zależne od spełnienia przez nią wymagań jednocześnie odnośnie błędów wskazania jak również błędów głowicy pomiarowej. Zdaniem autora rozdzielenie tych dwóch testów nie powinno oznaczać odstąpienia od wykonywania jednego z nich w

trakcie przeprowadzania wzorcowania WMP. Oba te testy nadal stanowią integralną całość, a wyniki dotyczące błędów głowicy pomiarowej mogą pomóc wyrobić metrologowi zdanie na temat sprawności systemu stykowego i jego błędów systematycznych, które mogą wpływać na wyniki pomiarów długości przy wyznaczaniu błędów wskazań.

Norma ISO 10360-5 podaje tryb postępowania dla sprawdzania głowic pomiarowych wyposażonych w pojedynczą końcówkę pomiarową oraz w kilka końcówek pomiarowych zaaranżowanych np. w gwiazdę. Dla pojedynczej końcówki pomiarowej sprawdzenie układu stykowego polega na zmierzeniu wzorca sferycznego o średnicy nie mniejszej niż 10 mm i nie większej niż 50 mm, w 25 równomiernie rozłożonych punktach. Punkty powinny być rozłożone zgodnie z rysunkiem:



Rys. 14. Punkty pomiarowe w trakcie sprawdzania głowic pomiarowych [N1-5A]

Norma stwierdza, że wyniki przeprowadzonych badań mogą znacznie różnić się w zależności od długości trzpienia pomiarowego. W związku z powyższym, zaleca się przeprowadzenie pomiarów dla długości trzpienia sugerowanej przez producenta (proponowane długości to: 20, 30, 50 i 100 mm). Kierunek trzpienia pomiarowego powinien być równoległy z osią w której porusza się głowica pomiarowa.

Z wszystkich zmierzonych 25 punktów należy następnie wyznaczyć element skojarzony zgodnie z metodą Gaussa. Dla każdego z punktów pomiarowych wyznaczyć promień od środka elementu skojarzonego i z uzyskanych wyników obliczyć $R_{\max} - R_{\min}$. Wyznaczona wartość reprezentuje błędy kształtu dla mierzonego wzorca. Jest ona zapisywana jako P_{FTU} . Zgodność z wymaganiami układu przejmowania punktów wyposażonego w pojedynczą końcówkę pomiarową jest potwierdzana w przypadku gdy wyznaczona wartość P_{FTU} (razem z

niepewnością tego parametru wyznaczaną zgodnie z normą ISO 14253-1) jest mniejsza od maksymalnych dopuszczalnych błędów granicznych systemu stykowego $P_{FTU, MPE}$.

W przypadku gdy pomiary dokonywane są z wykorzystaniem kilku końcówek pomiarowych, w celu ustalenia sprawności systemu stykowego należy przeprowadzić następujące pomiary. Zakłada się, że do pomiarów wykorzystywana jest głowica pomiarowa wyposażona w układ końcówek zaaranżowanych w „gwiazdę” tzn. jedna końcówka jest zorientowana w kierunku pionowym a cztery pozostałe w kierunku poziomym pod kątem 90° do siebie. Należy zmierzyć wzorzec sferyczny (wymagania co do wzorca są zgodne z tymi podanymi dla pojedynczej końcówki pomiarowej) ustawiony w jednym położeniu z wykorzystaniem każdej z końcówek pomiarowych. Pomiar każdą końcówką powinien składać się z 25 równomiernie rozłożonych punktów pomiarowych. Następnie dla każdej końcówki należy wyznaczyć ze zmierzonych nią punktów sferę skojarzoną zgodnie z metodą Gaussa. W ten sposób zostanie wyznaczonych pięć sfer. Następnie należy wyznaczyć rozstępy wartości położenia środków zmierzonych sfer dla każdej współrzędnej. Maksymalny z trzech otrzymanych w ten sposób rozstępów wyznacza wartość parametru P_{LTE} odpowiadający błędom odwzorowania przez układ stykowy położenia. Kolejne dwa parametry wyznaczane są z wszystkich 125 punktów zmierzonych na wzorcu sferycznym. Należy z tych punktów utworzyć element skojarzony metodą Gaussa i wyznaczyć dla tego elementu średnicę oraz błędy kształtu. Różnica pomiędzy wartością zmierzoną średnicy a wartością nominalną podaną przez świadectwo wzorcowania wzorca sferycznego jest traktowana jako parametr P_{STE} odpowiadający za błędy odwzorowania wymiaru przez układ stykowy. Błędy kształtu sfery wyznaczonej na 125 punktach odpowiadają natomiast parametrowi P_{FTE} . Sprawność układu przejmowania punktów wyposażonego w kilka końcówek pomiarowych jest potwierdzana w przypadku gdy wyznaczone wartości parametrów P_{LTE} , P_{STE} i P_{FTE} (razem z niepewnościami dla poszczególnych parametrów wyznaczonymi zgodnie z normą ISO 14253-1) jest mniejsza od odpowiadających im maksymalnych dopuszczalnych błędów granicznych systemu stykowego $P_{LTE, MPE}$, $P_{STE, MPE}$ oraz $P_{FTE, MPE}$.

3.2. Metody oceny dokładności pomiarów

Metody oceny dokładności pomiarów można podzielić na trzy podstawowe grupy. Są to metody wykorzystujące obiekt wykalibrowany (wzorzec), metody wykorzystujące obiekt niewykalibrowany bazujące na wielokrotnym powtarzaniu strategii pomiarowej oraz metody

symulacyjne. Istnieje jeszcze metoda wiedzy eksperta ale wzbudza ona najwięcej kontrowersji i w związku z tym, nie będzie omawiana [N2].

3.2.1. Metoda wykorzystująca obiekt wykalibrowany - metoda porównawcza.

Metoda porównawcza opiera się na wykonaniu i opracowaniu wyników wielokrotnego pomiaru wykalibrowanego wzorca o wymiarze i kształcie podobnym do mierzonego przedmiotu. Na przykład przy określaniu niepewności pomiaru średnicy otworu walcowego korzysta się z pierścienia wzorcowego o podobnej średnicy. Przy czym dokładnie określone są dopuszczalne różnice pomiędzy wzorcem a przedmiotem mierzonym. I tak, jeśli chodzi o wymiary geometryczne to możliwa jest różnica $\pm 10\%$ długości lub 25 mm (większa z nich), $\pm 5^\circ$ orientacji kątowej, strategia pomiaru, konfiguracja głowicy oraz materiał muszą być identyczne a siła pomiarowa w punkcie styku może się wahać o $\pm 20\%$.

Tabela 2. Dopuszczalne odchylenia między przedmiotem mierzonym a wzorcem używanym w metodzie porównawczej [N2]

Rozpatrywany parametr	Dopuszczalna różnica między wzorcem a mierzonym przedmiotem oraz warunki realizacji pomiarów
Wymiary geometryczne	$\pm 10\%$ długości lub ± 25 mm (wybór większej z nich) $\pm 5^\circ$ orientacji kątowej
Materiał	musi być identyczny
Strategia pomiaru	musi być identyczna
Konfiguracja głowicy	musi być identyczna
Siła pomiarowa w punkcie styku	$\pm 20\%$

Istotą metody wykorzystującej obiekt wykalibrowany, jest przyjęcie zasady nieidentyfikowania przyczyny błędów, lecz przeprowadzenie ocen ich globalnych skutków w postaci zidentyfikowania odchyłek od wymiaru wzorcowego.

Na niepewność rozszerzoną w tej metodzie przypadają trzy składniki i przedstawia się ją następującym wzorem:

$$U = 2 \cdot \sqrt{s_c + s_w + s_p} \quad (1)$$

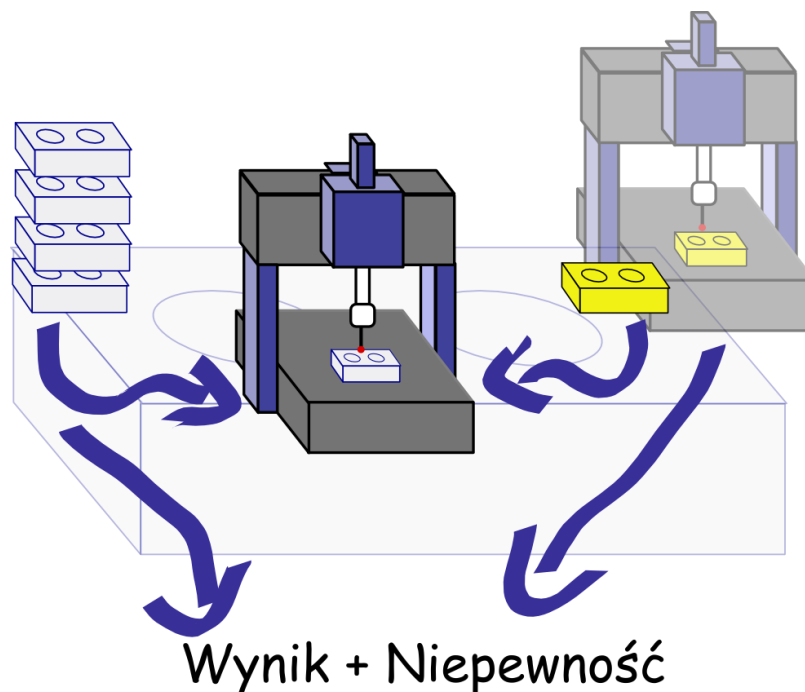
gdzie:

s_c – niepewność standardowa wzorcowania przedmiotu wykalibrowanego,

s_w - niepewność standardowa błędów popełnianych w czasie wykonywania procedury pomiaru metodą porównawczą,

s_p - niepewność standardowa błędu kształtu przedmiotu mierzonego.

Pierwszy składnik niepewności, czyli niepewność standardowa wzorcowania jest znana (wyznaczana przy kalibracji wzorca). Drugi składnik oblicza się wyznaczając odchylenie standardowe dla przeprowadzonych n pomiarów i dzieląc je przez \sqrt{n} . Natomiast trzeci składnik s_p , jest zależny od obranej strategii pomiarowej a jest określany jako odchylenie standardowe z n_p pomiarów przy zmianach położenia przedmiotu w taki sposób, aby przy zachowaniu strategii próbkowania był on mierzony w różnych punktach [124, 129].



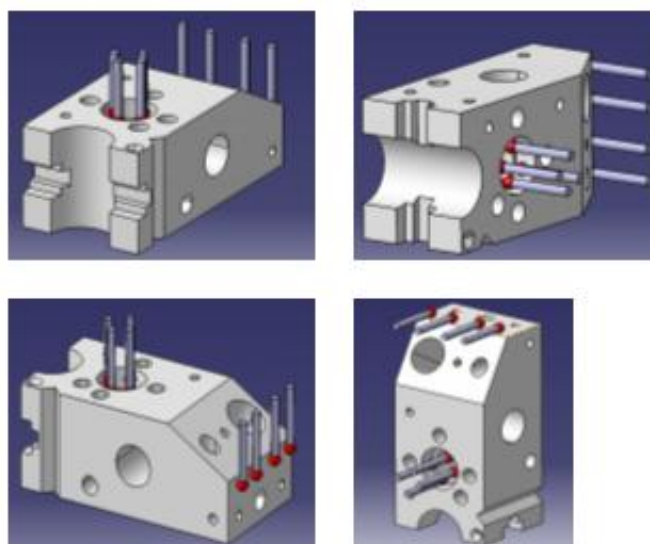
Rys. 15. Schemat wykorzystywania metody porównawczej [108]

Metodę porównawczą charakteryzuje szerokie zastosowanie ze względu na swoją największą zaletę, czyli prostotę jej realizacji. Nie jest wymagana znajomość składowych błędów WMP, największa trudność to zapewnienie identycznych warunków pomiarów. Również maszyna nie musi być bardzo dokładna gdyż w tej metodzie liczy się bardziej chwilowa odtwarzalność pomiarów, którą łatwiej jest osiągnąć od wysokiej dokładności. Metoda ta znalazła główne zastosowanie w masowej kontroli sprawdzianów, realizowanej w specjalnych laboratoriach kalibracyjnych oraz w produkcji wielkoseryjnej, gdzie z punktu widzenia ekonomiki pomiaru jest bardzo opłacalna. W tych przypadkach również potrzebny

jest jednak bardzo kosztowny proces zapewnienia wysokiej odtwarzalności warunków pomiarowych (szczególnie temperaturowych) [124, 129].

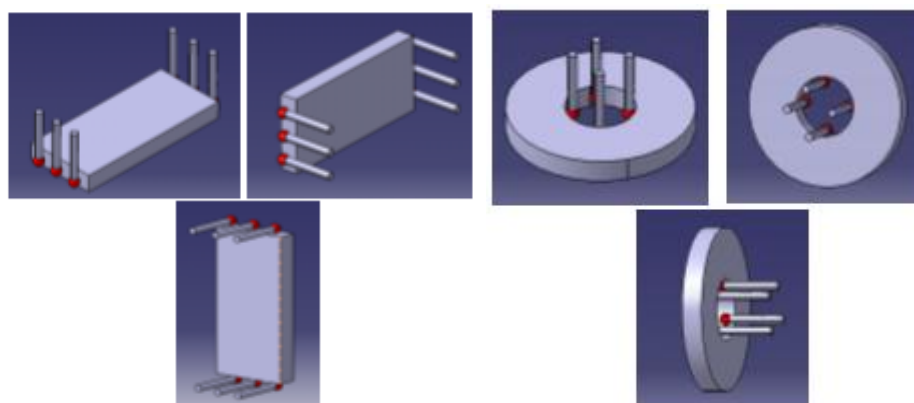
3.2.2. *Metoda wykorzystująca obiekt niewykalibrowany - metoda wielopozycyjna.*

Jedną z proponowanych metod oceny dokładności pomiarów współrzędnościowych – rozwijanych niezależnie w wielu ośrodkach [65,85,95,125] jest metoda wielopozycyjna, która ogólnie rzecz biorąc polega na wielokrotnym pomiarze obiektu niewykalibrowanego, wzorca długości oraz wzorca pierścieniowego, przy zastosowaniu różnego rozmieszczenia punktów pomiarowych. Powyższa procedura jest oparta na założeniu, że dla każdej cechy geometrycznej (np. odległość, kąt) dokonane zostaną pomiary w odpowiedniej liczbie kierunków. Wtedy dopiero istnieje możliwość uzyskania wystarczającej ilości danych do określenia wpływów na niepewność pomiarów niezależnych oddziaływań takich jak np. trzy różne błędy pozycji w trzech osiach ruchu maszyny, trzy różne błędy prostopadłości w trzech głównych płaszczyznach WMP, sześć różnych błędów prostoliniowości w trzech osiach ruchu. Wpływ niepewności pochodzącej od tych źródeł, jest możliwy do oszacowania po dokonaniu, co najmniej czterech pomiarów. Pomiar przedmiotu powinien być dokonany pięciokrotnie w każdej z pozycji, stosując za każdym razem inne rozmieszczenie punktów. Zalecane jest ustawienie przedmiotu mierzonego w czterech następujących pozycjach, jednej podstawowej i trzech kolejnych powstałych z obrotu przedmiotu dookoła poszczególnych osi WMP, począwszy od położenia podstawowego [108], [N2-2] (rys. 16.).



Rys. 16. Kolejne kierunki podczas pomiaru przedmiotu

W podobny sposób dokonuje się pomiarów wzorca długości oraz wzorca średnicy. Wzorce te należy mierzyć w tej samej przestrzeni pomiarowej, w której mierzony był przedmiot. Pomiar należy wykonać trzykrotnie, w trzech różnych kierunkach, za każdym razem z różnym rozmieszczeniem punktów pomiarowych, przy czym ilość i pokryta przez nie powierzchnia wzorca powinna być taka sama (rys.17).



Rys. 17. Kolejne kierunki podczas mierzenia wzorca długości i średnicy

Wyniki przeprowadzonych pomiarów przedstawiane są jako:

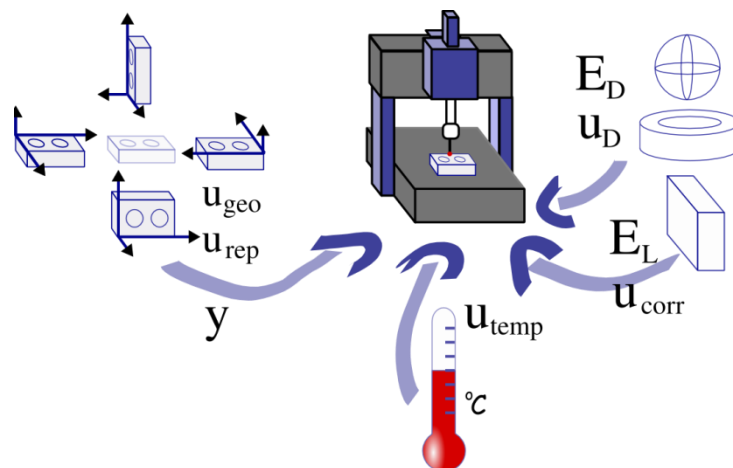
$$y_{corr} = y - E_L - E_D \quad (2)$$

gdzie: y – średnia z pomiarów badanej cechy we wszystkich kierunkach przy różnym rozmieszczeniu punktów pomiarowych (5 różnych rozmieszczeń punktów, w 4 różnych kierunkach), E_L – średni błąd pomiaru długości, E_D – średni błąd pomiaru średnicy. Wszystkie wielkości podawane są w mm.

Natomiast związana z nimi niepewność:

$$U = k \cdot \sqrt{u_{rep}^2 + u_{geo}^2 + u_{corrL}^2 + u_D^2 + u_{temp}^2} \quad (3)$$

gdzie kolejne u , to poszczególne składowe niepewności związane odpowiednio z: powtarzalnością maszyny, jej błędami geometrycznymi, niepewnością skorygowaną pomiaru długości, niepewnością pomiaru średnicy oraz z wpływem temperatury.



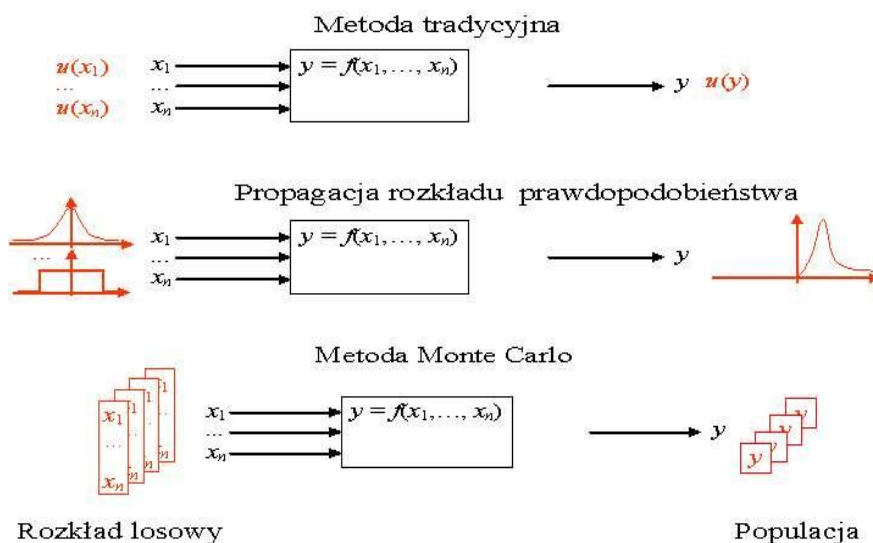
Rys. 18. Schemat wyznaczania niepewności pomiaru w oparciu o wzorzec niewykalibrowany [108]

3.3. Wykorzystanie Metody MC w ocenie dokładności pomiaru

Metoda Monte Carlo (MMC), opracowana przez Polaka - Stanisława Ulama i wykorzystywana w badaniach w Los Alamos od 1943 roku, opublikowana po raz pierwszy z Nicholasem Metropolisem [128], jest numeryczną metodą służącą do modelowania matematycznego skomplikowanych procesów, których wartość jest trudna do wyznaczenia w sposób analityczny. Może ona zostać użyta między innymi do propagacji prawdopodobieństwa. W takim wypadku, jej zastosowanie polega na losowym próbkowaniu z funkcji rozkładu. W tym miejscu należy wspomnieć jeszcze o procesie propagacji (sumowaniu zmiennych losowych). Jest to mianowicie metoda polegająca na wyznaczeniu funkcji rozkładu prawdopodobieństwa dla wielkości wyjściowej przy pomocy analizy funkcji rozkładów przypisanych do wielkości wejściowych, które mają na wielkość wyjściową określony wpływ (nazewnictwo zgodne z [N4]). MMC znajduje ostatnio coraz szersze zastosowanie w metrologii czego wyrazem jest suplement do przewodnika do wyznaczania niepewności [N6].

Metoda typu B wyznaczania niepewności opisana w [N5] również wykorzystuje proces propagacji prawdopodobieństwa. Każda wielkość wejściowa jest opisywana przez swoją najlepszą estymatę oraz odchylenie standardowe, jako niepewność standardowa związana z estymatą, a następnie do tych danych stosowana jest propagacja prawdopodobieństwa. W ten sposób uzyskiwana jest estymata wielkości wyjściowej oraz związana z nią niepewność standardowa. Model ten ma jedną zasadniczą wadę. Mianowicie wielkość wyjściowa jest opisywana przez zmienną losową posiadającą rozkład Gaussa lub wyskalowany i przesunięty rozkład t . Jak wiadomo rozkłady te są symetryczne a ich ekstremum osiągnięte jest dla wartości

oczekiwanej. W praktyce często zdarza się jednak, że wielkość wyjściowa nie ma symetrycznego rozkładu. Wtedy o wiele lepsze rezultaty może przynieść metoda Monte Carlo [N6].



Rys. 19. Metoda Monte Carlo w relacji do metody tradycyjnej

Zastosowanie metody Monte Carlo można przedstawić w prosty, schematyczny sposób. W schemacie tym wyróżniono trzy główne etapy zastosowania MMC: sformułowanie problemu, propagację oraz podsumowanie (Rys. 20). I tak [N6]:

1. Sformułowanie problemu:

- a) określenie wielkości wyjściowej,
- b) określenie wielkości wejściowych, od których wielkość wyjściowa będzie zależna,
- c) zbudowanie modelu (matematycznego) łączącego wielkości wejściowe z wielkością wyjściową,
- d) przypisanie odpowiednich funkcji gęstości prawdopodobieństwa (FGP) do wielkości wejściowych, na podstawie posiadanej wiedzy oraz znanych informacji.

2. Propagacja:

Próbkowanie w określony sposób z FGP wielkości wejściowych oraz wykorzystanie modelu matematycznego pomiaru w celu otrzymania FGP dla wielkości wyjściowej.

3. Podsumowanie:

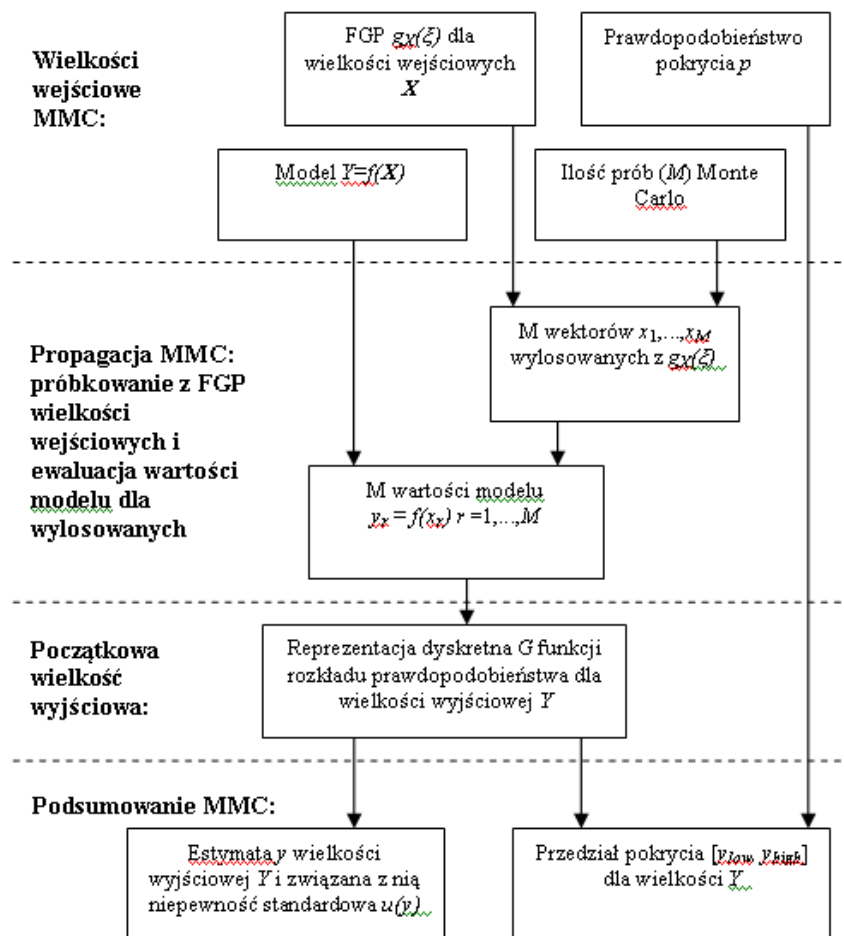
Wykorzystanie FGP dla wielkości wyjściowej w celu wyznaczenia:

- a) wartości oczekiwanej tej wielkości będącej jej estymatą,

- b) odchylenia standardowego tej wielkości będącego jej niepewnością standardową,
- c) przedziału pokrycia zawierającego wartości wielkości wejściowej z odpowiednim prawdopodobieństwem p .

Głównymi zaletami implementacji MMC są:

- zminimalizowanie wysiłku obliczeniowego w przypadku złożonych bądź nieliniowych układów,
- zwiększenie dokładności wyznaczenia estymaty Y dla modeli nieliniowych,
- polepszenie dokładności oszacowania niepewności standardowej dla estymaty Y w modelach nieliniowych, w szczególności gdy do wielkości wejściowych przypisane są FGP nie mające rozkładu Gaussa ani rozkładu t ,
- dokładne wyznaczenie przedziału pokrycia w przypadku gdy wielkość wyjściowa nie jest opisana przez rozkład Gaussa ani rozkład t .



Rys. 20. Fazy zastosowania MMC

W dalszej części tego rozdziału zostaną zaprezentowane praktyczne zastosowania metody Monte Carlo na przykładzie modeli wyznaczania niepewności pomiarów zbudowanych przez autora.

3.3.1. Zastosowanie metody Monte Carlo do wyznaczenia niepewności w pomiarach dokonywanych według metody wielopozycyjnej

Zgodnie z wcześniejszym podrozdziałem pierwszymi czynnościami jakie należy podjąć przy korzystaniu z MMC są wyznaczenie wielkości wyjściowej, wielkości wejściowych oraz znalezienie modelu matematycznego określającego zależność pomiędzy nimi. W tym przypadku, wykorzystując założenia normy ISO 15530-2 i wstawiając do równania (2) odpowiednie wyrażenia za E_L oraz E_D model przyjmie postać [24,95]:

$$y_{corr} = y * (1 + \alpha_{wN}\theta_{wN}) - L \frac{1}{3 \cdot n_3} \cdot \sum_j \sum_{i=1}^{n_3} \frac{{}^{ij}L_{measstd} * (1 + \alpha_{wW}\theta_{wW}) - L_{calstd}}{L_{calstd}} - \frac{1}{n_4} \cdot \sum_{i=1}^{n_4} (D_{measint} - D_{calint}) \quad (4)$$

gdzie: y_{corr} – średnia skorygowana, mm; y – średnia ze wszystkich pomiarów, mm; α_{wN} , α_{wW} – współczynnik rozszerzalności cieplnej przedmiotu oraz wzorca, $^{\circ}C^{-1}$; θ_{wN} , θ_{wW} – odchyłka temperatury od temperatury odniesienia 20 $^{\circ}C$ dla przedmiotu i wzorca, $^{\circ}C$; L – nominalna wartość mierzonej odległości, mm; ${}^{ij}L_{measstd}$ – rezultaty z pomiaru wzorca długości, mm; L_{calstd} – nominalna długość mierzonego wzorca, mm; ${}^iD_{measint}$ – wyniki z pomiarów wzorca średnicy wewnętrznej, mm; D_{calint} – nominalna średnica wzorca średnicy, mm.

W zapisie powyższego wzoru uwzględnione zostały wszystkie wyniki pomiarów, jednakże suma wszystkich pomiarów podzielona przez ich liczbę to nic innego jak średnia z tych pomiarów. W metodzie Monte Carlo nie uwzględnia się tylko i wyłącznie jednej wartości będącej średnią z serii pomiarów, ale bada zachowanie układu dla różnych wartości wylosowanych z funkcji gęstości prawdopodobieństwa dla wielkości wejściowych. Oczywiście wartości te będą w pewien sposób oscylować wokół wartości średniej, która to jest jedną z charakterystyk opisujących FGP. Dlatego równanie (4) można zapisać w następujący sposób:

$$y_{corr} = y * (1 + \alpha_{wN}\theta_{wN}) - L * \frac{L_{measstd} * (1 + \alpha_{wW}\theta_{wW}) - L_{calstd}}{L_{calstd}} - (D_{measint} - D_{calint}) \quad (5)$$

Znając już model matematyczny pomiaru należy przystąpić do przypisania poszczególnym wielkościom wejściowym odpowiednich funkcji gęstości

prawdopodobieństwa. W zależności od dostępnych informacji na temat poszczególnych wielkości wejściowych należy do każdej z nich przypisać najlepiej opisującą ją FGP. Zagadnienie to jest wyczerpująco opisane w Suplemencie [N6]. Dla przykładu, jeśli dla pewnej wielkości wejściowej X_i znana jest wartość średnia, niepewność standardowa związana z jej wyznaczeniem oraz liczba stopni swobody tego procesu, to przypisana do niej zostaje FGP o przesuniętym i wyskalowanym rozkładzie t . Jeśli natomiast na temat pewnej wielkości wejściowej wiemy jedynie, że przyjmuje ona wartości ograniczone z dołu liczbą „ a ” a z góry liczbą „ b ” to przypisujemy do niej FGP o rozkładzie prostokątnym. Następujące FGP zostały przypisane wielkościom wejściowym:

Tabela 3. FGP przypisane do poszczególnych wielkości wejściowych

Wielkość	FGP	Parametry				
		μ	σ	ν	a	b
y	$t_\nu(\mu, \sigma^2)$	133.95721 mm	0.00016 mm	16		
α_{wN}	$R(a, b)$				$11 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	$12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
α_{wW}	$R(a, b)$				$11 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	$12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
θ_{wN}	$R(a, b)$				$0.6 \text{ }^\circ\text{C}$	$0.8 \text{ }^\circ\text{C}$
θ_{wW}	$R(a, b)$				$0.76 \text{ }^\circ\text{C}$	$0.96 \text{ }^\circ\text{C}$
L_{measstd}	$t_\nu(\mu, \sigma^2)$	150.00064 mm	0.00041 mm	8		
L_{calstd}	$N(\mu, \sigma^2)$	149.99996 mm	0.00025 mm			
D_{measint}	$t_\nu(\mu, \sigma^2)$	27.99876 mm	0.00072 mm	8		
D_{calint}	$N(\mu, \sigma^2)$	27.99800 mm	0.00015 mm			

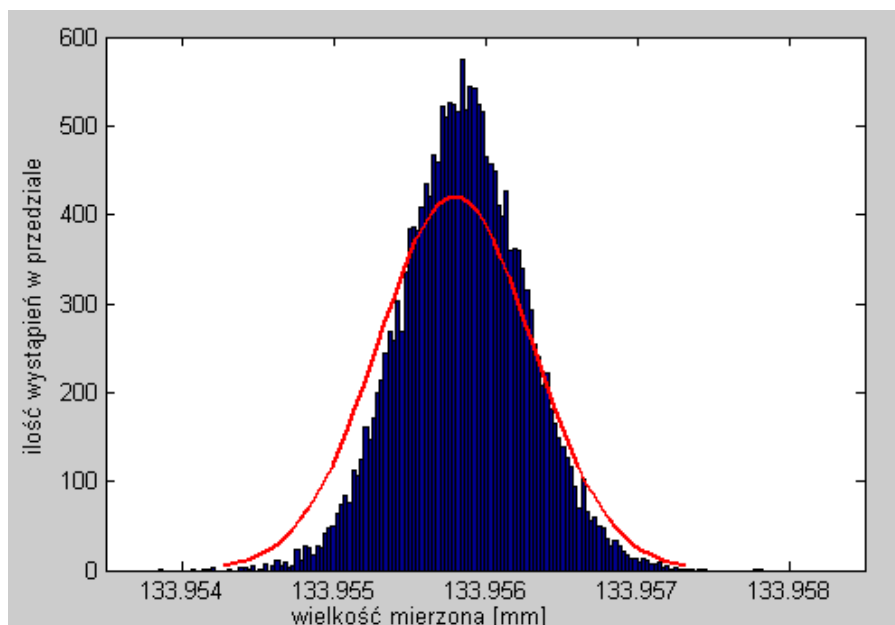
Propagacja prawdopodobieństwa została przeprowadzona zgodnie z wytycznymi zawartymi w Suplemencie [N6]. W skrócie proces ten można opisać jako losowe próbkowanie z poszczególnych FGP dla wielkości wejściowych. Podstawę tego próbkowania stanowi generator rozkładu prostokątnego. Mając wylosowaną liczbę (bądź kilka liczb) z rozkładu prostokątnego $R(0,1)$ można stosując odpowiednie przekształcenia otrzymać liczbę losowo wybraną z dowolnego innego rozkładu. Sposób dokonywanych przekształceń jest dokładnie opisany w Suplemencie [N6]. Jako generator rozkładu prostokątnego został wykorzystany generator Wichmann-Hill polecany przez Supplement [N6, Aneks C], który przeszedł testy poprawności wykorzystywane do sprawdzenia poprawności działania generatorów liczb pseudo-losowych. Jako liczbę prób metody Monte Carlo (M) wystarczającą do poprawnego wyznaczenia FGP dla wielkości wyjściowej, dla prawdopodobieństwa $p=0,95$ ustalono $M = 200\ 000$. Po wylosowaniu M liczb z wszystkich FGP są one odpowiednio wstawiane do modelu matematycznego. W ten sposób otrzymujemy M wartości wielkości

mierzonej (wyjściowej), które to z kolei po odpowiednich przekształceniach stanowią FGP wielkości wyjściowej. Na podstawie tej funkcji możliwe jest natomiast określenie wartości oczekiwanej oraz odchylenia standardowego, będącego zarazem niepewnością standardową wyznaczenia wielkości mierzonej. Implementacja metody została przeprowadzona w środowisku MATLAB.

Wyniki otrzymane z wykorzystaniem obu metod są do siebie bardzo podobne. Poniżej przedstawiono zestawienie wyników w formie liczbowej oraz graficznej. W tabeli 4 wyniki dla „metody tradycyjnej” oznaczają wyniki wyznaczone w sposób zgodny z projektem normy ISO 15530-2 tzn. wyznaczone zostały poszczególne składowe niepewności ze wzorów przytoczonych w normie [N2-2], a niepewność rozszerzona została podana według wzoru (3).

Tabela 4. Wyniki zastosowania metody tradycyjnej (ISO 15530-2) oraz metody Monte Carlo

Metoda	M	y_{corr}	$u(y)$
tradycyjna	-	133.95580	0.00117
MMC	$2 \cdot 10^5$	133.95590	0.00100



Rys. 21. Graficzna prezentacja wyników: metody tradycyjnej (ciągła linia) oraz MMC (słupki)

Analizując otrzymane wyniki należy stwierdzić że są one ze sobą zbieżne. Drobne różnice wynikać mogą z charakteru obu metod. Główne trudności, które stoją przed metrologiem dokonującym wyrażania niepewności przy pomocy MMC to: zbudowanie

pasującego do układu pomiarowego modelu matematycznego, odpowiednie przypisanie funkcji gęstości prawdopodobieństwa do poszczególnych wielkości wejściowych oraz przeprowadzenie próbkowania w sposób opisany w [N6]. Należy zastanowić się czy bardziej pracochłonne jest wyznaczenie niepewności w sposób podany przez normę ISO 15530-2 czy w sposób numeryczny z zastosowaniem MMC. Otóż, MMC jest metodą o wiele praktyczniejszą i dającą przeprowadzającemu ją badaczowi mniejszą szansę popełnienia błędu. Uciążliwa jest tylko pierwsza aplikacja metody, gdy należy zbudować model matematyczny oraz opisać w wybranym języku programistycznym proces próbkowania z FGP.

W kolejnych aplikacjach MMC, można już korzystać z modelu matematycznego zbudowanego dla danej metody, który przecież, jeśli używany w podobnym celu co wcześniej, nie zmienia się. Można również wykorzystywać wcześniej napisane funkcje i procedury. Jediną czynnością dokonywaną przez metrologa jest w tym wypadku podanie wartości wejściowych, którymi będą odpowiednie FGP przypisane poszczególnym wielkościom wejściowym. Bardzo dużym ułatwieniem w wykorzystaniu metody Monte Carlo jest więc gotowa aplikacja, która wymaga jedynie podania modelu matematycznego danego układu oraz FGP przypisanych poszczególnym wielkościom wejściowym.

3.3.2. Zastosowanie metody Monte Carlo do wyznaczenia niepewności w pomiarach dokonywanych według metody porównawczej

Podobnie jak dla metody wielopozycyjnej również i dla drugiej z najpopularniejszych metod oceny dokładności pomiaru, metody porównawczej, można z zastosowaniem metody Monte Carlo zbudować alternatywny model wyznaczania niepewności pomiarów realizowanych zgodnie z wytycznymi tej metody [24].

Analizując normę ISO/TS 15530-3:2004 oraz bazując na doświadczeniu zebranym w Laboratorium Metrologii Współrzędnościowej na Politechnice Krakowskiej wyznaczono następujący model matematyczny opisujący pomiar wykonywany według metody porównawczej:

$$y_s = L_{(p)} \times (1 + \alpha \times \Delta) - (y_{(w)} - x_{c(w)}) \quad (6)$$

y_s – mierzona długość, mm,

$L_{(p)}$ – zmienna opisująca wyniki pomiarów przedmiotu mierzonego, mm,

α – współczynnik rozszerzalności cieplnej przedmiotu mierzonego, ° C⁻¹,

Δ – różnica pomiędzy temperaturą bieżącą a temperaturą odniesienia przedmiotu mierzonego, °C,

$y_{(w)}$ – zmienna opisująca wyniki przeprowadzonych pomiarów wzorca, mm,

$x_{c(w)}$ – zmienna opisująca proces kalibracji wzorca, mm.

Następny etap to przypisanie do zmiennych wejściowych odpowiednich rozkładów prawdopodobieństwa. Tabela 5 pokazuje przykładowe przypisanie FGP dla jednego z wykonanych pomiarów.

Tabela 5. Przykładowe FGP przypisane do zmiennych występujących w modelu

Wielkość	FGP	Parametry				
		μ	σ	ν	a	b
L	$N(\mu, \sigma^2)$	38.9994 mm	0.0011 mm			
A	$R(a,b)$				$11 * 10^{-6} \text{ } ^\circ \text{C}^{-1}$	$12 * 10^{-6} \text{ } ^\circ \text{C}^{-1}$
Δ	$R(a,b)$				$0,2 \text{ } ^\circ \text{C}$	$0,6 \text{ } ^\circ \text{C}$
Yw	$t_\nu(\mu, \sigma^2)$	39.9366 mm	0.0007 mm	23		
Xc	$N(\mu, \sigma^2)$	39.9363 mm	0.0001 mm			

W celu zweryfikowania poprawności utworzonego modelu wykonano pomiary stosu płytek wzorcowych, kostki ćwiczeniowej oraz korpusu pompy. Jako wzorce do poszczególnych pomiarów wykorzystane zostały płytki wzorcowe o długościach nominalnych dobranych w taki sposób aby spełnić warunki podobieństwa o których była mowa w rozdziale 3.2.1. Następnie wyznaczono niepewności dla zrealizowanych pomiarów zarówno z wykorzystaniem nowego modelu jak i w sposób tradycyjny, podany przez normę ISO 15330-3. Uzyskane wyniki zostały zestawione w Tabeli 6.

Tabela 6. Porównanie wyników uzyskanych z zastosowaniem metody porównawczej i MMC [24]

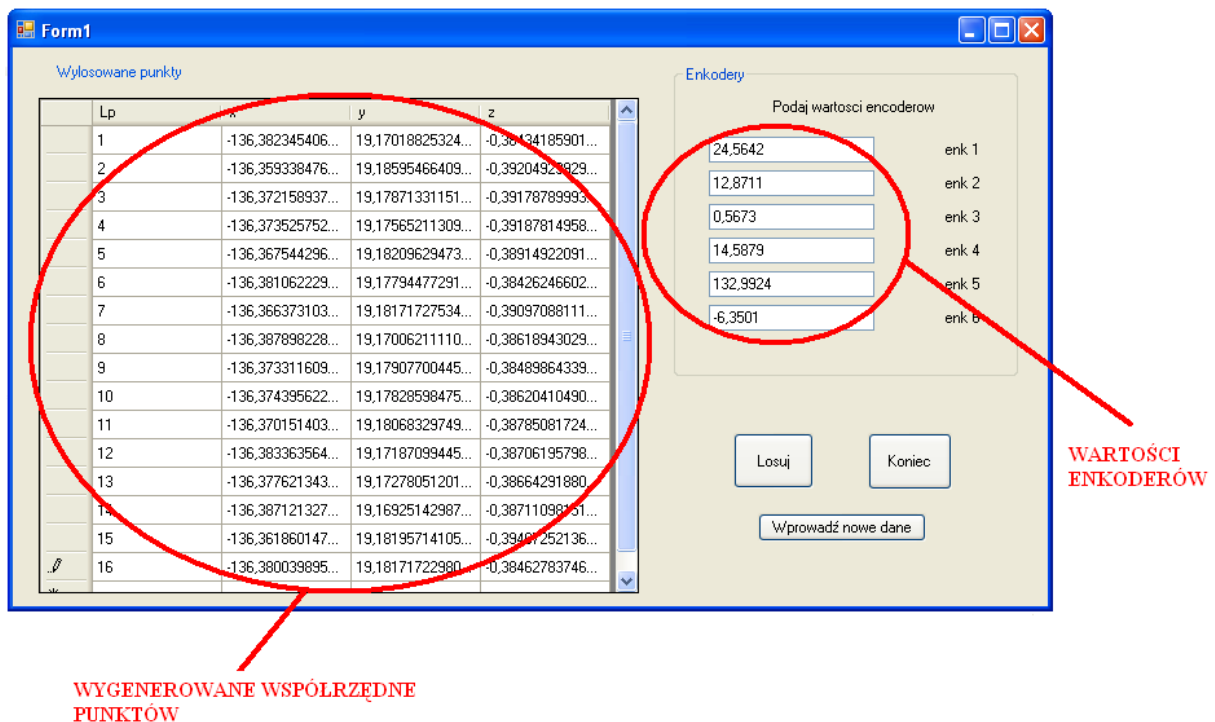
Przedmiot mierzony	ISO/TS 15530-3	Metoda Monte Carlo
Płytki wzorcowe [mm]	$y(s) = 38,9994$ $U = 0,0022$	$y(s) = 38,9991$ $U = 0,0020$
Kostka [mm]	$y(s) = 120,0732$ $U = 0,0035$	$y(s) = 120,0730$ $U = 0,0033$
Korpus pompy [mm]	$y(s) = 193,8838$ $U = 0,0041$	$y(s) = 193,8829$ $U = 0,0040$

3.3.3. Zastosowanie metody Monte Carlo do symulowania niepewności pomiaru w Wirtualnym Współrzędnościowym Ramieniu Pomiarowym

Oprócz zastosowań pokazanych we wcześniejszych punktach, MMC może być wykorzystywana jako metoda wyznaczania niepewności pomiaru metodą symulacyjną, a biorąc pod uwagę fakt, że sama metoda opiera się na losowym próbkowaniu z rozkładów prawdopodobieństwa, zdaje się ona być doskonałym rozwiązaniem w tym zastosowaniu [97].

W programie Visual Basic opracowano więc program, który na podstawie modelu kinematycznego, danych z encoderów oraz danych o ich dokładności i rozkładzie zmiennych, losuje współrzędne punktów oraz zapisuje je do pliku tekstowego uwzględniając kierunek trzpienia pomiarowego.

W ten sposób jeden punkt pomiarowy może zostać zasymulowany np. 100 razy, w krótkim odstępie czasu. Symulując w ten sposób wszystkie punkty wchodzące w skład pomiaru istnieje możliwość utworzenia z nich elementów geometrycznych a następnie wyznaczenia niepewności pomiaru (niezależnie od realizowanego zadania pomiarowego) w czasie quasi-rzeczywistym.



Rys. 22. Widok okna z programu symulującego pomiar realizowany na WMP

3.4. Wirtualne systemy współrzędnościowe – budowa i ich realizacje

Metoda symulacyjna jest stosunkowo nową metodą, która stawia sobie za zadanie stworzenie wirtualnego modelu maszyny pomiarowej umożliwiającego ocenę dokładności pomiaru w trybie on-line. Pierwsze w pełni akceptowalne rozwiązanie tego typu powstało w niemieckim laboratorium Physikalisch Technische Bundesanstalt (PTB) w Braunschweigu i opierało się na identyfikacji błędów geometrycznych i wyznaczaniu dla nich niepewności, przy użyciu płyt kontrolnych (kulowych lub otworowych). W połowie lat 90 system ten zainstalowano na Politechnice Krakowskiej gdzie był wykorzystywany jako system porównawczy do badań nad nową koncepcją modelowania wirtualnej maszyny pomiarowej, polegającą na wykorzystaniu do budowy modelu sztucznych sieci neuronowych oraz Metody Macierzowej, służącej do identyfikacji błędów w wybranych punktach referencyjnych. Oba te modele zostaną przedstawione w bieżącym rozdziale.

3.4.1. Model błędów kinematycznych WMP

Aby móc zbudować analityczny model WMP typu portalowego należy zastosować sztywny model błędów WMP dla przyjętego ogólnego modelu kinematycznego. Przy jego budowie zakłada się programowalne nakładanie się błędów składowych w obrębie opracowanego modelu matematycznego mającego za zadanie określenie wektora odchyłek dla każdego punktu w przestrzeni pomiarowej. Wektor ten składa się z trzech grup błędów: systematycznych znanego pochodzenia, systematycznych nieznanego pochodzenia oraz błędów powstałych pod wpływem czynników losowych. Te z kolei mogą być identyfikowane doświadczalnie lub szacowane przy pomocy innych metod. Składowe identyfikowalne doświadczalnie są określane przez wielokrotny pomiar a ich wartość nie ulega zmianie podczas długiego okresu czasu. Niektóre z tych składowych można opisać tylko statystycznie poprzez odpowiedni rozkład prawdopodobieństwa. Do pierwszej grupy zgodnie z podziałem dokonany przez Trapeta [105,122,126] zaliczyć należy :

- M1. błędy systematyczne procesu styku końcówki z przedmiotem,
 - M2. losowe błędy styku,
 - M3. zmiany końcówki (głowicy) pomiarowej i niepewność przegubu głowicy (losowe),
 - M4. systematyczne odchyłki geometrii WMP (błędy parametryczne poszczególnych osi).
- wśród których dominujący charakter mają błędy z grupy M4 czyli błędy kinematyczne opisane przez 21 składowych w poszczególnych osiach maszyny.

liniowo zależne składniki położenia w przypadku błędów obrotu jak również błędów położenia.

3.4.1.1. Maszyna wirtualna opracowana przez PTB

Głównym zadaniem wirtualnej maszyny PTB jest wyznaczanie niepewności pomiaru dla wybranych zadań mogących być realizowanymi na określonej WMP. System umożliwia symulację poszczególnych zadań wraz z określoną dla danego pomiaru niepewnością. Model PTB działa w oparciu o doświadczalną identyfikację lub oszacowanie:

- błędów geometrycznych WMP,
- systematycznych i przypadkowych błędów głowicy pomiarowej,
- zmiany warunków otoczenia wpływających na niepewność symulowanych pomiarów.

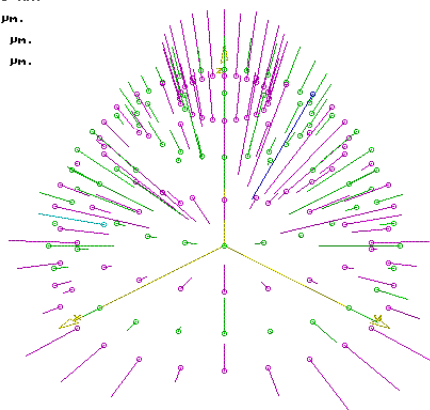
Działanie modelu wymaga podania odpowiednich danych:

- parametrów nominalnych zarysu (wymiar, położenie),
- wymogów odnośnie symulowanego zadania pomiarowego (rozkład punktów pomiarowych, konfigurację końcówek pomiarowych, pozycję w przestrzeni pomiarowej maszyny itp.)

System działa w oparciu o metodę Novel [93, 122, 126] służącą do oceny i wyznaczania składowych błędów kinematycznych (parametrycznych dla poszczególnych osi) z wykorzystaniem dwuwymiarowego wzorca (płyty kulowej lub otworowej). Opis metody znajduje się w podrozdziale 3.5.1.

Duże znaczenie w koncepcji realizowanej w laboratoriach PTB ma także identyfikacja błędów głowicy. Przeprowadzona została poprzez zbadanie elementu wzorcowego (w postaci kuli kalibracyjnej) pięcioma końcówkami pomiarowymi, które później będą wykorzystywane przy symulacji odpowiednich pomiarów. Do tego celu wykorzystuje się program TKAL [105,122] który wyznacza błędy głowicy pomiarowej porównując wyniki rzeczywistych pomiarów z danymi kalibracyjnymi elementu wzorcowego. Program oblicza parametry statystyczne w postaci odchylenia standardowego wszystkich punktów. Wynikiem badania jest suma składowych systematycznych i przypadkowych.

```
radius fitted :18.9903 mm.  
maximum dev. :3.556 μm.  
minimum dev. :-4.548 μm.  
Sigma       : 0.21 μm.
```



```
scale  
—1 μm.
```

```
average: ZN6F1A.DAT ZN6F1A.DAT  
F1 - help
```

Rys. 24. Graficzna interpretacja błędów głowicy (program TKAL- opracowany w PTB) [105]

W Modelu PTB zakłada się, że poszczególne niepewności składowe, których pochodzenie jest znane, zestawia się w postaci budżetu. Wartości składowych niepewności szacowane są arbitralnie dla każdego źródła, a następnie wprowadzane w programie Megakal. Niesie to ryzyko błędnego oszacowania, które zmniejszone może być dzięki posiadanemu doświadczeniu w pracy z daną WMP i dogłębnej znajomości jej działania. Wpływ zmiany warunków zewnętrznych w czasie realizacji pomiarów uwzględniany jest poprzez zawyżenie obszaru niepewności pomiarowej dla poszczególnych składowych.

Przed przeprowadzeniem symulacji pomiaru, należy opisać realizowane zadanie pomiarowe poprzez określenie geometrii, pozycji i orientacji w przestrzeni pomiarowej WMP, rozkładu punktów pomiarowych oraz konfiguracji końcówek pomiarowych. Maszyna wirtualna automatycznie generuje punkty charakterystyczne dla pomiaru. Następnie przeprowadzana jest symulacja. W każdym punkcie pomiarowym nakładane są charakterystyczne błędy danej WMP w których uwzględniane są oszacowane uprzednio niepewności, a także przyjęte zgodnie z metodą Monte Carlo parametry ich rozkładów. Symulację przeprowadza się wielokrotnie, a dzięki oprogramowaniu metrologicznemu i zmieniającym się losowo współrzędnym punktów, możliwe jest obliczenie niepewności parametrów poszczególnych zarysów. Symulację można przeprowadzać w całej przestrzeni maszyny co nie dość, że umożliwia oszacowanie niepewności dla zadania pomiarowego realizowanego w dowolnym miejscu, ale także pozwala na określenie w którym miejscu tejże przestrzeni niepewność jest najmniejsza. Wynik symulacji w postaci niepewności podawany jest jako U_{95} . Oznacza to, że w przypadku przeprowadzenia rzeczywistego pomiaru otrzymany wynik będzie się mieścił w zakresie określonej niepewności z prawdopodobieństwem 95%.

Wyniki otrzymywane tą metodą dobrze odtwarzają obszar niepewności pomiarów współrzędnościowych. Przy korzystnych warunkach pomiarowych można uzyskać niepewność rozszerzoną w granicach $1 \mu\text{m}$ (dla obszaru 0.7 m^3 przestrzeni pomiarowej), dla porównania używając metod analitycznych przy tych samych warunkach niepewność ta waha się w okolicach $1,5 \mu\text{m}$ [105]. Ta charakterystyka metody wynika m.in. z zastosowania wykalibrowanego wzorca płytowego, którego procedura kalibracji jest podstawą systemu. Zastosowanie jednego wykalibrowanego wzorca sprawia, że metodę tą można skutecznie stosować na różnego rodzaju maszynach pamiętając oczywiście o zachowaniu podstawowych zasad pomiarowych. W metodzie PTB zakłada się, że główny wpływ na błędy systematyczne ma kinematyka WMP natomiast zakres błędów przypadkowych wiąże się z błędami głowicy. Metoda ta w związku z koniecznością indywidualnego szacowania niepewności oraz zachowywania stałych warunków zewnętrznych dobrze sprawdza się w warunkach laboratoryjnych, gdzie personel dysponuje dużym doświadczeniem i wiedzą o danej maszynie oraz stosunkowo łatwo można zapewnić niezmienność warunków. Inaczej sprawa wygląda w przypadku działania w warunkach przemysłowych gdzie najczęściej pojawiają się problemy w obu powyższych kwestiach.

3.4.2. Modelowanie składowych – wektorowa koncepcja błędów

Pomiar współrzędnościowy polega na mierzeniu współrzędnych punktów a następnie łączeniu ich w elementy geometryczne i wyznaczaniu zależności pomiędzy nimi. W związku z powyższym każdy pomiar, nie będący pomiarem współrzędnych punktów jest pomiarem pośrednim. Fakt ten spowodował konieczność opracowania metod odmiennych od metod bazujących na pomiarze długości lub wyznaczeniu błędów geometrycznych maszyny. Taką metodą jest metoda macierzowa, która opiera się na badaniu dokładności odwzorowania punktu pomiarowego. W tym celu w przestrzeni pomiarowej maszyny budowana jest siatka punktów referencyjnych, a punkty znajdujące się w węzłach tej siatki są opisywane wektorem wyrażającym błąd odtworzenia punktu pomiarowego.

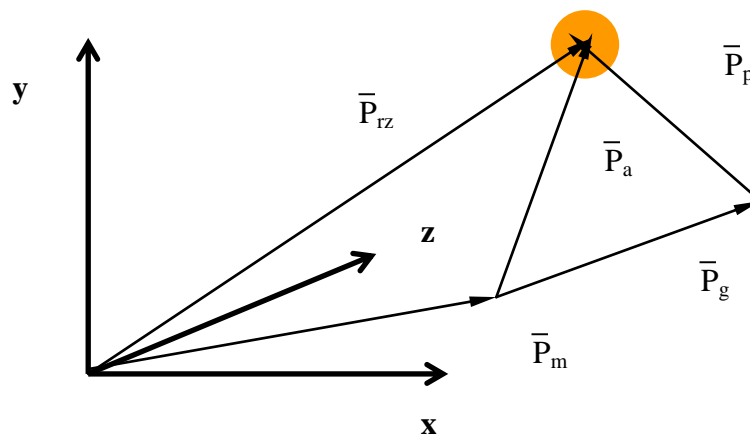
Wyznaczanie przez maszynę błędu odtworzenia punktu pomiarowego jest związane z odwołaniem się do jego wektorowego charakteru oraz zapisu. Podobnie jak w przypadku metod opartych o kontrolny pomiar długości zapis zawiera składowe pochodzące zarówno od błędów systematycznych jak i przypadkowych [105].

Pierwsza składowa błędu związana jest z układem stykowym - \bar{p}_g a druga pochodzi od błędów geometrii maszyny - \bar{p}_p .

Źródłem tego drugiego błędu są przytoczone w modelu analitycznym składowe pochodzące od kinematyki maszyny, których jest 21. W takiej formie zapis wektora błędu odtworzenia punktu pomiarowego można przedstawić równaniem (7):

$$\bar{p}_a = \bar{p}_g + \bar{p}_p \quad (7)$$

Jednocześnie wektor błędu odtworzenia punktu pomiarowego \bar{p}_a można scharakteryzować jako zaczepiony pomiędzy rzeczywistym punktem styku końcówki pomiarowej \bar{p}_{rz} z mierzonym przedmiotem, a punktem wskazanym przez maszynę \bar{p}_m - obie sytuacje ilustruje rys.25.



Rys. 25. Błąd odtworzenia punktu pomiarowego \bar{p}_a [105]

Wektor ten można zapisać przy pomocy równania (8):

$$\bar{p}_a = \bar{p}_{rz} - \bar{p}_m \quad (8)$$

gdzie:

\bar{p}_a - wektor błędu odtworzenia punktu pomiarowego,

\bar{p}_{rz} - wektor wodzący punktu rzeczywistego styku,

\bar{p}_m - wektor położenia punktu pomiarowego wskazanego przez maszynę

Zgodnie z [105] „pełny, zdefiniowany dla całej przestrzeni pomiarowej model dokładności WMP można przyjąć posługując się podanym powyżej wyróżnikiem w postaci wektora \bar{p}_a odnosząc go do całej przestrzeni V o wymiarach R^3 zgodnej z jej zakresem

miarowym”. Przyjmując, że każdemu punktowi $P(x, y, z) \in V \subset \mathbb{R}^3$ przyporządkowany został wektor \bar{p}_a , to wektorowe pole błędów przyjmie postać opisaną równaniem (9):

$$\bar{p}_m(P) = \bar{i}p_{ax}(P) + \bar{j}p_{ay}(P) + \bar{k}p_{az}(P) \quad (9)$$

gdzie:

$\bar{p}_a(P)$ - wektor pola błędów odtwarzalności punktu pomiarowego w punkcie P przestrzeni pomiarowej V danej WMP,

p_{ax}, p_{ay}, p_{az} - składowe pola błędów w kartezjańskim układzie współrzędnych WMP,

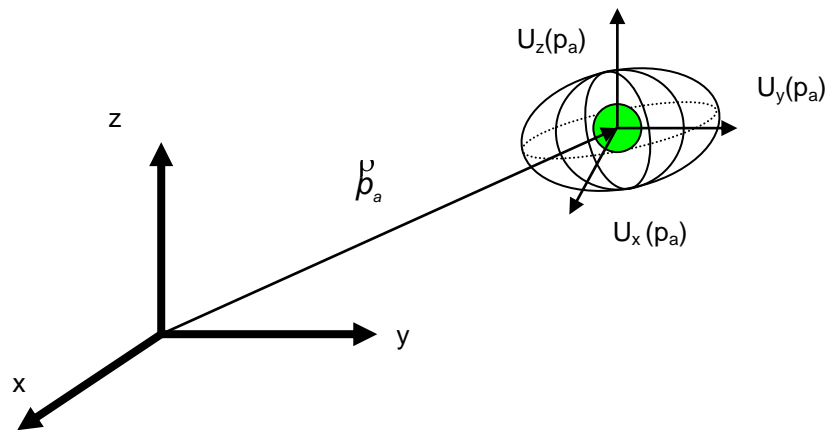
$\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ - wersory osi układu współrzędnych.

W rzeczywistości, oprócz czynników systematycznych, błędy odtwarzalności punktu pomiarowego są kształtowane poprzez czynniki losowe, dlatego koniecznym staje się scharakteryzowanie losowego pola błędów, które dla przestrzeni pomiarowej WMP można uznać za ciągle z parametrem dyskretnym. Przestrzenne pole losowe niepewności $\bar{U}(p_a)$ można zapisać w postaci (10):

$$\bar{U}(p_a) = \bar{i}U_x(p_a) + \bar{j}U_y(p_a) + \bar{k}U_z(p_a) \quad (10)$$

gdzie:

$U_x(p_a), U_y(p_a), U_z(p_a)$ - niepewności składowe w układzie x, y, z błędu odtwarzalności punktu pomiarowego p_a



Rys. 26. Przestrzenne pole losowe niepewności błędu odtworzenia punktu pomiarowego $\bar{U}(p_a)$ [105]

W wielu pracach naukowych [51,54,55,105] udowodniono, że błędy przypadkowe przy wielokrotnym powtarzaniu pomiarów w niezmiennych warunkach zmieniają się w sposób

nieprzewidywalny zarówno co do znaku, jak i wartości bezwzględnej. Biorąc pod uwagę działanie typowej głowicy stykowej oraz inne składowe błędy WMP, można stwierdzić, że błędy przypadkowe są sumą wielu oddziaływań, a ich wpływ da się najwyraźniej zauważyć podczas styku końcówki pomiarowej z powierzchnią przedmiotu mierzonego. Błędy te w sposób znaczny oddziałują na wyznaczaną współrzędną punktu pomiarowego.

Biorąc pod uwagę założenia związane ze sposobem występowania błędów zarówno dodatnich jak i ujemnych oraz związane z większą możliwością popełnienia błędów małych niż dużych można przyjąć, że błędy przypadkowe mają rozkład normalny. Zgodnie z [105] błędy te w przestrzeni pomiarowej mogą zostać podsumowane elipsoidą pokazaną na rysunku 26.

Szczegółowe rozważania na temat błędów o charakterze przypadkowym, których wyznaczenie i symulacja są głównym zadaniem niniejszej pracy doktorskiej, zostały przedstawione w rozdziale 5.

3.4.3. Metoda Macierzowa

Metoda Macierzowa jest praktyczną realizacją koncepcji opisanej w punkcie 3.4.2. utworzoną w Laboratorium Metrologii Współrzędnościowej na Politechnice Krakowskiej. Cytując za twórcą metody [105]: „Istotą tej metody jest pomiar wzorca płytowego (otworowego lub kulowego) umieszczonego w przestrzeni pomiarowej WMP tak aby stworzyć przestrzenną siatkę punktów referencyjnych o wymiarach i rastrze odpowiadającym stosowanemu wzorcowi. Różnica pomiędzy współrzędnymi środków poszczególnych elementów kształtu uzyskanymi w wyniku kalibracji wzorca a wskazanymi przez testowaną WMP daje przestrzenną siatkę błędów (...), na niej opiera się macierzowy model identyfikacji błędów WMP”. Jako zobrazowanie praktycznego zastosowania Metody Macierzowej, przedstawiono poniżej maszynę wirtualną bazującą na tej metodzie.

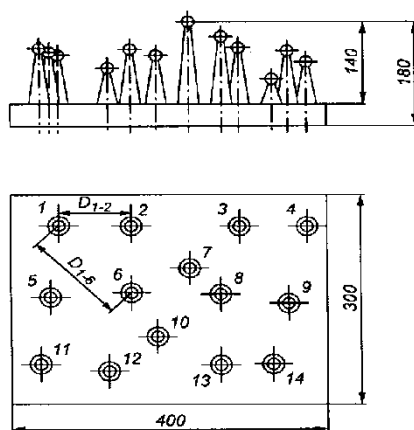
3.4.3.1. Neuronowa maszyna wirtualna

Przykładem maszyny wirtualnej, u której podstaw leży Metoda Macierzowa, jest maszyna Neuro WMP PK. Maszyna ta wykorzystuje technologię sztucznej sieci neuronowej czyli specjalnego narzędzia informatycznego składającego się z wielu elementów równoległe przetwarzających informacje. Sztuczne sieci neuronowe nie wymagają programowania, ich działanie opiera się na procesie uczenia. Jest to o tyle ważne, że problem skomplikowanego i trudnego do zrealizowania modelu matematycznego WMP często przysłał prawdziwy cel przed jakim stają twórcy maszyn wirtualnych, a którym jest umożliwienie symulacji realnego

pomiaru, i w konsekwencji możliwość oceny na jej podstawie niepewność pomiaru. Prof. Sładek który jest pomysłodawcą wykorzystania sztucznych sieci neuronowych w tworzeniu wirtualnej maszyny, sformułował kilka założeń, które motywują użycie ww. technologii [105]:

- odrzucenie analizowania poszczególnych źródeł błędów WMP, skupienie się jedynie na identyfikacji ich wartości i lokalizacji błędów w wybranym obszarze przestrzeni pomiarowej maszyny;
- możliwość budowy modelu - wirtualnej WMP - w oparciu o zbiór błędów (odchyłek) w wybranych punktach;
- skończona i możliwie mała ilość punktów pomiarowych niezbędna dla budowy modelu WMP;
- wykorzystanie wzorców do budowy zbioru punktów referencyjnych;
- możliwość predykcji dotyczącej (przewidywanych) błędów występujących poza punktami referencyjnymi w oparciu jedynie o konieczny, niewielki zbiór wyników pomiarów wzorca.

Jednym z najważniejszych problemów przy tworzeniu wirtualnej maszyny zdają się być dobranie odpowiedniego wzorca, który sprzyjałby budowaniu sieci neuronowej pokrywającej znaczny obszar. Do realizacji tego zadania nadają się płyty otworowe lub kulowe mogące posłużyć do utworzenia siatki regularnej. Pierwszy pomysł takiego systemu sformułowany został przez prof. Sładka. Był on spójny z macierzową metodą identyfikacji błędów WMP.

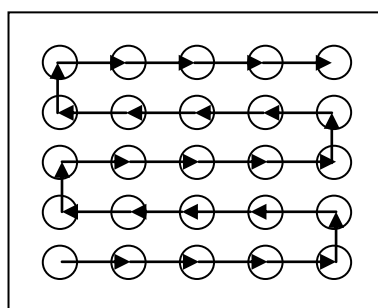


Rys. 27. Wzorzec kulowy opracowany w PK do oceny dokładności WMP [105]

Istotą metody macierzowej jest zbudowanie siatki punktów referencyjnych przy użyciu standardowej płyty wzorcowej (otworowej lub kulowej). Płyty umieszczane są w ściśle określony sposób, a siatkę tworzy się poprzez wyznaczanie środków kul lub otworów.

Różnica pomiędzy współrzędnymi środków otworów/kul uzyskanymi podczas kalibracji, a otrzymanymi w wyniku pomiaru na danej WMP daje przestrzenną siatkę błędów, na której opiera się model macierzowy. Macierz odpowiada rozmieszczeniu punktów referencyjnych, jest sumą dwóch składowych. Pierwsza składowa związana jest z błędami zależnymi od położenia w przestrzeni, głównie błędami pozycji (zależnymi od kinematyki). Druga składowa jest związana głównie z błędami głowicy, zarówno systematycznymi jak i przypadkowymi. Przy budowie modelu sumarycznego założono, że za błędy przypadkowe odpowiada głównie głowica stykowa (na podstawie badań przeprowadzonych na Politechnice Krakowskiej jak i w innych ośrodkach naukowych) [14,15,62,98,99,100,101,105,136, 141,142,143]. W tak zbudowanym modelu otrzymano zbiór wektorów błędów odtwarzalności punktów pomiarowych.

W Metodzie Macierzowej pomiary są realizowane w kilku ustalonych położeniach i dokonywane w ustalonej kolejności. Pomiary wykonywane są w 5 położeniach równoległych do płaszczyzny XY i po 4 równoległe do płaszczyzn YZ oraz ZX. Większa ich ilość przy pionowym usytuowaniu płyty jest spowodowana częstszym pomiarem w normalnej praktyce z użyciem końcówki pionowej. Pomiary poszczególnych otworów wykonuje się z obu stron płyty wzorcowej. Pomiarów dokonuje się metodą węża tzn. zaczynając od dołu, od otworu numer 1 poprzez 5 po czym mierzone są otwory w następnej linii w odwrotnym kierunku i tak aż do ostatniego otworu.

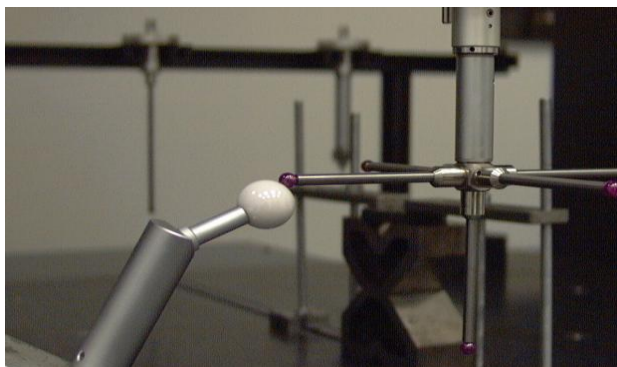


Rys. 28. Schemat pomiarowy dla metody węża [105]

Sposób zapisu macierzy identyfikacji oparty jest na 13 położeniach kontrolnych płyty kulowej (lub otworowej) o 25 elementach kształtu. Przy identyfikacji błędów pozycji (zależnych od położenia) zakłada się, że błędy głowicy można pominąć. Dzieje się tak dzięki zastosowaniu strategii 4-punktowej, która minimalizuje błędy kąta styku, a także dzięki równomiernemu rozmieszczeniu punktów pomiarowych na płytach wzorca. W przypadku błędów niezależnych od położenia przyjmuje się, że odpowiada im błąd głowicy (długość

wektora błędów określa się na podstawie funkcji błędów głowicy FBG(α) definiowany za [104,105] : „Dla wszystkich możliwych kierunków wychyleń głowicy błąd głowicy przyjmuje postać funkcji zależnej od kąta α zawartego pomiędzy kierunkiem pomiaru a normalną do mierzonej powierzchni. W wartościach funkcji głowicy mieszczą się zarówno składowe systematyczne jak i przypadkowe”.

Siatka referencyjna błędów została umieszczona dokładnie w centrum przestrzeni pomiarowej maszyny. Posłużyła ona za podstawę zbudowania sieci neuronowej modelującej błędy zależne od położenia. Uzyskano 325 punktów referencyjnych stanowiących węzły sieci. Współrzędne nominalne stanowią dane wejściowe, natomiast błędy uzyskane w drodze pomiaru dane wyjściowe. Po wielu próbach zdecydowano, że najlepszym rozwiązaniem będzie sieć zbudowana z trzech warstw, działająca na zasadzie propagacji wstecznej. Sieć wykonano w programie NeuroShell v4.0. Aby model wirtualnej maszyny był pełny należało zbudować 10 dodatkowych sieci odpowiadających za modelowanie błędów systematycznych pochodzących od głowicy pomiarowej (5 sieci dla pomiarów zewnętrznych wykonywanych wszystkimi końcówkami i dodatkowe 5 dla wewnętrznych). Poszczególne sieci zbudowane są tak samo jak sieć którą opisano powyżej, różna jest natomiast liczba neuronów na poszczególnych warstwach. Aby zidentyfikować błędy pochodzące od głowicy przyjęto funkcję błędów głowicy. Część systematyczną wyznaczono przez przyjęcie średniej z 32 powtórzeń dla każdego z 64 położań głowicy. Uzyskano 5 zestawów danych składających się z 64 par: kąt – odchyłka (którą jest wartość FBG) dla pomiarów wewnętrznych oraz analogicznych 5 zestawów dla pomiarów zewnętrznych. Same pomiary wykonywano w układzie biegunowym dla pierścienia wzorcowego $\phi 25$ przy pomiarach wewnętrznych i dla kuli $\phi 25$ dla pomiarów zewnętrznych. Osobnego potraktowania wymagało zasymulowanie części przypadkowej błędów głowicy. Wstępne czynności wymagały pomiarów podobnych jak przy modulacji części systematycznej. Wykonano 32 razy pomiary pierścienia wzorcowego $\phi 25$ w 64 punktach.



Rys. 29. Pomiar kuli wzorcowej - pomiar zewnętrzny w celu zidentyfikowania funkcji błędów głowicy FBG

Tym razem jednak nie brano pod uwagę wartości średniej, a starano się ustalić rozkład prawdopodobieństwa. Okazał się być najbardziej zbliżony do rozkładu normalnego. Następnie stworzono symulator działający w oparciu o metodę Monte Carlo odpowiadający za generowanie rozkładu normalnego. Działanie symulatora opiera się na wyznaczonych 64 punktach dla danej końcówki i otrzymanych dla nich rozkładach. Do generowania odchyłeń standardowych dla dowolnych położeń pośrednich wykorzystano jeszcze jedną sieć modelującą odchylenia w zależności od kąta najazdu końcówki. Budowa tej sieci jest identyczna jak w przypadku głowicy a jako zbiór uczący posłużyły pary: punkt na powierzchni wzorca i związany z nim kąt zawarty pomiędzy kierunkiem pomiaru a normalną do powierzchni mierzonej i wyznaczone dla niego odchylenie standardowe [105].

Symulacja zadania pomiarowego odbywa się w środowisku QUINDOS. Procedurę symulacji powtarza się 32 razy, w wyniku otrzymując każdorazowo zestaw parametrów symulowanych elementów kształtu, a także niepewność standardową, gdy celem jest ustalenie niepewności pomiaru. Obliczana jest później niepewność rozszerzona.

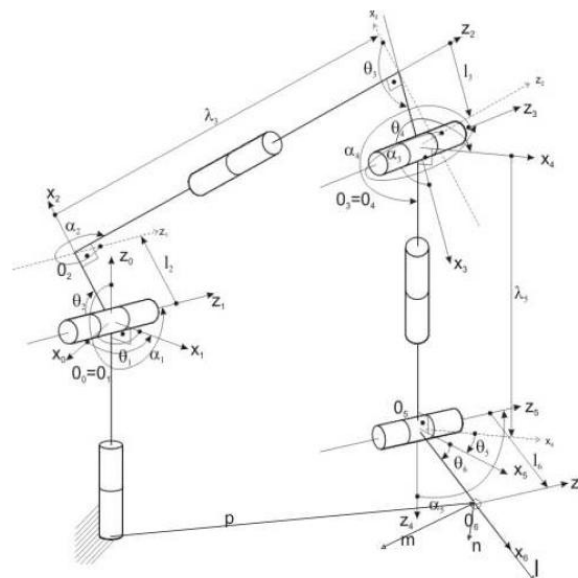
3.4.4. Modele wirtualne mobilnych systemów współrzędnościowych - Wirtualne Współrzędnościowe Ramie Pomiarowe

Jednym z najnowocześniejszych i niosących nadzieję na przyszłość rozwiązań stosowanych w systemach metrologii współrzędnościowej są Współrzędnościowe Ramiona Pomiarowe. Ich niewątpliwymi atutami są mobilność i możliwość przeprowadzenia szybkiego, a dokładnego pomiaru, często nawet wykraczającego poza ich typowy zakres pomiarowy. Kluczowym zadaniem jest umożliwienie oceny dokładności pomiaru on-line poprzez zasymulowanie go na odpowiednio zbudowanym wirtualnym współrzędnościowym ramieniu pomiarowym [66].

Pierwszym etapem w konstruowaniu Wirtualnego Współrzędnościowego Ramienia Pomiarowego była budowa modelu kinematycznego dokładnie odzwierciedlającego zachowanie maszyny. Kinematykę WRP opisano za pomocą notacji Denavita – Harterberga. W notacji tej do każdego przegubu zostaje przypisany lokalny układ współrzędnych, a następnie poprzez określenie szeregu transformacji sąsiednich układów współrzędnych wylicza się kinematykę urządzenia jako złożenie tych transformacji. Kolejnym krokiem jest obliczenie zadania prostego kinematyki, które polega na wyznaczeniu pozycji, a także

orientacji końcówki pomiarowej względem układu odniesienia związanego z podstawą mocującą ramienia dla danego zbioru współrzędnych konfiguracyjnych. Wyliczone zostało także zadanie odwrotne kinematyki w którym wyznaczone zostają wszystkie możliwe zbiory wartości przemieszczeń kątowych i liniowych w połączeniach ruchowych umożliwiających osiągnięcie przez WRP zadanej pozycji oraz orientacji trzpienia. Kąty uzyskane w wyniku obliczenia zadania odwrotnego traktuje się jako wartości nominalne natomiast odczytane z interfejsu WRP jako zadane co umożliwia przeprowadzenie analizy kinematycznej [66].

Zmiennymi konfiguracyjnymi modelu są kąty $\theta_1 - \theta_6$, które są zmienne i odpowiadają kątom położenia jednego członu względem drugiego. Wartości tych kątów otrzymuje się poprzez podzielenie wskazań encodera przez jego rozdzielczość. Encodery zamocowane są w przegubach ramienia i przy opracowaniu modelu należało uwzględnić, że ich kąty zerowe mogą w rzeczywistości różnić się od założonych pozycji zerowych.

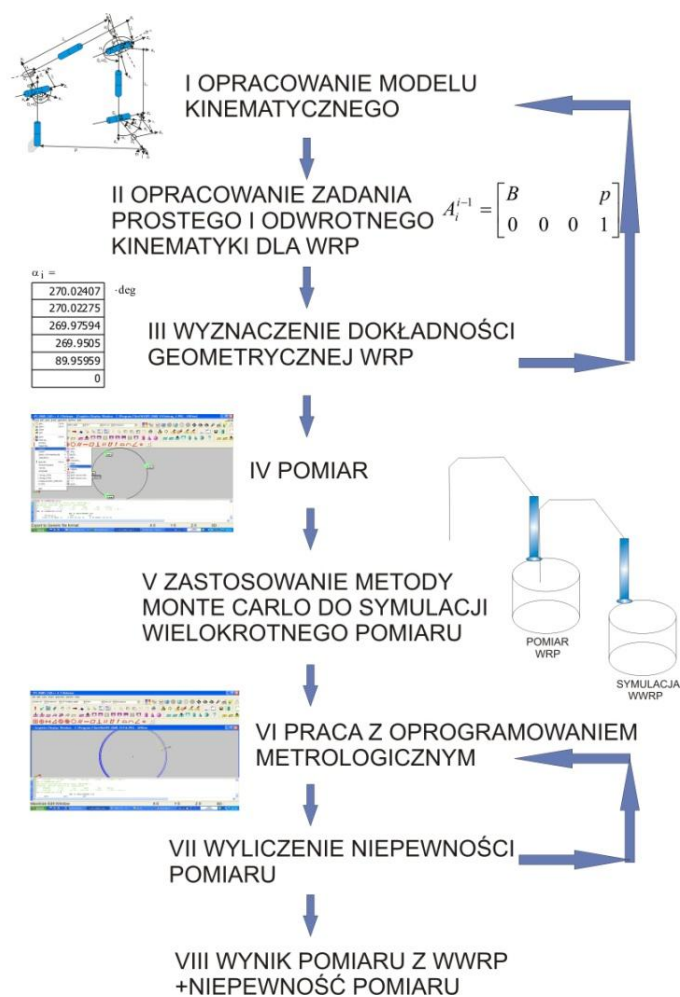


Rys. 30. Model ramienia pomiarowego Sigma we współrzędnych Denavita – Hartenberga [66]

Ważnym punktem w budowie modelu kinematycznego WRP było także dokładne zdefiniowanie długości poszczególnych elementów składowych. Posłużyły do tego zarówno wskazania encoderek, jak i odczyt współrzędnych końcówki pomiarowej wprost z oprogramowania producenta (RomoSoft). Odczyty muszą pokrywać całą przestrzeń pomiarową i wykonywane są w seriach po 17 odczytów (takich serii wykonuje się co najmniej 8 – cztery na jednym poziomie przestrzeni pomiarowej oraz 4 poziom wyżej, w odległości 30 – 60 cm). W ten sposób otrzymuje się 17 zmiennych na które składają się kąty przesunięcia zer encoderek, sześć długości po zmiennej x oraz sześć długości po zmiennej z . Ze zbudowanego następnie układu równań z 17 zmiennymi otrzymuje się określone, dokładne

długości geometryczne poszczególnych członów jako średnią z wyników dla każdej nieznannej długości. W celu sprawdzenia poprawności modelu analitycznego stworzono model 3D umożliwiający także przeprowadzenie wizualizacji działania i zachowania skonstruowanego wcześniej modelu [66]. Posłużono się w tym celu programem Catia V5. Dzięki specjalnym modułom w jakie wyposażony jest ów program możliwe stało się porównanie zachowania modelu w stosunku do rzeczywistego ramienia, a także porównanie orientacji uzyskanej i nominalnej. Dzięki temu można było zidentyfikować i wyodrębnić źródła największych błędów składowych co było pomocne przy późniejszej ich eliminacji. Model w Catii jest złożeniem poszczególnych ogniw łańcucha kinematycznego ramienia pomiarowego, wszystkie wymiary uwzględnione w modelu D – H zostały sparametryzowane co umożliwia łatwe odnalezienie i zmianę ich wartości.

Po skonstruowaniu i korekcy modelu analitycznego WRP należało przystąpić do symulacji wielokrotnego pomiaru. W tym celu posłużono się Metodą Monte Carlo. W metodzie tej nie uwzględnia się tylko jednej wartości będącej średnią z serii pomiarów, ale bada się zachowanie układu dla różnych wartości wylosowanych z funkcji gęstości prawdopodobieństwa [97]. Pierwszym krokiem do realizacji symulacji było wyznaczenie co będzie wielkością wyjściową, co wejściową oraz zależności matematycznej pomiędzy nimi. W stworzonym na potrzeby budowy WWRP programie na podstawie zaprogramowanego modelu matematycznego, danych z encoderów, a także informacjach o ich dokładności i rozkładach prawdopodobieństwa, były losowane współrzędne punktów oraz orientacja końcówki. Znając model matematyczny pomiaru należy każdej wartości wejściowej przypisać najlepiej ją odwzorowującą funkcję gęstości prawdopodobieństwa. Następnie przeprowadza się losowanie liczb z wszystkich FGP i wstawianie ich do modelu matematycznego. W wyniku otrzymuje się wielkość mierzoną, która z kolei po odpowiednich przekształceniach stanowić będzie FGP dla wartości wyjściowej, posłużony do wyznaczenia wartości oczekiwanej oraz odchylenia standardowego, będącego niepewnością standardową wyznaczenia wielkości mierzonej.



Rys. 31. Algorytm konstruowania WWRP [66]

Przy opracowaniu WWRP korzystano z oprogramowania PC-Dmis. Program ten przyjmuje dane jako punkty wraz ze skierowaniem trzpienia pomiarowego przy pomiarze, by następnie obliczyć mierzone elementy kształtu. Wyniki z programu do wielokrotnej symulacji zapisywane są w pliku tekstowym, a następnie wczytywane do programu PC-Dmis, który odczytuje je jako współrzędne punktów. Następnie z tych punktów oblicza się elementy kształtu i wyznacza ich parametry.

Błędy Współrzędnościowych Ramion Pomiarowych modelowane mogą być zgodnie z kinematyką manipulatorów. Dodatkowo zakłada się programowalne nakładanie się błędów składowych na bazie przyjętego modelu matematycznego, wyznaczającego dla dowolnego punktu w przestrzeni pomiarowej wektor odchyłek typowy dla danego modelu WRP.

3.5. Macierz korekcji CAA

Błędy geometryczne współrzędnościowych maszyn pomiarowych zostały przedstawione w rozdziale 3.4 i zaprezentowane na rys. 23. Wszystkie te błędy wpływają na błąd wskazania. Dla maszyn pomiarowych błąd wskazania e oblicza się jako iloczyn wektora 21 składowych błędów geometrycznych k i macierzy M przedstawiającej oddziaływanie (wagi) każdego z tych błędów na składowe x, y, z błędu wskazania maszyny [40,123]:

$$e = k \cdot M \quad (11)$$

gdzie:

$$e = [e_x, e_y, e_z]$$

$$k = [y_wz, x_wz, x_wy, y_tx, y_py, y_tz, y_rx, y_ry, y_rz, x_px, x_ty, x_tz, x_rx, x_ry, x_rz, z_tx, z_ty, z_pz, z_rx, z_ry, z_rz]$$

$$M = \begin{bmatrix} -z & 0 & -y & 1 & 0 & 0 & 0 & z+z_t & -y_t & 1 & 0 & 0 & 0 & z+z_t & -y_t & 1 & 0 & 0 & 0 & z_t & -y_t \\ -z & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -z-z_t & 0 & x+x_t & 0 & 1 & 0 & -z-z_t & 0 & x_t & 0 & 1 & 0 & -z_t & 0 & x_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & y_t & 0 & -x-x_t & 0 & 0 & 1 & y_t & -x_t & 0 & 0 & 0 & 1 & y_t & -x_t & 0 \end{bmatrix}^T$$

przy oznaczeniach:

x, y, z - wskazania układów pomiarowych,

x_t, y_t, z_t - składowe długości trzpienia pomiarowego

Model matematyczny przedstawiony w tej postaci został wykorzystany do korekcji błędów geometrycznych współrzędnościowej maszyny pomiarowej z wykorzystaniem macierzy CAA (Computer Aided Accuracy).

3.5.1. Zasada działania macierzy CAA

Macierze korekcji CAA stosuje się do programowego korygowania błędów geometrycznych współrzędnościowych maszyn pomiarowych. Z wykorzystaniem różnych metod pomiarowych możliwe jest wyznaczenie w zdefiniowanych odstępach w przestrzeni pomiarowej rozpatrywanej maszyny błędów pozycjonowania, prostoliniowości oraz rotacji każdej z osi. Wyznaczone błędy są następnie z zastosowaniem odpowiednich interfejsów komunikacyjnych dostarczanych przez producentów maszyn pomiarowych zapisywane w sterowniku maszyny. Po przeprowadzeniu tego zabiegu, w trakcie wykonywania pomiarów na WMP istnieje możliwość korekcji poszczególnych błędów, w dowolnej pozycji maszyny, w oparciu o określone i zapamiętane w sterowniku błędy, z wykorzystaniem modelu

matematycznego przedstawionego w równaniu 11. Błędy geometryczne wyznaczone są w sposób bezpośredni jedynie w tak zwanych węzłach macierzy korekcji, w punktach leżących pomiędzy węzłami (a w trakcie standardowych pomiarów współrzędnościowych punkty te stanowią zdecydowaną większość), wartości błędów obliczane są na drodze interpolacji liniowej.

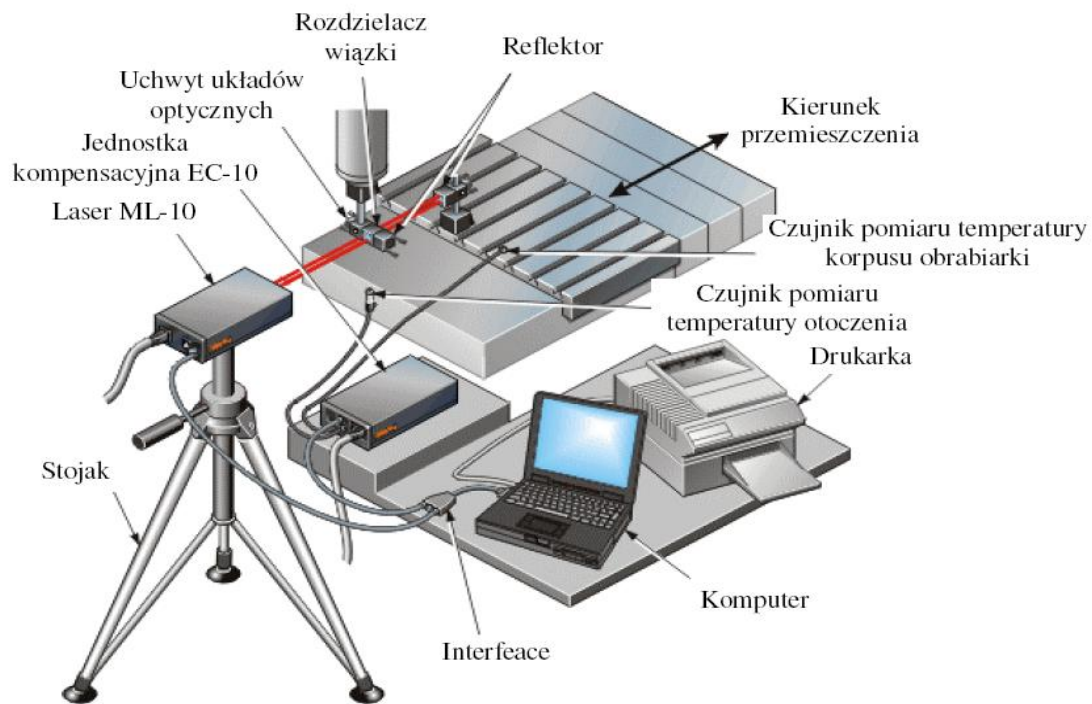
Istnieje kilka metod wyznaczania poszczególnych błędów geometrycznych w wybranych punktach przestrzeni pomiarowej maszyny. Najczęściej wykorzystywane są trzy metody: metoda klasyczna oparta na wykorzystaniu interferometru laserowego, metoda oparta na wykorzystaniu wzorców w postaci płyt otworowych oraz metoda wykorzystująca laserowe systemy naddźwiękowe w kombinacji z techniką multilateracji. Ostatnia z tych metod została dokładniej opisana w rozdziale 5 niniejszej pracy doktorskiej.

Metoda klasyczna bazuje na wykorzystaniu interferometru laserowego do wyznaczenia poszczególnych składowych błędów geometrycznych maszyny pomiarowej. Interferometry laserowe są wykorzystywane do ustalania wartości błędów maszyn pomiarowych ponieważ są one urządzeniami o bardzo dobrych właściwościach metrologicznych. Laser jednoczęstotliwościowy zawiera układy elektroniczne, które służą do interpolacji, stabilizacji i zliczania prążków interferencyjnych. Pomiaru wykonywane są z nanometrową rozdzielczością (1 nm) przy szybkościach posuwu dochodzących do 1 m/s [23]. Częstotliwość pracy lasera jest wzorcowana z wykorzystaniem lasera referencyjnego. Dużą powtarzalność pomiarów zapewnia wykorzystanie stacji pogodowej służącej do pomiaru temperatury (powietrza i materiału), ciśnienia atmosferycznego i wilgotności, które wpływają na długość fali światła laserowego. Na podstawie zmierzonych parametrów długość fali jest kompensowana [82].

Stosując interferometr laserowy możliwe jest wyznaczenie następujących składowych błędów geometrycznych maszyny pomiarowej:

- błędy pozycjonowania poszczególnych osi maszyny - xpx , ypy , zpz
- błędy wzajemnej prostopadłości osi maszyny - xwy , xwz , ywz
- błędy prostoliniowości:
 - * dla osi X: xy , xz
 - * dla osi Y: yx , yz
 - * dla osi Z: zx , zy
- błędy rotacyjne:
 - * dla osi X: xry , xrz

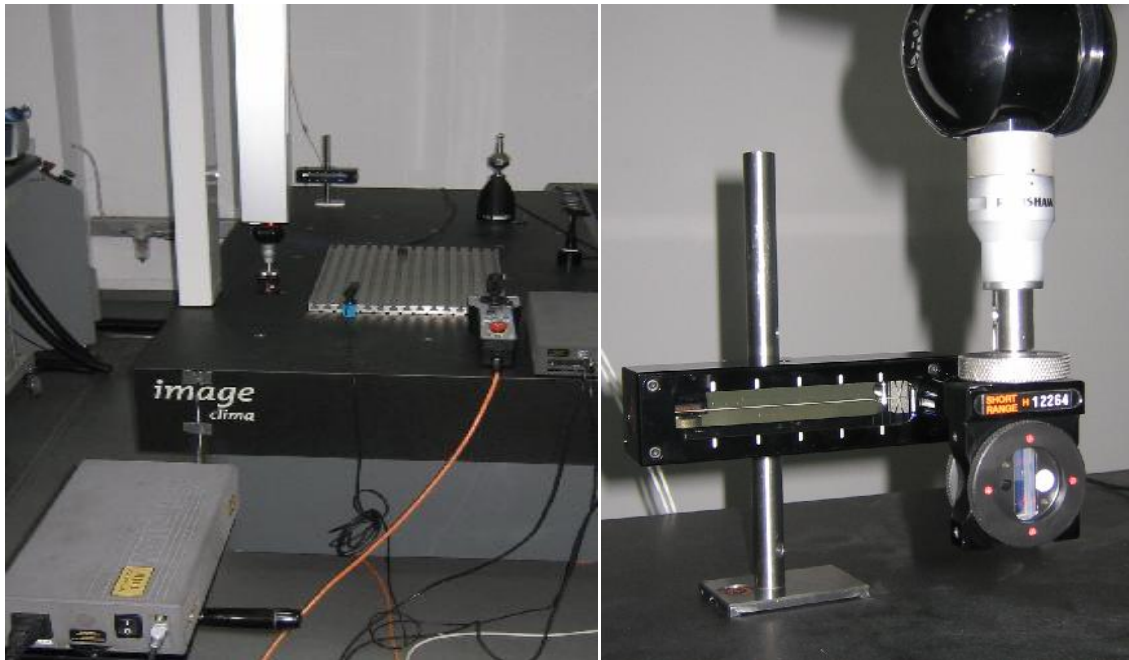
- * dla osi Y: y_{rx}, y_{rz}
- * dla osi Z: z_{rx}, z_{ry}



Rys. 32. Stanowisko do pomiaru błędów geometrycznych maszyny współrzędnościowej za pomocą interferometru laserowego [W7]

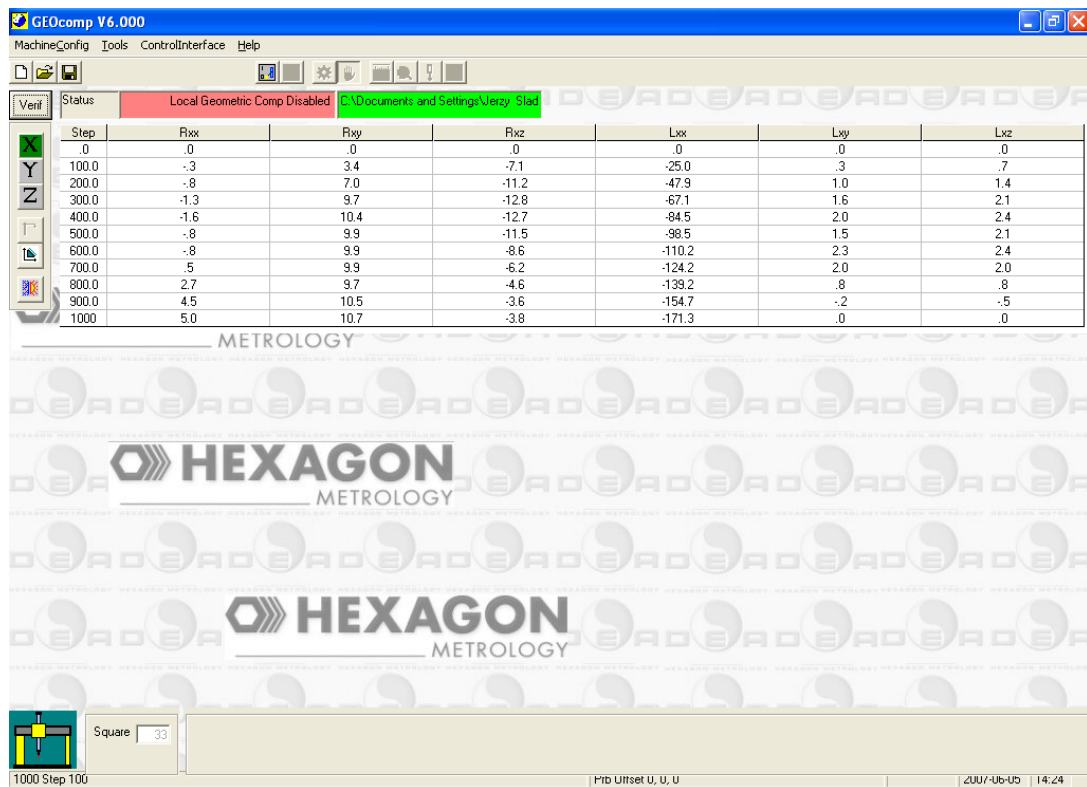
Do wyznaczenia poszczególnych rodzajów błędów geometrycznych wymagane jest posiadanie odpowiedniego układu optycznego. Dla przykładu, standardowe wyposażenie interferometru ML 10 Gold firmy Renishaw składa się z zestawów umożliwiających określenie wartości odchyłek pozycjonowania, prostoliniowości, wzajemnej prostopadłości osi, płaskości oraz położenia kąтового.

W wybranych miejscach przestrzeni pomiarowej wyznaczane są wszystkie możliwe do identyfikacji składowe błędy geometryczne maszyny. Tak uzyskane wartości błędów w węzłach referencyjnych stanowią podstawę do budowy macierzy korekcji CAA.



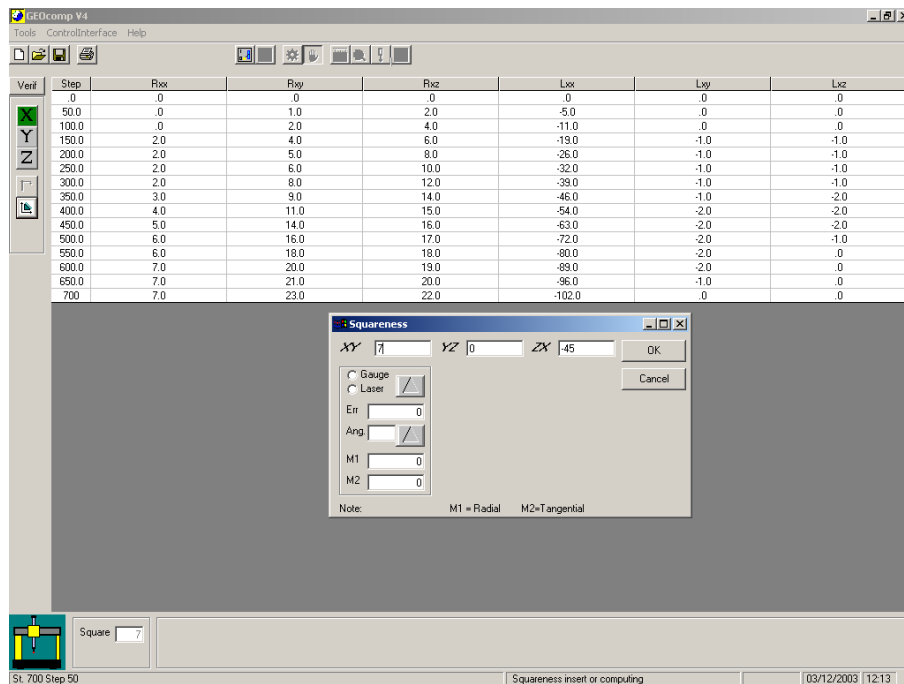
Rys. 33. Przykładowy pomiar błędów prostoliniowości WMP realizowany z wykorzystaniem interferometru laserowego ML10 Gold

Następnie wyniki uzyskanych pomiarów należy przenieść na sterownik maszyny pomiarowej. Służą do tego programy tworzone przez producentów maszyn. W większości przypadków oprócz programu komunikacyjnego wymagane jest również posiadanie specjalnych kluczy sprzętowych, otwierających możliwość modyfikacji zawartości sterownika. Przykład oprogramowania służącego do tworzenia oraz przesyłania macierzy korekcji do sterownika maszyny stanowi program GEOComp wykorzystywany w maszynach włoskiej firmy DEA. Umożliwia on podanie w postaci tabelarycznej wartości błędów geometrycznych dla poszczególnych osi maszyny przy założonym wcześniej interwale pomiarowym.



Rys. 34. Program GEOcomp – wprowadzanie błędów geometrycznych związanych z osią X [W2]

Możliwe jest również wprowadzenie błędów wzajemnej prostopadłości poszczególnych osi.



Rys. 35. Program GEOcomp – wprowadzanie błędów wzajemnej prostopadłości poszczególnych osi.[W2]

Po zakończeniu wprowadzania wartości błędów geometrycznych maszyny wyniki są zapisywane w pliku oraz konwertowane do postaci zrozumiałej dla oprogramowania sterownika maszyny. Następnie należy wgrać utworzoną w ten sposób macierz do pamięci sterownika.

Niektóre wersje oprogramowania umożliwiają również pomiary on-line, co oznacza że wartości zmierzonych błędów geometrycznych są przekazywane z interferometru laserowego i zapisywane od razu do programu tworzącego macierz.

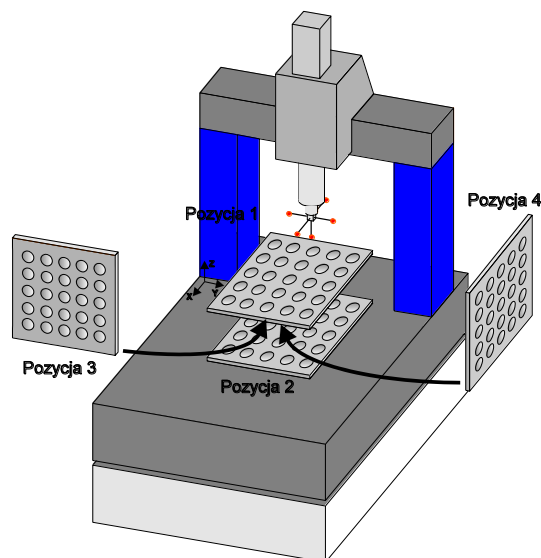
Drugą metodą wyznaczania poszczególnych składowych błędów geometrycznych maszyn pomiarowych jest **metoda polegająca na kilkukrotnym zmierzeniu wzorca w postaci płyty otworowej lub kulowej** w różnych miejscach przestrzeni pomiarowej maszyny. Została ona opracowana w Physikalisch-Technische Bundesanstalt i znana jest w literaturze jako **Novel Method**.

Worzec jest mierzony w trzech płaszczyznach układu współrzędnych, z użyciem każdorazowo dwóch przeciwnie zorientowanych końcówek pomiarowych, względem dwóch różnych odległości od prowadnic WMP. Za każdym razem płytę ustawia się w położeniu równoległym do odpowiedniej płaszczyzny układu współrzędnych maszyny. Każdy pomiar musi być przeprowadzony według sprecyzowanych zasad określonych następująco, za [105]:

- Element wzorcowy (otwór/kula) musi być zmierzony w tych samych punktach, w których mierzony był podczas kalibracji.
- Kolejność pozycji płyty jest arbitralna (ściśle określona zgodnie ze schematem przebiegu pomiaru).
- Temperatura płyty powinna być stała i możliwie bliska 20 °C.
- Zmiana temperatury podczas realizacji jednego pełnego cyklu pomiaru płyty w jednej pozycji nie może być większa od 0.5 [K] dla stali. Dla Invaru, Zeroduru i Robaxu wpływ temperatury nie ma znaczenia.
- Jeśli warunki pomiaru nie pozwalają na zachowanie określonych powyżej wymogów, należy to uwzględnić zawyzając budżet błędów.

Poprzez określenie różnicy między wykalibrowanymi, a zmierzonymi współrzędnymi kul/otworów określa się składniki odchyłek włącznie z błędami pozycji, błędami rotacyjnymi, błędami prostoliniowości i prostopadłości. Za podstawową zasadę metody uznaje się to, że translacyjne składniki błędów mierzone są bezpośrednio przez zdefiniowaną końcówkę pomiarową w zdefiniowanej linii odniesienia oraz, że zarówno błędy pochylenia i skrzywienia określa się podając odległości od tej linii (prostej wyrównawczej). Pomiar płyty wykonuje się dwukrotnie, w drugim przypadku w odwrotnej kolejności, co pozwala ocenić odtwarzalność

wyników, a także wyeliminować systematyczne zmiany wymiarów wzorca w określonym kierunku (dryft). Dryft dla każdej pozycji elementu wzorcowego eliminuje się poprzez pomiar w pierwszej kolejności środkowego otworu/kuli, a następnych przy ruchu głowicy po spirali.



Rys. 36. Schemat czterech wymaganych położeń [105]

Efektom przeprowadzonych pomiarów jest określenie kierunku i wartości wektorów błędów geometrycznych we wszystkich położeniach płyty. Uzyskuje się je poprzez porównanie współrzędnych środków otworów/kul we wszystkich pozycjach ze współrzędnymi nominalnymi uzyskanymi podczas kalibracji. Wyniki przeprowadzonej analizy są podstawą do wyznaczania przebiegu 21 składowych błędów geometrycznych. Pomiar płyty wzorcowej w przestrzeni pomiarowej pozwala na wyznaczenie błędów pozycji w każdej osi, błędów prostoliniowości, błędów prostopadłości osi względem siebie, oraz błędów skręcenia (rotacyjnych).

- błąd pozycji – wyznacza się go poprzez przecięcie prostej wyrównawczej, otrzymanej z szeregu punktów pomiarowych z linią odniesienia przechodzącą przez punkty nominalne. Błąd pozycji reprezentowany jest przez odległość pomiędzy punktami, a liniami wzorcowymi.

- błąd prostoliniowości – do jego określenia potrzebne jest wyznaczenie prostej wyrównawczej dla zmierzonych punktów. Błąd prostoliniowości wyznaczany dla danego punktu jest rozumiany jako odległość tego punktu od linii wyrównawczej.

- błąd prostopadłości – jest to odchyłka kąta zawartego pomiędzy dwoma nominalnie prostopadłymi prostymi wyrównawczymi.

- błędy rotacyjne – rozróżnia się tu błędy dotyczące obrotu osi i błędy w przypadku skręcania w kierunku własnej osi.

Pierwszą grupę określa się badając różnicę pomiędzy dwukrotnym pomiarem płyty w płaszczyźnie XY oraz pomiarami dokonanyymi w tych samych punktach w płaszczyznach XZ i YZ z użyciem odwrotnie zorientowanych końcówek pomiarowych. Błędy skręcenia względem własnej osi wyznacza się na podstawie równań liniowych po wcześniejszym zmierzeniu płyty we wszystkich 6 pozycjach.

Wzorzec płytowy jest dwuwymiarowy jednak umożliwia objęcie przestrzeni trójwymiarowej poprzez jego kolejne ułożenia. Zazwyczaj wzorzec ustawiany jest w 4 pozycjach:

1. bezpośrednio na stole maszyny pomiarowej
2. na pewnej wysokości nad stołem maszyny pomiarowej
3. równoległe do płaszczyzny YZ układu współrzędnych maszyny
4. równoległe do płaszczyzny XZ układu współrzędnych maszyny

W przypadku dwóch ostatnich położań wzorca dokonuje się pomiaru z obu jego stron za pomocą zestawu końcówek pomiarowych zestawionych w układzie gwiazdy lub poprzez zastosowanie indeksowanego uchwytu obrotowego.



Rys. 37. Pomiary płyty otworowej w jednej z zalecanych pozycji na maszynie DEA Global

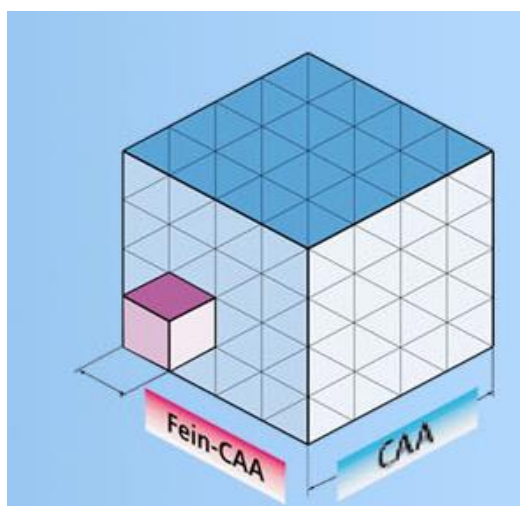
Dla oszacowania błędów geometrii płyta wzorcowa musi zostać zmierzona co najmniej sześć razy w czterech ustalonych pozycjach (pozycje zostały pokazane na rys. 36).

W dzisiejszych czasach potrzeba wykonywania coraz dokładniejszych pomiarów pociągnęła za sobą konieczność udoskonalania metod korekcji błędów geometrycznych w celu eliminacji jak największej części tych błędów. W latach kiedy korekcja błędów geometrycznych była nowością (początek lat 80' zeszłego stulecia), kompensowane były jedynie wybrane składowe błędów geometrycznych. Układ korekcji tych błędów uważany był

za sprawny gdy polepszał dokładność maszyny o 15-20%. Jak pokazano w rozdziale 5, w dzisiejszych czasach, dzięki zastosowaniu nowoczesnych metod korekcji błędów geometrycznych, możliwe jest polepszenie dokładności maszyny pomiarowej kilka a nawet kilkadziesiąt krotnie. Poniżej przedstawiono kilka ciekawych przykładów nowoczesnych macierzy korekcji błędów geometrycznych.

3.5.2. *Fein – CAA*

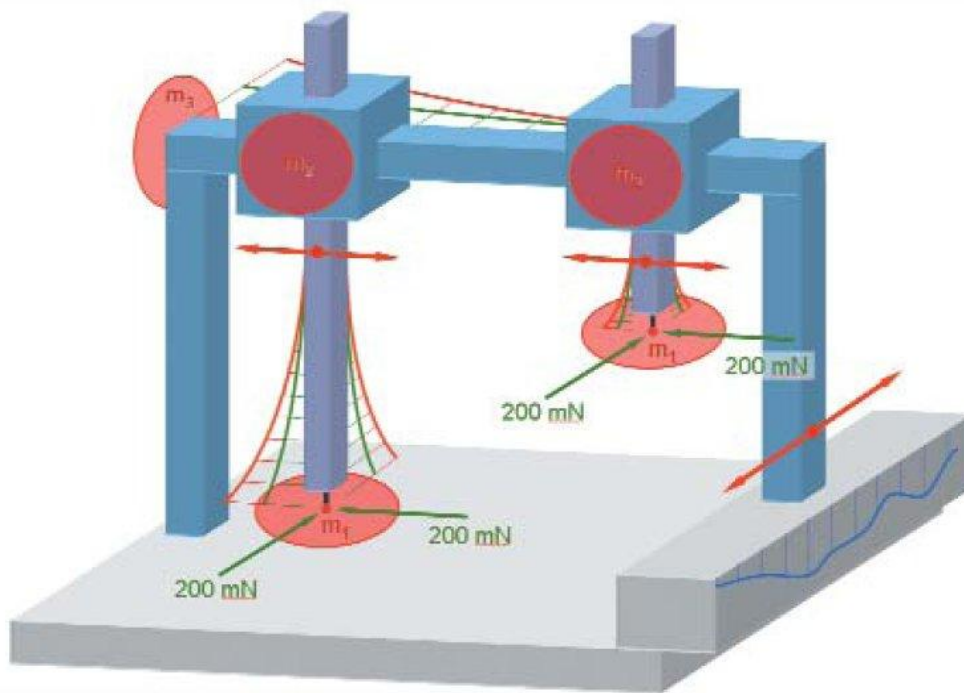
Fein – CAA to precyzyjna korekcja CAA. Opisana wcześniej korekcja CAA została polepszona przez zagęszczenie rastra węzłów interpolacji. W macierzy Fein - CAA siatka węzłów interpolacji w przestrzeni pomiarowej WMP ma 64 razy mniejszą podziałkę rastra. Pozwala to wyznaczyć błędy geometryczne (szczególnie błędy prostoliniowości) nawet z czterokrotnie większą dokładnością [29].



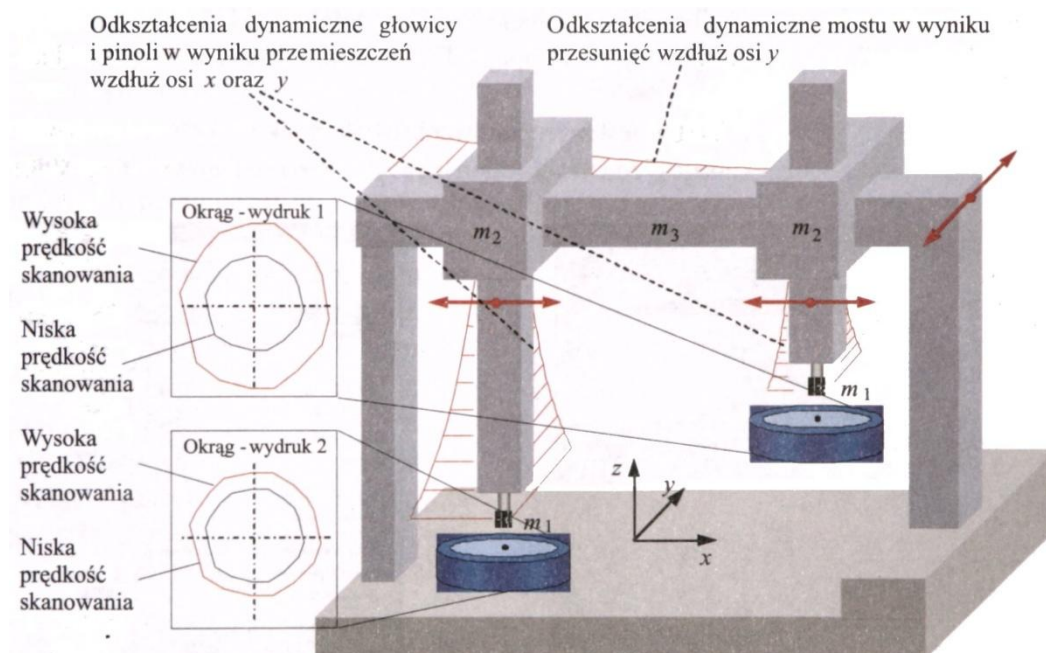
Rys. 38. Precyzyjna korekcja CAA [29]

3.5.3. *DCAA*

DCAA (Dynamic Computer Aided Accuracy) jest to metoda wykorzystywana głównie w maszynach wyposażonych w głowice skanujące. Głównym źródłem błędów pomiarów skaningowych jest powstawanie odkształceń w wyniku zmiennych sił (rys. 39 i rys. 40).



Rys. 39. Odształcenie WMP w wyniku zmiennych sił [W9]



Rys. 40. Wpływ dynamicznego odkształcenia na kształt mierzonego profilu [79]

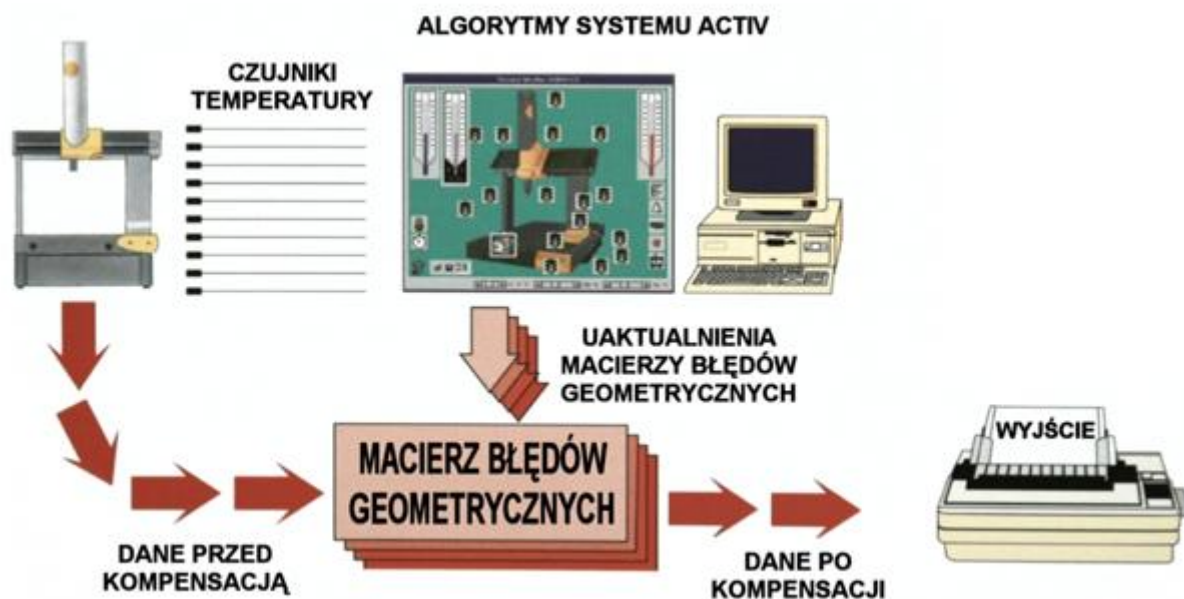
Metoda DCAA polega na korekcji błędów dynamicznego odkształcenia maszyny oraz dynamicznego ugięcia końcówki pomiarowej. Dzięki dynamicznej kalibracji końcówki pomiarowej układ sterowania maszyny uzyskuje informacje o zachowaniu trzpienia przy

skaningu z różnymi prędkościami i naciskami wywieranymi z różnych kierunków. W trakcie pomiarów, układ sterowania pobiera informacje z macierzy korekcji DCAA oraz prognozuje wielkości ugięć dynamicznych maszyny i końcówki pomiarowej w celu korekty toru ruchu maszyny tak, aby ugięcia były minimalne przy zachowaniu stałego nacisku pomiarowego. Dzięki zastosowaniu tego typu korekcji możliwe jest przeprowadzenie pomiarów skaningowych z prędkościami nawet kilkanaście razy większymi niż w przypadku standardowych głowic aktywnych oraz kilkadziesiąt razy szybciej niż w przypadku standardowych głowic pasywnych. Dodatkowo niektóre oprogramowania metrologiczne (np. CALYPSO Navigator) zapewniają pomoc operatorowi maszyny w doborze optymalnej prędkości skanowania dla danego zadania pomiarowego w sposób zapewniający zachowanie odpowiedniej dokładności pomiaru dla jak największej możliwej prędkości.

3.5.4. Kompensacja strukturalna A.C.T.I.V.

System kompensacji strukturalnej A.C.T.I.V. (Adaptive Compensation of Temperature Induced Variations) służy do kompensacji wpływów temperaturowych na pomiar współrzędnościowy. Został on opatentowany przez firmę DEA.

Zasada działania systemu A.C.T.I.V. opiera się na zastosowaniu zespołu czujników temperatury zamontowanych w odpowiednio dobranych punktach na maszynie oraz wykorzystaniu oprogramowania implementującego algorytmy kompensacji temperaturowej. Algorytmy te ustalają stopień rozszerzenia i zniekształcenia struktury maszyny a następnie w czasie rzeczywistym dokonują korekcji danych otrzymanych z pomiaru mierzonej części [86]. Warunkiem poprawnego funkcjonowania tego systemu jest dobór materiału z którego wykonana jest WMP. Powinien być to materiał jednorodny, bez koncentracji naprężeń własnych (stąd większość maszyn firmy DEA zbudowana jest z aluminium). Schemat funkcjonowania systemu A.C.T.I.V. został przedstawiony na rysunku 41.



Rys. 41. Diagram funkcjonowania systemu ACTIV [119]

Opisywany system pozwala na prace współrzędnościowej maszyny pomiarowej przy temperaturach znajdujących się w przedziale od 15°C do 30°C, przy czym wahania dobowe temperatury nie powinny przekraczać 10°C [119, W5].

4. Teza, cel i zakres pracy

Jak wynika z analizy literatury przytoczonej we wcześniejszych rozdziałach, wzrost wymagań przemysłu odnośnie dokładności Współrzędnościowych Maszyn Pomiarowych wymusił na producentach tych maszyn konieczność ciągłego udoskonalania systemów softwarowej korekcji błędów. W związku z tym, większość błędów systematycznych występujących w trakcie pomiarów na WMP jest kompensowana. Kompensowane są składowe systematyczne błędów dla układu kinematycznego WMP (macierz korekcji CAA), dla głowicy pomiarowej (macierz korekcji błędów dynamicznych), a także składowe pochodzące od warunków otoczenia, czego przykładem może być korekcja temperaturowa (np. A.C.T.I.V.). W związku z powyższym podjęta została próba przeniesienia zagadnienia modelowania dokładności WMP do pola błędów resztkowych, które pozostają nieskompensowane. W ich skład wchodzi błędy przypadkowe oraz błędy systematyczne, dla których korekcja nie opłaca się lub jest niemożliwa. Błędy te zgodnie z [N4] mogą zostać potraktowane jako błędy o charakterze przypadkowym.

Jak już wcześniej wykazano, metoda Monte Carlo jest narzędziem, które znajduje wiele zastosowań w obszarze metrologii współrzędnościowej. Charakterystyczne dla niej jest losowe próbkowanie z założonych rozkładów prawdopodobieństwa, co umożliwia wykorzystanie jej do modelowania błędów przypadkowych systemów współrzędnościowych. Pozwala to na sformułowanie następującej **tezy**:

Dla nowoczesnych systemów współrzędnościowych, w których zastosowano kompensację błędów opartych o macierze CAA, możliwe jest modelowanie dokładności pomiarów z wykorzystaniem metody Monte Carlo.

Podstawowym **celem** niniejszej pracy jest **opracowanie nowego modelu Wirtualnej Współrzędnościowej Maszyny Pomiarowej (WWMP), modelującego błędy resztkowe, opartego na metodzie Monte Carlo**. Oznacza to, że nowoczesna (z metrologicznego punktu widzenia) metoda Monte Carlo zostanie wykorzystana do zbudowania modelu funkcjonalnego wirtualnej WMP. Model wykorzystywał będzie zbiór informacji doświadczalnych odnośnie pola błędów charakterystycznych dla danego egzemplarza maszyny. Dane konieczne do analizy pola błędów zbierane będą z wykorzystaniem laserowych systemów nadeżnych (LaserTracer'ów lub opcjonalnie LaserTracker'ów, koncepcja zastosowania obydwu urządzeń jest identyczna) i metody multilateracji oraz badania głowic stykowych (w tym skanujących) z wykorzystaniem wzorców. Opracowany

system ma w założeniu współpracować z typowym oprogramowaniem metrologicznym (podobnie jak dotychczas opracowane systemy). Różnorodność zadań realizowanych na WMP wymaga badań dla zróżnicowanych obiektów i strategii pomiaru. Dlatego zaplanowano możliwość połączenia działania utworzonego modelu z Simulatorem I++ firmy Messtechnik Wetzlar. Podsumowaniem wykonanych prac będzie walidacja utworzonego modelu WWMP w oparciu o realne pomiary porównawcze, wykonane dla wybranych wzorców, z wykorzystaniem modelowanego systemu maszyny współrzędnościowej.

Metoda Monte Carlo była wcześniej wykorzystywana w modelach wirtualnych maszyn pomiarowych, jednakże nigdy w tak szerokim zakresie. System identyfikacji błędów dla potrzeb budowanego modelu oparty będzie na zastosowaniu LaserTracer'a, który jest pierwszym i na razie jedynym urządzeniem tego typu w Polsce. Na świecie został on zainstalowany tylko w krajowych urzędach miar (np. PTB w Niemczech, NPL w Wielkiej Brytanii).

Model opracowywany w ramach rozprawy doktorskiej jest oryginalną koncepcją, wykorzystującą w swoim działaniu nowoczesne narzędzia matematyczne, numeryczne oraz unikalny, najwyższej klasy system pomiarowy (LaserTracer) wraz z metodami multilateracji.

Założono również aktywne powiązanie opracowanego modelu z macierzą korekcji modelowanej WMP. Pozwala to na każdorazowe modyfikowanie modelu w zależności od zmian macierzy korekcji.

5. Analiza składowej przypadkowej w warunkach stosowania macierzy korekcji WMP

Możliwość zastosowania nowoczesnych systemów korekcji softwareowej pozwala na konstruowanie maszyn o dużo lepszych dokładnościach niż było to możliwe jeszcze kilka lat wcześniej. Wymagania odnośnie dokładności WMP doprowadziły do wzrostu nakładów na udoskonalanie dotychczas stosowanych metod korekcji maszyn jak również na opracowywanie nowych metod [38,120,138,153]. Wynikiem tego jest chociażby opracowanie metody wyznaczania macierzy korekcji błędów geometrycznych maszyn z wykorzystaniem urządzeń typu LaserTracer (LT) wraz z metodami multilateracji. Metoda ta jest o wiele szybsza i w wielu przypadkach również nie mniej dokładna niż metoda klasyczna polegająca na wyznaczaniu błędów geometrycznych z zastosowaniem typowych interferometrów. Jest to ważne gdyż zazwyczaj wzrost szybkości wykonywania pomiarów skutkuje obniżeniem dokładności.

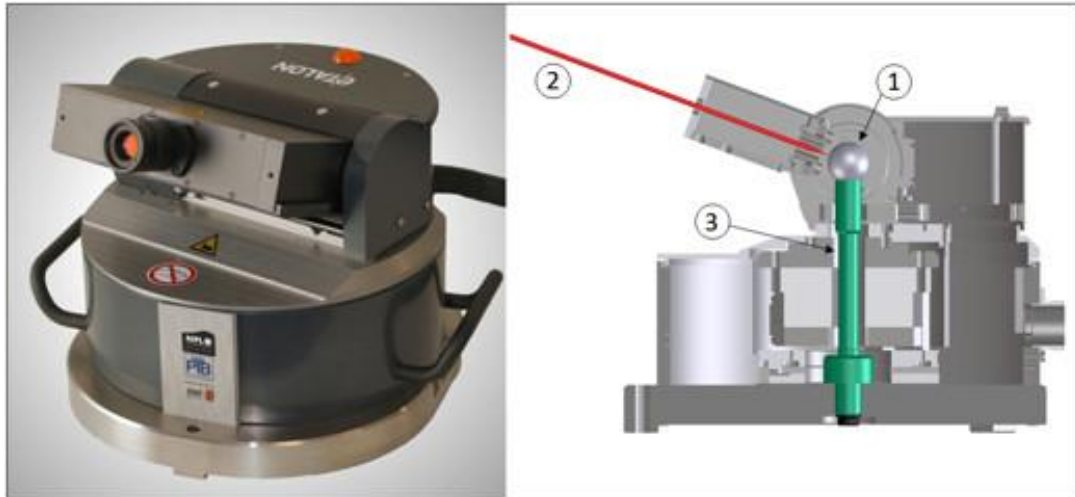
LaserTracer jest urządzeniem interferometrycznym, które umożliwia śledzenie ruchów retroreflektora zamontowanego w uchwycie głowicy badanego systemu pomiarowego lub obróbczego. Dokładność tego urządzenia podana jest zależnością:

$$U = 0,2 \pm 0,3 * L/1000 \mu\text{m} \quad (12)$$

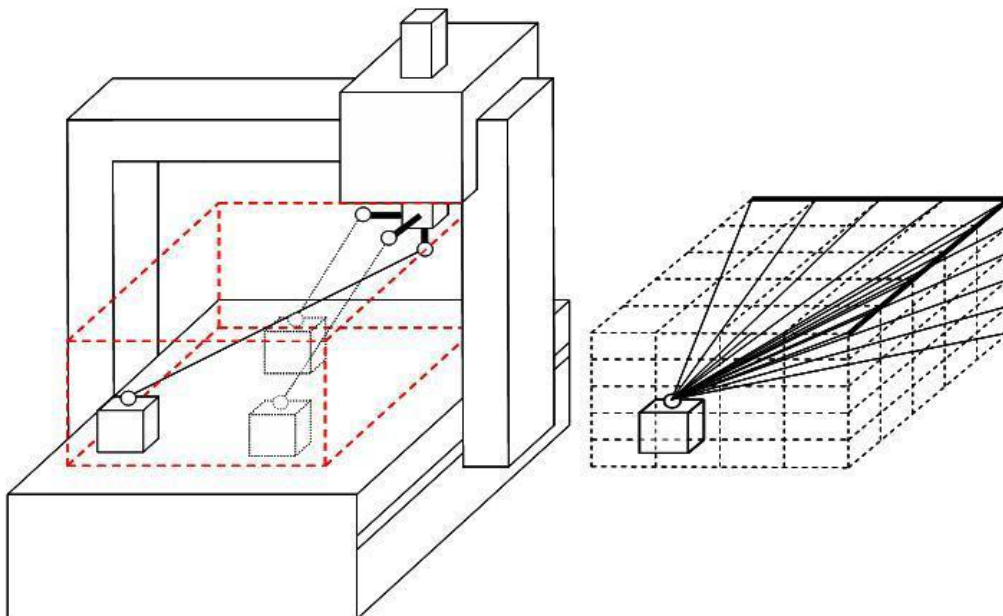
gdzie L jest mierzoną wielkością wyrażoną w mm.

Tak wysoką dokładność LaserTracer zawdzięcza wykorzystaniu nowatorskiego rozwiązania konstrukcyjnego w postaci kuli referencyjnej, której błędy kształtu są ≤ 30 nm. Kula ta stanowi środek obrotu dla układu ruchomego LaserTracer'a.

Zastosowanie LT do wyznaczania, a następnie korygowania błędów geometrycznych WMP polega na pomiarze odległości pomiędzy LaserTracer'em a retroreflektorem. Dzięki mechanizmowi śledzenia laserowego LT nadąża za jego położeniem podczas gdy maszyna porusza się po zaplanowanej wcześniej siatce punktów pomiarowych. Przedstawia to rys. 43.



Rys. 42. Laser Tracer: (1) kula referencyjna, (2) wiązka laserowa, (3) kolumna LT [W3]



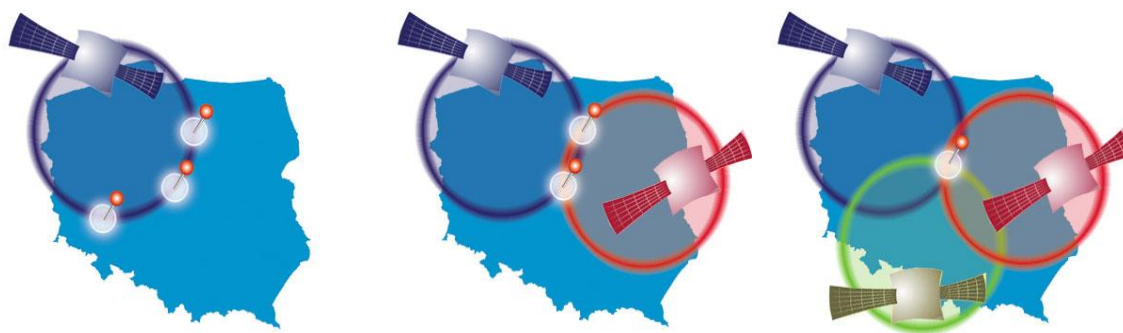
Rys. 43. LaserTRACER w kilku pozycjach na CMM (po lewej) oraz pomiar zaprogramowanej siatki pomiarowej w jednej z pozycji LT (po prawej) [W3]

Pomiary powtarzane są co najmniej czterokrotnie. Za każdym razem LaserTracer musi znajdować się w innej pozycji – zgodnie z wymogami metody multilateracji. Bezpośrednim wynikiem pomiaru realizowanego przez pojedynczy LT jest długość. W celu wyznaczenia poszczególnych składowych błędów geometrycznych konieczna jest znajomość pozycji retroreflektora, a dokładniej samej maszyny pomiarowej we współrzędnych kartezjańskich. Współrzędne te są następnie opisywane prostymi wyrównawczymi i na tej zasadzie wyznaczane są odpowiednie składowe błędów geometrycznych maszyny. Dokładny sposób postępowania przy wyznaczaniu składowych jest analogiczny do sposobu wykorzystanego w

metodzie bazującej na wielokrotnym pomiarze płyty otworowej umieszczonej w różnych miejscach przestrzeni roboczej maszyny, który został opisany między innymi w [105,122].

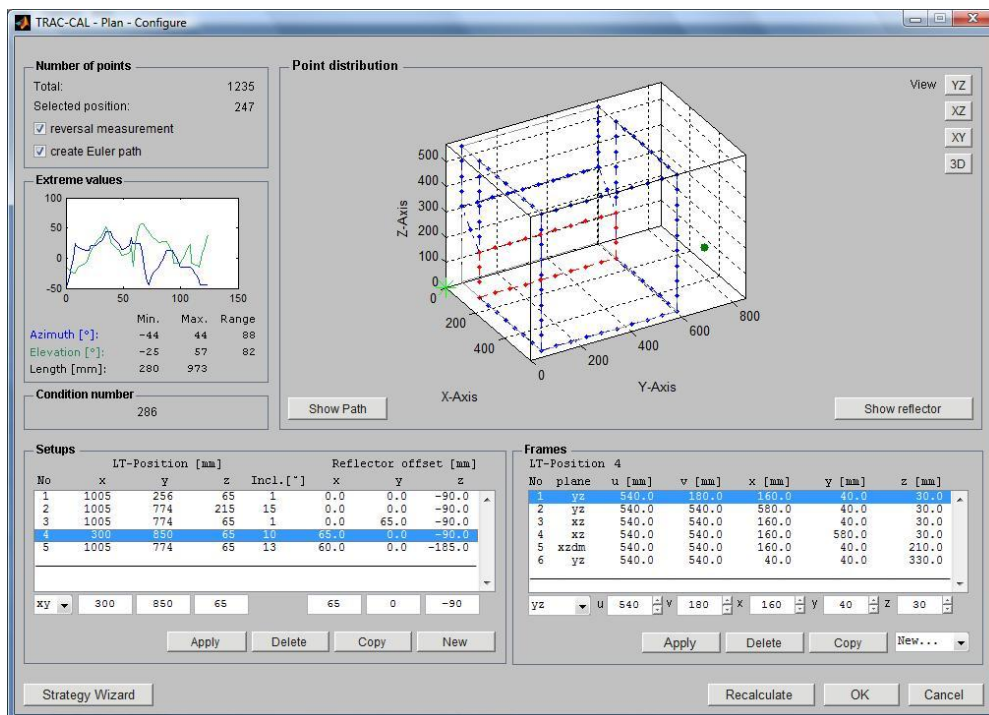
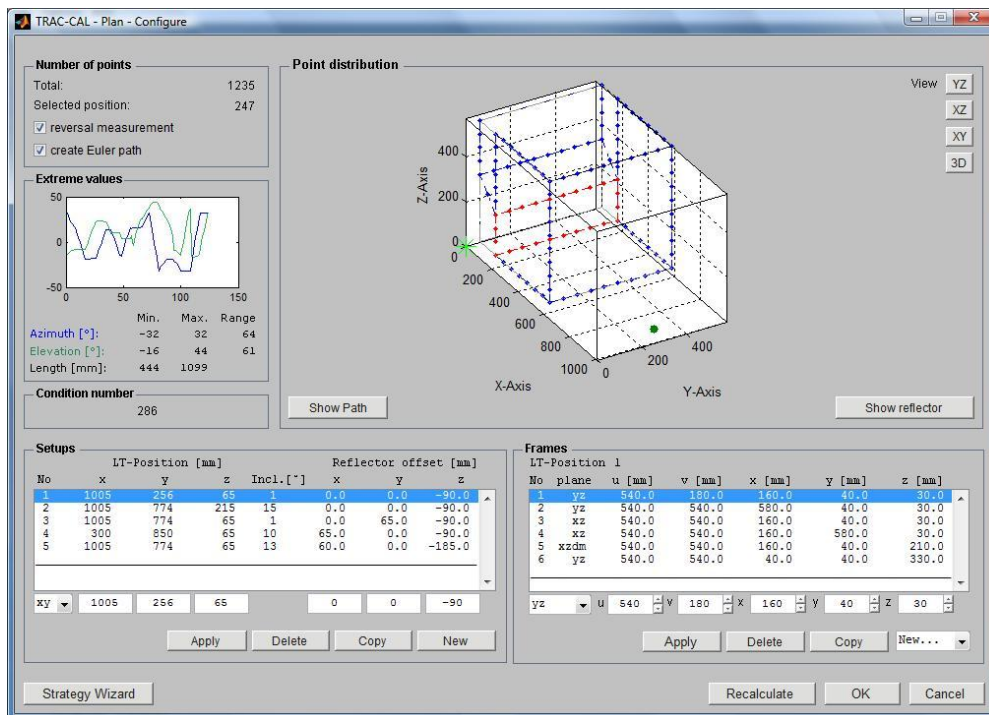
Metoda multilateracji wykorzystuje jedynie pomiar odległości z kilku różnych pozycji w celu ustalenia położenia lokalizowanego obiektu. Metoda ta jest wykorzystywana przede wszystkim w systemach nawigacji satelitarnej GPS. Jest też od lat stosowana w systemach pomiarowych tzw. Internal GPS do pomiarów dużych obiektów, a ostatnio wykorzystywana także do korekcy dokładności maszyn pomiarowych czy też do tworzenia współrzędnościowych systemów pomiarowych o bardzo dużym zasięgu [6,17,19,20,22,35,61,90,92,118,132,137,149,150,152].

Znając odległość lokalizowanego przedmiotu od jednej stacji pomiarowej wiadome jest jedynie, że znajduje się on na kuli, której środek wyznacza właśnie ta stacja pomiarowa a której promień równy jest zmierzonej odległości. Znając odległości od dwóch stacji pomiarowych wiadomo, że lokalizowany obiekt znajduje się na przecięciu dwóch kul, jednakże figura powstała z przecięcia dwóch kul może zawierać nawet nieskończoną liczbę punktów. Zbiór rozwiązań tego problemu redukuje się dopiero przy zastosowaniu trzeciej stacji pomiarowej. Im więcej stacji pomiarowych lub pozycji z których pomiar jest wykonywany, tym wyznaczenie położenia lokalizowanego punktu staje się dokładniejsze.



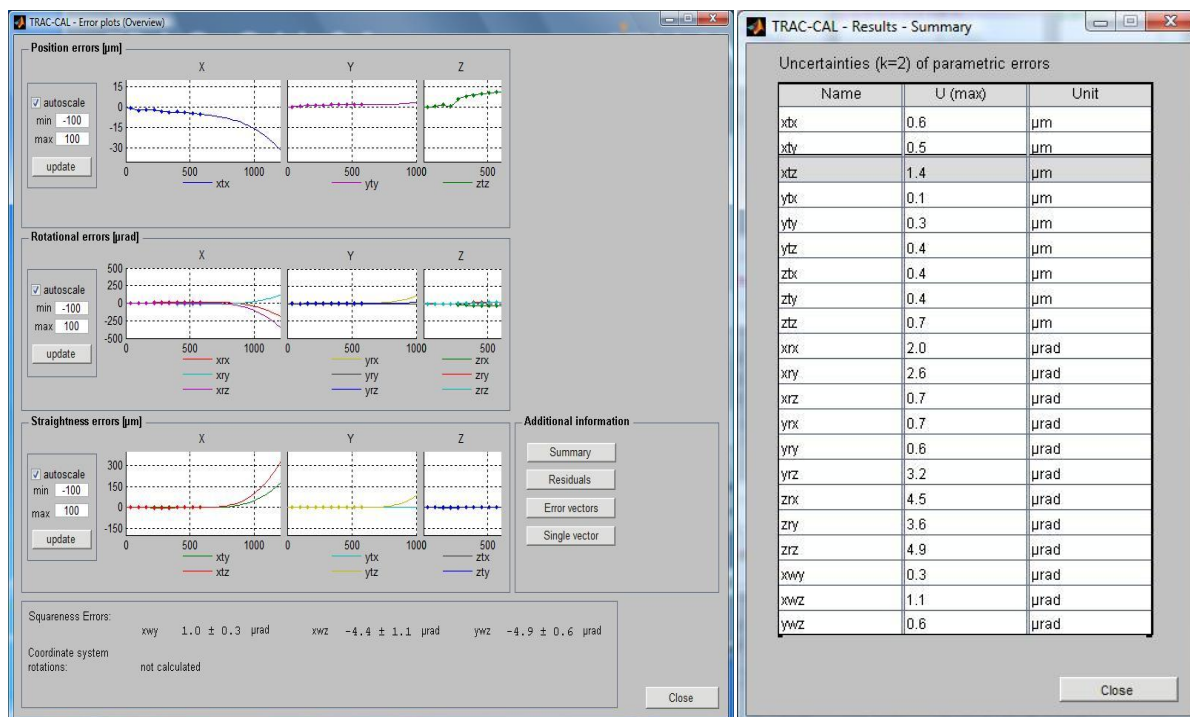
Rys. 44. Zasada działania metody multilateracji [W4]

Razem z LaserTracer'em współpracuje specjalistyczne oprogramowanie metrologiczne Trac-cal firmy Etalon umożliwiające projektowanie ścieżek pomiarowych oraz obróbkę otrzymanych wyników.



Rys. 45. Projektowanie ścieżek pomiarowych i pozycji LaserTracer'a w programie Trac-cal

Podstawowym wynikiem przeprowadzonych pomiarów jest mapa błędów geometrycznych maszyny, które zaprezentowane mogą zostać w postaci graficznej bądź też tabelarycznej.

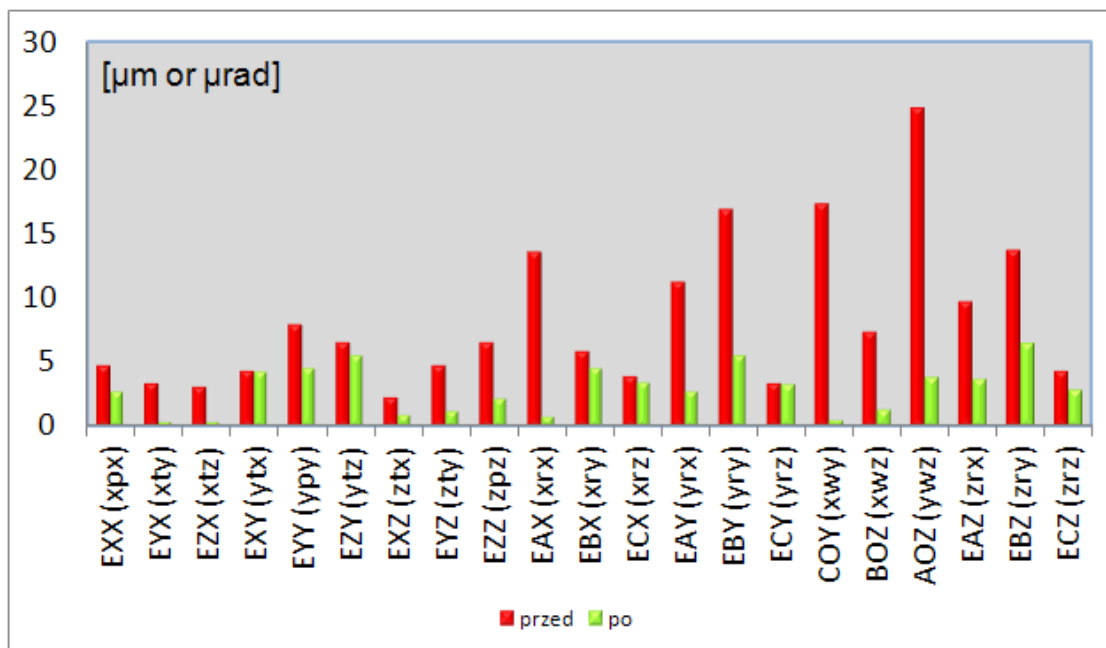


Rys. 46. Prezentacja błędów geometrycznych maszyny pomiarowej w programie Trac-cal

Możliwe jest również utworzenie, na podstawie wyników, macierzy korekcji błędów geometrycznych maszyny pomiarowej w formacie odpowiednim dla maszyn produkowanych przez wybranych producentów.

Zgodnie z danymi dostarczonymi przez producenta, przy zastosowaniu opisanej metody, możliwa jest korekcja większości wpływów błędów systematycznych powiązanych z kinematyką maszyny pomiarowej. Poniższy wykres przedstawia przykładowy zakres korekcji błędów geometrycznych.

Czerwone słupki oznaczają wartości poszczególnych składowych błędów geometrycznych maszyny przed dokonaniem korekcji z wykorzystaniem macierzy CAA. Błędy te zawierają więc zarówno składowe systematyczne jak i przypadkowe. Zielone słupki oznaczają wartości błędów geometrycznych maszyny po kompensacji. Jak widać niektóre składowe tych błędów zostały zredukowane niemal całkowicie. Pozostałą część błędów, oznaczoną na wykresie na zielono, stanowią błędy przypadkowe oraz błędy resztkowe, czyli błędy o charakterze systematycznym, których kompensacja jest niemalże niemożliwa lub zbyt kosztowna. Błędy takie można potraktować jako błędy o charakterze przypadkowym i analizować łącznie z błędami przypadkowymi.

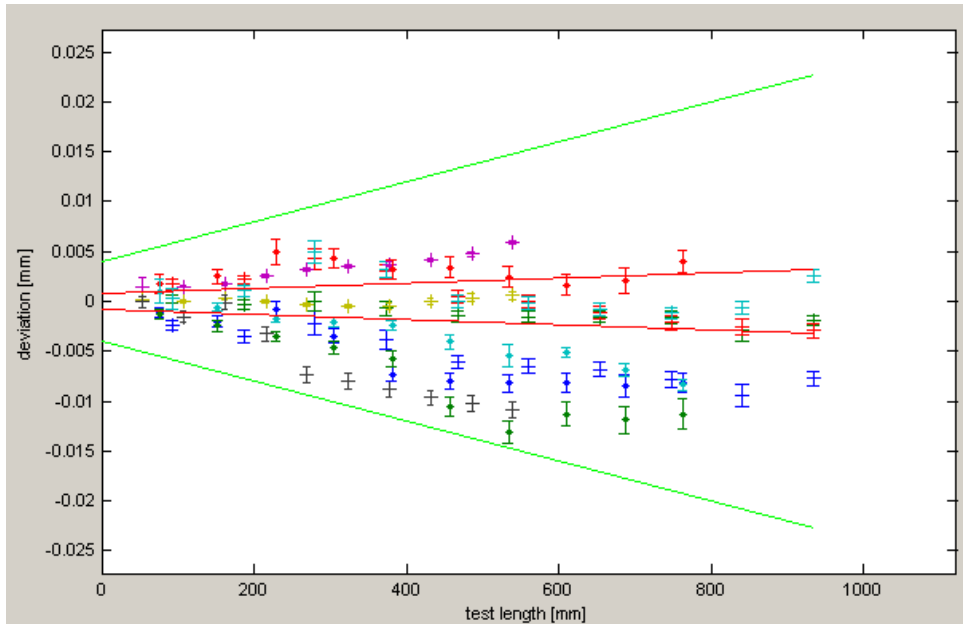


Rys. 47. Korekcja błędów geometrycznych maszyn pomiarowych [W3]

Analiza błędów maszyny przed i po korekcji dla maszyny na której zrealizowane zostały pomiary opisywane w niniejszej pracy również potwierdza tą hipotezę. W celu sprawdzenia dokładności maszyny pomiarowej PMM 12106 firmy Leitz przeprowadzono dwukrotnie jej wzorcowanie zgodnie z normą ISO 10360-2. Pierwsze wzorcowanie zostało wykonane dla maszyny z wyłączoną macierzą korekcji CAA, a drugie z włączoną macierzą korekcji. W pierwszym przypadku równanie dopuszczalnych błędów granicznych maszyny MPE_E zostało wyznaczone na podstawie uzyskanych wyników jako:

$$MPE_E = 4 \pm 20 * L / 1000 \mu\text{m}, \quad (13)$$

gdzie L jest mierzoną długością wyrażoną w mm.

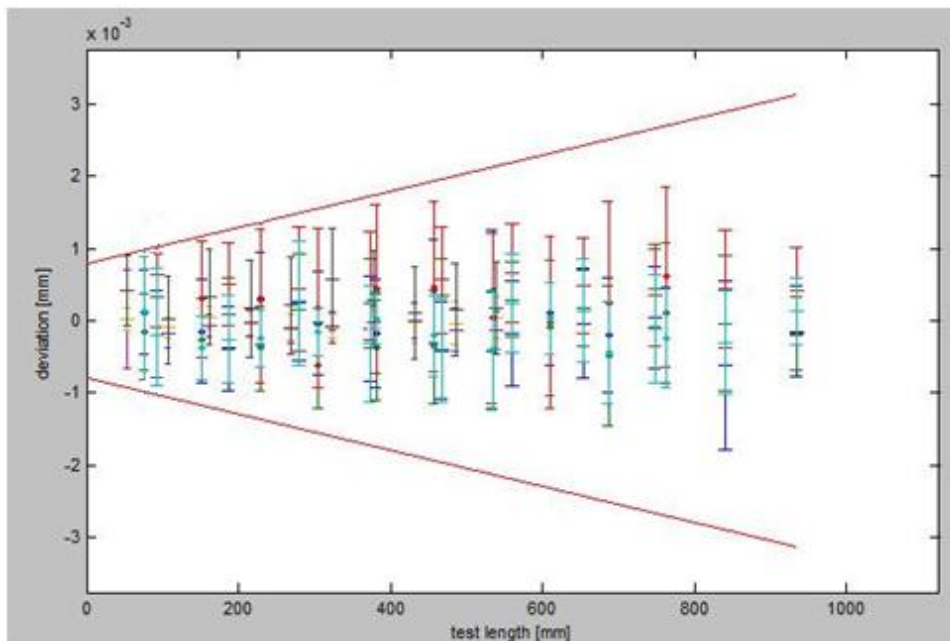


Rys. 48. Dopuszczalne błędy graniczne maszyny typu PMM 12106 firmy Leitz z wyłączoną matematyczną macierzą korekcji CAA (równanie MPE_E dla maszyny przed korekcją zaznaczono zieloną linią, dla porównania czerwoną linią zaznaczone zostało równanie po korekcji)

Za drugim razem, gdy macierz korekcji CAA była włączona, dopuszczalne błędy graniczne maszyny zostały opisane równaniem:

$$MPE_E = 0,8 \pm 2,5 * L / 1000 \mu\text{m}, \quad (13)$$

gdzie L jest mierzoną długością wyrażoną w mm.



Rys. 49. Dopuszczalne błędy graniczne maszyny typu PMM 12106 firmy Leitz z włączoną macierzą korekcji CAA

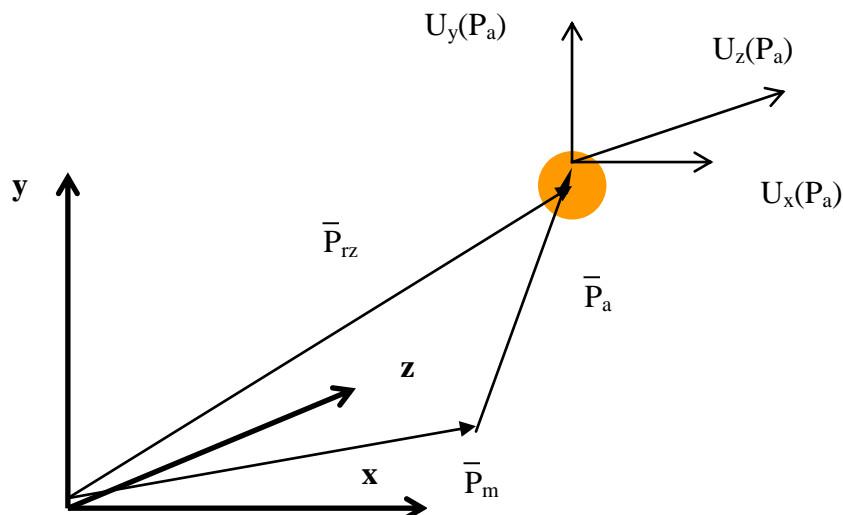
W związku z przedstawionymi powyżej danymi, autor stwierdził, że możliwe jest przeniesienie zagadnienia modelowania dokładności współrzędnościowych maszyn pomiarowych w obszar błędów przypadkowych.

Należy zatem scharakteryzować losowe pole błędów przypadkowych, które dla przestrzeni pomiarowej WMP można zgodnie z [66,105] uznać za ciągle z parametrem dyskretnym. Jeśli określi się w przestrzeni 3-wymiarowej układ współrzędnych U , to wektorowe pole losowe $\bar{U}(P_a)$ można zapisać w postaci:

$$U(P_a) = \bar{i}U_x(P_a) + \bar{j}U_y(P_a) + \bar{k}U_z(P_a) \quad (14)$$

gdzie:

U_x, U_y, U_z - błędy losowe w układzie x, y, z .



Rys. 50. Składowe przypadkowe $U_x(P_a), U_y(P_a), U_z(P_a)$, błędu odtwarzalności punktu pomiarowego P_a [105]

We wcześniejszych pracach pole błędów przypadkowych było opisywane przez Lotze'go i Hartman'a dla zagadnień płaskich w [52,53,54]. Zawarty w tych pracach opis został rozszerzony przez profesora Sładka do zagadnień trójwymiarowych [105]. Model ten, jako najbardziej pasujący do modelowanego zadania, czyli pomiaru współrzędnościowego realizowanego w trójwymiarowym układzie kartezjańskim, został przyjęty również w niniejszej pracy doktorskiej. Przyjmuje się, że błąd przypadkowy dla pomiaru współrzędnościowego ma charakter wektorowy [54,104] i jest zazwyczaj opisywany przez macierz wariancji i kowariancji [105]:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \rho_{xy}\sigma_x\sigma_y & \rho_{xz}\sigma_x\sigma_z \\ \rho_{xy}\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 & \rho_{yz}\sigma_y\sigma_z \\ \rho_{xz}\sigma_x\sigma_z & \rho_{yz}\sigma_y\sigma_z & \sigma_z^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

gdzie :

σ_x – odchylenie standardowe błędu

ρ_{xz} - kowariancja pomiędzy współrzędnymi.

W praktycznych zastosowaniach macierz (15) jest zapisywana z wykorzystaniem estymatorów wariancji i kowariancji:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_x^2 & r_{xy}s_x s_y & r_{xz}s_x s_z \\ r_{xy}s_x s_y & s_y^2 & r_{yz}s_y s_z \\ r_{xz}s_x s_z & r_{yz}s_y s_z & s_z^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

W stosunku do błędów przypadkowych przyjmuje się zazwyczaj następujące założenia: błędy dodatnie i ujemne są jednakowo prawdopodobne oraz prawdopodobieństwo popełnienia dużego błędu jest mniej prawdopodobne niż błędowi małowemu. Z tych dwóch powodów można przyjąć, iż błędy przypadkowe mają rozkład normalny. Jeżeli rozkład ten został wyznaczony na mniejszej liczbie prób (n) zostaje on przybliżony układem t-Studenta z liczbą ν stopni swobody, gdzie $\nu = n - 1$.

Równanie rozkładu błędów przypadkowych dla ogólnego przypadku n -wymiarowego wg [105] przyjmuje postać:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{\det(S)} \cdot (2\pi)^n} \exp\left(-\frac{Q}{2}\right) \quad (17)$$

$$Q(x) = (x - \mu)^T \cdot S^{-1} \cdot (x - \mu)$$

gdzie:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \mathbf{M} \\ x_n \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mathbf{M} \\ \mu_n \end{bmatrix}$$

Cytując za Lotze [52,54] dla pomiaru realizowanego w układzie dwuwymiarowym równania (16) i (17) przyjmą następujący wygląd:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_x^2 & r_{xy}s_x s_y \\ r_{xy}s_x s_y & s_y^2 \end{bmatrix}$$

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi s_x s_y \sqrt{1-r_{xy}^2}} \exp\left(-\frac{Q}{2}\right) \quad (18)$$

$$Q(x, y) = \frac{1}{1-r_{xy}} \left[\frac{(x-\mu_x)^2}{s_x^2} - 2r_{xy} \frac{(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{s_x s_y} + \frac{(y-\mu_y)^2}{s_y^2} \right]$$

Po przesunięciu układu współrzędnych do punktu (μ_x, μ_y) , obróceniu go tak aby kowariancja r_{xy} równała się zeru, a następnie przecinając funkcję $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ płaszczyzną równoległą do płaszczyzny XY na wysokości tego punktu (szczegółowe przekształcenia opisane zostały w [105]) otrzyma się:

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi s_I s_{II}} \exp\left(-\frac{\frac{x^2}{s_I^2} + \frac{y^2}{s_{II}^2}}{2}\right) = \frac{1}{2\pi s_I s_{II}} \exp\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\exp\left(-\frac{\frac{x^2}{s_I^2} + \frac{y^2}{s_{II}^2}}{2}\right) = \exp\left(-\frac{1}{2}\right)$$

I dalej:

$$-\frac{\frac{x^2}{s_I^2} + \frac{y^2}{s_{II}^2}}{2} = -\frac{1}{2} \quad (19)$$

$$\frac{x^2}{s_I^2} + \frac{y^2}{s_{II}^2} = 1$$

Równanie (19) opisuje elipsę, której długości osi równe są wartością odchylenia standardowego w poszczególnych kierunkach.

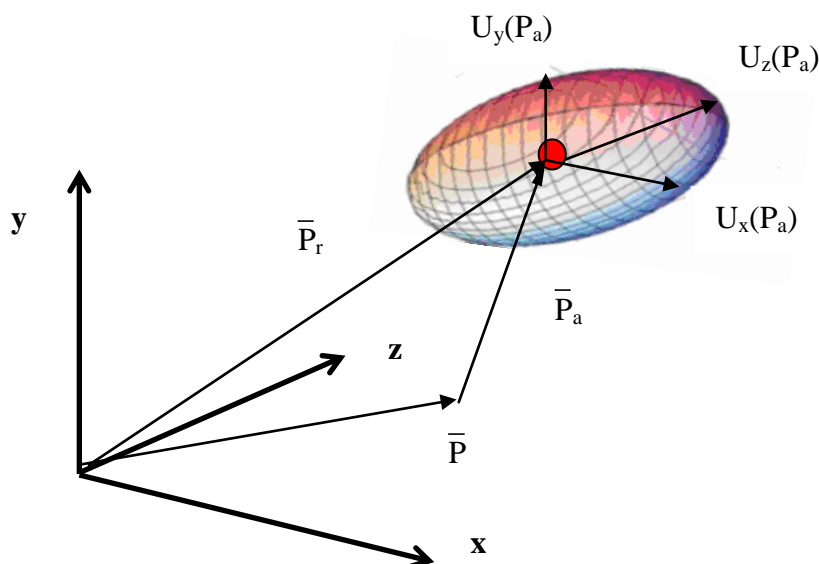
Wykonując podobne przekształcenia dla przypadku trójwymiarowego równania (18) przyjmą następującą postać :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_I^2 & 0 & 0 \\ 0 & s_{II}^2 & 0 \\ 0 & 0 & s_{III}^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\varphi(x, y, z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi s_I s_{II} s_{III}}} \exp\left(-\frac{Q}{2}\right)$$

$$Q(x, y, z) = \frac{x^2}{s_I^2} + \frac{y^2}{s_{II}^2} + \frac{z^2}{s_{III}^2}$$

Wyznaczając wartości funkcji $\varphi(x, y, z)$ dla punktów leżących na osiach i mających wartości odpowiednich odchyłeń standardowych otrzymany zostanie wzór opisujący elipsoidę o osiach s_I, s_{II}, s_{III} . Wyznaczenie wartości odchyłeń standardowych s_I, s_{II}, s_{III} będzie stanowiło podstawę do modelowania odtworzenia punktów pomiarowych wchodzących w skład symulowanego pomiaru.



Rys. 51. Zdefiniowany w postaci elipsoidy kształt obszaru błędów przypadkowych wokół punktu pomiarowego

W celu przeniesienia zagadnienia modelowania dokładności współrzędnościowych maszyn pomiarowych w analizowany obszar błędów przypadkowych konieczne jest zachowanie odpowiednich wymagań dotyczących pracy maszyny. Jak już wcześniej wspomniano maszyna musi być wyposażona w sprawny system kompensacji błędów geometrycznych. Kluczowym zagadnieniem w tym przypadku jest również kompensacja wpływów temperaturowych na części maszyny jak również na przedmiot mierzony. Jak wiadomo, temperatura jest jednym z głównych czynników wpływających na błędy

systematyczne [11,50,84,96]. W związku z powyższym, na maszynie musi być zamontowany dobrze działający system kompensacji temperaturowej. Jeżeli idzie o kompensowanie błędów temperaturowych związanych z jej oddziaływaniem na przedmiot pomiarowy, to maszyna powinna być wyposażona w system kompensacji tego typu błędów składający się co najmniej z dwóch czujników mierzących temperaturę przedmiotu.

Spełnienie powyższych wymagań nie jest trudne. Wszystkie maszyny aktualnie produkowane spełniają w większości te wymagania. Również część maszyn starszych, stosowanych w warunkach przemysłowych, je spełnia.

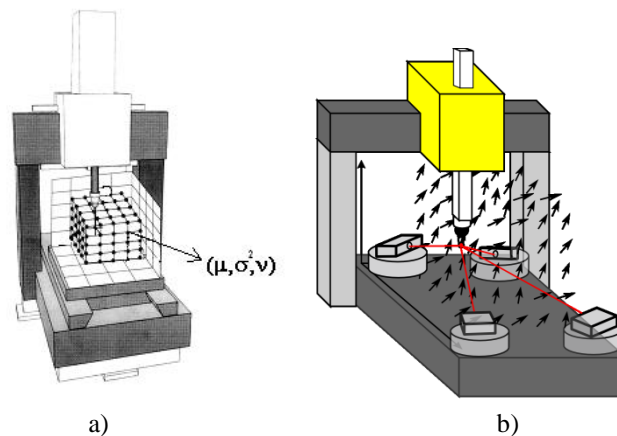
6. Koncepcja modelu opartego o metodę Monte Carlo - Wirtual MC PK

Model wirtualny budowany w ramach niniejszej pracy doktorskiej jest pierwszym modelem wirtualnym zakładającym kompensację niektórych składowych błędów maszyn pomiarowych. We wcześniejszych modelach głównym zadaniem było wyznaczenie składowych, które wpływają na niepewność realizowanych pomiarów, a następnie zamodelowanie ich wpływu na konkretny pomiar. Opisywany w ramach tej pracy model przyjmuje założenie, że opracowywany jest dla nowoczesnych systemów, wyposażonych w pełną, aktywną kompensację błędów.

Opisywany model WMP będzie składać się z dwóch podstawowych modułów:

- modułu symulującego błędy reszkowe i przypadkowe zależne od układu kinematycznego WMP,
- modułu symulującego pracę układu stykowego WMP.

Kluczowym zadaniem przy opracowaniu modelu wirtualnej maszyny pomiarowej jest opisanie przestrzeni pomiarowej siatką punktów referencyjnych (rys. 52).

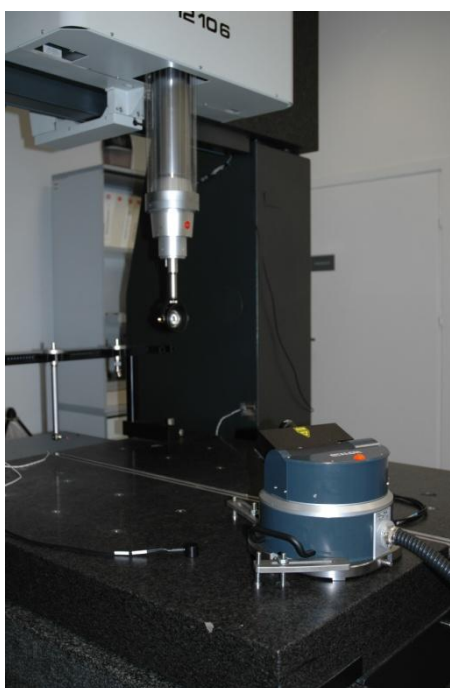


Rys. 52. a) Siatka punktów referencyjnych, b) błędy reszkowe w węzłach siatki referencyjnej i sposób ich identyfikacji

Zakładając, za rozważaniami przedstawionymi we wcześniejszych rozdziałach, że maszyny zaopatrzone są w układy kompensacji temperaturowej, jak również, że błędy geometryczne maszyn są kompensowane poprzez zastosowanie macierzy korekcji, należy zauważyć że błędy powodujące niedokładność odtworzenia punktu pomiarowego są błędami reszkowymi lub/i błędami przypadkowymi. Na rysunku 52 pokazano siatkę punktów referencyjnych oraz schematycznie błędy reszkowe i sposób ich identyfikacji. Możliwe jest zbudowanie **pierwszego modułu** modelu WMP poprzez opisanie każdego punktu na siatce referencyjnej rozkładem prawdopodobieństwa (najlepszym w tym zastosowaniu wydaje się

być rozkład t) z jakim następuje jego odtworzenie przez maszynę. Konieczne jest jednak posiadanie systemu, który pozwoliłby na doświadczalne zidentyfikowanie rozkładów błędów w punktach referencyjnych, z wymaganą dokładnością. To właśnie stanowi kluczowy problem w realizacji założonej koncepcji. Obecnie tylko LaserTracer firmy Etalon spełnia te wymagania. Jest to jak podano w poprzednich rozdziałach urządzenie unikalne i od niedawna znajduje się w na wyposażeniu LMW PK.

Wykorzystanie LT, umożliwia wyznaczenie prawdopodobieństwa odtworzenia punktu pomiarowego i wyznaczenie wspomnianych rozkładów prawdopodobieństwa, obrazujących rozkład błędów resztkowych dla całej przestrzeni pomiarowej WMP.



Rys. 53. Współpraca WMP i LaserTracer'a, mająca na celu opisanie przestrzeni pomiarowej siatką punktów referencyjnych

Posiadając opisany model siatki rozkładów prawdopodobieństwa należy rozwiązać kolejny problem, jakim jest zagęszczenie siatki. Wiadomym jest, że w trakcie pomiaru uzyskiwane są przede wszystkim punkty pomiarowe poza węzłami siatki. Należy zatem przyjąć strategię zagęszczenia posiadanej siatki w taki sposób, aby można było przy pomocy MMC zasymulować osiągnięcie przez maszynę dowolnego punktu przestrzeni pomiarowej. Jest kilka sposobów wykonania tego zagęszczenia m.in. sposób zaproponowany przez Profesora Śładka, który sugeruje użycie w tym celu sieci neuronowej. Autor opracował metodę zagęszczania siatki bazującą na wykorzystaniu krzywych typu b-splajn w połączeniu

z metodą „najbliższego sąsiada”, która realizowana będzie w oparciu o symulacje Monte Carlo. Szczegółowy opis metody został zawarty w rozdziale 7.

Drugi moduł wchodzący w skład opisywanej wirtualnej maszyny pomiarowej to moduł odpowiedzialny za symulację pracy układu stykowego WMP. Do opisanego układu została wykorzystana Funkcja Błędów Głowicy (FBG). Moduł uzyskuje wartości poszczególnych błędów należących do FBG na drodze symulacji Monte Carlo.

Głowica stykowa została opisana funkcją FBG [98,104,105]. Funkcja ta jest definiowana zazwyczaj w następujący sposób. Dla wszystkich możliwych kierunków wychyleń głowicy, błąd głowicy przyjmuje postać funkcji zależnej od kąta α zawartego pomiędzy kierunkiem pomiaru a normalną do mierzonej powierzchni. Funkcję tę można opisać przy pomocy wzoru (21):

$$\mathbf{FBG} = (\alpha, \mathbf{BG}) \quad (21)$$

Gdzie:

\mathbf{BG} – całkowity błąd głowicy pomiarowej.

α – kąt zawarty pomiędzy kierunkiem pomiaru a normalną do mierzonej powierzchni.

\mathbf{BG} wyrażony jest następującym wzorem:

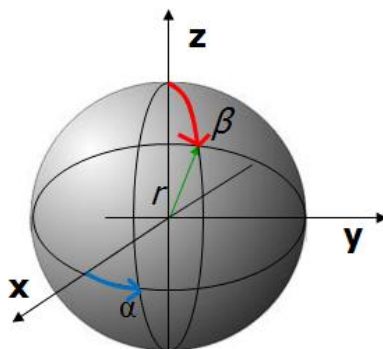
$$\mathbf{BG}_x = \mathbf{x}_{chr} + \mathbf{x}_{spl} + \mathbf{x}_{ksz} + \mathbf{x}_p + \mathbf{x}_i + \mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{cz} + \mathbf{x}_{zk} \quad (22)$$

przy poszczególnych x oznaczających:

x_{chr} - stan powierzchni mierzonej (chropowatość i błędy kształtu), x_{spl} - odkształcenia stykowe kulki pomiarowej, x_u - ugięcie końcówki stykowej pod działaniem siły pomiarowej, x_{ksz} - wpływ błędu kształtu kulki stykowej, x_p - droga przełączania dla głowic elektrostrykowych, x_i - nieliniowość i zróżnicowanie charakterystyki przetworników indukcyjnych w poszczególnych kierunkach wychyleń głowic mierzących odpowiednio dla kierunków przemieszczeń układu głowicy (u, v, w), x_n - reakcja na nierównomierne obciążenie głowicy pomiarowej i związane z tym błędy systemu wyrównoważenia elektronicznego, x_{cz} - błędy związane ze zmianą czułości przetworników dla głowic ze zmienną charakterystyką (np. typu VAST –Zeiss), x_{zk} - wartości błędów związanych ze zmianą kierunku działania [12,104,105].

Funkcja opisana w równaniu 21 może być interpretowana jako dwuwymiarowa charakterystyka głowicy pomiarowej (V_{xy}) [15]. Jest to pewnego rodzaju uproszczenie, które w dużej części przypadków daje poprawne wyniki, jednakże w metrologii współrzędnościowej, w trakcie pomiarów przestrzennych elementów krzywoliniowych takich jak sfera czy stożek, trzpień końcówki pomiarowej wychyla się w trzech kierunkach. W takiej sytuacji, w celu pełnego opisu wychylenia trzpienia pomiarowego należy wykorzystać co

najmniej dwa kąty wychylenia (w tej sytuacji opis wychylenia trzpienia pomiarowego jest podobny do opisu współrzędnych sferycznych (rys. 54)).



Rys. 54. Sferyczny układ współrzędnych

W związku z powyższym autor zdecydował się na przyjęcie opisu FBG w zależności od dwóch kątów i co za tym idzie na opis pełnej trójwymiarowej przestrzeni błędów głowicy pomiarowej. Końcowa postać funkcji błędów głowicy przedstawia się następująco (23):

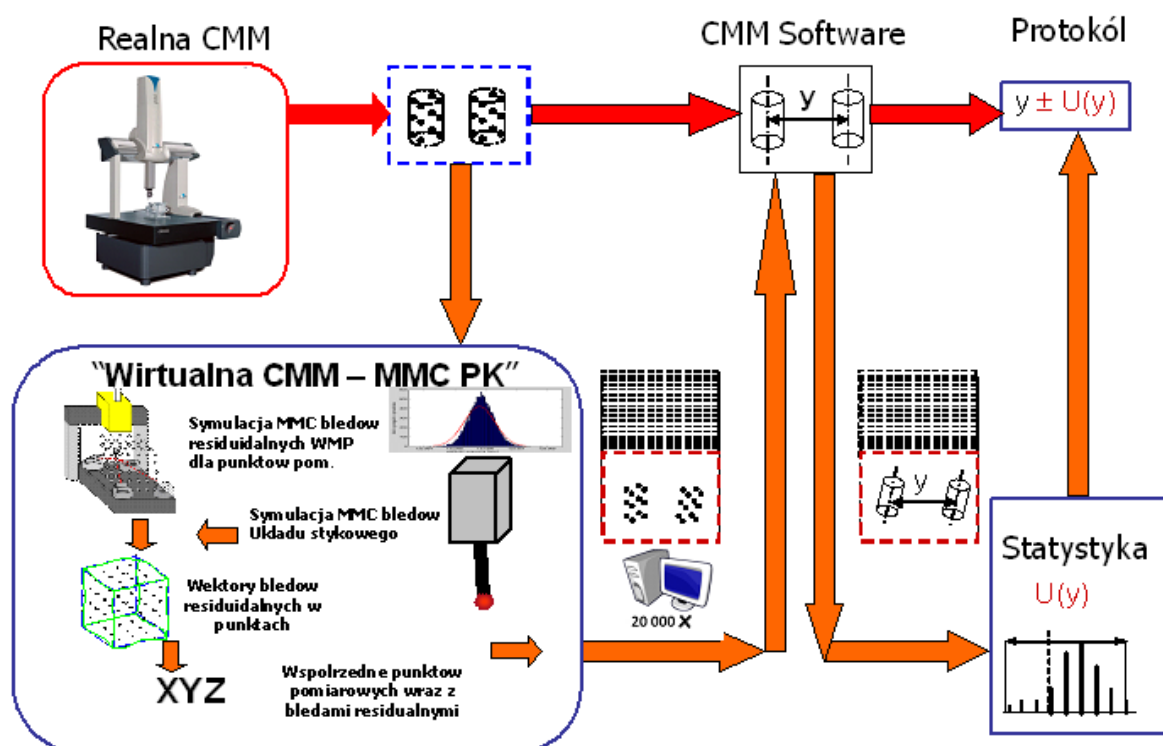
$$\text{FBG}=(\alpha, \beta, \text{BG}) \quad (23)$$

Podobnie jak w przypadku modułu dotyczącego modelowania błędów geometrycznych maszyny pomiarowej tak samo i w tym przypadku autor wykorzystał metodę Monte Carlo, która w prosty i szybki sposób umożliwia zasymulowanie wielokrotnego dojazdu do wybranego punktu pomiarowego pod odpowiednimi kątami α oraz β i w związku z tym wydaje się być wprost idealną metodą do tego zastosowania.

Dane do zbudowania tego modułu zebrane zostaną poprzez wielokrotny pomiar wzorca sferycznego. Założeniem poprawnego działania budowanego modelu jest wykorzystanie wzorca sferycznego o odpowiednio małych błędach kształtu (mniejszych niż $0,2 * P_{\text{FTU, MPE}}$ (zdefiniowanym zgodnie z [N1-5A])). Dodatkowo modelowany układ stykowy powinien być sprawny zgodnie z normą [N1-5A]. Oczywistym ograniczeniem wynikającym z istoty pomiaru jest brak możliwości zmierzenia wzorca na całej jego powierzchni. W związku z tym został on zmierzony w wybranych punktach. W wyniku wykonanych pomiarów uzyskana została siatka punktów referencyjnych, w których dla znanych kątów wychylenia α i β znana jest wartość błędów głowicy pomiarowej. Tutaj znowu, podobnie jak w przypadku pierwszego modułu, pojawia się zagadnienie zagęszczenia siatki pomiarowej. W tym przypadku autor zdecydował się na interpolację dwuwymiarową metodą liniową (bilinear

aproximation) zaadaptowaną z płaszczyzny na powierzchnię kuli. Jeżeli interpolacja jest konieczna (dla punktów leżących w węzłach siatki referencyjnej nie ma potrzeby przeprowadzania tego zabiegu), ma ona miejsce n razy, gdzie n jest liczbą prób Monte Carlo wykorzystywanych do symulacji.

Wirtualna Współrzędnościowa Maszyna Pomiarowa opisywana w tej pracy nosi robocza nazwę Wirtual MC PK. Schematyczny opis pracy tej maszyny został zaprezentowany na rysunku 55.



Rys. 55. Schematyczny algorytm działania Wirtual MC PK

Podsumowując, praca ta kontynuując badania nad modelowaniem WSP z wykorzystaniem punktów referencyjnych - Metody Macierzowej (oryginalna koncepcja rozwijana przez LMW PK) przedstawia nowe podejście. Metoda Monte Carlo nie została dotychczas wykorzystana do modelowania współrzędnościowych systemów pomiarowych, a dokładniej pola błędów resztkowych i przypadkowych. Pierwsze badania nad wykorzystaniem metody Monte Carlo do oceny dokładności pomiarów zostały podjęte w LMW PK w 2007 roku. Nowoczesne systemy CAA w niedalekiej przyszłości pozwolą na kompleksową korekcję dokładności i kalibrację WMP, dlatego ważne jest podjęcie badań nad

modelowaniem błędów resztkowych i przypadkowych gdyż one będą decydowały o dokładności realizowanego pomiaru na nowoczesnych systemach współrzędnościowych. Zbudowanie systemu oceny dokładności w oparciu o wymienione koncepcje jest więc nie tylko rozwiązaniem oryginalnym, ale i wyznaczającym nowy obszar badań. Poza tym przemysł oczekuje efektywnej metody oceny dokładności pomiaru *on-line*. Zdaniem autora nowy model WMP dzięki zastosowaniu LaserTracer'ów będzie znacznie łatwiejszy do implementacji niż dotychczas opracowane.

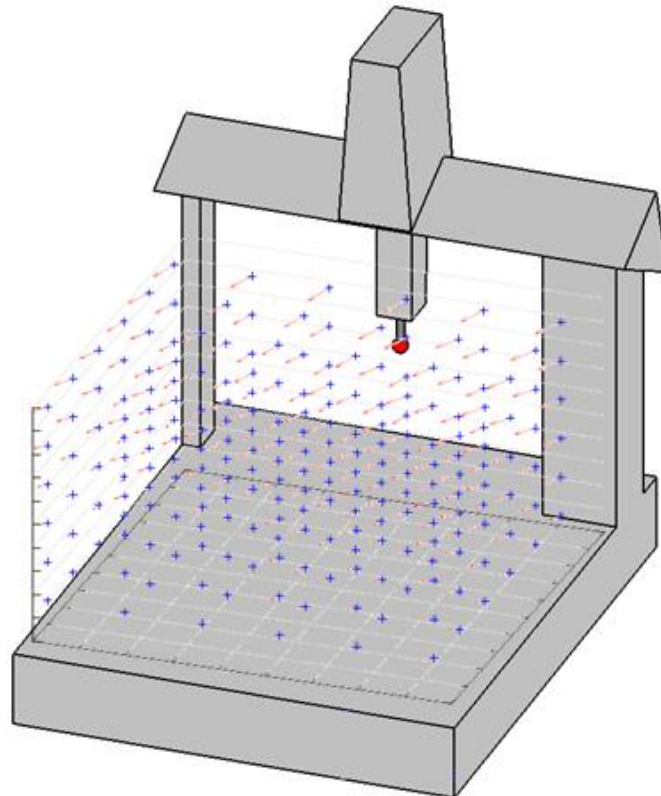
7. Identyfikacja i modelowanie składowych resztkowych błędów WMP z wykorzystaniem systemu LaserTracer i metody multilateracji oraz pomiaru wzorca sferycznego

Model opracowywany w ramach rozprawy doktorskiej jest nową koncepcją, wykorzystującą w swoim działaniu nowoczesne narzędzia matematyczne i metody numeryczne oraz dane zebrane w sposób doświadczalny dzięki zastosowaniu unikalnych systemów pomiarowych (LaserTracer) i metody multilateracji oraz pomiarów wzorca sferycznego. Modelowaną maszyną jest współrzędnościowa maszyna pomiarowa typu PMM 12106 wyposażona w głowicę mierzącą Leitz. Maszyna pomiarowa posiada zakres pomiarowy 1200 : 1000 : 600. W celu pokazania słuszności przyjętej koncepcji nowego modelu wirtualnego zamodelowano wycinek przestrzeni pomiarowej maszyny o wymiarach 700 : 600 : 500. Jako początek modelowanego obszaru przyjęto punkt o współrzędnych 150,50, 50.

7.1. Składowe zależne od układu kinematycznego

Przyjmując założenia opisane w poprzednich rozdziałach wyznaczono błędy resztkowe oraz przypadkowe, które wspólnie tworzą grupę błędów analizowanych jako przypadkowe, w celu opracowania modułu wirtualnej maszyny pomiarowej, odpowiedzialnego za błędy kinematyczne. Moduł ten bazuje na koncepcji odtworzenia punktu pomiarowego. Aby zamodelować te błędy należy utworzyć siatkę punktów referencyjnych, ściśle powiązaną z siatką na której opisana została macierz korekcji maszyny. Liczba punktów referencyjnych powinna być dobrana w taki sposób aby punkty pokryły równomiernie całą przestrzeń pomiarową maszyny, natomiast należy pamiętać, że im więcej punktów tym większa pracochłonność oraz dłuższy czas potrzebny do opracowania modelu. Autor utworzył siatkę składającą się z 56 punktów w przestrzeni pomiarowej maszyny. Jak pokazują wyniki, zaprezentowane w rozdziale 10 taka liczba punktów wystarczy do wiernego odwzorowania pola błędów resztkowych i przypadkowych maszyny.

Założone wzajemne pokrywanie węzłów siatki referencyjnej i macierzy korekcji jest konieczne z uwagi na przyjętą koncepcję modelu, czyli na aktywne powiązanie z macierzą korekcji oraz przyjęcie wartości błędów resztkowych i przypadkowych jako podstawy obliczeniowej modelu. Pozwala to na modyfikowanie modelu w zależności od uzyskanych w przyszłości macierzy i przyjęcie tych samych węzłów interpolacyjnych.



Rys. 56. Wektory błędów systematycznych kompensowanych przez macierz korekcji CAA

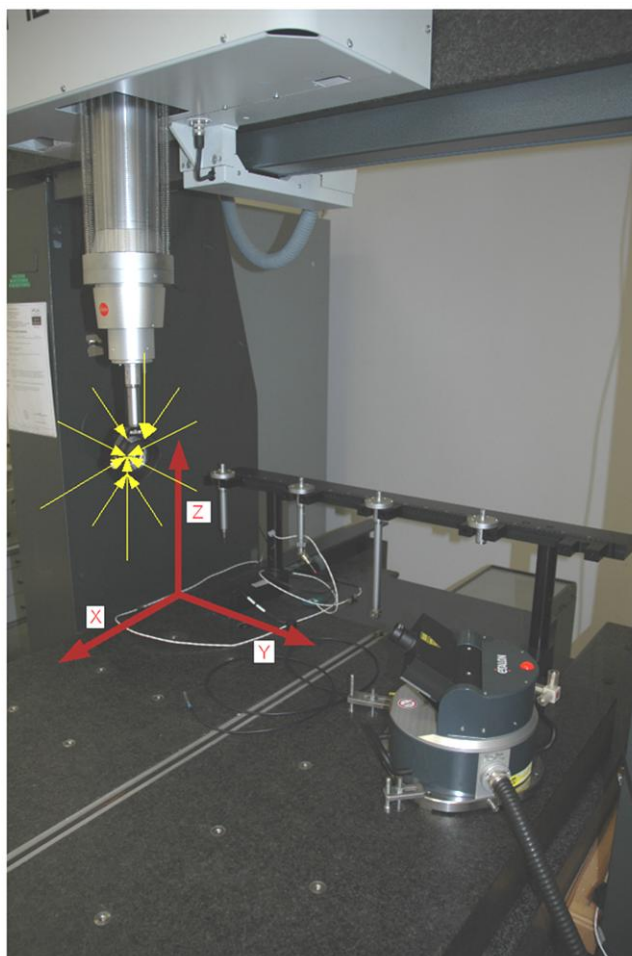
Wartości błędów przypadkowych w punktach będących węzłami siatki referencyjnej zostały wyznaczone w sposób doświadczalny. Doświadczenie polegało na wielokrotnym najjeździe na badany punkt z różnych kierunków. W miejsce końcówki pomiarowej został zamontowany retroreflektor typu „kocie oko” (z ang. Cateye).



Rys. 57. Retroreflektor typu „kocie oko” zamontowany na maszynie pomiarowej

Położenie retroreflektora było śledzone w trybie dynamicznym przez LaserTracer zainstalowany w przestrzeni pomiarowej maszyny. Po sekwencji najazdów na dany punkt maszyna przejeżdżała do kolejnego i cykl był powtarzany. Sekwencja składała się z 6 najazdów w kierunkach zgodnych z 3 osiami maszyny ze zwrotem zgodnym i przeciwnym

oraz 8 najazdów w kierunkach nachylonych pod kątem 45° do każdej z osi (ze zwrotem zgodnym i przeciwnym). Sekwencja najazdów została zaprezentowana na rys. 58.



Rys. 58. Sekwencja najazdów na punkt pomiarowy (żółte strzałki wskazują kierunek najazdu)

Uzyskano więc ścieżkę pomiarową, która została powtórzona pięciokrotnie, każdorazowo w innej pozycji LaserTracer'a. Siatka punktów referencyjnych i poszczególne pozycje LT zostały przedstawione na rys. 59. Z zastosowaniem metody multilateracji zostały następnie wyznaczone ostateczne współrzędne poszczególnych punktów (14 zestawów współrzędnych dla jednego punktu). Współrzędne punktów zostały wyznaczone zgodnie z równaniem:

$$w_{ij} = l_{ij} + l_{0j} - \sqrt{(x_i - X_{0j})^2 + (y_i - Y_{0j})^2 + (z_i - Z_{0j})^2} \quad (24)$$

gdzie:

i – numer kolejnego punktu,

j – numer kolejnej pozycji LaserTracer'a,

w_{ij} – minimalizowane residuum,

l_{ij} – odległość do i -tego punktu zmierzona przez LaserTracer znajdujący się w j -tej pozycji,

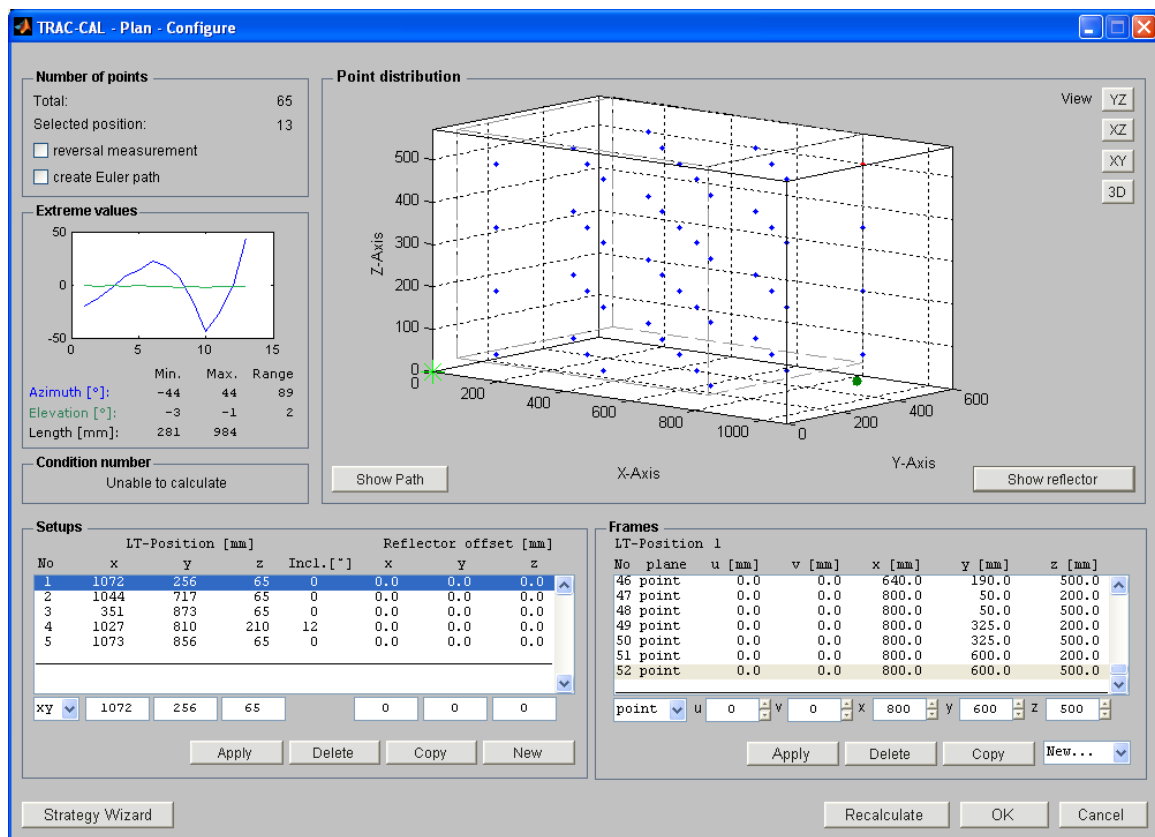
l_{0j} – długość tzw. „martwej ścieżki” (z ang. deathpath) dla LaserTracer’a w j -tej pozycji,

x_i, y_i, z_i - poszczególne współrzędne i -tego punktu,

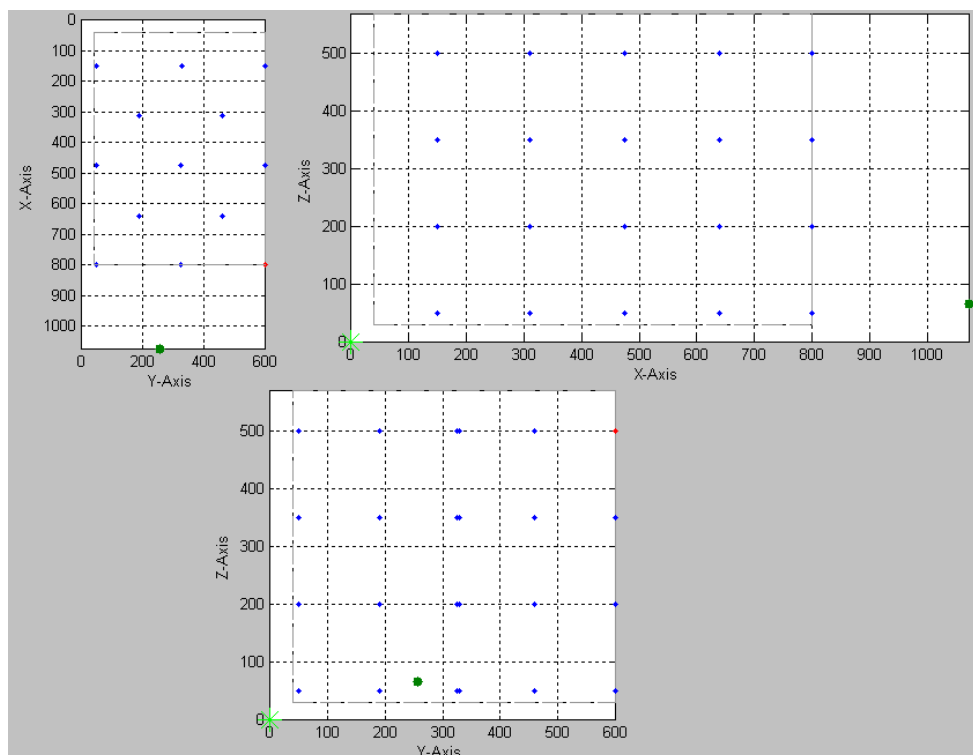
X_{0j}, Y_{0j}, Z_{0j} – poszczególne współrzędne położenia LaserTracer’a w j -tej pozycji.

Końcowy wynik współrzędnych w punktach referencyjnych uzyskiwany jest poprzez zminimalizowanie sumy kwadratów residuów w_{ij} .

(25)



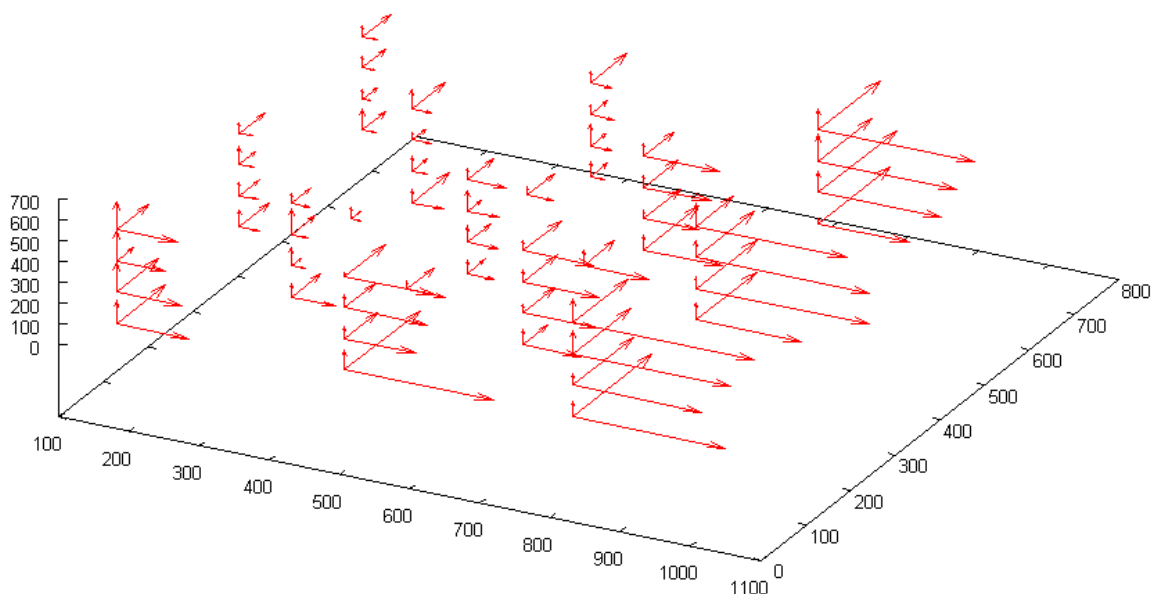
a)



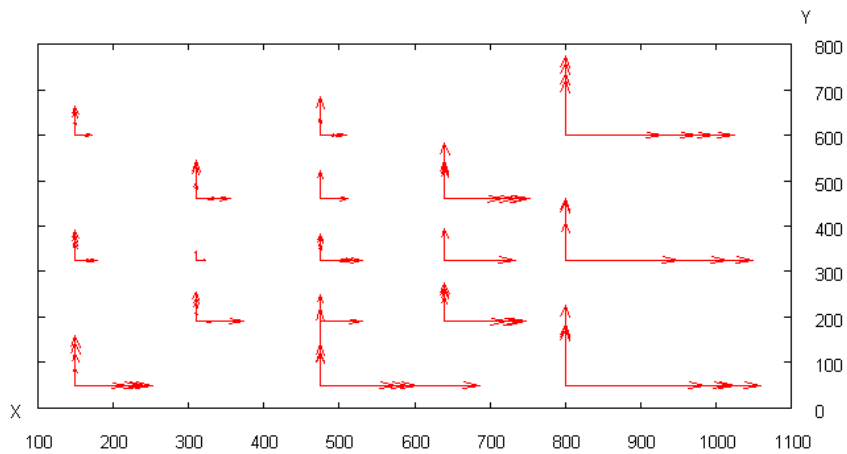
b)

Rys. 59. Siatka punktów referencyjnych a) widok izometryczny, b) przekroje przez poszczególne płaszczyzny przestrzeni pomiarowej

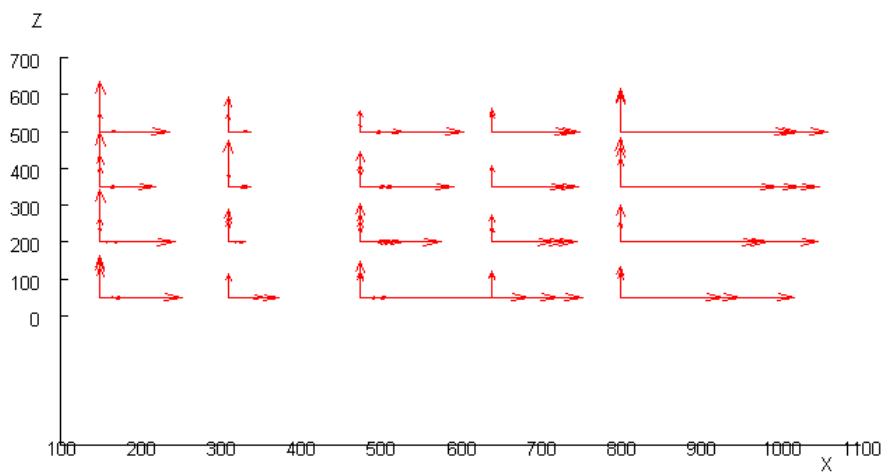
Wyniki przeprowadzonych analiz przedstawiają kolejne rysunki oraz tabela 7.



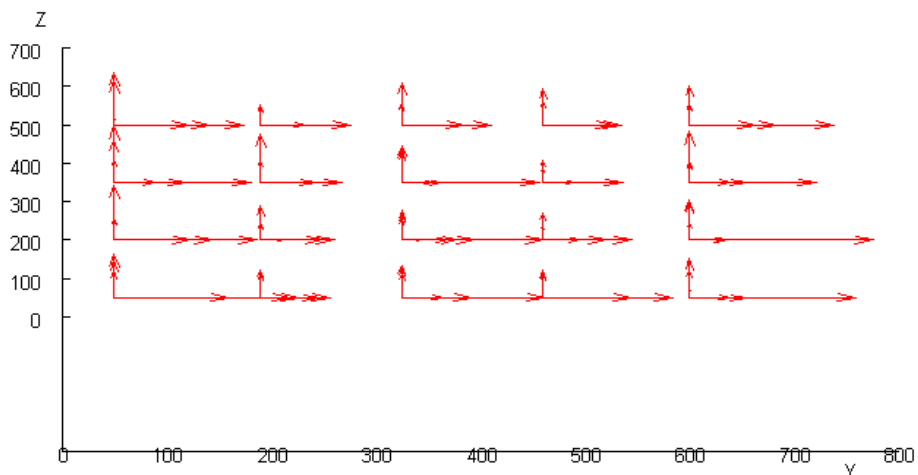
Rys. 60. Wektory na rysunku symbolizują odchylenia standardowe (skala 100 000:1) odtworzenia poszczególnych współrzędnych punktów referencyjnych (wartości na osiach podane w mm).



a)



b)



c)

Rys. 61. Wektory na rysunku symbolizują odchylenia standardowe (skala 100 000:1) odtworzenia poszczególnych współrzędnych punktów referencyjnych (wartości na osiach podane w mm) a) widok XY, b) widok XZ, c) widok YZ

Tabela 7. Wyniki przeprowadzonych pomiarów: X, Y, Z – współrzędne nominalne punktów referencyjnych, mm; d(X), d(Y), d(Z) – odchylenia standardowe osiągnięcia poszczególnych współrzędnych punktów wyliczone z wszystkich najazdów na dany punkt, mm.

Lp.	X	Y	Z	d(X)	d(Y)	d(Z)	Lp.	X	Y	Z	d(X)	d(Y)	d(Z)
1	150	50	50	0.001032	0.001098	0.001131	29	800	325	200	0.002477	0.001363	0.000571
2	150	325	50	0.000290	0.000677	0.000823	30	800	600	200	0.001754	0.001753	0.000999
3	150	600	50	0.000192	0.000539	0.001013	31	150	50	350	0.000693	0.000387	0.001473
4	310	460	50	0.000454	0.000850	0.000654	32	150	325	350	0.000211	0.000375	0.000859
5	310	190	50	0.000634	0.000662	0.000655	33	150	600	350	0.000180	0.000538	0.000557
6	475	50	50	0.002123	0.001692	0.000967	34	310	460	350	0.000283	0.000303	0.000389
7	475	325	50	0.000372	0.000405	0.000631	35	310	190	350	0.000231	0.000533	0.001266
8	475	600	50	0.000209	0.000393	0.000721	36	475	50	350	0.001178	0.000700	0.000610
9	640	460	50	0.001122	0.001234	0.000700	37	475	325	350	0.000458	0.000307	0.000958
10	640	190	50	0.000834	0.000562	0.000723	38	475	600	350	0.000341	0.000392	0.000488
11	800	50	50	0.002180	0.001773	0.000703	39	640	460	350	0.000959	0.000760	0.000576
12	800	325	50	0.001513	0.001365	0.000848	40	640	190	350	0.001086	0.000777	0.000583
13	800	600	50	0.001293	0.001592	0.000235	41	800	50	350	0.002256	0.001314	0.001106
14	150	50	200	0.000940	0.000947	0.001427	42	800	325	350	0.002480	0.001311	0.000792
15	150	325	200	0.000267	0.000453	0.000668	43	800	600	350	0.001977	0.001207	0.001314
16	150	600	200	0.000111	0.000332	0.000451	44	150	50	500	0.000872	0.000721	0.001367
17	310	460	200	0.000221	0.000354	0.000701	45	150	325	500	0.000181	0.000585	0.000530
18	310	325	200	0.000129	0.000196	0.000576	46	150	600	500	0.000218	0.000637	0.000530
19	310	190	200	0.000202	0.000228	0.000894	47	310	460	500	0.000280	0.000749	0.000933
20	475	50	200	0.001015	0.000733	0.000576	48	310	190	500	0.000254	0.000435	0.000465
21	475	190	200	0.000553	0.000599	0.000440	49	475	50	500	0.001289	0.000919	0.000214
22	475	325	200	0.000436	0.000524	0.000791	50	475	325	500	0.000555	0.000588	0.000552
23	475	460	200	0.000373	0.000611	0.000376	51	475	600	500	0.000305	0.000829	0.000569
24	475	600	200	0.000308	0.000356	0.001037	52	640	460	500	0.001088	0.000684	0.000632
25	640	460	200	0.000788	0.000845	0.000373	53	640	190	500	0.001013	0.000863	0.000508
26	640	325	200	0.000938	0.000706	0.000748	54	800	50	500	0.002595	0.001241	0.001152
27	640	190	200	0.001068	0.000711	0.000422	55	800	325	500	0.002153	0.000850	0.001095
28	800	50	200	0.001848	0.001368	0.000543	56	800	600	500	0.002234	0.001376	0.001028

Wartości maksymalne odchylenia w kierunkach poszczególnych osi wyniosły:

$$d_{max}(X) = 0,002595 \text{ mm}$$

$$d_{max}(Y) = 0,001773 \text{ mm}$$

$$d_{max}(Z) = 0,001473 \text{ mm}$$

A wartości średnie odchyień:

$$\bar{d}(X) = 0,000912 \text{ mm}$$

$$\bar{d}(Y) = 0,000791 \text{ mm}$$

$$\bar{d}(Z) = 0,000749 \text{ mm}$$

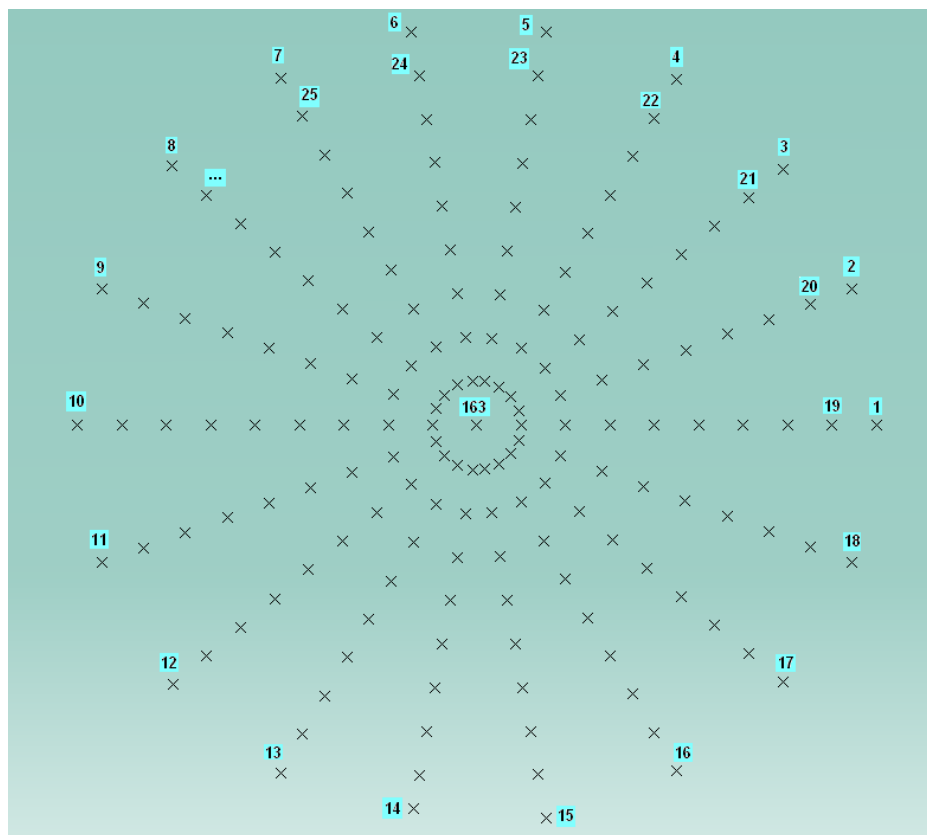
Dane otrzymane zgodnie z opisaną metodyką stanowią bazę na której oparte jest funkcjonowanie modułu odpowiedzialnego za symulowanie błędów reszkowych pochodzących od układu kinematycznego WMP.

Symulacja wartości współrzędnych rzeczywistych (zmierzonych) punktu pomiarowego odbywa się z wykorzystaniem metody Monte Carlo oraz metod interpolacyjnych (dla punktów nie będących węzłami siatki). Każdy punkt w przestrzeni pomiarowej maszyny zostaje odpisany konkretnym rozkładem prawdopodobieństwa. Do wszystkich punktów przypisany zostaje rozkład t o parametrach (\bar{x}, σ, ν) gdzie: \bar{x} to wartość średnia rozkładu, σ – odchylenie standardowe, ν – liczba stopni swobody. Jako wartość średnią przyjmuje się dla każdego punktu jego współrzędne nominalne, odchylenie standardowe jest uzyskiwane na drodze wielokrotnych symulacji wykonywanych zgodnie z założeniami metody Monte Carlo (szczegółowy opis symulacji zostanie podany w rozdziale dotyczącym implementacji softwareowej modułu), liczba stopni swobody to dla każdego z punktów 13 ponieważ przyjęto, że liczba stopni równa się ilości pomiarów dla każdego z punktów minus jeden $14 - 1 = 13$.

7.2. Błędy głowic stykowych

Błędy głowicy stykowej maszyny zostały wyznaczone również w sposób doświadczalny. W celu utworzenia modelu błędów głowicy pomiarowej, należy dysponować odpowiednim zbiorem danych, który ukazuje ogólny obraz błędów głowicy w zależności od kątów α i β . Dane te mogą zostać wyznaczone w sposób eksperymentalny poprzez pomiar wzorca kulistego. Średnica tego wzorca musi być na tyle mała (średnica kuli powinna być mniejsza od 30 mm) aby przy jego pomiarze błędy pochodzące od układu kinematycznego były pomijalne (ze względu na superpozycję błędów). Dodatkowo, błędy kształtu wzorca powinny również być pomijalnie małe w stosunku do wyznaczanych wartości [105]. Pomiary należy wykonywać poprzez równomierne zwiększanie kątów α i β o tą samą wartość. Autor przyjął, że kąt α należy każdorazowo zwiększać o 20° a kąt β o 10° , przy czym α zmienia się w przedziale od 0° do 360° , a β od 0° do 90° (punkt 0° , 90° znajduje się na biegunie kulki). Jedna sekwencja pomiarowa składa się zatem z 163 punktów co prezentuje rysunek 62. Tak duża ilość punktów pomiarowych była spowodowana chęcią wiernego odwzorowania działania modelowanej głowicy. Autor udowodnił poprawność działania modelu opartego na

podobnych założeniach co opisywany w bieżącym rozdziale, a zbudowanego na zaledwie 37 punktach referencyjnych [98].



Rys. 62. Punkty referencyjne stanowiące sekwencję pomiarową (widok z góry kuli w kierunku płaszczyzny XY)

Sekwencja pomiarowa powinna zostać powtórzona kilkakrotnie, w celu uzyskania statystycznie reprezentatywnej próbki opisującej błędy głowicy pomiarowej. Model zaprezentowany w tym rozdziale został utworzony na podstawie danych uzyskanych z 15 powtórzeń sekwencji pomiarowej.



Rys. 63. Pomiary wzorca sferycznego zrealizowanego na maszynie typu PMM 12106 wyposażonej w głowicę mierzącą Leitz

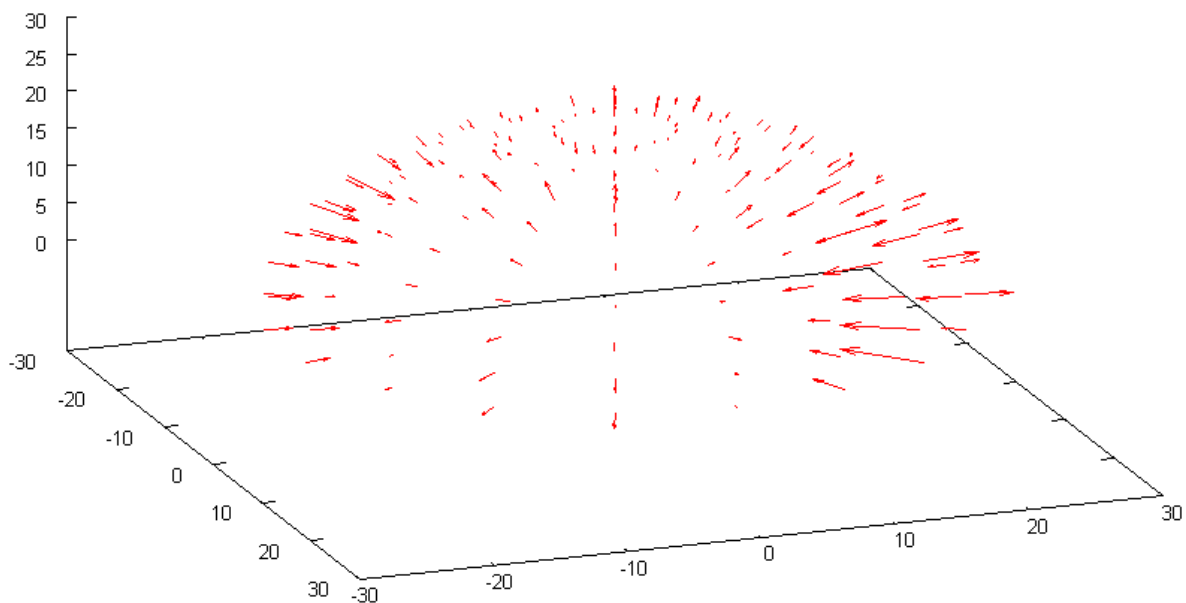
Po zebraniu koniecznych danych, należy wyznaczyć średni błąd kształtu w poszczególnych punktach oraz jego odchylenie standardowe. Wartości te będą następnie wykorzystane jako podstawa do symulacji błędów głowicy pomiarowej, a dla kątów wychylenia równych (α , β), stanowiących węzły siatki referencyjnej jako bezpośrednia reprezentacja błędów głowicy. Symulacja odbywa się zgodnie z założeniami metody Monte Carlo. Błędy głowicy odpowiadające każdej parze kątów (α , β) zostały opisane podobnie jak w przypadku błędów kinematycznych odpowiednimi rozkładami prawdopodobieństwa. Dla każdej z par kątów wychylenia trzpienia pomiarowego przypisano rozkład prawdopodobieństwa t o parametrach (\bar{x} , σ , ν) gdzie: \bar{x} to wartość średnia rozkładu, σ – odchylenie standardowe, ν – liczba stopni swobody. Jako wartość średnią przyjmuje się dla każdego punktu znajdującego się na siatce referencyjnej średnią z wartości otrzymanych podczas pomiarów wzorca sferycznego. Odchylenie standardowe jest również wyliczane z wyników pomiarów wzorca. Liczba stopni swobody to dla każdego z punktów 14 ponieważ przyjęto, że liczba stopni równa się ilości pomiarów dla każdej z par kątów minus jeden $15 - 1 = 14$. Dla par kątów, które nie wyznaczają jednego z punktów referencyjnych wartości

otrzymywane są poprzez zastosowanie dwuwymiarowej interpolacji liniowej przystosowanej do wykorzystania w układzie sferycznym. Bardziej szczegółowe dane dotyczące przeprowadzanych symulacji i wykorzystanych metod interpolacji zostały zawarte w kolejnym rozdziale pracy.

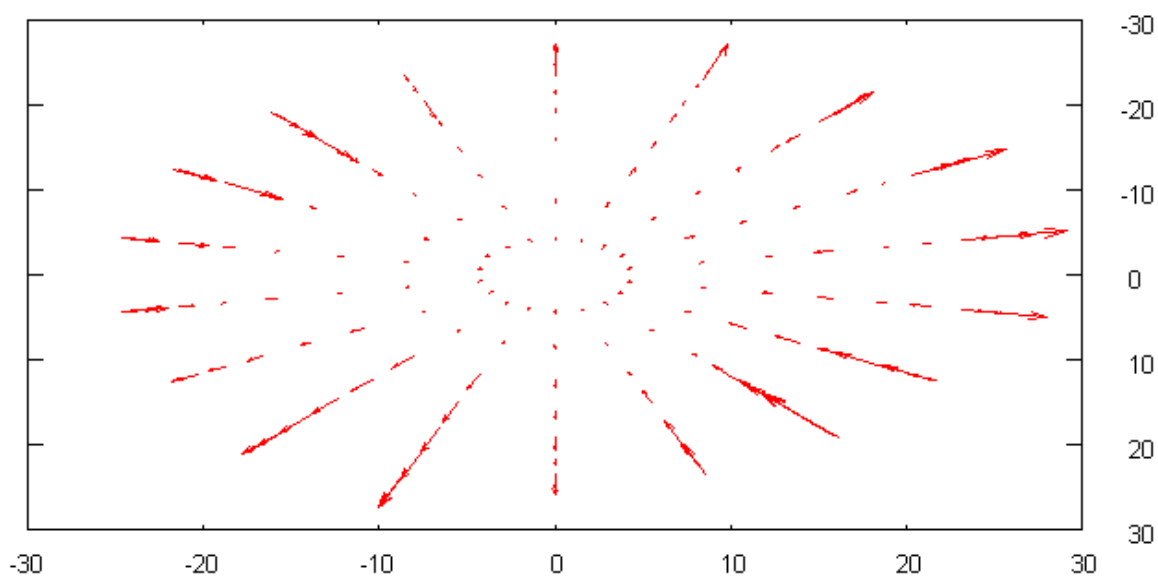
Poniżej przedstawione zostały wyniki przeprowadzonych pomiarów wzorca. Jako wzorec mierzona była kula wzorcowa o średnicy $d = 24,9944$ mm. Punkty zbierane były według sekwencji pokazanej na rys. 62.

Tabela 8. Wyniki pomiarów wzorca sferycznego dla kątów $\alpha \in (0, 340)$ $\beta \in (0, 20)$. Średni błąd liczony po promieniu i odchylenie standardowe podane w mm

α	β	średni błąd	odch. std.	α	β	średni błąd	odch. std.
0	0	0.000010	0.000033	180	10	0.000163	0.000025
20	0	-0.000227	0.000036	200	10	-0.000015	0.000038
40	0	-0.000453	0.000042	220	10	-0.000248	0.000038
60	0	-0.000116	0.000047	240	10	-0.000139	0.000040
80	0	0.000226	0.000033	260	10	-0.000122	0.000052
100	0	0.000303	0.000027	280	10	-0.000153	0.000030
120	0	0.000308	0.000040	300	10	-0.000025	0.000027
140	0	0.000212	0.000045	320	10	0.000204	0.000023
160	0	0.000254	0.000066	340	10	0.000307	0.000034
180	0	0.000143	0.000058	0	20	0.000175	0.000021
200	0	-0.000041	0.000042	20	20	-0.000167	0.000023
220	0	-0.000157	0.000048	40	20	-0.000352	0.000035
240	0	-0.000183	0.000053	60	20	-0.000080	0.000044
260	0	-0.000138	0.000064	80	20	0.000089	0.000052
280	0	-0.000130	0.000082	100	20	0.000117	0.000069
300	0	-0.000039	0.000091	120	20	0.000187	0.000076
320	0	0.000144	0.000050	140	20	0.000131	0.000048
340	0	0.000250	0.000035	160	20	0.000030	0.000057
0	10	0.000044	0.000047	180	20	0.000105	0.000044
20	10	-0.000225	0.000044	200	20	-0.000035	0.000040
40	10	-0.000428	0.000036	220	20	-0.000156	0.000036
60	10	-0.000211	0.000047	240	20	-0.000081	0.000031
80	10	0.000092	0.000043	260	20	-0.000030	0.000044
100	10	0.000215	0.000040	280	20	-0.000051	0.000058
120	10	0.000174	0.000039	300	20	0.000116	0.000059
140	10	0.000209	0.000055	320	20	0.000204	0.000044
160	10	0.000078	0.000040	340	20	0.000407	0.000045



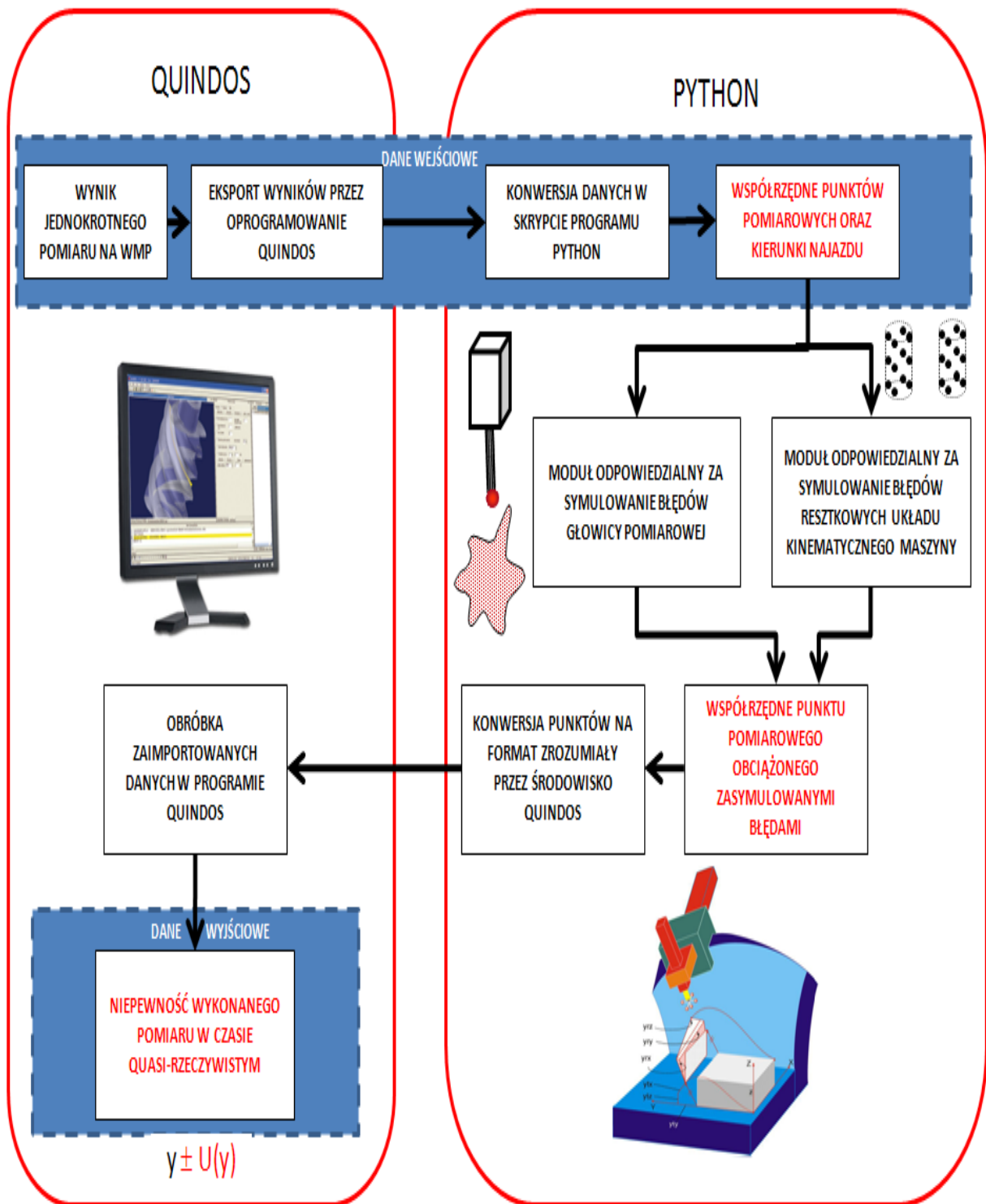
Rys. 64. Błędy głowicy pomiarowej zależne od kątów wychylenia trzpienia pomiarowego α i β



Rys. 65. Błędy głowicy pomiarowej zależne od kątów wychylenia trzpienia pomiarowego α i β (widok z góry)

8. Budowa modelu – algorytm i rozwiązanie softwarowe

Celem prac opisanych w tym rozdziale było opracowanie aplikacji softwarowych realizujących pracę wirtualnej maszyny pomiarowej Wirtual MC PK, którą można opisać schematem zobrazowanym na rysunku 55. Implementacja softwarowa zbudowanego modelu



Rys. 66. Algorytm działania modelu wirtualnej maszyny Wirtual MC PK pokazujący relacje pomiędzy wykorzystywanymi środowiskami programistycznymi

odbyła się w środowisku programistycznym Python. Do obróbki danych wykorzystany został program metrologiczny Quindos 7, który sam w sobie stanowi również obiektowe środowisko programistyczne zorientowane bazodanowo. Ogólny schemat działania maszyny Wirtual MC PK od strony softwarowej można przedstawić przy pomocy schematu pokazanego na rys. 66.

Dane wejściowe do opisywanego algorytmu stanowią wyniki uzyskane podczas wykonywania dowolnego pomiaru na maszynie współrzędnościowej. Jedynym ograniczeniem w przypadku opisywanej wersji wirtualnej maszyny pomiarowej stanowi konieczność umieszczenia przedmiotu mierzonego w modelowanym obszarze przestrzeni pomiarowej maszyny. Dane przydatne z punktu widzenia działania modelu to współrzędne punktów zmierzonych w ramach realizowanego pomiaru oraz kierunki najazdu na dany punkt deklarowane jako cosinusy kierunkowe. Dalszy szczegółowy opis poszczególnych procesów został przedstawiony poniżej:

1. Eksport wyników przez oprogramowanie Quindos

Po przeprowadzeniu pomiaru dane dotyczące przedmiotu mierzonego, w tym współrzędne punktów pomiarowych, w których był on mierzony są przechowywane w programie Quindos jako obiekt. Istnieje możliwość jego wyeksportowania do pliku tekstowego, który następnie może zostać odczytany w środowisku programistycznym Python.

2. Konwersja danych w skrypcie programu Python

Z wykorzystaniem języka programistycznego Python możliwe jest odczytanie wyeksportowanych wyników z pliku tekstowego oraz konwersja pliku na postać macierzową. Utworzona macierz zawiera dane dotyczące wszystkich punktów pomiarowych. Dane, które są rejestrowane to współrzędne X, Y, Z punktów pomiarowych w układzie współrzędnych maszyny oraz trzy cosinusy kierunkowe wektora najazdu na dany punkt. Tak przygotowane dane stanowią wielkość wejściową do modelu symulacyjnego.

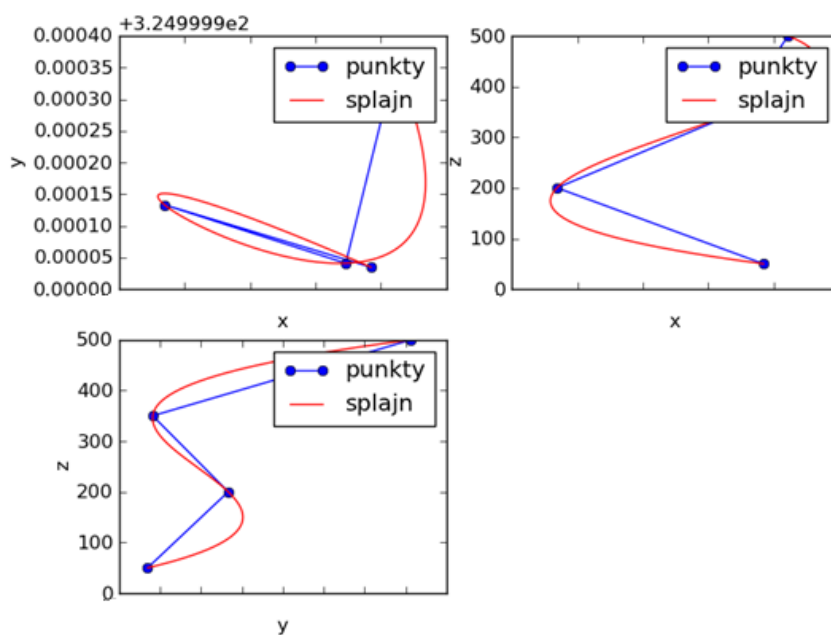
3. Moduł odpowiedzialny za symulowanie błędów resztkowych układu kinematycznego

Jako wartość wejściowa do tego modułu brana jest macierz zawierająca wartości współrzędnych punktów pomiarowych zwrócona przez poprzedni proces. Głównym jego zadaniem jest przypisanie każdemu zestawowi współrzędnych wartości zmienności odtworzenia punktu pomiarowego, która dla punktów będących węzłami siatki referencyjnej

wyrażona jest jako odchylenie standardowe z wielokrotnego najazdu na punkt. Następnie odtworzenie danego punktu symulowane jest poprzez zastosowanie symulacji Monte Carlo.

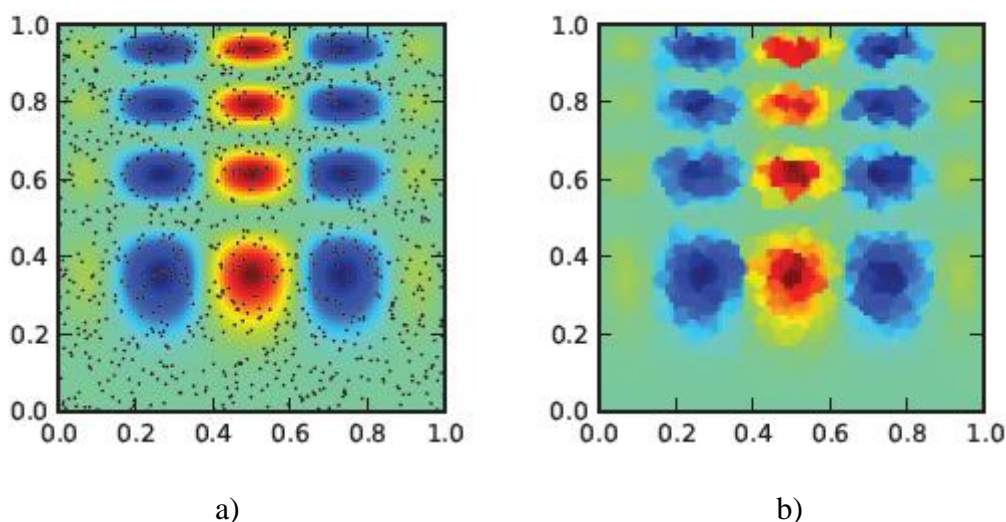
Dla punktów leżących w węzłach siatki referencyjnej zmienność odtworzenia punktu pomiarowego jest znana, ponieważ została ona wyznaczona na drodze doświadczenia opisanego w rozdziale 7.1. W tym przypadku symulacja odbywa się dla danych punktów referencyjnych pobranych bezpośrednio z macierzy wejściowej modułu, która zawiera posegregowane w wierszach: współrzędne X, Y, Z punktu oraz odchylenia standardowe odtworzenia poszczególnych współrzędnych $d(X)$, $d(Y)$, $d(Z)$. Przypadek ten stanowi dla ogółu wykonywanych pomiarów marginalny odsetek. Wiadomym jest, że większość punktów wchodzących w skład pomiaru znajdować będzie się pomiędzy węzłami siatki referencyjnej. Dla zasymulowania zmienności odtworzenia punktów leżących pomiędzy punktami referencyjnymi siatki pomiarowej oprócz symulacji Monte Carlo istnieje również konieczność wykorzystania metod interpolacji.

Pierwszym krokiem tej symulacji jest utworzenie trójwymiarowych funkcji sklepanych typu b-splajn opisujących zmienność wartości poszczególnych współrzędnych pomiędzy punktami referencyjnymi usytuowanymi zgodnie z kierunkiem osi z. Należy zatem utworzyć 13 krzywych b-splajn, każda rozciągnięta na 4 punktach referencyjnych. Wartości poszczególnych współrzędnych punktów referencyjnych są symulowane metodą Monte Carlo wykorzystującą rozkład t .



Rys. 67. Przykładowa krzywa sklejana typu b-splajn rozciągnięta na 4 punktach referencyjnych (widok w rzutach z góry, z przodu i z boku)

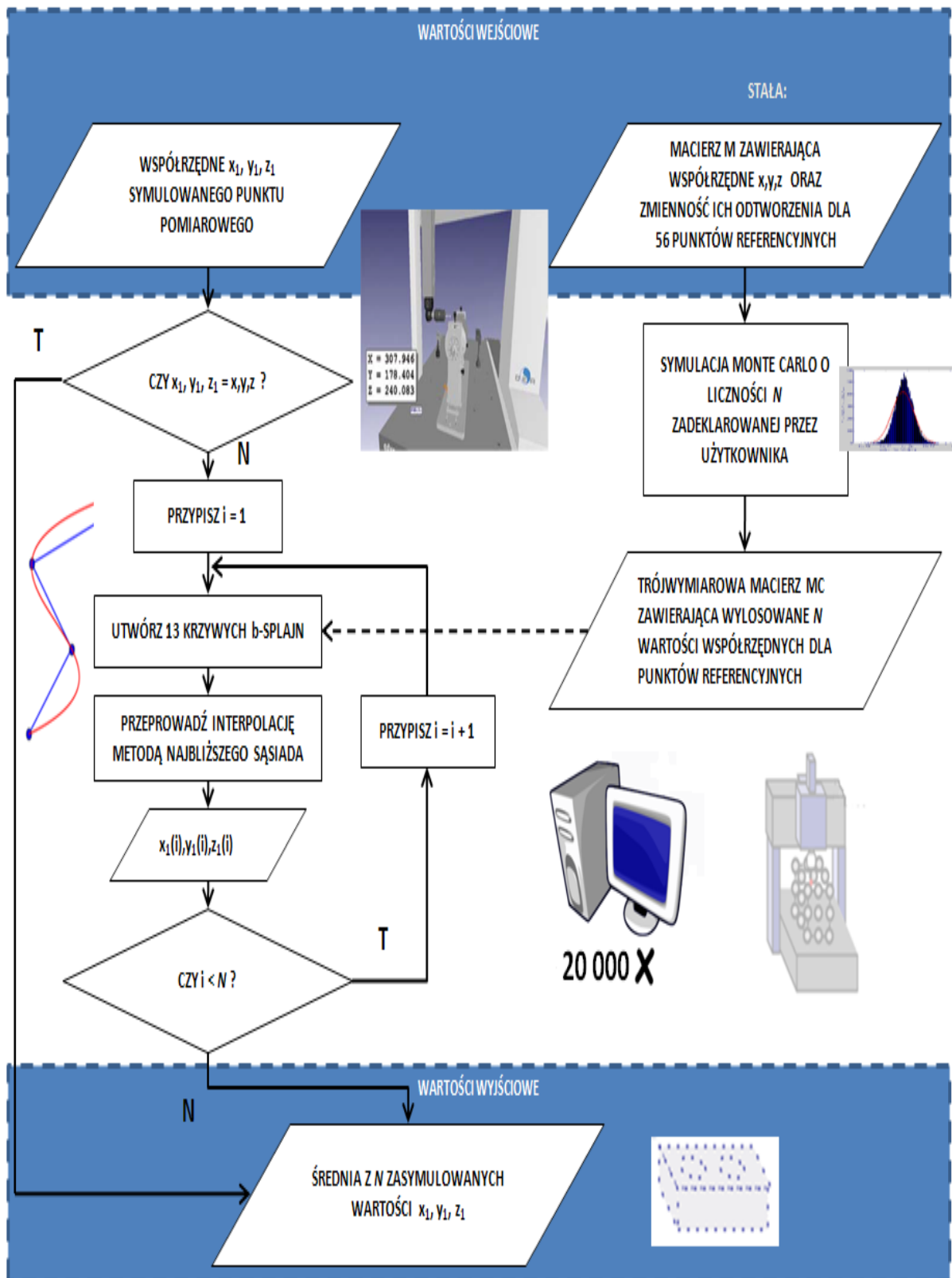
Kolejnym krokiem jest przecięcie wszystkich krzywych płaszczyzną równoległą do płaszczyzny XY, której odległość od tej płaszczyzny jest równa Z_1 , gdzie Z_1 to współrzędna „z” symulowanego punktu pomiarowego. Utworzona płaszczyzna przetnie się z każdą z krzywych b-splajn dając w ten sposób 13 punktów, w których znane są wartości współrzędnych (x,y,z) . Uzyskane w ten sposób punkty stanowią następnie podstawę do wykonania interpolacji zgodnie z zasadą najbliższego sąsiada dla funkcji dwuwymiarowych. Zakładając że opisana jest funkcja $f(x,y)$ i znane są jej wartości w n - wybranych węzłach, możliwe jest interpolowanie wartości funkcji f w dowolnym miejscu należącym do dziedziny funkcji i znajdującym się pomiędzy wybranymi węzłami. Wartość interpolująca określony punkt to wartość przepisana z węzła, który znajduje się najbliżej tego punktu. Dla lepszego zobrazowania działania metody najbliższego sąsiada pokazano przykład interpolacji tą metodą funkcji zaimplementowany w środowisku Python [W1]. Rysunek po lewej stronie przedstawia wykres funkcji $f(x,y)$, natomiast rysunek po prawej ukazuje odtworzenie wartości funkcji z wykorzystaniem interpolacji metodą najbliższego sąsiada, która została opisana na 1000 punktach (czarne punkty na wykresie po lewej stronie) wylosowanych z funkcji oryginalnej:



Rys. 68. Interpolacja metodą najbliższego sąsiada. a) wartość oryginalnej funkcji, b) interpolowana wartość funkcji uzyskana dla interpolacji opartej na 1000 węzłach [W1]

Wykorzystując tą metodę interpolacji możliwe jest uzyskanie wartości opisujących współrzędną x (traktując za dane wejściowe do interpolacji najbliższego sąsiada wartości współrzędnej x od współrzędnych (y,z)) oraz y (traktując za dane wejściowe do interpolacji najbliższego sąsiada wartości współrzędnej y od współrzędnych (x,z)). Jako zasymulowaną

wartość współrzędnej z przyjmuje się wartość tej współrzędnej uzyskanej w wyniku symulacji Monte Carlo w najbliższym węźle siatki trójwymiarowej.



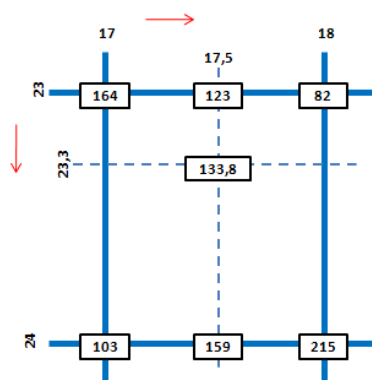
Rys. 69. Algorytm realizowany przez moduł symulujący błędy resztkowe

Otrzymane w ten sposób współrzędne (x_1, y_1, z_1) rozpatrywanego punktu są następnie symulowane n razy, gdzie n jest liczbą prób Monte Carlo. Schematyczny algorytm działania modułu symulującego błędy resztkowe układu kinematycznego dla pojedynczego punktu pomiarowego został przedstawiony na rys. 69.

4. Moduł odpowiedzialny za symulowanie błędów głowicy pomiarowej

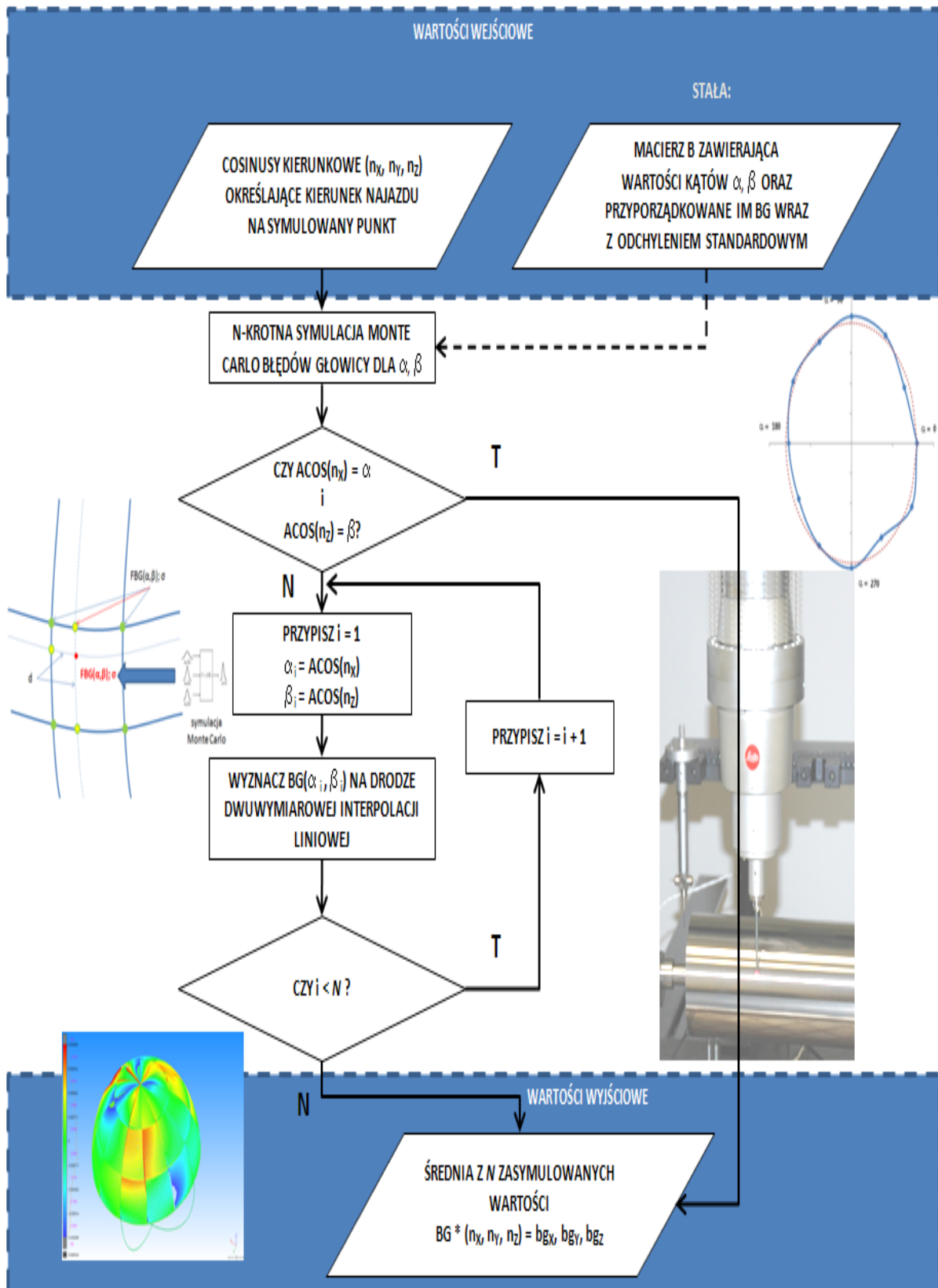
Jako wartość wejściowa do tego modułu brana jest macierz zawierająca cosinusy kierunkowe (n_x, n_y, n_z) najazdu na poszczególne punkty pomiarowe przypisane odpowiadającym im punktom. Głównym jego zadaniem jest przypisanie każdemu zestawowi kierunków wartości błędu głowicy w tym punkcie. Podobnie jak w przypadku wcześniej opisywanego modułu, jako stała brana jest macierz zawierająca dane na temat błędów głowicy dla par kątów wychylenia trzpienia pomiarowego α, β , która została wyznaczona na drodze doświadczalnej, a opisana w rozdziale 7.2. Dla par kątów leżących w węzłach siatki referencyjnej modelującej działanie głowicy pomiarowej, dla których parametry przypisanego im rozkładu prawdopodobieństwa są znane, wartość wyjściowa błędu głowicy otrzymywana jest po n symulacjach metodą Monte Carlo. Dla par kątów nie będących węzłami siatki referencyjnej oprócz symulacji metodą Monte Carlo należy (podobnie jak dla błędów kinematycznych) również zastosować metody interpolacyjne.

W tym przypadku zastosowano dwuwymiarową metodę aproksymacji liniowej zaadaptowaną do zastosowania w układzie współrzędnych sferycznych. Metoda ta dla jednego wymiaru polega na przypisaniu do interpolowanego punktu, wartości będącej średnią ważoną uzyskanych wartości w węzłach otaczających interpolowany punkt oraz odległości od poszczególnych węzłów. Zaś metoda dwuwymiarowa, polega na oszacowaniu wartości najpierw w jednym kierunku, a następnie przeprowadzeniu ponownej interpolacji jednowymiarowej w drugim kierunku. Przykładowe zastosowanie tej metody interpolacji zostało zobrazowane na rysunku 70.



Rys. 70. Dwuwymiarowa interpolacja liniowa

Wartość błędności pomiarowej dla symulowanej pary kątów wychylenia trzpienia pomiarowego jest symulowana w ten sposób n -razy, gdzie n to liczność prób Monte Carlo.



Rys. 71. Algorytm realizowany przez moduł symulujący błędy głowicy

Wyznaczony błąd głowicy (BG) jest wektorem zgodnym z kierunkiem najazdu i zwrotem zależnym od znaku wartości tego błędu. Każdy zasymulowany błąd musi zatem zostać pod koniec symulacji przeliczony na konkretne zmiany w położeniu ostatecznie zasymulowanego punktu pomiarowego oznaczone jako bg_x , bg_y , bg_z . Odbywa się to zgodnie z formułą:

$$\begin{aligned}bg_x &= BG * nx \\bg_y &= BG * ny \\bg_z &= BG * nz\end{aligned}\tag{26}$$

Na rys. 71 przedstawiony został algorytm realizowany przez opisywany moduł (dla jednego punktu pomiarowego).

5. Konwersja współrzędnych na format zrozumiały przez środowisko Quindos

Po wykonaniu pracy modułu symulującego błędy resztkowe układu kinematycznego WMP oraz modułu symulującego pracę głowicy pomiarowej wyznaczone wartości x_1 , y_1 , z_1 oraz bg_x , bg_y , bg_z są do siebie dodawane. W ten sposób uzyskiwane są współrzędne rzeczywiste symulowanych punktów. Współrzędne te, razem z odpowiadającymi im kierunkami najazdów nx , ny , nz są zapisywane następnie do pliku o formacie rozpoznawalnym przez środowisko metrologiczne Quindos.

6. Obróbka zaimportowanych danych w programie Quindos

Skonwertowane współrzędne rzeczywiste są importowane przez program Quindos i wyznaczane są z nich wielokrotnie elementy geometryczne, odpowiadające pomiarom realnym. W zależności od wykonywanego zadania pomiarowego określone są parametry geometryczne mierzonego kształtu oraz z wykorzystaniem skryptu utworzonego w programie Quindos obliczana jest niepewność wyznaczenia tych parametrów. Niepewność ta stanowi wartość wyjściową opisywanego modelu wirtualnej maszyny pomiarowej.

9. Badania weryfikacyjne z wykorzystaniem pomiarów realnych na modelowanym systemie

Weryfikacja utworzonego modelu obejmowała dwa etapy. W pierwszym z nich model Wirtual MC PK został sprawdzony zgodnie z wytycznymi VDI/VDE zawartymi w [N9-4]. Drugi etap obejmował wykonanie typowych zadań pomiarowych takich jak pomiary: odległości wyznaczonej metodą punkt-punkt, odległości płaszczyzna-płaszczyzna, średnicy kuli, błędów kształtu kuli oraz odległości pomiędzy środkami dwóch kul. Następnie dla każdego z pomiarów wyznaczona została niepewność standardowa zgodnie z metodyką wykorzystywaną w klasycznych metodach wyznaczania dokładności pomiarów. Niepewność wyznaczona w sposób klasyczny była porównywana z niepewnością otrzymaną na drodze symulacji przeprowadzonej przez opracowany w ramach niniejszej pracy doktorskiej model Wirtual MC PK.

Wytyczne zawarte w [N9-4] zalecają sprawdzenie poprawności funkcjonowania modelu symulacyjnego poprzez pomiary elementu wzorcowego. Pomiary te powinny zostać przeprowadzone z wykorzystaniem różnych strategii oraz dla różnych położeń wzorca, tak aby możliwe było sprawdzenie funkcjonowania modelu dla całej przestrzeni pomiarowej maszyny. Model symulacyjny uznaje się za działający poprawnie gdy spełniona zostanie nierówność:

(27)

gdzie:

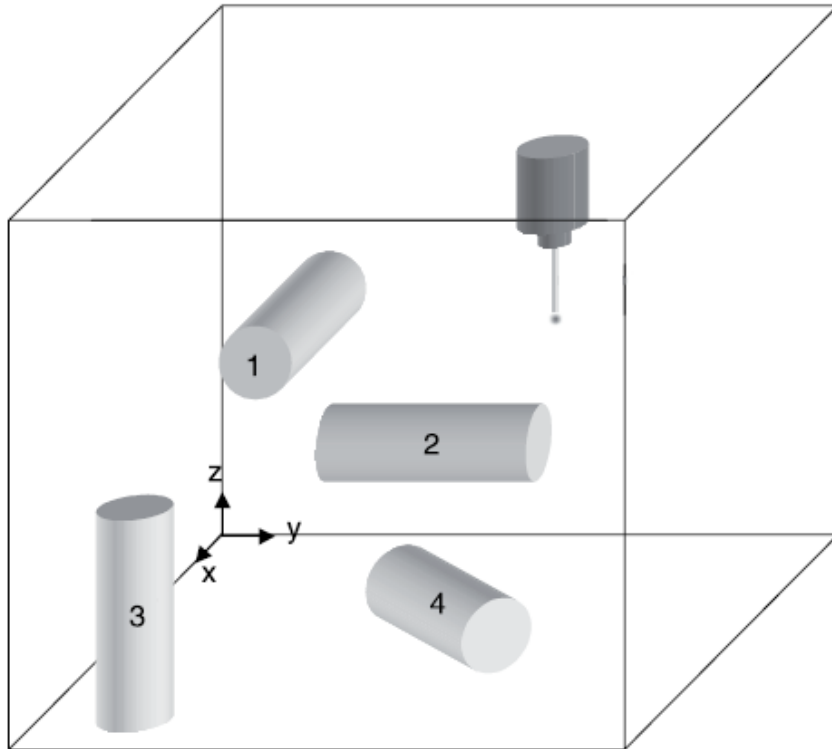
y_k – wartość uzyskana w procesie kalibracji wzorca,

y – wartość zmierzona,

U_k – niepewność rozszerzona kalibracji wzorca,

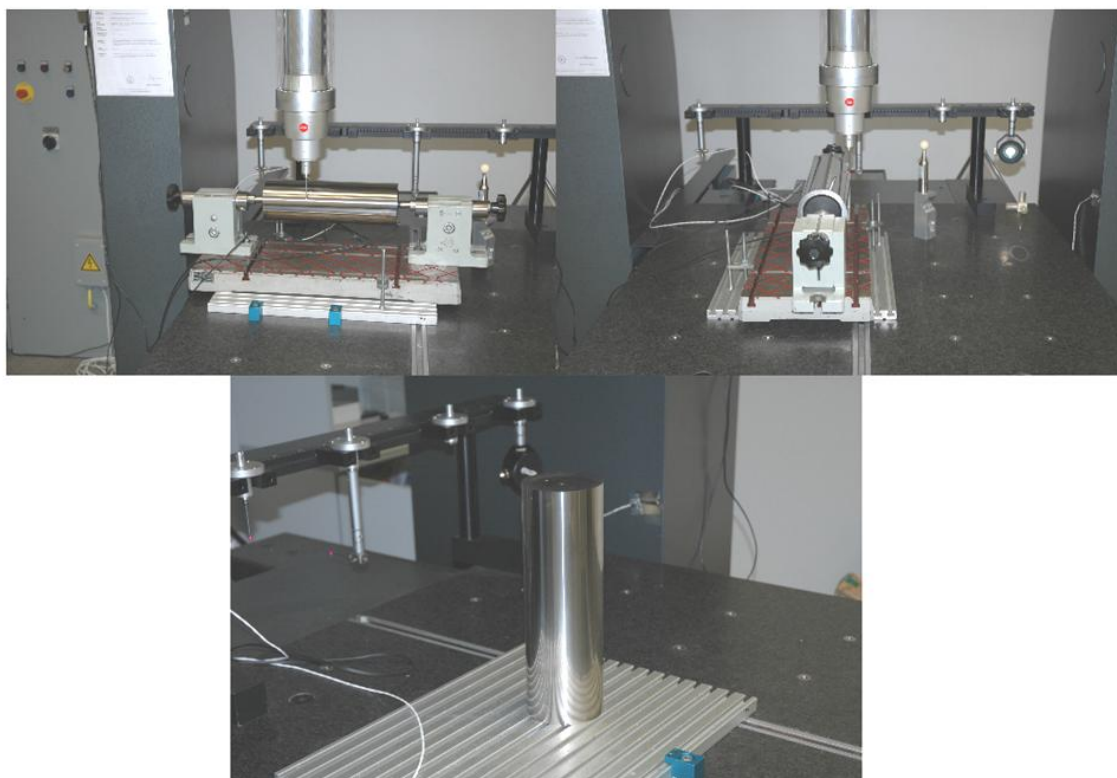
U – niepewność rozszerzona pomiaru (wyznaczona z zastosowaniem sprawdzanego modelu symulacyjnego).

Wytyczne podają jako przykład pomiar wzorca cylindrycznego umieszczonego w różnych obszarach symulowanej przestrzeni pomiarowej. Zalecane orientacje w jakich montowany jest mierzony przedmiot pokazane zostały na rysunku 72.



Rys. 72. Zalecane pozycje wzorca cylindrycznego w trakcie sprawdzania poprawności modelu symulacyjnego [N9-4]

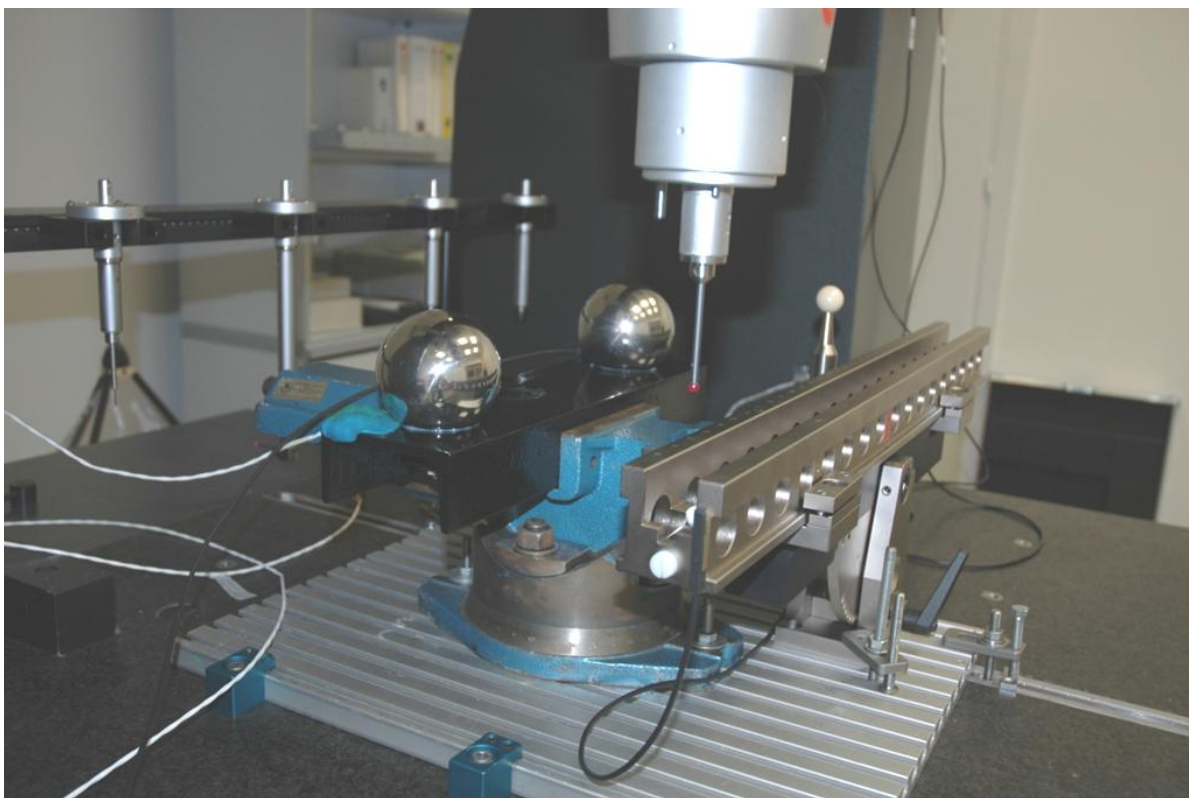
Zgodnie z przedstawionymi wytycznymi wykonano badania cylindrycznego wzorca prostopadłości o średnicy 100 mm. Do pomiarów wybrano pozycje 1-3 zgodnie z rysunkiem 72. Pomiary przeprowadzono z wykorzystaniem różnych strategii pomiarowych. W każdej z wybranych pozycji walec został utworzony z 9, 15 lub 24 punktów pomiarowych. Ocenie poddano wyznaczenie niepewności pomiaru średnicy, błędów kształtu oraz odległości między płaszczyznami czołowymi walca. Szczegółowe wyniki badań zostały podane w kolejnym rozdziale.



Rys. 73. Pomiary wzorca cylindrycznego na modelowanej maszynie współrzędnościowej typu PMM 12106 firmy Leitz

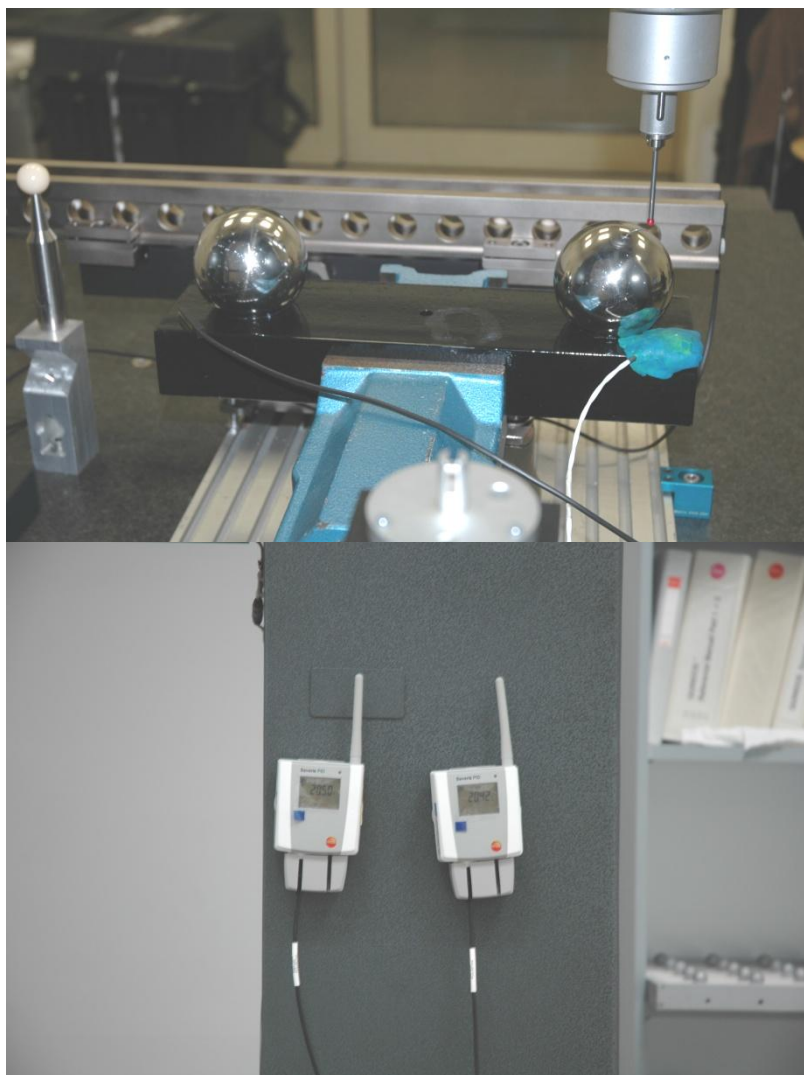
W drugim etapie weryfikacji poprawności utworzonego modelu, wyniki jego pracy były porównywane z niepewnościami wyznaczonymi zgodnie z klasyczną metodą wyznaczania niepewności typu A, metodą porównawczą lub metodą wielopozycyjną.

Do pomiarów wykorzystano opracowany i wykonany w Laboratorium Metrologii Współrzędnościowej wzorzec typu Ball-Bar (który nie przeszedł jeszcze procedury wzorcowania, dlatego traktowany był jako obiekt niewykalibrowany) oraz wzorzec długości Koba Step 620, posiadający świadectwo wzorcowania.



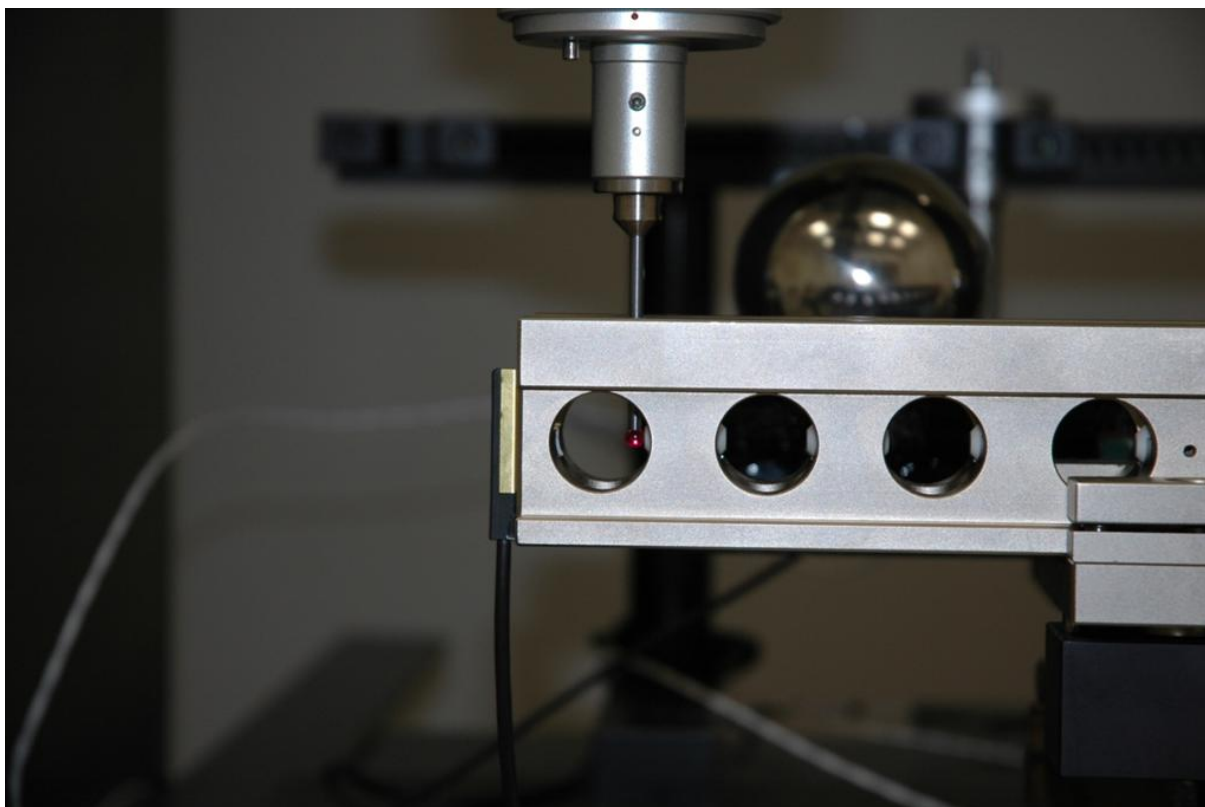
Rys. 74. Mierzone wzorce typu BallBar oraz Koba Step

Pomiary odbyły się na modelowanej maszynie, czyli na maszynie Leitz typu PMM 12106 wyposażonej w mierzącą głowicę pomiarową Leitz. Maszyna ta spełnia wszystkie wymagania sformułowane w rozdziale 5. Do kompensacji temperaturowej każdego z mierzonych przedmiotów zastosowano system dwóch czujników temperatury co umożliwiło wyeliminowanie wpływu współczynnika rozszerzalności cieplnej przedmiotu mierzonego na pomiar (poprzez korekcję błędu systematycznego). Ustawienie czujników można zaobserwować na rys. 74 i 75 na przykładzie wykorzystania czujników przy pomiarze odległości środków dwóch kul. Maszyna pomiarowa wyposażona jest w sprawny wieloczujnikowy system kompensacji termicznej.



Rys. 75. Położenie czujników pomiaru temperatury wraz z systemem transmisji bezprzewodowej do stacji bazowej

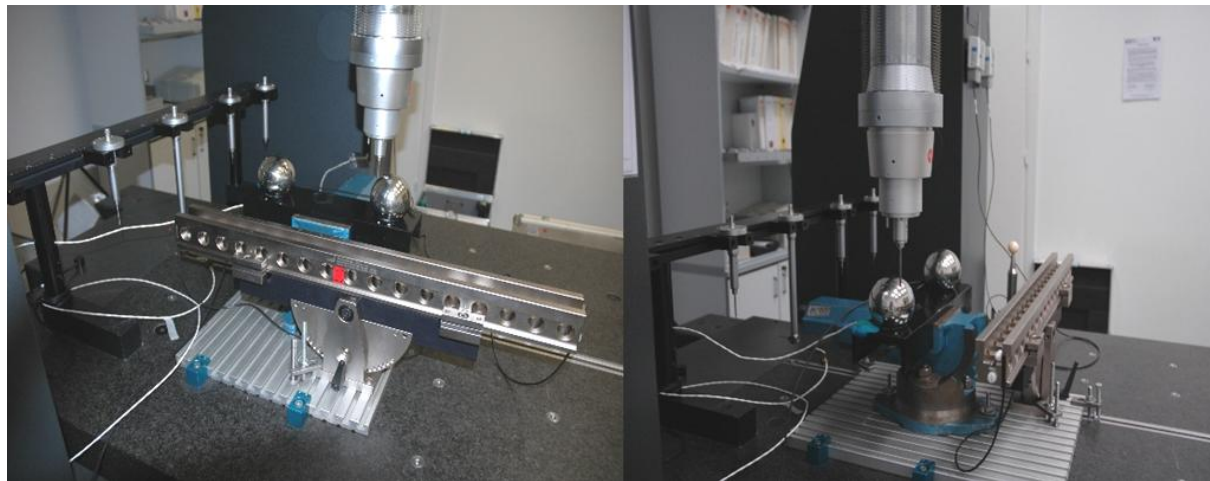
Pomiary odległości pomiędzy dwoma punktami oraz pomiędzy dwoma płaszczyznami zostały zrealizowane na wzorcu stopniowym Koba Step. Pomiary zostały powtórzone 30 krotnie w celu zapewnienia reprezentatywnej próby statystycznej do wyznaczenia niepewności, która w tym przypadku została wyznaczona klasyczną metodą typu A. Otrzymane wyniki zostały następnie porównane z wynikami uzyskanymi na drodze działania modelu Wirtual MC PK, tzn. zrealizowany został pojedynczy pomiar odległości pomiędzy dwoma punktami oraz pojedynczy pomiar odległości pomiędzy płaszczyznami i dla tego pomiaru z wykorzystaniem modelu Wirtual MC PK został wyznaczony wynik wraz z zasymulowaną niepewnością.



Rys. 76. Pomiar odległości pomiędzy dwoma punktami realizowany na wzorcu Koba Step

Pozostałe pomiary, czyli pomiar średnicy kuli, błędów kształtu kuli oraz odległości pomiędzy środkami dwóch kul został zrealizowany na wzorcu typu BallBar. Dla pomiarów błędów kształtu kuli oraz średnicy kuli wyznaczono niepewność realizowanego pomiaru zgodnie z wytycznymi norm [N2-2],[N10] i [N9-4], natomiast dla pomiaru odległości pomiędzy dwoma środkami kul z zastosowaniem metody wielopozycyjnej (opisanej w rozdz. 3.2.2) oraz porównawczej (opisanej w rozdz. 3.2.1). Rysunek 77 przedstawia pomiary BallBar'a wykonane zgodnie z wytycznymi metody wielopozycyjnej. Uzyskane wyniki zostały następnie porównane z wynikami działania modelu Wirtual MC PK. Jako wymaganego wzorca długości użyto odpowiednich stopni wzorca Koba. Przy pomiarach realizowanych zgodnie z wytycznymi metody porównawczej mierzona długość na wzorcu została tak dobrana aby spełnić warunki porównywalności. Również strategia pomiarowa pomiaru realizowanego na przedmiocie mierzonym i na wzorcu powinna być zgodna. Dlatego też pomiary wzorca Koba były wykonywane w następujący sposób. Najpierw mierzono dwie płaszczyzny na tym samym wałeczku pomiarowym. Następnie wyznaczano płaszczyznę symetrii pomiędzy zmierzonymi płaszczyznami. W dalszej części pomiaru powtarzano tę czynność dla kolejnych dwóch płaszczyzn na innym wałeczku pomiarowym. Wartość zmierzona na wzorcu jest reprezentowana przez odległość pomiędzy dwoma płaszczyznami

symetrii dwóch różnych wałeczków pomiarowych. W ten sposób przeprowadzono pomiary pośrednie o zbliżonej strategii pomiarowej co pomiar odległości pomiędzy dwoma środkami kul.



Rys. 77. Pomiar wzorca BallBar zgodnie z wytycznymi metody wielopozycyjnej

10. Analiza wyników i ocena modelu

Wyniki przeprowadzonych badań i symulacji weryfikujących opracowany model, zgodnie z opisanymi w poprzednim rozdziale dwoma etapami zaprezentowano poniżej:

Etap 1:

Przeprowadzono pomiary wzorca cylindrycznego ustawionego w pozycjach zgodnych z rysunkiem 72 [N9-4]. Pomiary wykonano stosując za każdym razem inną strategię pomiarową. Wyniki dla pozycji nr 1:

- walec utworzony metodą Gaussa z 9 punktów (symbole w tabelach od 9 do 17 zgodne z równaniem (27)):

Tabela 9. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 1, walec opisany na 9 punktach

Mierzona cecha	y	y_k	U	U_k
Średnica walca	100,24542	100,24549	0,00095	0,00069
Błędy kształtu	0,00160	0,00158	0,00061	0,00029

- walec utworzony metodą Gaussa z 15 punktów:

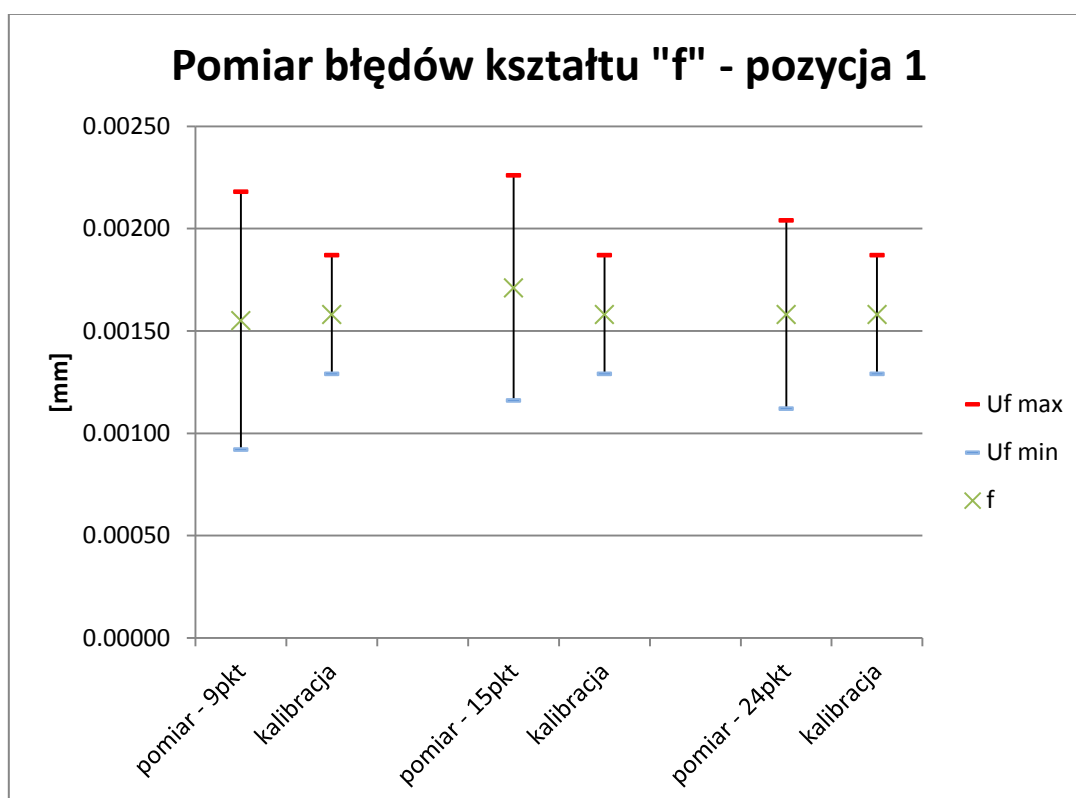
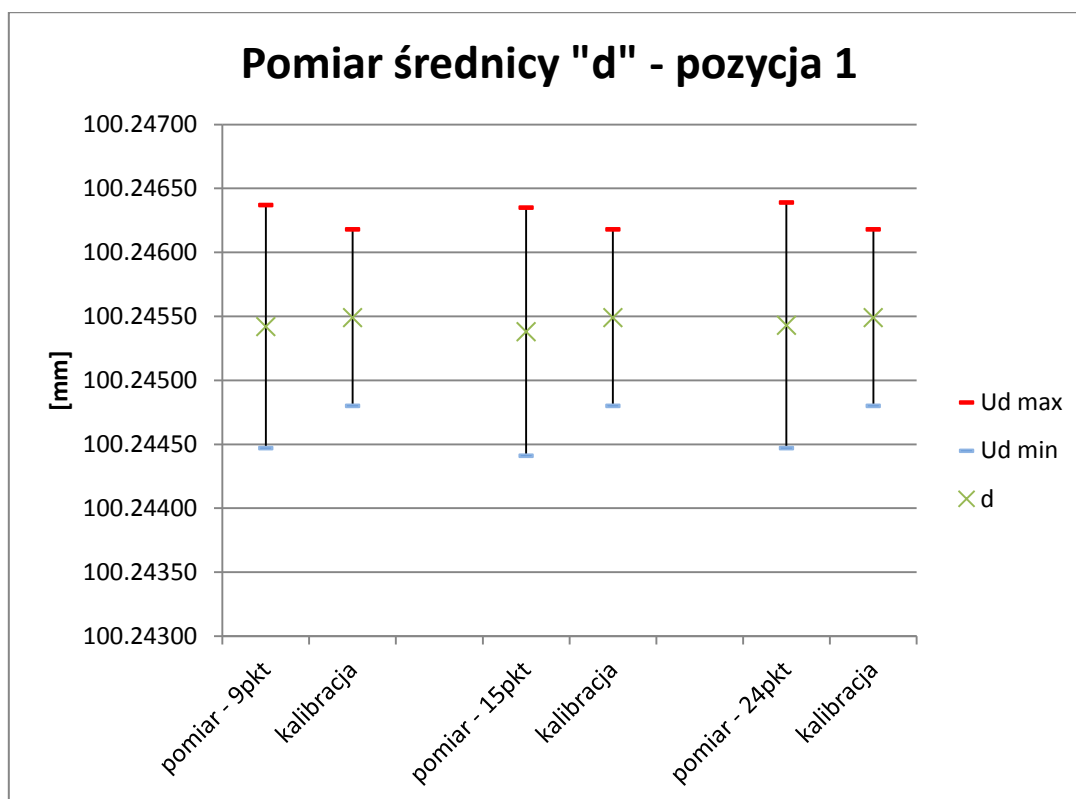
Tabela 10. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 1, walec opisany na 15 punktach

Mierzona cecha	y	y_k	U	U_k
Średnica walca	100,24538	100,24549	0,00097	0,00069
Błędy kształtu	0,00187	0,00158	0,00056	0,00029

- walec utworzony metodą Gaussa z 24 punktów:

Tabela 11. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 1, walec opisany na 24 punktach

Mierzona cecha	y	y_k	U	U_k
Średnica walca	100,24543	100,24549	0,00096	0,00069
Błędy kształtu	0,00169	0,00158	0,00043	0,00029



Rys. 78. Wyniki weryfikacji modelu: wyniki pomiarów średnicy i błędów kształtu odniesione do wyników kalibracji wzorca cylindrycznego – Pozycja 1

Wyniki dla pozycji nr 2:

- walec utworzony metodą Gaussa z 9 punktów:

Tabela 12. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 2, walec opisany na 9 punktach

Mierzona cecha	y	y_k	U	U_k
Średnica walca	100,24599	100,24549	0,00088	0,00069
Błędy kształtu	0,00155	0,00158	0,00063	0,00029

- walec utworzony metodą Gaussa z 15 punktów:

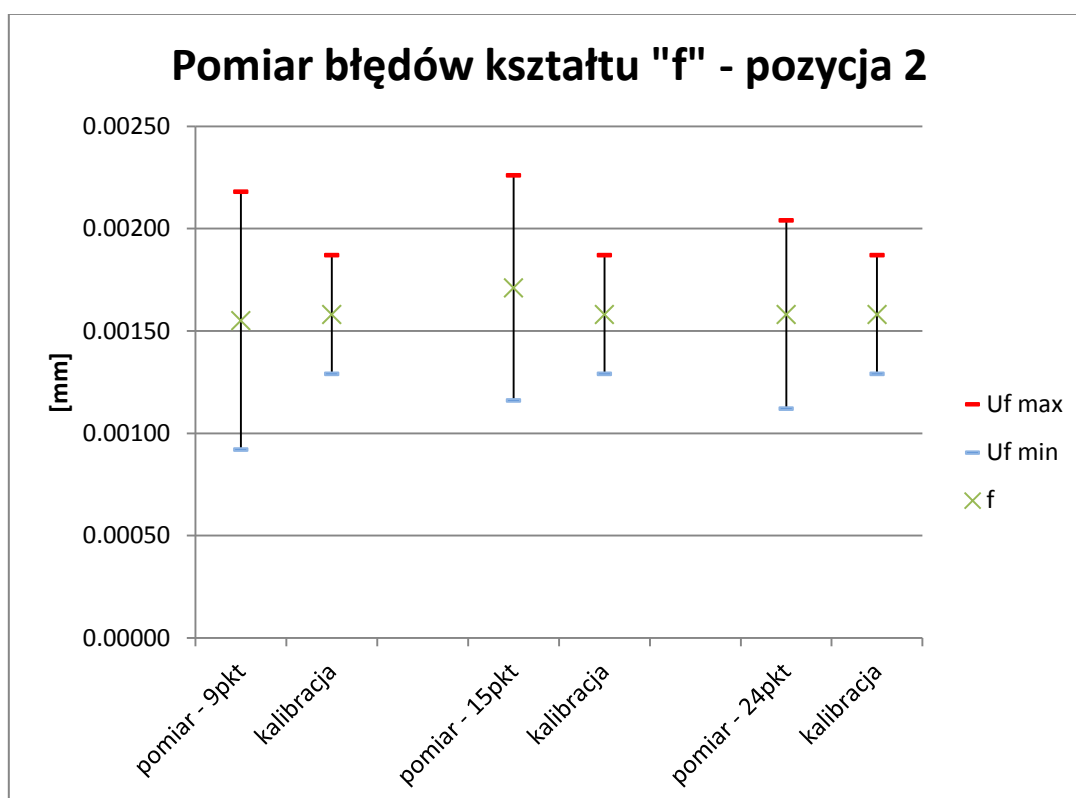
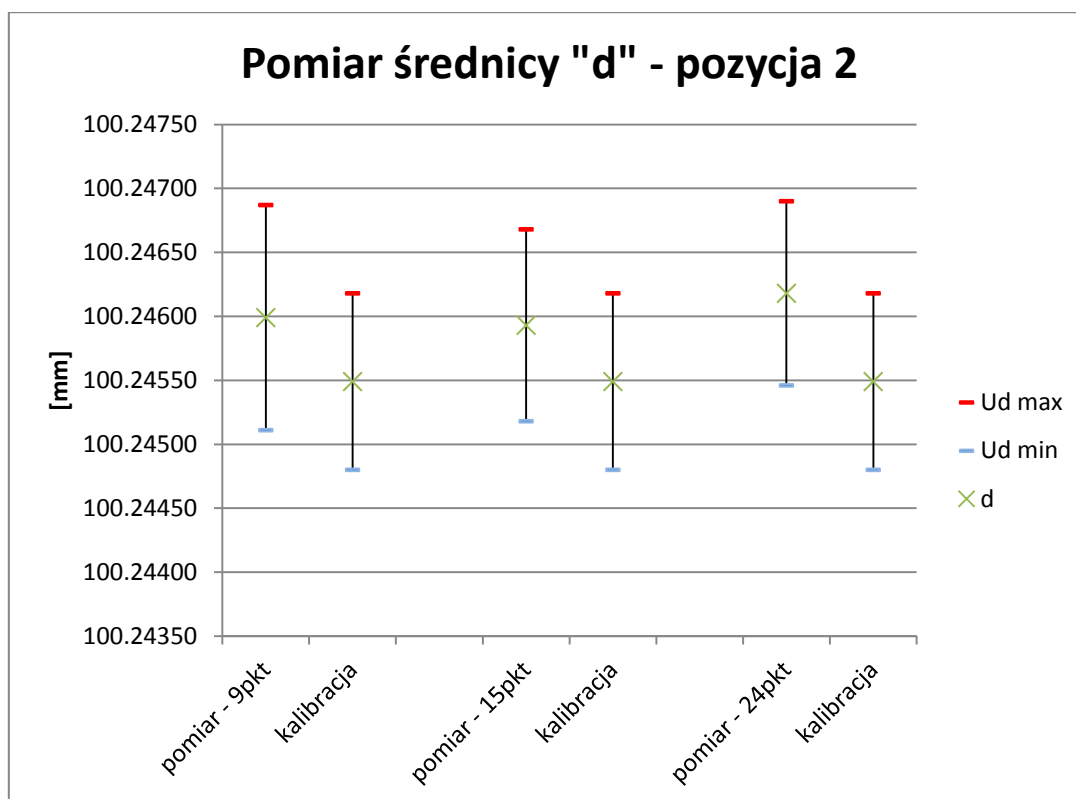
Tabela 13. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 2, walec opisany na 15 punktach

Mierzona cecha	y	y_k	U	U_k
Średnica walca	100,24593	100,24549	0,00075	0,00069
Błędy kształtu	0,00171	0,00158	0,00055	0,00029

- walec utworzony metodą Gaussa z 24 punktów:

Tabela 14. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 2, walec opisany na 24 punktach

Mierzona cecha	y	y_k	U	U_k
Średnica walca	100,24618	100,24549	0,00072	0,00069
Błędy kształtu	0,00158	0,00158	0,00046	0,00029



Rys. 79. Wyniki weryfikacji modelu: wyniki pomiarów średnicy i błędów kształtu odniesione do wyników kalibracji wzorca cylindrycznego – Pozycja 2

Wyniki dla pozycji nr 3:

- walec utworzony metodą Gaussa z 9 punktów:

Tabela 15. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 3, walec opisany na 9 punktach

Mierzona cecha	y	y_k	U	U_k
Średnica walca	100,24599	100,24549	0,00082	0,00069
Błędy kształtu	0,00138	0,00158	0,00059	0,00029

- walec utworzony metodą Gaussa z 15 punktów:

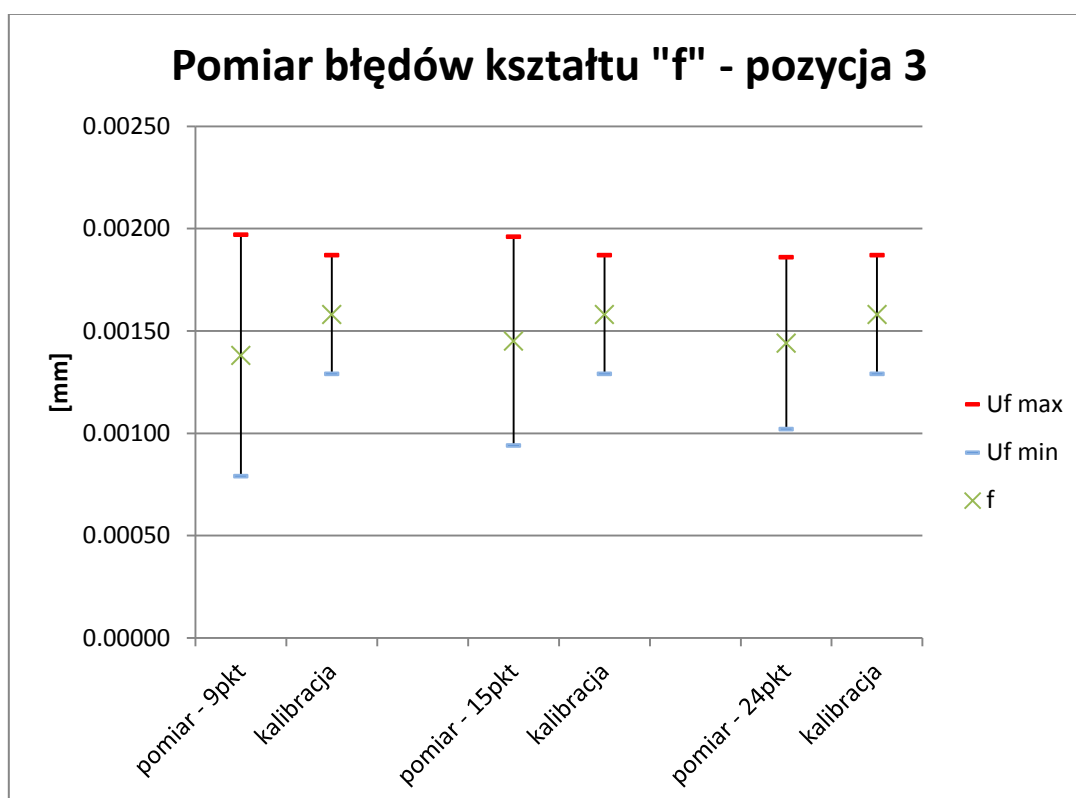
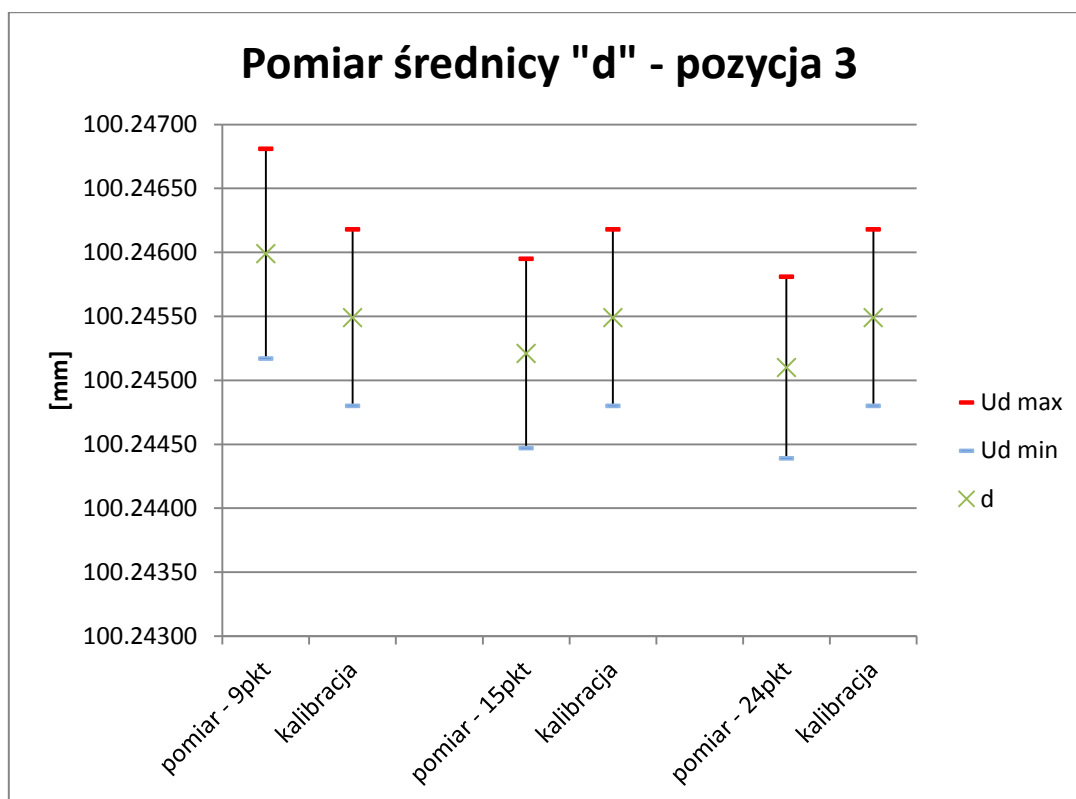
Tabela 16. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 3, walec opisany na 15 punktach

Mierzona cecha	y	y_k	U	U_k
Średnica walca	100,24521	100,24549	0,00074	0,00069
Błędy kształtu	0,00145	0,00158	0,00051	0,00029

- walec utworzony metodą Gaussa z 24 punktów:

Tabela 17. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 3, walec opisany na 24 punktach

Mierzona cecha	y	y_k	U	U_k
Średnica walca	100,24510	100,24549	0,00071	0,00069
Błędy kształtu	0,00144	0,00158	0,00042	0,00029

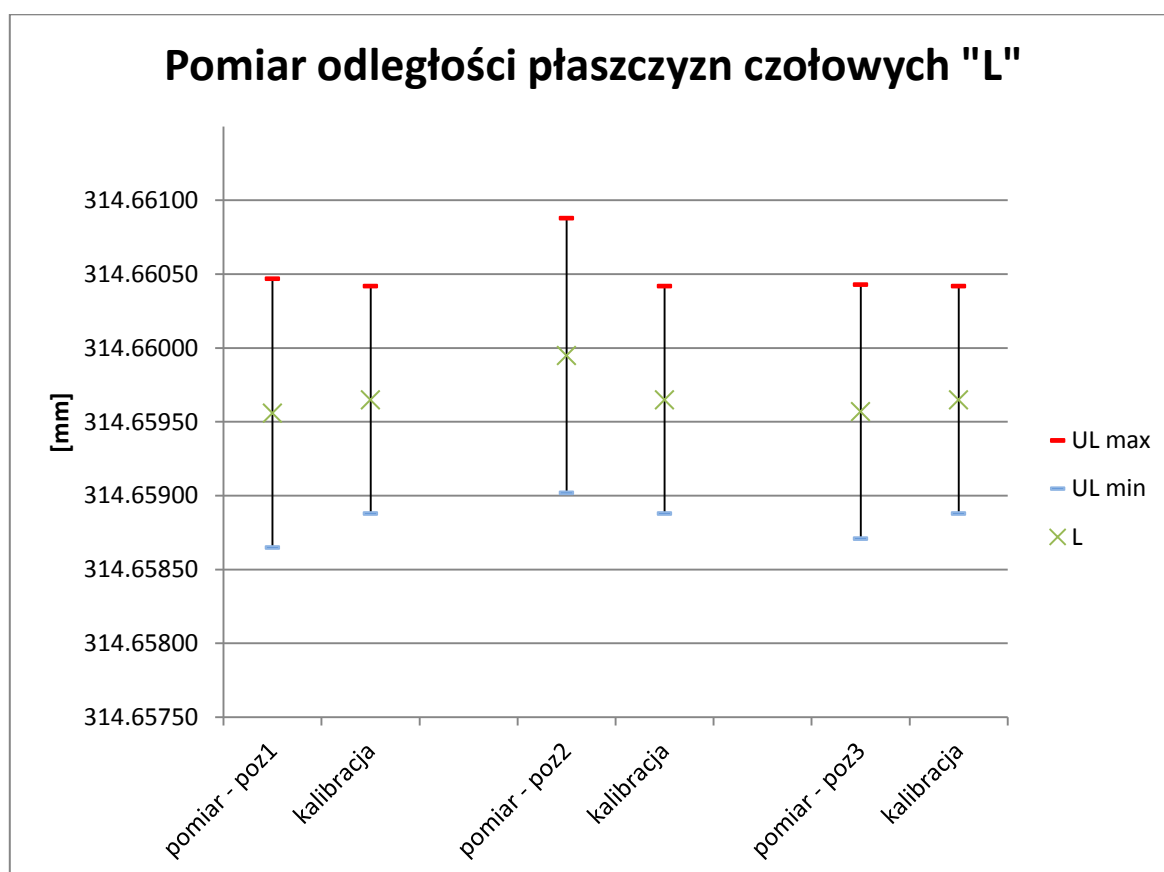


Rys. 80. Wyniki weryfikacji modelu: wyniki pomiarów średnicy i błędów kształtu odniesione do wyników kalibracji wzorca cylindrycznego – Pozycja 3

Wykonano również pomiary odległości płaszczyzn czołowych wzorca. Każda z płaszczyzn mierzona była w 6 punktach. Wyniki zostały zaprezentowane w tabeli nr 18.

Tabela 18. Wyniki pomiarów odległości płaszczyzn czołowych wzorca cylindrycznego

Odległość płaszczyzn czołowych	y	y_k	U	U_k
Pozycja 1	314,65956	314,65965	0,00091	0,00077
Pozycja 2	314,65995	314,65965	0,00093	0,00077
Pozycja 3	314,65957	314,65965	0,00086	0,00077



Rys. 81. Wyniki weryfikacji modelu: wyniki pomiarów odległości płaszczyzn czołowych odniesione do wyników kalibracji wzorca cylindrycznego

Dla wszystkich przedstawionych powyżej wyników prawdziwa jest zależność opisana równaniem (20) więc zbudowany model jest zgodny z zaleceniami [N9-4] czyli należy go uznać za działający poprawnie.

Etap 2:

a) pomiary odległości pomiędzy dwoma punktami

Zmierzone zostały dwa punkty, których nominalna odległość zgodna ze świadectwem wzorcowania wynosi $d = 420,98020$ mm. Wyniki przedstawiają się następująco:

Tabela 19. Porównanie wyników pomiarów odległości między dwoma punktami wraz z niepewnościami

	odległość, mm	niepewność standardowa, mm
Wielokrotny pomiar/ niepewność typu A	419.98064	0.00010
Jednokrotny pomiar/ niepewność z modelu MC PK	419.98047	0.00008

b) pomiary odległości pomiędzy dwoma płaszczyznami

Zmierzone zostały dwie płaszczyzny na wałeczkach pomiarowych wzorca Koba, których nominalna odległość zgodna ze świadectwem wzorcowania wynosi $d = 259,98365$ mm. Każda z płaszczyzn została zmierzona w czterech punktach. Wyniki przedstawiają się następująco:

Tabela 20. Porównanie wyników pomiarów odległości między dwoma płaszczyznami wraz z niepewnościami


	odległość, mm	niepewność standardowa, mm
Wielokrotny pomiar/ niepewność typu A	259.98343	0.00007
Jednokrotny pomiar/ niepewność z modelu MC PK	259.98342	0.00005

c) pomiary średnicy kuli


Zmierzona została średnica kuli nr 1 na wzorcu typu BallBar. Kula mierzona była w 15 punktach. Tak jak wcześniej wspomniano wzorzec nie posiada świadectwa kalibracji, także nie jest znana wartość poprawna zmierzonej długości. Wyniki przedstawiają się następująco:

Tabela 21. Porównanie wyników pomiarów średnicy kuli wraz z niepewnościami

	odległość, mm	niepewność standardowa, mm
Wielokrotny pomiar/ niepewność wyznaczona metodą wielopozycyjną	79.99896	0.00076
Jednokrotny pomiar/ niepewność z modelu MC PK	79.99853	0.00056

Quindos Measuring Report							
3D-Application Center							
Description		Customer					
Drawing Number		Serial Number					
Remarks		Article Number					
Supplier		Delivery Date					
Delivery Note		Delivery Volume					
Lot Number		Lot Size					
Test Schedule		Sample Size					
Production Machine		Production Tool					
Production Date		Production Time					
Order		Department					
Inspector	AG	Inspection Date	23-MAR-2011, 19:14:56				
Measuring Device	RMT 12 10 6 #4711	Measuring Program	Quindos7 - V 7.5.10317				
User Name	Adam	WKP Name	BALLBAR250				
Text	Eval.	Actual	Nominal	Up.To l.	Low.To l.	Act-Nom	Graphic
u(KULA1_DM) = 0.000560							

KULA1 **SPH**

DM	79.998529	80.000000	0.000500	-0.000500	-0.001471	
----	-----------	-----------	----------	-----------	-----------	---

Rys. 82. Przykładowy raport z programu Quindos prezentujący wynik pojedynczego pomiaru z niepewnością

d) pomiary błędów kształtu kuli

Zmierzona została kula nr 1 na wzorcu typu BallBar. Kula mierzona była w 15 punktach. Wyznaczone zostały błędy kształtu mierzonej kuli. Wyniki przedstawiają się następująco:

Tabela 22. Porównanie wyników pomiarów błędu kształtu kuli wraz z niepewnościami

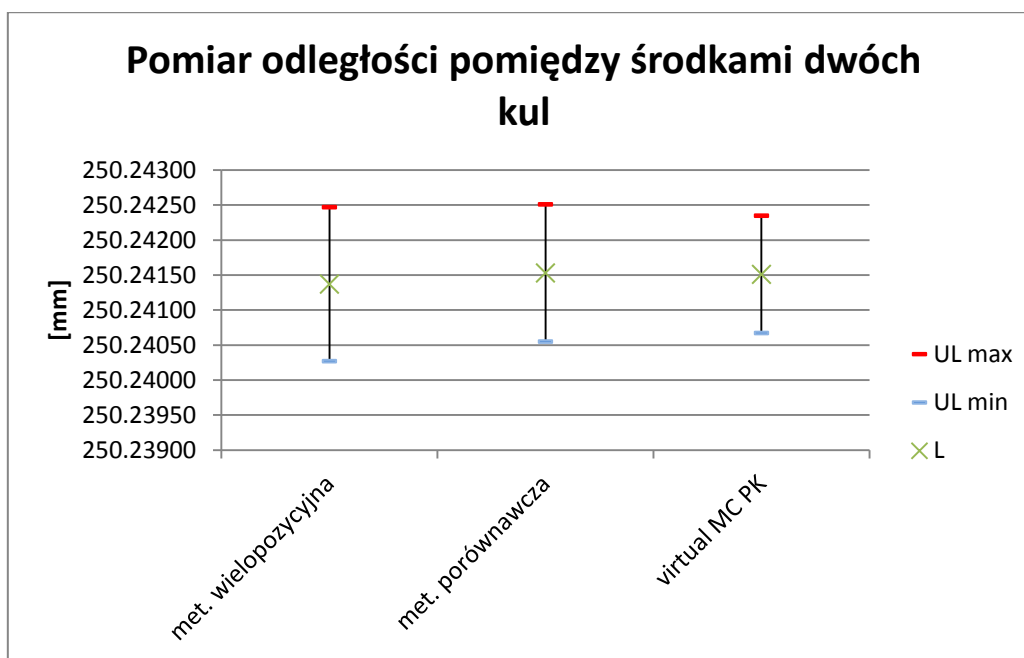
	odległość, mm	niepewność standardowa, mm
Wielokrotny pomiar/ niepewność wyznaczona metodą wielopozycyjną	0.00097	0.00074
Jednokrotny pomiar/ niepewność z modelu MC PK	0.00139	0.00044

e) pomiary odległości pomiędzy środkami dwóch kul

Zmierzone zostały dwie kule na wzorcu typu BallBar. Każda kula mierzona była w 15 punktach. Następnie wyznaczono trójwymiarową odległość pomiędzy środkami kul. Wyniki przedstawiają się następująco:

Tabela 23. Porównanie wyników pomiarów odległości pomiędzy środkami dwóch kul wraz z niepewnościami

	odległość, mm	niepewność rozszerzona, mm
Wielokrotny pomiar/ niepewność wyznaczona metodą wielopozycyjną	250.24137	0.00110
Wielokrotny pomiar/ niepewność wyznaczona metodą porównawczą	250.24153	0.00098
Jednokrotny pomiar/ niepewność z modelu MC PK	250.24151	0.00084



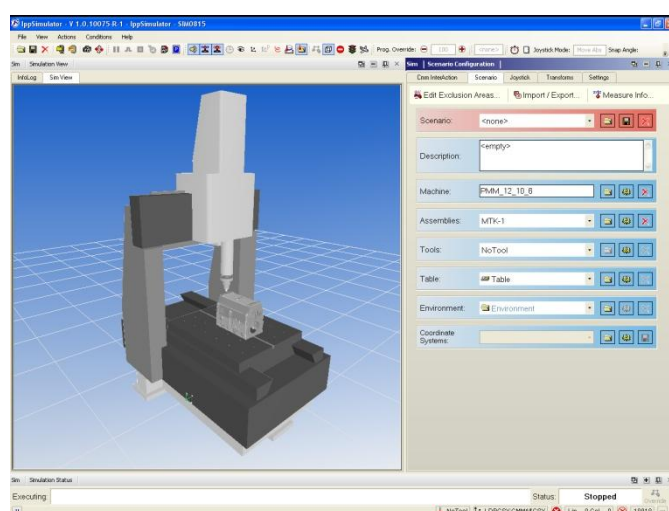
Rys. 83. Porównanie wyników pomiarów odległości pomiędzy środkami dwóch kul

Jak wynika z przedstawionych powyżej wyników badań zaprezentowanych na rys. 78-83 różnice pomiędzy rezultatami otrzymywanymi przy zastosowaniu modelu Wirtual MC PK i metod klasycznych są na tyle niewielkie, że można uznać opracowany model za poprawny i dobrze odwzorowujący obszar niepewności rzeczywistego pomiaru realizowanego na maszynie typu PMM 12106. Można więc uznać metodę w zakresie przeprowadzonych badań za zwalidowaną. Oczywiście każdorazowo konieczna jest walidacja dla innych maszyn, dla których opracowuje się model Wirtual MC PK. Z punktu praktycznego zastosowania i adaptacji metody interesująca byłaby jej walidacja dla maszyny o niższej dokładności, a szczególnie o konstrukcji swobodnej (przykładowo DEA Global, czy Zeiss Eclipse) pracującej w warunkach klimatyzacji przemysłowej, gdzie uwidacznia się w pełni funkcjonowanie aktywnego systemu macierzy korekcji CAA.

11. Zastosowanie modelu Wirtual MC PK w połączeniu z Simulatorem I++

Utworzony model może zostać zaimplementowany na Simulatorze I++, tworząc razem z nim pełny wirtualny system pomiarowy, który może być stosowany zarówno do celów edukacyjnych jak i przemysłowych.

Simulator I++ firmy Messtechnik Wetzlar to zaawansowany system oprogramowania, umożliwiający symulowanie pomiarów dokonywanych na różnorodnych maszynach pomiarowych. Możliwe jest dzięki niemu odtworzenie konstrukcji geometrycznej większości maszyn pomiarowych dostępnych na rynku. Oprócz samych maszyn program posiada również rozległą bazę dotyczącą głowic pomiarowych, końcówek pomiarowych, magazynów oraz innych komponentów wykorzystywanych w pracy z Współrzędnościową Maszyną Pomiarową. Możliwe jest również importowanie części do pomiarów w postaci modeli CAD. Dzięki temu użytkownik jest w stanie zasymulować pomiar niemal dowolnej części (jedynym ograniczeniem jest posiadanie modelu CAD) na różnych typach maszyn (wybranych z bazy programu lub zdefiniowanych przez użytkownika) skonfigurowanych w różnorodny sposób. Simulator współpracuje z najpopularniejszymi programami metrologicznymi, które obsługują protokół I++.DME. W LMW PK wykorzystywany jest we współpracy z oprogramowaniem Quindos. Stanowi on nieocenioną pomoc w nauce programowania współrzędnościowych maszyn pomiarowych oraz przy opracowaniu programów pomiarowych, które po przetestowaniu na symulatorze mogą zostać bezpośrednio wykorzystane na rzeczywistych maszynach.



Rys. 84. Simulator I++ firmy Messtechnik Wetzlar współpracujący z oprogramowaniem Quindos

Pomiar na symulatorze odbywa się w podobny sposób jak na prawdziwej maszynie pomiarowej. Maszyną można sterować z zastosowaniem joysticka podłączonego do komputera lub poprzez programowanie jej z poziomu aplikacji metrologicznych. Możliwe do zasymulowania są zarówno pomiary manualne jak i automatyczne. Dzięki opcji sterowania kamerą, przy pomocy której obserwowana jest maszyna i jej przestrzeń pomiarowa istnieje możliwość łatwego podglądu położenia przedmiotu mierzonego przez co kontrolowanie maszyny w trakcie pomiarów staje się o wiele prostsze. Istnieje również możliwość definiowania własnych widoków dopasowanych do potrzeb operatora i realizowanego zadania pomiarowego.

Oprócz oczywistych zalet symulatora jeśli idzie o wykorzystanie go w celach edukacyjnych ma on również wiele zalet, które pozwalają na jego stosowanie w badaniach naukowych czy realizacjach przemysłowych. Główną z nich jest możliwość pisania i testowania programów pomiarowych. Aby napisać program nie jest już konieczne posiadanie mierzonego elementu teraz wystarczający jest model CAD. Wcześniej, w większości programów metrologicznych, również istniała możliwość pisania programów off-line, jednakże nie było możliwości sprawdzenia poprawności napisanego programu i w związku z tym utworzone w ten sposób programy musiały być modyfikowane w trakcie rzeczywistych pomiarów. Nie było również możliwości programowania maszyny „przez naukę” co z wykorzystaniem Simulatora jest możliwe. Gotowy i sprawdzony program może być bezpośrednio przeniesiony na rzeczywistą maszynę. Niesie to również za sobą możliwość wykorzystania Simulatora do pisania programów pomiarowych w sytuacjach kiedy jest to utrudnione na rzeczywistych przedmiotach mierzonych, np. przy pomiarach nano.

Głównym mankamentem Simulatora jest uproszczony sposób symulowania dokładności maszyny. W obecnej postaci program nie uwzględnia rzeczywistych błędów maszyn oraz głowic pomiarowych. Zmienność otrzymywanych przy pomiarach wyników jest spowodowana jedynie niedokładnością wykonania modeli CAD (ograniczoną rozdzielczością z jaką mogą one być zapisane w formacie cyfrowym) oraz parametrem dokładności przejmowania punktów, który użytkownik może w dowolny sposób zdefiniować.

W związku z powyższym, autor postanowił wykorzystać opracowany model Wirtual MC PK w celu symulacji rzeczywistych błędów maszyn i głowic pomiarowych w Simulatorze I++. Dzięki temu możliwe jest utworzenie w pełni wirtualnej maszyny pomiarowej, która służyć może do prognozowania dokładności pomiarów współrzędnościowych, doboru najlepszych strategii pomiarowych, co w świetle badań opisanych w [4,13,16,28,112,113,114,115,130,131,133] jest wykonalne, oraz do prowadzenia

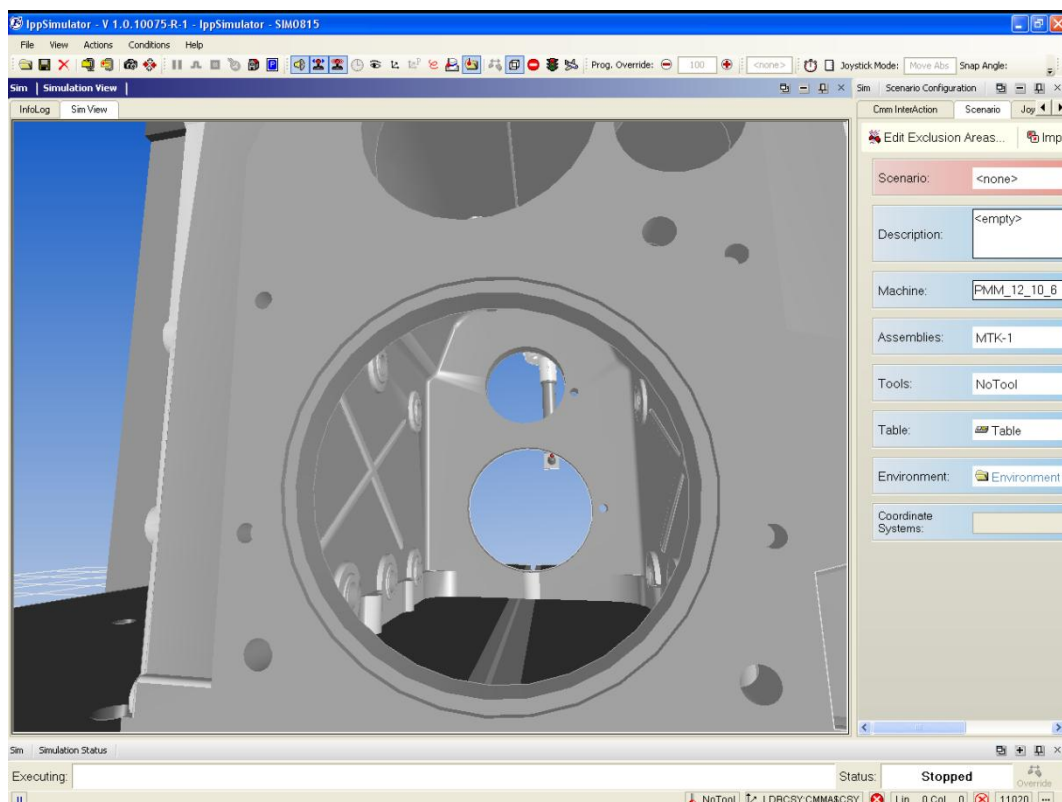
dalszych badań nad dokładnością maszyn pomiarowych w warunkach symulacyjnych co znacznie zmniejszy obciążenie rzeczywistych maszyn pomiarowych, którymi dysponuje dane laboratorium.

Ponieważ model Wirtual MC PK oparty jest na współpracy środowiska programistycznego Python z oprogramowaniem metrologicznym Quindos, może być bez większych modyfikacji zastosowany w połączeniu z Simulatorem I++, który również współdziała z programem Quindos. Konieczne jest jedynie zainstalowanie środowiska Python, które jest oprogramowaniem typu otwartego i nie ma dużych wymagań sprzętowych. Model Wirtual MC PK mógłby być również po odpowiednich modyfikacjach wykorzystany do współpracy z innymi oprogramowaniami metrologicznymi bazującymi na protokole I++.

Działanie modelu w połączeniu z Simulatorem I++ polega na symulowaniu błędów reszkowych maszyny pochodzących od jej układu kinematycznego, zakładając stosowanie na symulowanej maszynie sprawnego systemu kompensacji błędów geometrycznych oraz na symulowaniu błędów głowicy pomiarowej. Symulacja przebiega w sposób podany w rozdziale 8. Jako dane wejściowe wykorzystuje współrzędne punktów pomiarowych (symulacja reszkowych błędów kinematycznych) oraz wektory najazdu na mierzony przedmiot (symulacja błędów głowicy pomiarowej). W jej wyniku otrzymuje się punkt obciążony rzeczywistymi błędami symulowanej maszyny. Oczywiście, aby poznać te błędy konieczne są wcześniejsze badania (zgodne z tymi zaprezentowanymi w rozdziale 7) na rzeczywistym systemie pomiarowym. Istnieje również możliwość założenia zmienności błędów symulowanej maszyny pomiarowej poprzez modyfikację macierzy M (rys. 69) zawierającej dane dotyczące błędów odtworzenia 56 punktów referencyjnych oraz macierzy B (rys. 71) zawierającej błędy głowicy pomiarowej w zależności od kątów wychylenia trzpienia pomiarowego. W takim przypadku nie wymagane są żadne dodatkowe pomiary.

Działanie modelu razem z Simulatorem I++ zostało sprawdzone dla dwóch podstawowych zadań pomiarowych. Wykonano pomiar średnicy otworu w korpusie silnika oraz pomiar odległości dwóch płaszczyzn, a następnie zasymulowano niepewności realizowanych pomiarów.

Rysunek 85 przedstawia pomiar średnicy otworu w korpusie silnika, dalsze rysunki obrazują wyniki pomiarów. Otwór mierzony był w dwóch przekrojach po 12 punktów co w sumie daje 24 punkty pomiarowe.

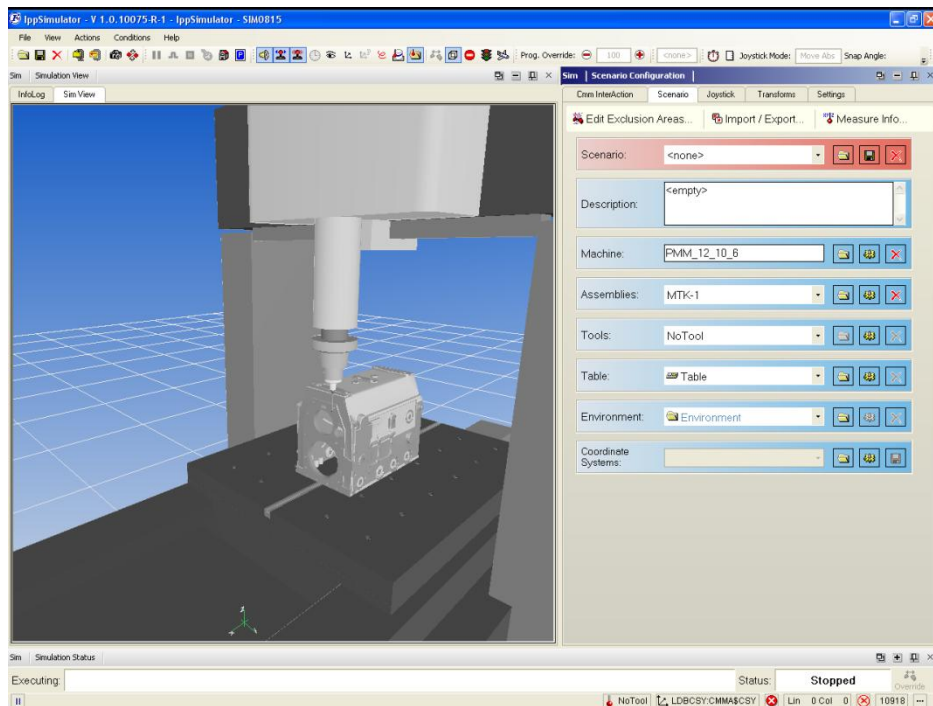


Rys. 85. Pomiary średnicy otworu w korpusie silnika zrealizowane w Simulatorze I++

Quindos Measuring Report				3D-Application Center			
Description		Customer		Serial Number			
Drawing Number		Article Number		Delivery Date			
Remarks		Delivery Volume		Lot Number			
Supplier		Lot Size		Test Schedule			
Delivery Note		Sample Size		Production Machine			
Lot Number		Production Tool		Production Date			
Test Schedule		Production Time		Order			
Production Machine		Department		Inspector	AG	Inspection Date	23-MAR-2011, 19:14:56
Production Date		Inspection Date	23-MAR-2011, 19:14:56	Measuring Device	RMT 12 10 6 #4711	Measuring Program	Quindos7 - V 7.5.10317
Order		Measuring Program	Quindos7 - V 7.5.10317	User Name	Adam	WKP Name	BALLBAR250
Inspector	AG	WKP Name	BALLBAR250				
Measuring Device	RMT 12 10 6 #4711						
User Name	Adam						
Text	Eval.	Actual	Nominal	Up.Tol.	Low.Tol.	Act-Nom	Graphic
U(CYL_KORPUS_DM) = 0.00098							
CYL_KORPUS				CYL			
DM		100.246033	0.000000	0.050000	-0.050000	100.246033	

Rys. 86. Wyniki pomiarów średnicy otworu w korpusie silnika zrealizowane w Simulatorze I++ wraz z niepewnością pomiaru uzyskaną w wyniku działania modelu Wirtual MC PK

Rysunek 87 przedstawia pomiar odległości płaszczyzn w korpusie silnika, dalsze rysunki obrazują wyniki pomiarów. Każda z płaszczyzn mierzona była w 8 punktach.



Rys. 87. Pomiar odległości płaszczyzn w korpusie silnika zrealizowany w Simulatorze I++

Quindos Measuring Report				3D-Application Center			
Description		Customer					
Drawing Number		Serial Number					
Remarks		Article Number					
Supplier		Delivery Date					
Delivery Note		Delivery Volume					
Lot Number		Lot Size					
Test Schedule		Sample Size					
Production Machine		Production Tool					
Production Date		Production Time					
Order		Department	LMW PK				
Inspector	AG	Inspection Date	29-MAR-2011, 18:10:54				
Measuring Device	RMT 12 10 6 #4711	Measuring Program	Quindos7 - V 7.5.10317				
User Name	Adam	WKP Name	KORPUS				
Text	Eval.	Actual	Nominal	Up.Tol.	Low.Tol.	Act-Nom	Graphic
U(DIS_PLN)=0.00117							

DIS_PLN **AXI**
 DY 510.522842 0.000000 0.050000 -0.050000 510.522842

Rys. 88. Wyniki pomiarów odległości płaszczyzn zrealizowane w Simulatorze I++ wraz z niepewnością pomiaru uzyskaną w wyniku działania modelu Wirtual MC PK

12. Wnioski i kierunki dalszych badań

Przeprowadzone rozważania teoretyczne oraz wyniki zrealizowanych w ramach tej pracy badań pozwalają na sformułowanie wniosków. Z uwagi na możliwy obszar ich zastosowań podzielono je na wnioski poznawcze i użytkowe:

Poznawcze:

1. Dla modelowanej maszyny pomiarowej, słuszna okazała się hipoteza o możliwości przeniesienia zagadnienia modelowania dokładności maszyn pomiarowych w obszar błędów przypadkowych, przy założeniu sprawnego działania układów kompensacji błędów systematycznych maszyny.
2. Określenie niepewności pomiarów jest podstawową miarą ich dokładności, jest też koniecznym warunkiem przydatności wyników pomiarów z punktu widzenia ocenianej technologii czy wykonanej konstrukcji.
3. Możliwość budowy modeli WMP w postaci maszyny wirtualnej pozwala na realizację oceny dokładności *on line* praktycznie każdego zadania pomiarowego.
4. Obszar niepewności dla dowolnego punktu w kierunku 3 współrzędnych ma kształt elipsoidy, której parametry są wyznaczalne i mogą być wyznaczone np. poprzez eksperyment.
5. Oparcie koncepcji modelowania WMP o tzw. model błędów kinematycznych nie uwzględnia innych identyfikowalnych doświadczalnie składowych błędów sumarycznego. Takiej wady pozbawiony jest model oparty o zastosowanie systemu Laser Tracer i metody multilateracji zbudowany w oparciu o macierz błędów wyznaczonych w punktach referencyjnych.
6. Możliwe jest eksperymentalne wyznaczenie składowych błędów przypadkowych zarówno dla układu kinematycznego maszyny jak i dla głowic pomiarowych.
7. Słuszność zastosowania metody Monte Carlo do modelowania dokładności systemów współrzędnościowych została wykazana w wyniku przeprowadzonych badań i symulacji.
8. Metoda Monte Carlo ze względu na swą istotę, polegającą na losowym próbkowaniu z rozkładów prawdopodobieństwa, jest metodą która dobrze nadaje się do zastosowania w symulacyjnych metodach oceny dokładności pomiarów.
9. Na podstawie przeprowadzonych badań porównawczych z wykorzystywanymi metodami, których poprawność działania jest zwalidowana można stwierdzić, że

opracowany model również działa w poprawny sposób i jest przydatny w zadaniu ewaluacji dokładności współrzędnościowych systemów pomiarowych.

10. Poprawność działania opracowanego systemu Wirtual MC PK została również potwierdzona, na podstawie badań przeprowadzonych zgodnie z zaleceniami VDI/VDE 2617 cz.7.

Utylitarne:

1. Możliwe jest opracowanie kompleksowej metody oceny dokładności WMP w oparciu o wyznaczenie jej błędów resztkowych w punktach referencyjnych.
2. Opracowana siatka punktów referencyjnych wyznaczona z zastosowaniem LaserTracer'ów lepiej charakteryzuje dokładnościowo WMP niż metody oparte o kontrolny pomiar długości.
3. Opracowana metoda wirtualna w postaci Wirtual MC PK jest skutecznym systemem do oceny dokładności *on line* realizowanych pomiarów i może być stosowana przy wyznaczaniu niepewności pomiarów współrzędnościowych przy zachowaniu następujących założeń:
 - a) maszyna musi być wyposażona w dobrze zaprojektowaną i skuteczną macierz korekcji błędów CAA,
 - b) maszyna musi być wyposażona w aktywny system kompensacji termicznej,
 - c) system kompensacji temperaturowej kompensujący błędy pochodzące od wpływu temperatury na przedmiot mierzony musi składać się przynajmniej z dwóch czujników temperaturowych,
 - d) maszyna musi znajdować się w pomieszczeniu o ściśle określonych warunkach, które mieszczą się w przedziale dla którego maszyna osiąga najlepszą deklarowaną przez producenta dokładność.
4. Model utworzony w ramach niniejszej pracy doktorskiej wymaga dużo mniejszego nakładu pracy niż modele oparte o modelowanie poszczególnych składowych systematycznych błędów maszyn pomiarowych. Dzięki temu może być w łatwiejszy sposób zaimplementowany w zastosowaniach przemysłowych lub laboratoryjnych.
5. Dane konieczne do zbudowania modelu wirtualnego Wirtual MC PK, dzięki zastosowaniu LaserTracer'a i oprogramowania Trac-Cal oraz przy dobrym rozplanowaniu pracy, mogą zostać zgromadzone nawet w ciągu jednego dnia. Tak szybki proces tworzenia modelu dla danej maszyny może przyczynić się do wzrostu

popularności opracowanej metody, która jak wcześniej opisano modeluje pomiar w sposób najbardziej zbliżony do istoty pomiarów współrzędnościowych.

6. Model wirtualny WMP oparty o modelowanie błędów resztkowych z zastosowaniem systemów LaserTracer oraz metod multilateracji pozwala na budowę maszyny wirtualnej *on line*, która w połączeniu z typowym oprogramowaniem pomiarowym modelowanej maszyny umożliwia wyznaczenie niepewności w czasie quasi-rzeczywistym. Jest to najskuteczniejsza ze znanych metod wyznaczania niepewności.
7. W połączeniu z symulatorem maszyn pomiarowych I++ możliwe będzie z zastosowaniem modelu Wirtual MC PK prognozowanie dokładności realizowanych pomiarów i przez to ustalanie najdogodniejszej strategii pomiarowej.

Kierunki dalszych badań:

Głównym zadaniem dotyczącym modelu Wirtual MC PK jest jego implementacja w warunkach przemysłowych. Poprawność jego działania została potwierdzona w warunkach laboratorium wzorcującego, gdzie wszystkie wymagania dotyczące możliwości jego poprawnego zastosowania odnośnie stabilności temperaturowej otoczenia oraz sprawnego działania systemów kompensacji geometrycznej i temperaturowej zostały spełnione. Jak wiadomo, w warunkach przemysłowych dąży się również do spełnienia wszystkich tych wymagań, jednakże ze względu na zakłócenia powodowane przez procesy produkcyjne czy montażowe nie zawsze jest to w pełni możliwe. Dlatego też należałoby sprawdzić jakie odstępstwa od przedstawionych warunków, są dopuszczalne dla poprawnego funkcjonowania modelu Wirtual MC PK. Ponadto szybkość gromadzenia danych potrzebnych do utworzenia modelu oraz łatwość jego implementacji w pełni predysponują go do wykorzystania na szeroką skalę. Jeżeli model faktycznie zyskałby zainteresowanie szerszego grona odbiorców możliwe stałoby się rozpropagowanie idei poprawnego podawania wyników pomiarów współrzędnościowych wraz z odpowiadającą im niepewnością pomiaru, co jak wiadomo stanowi rzadkość w warunkach przemysłowych. Niepewność pomiaru podawana byłaby łącznie z wynikiem w raporcie pomiarowym, tak jak dzieje się to w modelu Wirtual MC PK.

Kolejnym możliwym kierunkiem badań jest zastosowanie modelu Wirtual MC PK wraz z Simulatorem I++ do ustalania optymalnej strategii pomiarowej. Posiadając model błędów resztkowych pochodzących od układu kinematycznego maszyny oraz model błędów głowicy pomiarowej możliwe byłoby wyznaczenie optymalnej liczby punktów pomiarowych oraz ich rozmieszczenia na badanym obiekcie. Znając rozkład błędów w przestrzeni maszyny możliwe

byłoby również wybranie odpowiedniego miejsca w jej przestrzeni pomiarowej, w którym badany przedmiot powinien być zamontowany aby dokładność pomiaru była jak największa.

Aby wyniki symulacji przeprowadzanych z wykorzystaniem modelu Wirtual MC PK oraz Simulatora I++ jak najwierniej oddawały rzeczywistość, koniecznym jest również uwzględnienie w modelu symulacyjnym błędów kształtu mierzonej powierzchni. Podstawą symulacji realizowanej w ten sposób jest model CAD badanego przedmiotu. Jak wiadomo taki model jest idealną reprezentacją rzeczywistości, a więc jest pozbawiony błędów kształtu jakimi obarczony może być przedmiot rzeczywisty. Dlatego też, wpływ błędów kształtu na niepewność pomiaru powinien również zostać uwzględniony w takim modelu.

Można również powziąć badania nad zmniejszeniem liczby danych potrzebnych do utworzenia modelu. Jak wykazują przeprowadzone przez autora badania opisane w [98] możliwa jest redukcja punktów pomiarowych na wzorcu sferycznym. Zdaniem autora możliwa również powinna być redukcja punktów referencyjnych na których opisana jest zmienność odtworzenia punktu pomiarowego. Należałoby sprawdzić, czy i jak, redukcja punktów pomiarowych wpływa na poprawne funkcjonowanie modelu Wirtual MC PK, a następnie w zależności od wymaganej precyzji oszacowania niepewności pomiaru dobrać zapewniającą ją liczbę punktów na których opisany miałby zostać model. Optymalizując go z uwagi na dokładność odtworzenia pola błędów maszyny.

Literatura

Referaty i książki naukowe

- [1] Adamczak S., Michalski D., Stepień K.: *The Coordinate Measuring Machine ECLIPSE 550 – Practical Aspect of the Check Accuracy*, IV Międzynarodowa Konferencja Naukowa - Współrzędnościowa Technika Pomiarowa Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej Filia w Bielsku-Białej nr 53- Bielsko Biała 2000 p.21-28.
- [2] Aggogeri, F.; Barbato, G.; Modesto Barini, E.; Genta, G.; Levi, R.: *Measurement uncertainty assessment of Coordinate Measuring Machines by simulation and planned experimentation*, CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology, February 2011.
- [3] Arendarski J. *Niepewność pomiarów*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej. Warszawa 2003.
- [4] Bachmann, J.; Linares, J.M.; Sprauel, J.M.; Bourdet, P.: *Aide in decision-making: contribution to uncertainties in three-dimensional measurement*; Precision Engineering, Volume 28, Issue 1, January 2004, Pages 78-88.
- [5] Balsamo, A.; Di Ciommo, M.; Mugno, R.; Rebaglia, B.I.; Ricci, E.; Grella, R.; *Evaluation of CMM Uncertainty Through Monte Carlo Simulations*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 48, Issue 1, 1999, Pages 425-428.
- [6] Balsamo, A. ; Pedone, P.; Ricci, E.; Verdi, M.: *Low-cost interferometric compensation of geometrical errors*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 58, Issue 1, 2009, Pages 459-462.
- [7] Barini, E. M.; Tosello, G.; De Chiffre, L.: *Uncertainty analysis of point-by-point sampling complex surfaces using touch probe CMMs: DOE for complex surfaces verification with CMM*, Precision Engineering Volume 34, Issue 1, January 2010, Pages 16-21.
- [8] Beaman, J.; Morse, E. : *Experimental evaluation of software estimates of task specific measurement uncertainty for CMMs*; Precision Engineering, Volume 34, Issue 1, January 2010, p. 28-33.
- [9] Bleys P., Van Gestel N., Cuypers S., Kruth J.-P., *Uncertainty due to Limited Sampling of Circular Features on Coordinate Measuring Machine*. 10th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing, Erlangen, Germany, March 2007.

- [10] Bosch J.A., *Coordinate Measuring Machines and Systems*- Marcel Dekker Inc New York-Basel-Hong Kong 1995.
- [11] Cheng Y, Wang B.C, Shinshi T, Shimokohbe A: *Virtual Coordinate Measuring Machine for Evaluation of Performance in Fast Probing In Metrology for Quality Control in Production* - Proceedings of 6th ISMQC IMEKO Symposium - Wien Editors: Ossana,P.H. Postrednik D, Durakbasa N.M,- Sept 8-10 98 Austria s.101-107.
- [12] Cauchick-Miguel P.A,King T.G: *Factors which influence CMM Touch Trigger Probe Performance* Int.J.Mach.Tools manufact.vol38 No. 41998 p.363-372.
- [13] Dhanish, P.B.; Mathew, J.: *Effect of CMM point coordinate uncertainty on uncertainties in determination of circular features*; Measurement, Volume 39, Issue 6, July 2006, Pages 522-531.
- [14] Dobosz M., Wozniak A.: *CMM touch trigger probes testing using a reference axis*. Precision Engineering, Volume: 29, Issue: 3, July, 2005, 281-289.
- [15] Dobosz M., Wozniak A.: *Metrological feasibilities of CMM touch trigger probes*. Part II. Experimental verification of the 3D theoretical model probe pretravel. Measurement, 34/4, 2003, 287-299.
- [16] Edgeworth R., Wilhelm R.G.: *Adaptive sampling for coordinate metrology* – Precision Engineering 23/1999 p.144-154.
- [17] Estler, W.T.; Edmundson, K.L.; Peggs, G.N.; Parker, D.H.: *Large-Scale Metrology – An Update*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 51, Issue 2, 2002, Pages 587-609.
- [18] Feng, C.-X. J.; Saal, A.L.; Salsbury, J.G.; Ness, A.R.; Lin, G.C.S.: *Design and analysis of experiments in CMM measurement uncertainty study*; Precision Engineering, Volume 31, Issue 2, April 2007, Pages 94-101.
- [19] Fletcher, S.; Longsta, A.; Myers, A.: *Investigation into the accuracy of a proposed laser diode based multilateration machine tool calibration system*; Journal of Physics: Conference Series, vol. 13, pages 398-401, 2005. Institute of Physics Publishing.
- [20] Forbes A.B, Peggs G.N: *A large Reference Artefact for CMM Verification: – In: Laser Metrology and Machine Performance III* Edited by D.G.Ford, S.R.Postlethwaite-Computational Mechanic Publications 1997 Southampton-Boston s.394-400.
- [21] Forbes, A.B.; Hughes, B.; Sun, W.: *Comparison of measurements in co-ordinate metrology*; Measurement, Volume 42, Issue 10, December 2009, Pages 1473-1477.

- [22] Franke, M.; Hartig, F.; Wendt, K.: *Measuring large 3D structures using a portable 4-arm laser interferometer*, Advances in Coordinate Metrology, p. 35-42. University of Bielsko-Biała, Bielsko-Biała 2010.
- [23] Gawlik J. Kowalski M., Ryniewicz A. *Analysis of Measurement of Precision Machines Guides*. 4th International Conference on Ultraprecision in Manufacturing Engineering. „Progress in Precision Engineering and Nanotechnology”. Braunschweig. Germany 1997. Volume 1, p. 319-322.
- [24] Gaska A., *Different uses of Monte Carlo Method in Coordinate Metrology*, X International Scientific Conference Automation in Production Planning and Manufacturing, Zilina, Maj 2009.
- [25] Germani, M.; Mandorli, F.; Mengoni, M.; Raffaelli, R.: *CAD-based environment to bridge the gap between product design and tolerance control*. Precision Engineering, Volume 34, Issue 1, January 2010, Pages 7-15.
- [26] Geus D.A: *Comparison of Measurement Data from 3D-Measurement In Metrology for Quality Control in Production* - Editors: Ossana, P.H. Postrednik D, Durakbasa N.M, - Proceedings of 6th ISMQC IMEKO Symposium - Wien Sept 8-10 98 Austria p.181-187.
- [27] Giusca, C.L.; Leach, R.K.; Forbes, A.B.: *A virtual machine-based uncertainty evaluation for a traceable areal surface texture measuring instrument*; Measurement, Volume 44, Issue 5, June 2011, Pages 988-993.
- [28] Grzelka, M.; Gapiński, B.; Marciniak, L.; Wieczorowski, M.; Matliński, K.; Olszewska, I.: *Pomiary cech geometrycznych przedmiotów obrotowo-symetrycznych*. Pomiary Automatyka Kontrola 01/2010, s. 35-37.
- [29] Halupczok, E.: *Definicja dokładności współrzędnościowej techniki pomiarowej na przykładzie maszyny UPMC CARAT*, Carl Zeiss Industrielle Meßtechnik GmbH, Esslingen.
- [30] Hansen H.N, Trapet E.: *An Approach to Uncertainty Estimation in Coordinate Metrology-In: Progress in Precision Engineering and Nanotechnology* Edited by H.Kunzmann, F.Wäldele, G.Wilkening, J.Corbet P.MacKeow, M.Weck,J.Huemmler.vol.1–PTB- Braunschweig u. Berlin P.u.Oe.1997 p .323-326.
- [31] Hansen H.N: *A Database System for Uncertainty Estimation in Coordinate Metrology,- In Metrology for Quality Control in Production* - Proceedings of 6th ISMQC IMEKO Symposium Editors: Ossana,P.H. Postrednik D, Durakbasa N.M,-- Wien Sept 8-10 98 Austria p.215-220.

- [32] Härtig F.: *How to Work with the On-line Virtual CMM*. Proceedings of Workshop on Traceability of CMM – PTB Braunschweig October 9-10 1997.
- [33] Hernla M. *Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen*. Expert Verlag 2007.
- [34] Hernla M. *Unsicherheiten einfach abschätzen*. QZ Qualität und Zuverlässigkeit, 45 (2000).
- [35] Hughes, E.B.; Wilson, A.; Peggs, G.N.: *Design of a High-Accuracy CMM Based on Multi-Layered Techniques*. CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 49, Issue 1, 2000, Pages 391-394.
- [36] Humienny Z. (red.) i inni, *Specyfikacje Geometrii Wyrobów (GPS)* – podręcznik europejski – WNT Warszawa 2004.
- [37] Iwasińska O., Ratajczyk E.: *Badanie dokładności maszyn hybrydowych na przykładzie współrzędnościowej maszyny pomiarowej ScanMax*; IV Międzynarodowa Konferencja Naukowa - Współrzędnościowa Technika Pomiarowa Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej Filia w Bielsku-Białej nr 53- Bielsko Biała 2000 s.106-114.
- [38] Jaeger, G.: *Limitations of precision length measurements based on interferometers*; Measurement, Volume 43, Issue 5, June 2010, Pages 652-658.
- [39] Jakubiec W. *Analityczne wyznaczanie niepewności pomiaru we współrzędnościowej technice pomiarowej*. Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej. Rozprawy Naukowe 22. Bielsko-Biała 2008.
- [40] Jakubiec W., Malinowski J., *Metrologia wielkości geometrycznych*, WNT, Warszawa 2004.
- [41] Jakubiec W., Płowucha W., Starczak M. *Modele błędów maszyny pomiarowej do oceny niepewności pomiaru*. X Krajowa, I Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna Metrologia w Technikach Wytwarzania. Politechnika Krakowska. Kraków 2003.
- [42] Jakubiec W., Płowucha W., Starczak M. *The estimation of coordinate measurements uncertainty in industrial conditions*. VIIth International Scientific Conference Coordinate Measuring Technique. Bielsko-Biała 2006. Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej. Zeszyty Naukowe 22.
- [43] Jakubiec W., Starczak M. *Metodyka wyznaczania niepewności pomiarów współrzędnościowych*. VIth International Scientific Conference Coordinate Measuring Technique. Bielsko-Biała 2004. Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej. Zeszyty Naukowe 10.

- [44] Joskowicz, L.; Ostrovsky-Berman, Y.; Myers, Y.: *Efficient representation and computation of geometric uncertainty: The linear parametric model*; Precision Engineering, Volume 34, Issue 1, January 2010, Pages 2-6.
- [45] Knapp W, Tschudi Bucher: *Comparison of Different Artefacts for Interim Coordinate Measuring Machine Checking: a Report from the Swiss Standards Committee*. Precision Engineering 13, (1991)p. 277-282.
- [46] Kowalski M.: *Model Wirtualnej wielowspółrzędnościowej maszyny pomiarowej i jej zastosowanie*- Metrologia w Technikach Wytwarzania-Zbiór prac VI Konferencji Naukowo-Technicznej Oficyna Wyd.Politechniki Rzeszowskiej 1995 s.218-223.
- [47] Kowalski M.: *Interpretacja wyników badań dokładności WMP realizowanych płytami kontrolnymi*. Mat.Konf Nauk. Techn -Metrologia w Technikach Wytwarzania Maszyn - Kielce 1997 Politechnika Świętokrzyska Mechanika 63 tom I s. 275-284.
- [48] Krawczyk M. *Metoda oceny dokładności WMP z zastosowaniem Laserowego Wzorca Stopniowego*, Praca doktorska. Kraków 2005.
- [49] Kruth, J-P; Van Gestel, N; Bleys, P.; Welkenhuyzen, F.: *Uncertainty determination for CMMs by Monte Carlo simulation integrating feature form deviations*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 58, Issue 1, 2009, Pages 463-466.
- [50] Kunzmann H.,Schuster H-J.: *Temperature Measurements in Dimensional Metrology – PTB-Bericht F-17 Braunschweig Nov.1994*.
- [51] Lotze W, Teichmann U.: *Einfluss von Gestalt- und Lageabweichungen auf die Unsicherheit der Rechnergestützten Koordinatenmessung*. Feingerätetechnik 1976/8 s.139-343.
- [52] Lotze W.: *Rechnergestützte Koordinatenmesstechnik*. Werkstatt und Betrieb 113 1980/6 s.391-395
- [53] Lotze W.: *Prüfkörper für Koordinatenmeßgeräten*. Feingerätetechnik 30 (1981), und VDI-Z 123 1981.s.154-155.
- [54] Lotze W, Hartmann M-W, Bressel E.: *Leistungsstand der rechnergestützten Koordinatenmesstechnik an der TU Dresden*. Feingerätetechnik 1982/9 s.387-390.
- [55] Lotze W, Teichmann U.: *Genauigkeit und Prüfung von Koordinatenmessgeräten*. Feingerätetechnik 35/86 s.339-342.
- [56] Lotze W.: *Form testing by means of the universal CMM ScanMax-* III Międzynarodowa Konferencja Naukowa - Współrzędnościowa Technika Pomiarowa Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej Filia w Bielsku-Białej nr 44- Bielsko Biała 1998.p.82-90.

- [57] Mailhe, J.; Linares, J.M.; Sprauel, J.M.; Bourdet, P.: *Geometrical checking by virtual gauge, including measurement uncertainties*, CIRP Annals - Manufacturing Technology 57 (2008), p. 513–516.
- [58] Maihle, J.; Linares, J. M.; Sprauel, J. M.: *The statistical gauge in geometrical verification: Part I. Field of probability of the presence of matter*; Precision Engineering, Volume 33, Issue 4, October 2009, Pages 333-341.
- [59] Maihle, J.; Linares, J.M.; Sprauel, J.M.: *The statistical gauge in geometrical verification. Part II. The virtual gauge and verification process*; Precision Engineering, Volume 33, Issue 4, October 2009, Pages 342-352.
- [60] Michawaki H.: *3D measurement and CAD* – Int Japan Soc. Prec. Vol 29.No.2 June 95.
- [61] Moustafa, S.; Gerwien, N.; Haertig, F.; Wendt K.: *Comparison of error mapping techniques for coordinate measuring machines using the plate method and Laser Tracer*; XIX IMEKO World Congress Fundamental and Applied Metrology September 611, 2009, Lisbon, Portugal.
- [62] Nafi, A.; Mayer, J.R.R.; Wozniak, A.: *Novel CMM-based implementation of the multi-step method for the separation of machine and probe errors*; Precision Engineering, Volume 35, Issue 2, April 2011, Pages 318-328.
- [63] Oberkamp, W.L.; DeLand, S.M.; Rutherford, B.M.; Diegert, K.V.; Alvin, K.F.: *Error and uncertainty in modeling and simulation*; Reliability Engineering & System Safety, Volume 75, Issue 3, March 2002, Pages 333-357.
- [64] Osana P.H, Durakbasa M.Nali Afjehi-Sadat: *The Skin Model, As a General, approach for Workpiece Characterisation in Coordinate Measuring Technique in The Frame of GPS*, IV Międzynarodowa Konferencja Naukowa - Współrzędnościowa Technika Pomiarowa Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej Filia w Bielsku-Białej nr 53-Bielsko Biała 2000 p.158-161.
- [65] Osawa, S.; Busch, K.; Franke, M.; Schwenke, H.: *Multiple orientation technique for the calibration of cylindrical workpieces on CMMs* ; Precision Engineering, Volume 29, Issue 1, January 2005, Pages 56-64.
- [66] Ostrowska, K., *Ocena dokładności pomiarów realizowanych przy zastosowaniu Współrzędnościowych Ramion Pomiarowych*, Praca Doktorska, Politechnika Krakowska, 2009.
- [67] Ozono S, Takamasu K.: *Data processing and Calibration of Coordinate Measuring Machine* Int.J.Japan Soc.Prec.Eng.Vol.29.No.2/1995. p.105-108.

- [68] Pedone, P.; Romano, D.: *Designing small samples for form error estimation with coordinate measuring machines*; Precision Engineering, Volume 35, Issue 2, April 2011, Pages 262-270.
- [69] Phillips, S. D.; Borchardt, B.; Abackerli, A. J.; Shakarji, C.; Sawyer, D.: *The Validation of CMM Task Specific Measurement Uncertainty Software*; Proceedings of the ASPE 2003 summer topical meeting "Coordinate Measuring Machines" Charlotte, North Carolina June 25 –26, 2003.
- [70] Plath H.H.: *Checking Accuracy of 3D-CMM by Use of Different Types of Calibrated Artefacts – a Comparative Report of Industrial Experiences*. First International Workshop on Coordinate Measuring Machines Calibration Prague (Czech Republic) June 1-2 1999 Proc.p.36-42.
- [71] Piratelli-Filho, A.; Di Giacomo, B.: *CMM uncertainty analysis with factorial design*; Precision Engineering, Volume 27, Issue 3, July 2003, Pages 283-288.
- [72] Pressel H.G. *Genau messen mit Koordinatenmessgeraeten*. Expert Verlag. Rennigen-Malmsheim 2003.
- [73] Pressel H.G., Hageney T. *Messunsicherheit von Pruefmerkmalen iin der koordinatenmesstechnik*. Expert Verlag 2008.
- [74] Ramu, P.; Yagüe, J.A.; Hocken, R.J.; Miller, J.: *Development of a parametric model and virtual machine to estimate task specific measurement uncertainty for a five-axis multi-sensor coordinate measuring machine* ; Precision Engineering, Volume 35, Issue 3, July 2011, Pages 431-439.
- [75] Ratajczyk E., *Metody sprawdzania dokładności współrzędnościowych maszyn pomiarowych. Pomiary długości, prostoliniowości i prostopadłości*. Część 1, Mechanik nr 3/1999, s. 141-146.
- [76] Ratajczyk E., *Metody sprawdzania dokładności współrzędnościowych maszyn pomiarowych. Pomiary pozycjonowania i błędów rotacyjnych*. Część 2, Mechanik nr 4/1999, s. 277-275.
- [77] Ratajczyk E., *Metody sprawdzania dokładności współrzędnościowych maszyn pomiarowych. Zastosowanie wzorców płytowych*. Część 3, Mechanik nr 5-6/1999, s. 411-416.
- [78] Ratajczyk E., *Charakterystyka oprogramowań komputerowych do wyznaczania błędów pomiaru długości za pomocą wzorców płytowych*. IV Międzynarodowa Konferencja

- Naukowa pt. Współrzędnościowa technika pomiarowa. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej filia w Bielsku-Białej, nr 53, Bielsko-Biała 2000, s. 171-185.
- [79] Ratajczyk E., *Współrzędnościowa technika pomiarowa*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
- [80] Ratajczyk E.: Wyznaczanie błędów geometrycznych współrzędnościowych maszyn pomiarowych dla wirtualnego modelu ich kompensacji. III szkoła-Konferencja – Metrologia wspomagana komputerowo MWK'97 Zegrze k/Warszawy 19-22 maja 1997 Mat Konf T.3 s.175-182.
- [81] Rupik, J.; Jendrollik, J.; Wieczorowski, M.: *Wykorzystanie techniki współrzędnościowej do pomiaru precyzyjnych elementów wielkogabarytowych*. Postępy w Metrologii Współrzędnościowej, s. 115-124, Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, Bielsko-Biała 2010.
- [82] Ryniewicz A Kowalski, M.Rewilak J.Sładek J: *Laser measurement of guides and travelling units of CMMs and CNC machine tools - 7-th International DAAAM Symposium: Product & Manufacturing, Flexibility, Integration, Intelligence*, Technical University of Vienna 17-19 October 1996.
- [83] Ryniewicz A., Kowalski M., Gawlik J. *Research into Rotational Errors of Coordinate Measuring Machine Table. X 6th ISMQC IMECO Symposium. Metrology for Quality Control in Production. IX*, TU Wien. 1998.
- [84] Ryniewicz A., Kowalski M., Gawlik J.: *Theoretical and experimental aspects of temperature analyses of coordinate measuring machines*, Postępy Technologii Maszyn i Urządzeń. Kwartalnik Komitetu Budowy Maszyn PAN. Vol.23, nr 4, 1999. p: 99 – 112.
- [85] Sato, O.; Osawa,S.; Kondo, Y; Komori, M.; Takatsuji, T.: *Calibration and uncertainty evaluation of single pitch deviation by multiple-measurement technique*; Precision Engineering, Volume 34, Issue 1, January 2010, Pages 156-163.
- [86] Schelekens P, Delbressine F,Broun D.: *A generic model for thermomechanic errors of multi-axis machine*, Works of Eindhoven University of Technology Dept. of Mechanical Engineering presented on Workshop on Tractability of Coordinate Measuring Machines – PTB-Braunschweig October 9-10 1997 Germany.
- [87] Schultschik R.: *Componente of the Volumetric Accuracy*. Annls of the CIRP Vol.24/1/77p.223-229.
- [88] Schwenke, H.; Siebert, B.R.L.; Wäldele, F.; Kunzmann, H.: *Assessment of Uncertainties in Dimensional Metrology by Monte Carlo Simulation: Proposal of a*

- Modular and Visual Software*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 49, Issue 1, 2000, Pages 395-398.
- [89] Schwenke H., Knapp W., Haitjema H., Weckenmann A., Schmitt R., Delbressine F. - *Geometric error measurement and compensation of machines—An update*; Page 660–675, CIRP Annals Band 57/2, 2008.
- [90] Schwenke, H.; Schmitt, R.; Jatzkowski, P.; Warmann, C.: *On-the-fly calibration of linear and rotary axes of machine tools and CMMs using a tracking interferometer*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 58, Issue 1, 2009, Pages 477-480.
- [91] Schwenke, H.; Neuschaefer-Rube, U.; Pfeifer, T.; Kunzmann H.: *Optical Methods for Dimensional Metrology in Production Engineering*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 51, Issue 2, 2002, Pages 685-699.
- [92] Schwenke, H.; Franke, M.; Hannaford, J.; Kunzmann, H.: *Error mapping of CMMs and machine tools by a single tracking interferometer*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 54, Issue 1, 2005, Pages 475-478.
- [93] Schwenke H., Trapet E., Wäldele F., *Calibration of coordinate measuring machines to improve and to know the measurement uncertainty*. III Międzynarodowa Konferencja Naukowa pt. Współrzędnościowa technika pomiarowa. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej filia w Bielsku-Białej, nr 44, Bielsko-Biała 1998, s. 213-232.
- [94] Schwenke H., *Abschaetzung von Messunsicherheiten durch Simulation an Beispielen aus der Fertigungsmesstechnik* Disertation der U Chemnitz PTB – 36 Braunschweig Juli 1999.
- [95] Śladek J., Krawczyk M., Ostrowska K., Gąska A.: *Zastosowanie metody Monte Carlo do wyrażania niepewności pomiarów współrzędnościowych na przykładzie metody wielopozycyjnej*. Zeszyty Naukowe ATH Bielsko Biała nr 81-2008.
- [96] Śladek J., Kupiec R., Gąska A., Kmita A., *Modelowanie czynników temperaturowych, wpływających na niepewność pomiaru, przy pomocy metody Monte Carlo*, Pomiary Automatyka Kontrola, 01/2010.
- [97] Śladek J., Ostrowska K., Gąska A., *Wirtualne współrzędnościowe ramie pomiarowe (WWRP)*, Pomiary Automatyka Kontrola, 01/2010.
- [98] Śladek J., Juras B., Krawczyk M., Gąska A., *Modelling of the probing system errors by use of Monte Carlo Method*, Advances in Coordinate Metrology, Monograph edited by J. Śladek and W. Jakubiec, University of Bielsko-Biała 2010.

- [99] Śladek J., *Errors Identification and Measurement Accuracy Assessment of Coordinate Measuring Machines (CMM)*. Advances in Technology of Machines and Equipment, Postępy Technologii Maszyn i Urządzeń, kwartalnik PAN, Vol. 23, No. 4, 1999, s. 113-136.
- [100] Śladek J., Gawlik K. *Symulacja pomiarów współrzędnościowych jako narzędzie oceny i prognozy ich dokładności*. Inżynieria Maszyn. Rok 11. Zeszyt 4. 2007. s. 74 - 89. Wydawnictwo Wrocławskiej Rady FSNT NOT, Wrocław 2007.
- [101] Śladek J., Gawlik K., *Looking for uncertainty of measurement - Virtual Machines based on the Matrix Method using artificial neural networks*, IV International Congress on Precision Machining 2007, Sandomierz-Kielce, 2007.
- [102] Śladek J., Kupiec R. and Muzyka Zmudzki M. *The Conception of the software correction of thermal interactions for the CMM's Accuracy*. Science Report, Project PL-127, Measuring Technology in Advanced Machine Manufacturing Systems, CEEPUS, Kielce University of Technology 2004.
- [103] Śladek J., *Metody oceny dokładności WMP a prognozowanie dokładności pomiarów*. II Krajowa Konferencja Naukowa (z udziałem międzynarodowym) pt. Współrzędnościowa technika pomiarowa. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej filia Bielsko-Biała, Bielsko-Biała 1996, s. 211-221.
- [104] Śladek J., *Ocena dokładności głowic stykowych stosowanych w wielokoordynatowych maszynach pomiarowych*. Praca Doktorska, Politechnika Krakowska, Wydział Mechaniczny 1990.
- [105] Śladek J., *Modelowanie i ocena dokładności współrzędnościowych maszyn pomiarowych*, Politechnika Krakowska, Kraków 2001.
- [106] Śladek J., Rakoczy R., Majdosz R., *Research and realisation of the CAD-CMM-CAD couplings, considering the aspect of possibilities of measurement accuracy prognostication*. Proceedings of the 2nd International Conf. on Surface Machining and Measurements of Sculptured Surfaces, Kraków, 20-23 Sept. 2000, s. 71-84.
- [107] Śladek J., Rakoczy R., Majdosz R., *Realizacja i badanie powiązań informatycznych CAD WMP CAD z uwzględnieniem możliwości prognozowania dokładności pomiarów*. IV Międzynarodowa Konferencja Naukowa pt. Współrzędnościowa technika pomiarowa, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej filia w Bielsku-Białej, nr 53, Bielsko-Biała 2000, s. 209-221.
- [108] Śladek J., Krawczyk M. *Metody oceny dokładności pomiarów współrzędnościowych*-Pomiary Automatyka Kontrola Nr 9. vol 53 2007 str 478-481.

- [109] Sładek, M. Krawczyk, K.Gawlik, *The assessment of the coordinate measurement accuracy based on Matrix Method with use of artificial neural networks*, 10th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing, 21-23 Marz 2007, Erlangen, Niemcy.
- [110] Sommer K.D., Kuhn O., Weckenmann A., *Use of MCM for Uncertainty of Non-Linear and Multivariate Dimensional Measurement Task*. 10th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing, Erlangen, Germany, March 2007.
- [111] Sommer, K. D.; Siebert, B. R. L. : *Systematic approach to the modelling of measurements for uncertainty evaluation*, Metrologia 43 (2006), p. 200–S210.
- [112] Starczak M, Jakubiec W. *Elementy strategii pomiarów współrzędnościowych*. X Krajowa , I Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna Metrologia w Technikach Wytwarzania. Politechnika Krakowska. Kraków 2003.
- [113] Starczak M. *Optymalizacja strategii pomiarowych we współrzędnościowej technice pomiarowej*. Praca doktorska. Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej. Bielsko-Biała 2005.
- [114] Starczak M. *The investigation of measurement strategy simplification influence onto the measurement result*. VIIth International Scientific Conference Coordinate Measuring Technique. Bielsko-Biała 2006. Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej. Zeszyty Naukowe 22.
- [115] Starczak M., Migacz M., Wisła N. *Documentation of measuring strategies in coordinate measuring technique*. Vth International Scientific Conference Coordinate Measuring Technique. Bielsko-Biała 2002. Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej. Zeszyty Naukowe 3.
- [116] Summerhays, K.D.; Baldwin, J.M.; Campbell, D.A.; Henke, R.P.: *Application of Simulation Software to Coordinate Measurement Uncertainty Evaluation*; Proceedings of Aspe “Uncertainty Analysis in Measurement and Design”, June-July 2004.
- [117] Swornowski P. *The influence of the CMMs software on the results of attestation performed with the gauge block and gauge-step*. Metrology and Measurement Systems. Polish Academy of Sciences, XI (2005).
- [118] Teoh, P.L.; Shirinzadeh, B.; Foong, C.W.; Alici, G.: *The measurement uncertainties in the laser interferometry-based sensing and tracking technique*; Measurement, Volume 32, Issue 2, September 2002, Pages 135-150.
- [119] *The Measuring Machine in Shop-Floor Environment*. Measuring Point nr 3, IV 2005 – Hexagon Metrology.

- [120] Tong, K.; Lehtihet, E. A.; Joshi, S.: *Software compensation of rapid prototyping machines*, Precision Engineering, Volume 28, Issue 3, July 2004, Pages 280-292.
- [121] Trapet, E. ; Savio, E.; De Chiffre, L.: *New advances in traceability of CMMs for almost the entire range of industrial dimensional metrology needs*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 53, Issue 1, 2004, Pages 433-438.
- [122] Trapet E., M. Franke, F. Hartig, H. Schwenke, F. Wadele, M. Cox, A. Forbers, F. Delbressine and P. Schnellkens, M. Trenk, H. Meyer, G. Morltz, Th. Guth, N. Wanner. *Traceability of coordinate measuring machines according to the method of the Virtual Measuring Machines*.PTB- F-35 , Braunschweig Germany, 1999.
- [123] Trapet E., Hegelman R., Wäldele F.: *Coordinate Metrology*. PTB-Bericht F-11, Braunschweig, II 1992.
- [124] Trapet E., Wäldele F., *Substitution method to make traceable measurements with CMMs*. Working paper ISO/TC3/WG10, 1996.
- [125] Trapet, E. *Uncertainty analysis of measurements with cmms using multiple measurement strategies*. Report of EU Project EASYTRAC, 2003.
- [126] Trapet E.: *Introduction to Traceability with the Virtual CMM* - Proceedings of Workshop on Traceability of CMM – PTB Braunschweig October 9-10 1997.
- [127] Trenk, M.; Franke, M.; Schwenke, H. I. : *The “Virtual CMM”, a Software Tool for Uncertainty Evaluation - Practical Application in an Accredited Calibration Lab*; ASPE Proceedings: Uncertainty Analysis in Measurement and Design, July 2004.
- [128] Ulam, S.; Metropolis, N.: *The Monte Carlo Method*; Journal of the American Statistical Association, vol 44, No 247 (Sep. 1949), p. 335-341.
- [129] Weber H.: *ISO/WD 15530 uncertainty assessment using calibrated workpieces*, IV Międzynarodowa Konferencja Naukowa - Współrzędnościowa Technika Pomiarowa Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej Filia w Bielsku-Białej nr 53- Bielsko Biała 2000p.249-254.
- [130] Weckenmann A, Beetz S. *Determination of measurement strategy for coordinate measurements supported by an assistance system*, VII International Scientific Conference Coordinate Measuring Technique, Bielsko-Biała, 2006.
- [131] Weckenmann A., Eitzert, H., Garmer, M., Weber, H.: *Functionality-oriented evaluation and sampling strategy in coordinate metrology*. Prec. Eng.17/4, 1995 s. 244-252.

- [132] Weckenmann, A. ; Jiang, X.; Sommer, K.-D.; Neuschaefer-Rube, U.; Seewig, J.; Shaw, L.; Estler, T.: *Multisensor data fusion in dimensional metrology*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 58, Issue 2, 2009, Pages 701-721.
- [133] Weckenmann A, Knauer M.: *-The Influence of Measuring Strategy on the Uncertainty of Coordinate Measurements*. Annals of the CIRP Vol.47/1 1998 p.451-454.
- [134] Weckenmann A, Knauer M.: *Comparability of Coordinate Measurements - III* Międzynarodowa Konferencja Naukowa - Współrzędnościowa Technika Pomiarowa Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej Filia w Bielsku-Białej nr 44- Bielsko Biała 1998.s.245-256.
- [135] Weckenman A.,Geus D.,Gubesch A.: *High Precision form and dimension measurements with tactile measuring machines*, IV Międzynarodowa Konferencja Naukowa - Współrzędnościowa Technika Pomiarowa Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej Filia w Bielsku-Białej nr 53- 2000, s.255-264.
- [136] Weckenmann, A.; Estler, T.; Peggs, G.; McMurtry, D.: *Probing Systems in Dimensional Metrology*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 53, Issue 2, 2004, Pages 657-684.
- [137] Wendt K., Schwenke H., Waldele F, Krawczyk M, Kniel K. *Error mapping of large CMM's by sequential multi-Iteration using a lasertracker*. Materials of conference. EUSPEN, 2001.
- [138] Wieczorowski, M.; Chajda, J.; Gapiński, B.; Matliński, K.: *Coordinate measuring machine application for machine tool correction*. VIIth International Scientific Conference Coordinate Measuring Technique, Bielsko-Biała 2006. Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej. Zeszyty Naukowe 22.
- [139] Wieczorowski, M.; Jackson, G.: *Coordinate measurements of small plastic workpieces*. VIth International Scientific Conference Coordinate Measuring Technique, Bielsko-Biała 2004. Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej. Zeszyty Naukowe 10.
- [140] Wilhelm, R.G.; Hocken, R.; Schwenke, H.: *Task Specific Uncertainty in Coordinate Measurement*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 50, Issue 2, 2001, Pages 553-563.
- [141] Wozniak, A.: *Dokładność głowic stykowych maszyn współrzędnościowych*; Prace Naukowe, Mechanika Zeszyt 235, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2010.

- [142] Wozniak, A.; Dobosz, M.: *Influence of measured objects parameters on CMM touch trigger probe accuracy of probing*. Precision Engineering, Vol. 29, Issue 3, July, 2005, 290-297.
- [143] Wozniak A., Dobosz M.: *Metrological feasibilities of CMM touch trigger probes. Part I. 3D theoretical model of probe pretravel*. Measurement, 34/4, 2003, 273-286.
- [144] Yan Z.C. Meng C-H. *Uncertainty analysis and variation reduction of three-dimensional coordinate metrology.Part1.geometric error decomposition*-International Journal of Machine Tools & Manufacture 39(1999) 1199-1217.
- [145] Yan Z.C. Meng C-H. *Uncertainty analysis and variation reduction of three-dimensional coordinate metrology. Part 2.uncertainty analysis* - International Journal of Machine Tools & Manufacture39(1999) p1219-1238.
- [146] Yan Z.C. Meng C-H. *Uncertainty analysis and variation reduction of three-dimensional coordinate metrology. Part 3.variation reduction* - International Journal of Machine Tools & Manufacture39(1999) 1239-1261.
- [147] Zeleny V, *Coordinate Measuring Machines Calibration in the Czech Republic In Metrology for Quality Control in Production* ,,- Proceedings of 6th ISMQC IMEKO Symposium - Editors: Ossana,P.H. Postrednik D, Durakbasa N.M Wien Sept 8-10 98 Austria s.743-749.
- [148] Zeleny V.Steskal V: *The newest ways of CMM calibration*; IV Miedzynarodowa Konferencja Naukowa - Współrzędnościowa Technika Pomiarowa Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej Filia w Bielsku-Białej nr 53- Bielsko Biała 2000 p.284-292.
- [149] Zhang, G.X.; LI, X.H.; Lin, Y.B.; Liu, S.G.; Liu, X.L.; LI, X.F.; Guo, J.B.; Qiu, Z.R.; Zhao, S.Z.; Jiang, C.Z.; Fan, Y.M.: *A Study on the Optimal Design of Laser-based Multi-lateration Systems*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 52, Issue 1, 2003, Pages 427-430.
- [150] Zhuang, H.; Motaghedi, S.H.; Roth, Z.S.; Bai, Y.; *Calibration of multi-beam laser tracking systems*; Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Volume 19, Issue 4, August 2003, Pages 301-314.
- [151] Zhang, G.X.; Liu, S.G.; Ma, X.H.; Wang, J.L.; Wu, Y.Q.; Li, Z.: *Towards the Intelligent CMM*; CIRP Annals - Manufacturing Technology, Volume 51, Issue 1, 2002, Pages 437-442.
- [152] Zhang, G.; Veale, R.; Charlton, T.; Borchardt; Hocken, R.: *Error Compensation of Coordinate Measuring Machines*; Annals of the CIRP Vol.34/1/85, p.445-447.

- [153] Zhang, G.; Ouyang, B.; Lu, B.; Hocken, R.; Veale, R.; Donmez, A.: *A Displacement Method for Machine Geometry Calibration*; Annals of the CIRP Vol.37/1/88, p.515-518.

Projekty badawcze

- [PB1] Sładek, J. i inni: *Metoda oceny dokładności pomiarów realizowanych redundantnymi systemami współrzędnościowymi (RSW)*, projekt badawczy nr N N505 255935 przyznany na lata 2008-2010.
- [PB2] Sładek, J. i inni: *Opracowanie systemu oceny dokładności pomiarów realizowanych na wielkogabarytowych współrzędnościowych maszynach pomiarowych, 5 T07D 03824* zrealizowany w latach 2003-2005.

Normy i przewodniki ISO oraz zalecenia VDA i VDI/VDE

- [N1] PN EN ISO 10360-1:2003 Specyfikacje Geometrii Wyrobów (GPS) Badania odbiorcze i okresowe współrzędnościowych maszyn pomiarowych (CMM).
- [N1-1] część 1 - Terminologia.
- [N1-2] część 2 - CMM Stosowane do pomiaru długości.
- [N1-2A] ISO 10360 part 2 - CMMs used for measuring linear dimensions, Third edition 2009-12-01.
- [N1-3] część 3 - CMM z osią stołu obrotowego jako czwartą osią.
- [N1-4] część 4 - CMM stosowane w trybie pomiaru skanowanego.
- [N1-5] część 5 - CMM z zespołem głowic pomiarowych wielotrzpieniowych.
- [N1-5A] ISO 10360 part 5 – CMMs using single and multiple stylus contacting probing systems, Second edition 2010-09-15.
- [N1-6] Część 6 - Szacowanie błędów przy wyznaczaniu elementów skojarzonych metodą najmniejszych kwadratów (Gaussa).
- [N2] ISO/TS 15530– GPS – CMM. Techniques for determining the uncertainty of Measurement.
- [N2-1] ISO/TS 15530-1 (Draft) – GPS- Overview and general issues.
- [N2-2] ISO/CD TS 15530-2 GPS – Use of multiple measurement strategie.
- [N2-3] ISO/TS 15530-3:2004 GPS – Use of calibrated workpieces or standards.

- [N2-4] ISO/CD 15530-4 GPS – Use of computer simulation.
- [N2-5] ISO/TS 15530-5 (Draft) GPS – Use of expert judgement.
- [N3] PN EN ISO 14253 – Kontrola wyrobów i sprzętu za pomocą pomiarów.
- [N3-1] PN EN ISO 14253-1 – Reguły decyzji przy orzekaniu zgodności lub niezgodności ze specyfikacją.
- [N3-2] PN EN ISO 14253-2 – Przewodnik do oceny niepewności pomiarów podczas wzorcowania sprzętu pomiarowego i kontroli wyrobów.
- [N3-3] PN EN ISO 14253-3 – Procedury oceny prawidłowości wyznaczenia niepewności pomiaru.
- [N4] Międzynarodowy słownik metrologii -- Pojęcia podstawowe i ogólne oraz terminy z nimi związane (VIM) - PKN-ISO/IEC Guide 99:2010 - Polski Komitet Normalizacji 2010.
- [N5] Wyrażanie niepewności pomiaru – przewodnik. Główny Urząd Miar, Warszawa 1999 – Tłumaczenie- Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM) ISO 1993/1995 z dodatkiem do wyd. polskiego J.M. Jaworskiego.
- [N6] Supplement 1 to the „Guide to the expression of uncertainty measurement” – Propagation of distribution using Monte Carlo method, JCGM 2006 (draft).
- [N7] PN-EN ISO 9001:2009 Systemy zarządzania jakością. Wymagania.
- [N8] VDA 6.1 Quality Management System for the Automotive industry.
- [N9] VDI/VDE 2617 Genauigkeit von Koordinatenmessgeräten Kenngrößen und deren Prüfung.
- [N9-1] Blat 1 – Grundlagen.
- [N9-2] Blatt 2.1 - Leitfaden zur Anwendung von DIN EN ISO 10 360-2 zur Messung von Längenmaßen 2005.
- [N9-3] Blatt 5.1 Überwachung mit Kugelplatten 2009.
- [N9-4] Blatt 7. Ermittlung der Unsicherheit von Messungen auf Koordinatenmessgeräten durch Simulation ver. 2008.
- [N9- 5] Blatt 8. Prüfprozesseignung von Messungen mit Koordinatenmessgeräten ver. 2006
- [N10] ISO/TS 23165 Geometrical product specifications (GPS) — Guidelines for the evaluation of coordinate measuring machine (CMM) test uncertainty.

Strony internetowe:

- [W1] <http://docs.scipy.org/doc/scipy/scipy-ref.pdf>
- [W2] www.dea.it
- [W3] www.etalon-ag.com
- [W4] www.komputerswiat.pl/jak-to-dziala/2008/07/jak-dziala-gps.aspx
- [W5] www.leitz-metrology.com
- [W6] www.qualitydigest.com/june98/html/cmms.html, *Machine Vision – ACTIV*
- [W7] www.renishaw.com
- [W8] www.wenzel-cmm.com
- [W9] www.zeiss.com
- [W10] www2.mitutoyo.de

Wykaz rysunków:

- Rys. 1. Schemat kinematyczny maszyny portalowej (swobodnej) 9
- Rys. 2. Maszyny portalowe swobodne firm: DEA oraz Mitutoyo 10
- Rys. 3. Maszyna PMM-C-Infinity z ruchomym stołem firmy Leitz, po prawej stronie pokazano sztywne połączenie konstrukcyjne 10
- Rys. 4. Schemat kinematyczny maszyny mostowej 11
- Rys. 5. Maszyny mostowe firm: DEA, Leitz oraz Wenzel 11
- Rys. 6. Schematy kinematyczne maszyn kolumnowych a) ze stołem przesuwным, b) ze stołem obrotowym 12
- Rys. 7. Maszyny kolumnowe firm: Zeiss oraz Wenzel 13
- Rys. 8. Schemat kinematyczny maszyny wysięgnikowej 14
- Rys. 9. Maszyny wysięgnikowe firm: DEA oraz Zeiss 14
- Rys. 10. Przykładowy wykres maksymalnych błędów granicznych dla WMP 17
- Rys. 11. Przykładowa orientacja końcówki pomiarowej przy pomiarach błędu E_{150} 18
- Rys. 12. Dwie z możliwych czterech pozycji wzorca oraz dwie z możliwych czterech orientacji końcówki pomiarowej 19
- Rys. 13. a) Pozycje LaserTracer'a oraz linie pomiarowe przy wyznaczaniu błędu E_0 b) pozycje LaserTracer'a oraz linie pomiarowe przy wyznaczaniu błędu E_{150} 20
- Rys. 14. Punkty pomiarowe w trakcie sprawdzania głowic pomiarowych 21

Rys. 15. Schemat wykorzystywania metody porównawczej	24
Rys. 16. Kolejne kierunki podczas pomiaru przedmiotu	25
Rys. 17. Kolejne kierunki podczas mierzenia wzorca długości i średnicy	26
Rys. 18. Schemat wyznaczania niepewności pomiaru w oparciu o wzorzec niewykalibrowany	27
Rys. 19. Metoda Monte Carlo w relacji do metody tradycyjnej	28
Rys. 20. Fazy zastosowania MMC	29
Rys. 21. Graficzna prezentacja wyników: metody tradycyjnej (ciągła linia) oraz MMC (słupki)	32
Rys. 22. Widok okna z programu symulującego pomiar realizowany na WMP	35
Rys. 23. Składowe błędów kinematycznych WMP	37
Rys. 24. Graficzna interpretacja błędów głowicy (program TKAL- opracowany w PTB)	39
Rys. 25. Błąd odtworzenia punktu pomiarowego \bar{p}_a	41
Rys. 26. Przestrzenne pole losowe niepewności błędu odtworzenia punktu pomiarowego $\bar{U}(p_a)$	42
Rys. 27. Wzorzec kulowy opracowany w PK do oceny dokładności WMP	44
Rys. 28. Schemat pomiarowy dla metody węza	45
Rys. 29. Pomiar kuli wzorcowej - pomiar zewnętrzny w celu zidentyfikowania funkcji błędów głowicy FBG	47
Rys. 30. Model ramienia pomiarowego Sigma we współrzędnych Denavita – Hartenberga ..	48
Rys. 31. Algorytm konstruowania WWRP	50
Rys. 32. Stanowisko do pomiaru błędów geometrycznych maszyny współrzędnościowej za pomocą interferometru laserowego	53
Rys. 33. Przykładowy pomiar błędów prostoliniowości WMP realizowany z wykorzystaniem interferometru laserowego ML10 Gold	54
Rys. 34. Program GEOcomp – wprowadzanie błędów geometrycznych związanych z osią X	55
Rys. 35. Program GEOcomp – wprowadzanie błędów wzajemnej prostopadłości poszczególnych osi	55
Rys. 36. Schemat czterech wymaganych położeń	57
Rys. 37. Pomiary płyty otworowej w jednej z zalecanych pozycji na maszynie DEA Global	58
Rys. 38. Precyzyjna korekcja CAA	59

Rys. 39. Odształcenie WMP w wyniku zmiennych sił	60
Rys. 40. Wpływ dynamicznego odształcenia na kształt mierzonego profilu.....	60
Rys. 41. Diagram funkcjonowania systemu ACTIV.....	62
Rys. 42. Laser Tracer: (1) kula referencyjna, (2) wiązka laserowa, (3) kolumna LT.....	66
Rys. 43. LaserTRACER w kilku pozycjach na CMM (po lewej) oraz pomiar zaprogramowanej siatki pomiarowej w jednej z pozycji LT (po prawej).....	66
Rys. 44. Zasada działania metody multilateracji.....	67
Rys. 45. Projektowanie ścieżek pomiarowych i pozycji LaserTracer'a w programie Trac-cal.....	68
Rys. 46. Prezentacja błędów geometrycznych maszyny pomiarowej w programie Trac-cal ..	69
Rys. 47. Korekcja błędów geometrycznych maszyn pomiarowych.....	70
Rys. 48. Dopuszczalne błędy graniczne maszyny typu PMM 12106 firmy Leitz z wyłączoną matematyczną macierzą korekcji CAA (równanie MPE_E dla maszyny przed korekcją zaznaczono zieloną linią, dla porównania czerwoną linią zaznaczone zostało równanie po korekcji)	71
Rys. 49. Dopuszczalne błędy graniczne maszyny typu PMM 12106 firmy Leitz z włączoną macierzą korekcji CAA.....	71
Rys. 50. Składowe przypadkowe $U_x(P_a)$, $U_y(P_a)$, $U_z(P_a)$, błędu odtwarzalności punktu pomiarowego P_a	72
Rys. 51. Zdefiniowany w postaci elipsoidy kształt obszaru błędów przypadkowych wokół punktu pomiarowego.....	75
Rys. 52. a) Siatka punktów referencyjnych, b) błędy resztkowe w węzłach siatki referencyjnej i sposób ich identyfikacji.....	77
Rys. 53. Współpraca WMP i LaserTracer'a, mająca na celu opisanie przestrzeni pomiarowej siatką punktów referencyjnych.....	78
Rys. 54. Sferyczny układ współrzędnych	80
Rys. 55. Schematyczny algorytm działania Wirtual MC PK.....	81
Rys. 56. Wektory błędów systematycznych kompensowanych przez macierz korekcji CAA	84
Rys. 57. Retroreflektor typu „kocie oko” zamontowany na maszynie pomiarowej	84
Rys. 58. Sekwencja najazdów na punkt pomiarowy (żółte strzałki wskazują kierunek najazdu)	85
Rys. 59. Siatka punktów referencyjnych a) widok izometryczny, b) przekroje przez poszczególne płaszczyzny przestrzeni pomiarowej	87

Rys. 60. Wektory na rysunku symbolizują odchylenia standardowe (skala 100 000:1) odtworzenia poszczególnych współrzędnych punktów referencyjnych (wartości na osiach podane w mm).....	87
Rys. 61. Wektory na rysunku symbolizują odchylenia standardowe (skala 100 000:1) odtworzenia poszczególnych współrzędnych punktów referencyjnych (wartości na osiach podane w mm) a) widok XY, b) widok XZ, c) widok YZ.....	88
Rys. 62. Punkty referencyjne stanowiące sekwencję pomiarową (widok z góry kuli w kierunku płaszczyzny XY)	91
Rys. 63. Pomiary wzorca sferycznego zrealizowanego na maszynie typu PMM 12106 wyposażonej w głowicę mierzącą Leitz	92
Rys. 64. Błędy głowicy pomiarowej zależne od kątów wychylenia trzpienia pomiarowego α i β	94
Rys. 65. Błędy głowicy pomiarowej zależne od kątów wychylenia trzpienia pomiarowego α i β (widok z góry)	94
Rys. 66. Algorytm działania modelu wirtualnej maszyny Wirtual MC PK pokazujący relacje pomiędzy wykorzystywanymi środowiskami programistycznymi	95
Rys. 67. Przykładowa krzywa sklejana typu b-splajn rozciągnięta na 4 punktach referencyjnych (widok w rzutach z góry, z przodu i z boku).....	97
Rys. 68. Interpolacja metodą najbliższego sąsiada. a) wartość oryginalnej funkcji, b) interpolowana wartość funkcji uzyskana dla interpolacji opartej na 1000 węzłów	98
Rys. 69. Algorytm realizowany przez moduł symulujący błędy resztkowe	99
Rys. 70. Dwuwymiarowa interpolacja liniowa	100
Rys. 71. Algorytm realizowany przez moduł symulujący błędy głowicy	101
Rys. 72. Zalecane pozycje wzorca cylindrycznego w trakcie sprawdzania poprawności modelu symulacyjnego.....	104
Rys. 73. Pomiary wzorca cylindrycznego na modelowanej maszynie współrzędnościowej typu PMM 12106 firmy Leitz	105
Rys. 74. Mierzone wzorce typu BallBar oraz Koba Step.....	106
Rys. 75. Położenie czujników pomiaru temperatury wraz z systemem transmisji bezprzewodowej do stacji bazowej	107
Rys. 76. Pomiar odległości pomiędzy dwoma punktami realizowany na wzorcu Koba Step	108
Rys. 77. Pomiar wzorca BallBar zgodnie z wytycznymi metody wielopozycyjnej.....	109

Rys. 78. Wyniki weryfikacji modelu: wyniki pomiarów średnicy i błędów kształtu odniesione do wyników kalibracji wzorca cylindrycznego – Pozycja 1	111
Rys. 79. Wyniki weryfikacji modelu: wyniki pomiarów średnicy i błędów kształtu odniesione do wyników kalibracji wzorca cylindrycznego – Pozycja 2	113
Rys. 80. Wyniki weryfikacji modelu: wyniki pomiarów średnicy i błędów kształtu odniesione do wyników kalibracji wzorca cylindrycznego – Pozycja 3	115
Rys. 81. Wyniki weryfikacji modelu: wyniki pomiarów odległości płaszczyzn czołowych odniesione do wyników kalibracji wzorca cylindrycznego	116
Rys. 82. Przykładowy raport z programu Quindos prezentujący wynik pojedynczego pomiaru z niepewnością	118
Rys. 83. Porównanie wyników pomiarów odległości pomiędzy środkami dwóch kul.....	120
Rys. 84. Simulator I++ firmy Messtechnik Wetzlar współpracujący z oprogramowaniem Quindos	121
Rys. 85. Pomiary średnicy otworu w korpusie silnika zrealizowane w Simulatorze I++	124
Rys. 86. Wyniki pomiarów średnicy otworu w korpusie silnika zrealizowane w Simulatorze I++ wraz z niepewnością pomiaru uzyskaną w wyniku działania modelu Wirtual MC PK..	124
Rys. 87. Pomiar odległości płaszczyzn w korpusie silnika zrealizowany w Simulatorze I++	125
Rys. 88. Wyniki pomiarów odległości płaszczyzn zrealizowane w Simulatorze I++ wraz z niepewnością pomiaru uzyskaną w wyniku działania modelu Wirtual MC PK	125

Wykaz tabel:

Tabela 1. Możliwe pozycje wzorca przy pomiarach błędów wskazania E_{150}	18
Tabela 2. Dopuszczalne odchylenia między przedmiotem mierzonym a wzorcem używanym w metodzie porównawczej	23
Tabela 3. FGP przypisane do poszczególnych wielkości wejściowych.....	31
Tabela 4. Wyniki zastosowania metody tradycyjnej (ISO 15530-2) oraz metody Monte Carlo.....	32
Tabela 5. Przykładowe FGP przypisane do zmiennych występujących w modelu	34
Tabela 6. Porównanie wyników uzyskanych z zastosowaniem metody porównawczej i MMC	34

Tabela 7. Wyniki przeprowadzonych pomiarów: X, Y, Z – współrzędne nominalne punktów referencyjnych, mm; d(X), d(Y), d(Z) – odchylenia standardowe osiągnięcia poszczególnych współrzędnych punktów wyliczone z wszystkich najazdów na dany punkt, mm.	89
Tabela 8. Wyniki pomiarów wzorca sferycznego dla kątów $\alpha \in (0, 340)$ $\beta \in (0, 20)$. Średni błąd liczony po promieniu i odchylenie standardowe podane w mm	93
Tabela 9. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 1, walec opisany na 9 punktach	110
Tabela 10. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 1, walec opisany na 15 punktach	110
Tabela 11. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 1, walec opisany na 24 punktach	110
Tabela 12. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 2, walec opisany na 9 punktach	112
Tabela 13. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 2, walec opisany na 15 punktach	112
Tabela 14. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 2, walec opisany na 24 punktach	112
Tabela 15. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 3, walec opisany na 9 punktach	114
Tabela 16. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 3, walec opisany na 15 punktach	114
Tabela 17. Wyniki pomiarów wzorca cylindrycznego - pozycja numer 3, walec opisany na 24 punktach	114
Tabela 18. Wyniki pomiarów odległości płaszczyzn czołowych wzorca cylindrycznego	116
Tabela 19. Porównanie wyników pomiarów odległości między dwoma punktami wraz z niepewnościami	117
Tabela 20. Porównanie wyników pomiarów odległości między dwoma płaszczyznami wraz z niepewnościami	117
Tabela 21. Porównanie wyników pomiarów średnicy kuli wraz z niepewnościami.....	118
Tabela 22. Porównanie wyników pomiarów błędu kształtu kuli wraz z niepewnościami.....	119
Tabela 23. Porównanie wyników pomiarów odległości pomiędzy środkami dwóch kul wraz z niepewnościami	119

Załącznik A

Kluczowy fragment opracowanego kodu źródłowego modułu Wirtualnej Współrzędnościowej Maszyny Pomiarowej Wirtual MC PK, odpowiedzialnego za symulowanie błędów resztkowych pochodzących od układu kinematycznego, w języku programowania Python.

```
import math as ma
import numpy as np
import scipy as sp
import funkcje as fn

#wczytanie danych do macierzy m
f = open("siatka_ref.txt",'r')
a=f.readlines()
f.close()

aa=[]
bb=[]

for i in range(len(a)):
    kk=str(a[i])
    pom=kk.split()
    for j in range(len(pom)):
        aa.append(float(pom[j]))
    bb.append(aa)
    aa=[]

m=np.array(bb)
#print m

#symulacja MMC dla 56 ptow

#liczba prob MC
```



```

n=1000
#liczba stopni swobody
stsw=13

def MMC_kin():

    #inicjacja macierzy na wynik w postaci [nr pkt, wspolzedna 0-X 1-Y 2-Z, nr losu
MMC]
    wyn1=np.zeros([56,3,n])

    for j in range(56):
        for i in range(n):
            wyn1[j,0,i]=fn.tst(m[j,0],m[j,3],stsw)
            wyn1[j,1,i]=fn.tst(m[j,1],m[j,4],stsw)
            wyn1[j,2,i]=fn.tst(m[j,2],m[j,5],stsw)

    return wyn1
    #print wyn

wyn=MMC_kin()

#f-cja spline liczy spline dla wsp x0 i y0 pobierajac wartosc nr t0 z macierzy wyn
{[?,?,t0]}
def spline(x0,y0,t0):
    from numpy import arange, cos, linspace, pi, sin, random
    from scipy.interpolate import splprep, splev

    #wektor na indeksy wierszy z ktorych bierze sie dane do wyznaczenia spline'a
    p=[0,0,0,0]
    k=0

    for i in range(len(m)):
        if m[i,0]==x0 and m[i,1]==y0:
            p[k]=i
            k=k+1

```

```

# dane do wyznaczenia spline'a
x = [wyn[p[0],0,t0],wyn[p[1],0,t0],wyn[p[2],0,t0],wyn[p[3],0,t0]]
y = [wyn[p[0],1,t0],wyn[p[1],1,t0],wyn[p[2],1,t0],wyn[p[3],1,t0]]
z = [wyn[p[0],2,t0],wyn[p[1],2,t0],wyn[p[2],2,t0],wyn[p[3],2,t0]]

# parametry spline
s=3.0 # wygladzenie
k=3 # rzad
nest=-1

.
.
.

def kin(x1,y1,z1):

#utworzenie 13 splajnow
sp1=spline(150,50,1)
sp2=spline(150,325,1)
sp3=spline(150,600,1)
sp4=spline(310,460,1)
sp5=spline(310,190,1)
sp6=spline(475,50,1)
sp7=spline(475,325,1)
sp8=spline(475,600,1)
sp9=spline(640,460,1)
sp10=spline(640,190,1)
sp11=spline(800,50,1)
sp12=spline(800,325,1)
sp13=spline(800,600,1)

#wektor z indeksami w ktorym wierszu spline'a znajduje sie odpowiednia wartosc
ind=np.zeros(13)

```

```

for i in range(9999):
    if sp1[i,2]<=z1 and z1<=sp1[i+1,2]:
        ind[0]=i
    if sp2[i,2]<=z1 and z1<=sp2[i+1,2]:
        ind[1]=i
    if sp3[i,2]<=z1 and z1<=sp3[i+1,2]:
        ind[2]=i
    if sp4[i,2]<=z1 and z1<=sp4[i+1,2]:
        ind[3]=i
    if sp5[i,2]<=z1 and z1<=sp5[i+1,2]:
        ind[4]=i
    if sp6[i,2]<=z1 and z1<=sp6[i+1,2]:
        ind[5]=i
    if sp7[i,2]<=z1 and z1<=sp7[i+1,2]:
        ind[6]=i
    if sp8[i,2]<=z1 and z1<=sp8[i+1,2]:
        ind[7]=i
    if sp9[i,2]<=z1 and z1<=sp9[i+1,2]:
        ind[8]=i
    if sp10[i,2]<=z1 and z1<=sp10[i+1,2]:
        ind[9]=i
    if sp11[i,2]<=z1 and z1<=sp11[i+1,2]:
        ind[10]=i
    if sp12[i,2]<=z1 and z1<=sp12[i+1,2]:
        ind[11]=i
    if sp13[i,2]<=z1 and z1<=sp13[i+1,2]:
        ind[12]=i

```

```

#punkty w postaci (y,z)
points=np.zeros([13,2])
#punkty w postaci (x,z)
pt=np.zeros([13,2])
#punkty w postaci (x,y)

```

```

pt2=np.zeros([13,2])
#dla x
values=np.zeros(13)
#dla y
val=np.zeros(13)
#dla z
#val2=np.zeros(13)

points[0] = [sp1[ind[0],1],sp1[ind[0],2]]
pt[0] = [sp1[ind[0],0],sp1[ind[0],2]]
pt2[0] = [sp1[ind[0],0],sp1[ind[0],1]]
values[0] = sp1[ind[0],0] - 150.
val[0] = sp1[ind[0],1] - 50.
#val2[0] = sp1[ind[0],2] - 50.

points[1] = [sp2[ind[1],1],sp2[ind[1],2]]
pt[1] = [sp2[ind[0],0],sp2[ind[0],2]]
pt2[1] = [sp2[ind[0],0],sp2[ind[0],1]]
values[1] = sp2[ind[1],0] - 150.
val[1] = sp2[ind[0],1] - 325.

points[2] = [sp3[ind[2],1],sp3[ind[2],2]]
pt[2] = [sp3[ind[0],0],sp3[ind[0],2]]
pt2[2] = [sp3[ind[0],0],sp3[ind[0],1]]
values[2] = sp3[ind[2],0] - 150.
val[2] = sp3[ind[0],1] - 600.

points[3] = [sp4[ind[3],1],sp4[ind[3],2]]
pt[3] = [sp4[ind[0],0],sp4[ind[0],2]]
pt2[3] = [sp4[ind[0],0],sp4[ind[0],1]]
values[3] = sp4[ind[3],0] - 310.
val[3] = sp4[ind[0],1] - 460.

points[4] = [sp5[ind[4],1],sp5[ind[4],2]]

```

pt[4] = [sp5[ind[0],0],sp5[ind[0],2]]
pt2[4] = [sp5[ind[0],0],sp5[ind[0],1]]
values[4] = sp5[ind[4],0] - 310.
val[4] = sp5[ind[0],1] - 190.

points[5] = [sp6[ind[5],1],sp6[ind[5],2]]
pt[5] = [sp6[ind[0],0],sp6[ind[0],2]]
pt2[5] = [sp6[ind[0],0],sp6[ind[0],1]]
values[5] = sp6[ind[5],0] - 475
val[5] = sp6[ind[0],1] - 50.

points[6] = [sp7[ind[6],1],sp7[ind[6],2]]
pt[6] = [sp7[ind[0],0],sp7[ind[0],2]]
pt2[6] = [sp7[ind[0],0],sp7[ind[0],1]]
values[6] = sp7[ind[6],0] - 475
val[6] = sp7[ind[0],1] - 325.

points[7] = [sp8[ind[7],1],sp8[ind[7],2]]
pt[7] = [sp8[ind[0],0],sp8[ind[0],2]]
pt2[7] = [sp8[ind[0],0],sp8[ind[0],1]]
values[7] = sp8[ind[7],0] - 475
val[7] = sp8[ind[0],1] - 600.

points[8] = [sp9[ind[8],1],sp9[ind[8],2]]
pt[8] = [sp9[ind[0],0],sp9[ind[0],2]]
pt2[8] = [sp9[ind[0],0],sp9[ind[0],1]]
values[8] = sp9[ind[8],0] - 640
val[8] = sp9[ind[0],1] - 460.

points[9] = [sp10[ind[9],1],sp10[ind[9],2]]
pt[9] = [sp10[ind[0],0],sp10[ind[0],2]]
pt2[9] = [sp10[ind[0],0],sp10[ind[0],1]]
values[9] = sp10[ind[9],0] - 640
val[9] = sp10[ind[0],1] - 190.

```

points[10] = [sp11[ind[10],1],sp11[ind[10],2]]
pt[10] = [sp11[ind[0],0],sp11[ind[0],2]]
pt2[10] = [sp11[ind[0],0],sp11[ind[0],1]]
values[10] = sp11[ind[10],0] - 800
val[10] = sp11[ind[0],1] - 50.

```

```

points[11] = [sp12[ind[11],1],sp12[ind[11],2]]
pt[11] = [sp12[ind[0],0],sp12[ind[0],2]]
pt2[11] = [sp12[ind[0],0],sp12[ind[0],1]]
values[11] = sp12[ind[11],0] - 800
val[11] = sp12[ind[0],1] - 325.

```

```

points[12] = [sp13[ind[12],1],sp13[ind[12],2]]
pt[12] = [sp13[ind[0],0],sp13[ind[0],2]]
pt2[12] = [sp13[ind[0],0],sp13[ind[0],1]]
values[12] = sp13[ind[12],0] - 800
val[12] = sp13[ind[0],1] - 600.

```

```

gdzie=np.zeros([2,2])
gdzie[0]=[y1,z1]
gdzie[1]=[y1+200,z1+200]
#for i in range(2,30):
    #gdzie[i]=[y1+i*5,z1+i*5]

```

·
·
·

```
odl=np.zeros(56)
```

```

for i in range(len(m)):
    odl[i]=ma.sqrt((m[i,0]-x1)**2+(m[i,1]-y1)**2+(m[i,2]-z1)**2)

```

```
ddd=np.argmin(odl)
z222=m[ddd,5]
z2=fn.tst(z1,z222,sw)-z1

zwroc=[grid_z0[0],grid_z1[0],z2]
print zwroc
return zwroc
```

Załącznik B

Kluczowy fragment opracowanego kodu źródłowego modułu Wirtualnej Współrzędnościowej Maszyny Pomiarowej Wirtual MC PK, odpowiedzialnego za symulowanie błędów głowicy pomiarowej, w języku programowania Python.

```
import numpy as np
import scipy as sp
import math as ma
import funkcje as fn

#import pliku ze srednimi
f=open("srednie.txt",'r')

#import pliku z odchyleniami
f2=open("odchstd.txt",'r')

# odczytanie plikow do macierzy tekstowych
sred=f.readlines()
odch=f2.readlines()
bb=[]
bb2=[]

#utworzenie macierzy numpy w postaci ALFA BETA srednia/odch
for i in range(len(sred)):
    kk=str(sred[i])
    kk2=str(odch[i])
    pom=kk.split()
    pom2=kk2.split()
    m=[]
    m2=[]
    for j in range(len(pom)):
        m.append(float(pom[j]))
        m2.append(float(pom2[j]))
```



```

bb.append(m)
bb2.append(m2)

f.close()
f2.close()

sr=np.array(bb)
od=np.array(bb2)

#print sr
#print od

def err(alfa,beta):
    if beta==90:
        alfa=0
    for i in range(len(sr)):
        if sr[i,0]==alfa and sr[i,1]==beta:
            return sr[i,2]

def odst(alfa,beta):
    if beta==90:
        alfa=0
    for i in range(len(od)):
        if od[i,0]==alfa and od[i,1]==beta:
            return od[i,2]

#print err(60,40)

def int(alfa, beta):

    #liczba prob MC
    n=1000
    #liczba stopni swobody
    stsw=10
    #inicjacja macierzy na wynik

```

```

t=[0,0]

if ma.fmod(alfa,20)<>0 and ma.fmod(beta,10)<>0:
    if beta<80:
        for b in {0,10,20,30,40,50,60,70}:
            if beta >b and beta<b+10:
                for a in {0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200,
220, 240, 260, 280, 300, 320, 340}:
                    if alfa>a and alfa<a+20:
                        al_lw=a
                        al_pw=a+20
                        be_dl=b
                        be_gr=b+10

l1=alfa-al_lw
l2=al_pw-alfa
if al_pw==360:
    al_pw=0

p_gr=np.zeros(n)
p_dl=np.zeros(n)
wart=np.zeros(n)

for i in range(n):

    p_gr[i]=(l1*fn.tst(err(al_pw,be_gr),odstd(al_pw,be_gr),stsw))/(l1+l2)+(l2*fn.tst(err(al
_lw,be_gr),odstd(al_lw,be_gr),stsw))/(l1+l2)

    p_dl[i]=(l1*fn.tst(err(al_pw,be_dl),odstd(al_pw,be_dl),stsw))/(l1+l2)+(l2*fn.tst(err(al
_lw,be_dl),odstd(al_lw,be_dl),stsw))/(l1+l2)

l1=be_gr-beta
l2=beta-be_dl
for i in range(n):

```

```

        wart[i]=(l1*p_dl[i])/(l1+l2)+(l2*p_gr[i])/(l1+l2)
t[0]=sp.mean(wart)
t[1]=sp.std(wart)
return t[0]

if beta>80:
    for a in {0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260,
280, 300, 320, 340}:
        if alfa>a and alfa<a+20:
            al_lw=a
            al_pw=a+20
            be_dl=80
            be_gr=90

l1=alfa-al_lw
l2=al_pw-alfa
if al_pw==360:
    al_pw=0

p_gr=np.zeros(n)
p_dl=np.zeros(n)
wart=np.zeros(n)

for i in range(n):
    p_gr[i]=fn.tst(err(0,90),odstd(0,90),stsw)

    p_dl[i]=(l1*fn.tst(err(al_pw,be_dl),odstd(al_pw,be_dl),stsw))/(l1+l2)+(l2*fn.tst(err(al
_lw,be_dl),odstd(al_lw,be_dl),stsw))/(l1+l2)

l1=be_gr-beta
l2=beta-be_dl
for i in range(n):
    wart[i]=(l1*p_dl[i])/(l1+l2)+(l2*p_gr[i])/(l1+l2)

```

```

t[0]=sp.mean(wart)
t[1]=sp.std(wart)
return t[0]

```

if ma.fmod(alfa,20)==0 and ma.fmod(beta,10)==0:

```

wart=np.zeros(n)
for i in range(n):
    wart[i]=fn.tst(err(alfa,beta),odstd(alfa,beta),stsw)

```

```

t[0]=sp.mean(wart)
t[1]=sp.std(wart)
return t[0]

```

if ma.fmod(alfa,20)==0 and ma.fmod(beta,10)<>0:

```

for b in {0,10,20,30,40,50,60,70,80}:
    if beta >b and beta<b+10:
        be_dl=b
        be_gr=b+10

```

```

l1=be_gr-beta
l2=beta-be_dl

```

```

wart=np.zeros(n)
for i in range(n):

```

```

    wart[i]=(l1*fn.tst(err(alfa,be_dl),odstd(alfa,be_dl),stsw))/(l1+l2)+(l2*fn.tst(err(alfa,be
_gr),odstd(alfa,be_gr),stsw))/(l1+l2)

```

```

t[0]=sp.mean(wart)
t[1]=sp.std(wart)
return t[0]

```

if ma.fmod(alfa,20)<>0 and ma.fmod(beta,10)==0:

```
for a in {0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260,
280, 300, 320, 340}:
```

```
    if alfa>a and alfa<a+20:
```

```
        al_lw=a
```

```
        al_pw=a+20
```

```
l1=alfa-al_lw
```

```
l2=al_pw-alfa
```

```
if al_pw==360:
```

```
    al_pw=0
```

```
wart=np.zeros(n)
```

```
for i in range(n):
```

```
    wart[i]=(l1*fn.tst(err(al_pw,beta),odstd(al_pw,beta),stsw))/(l1+l2)+(l2*fn.tst(err(al_lw
,beta),odstd(al_lw,beta),stsw))/(l1+l2)
```

```
t[0]=sp.mean(wart)
```

```
t[1]=sp.std(wart)
```

```
return t[0]
```

```
#symulacja dla calego zakresu katow:
```

```
def sym():
```

```
    wy=[]
```

```
    f=open("glowica_wynik_MMC.txt",'w')
```

```
    for i in range(360):
```

```
        for j in range(90):
```

```
            temp=[]
```

```
            temp.append(i)
```

```
            temp.append(j)
```

```
            temp.append(int(i,j)[0])
```

```
            f.write(str(temp[0])+' '+str(temp[1])+' '+str(temp[2])+'\n')
```

```
wy.append(temp)
wynik=np.array(wy)
f.close()
```