

**POLITECHNIKA KRAKOWSKA**  
im. Tadeusza Kościuszki



**HENRYK JODŁOWSKI**

Metoda rozpoznawania odkształceń plastycznych  
w procesie obciążania stali wykazujących  
niestateczność materiałową

Praca doktorska wykonana na

Wydziale Mechanicznym

Politechniki Krakowskiej

pod kierunkiem

Dr hab. inż. Stefana Bućko, prof. PK

**Kraków 2007**



## Spis treści

1.	Wprowadzenie .....	4
1.1.	Zdefiniowanie problemu .....	4
1.2.	Uzasadnienie tematyki .....	9
1.3.	Cel i zakres pracy .....	11
2.	Przegląd literatury .....	13
2.1.	Problemy badania właściwości materiałów przy czystym rozciąganiu .....	13
2.2.	Metody doświadczalne jednoznacznie rozróżniające strefy uplastycznione od sprężystych .....	15
2.3.	Opis metod eksperymentalnych do badania stanów sprężysto – plastycznych .....	16
3.	Koncepcja metody interferencji optycznej jako metody klasyfikacji charakteru odkształceń .....	19
4.	Weryfikacja metody interferencji optycznej do wyznaczania stref plastycznych w statycznej próbie rozciągania .....	24
4.1.	Przygotowanie próbek i parametry prób rozciągania .....	24
4.2.	Szczegółowy opis weryfikacji .....	27
4.2.1.	Stal 15HM .....	28
4.2.1.1.	Próbki wiosełkowe .....	34
4.2.2.	Stal 45 .....	37
4.2.3.	Stal NWC .....	39
4.2.4.	Stal St6 .....	43
4.2.5.	Stal WCL .....	45
5.	Przykłady zastosowania metody interferencji do analizy stref plastycznych w niejednorodnych polach naprężeń .....	48
5.1.	Wprowadzenie .....	48

5.2. Badania powstawania stref plastycznych w przypadku czystego zginania .....	49
5.2.1. Opis stanowiska badawczego i metody badań .....	49
5.2.2. Opis zjawisk towarzyszących uplastycznieniu belek zginanych .....	51
5.2.3. Podsumowanie .....	53
5.3. Badanie powstawania stref plastycznych wokół otworów.....	54
5.3.1. Analityczne rozwiązania zagadnienia rozkładu naprężeń wokół otworów w rozciąganych cienkich tarczach .....	54
5.3.2. Gradient naprężeń dla rozciąganej tarczy z otworem.....	57
5.3.3. Doświadczalne wyznaczanie stref plastycznych wokół otworów .....	58
5.3.3.1. Wprowadzenie .....	58
5.3.3.2. Metodyka badań .....	59
5.3.3.3. Opis początku uplastycznienia tarczy z otworem zjawiska towarzyszące.....	61
5.3.4. Weryfikacja odkształceń plastycznych przez odciążanie .....	68
5.4. Podsumowanie weryfikacji metody w strefach koncentracji naprężeń .....	70
6. Podsumowanie i wnioski .....	71
6.1. Podsumowanie wyników przeprowadzonych badań .....	71
6.2. Wnioski do dalszych badań .....	73
7. Literatura .....	75

# 1. WPROWADZENIE

## 1.1. Zdefiniowanie problemu

Zdecydowana większość materiałów metalowych wykazuje zdolność do odkształceń trwałych, zwanych również plastycznymi, pojawiających się przy odpowiednio dużych naprężeniach. Podstawą do oceny granicznych wartości naprężeń jest statyczna próba rozciągania oraz sporządzone w czasie tej próby wykresy. Przyjmuje się dość powszechnie, że w pierwszej fazie odkształcenia są sprężyste i zwykle proporcjonalne do naprężeń, chociaż występowanie histerezy sugeruje pojawianie się mikroodkształceń plastycznych również w tym obszarze. Według [1] *„Przy statycznym obciążaniu obserwuje się, że w obrębie poszczególnych ziaren występują odkształcenia trwałe przejawiające się na powierzchni jako pasma poślizgu. Odpowiadające temu nominalne naprężenia są znacznie niższe od wartości, którą przyjmuje się jako granicę sprężystości polikrystalicznego materiału.”*

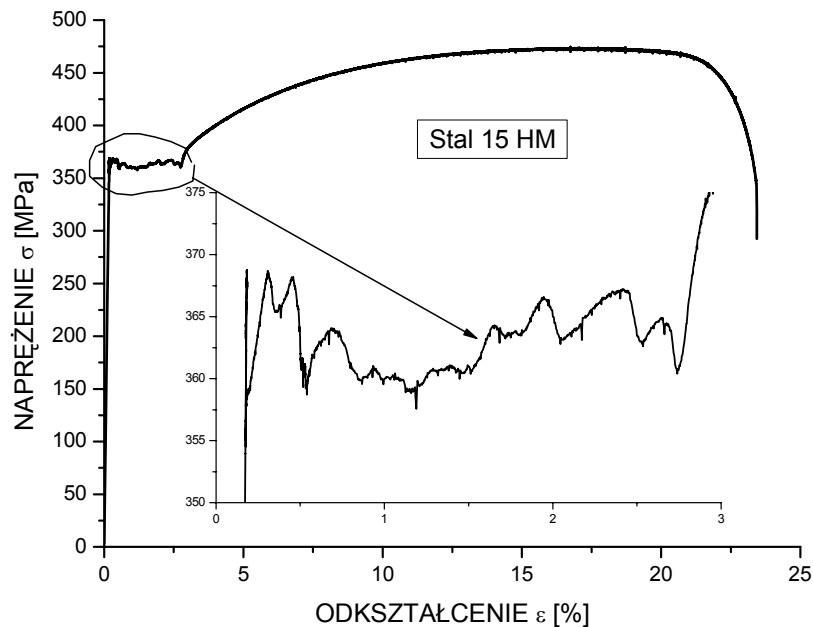
Cechy charakterystyczne wykresu rozciągania stały się podstawą wyróżnienia dwóch grup metali:

- metale z wyraźną granicą plastyczności
- metale bez wyraźnej granicy plastyczności

Wykres rozciągania metali drugiej grupy nie wykazuje załamań i do osiągnięcia maksimum obciążenia jest krzywą monotonicznie rosnącą. Dla metali tej grupy wyróżnia się zwykle granicę sprężystości  $R_{sp}$  oraz granicę plastyczności związaną z wystąpieniem makroskopowych odkształceń plastycznych o umownej wartości. Realnie wyznacza się umowną granicę sprężystości jako naprężenie wywołujące makroskopowe odkształcenie plastyczne o bardzo małej wartości ( $0,005 \div 0,05$ )%, oraz umowną granicę plastyczności  $R_{0,2}$ . Teoretyczna wartość granicy sprężystości wyznacza kres górny zakresu odkształceń sprężystych oraz najczęściej kres ważności prawa Hooke'a. Po przekroczeniu tego naprężenia występuje zakrzywienie wykresu i pojawiają się makroodkształcenia plastyczne. Wartość granicy plastyczności materiałów tej grupy jest wielkością umowną związaną z wartością odkształcenia trwałego. Uzasadnieniem takiej

umowy jest to, że przy  $\varepsilon_{trwałe} = 0,2\%$  obraz zmian mikrostruktury jest podobny do obrazu zmian w materiale wykazującym wyraźną granicę plastyczności  $R_e$  [1].

Metale z wyraźną granicą plastyczności wykazują inną reakcję na obciążenia, przy czym zależną również od struktury (ziarnistości). W stalach drobnoziarnistych o jednorodnej budowie wykres rozciągania jest prostoliniowy aż do granicy plastyczności, zatem należy utożsamiać granicę sprężystości i wyraźną granicę plastyczności. Przy dalszym wydłużaniu obserwuje się wzrosty i spadki siły związane z propagacją odkształceń plastycznych wzdłuż rozciąganej próbki. Przykładowy wykres rozciągania drobnoziarnistej stali 15HM pokazano na rys.1.1, gdzie dodatkowo w powiększeniu przedstawiono odcinek wykresu odpowiadający procesowi awansowania się odkształceń plastycznych.

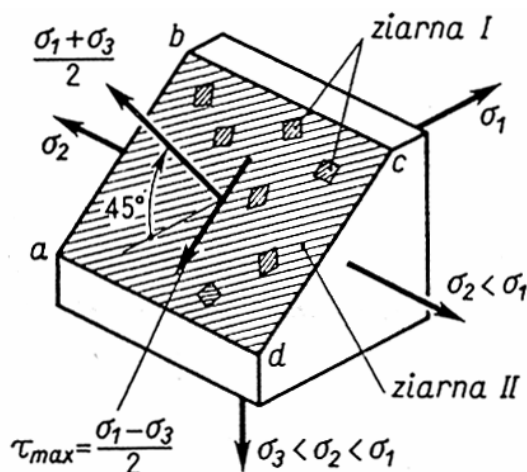


Rys. 1.1. a: typowy wykres rozciągania stali 15HM, b: odcinek plastycznego płynięcia w powiększeniu

W stalach gruboziarnistych można oczekiwać rozdzielenia granicy sprężystości i plastyczności oraz wystąpienia między nimi zakrzywionego odcinka wykresu [2]. Dla uproszczenia analiz dość często np. przy schematyzacji wykresów utożsamia się granice sprężystości i plastyczności również dla metali gruboziarnistych. W stosowanym w teorii modelu ośrodka ciągłego, różnice własności wynikające ze struktury są z reguły pomijane. Mechanizmy rządzące

odkształceniem plastycznym w prostych i w miarę jednorodnych stanach naprężenia zostały w zasadzie wyjaśnione i opisane w literaturze, przy czym są to z reguły badania mikroskopowe wykonywane „ex post” tzn. rejestracja skutków poślizgów plastycznych po ich wystąpieniu i odciążeniu. Według już wcześniej cytowanego Z. Brzoski [1].

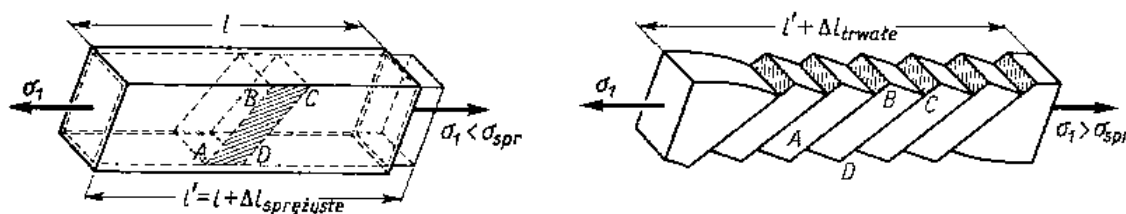
„W materiałach polikrystalicznych, jakimi są metale stosowane w technice przebieg zjawiska poślizgu jest bardziej złożony. Chaotyczne ustawienie ziaren bardzo utrudnia zapoczątkowanie poślizgu, a granice ziaren blokują rozszerzanie się poślizgu z jednego ziarna na sąsiednie. Weźmy mianowicie kostkę o trójwymiarowym stanie naprężenia (rys. 1.2).



Rys. 1.2. Rola niejednorodności w zapoczątkowaniu poślizgu

Płaszczyzna  $abcd$  w której  $\tau_\alpha = \tau_{max}$ , przecina tylko niewielką część ziaren (ziarna I) w sposób odpowiadający mechanizmowi poślizgu w pojedynczym kryształ, to znaczy tak, że płaszczyzna  $abcd$  pokrywa się z uprzywilejowaną płaszczyzną poślizgu, a kierunek  $\tau_{max}$  pokrywa się z kierunkiem poślizgu. Można przyjąć, że w ziarnach tych przy wzroście  $\tau_{max}$  najwcześniej wystąpi poślizg. Pozostałe ziarna II odmiennie usytuowane względem płaszczyzny  $abcd$  są bardziej odporne. Trwały poślizg ziaren I wystąpi dopiero wtedy, gdy otaczające sprężyste ziarna II odpowiednio się odkształcą. Ze swej, więc natury poślizg w materiale polikrystalicznym jest odkształceniem niejednorodnym. Przy dalszym wzroście obciążenia uplastycznione ziarna I nie zwiększają już swego oporu. Nadwyżka, obciążenia powoduje zatem wzrost

naprężeń tylko w sprężystej części materiału. To z kolei wywołuje lokalne poślizgi w sprężystych dotąd ziarnach. Na skutek ich odmiennej orientacji płaszczyzny poślizgu w tych następnym krysztalach różnią się od płaszczyzny *abcd*. W rezultacie makroskopowy poślizg w materiale polikrystalicznym obejmuje bloki jak *ABCD* (rys. 1.3), oddzielone od siebie warstwami poślizgu o skończonej grubości (rzędu  $10^{-3}$  -  $10^{-4}$  cm) a nie płaszczyznami poślizgu, jak w monokryształach.

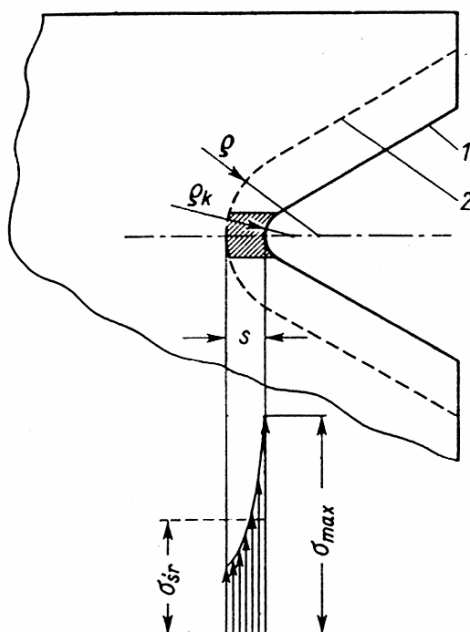


Rys. 1.3. Obraz sprężystych i plastycznych odkształceń próbki monokrystalicznej

*Przecięcie warstw poślizgu z powierzchnią ciała daje pod lupą wrażenie linii. Te tak zwane linie Lüdersa łatwo można zaobserwować w miękkich stalach o wyraźnej granicy plastyczności.”*

Widoczne wahania naprężenia na odcinku plastycznego płynięcia (rys.1.1) spowodowane są tym, że do zainicjowania kolejnego bloku poślizgów plastycznych widocznych na powierzchni próbki w postaci pasm linii Lüdersa konieczne jest dużo większe naprężenie niż do ich propagacji. Powstanie nowego bloku poślizgów plastycznych wymaga wcześniejszego istnienia koncentratora naprężeń na powierzchni obiektu (uskok, stopień na granicy ziaren) [3], [4]. Problemy interpretacyjne dotyczące początku odkształceń plastycznych występują dla złożonych stanów naprężenia, kiedy wykorzystuje się hipotezy wyczerpania oraz w stanach silnie niejednorodnych o dużych gradientach naprężeń. Problemem budzącym duże wątpliwości jest opis ilościowy oraz zweryfikowana doświadczalnie interpretacja występowania makroskopowych odkształceń plastycznych w strefach z dużym gradientem naprężeń. Prace dotyczące tego zagadnienia generalnie przyjmują założenie, że początek makroskopowych odkształceń plastycznych związany jest z warunkiem  $E \cdot \varepsilon_{\max} = R_e$  i na tej podstawie kreślone są kształty stref plastycznych zarówno w pracach eksperymentalnych jak i teoretycznych. Brak w znanej mi literaturze przed-

miotu, opisów weryfikacji charakteru odkształceń, a w szczególności potwierdzenia ich plastycznego charakteru. Przyjmuje się różnego rodzaju hipotezy tłumaczące niespójność wyników rozwiązań teoretycznych z wynikami prac doświadczalnych np. teoria Neubera dotycząca ograniczenia wielkości odkształceń sprężystych w strefach ostrych podcięć (rys. 1.4) [5].



Rys 1.4. Rozkład naprężeń w części metalu położonej na dnie karbu

Z rozważań teoretycznych wynika, iż dla karbów, w których promień zaokrąglenia jest bliski zera, niewielkie naprężenia nominalne powinny spowodować uplastycznienie dna podcięcia, czego się nie obserwuje. Według Neubera materiał rzeczywisty nie stanowi jednorodnego continuum, którego dotyczą wzory teorii sprężystości, i w punktach osobliwych jak dno ostrego karbu, w powierzchniowej warstwie o grubości wymiaru ziarna materiału nie zachodzi już dalsze spiętrzenie naprężeń. W ten sposób eliminuje się promień podcięcia równy zeru, a każdy dowolny promień podcięcia ulega zwiększeniu o wymiar ziarna. Należy jednak zaznaczyć, że w międzyczasie średni wymiar ziaren zmalał dziesięciokrotnie. Podobny problem występuje przy wykorzystywaniu rozwiązań teorii sprężystości podanych po raz pierwszy w 1898 roku przez G. Kirscha [6] i stosowanych w metodach trepanacyjnych do opisu naprężeń zastanych w konstrukcjach. W metodach tych mierzy się zmianę odkształceń



wokół wykonywanego otworu, powodującego koncentrację naprężeń będących funkcją mierzonych naprężeń zastanych. Współczynnik koncentracji; np. przy jednoosiowym stanie naprężenia wynosi,  $k = 3$  co w konsekwencji powinno ograniczać możliwość stosowania metody pomiaru naprężeń zastanych do poziomu  $1/3$  granicy sprężystości. Według [7], [8] powyższe wzory można jednak stosować do poziomu 70% a wg. [9] nawet do 80% granicy sprężystości, co w konsekwencji skutkuje ( $2 \div 2.5$ ) krotnym jej przekroczeniem w strefie  $\sigma_{\max}$ , bez zauważalnych błędów w ocenie naprężeń zastanych i braku jakichkolwiek mierzalnych śladów odkształceń plastycznych.

## 1.2. Uzasadnienie podjęcia tematyki

Wystąpienie w próbie rozciągania wyraźnej granicy plastyczności dla pewnej grupy metali powoduje tym samym powstanie niejednorodności rozkładu odkształceń na długości bazy pomiarowej rozciąganej próbki. W chwili, gdy występuje załamanie na wykresie rozciągania mamy uplastycznienie początkowej objętości, zwykle przy uchwytach maszyny wytrzymałościowej lub w przejściu przekroju z części chwytowej w część pomiarową próbki. Ostatnia objętość ulega uplastycznieniu w chwili, gdy rozpoczyna się monotoniczny wzrost obciążenia a w wyniku odkształcenia plastycznego następuje umocnienie (zgniot) materiału próbki. W ten oto sposób o jednoznacznie zdefiniowanych stanach odkształceń w próbie rozciągania można mówić, dla odkształceń sprężystych, gdy naprężenia są mniejsze lub równe granicy sprężystości oraz dla odkształceń sprężysto-plastycznych w zakresie od początku wzmocnienia plastycznego do odkształcenia odpowiadającego maksimum krzywej rozciągania. Między tymi stanami mamy do czynienia z niejednoznacznym stanem odkształcenia przy jednoosiowym stanie naprężenia. Np. dla stali 15HM rys. 1.1, jest to odkształcenie o zakresie  $\Delta\varepsilon = (0,18 \div 2,8) \%$ , a dla stali 45 odpowiednio  $\Delta\varepsilon = (0,18 \div 1,0) \%$ . W tym zakresie odkształceń poślizgi składowe odkształcenia plastycznego rozwijają się w blokach pasm w sposób dyskretny po długości bazy pomiarowej próbki i posiadają nierównomierne natężenie. Zakończenie wystąpienia ostatniego poślizgu rozpoczyna umocnienie plastyczne (zgniot) materiału a odkształcenie plastyczne staje się równomierne. Stąd

można wnioskować, że dla tego rodzaju materiałów przekroczeniu granicy sprężystości towarzyszy pojawienie się lawinowo rosnących odkształceń charakterystycznych dla różnych gatunków stali, osiągających wartości dla stali 15HM,  $\varepsilon \approx 2.8 \%$ , a dla stali 45,  $\varepsilon \approx 1.0 \%$ . Statystycznie można przyjąć, że każdy poślizg wnosi do całkowitego odkształcenia plastycznego to samo odkształcenie.

Z elementarnej teorii zginania, opartej na założeniu płaskich przekrojów, wynika, że odkształcenie liniowe podłużnych włókien belki jest proporcjonalne do krzywizny zgięcia i do odległości ich od osi obojętnej przekroju. Przy ciągłym wzroście momentu zginającego  $M$ , w rozpatrywanym przedziale, w włóknach zewnętrznych belki, których naprężenie  $\sigma_{\max}$  osiągnęło wartość granicy plastyczności przy rozciąganiu  $R_e$ , powinny pojawić się odkształcenia plastyczne w postaci poślizgów. Przeczą temu dane wytrzymałościowe stali, które podają że granica plastyczności przy zginaniu jest wyższa od granicy plastyczności przy rozciąganiu o około 10%. Aby spełnić tutaj wymagania elementarnej teorii zginania przy osiągnięciu przez skrajne, najdalej oddalone włókna belki, granicy plastyczności, powinny w nich powstać poślizgi, jako znamiona uplastycznienia. Wymaga to jednak pewnej objętości do ich powstania, co nie jest możliwe, bo w położonym obok bliżej osi obojętnej włóknie belki, naprężenie nie osiągnęło jeszcze granicy plastyczności. Powstanie tutaj pierwszych poślizgów wywołujących odkształcenia, wielkość których jest o rząd wielkości większa, od największych odkształceń sprężystych, musi skutkować dyskretnym ich rozkładem.

Jako obiekt badań stanów naprężeń w warunkach silnie niejednorodnych (o dużych gradientach naprężeń) zazwyczaj przyjmuje się tarczę z otworem poddaną rozciąganiu. Istnieją rozwiązania teoretyczne powyższego zagadnienia dla zakresu sprężystego i różnych stosunków średnicy otworu do szerokości tarczy. Dla bardzo małych stosunków, gdzie ubytek przekroju poprzecznego tarczy wskutek istnienia otworu jest pomijalnie mały istnieje rozwiązanie ścisłe [6]. Korzysta się z niego przy pomiarach naprężeń nieusuwalnych metodą trepanacji otworowej. Rozkład naprężeń w tarczy dla dowolnych stosunków średnicy otworu do szerokości tarczy podaje rozwiązanie Howlanda [10]. Rozwiązanie w postaci szeregu funkcji wykładniczej jest dokładne. Wyniki rozwiązania Howlanda w postaci stabelaryzowanej lub graficznej jako współ

czynniki koncentracji naprężeń w funkcji stosunku średnicy otworu do szerokości tarczy podawane są przez większość podręczników i monografii, gdzie omawiana jest koncentracja naprężeń, najczęściej bez podania źródła. W metalach wykazujących wyraźną granicę plastyczności, pojawienie się pierwszych oznak odkształceń plastycznych powinno spełniać zarówno rozwiązanie Howlanda jak i poprzez jednoznaczną ocenę wskazać, iż mamy do czynienia z odkształceniami plastycznymi w sensie makro. Wymaga to konfrontacji wyników pomiarów uzyskiwanych w tym samym czasie, przynajmniej z dwóch niezależnych od siebie metod pomiaru w procesie czynnym. Naprężenia maksymalne występujące na brzegu otworu w minimalnym przekroju tarczy maleją szybko wraz ze wzrostem odległości od jego brzegu. Poślizg (poślizgi) będący pierwszą oznaką odkształceń plastycznych w sensie makro, aby zaistnieć wymaga pewnej objętości materiału obejmującej przynajmniej dwie powierzchnie swobodne. Wymaga to akumulacji nadwyżki energii sprężystej, inaczej wzrostu naprężeń powyżej granicy sprężystości bez widocznych poślizgów charakterystycznych dla odkształceń plastycznych. Wielkość poślizgu jest cechą materiału podobnie jak wielkość platformy plastycznej. Suma wymiarów wszystkich zaistniałych poślizgów jest zarazem wymiarem platformy plastycznej.

### 1.3. Cel i zakres pracy

W monografiach opisujących stany sprężysto-plastyczne, zarówno doświadczalnych np.[11], jak i teoretycznych np.[12], przyjmowano, że przekroczenie przez naprężenie wyraźnej granicy plastyczności  $R_e$  wyznaczonej w statycznej próbie rozciągania, lub gdy spełniony jest warunek  $E \cdot \varepsilon_{\max} \geq R_e$ , skutkuje pojawieniem się stref plastycznych.

Problemem budzącym duże wątpliwości jest opis ilościowy oraz zweryfikowana doświadczalnie interpretacja występowania makroskopowych odkształceń plastycznych w strefach z gradientem naprężeń. Powstawanie obszaru odkształceń plastycznych wewnątrz strefy sprężystej jest jedną z cech charakterystycznych niejednorodnych stanów naprężeń np. propagacja szczelin, uplastycznienie wokół otworów itp. Powstałe najmniejsze odkształcenia plastyczne są nawet o rząd wielkości większe od największych odkształceń

sprężystych przynależnych granicy sprężystości (plastyczności). Co sprawia że możliwe jest ich współdziałanie. Czy nadal obowiązują założenia jakie poczyniono przy opisie zagadnienia do chwili pojawienia się pierwszych poślizgów? Dotyczy to materiałów wykazujących niestateczność typu fizycznego  $d\sigma \cdot d\varepsilon < 0$  będącą własnością materiału. Do nich zaliczamy zjawisko występowania wyraźnej granicy plastyczności [11]. Jak rozróżnić w procesie czynnym strefę odkształceń sprężystych od strefy odkształceń plastycznych wykorzystując wyłącznie metody doświadczalne bez odwoływania się do warunku plastyczności np. w formie:  $E \cdot \varepsilon_{\max} \geq R_e$ .

Dlaczego mimo burzliwego rozwoju metod badawczych w powiązaniu z metodami numerycznymi powyższe zagadnienia umknęły uwadze badaczy. Próbę odpowiedzi na tak sformułowane pytania udziela przedstawiona w pracy opracowana nowa, autorska metoda rozpoznawania odkształceń plastycznych w stalach wykazujących wyraźną granicę plastyczności. Weryfikację metody rozpoznawania odkształceń plastycznych przeprowadzono w statycznych próbach rozciągania, gdzie mamy do czynienia z jednorodnym polem naprężeń i każdemu punktowi wykresu rozciągania można jednoznacznie przyporządkować odpowiedni stan materiału badanej próbki; sprężysty, plastyczny bądź sprężysto-plastyczny.

Jako uogólnienie metody przedstawiono moment powstawania i rozwój poślizgów plastycznych w warunkach istnienia gradientu naprężeń tj. przy zginaniu belek oraz przy rozciąganiu tarcz z otworami.

## 2. PRZEGLĄD LITERATURY

### 2.1. Problemy badania właściwości materiałów przy czystym rozciąganiu

Liczne publikacje naukowe oraz monografie, w których omawiane są wykresy rozciągania stali przedstawiają je w postaci niemal niezmienionej od początku XX wieku. Porównując wykresy rozciągania, zwłaszcza stali niskowęglowych przedstawianych w okolicach roku 1910 [13], w latach czterdziestych XX wieku [14], następnie w latach siedemdziesiątych i współczesnych, uderzające jest ich duże podobieństwo. Czyżby doskonalenie technologii wytwarzania stali od metody Bessemera, poprzez Martena po współczesne ciągle odlewanie, gdzie skład stopu koryguje się na bieżąco, nie spowodowało żadnych zmian w przebiegu krzywej rozciągania?

W międzyczasie zmieniły się trzy, a nawet cztery generacje maszyn wytrzymałościowych od hydrauliczno-grawitacyjnych po współczesne sterowane komputerowo. Zmienił się także i udoskonalił osprzęt do pomiaru wydłużeń rozciąganych próbek. Można realizować próby rozciągania zarówno przy wymuszeniu kinematycznym jak i wymuszeniu dynamicznym z pewnymi ograniczeniami. Charakter wymuszenia rzutuje na kształt wykresu rozciągania. W literaturze naukowej i dydaktycznej ciągle pokazywane są wykresy sprzed 100 lat dla stali, których od dawna się nie produkuje.

Osobliwościom w zachowaniu się niskowęglowych stali przy powstawaniu deformacji plastycznych oraz towarzyszącym im formom odcinka krzywej naprężenie – odkształcenie dla tego stanu, poświęcono wiele uwagi w literaturze naukowej i technicznej pierwszej połowy ubiegłego wieku. J. Miklowitz [15] i P. Ludwik [16], wykazali że dolna granica plastyczności nie zależy od kształtu próbki. Górną granicę plastyczności można nieco podwyższyć, jeżeli wyeliminuje się czynniki powodujące koncentrację naprężeń na końcach pryzmatycznej części próbki. Z praktycznego punktu widzenia dolna granica plastyczności posiada większe znaczenie dla mechanicznych właściwości materiału. Można

przyjąć, że dla współcześnie produkowanych stali górna granica plastyczności jest również granicą sprężystości, co potwierdzają wszystkie statyczne próby rozciągania przedstawione w niniejszej pracy.

W literaturze krajowej najobszerniejsze omówienie statycznej próby rozciągania przedstawił S. Kocańda w pracy zbiorowej [17]. W pracy tej omówiono szczegółowo różne aspekty próby rozciągania, wpływ różnych czynników na wyniki i przebieg tej próby.

Obszernie o wyraźnej granicy plastyczności pisze w swojej monografii A. Nadai [18]. Nadai przytaczając różne doświadczenia i rozważania teoretyczne swoje a także szeregu badaczy, podaje przy tym ilościową zależność między naprężeniami oznaczonymi dla dolnej i górnej granicy plastyczności. Przyjmuje On, że pasmo poślizgu powstaje pod kątem  $45^\circ$  do osi próbki i ograniczone jest jej sprężystymi częściami. Materiał pasma poślizgu, będąc w stanie plastycznym położony jest między dwoma sztywnymi blokami znajdującymi się w stanie sprężystym. Superponuje stan wszechstronnego rozciągania oraz stan czystego ścinania, w jakim znajduje się warstwa plastyczna. Analizując powstały w ten sposób stan odkształcenia i naprężenia Nadai wyprowadza zależność między górną a dolną granicą plastyczności podkreślając jednocześnie jej niedoskonałość ze względu na przyjęte warunki, rzadko spotykane w rzeczywistości.

$$R_{eH} \approx 1,115R_{eL}$$

gdzie:  $R_{eH}$  – górna granica plastyczności,  $R_{eL}$  – dolna granica plastyczności.

Według Nadai'a sposób zapoczątkowania odkształceń plastycznych w stalach z wyraźną granicą plastyczności zależy od wielkości ziaren. Drobndziarnista stal posiada gwałtowne a gruboziarnista stopniowe przejście z sprężystej w plastyczną część wykresu naprężenie – odkształcenie. Należy jednak zaznaczyć, iż pojęcie wielkości ziarna stali jest pojęciem względnym. Porównując ówczesne i współcześnie wykonane fotografie struktur stali podpisane jako drobndziarniste, to pierwsze wykonane przy powiększeniu 70x (rys.3.3) odpowiadają obecnym uznawanym za drobndziarniste wykonanym przy powiększeniu 500x – rys.3.4. W tym rozumieniu stale gruboziarniste obecnie nie występują lub należą do rzadkości.

## 2.2. Metody doświadczalne jednoznacznie rozróżniające strefy uplastycznione od sprężystych

Z opracowanych metod pozwalających na rozróżnienie stref uplastycznionych od sprężystych najpopularniejszą była metoda opracowana przez A. Fry w 1921 roku dla potrzeb koncernu stalowego Kruppa. Stal otrzymywana ówczasie z konwertora Bessemera zawierała pewną ilość azotu, który ulegał wydzieleniu tam gdzie dochodziło do uplastycznienia pewnych obszarów elementu konstrukcyjnego. Pokryte odpowiednimi związkami chemicznymi powierzchnie elementów stalowych ulegały zabarwieniu w tych obszarach, w których wystąpiły odkształcenia plastyczne. Metoda ta nie jest obecnie stosowana, w związku ze zmianą technologii otrzymywania stali, która spowodowała eliminację azotu.

Inną metodą opracowaną w pierwszej połowie XX wieku była metoda tlenkowa wykorzystująca odpadanie z powierzchni odkształconej plastycznie wcześniej naniesionych tlenków. Wykorzystywał ją między innymi P. Jastrzębski w badaniach nośności granicznej pasm stalowych [19] w latach sześćdziesiątych ubiegłego wieku. Wadą tej metody była niezbyt precyzyjnie określona czułość odkształceniowa, co nie dawało pewności sygnalizowania rzeczywistego początku odkształceń plastycznych.

W latach czterdziestych ubiegłego wieku opracowano i rozpoczęto produkcję na skalę przemysłową specjalnych lakierów reagujących pęknięciem na ściśle określone odkształcenie podłoża, na którym zostały położone. Początkowo stosowano je do identyfikacji obszarów uplastycznionych. Idea tej metody jest w zasadzie bliska idei omówionej wyżej jako metodzie tlenków. Obecnie lakiery tego typu są stosowane w doświadczalnej analizie odkształceń jako materiały w metodach kruchych pokryć do określania obszarów w konstrukcjach, gdzie występują maksymalne odkształcenia i naprężenia. Czułość odkształceniowa tych lakierów raczej wyjątkowo może odpowiadać granicznym wartościom odkształceń sprężystych.

W połowie XX wieku rozpowszechniły się badania nośności granicznej stali z wyraźną granicą plastyczności jednak ich omawiania w niniejszej pracy nie przewidziano, gdyż omawiają one duże odkształcenia plastyczne bez prób analizy początkowej fazy powstawania odkształceń plastycznych.

### 2.3. Opis metod eksperymentalnych do badania stanów sprężysto-plastycznych

W minionym półwieczu historii badań eksperymentalnych nad stanami sprężysto-plastycznymi dominują dwie metody badawcze;

- metoda warstwy optycznie czynnej
- metoda siatek mory

Metoda warstwy optycznie czynnej jest metodą badania odkształceń. Element poddany badaniom pokrywany jest warstwą przezroczystego, optycznie czynnego tworzywa. Gdy element podlega obciążeniu, towarzyszące temu odkształcenia są przekazywane naklejonej warstwie tworzywa, które jest (staje się) optycznie dwójłomne. Dwójłomność ta jest liniowo zależna od odkształceń elementu i może być obserwowana za pomocą polaryskopu. Światło dwukrotnie przechodzi przez warstwę, odbijając się od wypolerowanej powierzchni badanej konstrukcji bądź od odblaskowego kleju. Obszerne badania nad przebiegiem odkształcenia w stanie sprężysto-plastycznym z wykorzystaniem metody warstwy optycznie czynnej przeprowadzili P.S. Theocaris i E. Marketos [24], [25]. Badali oni proces rozwijania się obszarów plastycznych w rozciąganych aluminiowych pasmach z kołowym otworem o różnych stosunkach średnicy do szerokości pasma. W Polsce podobnym problemem z wykorzystaniem powyższej metody zajmowali się J. Stupnicki oraz J. Kapkowski w pracach [26], [27]. Za podstawę kwalifikacji charakteru odkształceń przyjmowano spełnienie warunku plastyczności. Wadą powyższej metody w badaniach stref koncentracji naprężeń może być nierównomierność odkształceń warstwy optycznie czynnej po jej grubości, w strefie brzegowej oraz brak kontroli rzeczywistego charakteru odkształceń.

Nałożenie na siebie w jednej płaszczyźnie dwu powtarzalnych struktur geometrycznych, zwanych dalej siatkami, powoduje powstanie trzeciej struktury w postaci układu na przemian jasnych i ciemnych prążków, czyli obrazu mory. Używane w praktyce laboratoryjnej struktury geometryczne stanowią regularne układy linii. Stosuje się przy tym najczęściej siatki liniowe złożone z linii prostych równoległych (8 – 40 linii na 1 mm) oraz siatki kratowe powstałe z dwu wzajemnie prostopadłych, jednakowych siatek liniowych. Efekt mory powstający



przy złożeniu siatek w świetle rozproszonym o promieniach rozchodzących się prostoliniowo ma charakter interferencyjny. W odróżnieniu od interferencji optycznej, wynikającej z falowej natury światła, zjawisko mory nazywane jest interferencją geometryczną [28] lub mechaniczną [29].

Jeśli umieścimy i zwiążemy z badanym obiektem siatkę kratową, to nakładając następnie liniową siatkę wzorcową kolejno w położeniu poziomym i pionowym otrzymamy dwa układy prążków mory pozwalające na wyznaczenie przemieszczeń  $u_y$  i  $u_x$ , a następnie po różniczkowaniu odkształceń  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_x$ .

Obszerne badania aluminiowych tarcz z otworem poddanych rozciąganiu w zakresie sprężysto-plastycznym z wykorzystaniem siatek mory przedstawiono w [28]. Otrzymane wyniki w zakresie odkształceń sprężystych porównywano z wynikami obliczonymi z wzorów podanych przez Howlanda [10]. Dla odkształceń plastycznych otrzymane wyniki porównywano z wynikami podobnych prób przeprowadzonych przez Griffitha. Podobnie jak w poprzedniej metodzie za podstawę kwalifikacji charakteru odkształceń przyjmowano spełnienie warunku plastyczności.

W ostatnich kilkunastu latach obserwuje się gwałtowny rozwój technik pomiarowych z wykorzystaniem siatek dyfrakcyjnych. Użycie spójnej wiązki światła monochromatycznego, w szczególności przy zastosowaniu gęstych siatek (rzędu tysiąca linii na milimetr) wywołuje zjawiska interferencji optycznej i dyfrakcji światła wykorzystane w specjalnych metodach mory – interferometrii siatkowej, znanej też pod nazwą interferencyjnej metody mory [30].

Obecnie stosuje się techniki hybrydowe łączące różnorodne metody eksperymentalne i numeryczne; głównie metodę interferometrii siatkowej z metodą elementów skończonych do analizy różnego rodzaju problemów mechaniki pęknięcia itp. [31], [32].

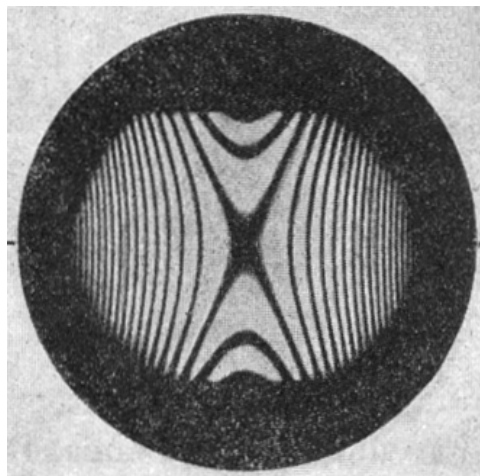
W omawianych metodach brak jest weryfikacji charakteru odkształceń. Mierzone są przemieszczenia, oblicza odkształcenia jednak bez kontroli ich charakteru. Warunkiem poprawności pomiaru jest tutaj zachowanie równoległości siatki obiektowej do siatki wzorcowej (kompensacyjnej). Przemieszczenia pozapłaszczyznowe siatki obiektowej, jakie występują przy dużych gradientach naprężeń po pojawianiu się odkształceń plastycznych powodują zmniejszenie czytelności interferogramu i zmniejszenie dokładności odczytu. W obszarach

odkształceń sprężystych naprężenia obliczane są przez wprowadzenie odpowiednich związków fizycznych – prawa Hooke’a. W obszarach uplastycznionych wyznaczanie naprężeń jest bardziej skomplikowane ze względu na zależność charakterystyki materiału od historii obciążenia. Jak rozpoznać obszar odkształceń sprężystych od obszarów uplastycznionych. Czy do określenia ich granic wystarczają graniczne związki fizyczne w szczególności warunek plastyczności? Jak podaje Z. Olesiak [33] rozwiązania teoretyczne dotyczące współistnienia stref sprężystej i plastycznej (stanów sprężysto-plastycznych) są niejednoznaczne. Równocześnie występuje w tych badaniach doświadczalnych pewna niespójność, mianowicie wynik eksperymentu – kształt strefy plastycznej – zależy również od hipotezy wyężeniowej, co nie wydaje się postępowaniem konsekwentnym. Rozwój technik pomiarowych obserwowany w ostatnich latach zmierza do uściślenia pomiarów przemieszczeń i odkształceń wraz z komputeryzacją opracowania wyników. Powszechnie stosowana jest metodyka polegająca na pomiarze przemieszczeń, obliczeniu odkształceń i stosowanie warunku plastyczności jako kryterium odkształceń plastycznych. Brak równocześnie propozycji metod oceny charakteru odkształceń (sprężysty, plastyczny) w procesie czynnym tj. bez przeprowadzenia odciążenia i bez odwoływania się do hipotez wyężeniowych, które są przecież tylko hipotezami.

### 3. KONCEPCJA METODY INTERFERENCJI OPTYCZNEJ JAKO METODY KLASYFIKACJI CHARAKTERU ODKSZTAŁCEŃ

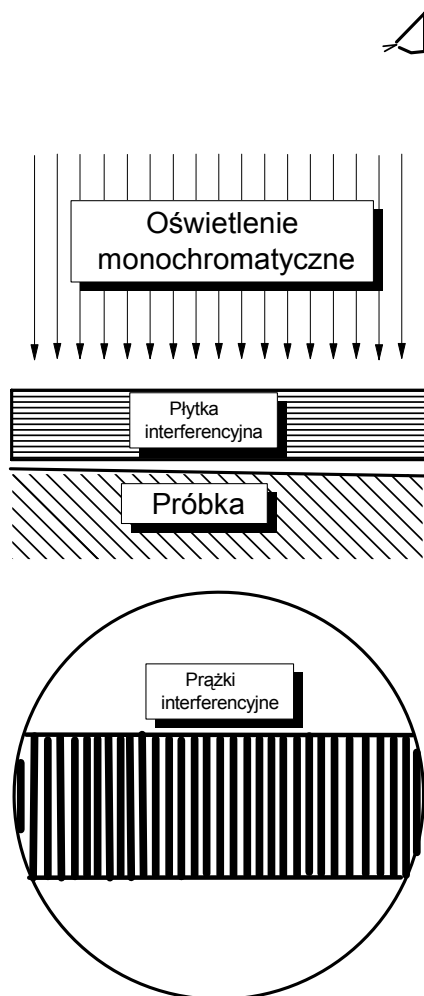
W rozważaniach poprzedniego rozdziału wykazano brak w dotychczasowej praktyce mechaniki doświadczalnej, metody badawczej pozwalającej na rozróżnienie odkształceń sprężystych plastycznych i plastycznych, przy czym chodzi tu o makroodkształcenia występujące na końcu fazy sprężystej i początku odkształceń plastycznych. Taka metoda ma podstawowe znaczenie dla oceny początkowej fazy odkształceń plastycznych w strefach występowania gradientu naprężeń w tym również w zagadnieniach propagacji szczelin z udziałem strefy plastycznej. Poniżej przedstawiono przemyślenia oraz analizy znanych z literatury prac doświadczalnych, które stanowiły podstawę sformułowania nowej metody pozwalającej na rozpoznanie odkształceń plastycznych już w początkowej fazie ich powstawania. Rezultatem tych rozważań jest metoda interferencji optycznej, która zostanie omówiona w dalszej części tego rozdziału.

Metoda interferencji optycznej po raz pierwszy została wykorzystana w mechanice doświadczalnej ciała stałego w 1869 roku [34] do wyznaczenia liczby Poissona  $\nu$ , materiału belki poddanej zginaniu – rys.3.1.



Rys. 3.1. Prążki interferencyjne jako warstwicze o kształcie hiperbol na powierzchni zgiętej belki [34]

Na wypolerowaną górną powierzchnię belki położono płytkę szklaną. Po zgięciu pomiędzy płytką szklaną i zakrzywioną powierzchnią belki powstała warstewka powietrza o zmiennej grubości. Grubość tę zmierzono sposobem optycznym. Wiązka światła monochromatycznego prostopadła do płytki szklanej, jest częściowo odbijana od dolnej powierzchni tej płytki, a częściowo od wypolerowanej powierzchni belki – rys.3.2.



Rys. 3.2. Schemat powstawania prążków interferencyjnych

Dwa odbite promienie światła monochromatycznego ulegają interferencji w punktach, gdzie grubość szczeliny powietrznej jest równa wielokrotności nieparzystej liczby półfal użytego światła. Opis zjawiska powstawania prążków możemy znaleźć w podręcznikach fizyki. Różnica dróg optycznych dla dwóch sąsiednich ciemnych lub jasnych prążków wynosi pół długości fali światła [35].

W dotychczasowej praktyce mechaniki doświadczalnej ciała stałego metody interferencji optycznej były stosowane do pomiaru przemieszczeń oraz do wyznaczania kształtów powierzchni metodą warstwic [36].

W roku 1950 A. Nadai opublikował obszerną monografię [18] poświęconą ponad pięćdziesięcioletnim badaniom eksperymentalnym i pracom teoretycznym nad wytrzymałością metali. We wspomnianej monografii szczególną uwagę poświęcono występowaniu wyraźnej granicy plastyczności i zjawiskom temu towarzyszącym. Obszerne opisy współczesnych mu technik badawczych poparte różnego rodzaju szkicami rozwoju stref plastycznych w przeprowadzanych próbach wytrzymałościowych, towarzyszą poświęconym im rozważaniom teoretycznym. Najbardziej cenną wydaje się być faktografia fotograficzna rejestrująca zmiany na wypolerowanej powierzchni próbki wykonanej ze stali niskowęglowej poddanej rozciąganiu, w chwili pierwszych objawów poślizgów towarzyszących wyraźnej granicy plastyczności w procesie czynnym – rys.3.3.

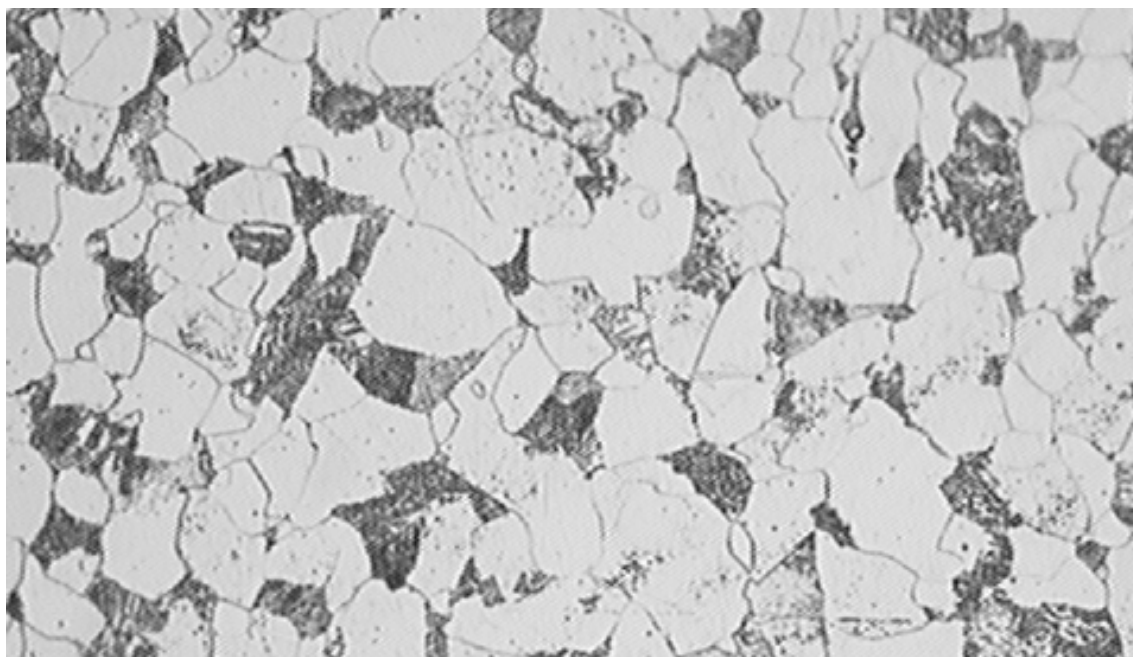


Rys. 3.3. Fotografia struktury próbki stalowej wykonana po osiągnięciu nieznacznych odkształceń plastycznych. Fotografie wykonano na brzegu powierzchni uplastycznionej. Powiększenie  $70\times$ . [18]

Na fotografii (rys. 3.3) widoczne jest zróżnicowanie poziomów powierzchni poszczególnych ziaren i ich uwypuklenie lub zapadnięcie, oraz pojawianie się pierwszych poślizgów plastycznych w nielicznych ziarnach. Podobne

efekty udało się zaobserwować we własnych badaniach przy obserwacji powierzchni trawionej struktury w rozciąganej próbce ze stali 15HM.

W latach trzydziestych ubiegłego wieku przedstawiona na fotografii struktura stali była uznawana za drobnoziarnistą. Obecnie za drobnoziarnistą uznaje się stal, której strukturę przedstawiono na rys. 3.4.



Rys.3.4. Fotografia struktury stali 15HM. Powiększenie 500×

Z porównania wielkości ziaren stali na obu fotografiach wynika, że wymiar liniowy ziaren współczesnych stali jest kilkakrotnie mniejszy niż w latach trzydziestych ubiegłego wieku. Jeżeli ziarna stali z wyraźną granicą plastyczności przy pojawieniu się pierwszych poślizgów towarzyszących wyraźnej granicy plastyczności zachowują się tak jak przedstawia A. Nadai to w tych miejscach, gdzie pojawią się poślizgi plastyczne, powierzchnia wypolerowana (lustrzana) staje się powierzchnią rozpraszającą światło (skórką pomarańczy). Prawie pięćdziesięciokrotnie mniejsza powierzchnia obecnych ziaren powinna zapewnić kontrastowe, jednoznaczne rozdzielanie obszarów uplastycznionych od sprężystych.

Występujące pofałdowanie powierzchni wskutek pozapłaszczyznowych przemieszczeń ziaren stali oraz deformacji powierzchni w chwili wystąpienia w nich pierwszych poślizgów będących oznaką odkształceń plastycznych po-

winno uniemożliwiać zachodzenie interferencji światła na obejmujących te ziarna częściach powierzchni. Można zatem sformułować następującą zasadę będącą ideą metody interferencji:

**Prążki interferencyjne będące oznaką zdolności powierzchni próbki do odbijania światła mogą występować tylko na powierzchni tych ziaren, w których nie wystąpił jeszcze poślizg plastyczny, czyli znajdujących się w stanie sprężystym. O wystąpieniu odkształceń plastycznych w czynnym procesie obciążenia świadczy zatem zanik prążków interferencyjnych.**

Metoda badawcza działająca według sformułowanej powyżej zasady może wykrywać prawdopodobnie jedynie makroodkształcenia plastyczne. W ostatnich latach rozpowszechniają się badania mikroskopowe poślizgów plastycznych w skali pojedynczych ziaren. Takie efekty obserwowano wcześniej dla naprężeń znacząco niższych od wyraźnej granicy plastyczności czyli w obszarze uważanym powszechnie za sprężyste, gdyż w skali próbki makroodkształcenia były niemal idealnie sprężyste. Wydaje się zatem, że nie należy łączyć mikroodkształceń plastycznych w skali ziarna z wyraźną granicą plastyczności kiedy występują poślizgi w całych blokach ziaren. Warto również zauważyć, że zaproponowana metoda nie będzie wrażliwa na ewentualne przemieszczenia obserwowanej powierzchni ponieważ w metodzie liczba prążków interferencyjnych nie jest istotna, istotne jest występowanie bądź niewystępowanie zjawiska interferencji optycznej.

Z przypisów do wydania rosyjskiego monografii A.Nadaï'a [18] wynika iż w latach trzydziestych ubiegłego wieku opracowano metodę do rozróżniania strefy sprężystej od plastycznej w procesie czynnym. Była to metoda cieniowa. Prawdopodobnie fotografia z rys.3.3 została wykonana tą metodą. Z opisu wynika, że do tego celu skonstruowano bardzo wyspecjalizowany drogi mikroskop z przystawką do filmowania. W innych źródłach literaturowych brak jednak jakichkolwiek informacji na temat wspomnianej metody bądź też wyników związanych z jej stosowaniem.

## **4. WERYFIKACJA METODY INTERFERENCJI OPTYCZNEJ DO WYZNACZANIA STREF PLASTYCZNYCH W STATYCZNEJ PRÓBIE ROZCIĄGANIA**

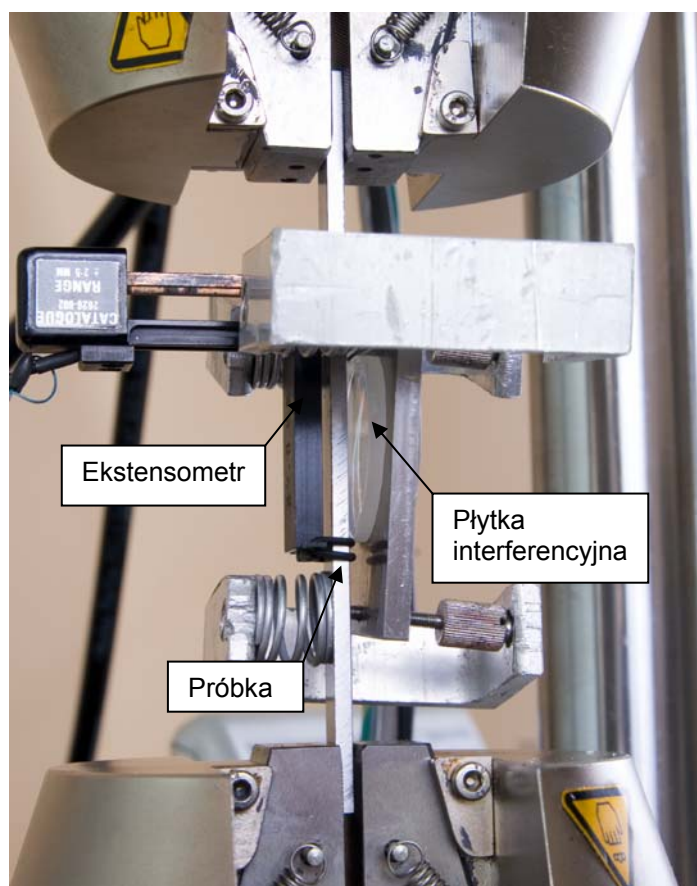
Zaproponowana metoda rozpoznawania odkształceń plastycznych przez wykorzystanie zjawiska interferencji optycznej wymaga doświadczalnej weryfikacji. Przyjęto koncepcję weryfikacji proponowanej metody w próbach rozciągania próbek pryzmatycznych o przekroju prostokątnym wykonanych z kilku różnych stali. Przy precyzyjnym pomiarze wydłużeń i siły można bowiem jednoznacznie stwierdzić (zarejestrować) początek i przebieg odkształceń plastycznych wykonując film obrazu prążków interferencyjnych. Zsynchronizowany z rejestracją wykresu rozciągania film wideo pozwoli zaobserwować zjawiska (zmiany obrazu prążków) towarzyszące początkowi odkształceń plastycznych w obserwowanym obszarze powierzchni próbki. Szczegółowy opis zasad eksperymentów weryfikacyjnych przedstawiono poniżej

### **4.1. Przygotowanie próbek i parametry prób rozciągania**

Próbki do badań przygotowano tak, aby wyeliminować efekty związane z przeróbką plastyczną oraz obróbką mechaniczną. Wszystkie próbki wygrzewano mianowicie przed obróbką wykańczającą w temperaturze 700°C przez jedną godzinę, a następnie schładzano z piecem do temperatury otoczenia. Pryzmatyczne próbki do badań nad propagacją strefy plastycznej oraz oznaczenia cech wytrzymałościowych w statycznej próbie rozciągania posiadały przekrój prostokątny o stosunku szerokości próbki do jej grubości wynoszącym około dwa. Maksymalny przekrój próbek był zdeterminowany zakresem siłowym dostępnej precyzyjnej maszyny wytrzymałościowej. Wobec konieczności ręcznego przeprowadzania obróbki wykańczającej utrzymanie stałego stosunku szerokości do grubości próbki praktycznie nie było możliwe. Próbki do badań nad propagacją strefy plastycznej w statycznej próbie rozciągania posiadały



jedną z dwu szerszych bocznych powierzchni wypolerowaną do gładkości zwierciadlanej. Na próbce przed rozpoczęciem doświadczenia mocowano równoległe do powierzchni wypolerowanej płytkę interferencyjną w minimalnej odległości takiej, aby nie stykała się z powierzchnią próbki a ostrość (kontrast) powstałych prążków interferencyjnych była największa. Na podstawie licznych eksperymentów przeprowadzonych z interferencją do oznaczania stref plastycznych, można wysnuć wniosek, że istnieje dla każdego gatunku stali pewna optymalna odległość przy której kontrast prążków interferencyjnych jest największy. Sposób bazowania i mocowania płytki interferencyjnej względem powierzchni lustrzanej próbki musiał zapewniać ciągłą ich równoległość, gdy próbka zmieniała swe wymiary i położenie w czasie próby rozciągania. Na drugiej, przeciwległej powierzchni próbki bazowano ekstensometr precyzyjny do pomiaru wydłużeń próbki. Fotografie oprzyrządowanej próbki na rozciąganie do badania propagacji stref plastycznych przedstawiono na rys. 4.1.



Rys. 4.1. Oprzyrządowana próbka na rozciąganie do badania propagacji stref plastycznych

Zastosowany ekstensometr o bazie pomiarowej  $L = 50$  [mm] umożliwił pomiar wydłużenia bazy pomiarowej próbki z błędem  $\delta = \pm 1 \cdot 10^{-4}$  [mm]. Tak oprzyrządzoną próbkę mocowano w szczękach hydraulicznych maszyny wytrzymałościowej firmy INSTRON model 8511.20 przedstawionej na fotografii - rys. 4.2. Całość oświetlano światłem sodowym prostopadle do powierzchni płytki interferencyjnej.



Rys.4.2. Stanowisko do badań nad propagacją odkształceń plastycznych w próbce rozciągania

Widoczne powstałe prążki interferencyjne charakteryzujące grubość szczeliny powietrznej między powierzchniami płytki i próbki są warstwicami. Odległość między sąsiednimi prążkami odpowiada różnicy grubości warstwy powietrza równej  $0,294\mu\text{m}$ . Obrazy prążków w czasie badań rejestrowano

w sposób ciągły kamerą cyfrową. Czasy rejestrowane przez kamerę i maszynę wytrzymałościową w okresie trwania eksperymentu były zawsze z sobą zsynchronizowane.

Próby rozciągania przeprowadzano z bardzo małą prędkością wydłużania próbek równą 0,1 mm/min dla odległości początkowej między szczękami 100mm ( $\dot{\epsilon} = 1,67 \times 10^{-5}$  [1/s]). Stosowanie tak małej prędkości wydłużania związane jest z gwałtownością procesu uplastyczniania (poślizgów plastycznych), które chciano rejestrować kamerą cyfrową.

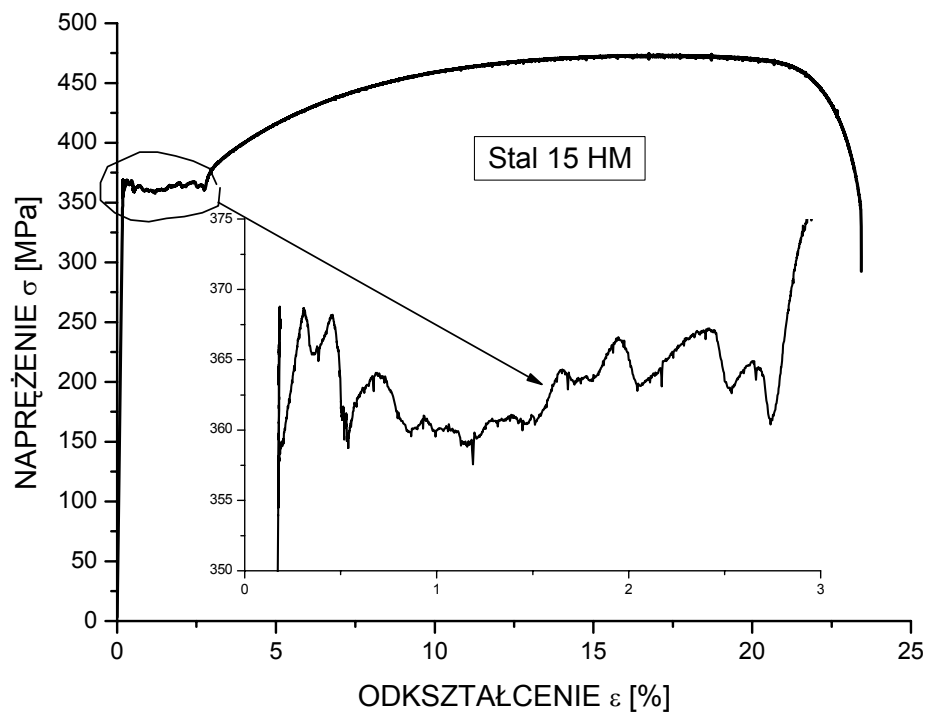
Pomiar i definicje podstawowych wielkości wyznaczanych w statycznej próbie rozciągania określa obecnie norma PN-EN 10002-1. Podstawowym wynikiem próby jest wykres we współrzędnych prostokątnych: siła obciążająca  $F$  – wydłużenie próbki  $\Delta L$ . Stosowanie wymienionego układu jest niewygodne. Porównywanie w tym układzie wyników uzyskanych dla dwóch materiałów może się odbyć tylko wtedy, gdy przekroje i długości pomiarowe stosowanych próbek są jednakowe. Aby uniknąć tej niedogodności stosuje się układ naprężenie  $\sigma$  - wydłużenie jednostkowe (odkształcenie)  $\epsilon$ , co przy coraz szerszym stosowaniu elektronicznych maszyn wytrzymałościowych nie następuje żadnym trudności.

## 4.2. Szczegółowy opis weryfikacji

Pierwsze odkształcenia plastyczne w próbce rozciąganej powstają w miejscach koncentracji naprężeń tj. w przejściu części pomiarowej próbki w część chwytową, lub dla próbek pryzmatycznych w miejscach zacisku szczęk. Rejestracja postaci i propagowania się pierwszych poślizgów w próbkach pryzmatycznych jest niemożliwa ze względów technicznych. Przekrój próbki, w którym prawdopodobnie inicjuje się pierwszy poślizg w jej części roboczej, jest zarazem ostatnim przekrojem, w którym szczęki maszyny wytrzymałościowej przekazują obciążenie próbce. Jest zarejestrowana jedna próba rozciągania stali spośród kilkudziesięciu wykonanych w ramach pracy, w której strefa plastyczna rozpoczyna się w centralnej części próbki pryzmatycznej, gdzie nie występuje żaden widoczny czynnik spiętrzający naprężenia.

### 4.2.1. Stal 15HM

Jako obiekt badań początkowo wybrano stal 15HM charakteryzującą się niską zawartością węgla (0,15%), posiadającą wyraźną granicę plastyczności o stosunkowo dużej platformie płynięcia plastycznego. Wykres rozciągania stali 15HM wykonany w warunkach opisanych powyżej, przedstawiono na rys. 4.3 a parametry wytrzymałościowe uzyskane z tej próby w tabeli 4.1.



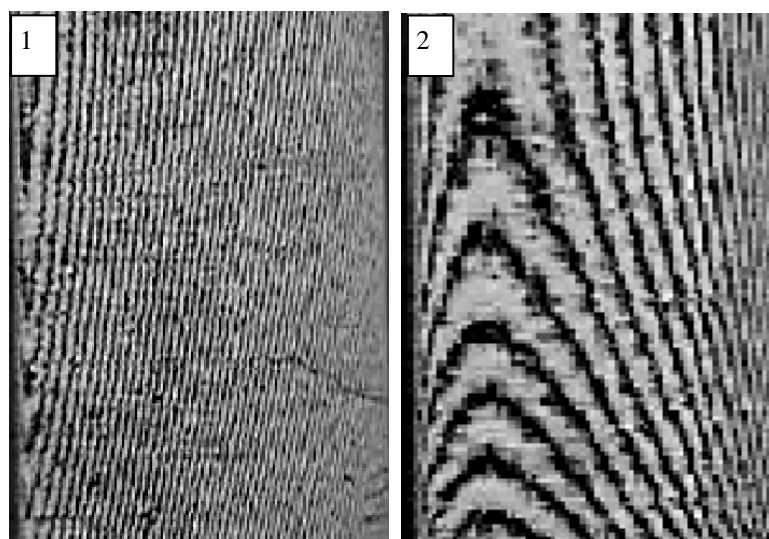
Rys. 4.3. Wykres rozciągania stali 15HM

Tablica 4.1

Zestawienie średnich podstawowych własności wytrzymałościowych stali 15HM

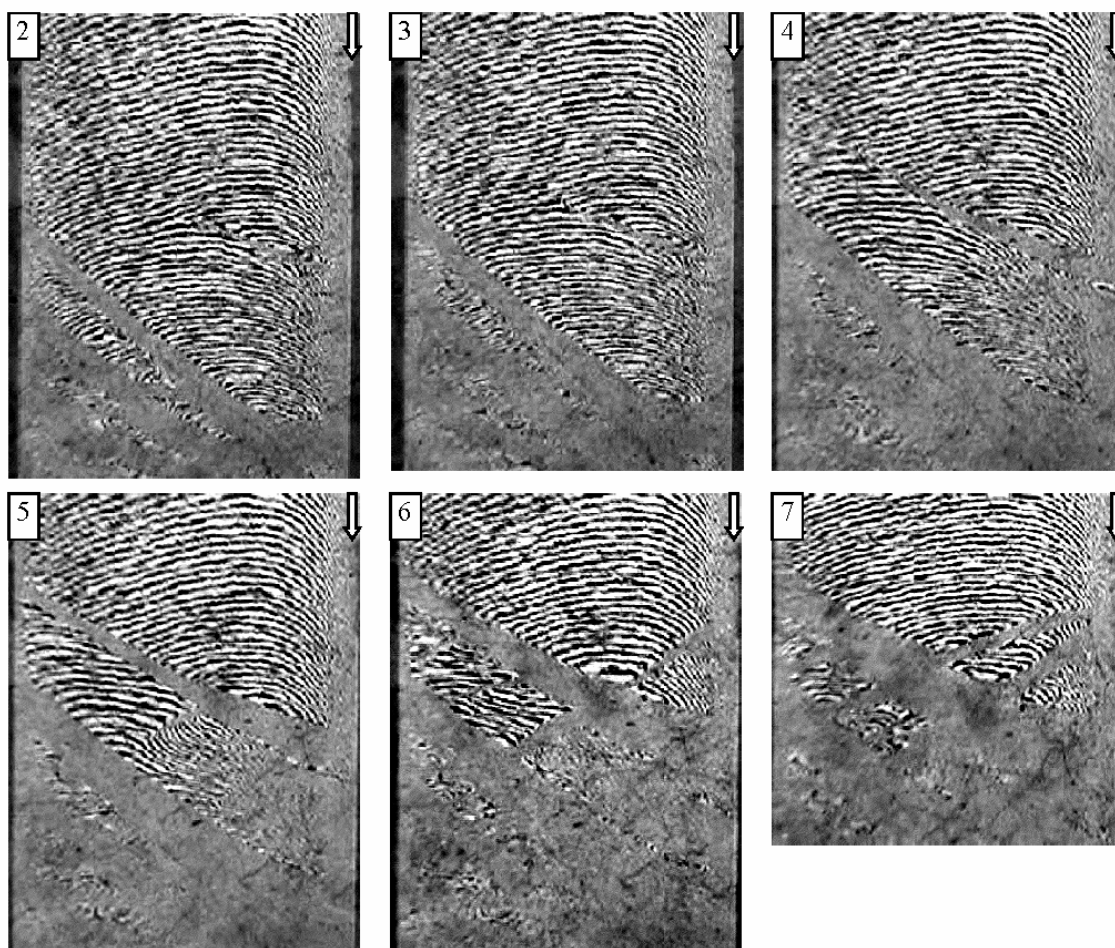
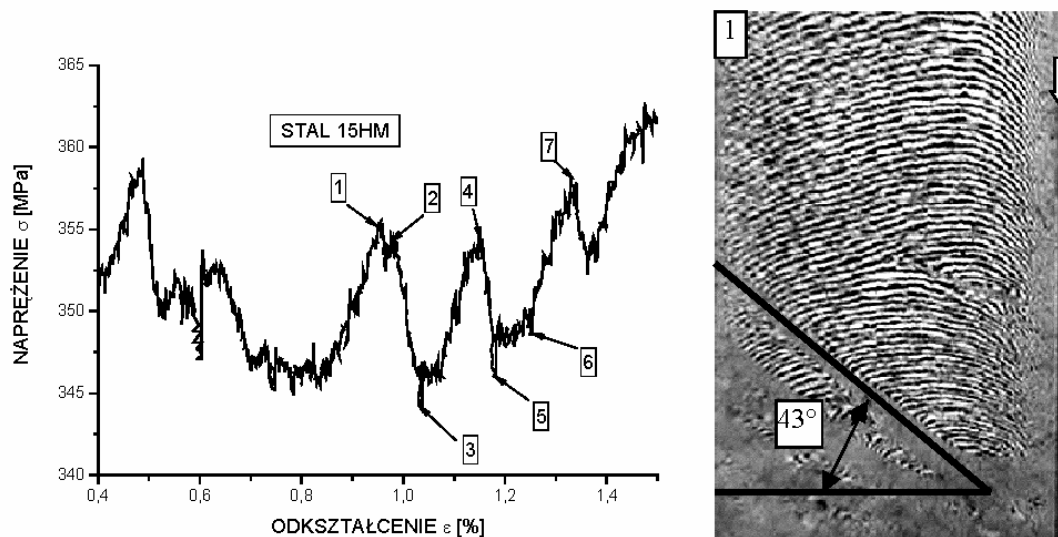
Moduł Younga $E$ [GPa]	Granica plastyczności $R_{eH}$ [MPa]	Wytrzymałość na zerwanie $R_m$ [MPa]	Wydłużenie przy zerwaniu $\varepsilon_u$ [%]
200	368	490	24

W zakresie odkształceń sprężystych próbki, w rejestrowanym obrazie prążków zachodziły powolne względne ich przesunięcia spowodowane zmianami wymiarów próbki i związaną z nimi zmianą grubości szczeliny w miarę jak wzrastało obciążenie. Potwierdziło to słuszność, przyjętych rozwiązań mocowania i bazowania płytki interferencyjnej. Osiągnięcie obciążenia odpowiadającego górnej granicy plastyczności i rozpoczynający się następnie jego spadek powoduje gwałtowne zmiany w układzie prążków rys. 4.4.



Rys. 4.4. Stal15HM. Widok prążków interferencyjnych na próbce przed (1), i po osiągnięciu górnej granicy plastyczności (2).

Typowy przebieg próby rozciągania stali 15HM z zaznaczeniem zjawisk występujących przy przejściu materiału próbki ze stanu sprężystego w stan plastyczny przedstawia rys. 4.5, gdzie na wycinku platformy plastycznej wykresu rozciągania zaznaczono współrzędne  $\sigma - \varepsilon$  kolejnymi numerami fotografii przedstawiających obrazy prążków interferencyjnych i postępującą strefę odkształceń plastycznych.



Rys. 4.5. Stal 15HM. Wycinek platformy plastycznej wykresu rozciągania z zaznaczonymi współrzędnymi  $\sigma - \varepsilon$  i odpowiadające im obrazy rozprzestrzeniania się strefy plastycznej. Strzałką zaznaczono punkt charakterystyczny na próbce pozwalający na ocenę rozprzestrzeniania się strefy plastycznej.

Cechą charakterystyczną wykresu statycznej próby rozciągania stali 15HM jest stosunkowo duża platforma plastyczna z występującymi na niej znacznymi wahaniami naprężeń (do 15[MPa]). Skorelowanie czasów nagrywania filmów wideo i realizacji wykresu rozciągania umożliwiło dokładne przyporządkowanie rejestrowanego obrazu prążków współrzędnym wykresu rozciągania. Analiza zmian układu prążków pozwoliła na sformułowanie kilku spostrzeżeń dotyczących propagacji stref plastycznych w stalach niskowęglowych w jednorodnym stanie naprężenia.

Powstawaniu nowej warstwy poślizgów w strefie sprężystej towarzyszy wzrost lokalnego naprężenia. Im większa jest odległość, w której powstają nowe pasma poślizgów od brzegu strefy, tym większy lokalnie wzrost naprężenia. Koniec procesu powstawania nowych warstw poślizgów następuje przy lokalnym maksimum naprężenia. Przejście obszarów sprężystych, oddzielonych przez warstwę poślizgów od strefy sprężystej, w stan plastyczny przebiega najintensywniej, gdy naprężenie spada i jest w pobliżu lokalnego minimum.

Poślizgowi plastycznemu towarzyszy wystąpienie nieciągłości obrazu prążków, a następnie ich zaniku w pewnym pasie, jednocześnie w części sprężystej występują gwałtowne przesunięcia prążków spowodowane jej odciążeniem. Przy dalszym obciążaniu w obszarze strefy sprężystej obserwuje się ciągły proces niewielkiego przekształcania prążków wskutek zmiany przekroju i związanej z tym zmiany grubości szczeliny między próbką i płytką. W strefie między ostatnim poprzednim poślizgiem plastycznym obserwuje się zmianę kształtu prążków, utratę ich ciągłości, nieregularne ruchy; w tym obroty i w końcu zanik prążków interferencyjnych.

Niezależnie od wymienionych wcześniej zjawisk na styku obu stref w sposób ciągły występuje zanikanie strefy sprężystej tzn. zanikanie prążków. Powstawanie warstw poślizgów w płaszczyznach prostopadłych do już istniejących, następuje przy wzrastających naprężeniach średnich platformy plastycznej, co zwykle ma miejsce w drugiej jej połowie. Nie stwierdzono jednoczesnego występowania poślizgów w dwu wzajemnie prostopadłych płaszczyznach. Widoczne na próbkach krzyżujące się poślizgi plastyczne jako linie Lüdersa (rys.4.6) są wynikiem nakładania się, na już istniejące poślizgi, poślizgów z płaszczyzn do nich prostopadłych występujących później. Rys.4.5 obraz 6,7.



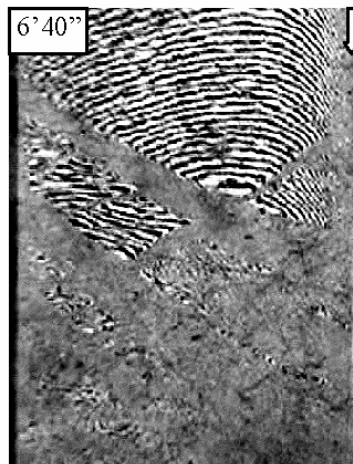
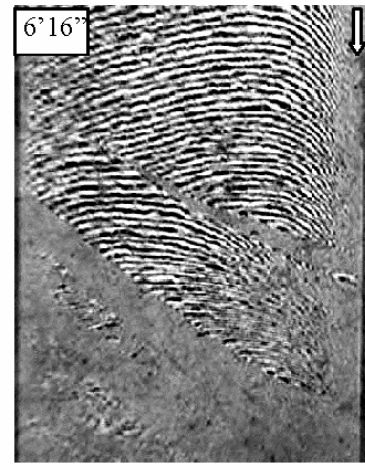
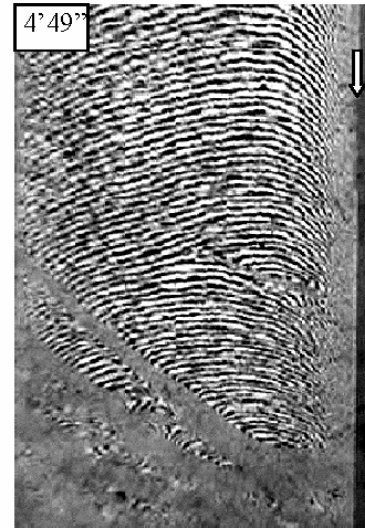
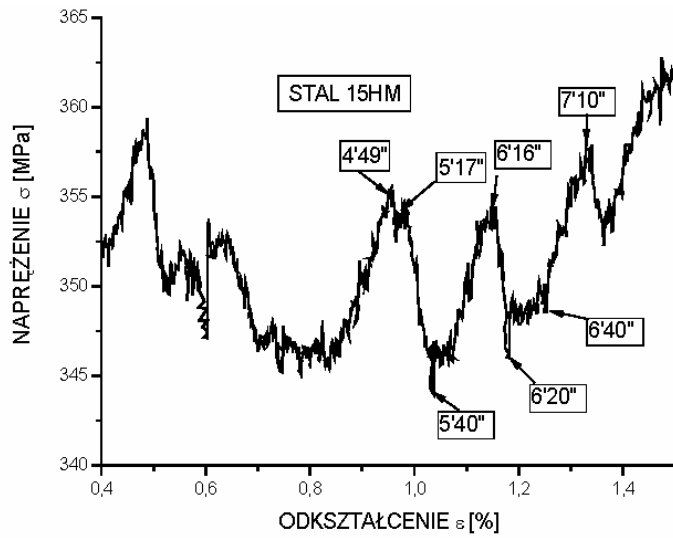
Rys. 4.6. Stal 15HM. Widok linii Lüdersa na próbce po osiągnięciu granicy plastyczności

Objętość strefy próbki, w której zachodzą procesy uplastycznienia jest zmienna w czasie. Wysokość jej, mierzona po długości próbki waha się od około 1 do 10 mm i wydaje się, być związana z wymiarami poprzecznymi próbki [18]. W tych to wymiarach na platformie plastycznej skumulowane jest prawie całe przemieszczenie końca próbki, wywołując na tak krótkim odcinku odkształcenie równe wielkości platformy plastycznej, powodując tutaj jednocześnie zmniejszenie przekroju poprzecznego próbki. Wywołuje to zapewne początki wzmocnienia plastycznego wygładzającego powierzchnię, co jednak nie wystarcza aby przywrócić zjawisko interferencji. Próby rejestracji interferencji w procesie wzmocnienia plastycznego statycznej próby rozciągania dla stali 15HM nie powiodły się. Pofalowanie, zwichrzenie powierzchni powstałe w chwili uplastycznienia dla tej stali jest zbyt duże, aby później następujące wzmocnienie plastyczne mogło przywrócić jej oznaki gładkości.

Zmierzone kąty, jakie tworzą ślady przecięcia płaszczyzny poślizgu z powierzchnią próbki, a śladem tejże powierzchni z płaszczyzną prostopadłą do osi próbki wynoszą  $38 \div 43^\circ$ .

Na dołączonej do pracy płycie CD w pliku **STAL 15HM** zawarty jest film wideo, z którego obrazy przedstawiono na rys.4.5. Rys.4.7 przedstawia ten sam wycinek platformy plastycznej co na rys.4.5 lecz współrzędnym naprężenie – odkształcenie, przypisano czas wystąpienia na filmie wideo.

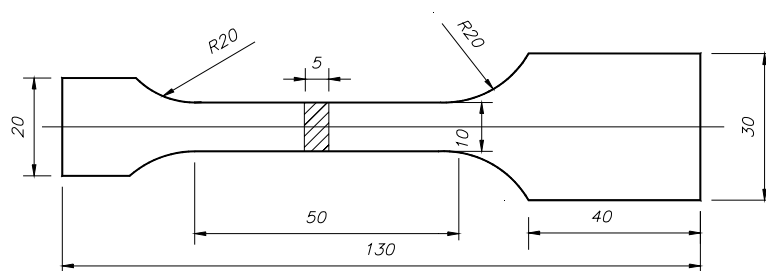




Rys. 4.7. Stal 15HM. Wycinek platformy plastycznej wykresu rozciągania z zaznaczonymi współrzędnymi  $\sigma - \varepsilon$  i odpowiadające im czasy występowania na filmie wideo. (plik STAL 15HM)

#### 4.2.1.1. Próbki wiosełkowe

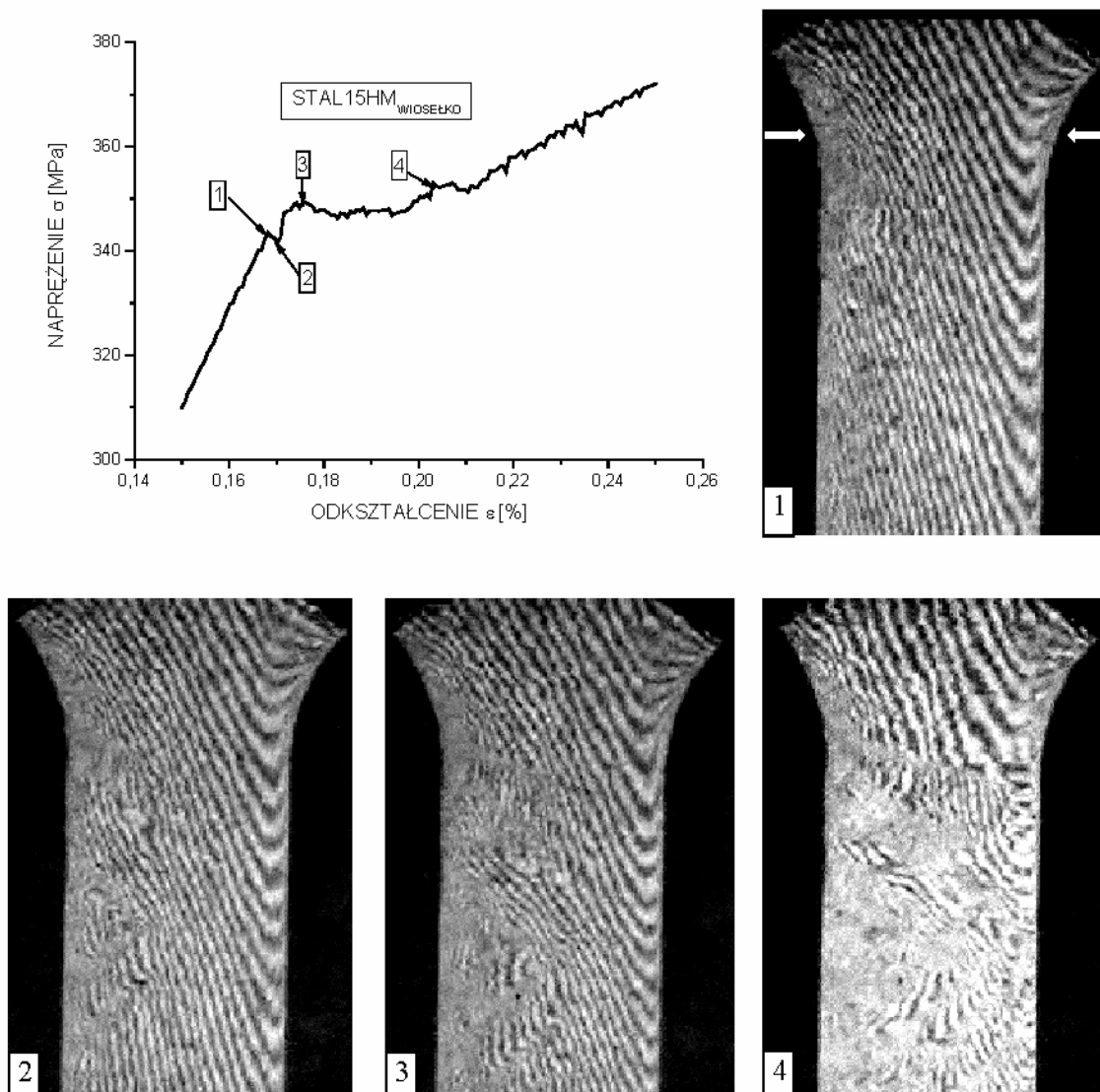
W celu oceny wpływu koncentracji naprężeń na wyniki przeprowadzanych prób rozciągania, wykonano próby rozciągania stali 15HM na próbkach wiosełkowych (rys.4.8) o promieniu przejścia z części chwytowej w część pryzmatyczną  $R = 20$ [mm]. Próby przeprowadzono w takich samych warunkach jak dla próbek pryzmatycznych z wykorzystaniem interferencji światła, lecz bez ekstensometru do pomiaru wydłużeń. Ponieważ interesujący był wpływ koncentracji naprężeń w miejscu przejścia z części chwytowej na część roboczą próbki na kształt wykresu rozciągania a zwłaszcza na jego część odwzorowującą przejście materiału próbki z stanu sprężystego w stan plastyczny zastosowanie tutaj ekstensometru do pomiaru wydłużeń niewiele wносиło (zmiana przekroju poprzecznego próbki) a komplikowało znacznie oprzyrządowanie i kształt próbki z konieczności mocowania do próbki płytki interferencyjnej i ekstensometru.



Rys. 4.8. Stal 15HM. Próbką wiosełkowa do badań wpływu koncentracji naprężeń na przebieg próby rozciągania

Kilkakrotnie podjęte próby przeprowadzenia poprawnej próby rozciągania próbek wiosełkowych z wyraźnie zaznaczonymi częściami; chwytową i pomiarową z promieniem przejścia  $R=20$ [mm] skończyły się niepowodzeniem. Zawsze pojawianiu się pierwszych objawów odkształceń plastycznych towarzyszyło zginanie próbki. Próby rozciągania przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej INSTRON ze sztywnymi szczękami z zaciskiem hydraulicznym umożliwiającym realizację badań zmęczeniowych przy dowolnej asymetrii cyklu w zakresie obciążeń możliwych do realizacji przez maszynę. Mimo stosowania maksymalnych ciśnień do zacisku szczęk maszyny wytrzyma-

łościowej na częściach chwytowych badanych próbek; nie zapobiegało to ich krzywieniu w chwili inicjowania się w nich pierwszych poślizgów plastycznych. Na rys. 4.9 przedstawiano kolejne fazy uplastycznienia tak rozciąganej próbki wiosełkowej.



Rys. 4.9. Stal 15HM. Fragment wykresu rozciągania próbki wiosełkowej z zaznaczonymi współrzędnymi  $\sigma - \epsilon$  dla których przedstawione są obrazy prążków interferencyjnych. Strzałkami zaznaczono początek inicjowania się strefy plastycznej

Charakterystyczną cechą tak oznaczonej granicy plastyczności w próbie rozciągania jest brak wyraźnie zaznaczonej na wykresie rozciągania górnej granicy plastyczności, łagodne przejście z zakresu sprężystego, krótko zaznaczona platforma plastyczna.

Nie znając charakteru granicy plastyczności danego gatunku stali trudno jest ocenić poprawność przeprowadzenia próby rozciągania. Obrazy prążków wskazują, że przy tak przeprowadzonej próbie brak jest początkowo warstw poślizgów obejmujących pełny przekrój próbki. Próbka ulega uplastycznieniu jako całość poprzez sumowanie się niepełnych poślizgów, co jeszcze ma miejsce na odcinku wzmocnienia plastycznego wykresu rozciągania. Zjawisko to wskazuje na niedopasowywanie się nowo powstających obszarów uplastycznionych do obszarów sprężystych wywołanych koncentracją naprężeń w obszarze przejścia z części chwytowej w część pryzmatyczną (pomiarową) próbki. Przerwanie takiej próby w chwili początku awansowania się odkształceń plastycznych i wykonanie pomiarów prostoliniowości próbek wykazują trwałe i nieznaczny względny obrót ich części chwytowych. Ślady odcisków szczęk na części chwytowej próbki są równomierne i brak widocznych ich rozmazań będących oznaką poruszenia się próbki w szczękach maszyny wytrzymałościowej.

Zginanie nie musi bowiem wynikać z obrotu próbki w szczękach maszyny. Wskutek poślizgów plastycznych w strefie koncentracji naprężeń wystąpi zapewne niewielkie zakrzywienie osi próbki i pojawienie się zginania jest nieuniknione. Brak poślizgów obejmujących pełny przekrój może być efektem (skutkiem) nakładania się naprężeń zginania i rozciągania a może i skręcania. W strefie naprężeń minimalnych ich wartość może być niewystarczająca do kontynuowania poślizgu.

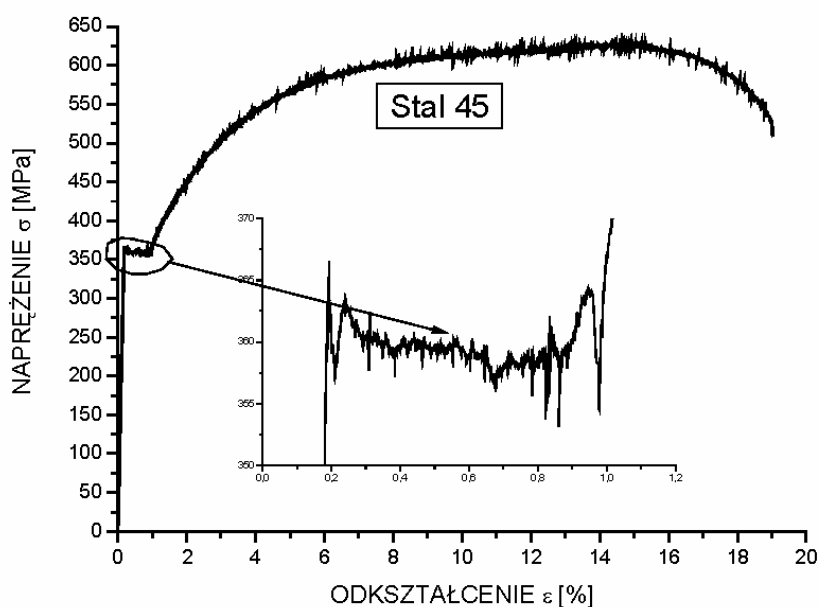
Obecnie obowiązujące normy dotyczące statycznej próby rozciągania preferują tego rodzaju próbki (wioselkowe) dla przekrojów nieokrągłych, mimo, że współczesne maszyny wytrzymałościowe posiadają wkładki do szczęk wykonane z stali narzędziowych nowej generacji o bardzo drobnej perforacji kulistej nie kaleczącej powierzchni badanej próbki. Pozwalają one na równomierne przeniesienie obciążenia na badaną próbkę i nie ma potrzeby komplikacji wykonawstwa próbek. Precyzyjne ekstensometry o dowolnej bazie pomiarowej pozwalają na dokładny pomiar wydłużeń próbki, a elektroniczne sterowanie maszyną wytrzymałościową pozwala na takie dopasowywanie prędkości przemieszczenia jednego końca próbki aby wskazywana i kontrolowana przez

ekstensometr prędkość wydłużania jej długości pomiarowej, odpowiadała stawianym wymaganiom.

#### 4.2.2. Stal 45

Podobnym procesem, lecz bez powstawania poślizgów plastycznych w części sprężystej, płynniej, jak wcześniej opisano, jest powstawanie i propagacja odkształceń plastycznych w statycznej próbie rozciągania w stalach wykazujących wyraźną granicę plastyczności zawierających powyżej 0,4 % C.

Wykres rozciągania stali gatunku 45 o zawartości węgla 0,4 ÷ 0,5 % przedstawia rys. 4.10. a cechy wytrzymałościowe tablica 4.2.



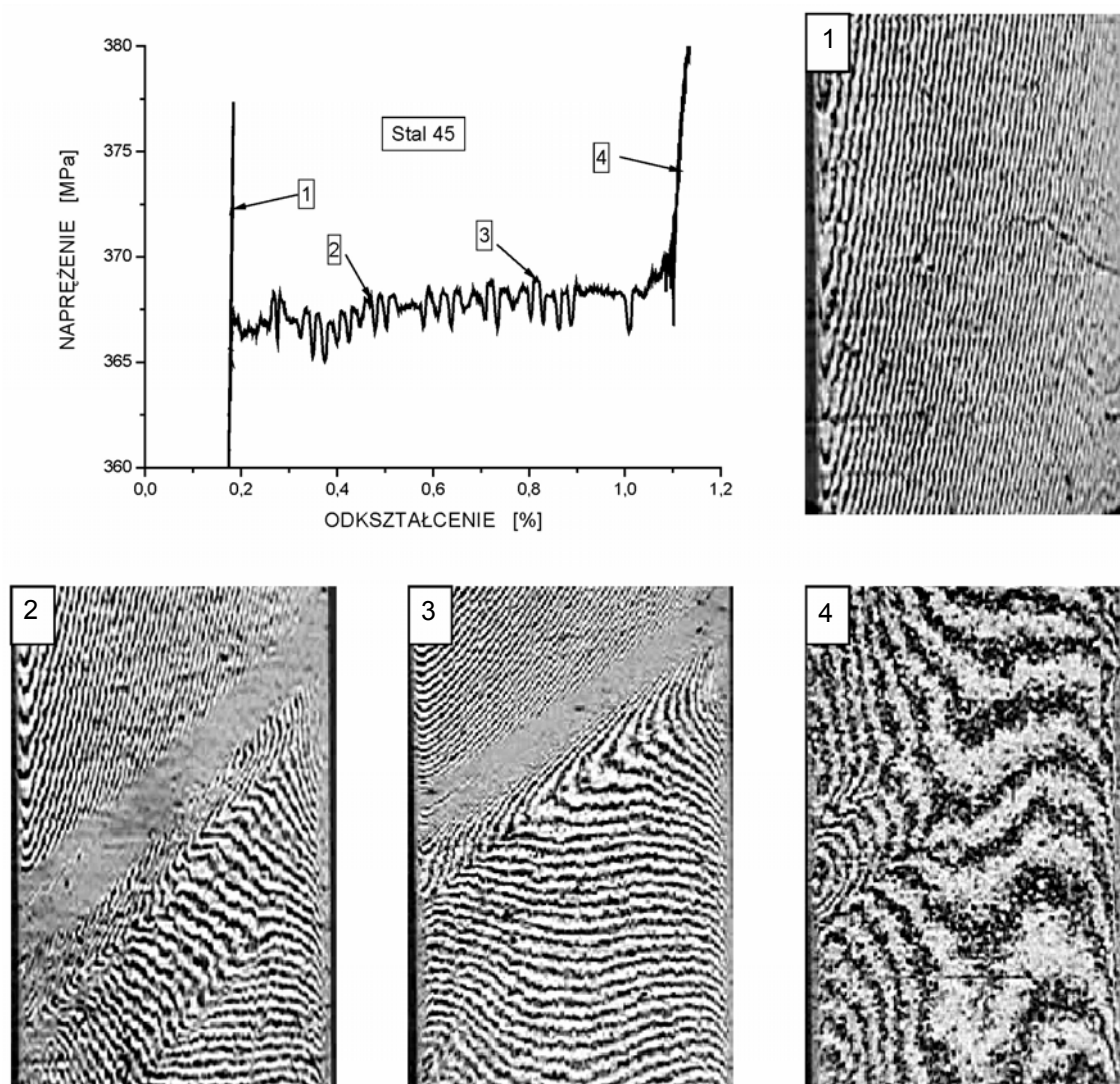
Rys. 4.10. Wykres rozciągania stali 45

Tablica 4.2

Zestawienie średnich podstawowych własności wytrzymałościowych stali 45

Moduł Younga $E$ [GPa]	Granica plastyczności $R_{eH}$ [MPa]	Wytrzymałość na zerwanie $R_m$ [MPa]	Wydłużenie przy zerwaniu $\epsilon_u$ [%]
207	375	625	19

Platformę plastyczną stali gatunku 45 z zaznaczonymi współrzędnymi  $\sigma - \varepsilon$  i odpowiadającym im obrazami prążków interferencyjnych przedstawia rys. 4.11.



Rys. 4.11. Stal 45. Platforma plastyczna z zaznaczonymi współrzędnymi  $\sigma - \varepsilon$  i przynależnym im obrazami prążków interferencyjnym

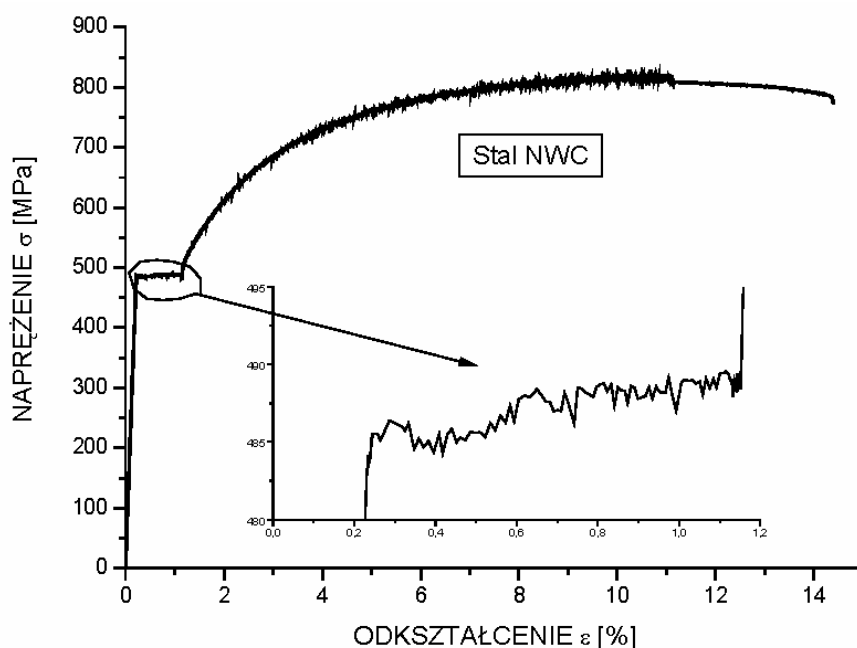
Propagacja odkształceń plastycznych występuje tutaj płynnie w bardzo małej objętości. Niewielkie pulsacje naprężeń do 2 [MPa] utrzymują prawie stałą prędkość rozprzestrzeniania się strefy plastycznej po długości próbki. Skumulowanie przemieszczeń końca próbki na  $2 \div 3$  [mm] długości próbki z jednoczesnym zmniejszeniem w tym miejscu jej przekroju poprzecznego, powoduje wzmocnienie plastyczne materiału, co skutkuje ponownym wygładzeniem powierzchni i w konsekwencji przywróceniem zjawiska interferencji. Nowo pow-

stałe prążki interferencyjne w części uplastycznionej są inaczej ukształtowane niż prążki w strefie sprężystej próbki. Posiadają drobne nieciągłości odzwierciedlające pojawiające się z rzadka na powierzchni próbki krótkie linie Lüdersa. Pierwotny kształt prążków związany jest z płaskością powierzchni próbki, kształtowaną przypadkowo w procesie ręcznego polerowania. Uplastycznienie materiału próbki zmienia kształt jej powierzchni i prążki charakteryzujące płaskość przyjmują kształty, których otrzymanie jest w drodze obróbki mechanicznej mało prawdopodobne. Dalszy wzrost obciążenia próbki powodujący zgniot plastyczny powoduje rozmywanie się prążków a następnie ich zanik.

Film wideo przedstawiający propagację odkształceń plastycznych w stali 45 w procesie jej rozciągania, zawiera plik **STAL 45** na dołączonej płycie CD.

#### 4.2.3. Stal NWC

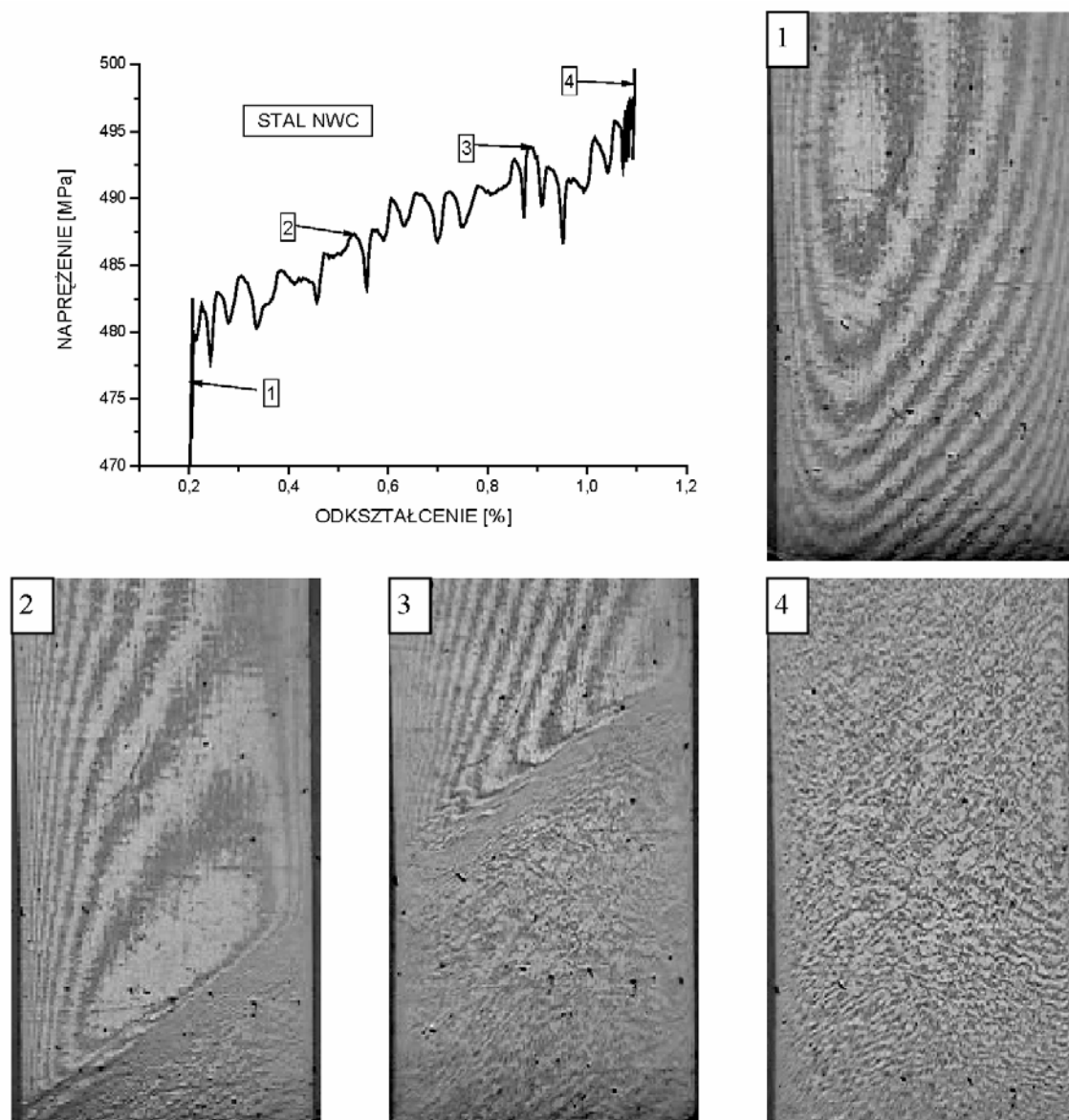
Stal NWC jest stalą narzędziową do pracy na zimno i zawiera  $0,95 \pm 1,05$  % C oraz do 5 % dodatków stopowych wykazując jeszcze wyraźną granicę plastyczności. Wykres rozciągania stali NWC przedstawiono na rys. 4.12, a wyznaczone z próby rozciągania parametry wytrzymałościowe zestawiono w tabelicy 4.3.



Rys. 4.12. Wykres rozciągania stali NWC

Zestawienie średnich podstawowych własności wytrzymałościowych stali NWC

Moduł Younga E [GPa]	Granica plastyczności R <sub>eH</sub> [MPa]	Wytrzymałość na zerwanie R <sub>m</sub> [MPa]	Wydłużenie przy zerwaniu ε <sub>u</sub> [%]
226	480	815	14



Rys. 4.13. Stal NWC. Platforma plastyczna z zaznaczonymi współrzędnymi  $\sigma - \varepsilon$  i przynależnym im obrazami prążków interferencyjnym

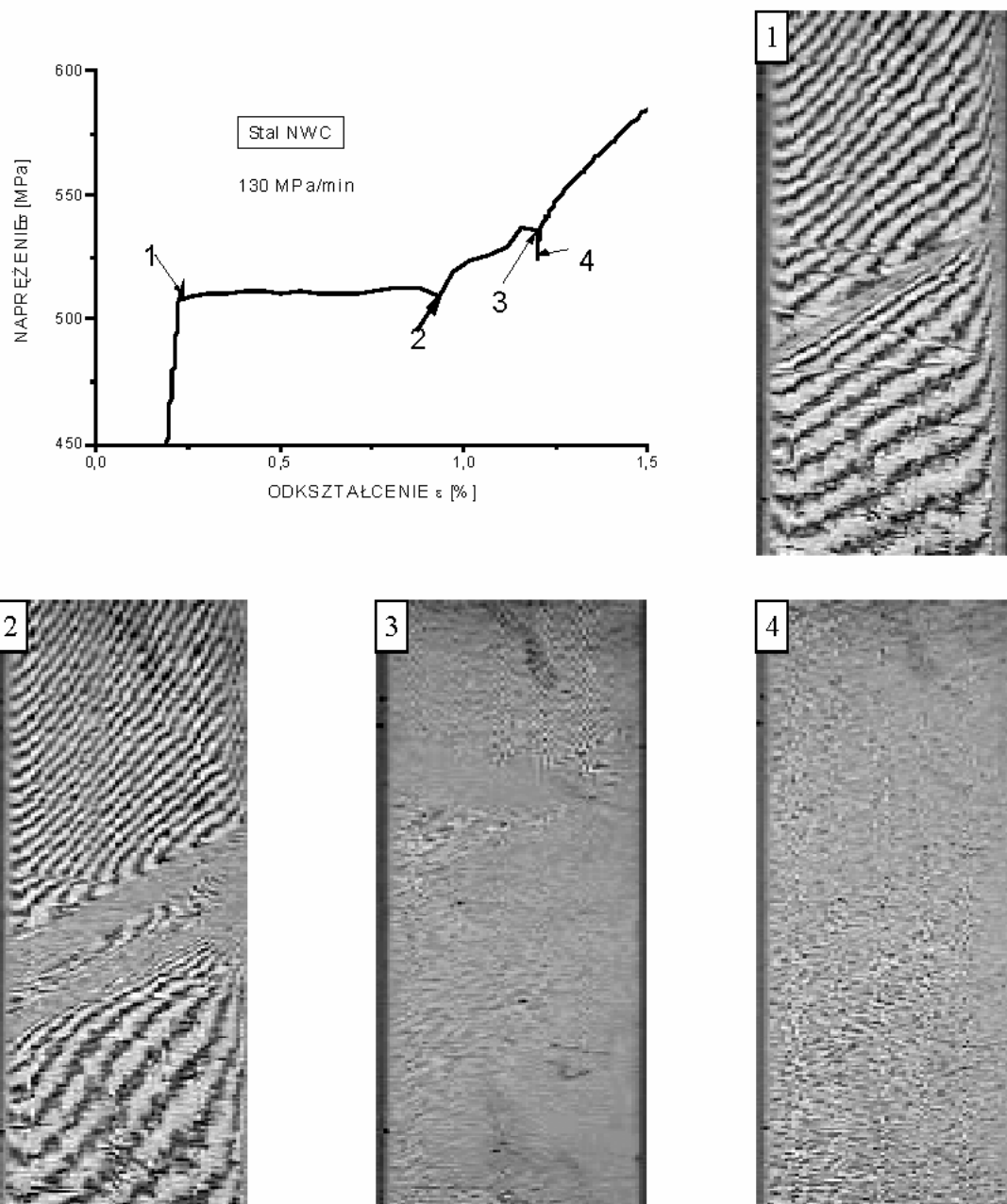


Rys. 4.13 przedstawia podobnie jak dla poprzednio omawianych stali platformę plastyczną z przynależnymi jej obrazami prążków interferencyjnych. Zachodzą tutaj wszystkie zjawiska, jakie wymieniono omawiając proces rozciągania stali 45 z wyjątkiem ponownego wygładzenia powierzchni próbki po jej uplastycznieniu. Na strukturę stali NWC w przeciwieństwie do stali 45, wpływ mają węglilotwórcze dodatki stopowe. Kształty zdeformowanych aglomeratów ziaren ulegają uwypukleniu a ich wielkość umożliwia zachodzenie interferencji światła w obrębie ziarna. Początkowo słabo widoczne przy dalszym postępującym wzmocnieniu plastycznym otrzymujemy mozaikę prążków w postaci punktów, przecinków, zamkniętych krzywych itp. Znamienne jest to, że powierzchnia mimo zniekształcenia pozostaje odcinkami gładka i nadal odbija światło.

Film wideo z omówionej propagacji odkształceń plastycznych w stali NWC zawarty jest w pliku **STAL NWC** na dołączonej do pracy płycie CD.

Jak zaznaczono we wprowadzeniu do weryfikacji metody zarejestrowano jedną próbę rozciągania stali spośród wielu wykonanych w ramach pracy w której strefa plastyczna rozpoczyna się w centralnej części próbki pryzmatycznej. Jest to próbka wykonana z stali gatunku NWC. Próbka obciążana była wymuszeniem dynamicznym z prędkością narastania naprężenia 130 [MPa/min]. Celem próby było stwierdzenie czy możliwe jest aby stal nie wykazała wyraźnej granicy plastyczności gdy zmieni się sposób wymuszenia z kinematycznego na dynamiczny. Próba okazała się nieudana w tym znaczeniu że zarejestrowano wyraźną granicę plastyczności, co przedstawiono na rys. 4.14. wraz z odpowiadającym jej punktem charakterystycznym, obrazy prążków interferencyjnych. Propagacja odkształceń plastycznych trwa tutaj zaledwie kilka sekund i trwa jeszcze na początku wzmocnienia plastycznego krzywej wykresu rozciągania.

Film wideo z omówionej powyżej próby rozciągania stali NWC przedstawia plik **STAL NWC – D** na dołączonej do pracy płycie CD.



Rys. 4.14. Stal NWC. Platforma plastyczna z zaznaczonymi współrzędnymi  $\sigma - \varepsilon$  i przynależnym im obrazami prążków interferencyjnym.  
Wymuszenie dynamiczne 130 [MPa/min]

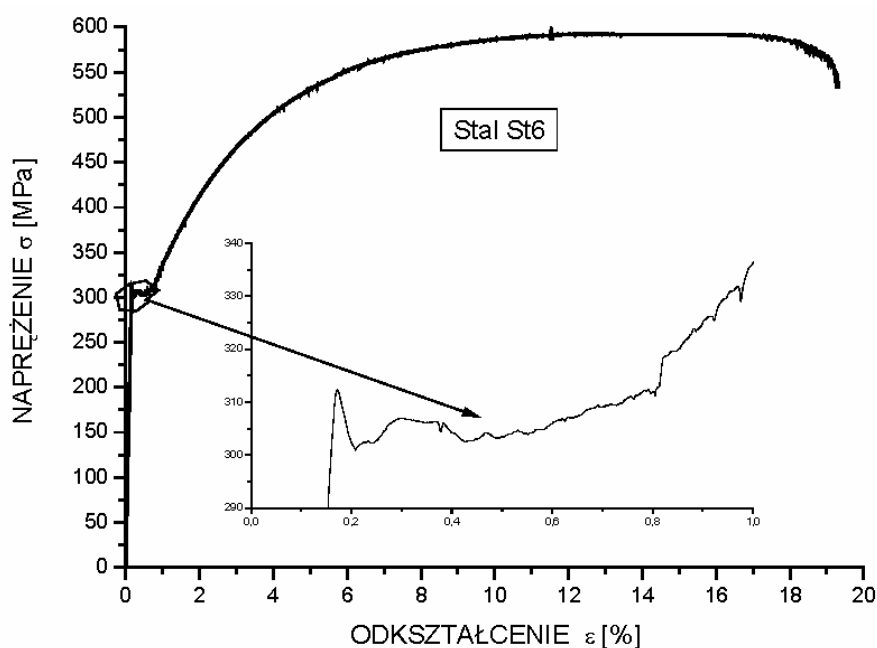
Bliższa analiza zarejestrowanych danych wykazała niedostateczny wydatek pompy hydraulicznej maszyny wytrzymałościowej. Istnieje duże prawdopodobieństwo że przy nieznacznie większym wydatku pompy wyraźnej granicy plastyczności by nie zarejestrowano. Maszyna wytrzymałościowa firmy INSTRON model 8511.20 wyposażona jest standartowo w pompę o maksymalnej wydaj-

ności 15 [l/min]. Pozwala to tylko na uzyskanie maksymalnej prędkości rozciągania 6,5 [m/min].

#### 4.2.4. Stal St6

Wyraźna granica plastyczności w stali St6 zaznaczona jest poprzez wyraźny uskok naprężeń na końcu zakresu sprężystego. Późniejszy monotoniczny wzrost naprężeń poprzedzony jest niekiedy krótką 0,2 ÷ 0,3 % platformą plastyczną, którą odróżnia od krzywej wzmocnienia plastycznego występowanie tylko niewielkich pulsacji naprężeń. Zawartość węgla w stali St6 wynosi 0,38 ÷ 0,48 % i jest podobna do zawartości tego pierwiastka w stali 45.

Wykres rozciągania stali St6 przedstawiono na rys. 4.15 a jej parametry wytrzymałościowe zestawiono w tablicy 4.4.



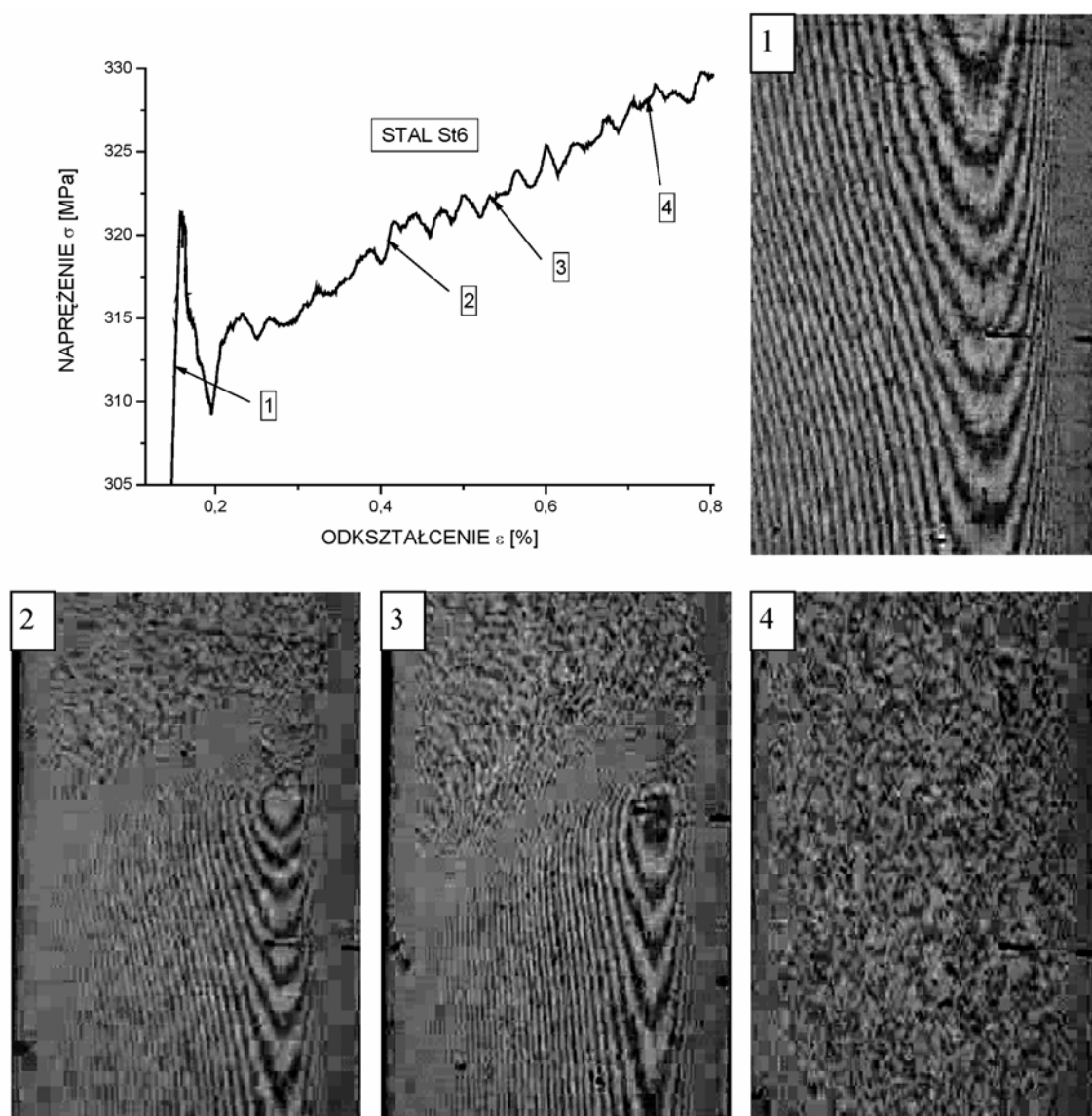
Rys. 4.15. Wykres rozciągania stali St6

Tablica 4.4

Zestawienie średnich podstawowych własności wytrzymałościowych stali St6

Moduł Younga $E$ [GPa]	Granica plastyczności $R_{eH}$ [MPa]	Wytrzymałość na zerwanie $R_m$ [MPa]	Wydłużenie przy zerwaniu $\epsilon_u$ [%]
194	315	590	19

Przejście stali St6 ze stanu sprężystego w stan plastyczny w obrazach prążków interferencyjnych jest podobne jak w stali narzędziowej NWC (rys.4. 16). Wypolerowana powierzchnia próbki stali St6 nie pozwala na uzyskanie dużego kontrastu prążków interferencyjnych. Propagacja strefy plastycznej jest płynna z niewielkimi zahamowaniami. Odbywa się w płaszczyznach równoległych do siebie, podobnie jak w stalach 45 i NWC. Nie zauważono propagacji strefy plastycznej w płaszczyznach prostopadłych do wcześniejszych propagacji.

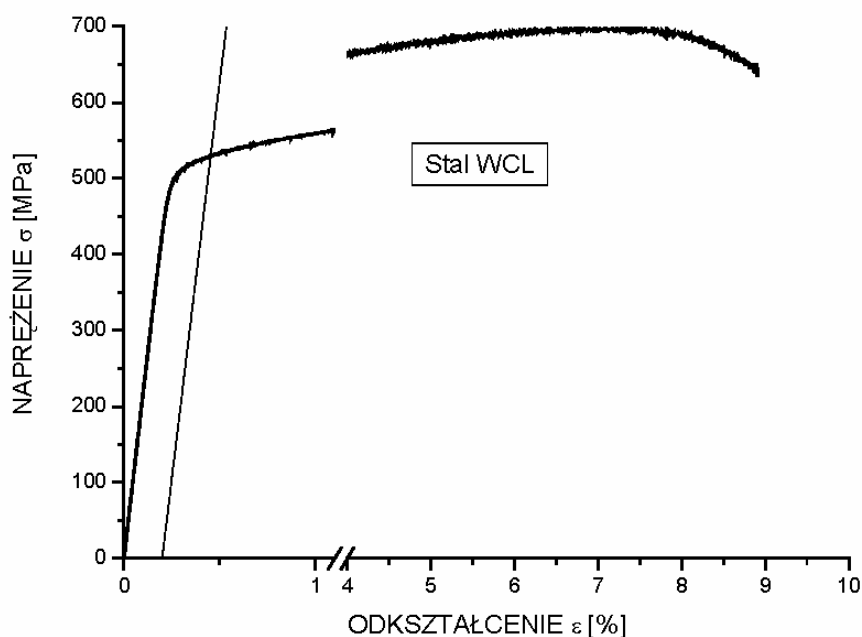


Rys. 4.16. Stal St6. Platforma plastyczna z zaznaczonymi współrzędnymi  $\sigma - \varepsilon$  i przynależnym im obrazami prążków interferencyjnym

Film wideo pokazujący propagację strefy plastycznej w stali St6 zawarty jest w pliku STAL St6 na dołączonej do pracy płycie CD.

#### 4.2.5. Stal WCL

Stal narzędziowa do pracy na gorąco zawierająca do 8% dodatków stopowych i  $0,33 \div 0,38$  % C, której wykres rozciągania nie posiada wyraźnej granicy plastyczności, przedstawiono na rys. 4.17 a parametry wytrzymałościowe zestawiono w tabelicy 4.5.



Rys. 4.17. Wykres rozciągania stali WCL

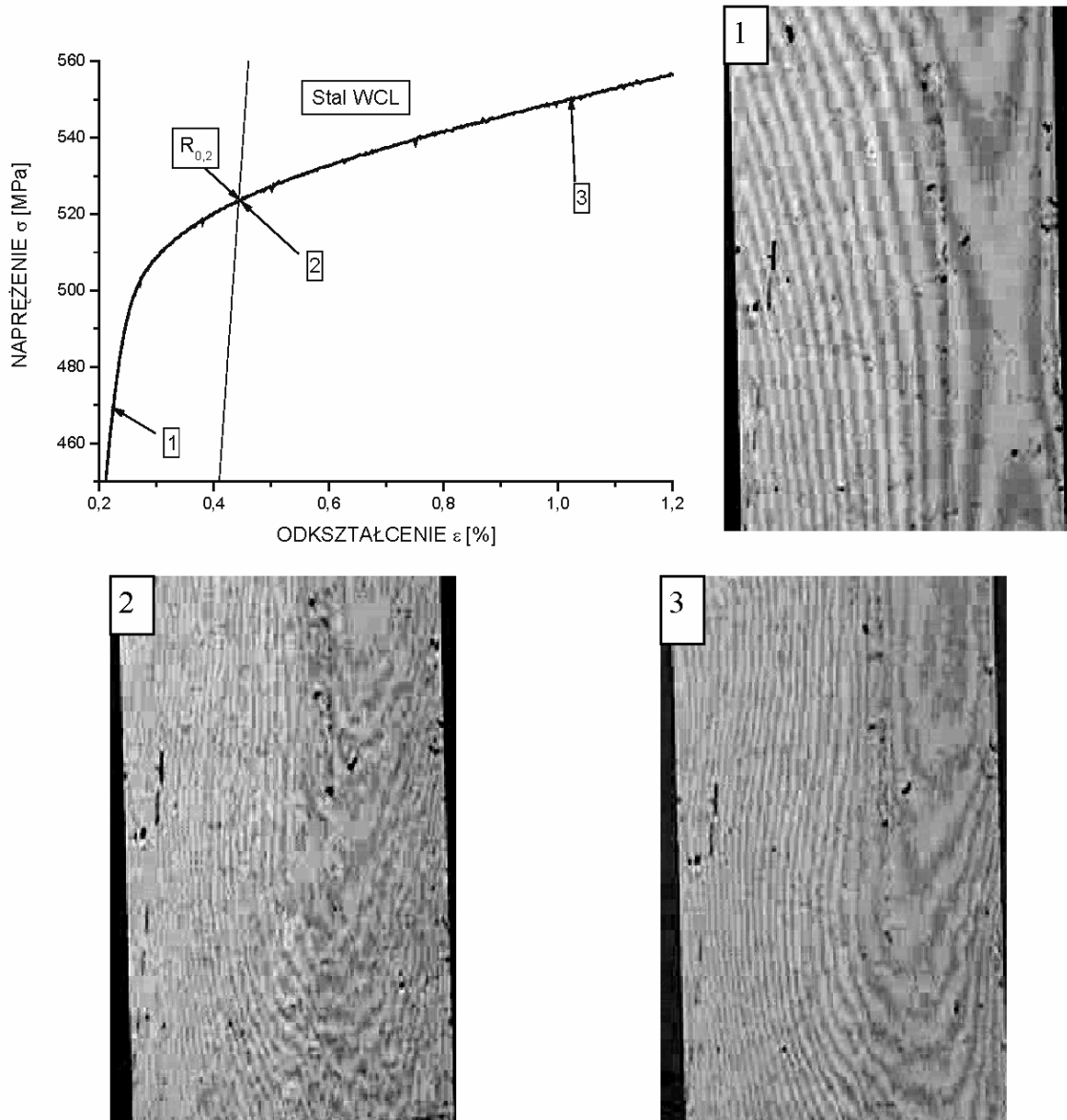
Tablica 4.5

Zestawienie średnich podstawowych własności wytrzymałościowych stali WCL

Moduł Younga $E$ [GPa]	Granica plastyczności $R_{0,2}$ [MPa]	Wytrzymałość na zerwanie $R_m$ [MPa]	Wydłużenie przy zerwaniu $\epsilon_u$ [%]
209	530	700	9

Obserwacja obrazów prążków interferencyjnych stali WCL przy odkształceniach odpowiadających umownej granicy plastyczności wykazuje trudne do jednoznacznej oceny zmiany w kontraście i ciągłości prążków. Forma i kon-

trast prążków przy odkształceniach powyżej 1 % stają się porównywalne z prążkami pojawiającymi się w próbce ze stali 45, na jej krzywej wzmocnienia rys.4.18.



Rys. 4.18. Stal WCL. Wycinek wykresu rozciągania obejmujący umowną granicę plastyczności  $R_{0,2}$  z zaznaczonymi współrzędnymi  $\sigma - \varepsilon$  i odpowiadającym im obrazami prążków interferencyjnych

Wynika stąd nieprzydatność omawianej metody do rozróżniania typu odkształceń w stalach nie wykazujących wyraźnej granicy plastyczności prawdopodobnie ze względu na zbyt małą jej rozdzielczość.

Konfrontując stwierdzenia genezy przyjęcia trwałego wydłużenia równego 0,2 % za podstawę wyznaczania umownej granicy plastyczności [1] trudno jest stwierdzić podobieństwo makroodkształceń struktury na poziomie 0,2 % jej odkształceń trwałych, z tą samą wartością odkształceń trwałych podobnych stali posiadających wyraźną granicę plastyczności.

**Stale wykazujące wyraźną granicę plastyczności nie posiadają równomiernego trwałego odkształcenia równego 0,2 %.**

Odkształcenia plastyczne stali wykazujących wyraźną granicę plastyczności począwszy od końca zakresu sprężystego do początku odkształceń wzmocnienia plastycznego są odkształceniami miejscowymi, które same w sobie posiadają skończoną wartość równą wielkości platformy plastycznej danej stali. Suma wydłużeń elementarnych segmentów próbki staje się jej wydłużeniem równomiernym w chwili gdy krzywa wykresu rozciągania przechodzi w część odpowiadającą wzmocnieniu plastycznemu (krzywą zgniotu).

## 5. PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA METODY INTERFERENCJI DO ANALIZY STREF PLASTYCZNYCH W NIEJEDNORODNYCH POLACH NAPRĘŻEŃ

### 5.1. Wprowadzenie

W rozdziale 4 wykazano skuteczność zaproponowanej w pracy autorskiej metody interferencji do rozpoznawania stref plastycznych w przypadkach jednoosiowego rozciągania czyli dla jednorodnego pola naprężeń w stalach z wyraźną granicą plastyczności. Metoda umożliwia dodatkowo wizualizację procesu powstawania stref plastycznych, co może mieć znaczenie dla analizy przebiegu procesów powstawania odkształceń plastycznych. Zaproponowana metoda analizy początków powstawania stref plastycznych może odegrać dużą rolę w śledzeniu rozwoju stref plastycznych w niejednorodnych stanach naprężeń. Jak wspomniano w p.2 pracy badania doświadczalne stref plastycznych znane z literatury budzą pewne wątpliwości – mianowicie kształty stref plastycznych zależne są od zastosowanej hipotezy wyężeniowej. Jest to skutek stosowanej metody badań, w której podstawą do oceny plastyczności odkształcenia jest spełnienie warunku plastyczności, a nie wystąpienie rzeczywistych odkształceń plastycznych. Oczywiście główną przyczyną stosowania takiej metody badawczej był brak metody rozpoznawania odkształceń plastycznych w procesie czynnym.

Od dawna występują również problemy z poprawną oceną wytrzymałości zmęczeniowej w elementach z karami generującymi koncentrację naprężeń. Stosunkowo niedawno wprowadzono do analiz zmęczeniowych pojęcie gradientu naprężeń np. w kierunku osi  $z$ :

$$G = \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right]_{\sigma=\sigma_{\max}} \quad \left| \quad \text{gdzie: } z \text{ jest zmienną niezależną funkcji opisującej}$$

zmianę naprężenia; lub względnego gradientu naprężenia definiowanego jako:

$$\bar{G} = \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right]_{\sigma=\sigma_{\max}} \cdot \frac{1}{\sigma_{\max}} \quad \left| \quad \right.$$



który jest wygodniejszy w zastosowaniach i daje lepsze rezultaty w obliczeniach.

W dalszych częściach niniejszego rozdziału pracy przedstawiono eksperymenty obrazujące powstawanie stref plastycznych w warunkach występowania gradientu naprężeń. Badania obejmują proces zginania belki stałomomentowej o przekroju prostokątnym oraz rozciągania tarczy z otworem kołowym przy **rozpoczęciu powstawania strefy plastycznej**.

## 5.2. Badanie powstawania stref plastycznych w przypadku czystego zginania

### 5.2.1. Opis stanowiska badawczego i metody badań

W przypadku czystego zginania w belce występuje jednoosiowy ale niejednorodny stan naprężenia. Z uwagi na uwarunkowania metody interferencji optycznej badania przeprowadzono na belce o przekroju prostokątnym o szerokości  $b$  i wysokości  $h$ . Naprężenia na odcinku stałomomentowym określone są wzorem:

$$\sigma = \frac{M}{J} \cdot z \quad \text{gdzie: } M - \text{moment zginający, } J = \frac{b \cdot h^3}{12} [mm^4] - \text{moment}$$

bezwładności przekroju, natomiast  $z$  jest współrzędną mierzoną w kierunku prostopadłym do osi obojętnej. Naprężenie maksymalne w przekroju wynosi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_g} \quad \text{gdzie: } W_g = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

Względny gradient naprężeń dla badanej belki wynosi zatem:

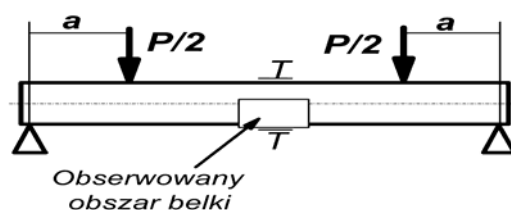
$$\bar{G} = \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right]_{\sigma=\sigma_{\max}} \cdot \frac{1}{\sigma_{\max}} = \left| \frac{M}{J} \cdot \frac{W_g}{M} \right| = \frac{W_g}{J} = \frac{2}{h}$$

Dla badanej belki o wysokości przekroju poprzecznego  $h = 9,2 [mm]$  względny gradient naprężeń wynosi:

$$\bar{G} = 0,22 [mm^{-1}].$$

Jak wspomniano wyżej cechą charakterystyczną zginania jest nierównomierny rozkład naprężeń w belce zginanej po jej wysokości, co oznacza

występowanie gradientu naprężenia obliczonego powyżej. Przyjmuje się powszechnie, że uplastycznienie materiału następuje wskutek poślizgów. W przypadku równomiernego rozkładu naprężeń poślizgi plastyczne mogą się dowolnie rozprzestrzeniać w płaszczyznach występowania  $\tau_{\max}$  jak to ma miejsce w jednoosiowym rozciąganiu opisanym w p. 4. Rozpoczęcie w rozważanym przypadku poślizgu w nowej płaszczyźnie wymaga zgromadzenia nadwyżki energii (wzrostu obciążenia). Występowanie gradientu naprężeń powoduje, że przekroczenie w najbardziej wyciążonym punkcie ciała, granicy plastyczności nie skutkuje powstaniem poślizgu, ponieważ w punktach sąsiednich granica plastyczności nie została osiągnięta. Poślizg w takim przypadku wymaga pewnej objętości, w której musi zostać zgromadzona pewna nadwyżka energii sprężystej, konieczna do zainicjowania poślizgu. Schemat stanowiska do badania stref plastycznych w belce stało-momentowej wykonanej ze stali 45 przedstawiono na rys. 5.1, oraz na fotografii - rys. 5.2.



Rys.5.1. Schemat obciążenia belki stało momentowej do badania propagacji poślizgów plastycznych



Rys.5.2. Fotografia stanowiska do badania propagacji poślizgów plastycznych przy zginaniu

Na górnej i dolnej powierzchniach belki, w miejscach występowania hipotetycznych ekstremalnych naprężeń, naklejono tensometry elektrooporowe  $T$ . Umożliwiało to kontrolę zależności między naprężeniem nominalnym, a ekstremalnym odkształceniem. Sposób i metoda wyznaczania prążków interferencyjnych były analogiczne jak przy rozciąganiu próbek omówionym w p. 4.

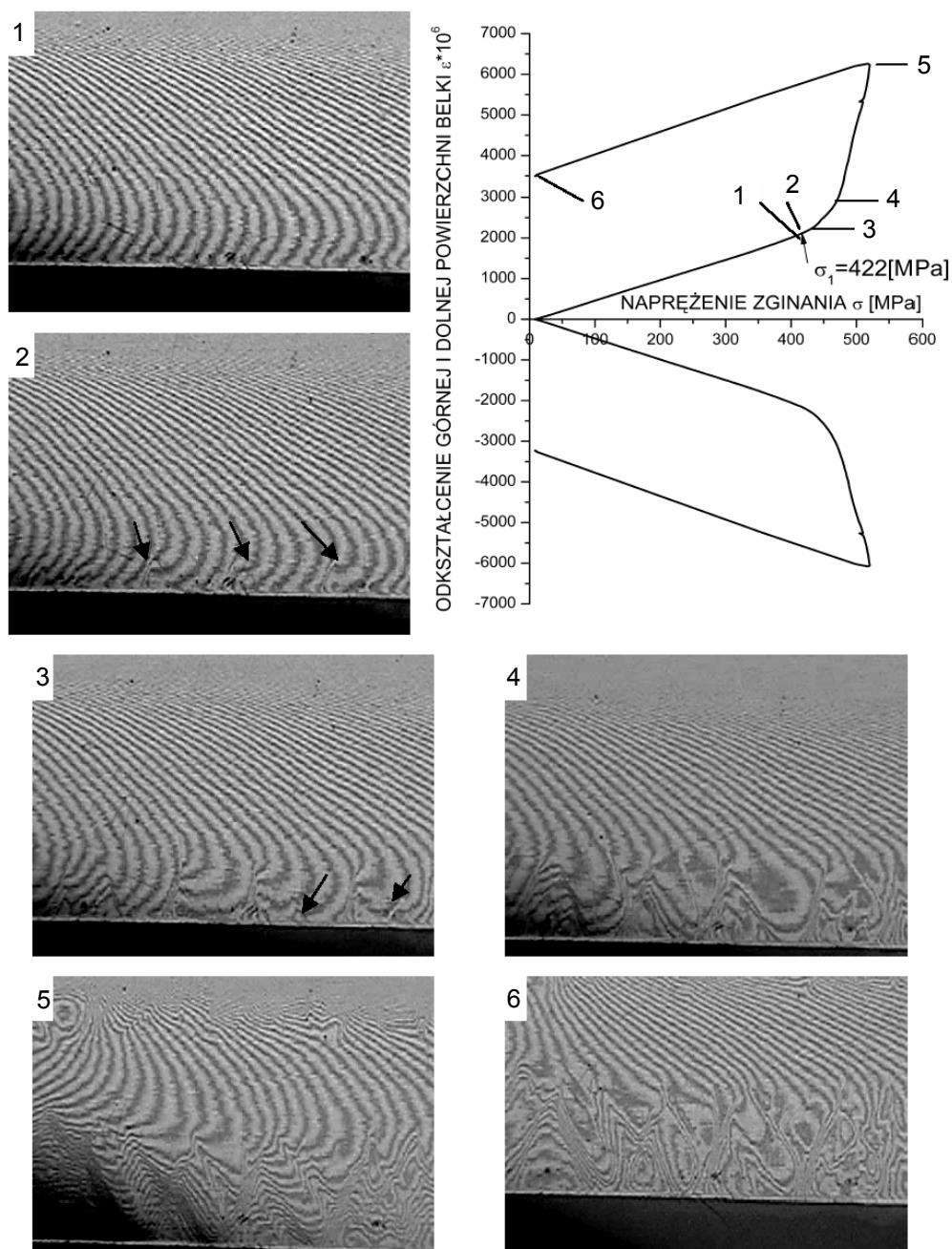
### 5.2.2. Opis zjawisk towarzyszących uplastycznieniu belek zginanych

W zrealizowanym eksperymencie zmierzającym do obserwacji początkowej fazy odkształceń plastycznych rejestrowano wzrost sił obciążających, zmiany odkształceń mierzonych tensometrami oporowymi  $T$ , oraz zmiany układu prążków interferencyjnych za pomocą kamery. Rejestracja wszystkich wymienionych parametrów była synchronizowana z filmem rejestrowanym kamerą [37].

Zsynchronizowane w czasie: zmiany sił obciążających belkę, a zatem i naprężeń, zmiany odkształceń mierzonych tensometrami oporowymi  $T$  wraz z odpowiadającymi im obrazami prążków interferencyjnych przedstawiono na rys. 5.3. Na rys. 5.3 numery punktów na wykresie odkształceń  $\varepsilon_{extr}$  belki odpowiadają numerom obrazów prążków interferencyjnych.

Przedstawione obrazy obejmują obszar belki nad dolnym tensometrem  $T$ , gdzie występuje dodatnie naprężenie rys. 5.1. Wraz ze zmianą ugięcia belki widoczna jest ciągła zmiana położenia dolnej krawędzi belki wywołana jej przemieszczeniem względem płytki interferencyjnej w płaszczyźnie zginania. Zmianie ugięcia belki towarzyszy zmiana gęstości prążków interferencyjnych na wysokości belki, wywołana zmianą jej przekroju poprzecznego. Obraz 2 na rys. 5.3 przedstawia pierwsze poślizgi, których wynikiem są nieciągłości prążków na głębokość  $\sim 1,5$  [mm] od dolnej krawędzi belki, co zaznaczono strzałkami. Obraz 1 przedstawia ten sam obszar belki, lecz o sekundę wcześniej. Poślizgi występują równomiernie w przedziale stałego momentu zginającego belkę w odległościach, co  $1,0 \div 1,1$  szerokości belki zarówno po jej stronie rozciąganej jak i ściskanej. Na skrajnych powierzchniach zewnętrznych belki, po stronie rozciągania i ściskania jako sygnały wystąpienia pierwszych poślizgów pojawiają się równoległe linie Lüdersa, nachylone pod kątem  $45^\circ$  do krawędzi

belki. Zarejestrowane naprężenie zginania w tym momencie wynosiło 418 [MPa], i przewyższa górną wyraźną granicę plastyczności z próby rozciągania o 11,5%. Dopiero nieco później gdy naprężenie zginania wzrośnie o dalsze 20 ÷ 40 [MPa] w połowie odległości między wcześniej powstałymi poślizgami powstają uzupełniające poślizgi, (rys. 5.3 obraz 3) których odzwierciedleniem na powierzchniach zewnętrznych belki są linie Lüdersa prostopadłe do już istniejących. Powoduje to że linia ugięcia belki pozostaje krzywą płaską i płaszczyzna zginania belki pokrywa się z płaszczyzną obciążenia.



Rys. 5.3. Propagacja strefy plastycznej w belce zginanej. Opis w tekście

Zastosowane tensometry pomiarowe o bazie 1,5 [mm] nie zareagowały na zaistniały stan odkształcenia, ponieważ poślizgi wystąpiły poza ich bazą pomiarową. Odnotowały tylko późniejszy rozrost poślizgów, co objawia się nieproporcjonalnym zwiększeniem odkształceń – obrazy 3, 4, 5. Obraz 6 przedstawia prążki interferencyjne po odciążeniu belki. Widok tych samych poślizgów plastycznych na belce po odciążeniu przedstawia fotografia na rys. 5.4. Widoczne jest wyraźne rozgraniczenie stref plastycznych i strefy sprężystej. W strefie rozciągania odkształcenia plastyczne widoczne są jako zapadnięcia powierzchni, a w strefie ściskania jako jej uwypuklenia.



Rys. 5.4. Fotografia poślizgów plastycznych w belce zginanej stałym momentem

Film wideo pokazujący propagację strefy plastycznej w belce zginanej wykonanej ze stali 45 zawarty jest w pliku **ZGINANIE 45** na dołączonej do pracy płycie CD.

### 5.2.3. Podsumowanie

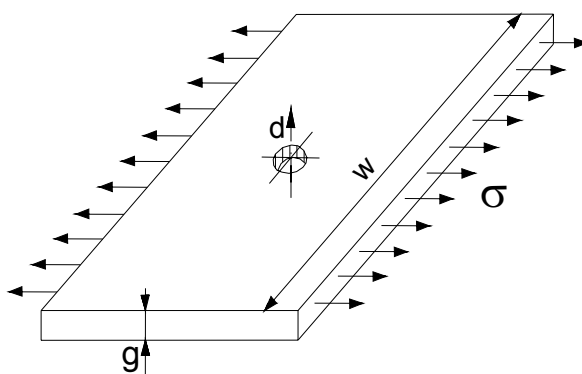
Obrazy z filmu potwierdzają tezę o uplastycznieniu wskutek poślizgów plastycznych występujących lokalnie i gwałtownie na pewną głębokość od skrajnych powierzchni belki. Kierunki poślizgów układają się tak aby nie nastąpiło istotne zakłócenie płaskości zginania tj. przemieszczania punktów w płaszczyźnie symetrii. Wobec możliwości wystąpienia poślizgów plastycznych w dowolnym przekroju belki na dość długim odcinku o stałym momencie zginającym i stałym  $\sigma_{\max}$  przekroczenie wartości granicy sprężystości wyznaczonej w statycznej próbie rozciągania jest stosunkowo niewielkie i zgodne z wartościami podawanymi powszechnie w literaturze.

### 5.3. Badanie powstawania stref plastycznych wokół otworów

#### 5.3.1. Analityczne rozwiązania zagadnienia rozkładu naprężeń wokół otworów w rozciąganych cienkich tarczach

##### Tarcza nieograniczona z małym otworem

Stan naprężenia w rozciąganej nieograniczonej cienkiej tarczy jest stanem jednorodnym. Jeżeli w tarczy wykonać otwór, którego średnica jest mała w porównaniu z szerokością tarczy (rys.5.5.) pojawia się efekt koncentracji naprężeń wokół tego otworu. Stan naprężenia przestaje być w tej strefie jednorodny i jednoosiowy. Rozwiązanie tego zagadnienia podał w 1898 roku G. Kirsch [6]. Naprężenia  $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$  w punkcie  $P$  o współrzędnych biegunowych  $r$  i  $\theta$  oblicza się wzorami:

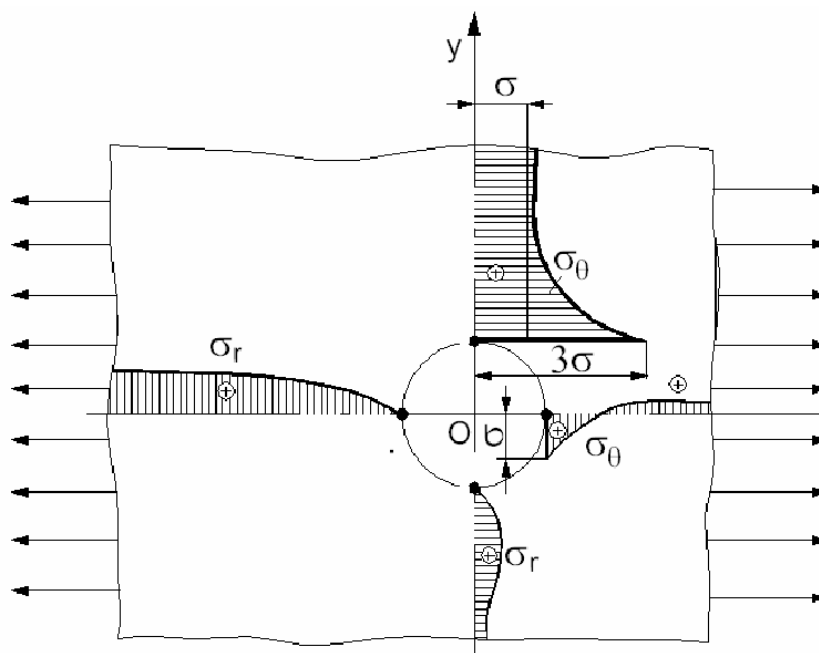


Rys.5.5. Tarcza z otworem

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{1}{2}p \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \left[1 + \left(1 - \frac{3a^2}{r^2}\right) \cos 2\theta\right] \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{2}p \left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \left(1 + \frac{3a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta\right] \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{2}p \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \left(1 + \frac{3a^2}{r^2}\right) \sin 2\theta\end{aligned}\tag{1}$$

gdzie:  $p$  – naprężenie nominalne zdefiniowane jako stosunek obciążenia do przekroju tarczy nie obejmującego otworu,  
 $a$  – promień otworu w tarczy.

Rozkład naprężeń wzdłuż osi tarczy i w przekroju poprzecznym przedstawiono na rys.5.6.



Rys.5.6. Rozkład naprężeń promieniowych  $\sigma_r$  i obwodowych  $\sigma_\theta$  w okolicy otworu w nieograniczonej tarczy

Z rysunku wynika potwierdzenie faktu, że stan naprężenia w pobliżu otworu jest stanem dwuosiowym. Materiał tarczy jest najbardziej wyężony na brzegu otworu w minimalnym przekroju tarczy. Istnieje tutaj jedno naprężenie  $\sigma_\theta$  przy czym naprężenie to jest trzykrotnie większe od naprężenia nominalnego  $p$ . Naprężenia szybko maleją w miarę oddalania się od otworu i w odległości  $r = 6a$  stan naprężenia różni się niewiele od stanu jednoosiowego charakterystycznego dla tarczy bez otworu.

### **Naprężenia w tarczy o skończonej szerokości z dużym otworem**

W praktyce inżynierskiej bardzo rzadko ma się do czynienia z tarczami posiadającymi otwory, których średnica w porównaniu do szerokości tarcz jest pomijalnie mała. Rozkład naprężeń wokół otworu w tarczy (rys. 5.5.), którego średnica jest porównywalna z jej szerokością podał w 1930r. R. Howland [10].

Rozwiązanie w postaci szeregów potęgowych jest dokładne. Składowe stanu naprężenia w tarczy wokół otworu dla  $\lambda = \frac{a}{b} \leq 0.5$ , gdzie  $\rho = \frac{r}{b}$ , wyrażają się w postaci szeregów:

$$\sigma_{\rho} = p \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta) + 2m_0 - \frac{d_0}{\rho^2} + \\ & - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{n(2n+1)d_{2n}}{\rho^{2n+2}} + \frac{(n+1)(2n-1)e_{2n}}{\rho^{2n}} + n(2n-1)l_{2n}\rho^{2n-2} + \right. \\ & \left. + (n-1)(2n+1)m_{2n}\rho^{2n} \right] \cos 2n\theta \end{aligned} \right\} \quad (2a)$$

$$\sigma_{\theta} = p \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta) + 2m_0 + \frac{d_0}{\rho^2} + \\ & - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{n(2n+1)d_{2n}}{\rho^{2n+2}} + \frac{(n-1)(2n-1)e_{2n}}{\rho^{2n}} + n(2n-1)l_{2n}\rho^{2n-2} + \right. \\ & \left. + (n-1)(2n-1)m_{2n}\rho^{2n} \right] \cos 2n\theta \end{aligned} \right\} \quad (2b)$$

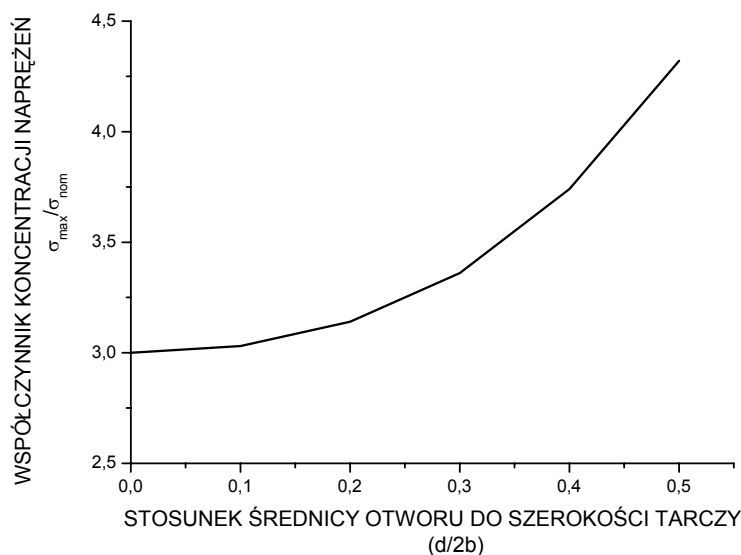
$$\tau_{\rho\theta} = -p \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2} \sin 2\theta + \\ & + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ n(2n-1)(l_{2n}\rho^{2n-2} - \frac{e_{2n}}{\rho^{2n}}) + n(2n+1)(m_{2n}\rho^{2n} - \frac{d_{2n}}{\rho^{2n+2}}) \right] \sin 2n\theta \end{aligned} \right\} \quad (2c)$$

Wartości współczynników we wzorach (2) dla różnych wartości  $\lambda$  obliczono z warunków aby biharmoniczna funkcja naprężeń w postaci szeregu spełniała warunki brzegowe.

Obliczone z zależności (2b) wartości naprężenia  $\sigma_{\theta}$  odniesione do naprężenia nominalnego  $p$  zdefiniowanego jako stosunek obciążenia do przekroju tarczy nie obejmującego otworu, dla  $\theta = 90^\circ$  i różnych  $\lambda$  są w formie graficznej publikowane w większości monografii traktujących o problemach zmęczenia materiałów jako współczynniki koncentracji naprężeń, często bez podania autora – rys.5.7. Są to współczynniki koncentracji „brutto”, w przeciwieństwie do nich współczynniki koncentracji „netto”, odnoszą się do naprężenia nominalnego  $p$  zdefiniowanego jako stosunek obciążenia do przekroju tarczy przechodzącego przez oś otworu tarczy.



Przy zadanej szerokości tarczy ze wzrostem średnicy otworu wartość współczynnika spiętrzenia naprężeń „brutto” wzrasta i dla  $\lambda = 0,5$  osiąga wartość 4,32, natomiast wg. współczynnika spiętrzenia naprężenia „netto” wartość ta maleje do 2,16. Dla  $\lambda \cong 0$  (nieskończenie mały otwór) w obu przypadkach współczynnik spiętrzenia równy jest 3,0.



Rys. 5.7. Współczynniki koncentracji naprężeń „brutto”, w zależności od stosunku średnicy otworu do szerokości tarczy

W przekroju niebezpiecznym, (wzdłuż osi  $y$ ) występuje znaczna zmiana naprężeń  $\sigma_\theta$  wzdłuż całego przekroju; im większy otwór, tym równomierniejsza jest zmiana naprężeń. Naprężenia  $\sigma_\theta$  maleją prawie do zera w punktach zewnętrznych tarczy, gdy średnica otworu niewiele się różni od szerokości tarczy, zmieniając się w przybliżeniu liniowo [20],[21].

Mniemanie o równomiernym rozkładzie naprężeń w przekroju niebezpiecznym, w tym wypadku prowadzi do znacznych błędów.

### 5.3.2. Gradient naprężeń dla rozciąganej tarczy z otworem

Największe naprężenie osiowe w przekroju niebezpiecznym obliczyć można na podstawie wzoru (2b). Dla  $\sigma_\theta$  przy  $\theta = \frac{\pi}{2}$  oraz  $\rho = \lambda$  równa się ono  $R_e$  dla naprężenia nominalnego  $p$  jak przedstawiono w tabl. 5.1.

Tablica 5.1

Zestawienie wartości naprężenia nominalnego  $p$  przy którym naprężenie  $\sigma_\theta$  osiąga granicę plastyczności  $R_e$

$\lambda$	0,02	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
$p$	$\frac{R_e}{3,00}$	$\frac{R_e}{3,03}$	$\frac{R_e}{3,14}$	$\frac{R_e}{3,36}$	$\frac{R_e}{3,74}$	$\frac{R_e}{4,32}$

$$\text{Wartości względnego gradientu naprężeń } \bar{G} = \left[ \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial z} \right]_{\sigma_\theta = \sigma_{\theta \max}} \cdot \frac{1}{\sigma_{\theta \max}}$$

w punkcie niebezpiecznym ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $\rho = \lambda$ ) dla różnych wartości parametru  $\lambda$ , obliczony z wzorów (2b) przedstawiono w tabl. 5.2.

Tablica 5.2

Zestawienie względnego gradientu naprężeń  $\bar{G}$  w zależności od  $\lambda = \frac{a}{b}$

$\lambda$	-	0,02	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
$\bar{G}$	[mm <sup>-1</sup> ]	2,333	0,468	0,237	0,163	0,129	0,114

Z przedstawionych przykładowych wyników widać, że przy jednakowych co do wielkości naprężeniach  $\sigma_{\theta \max}$  największy względny gradient naprężeń dla tarczy z otworami  $\lambda > 0,2$  jest porównywalny z względnym gradientem naprężeń dla zginania rozpatrywanej w p.5.2 belki. Względne gradienty naprężeń dla tarcz z małymi otworami ( $\lambda < 0,2$ ) są znacznie większe niż dla badanej w p.5.2 zginanej belki.

### 5.3.3. Doświadczalne wyznaczanie stref plastycznych wokół otworu

#### 5.3.3.1. Wprowadzenie

Bliższa analiza zakresu stosowania metody trepanacji otworowej opartej na wzorach teorii sprężystości wskazuje na możliwość jej stosowania w stanach naprężenia kiedy naprężenie maksymalne więcej niż dwukrotnie przekracza wyraźną granicę plastyczności. Wyjaśnienia tego problemu spotykane

w literaturze są co najmniej nieprzekonujące – w pracach omawiających badania stref plastycznych wokół otworu brak dowodu plastycznego charakteru odkształceń. Wynikające z badań kształty strefy plastycznej przy otworze ale także na czole szczeliny są zależne od stosowanej hipotezy wyężeniowej (warunku plastyczności), co podważa wiarygodność eksperymentu. Wskazuje to również na brak obiektywnej metody rozróżniania odkształceń sprężystych i plastycznych w procesie czynnym.

W dalszej części niniejszego rozdziału przedstawiono badania początkowej fazy powstawania strefy plastycznej przy otworze w rozciąganej cienkiej tarczy z zastosowaniem zaproponowanej w p.3 metody interferencji optycznej. Na obecnym etapie weryfikacji metody interferencji nie prowadzono badań dla małych otworów ze względu na brak możliwości kontroli charakteru odkształceń (sprężysty ÷ plastyczny) inną niezależną metodą.

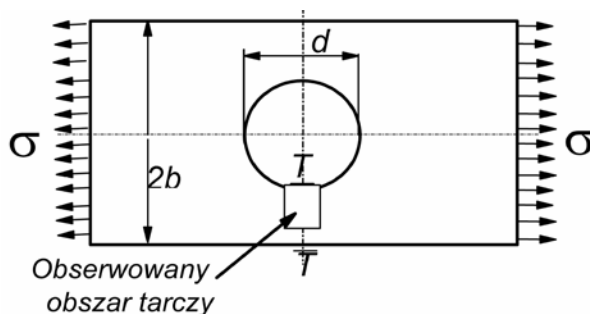
Badania powstawania strefy plastycznej przy otworze w rozciąganej tarczy zaplanowano tak aby zapewnić możliwość pomiaru odkształceń w miejscu występowania  $\sigma_{\theta\max}$  za pomocą tensometrów rezystancyjnych. Stwarza to zatem szansę weryfikacji poprawności wskazań metody interferencji optycznej. Jako drugi niezależny sposób weryfikacji przeprowadzono na tarczy z takim samym otworem wykonanej z tego samego arkusza blachy badania początku odkształceń plastycznych metodą odciążania.

### 5.3.3.2. Metodyka badań

W rozciąganej tarczy z otworem podobnie jak w przypadku zginanej belki mamy do czynienia z nierównomiernym rozkładem naprężeń. O ile w przypadku zginania belki stałomomentowej pierwszy poślizg może wystąpić w dowolnym przekroju belki, to dla rozciąganej tarczy z otworem jest on ściśle określony i przechodzi przez oś otworu tarczy (rys.5.8).

Podstawowe badania przeprowadzono na tarczach wykonanych z blachy stalowej gatunku 15HM o grubości wyjściowej 5 [mm] i szerokości 100 [mm]. Stosunek średnicy otworów umieszczonych w osi symetrii tarczy do jej szerokości zmieniał się w granicach od trzynastu do pięćdziesięciu procent ( $d/2b = 0,13 \div 0,5$ ). Na pobocznicach otworów, oraz na powierzchniach

bocznych tarcz, w miejscach występowania hipotetycznych ekstremalnych naprężeń wklejano tensometry elektrooporowe  $T$  do kontroli liniowej zależności między naprężeniem nominalnym a odpowiadającym mu odkształceniem (rys. 5.8). Szerokość tarcz wynikała z możliwości realizacji równomiernego ich obciążenia na maszynie wytrzymałościowej typu EU 40; zaś grubość dostępnością materiału. Już w czasie realizacji badań okazało się że jest to optymalny stosunek szerokości tarczy do jej grubości przy badanych średnicach otworów. Maksymalny gradient naprężeń na brzegu otworu badanych tarcz jest porównywalny z gradientem występującym w badanej belce opisanej w poprzednim punkcie.



Rys. 5.8. Tarcza z otworem z zaznaczonymi tensometrami do badania propagacji stref plastycznych

Opisywane badania dotyczą tarcz z otworami których stosunek średnicy otworu do grubości tarczy jest większy od trzech ( $d/g \geq 3$ ). W chwili pojawienia się pierwszych poślizgów plastycznych w okolicy otworu tarczy, płaski stan naprężeń w tarczy przestaje obowiązywać. Gdy grubość tarczy jest stosunkowo mała w stosunku do szerokości wówczas traci ona lokalnie stateczność. Uwarunkowania geometryczne możliwości zaistnienia poślizgu dla  $d/g < 3$  opóźniają i komplikują jego powstanie [9].

Poślizgi obserwowane metodą prążków interferencyjnych są nieporównanie mniejsze od średnicy otworu tarczy i ze względów technicznych ich rejestracja możliwa była tylko na jednym brzegu otworu. Sposób bazowania płytki interferencyjnej względem tarcz, oświetlenia, rejestracji obrazów prążków był identyczny jak wczesnie opisanych badaniach. W procesie obciążania tarczy, wykonywano je z minimalną dostępną płynną prędkością narastania siły.

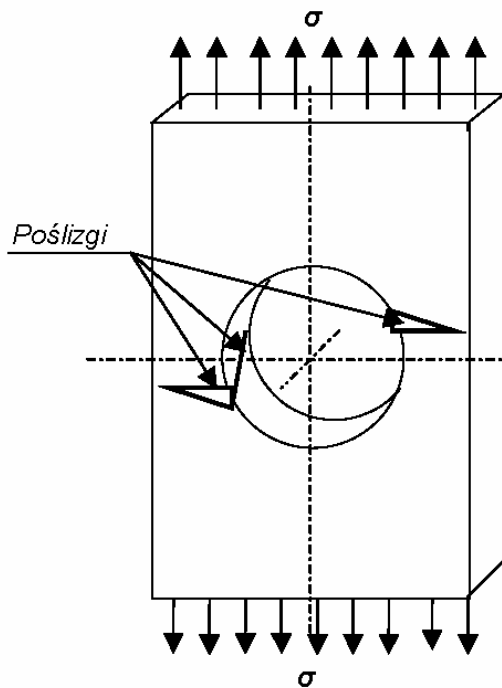
Wskazania maszyny wytrzymałościowej wraz ze wskazaniami aparatury tensometrycznej były zsynchronizowane z kamerą rejestrującą obraz prążków interferencyjnych wokół badanego otworu. Płynna minimalna prędkość narastania obciążenia jaka była możliwa do zrealizowania na dostępnej maszynie wytrzymałościowej typu EU 40 wynosiła  $0,1$  [kN/s]. Odpowiada to przyrostowi naprężenia nominalnego w tarczy o około  $0,22$  [MPa/s]. Fotografia na rys. 5.9 przedstawia tarczę z otworem po przeprowadzonych badaniach, jeszcze zamontowana w szczękach maszyny wytrzymałościowej EU 40.



Rys. 5.9. Tarcza z otworem po badaniach na maszynie wytrzymałościowej

#### 5.3.3.3. Opis początku uplastycznienia tarczy z otworem i zjawiska towarzyszące

Uzyskane wyniki badań nad zdefiniowaniem chwili, w której rozpoczęła się propagacja odkształceń plastycznych jak i kształtu strefy plastycznej nie jest podobny do opisywanego w literaturze przedmiotu. Pierwsze poślizgi występują na poboczniczy otworu pod kątem  $45^\circ$  do płaszczyzny tarczy w jej minimalnym przekroju (rys.5.10). Powoduje to wzajemne przemieszczanie się materiału tarczy przyległego do strefy poślizgu, a znajdującego się w stanie sprężystym zarówno w jej płaszczyźnie jak i w kierunku do niej prostopadłym. Tym samym stan naprężenia w tarczy przy otworze przestaje być płaski.



Rys.5.10. Pierwsze poślizgi w tarczy z otworem

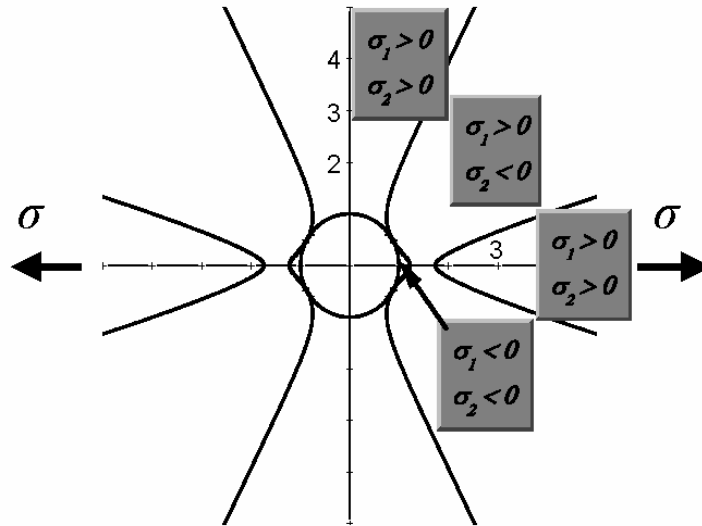
Takie zachowanie się elementu będącego w płaskim stanie naprężenia wymyka się spod możliwości poznawczych niektórych metod doświadczalnej analizy naprężeń np; metody siatek mory, warstwy optycznie czynnej. Powoduje zapewne też błędy w rozwiązaniach numerycznych o ile wcześniej programowo tego nie przewidziano. W ciałach polikrystalicznych odkształcenia plastyczne mogą powstawać przez poślizg, wywołany naprężeniem stycznym. Materiał przechodzi w stan plastyczny wówczas, gdy maksymalne naprężenie styczne  $\tau_{\max}$  osiągnie pewną wartość krytyczną niezależną od stanu naprężenia w ściśle zdefiniowanej płaszczyźnie. Warunek plastyczności Coulomba – Treski dla płaskiego stanu naprężenia ma postać:

$$\sigma_3 = 0$$

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = 2 \cdot \tau_{\max} \quad \text{dla} \quad \text{sign} \sigma_1 \neq \text{sign} \sigma_2$$

$$|\sigma_1 - \sigma_3| = 2 \cdot \tau_{\max} \quad \text{lub} \quad |\sigma_2 - \sigma_3| = 2 \cdot \tau_{\max} \quad \text{dla} \quad \text{sign} \sigma_1 = \text{sign} \sigma_2$$

Z rozwiązań teoretycznych rozkładu naprężeń w tarczy z otworem (Kirsch, Howland) znaki naprężeń głównych  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  ulegają zmianie w okolicach otworu jak na rys.5.11.



Rys. 5.11. Znaki naprężeń głównych w płaszczyźnie tarczy

Wynika stąd że w przekroju niebezpiecznym tarczy z otworem maksymalne naprężenia ścinające występują pod kątem  $45^\circ$  do jej powierzchni jak przedstawiono na rys.5.10.

Zasadniczy wpływ na wielkość naprężenia nominalnego, przy którym rozpoczyna się propagacja strefy odkształceń plastycznych obok stosunku średnicy otworu do szerokości tarczy (koncentracja naprężeń) posiada stosunek tejże średnicy do grubości tarczy. Dla stosunku średnicy otworu do grubości tarczy powyżej trzech ( $d/g > 3$ ) pojawienie się pierwszych oznak odkształceń plastycznych spełnia równania teorii sprężystości (Howland). Odkształcenia mierzone na poboczniczy otworu są liniowe mimo że wartość ich znacznie przekracza odkształcenia odpowiadające granicy plastyczności. Spełnia je także naprężenie nominalne, obliczone jako wskazanie maszyny wytrzymałościowej przy pierwszych oznakach odkształceń plastycznych odniesione do przekroju tarczy poza otworem w funkcji którego wyraża się naprężenie ekstremalne na brzegu otworu z uwzględnieniem przynależnego współczynnika koncentracji naprężeń.

Do wystąpienia pierwszych odkształceń plastycznych odkształcenie  $\varepsilon_{\max}$  na poboczniczy otworu powinno spełniać (w zakresie sprężystym) w przekroju niebezpiecznym warunek:

$$E \cdot \varepsilon_{\max} = \sigma_n \cdot k \quad (4)$$

gdzie:

$\varepsilon_{\max}$  – odkształcenie mierzone tensometrem

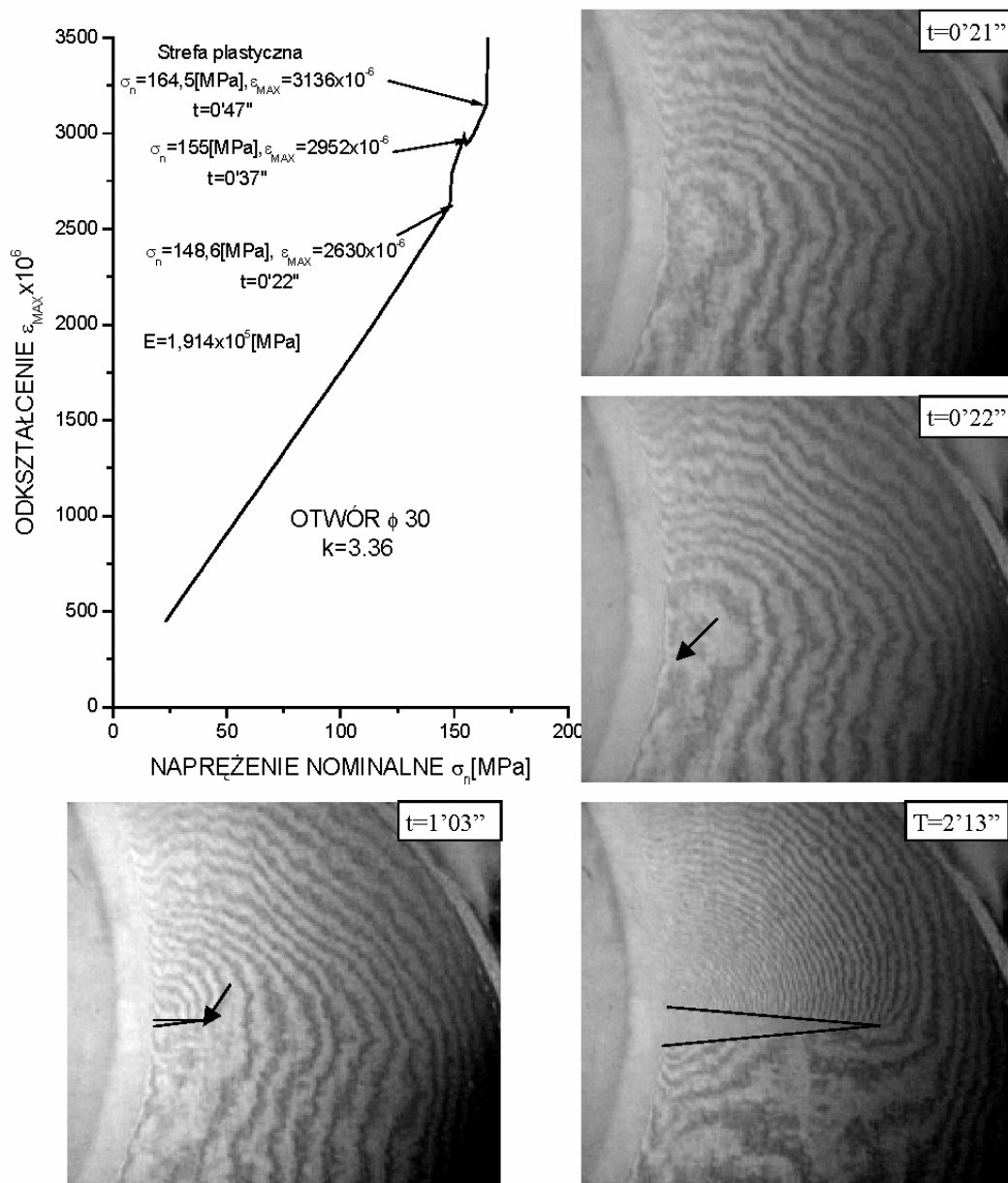
$\sigma_n$  – naprężenie nominalne w przekroju poza otworem

$k$  – współczynnik spiętrzenia naprężeń wg Howlanda

Potwierdzeniem tego są powstające nieciągłości w obrazach prążków interferencyjnych oraz brak prążków interferencyjnych w strefach uplastycznionych. Na rys.5.11 przedstawiono przykładową zależność odkształcenia na poboczniczy otworu ( $d/2b = 0,3$ ) w przekroju minimalnym tarczy od naprężenia nominalnego, oraz obrazy prążków jej przynależne. Punkty charakterystyczne wykresu zależności odkształcenia zmierzonego przez tensometr od naprężenia nominalnego tarczy są opisane, co do wartości odkształcenia, naprężeniem nominalnym, oraz czasem z przypisanym obrazem prążków na filmie wideo.

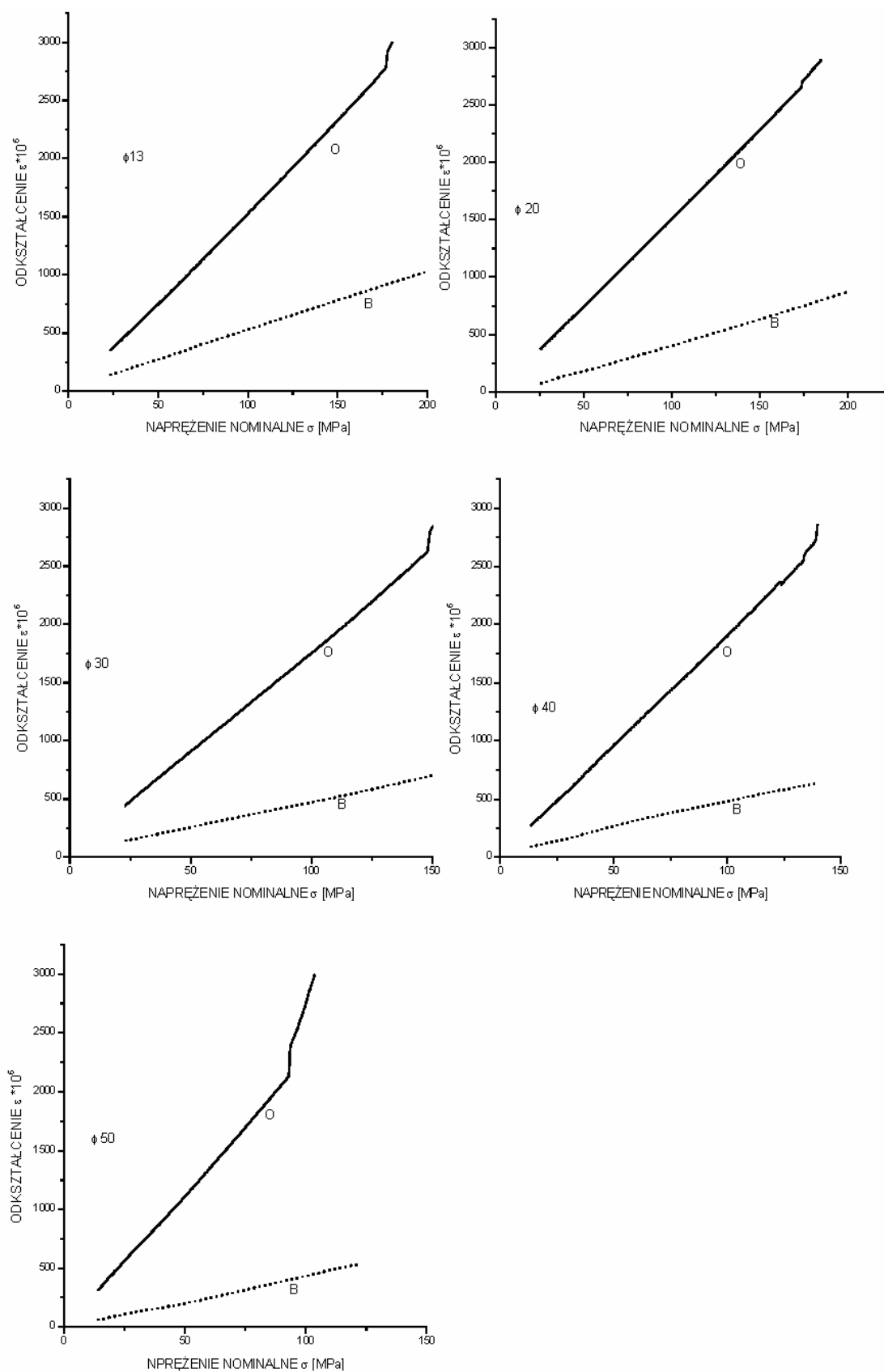
Na obrazach prążków podano czas z filmu wideo, w którym je zarejestrowano. Obraz  $t = 0'21''$  przedstawia prążki tuż przed uskokiem odkształcenia wskazanego przez tensometr. Następny  $t = 0'22''$  prążki tuż po uskoku. Strzałką zaznaczono tutaj powstanie pierwszego poślizgu. Po czasie  $t > 0'47''$  widoczny jest gwałtowny wzrost odkształceń wykazywanych przez tensometr. Obraz odnotowany przy  $t = 1'03''$  przedstawia już strefę plastyczną powstałą w  $t = 0'47''$ , ale w innym miejscu niż wystąpił poślizg w  $t = 0'22''$  co zaznaczono. Zaawansowaną strefę plastyczną przedstawia obraz zdjęty przy  $t = 2'13''$ . Powyższe obrazy są kadrami z filmu wideo dołączonego do pracy na płycie CD w pliku **OTWÓR 30**.





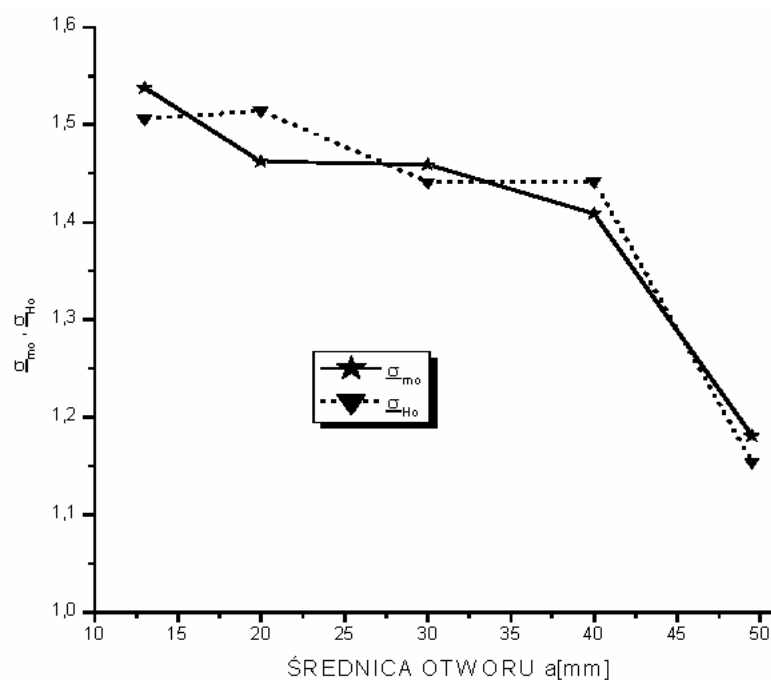
Rys. 5.12. Stal 15HM. Otwór  $d = 30$  [mm]. Korelacja wskazań tensometru elektrooporowego z obrazami prążków. Opis w tekście

Należy zaznaczyć, że procesy zachodzące przy wyczerpywaniu nośności sprężystej charakteryzują się bardzo dużą dynamiką zmian. Świadczy to o tym, że zachodzące zjawiska uwalniają znaczne ilości energii w chwili zaistnienia pierwszego poślizgu plastycznego. Podobne do wyżej opisanych wykonano pomiary dla innych stosunków średnic otworów do szerokości tarczy [40]. Na rys. 5.12 przedstawiono zależności pomierzonych odkształceń tensometrami oporowymi (rys.5.8) na pobocznicach otworów i brzegach tarcz od naprężenia nominalnego o różnych wymiarach średnic otworów.



Rys. 5.13. Zależność odkształceń na pobocznicach otworów i brzegach tarcz dla różnych średnic otworów

Zbiorcze przedstawienie wyników naprężeń pomierzonych na brzegach otworów przy których pojawiły się pierwsze poślizgi plastyczne  $\underline{\sigma}_{mo}$  jako  $\underline{\sigma}_{mo} = E \cdot \varepsilon_{\max} / R_e$  oraz naprężeń obliczonych z wzorów Howlanda  $\underline{\sigma}_{Ho}$  jako  $\underline{\sigma}_{Ho} = \sigma_{Ho} / R_e$ , gdzie;  $\varepsilon_{\max}$  – maksymalne liniowe odkształcenie zmierzone tensometrem  $R_e$  – granica plastyczności zestawiono na rys.5.13.

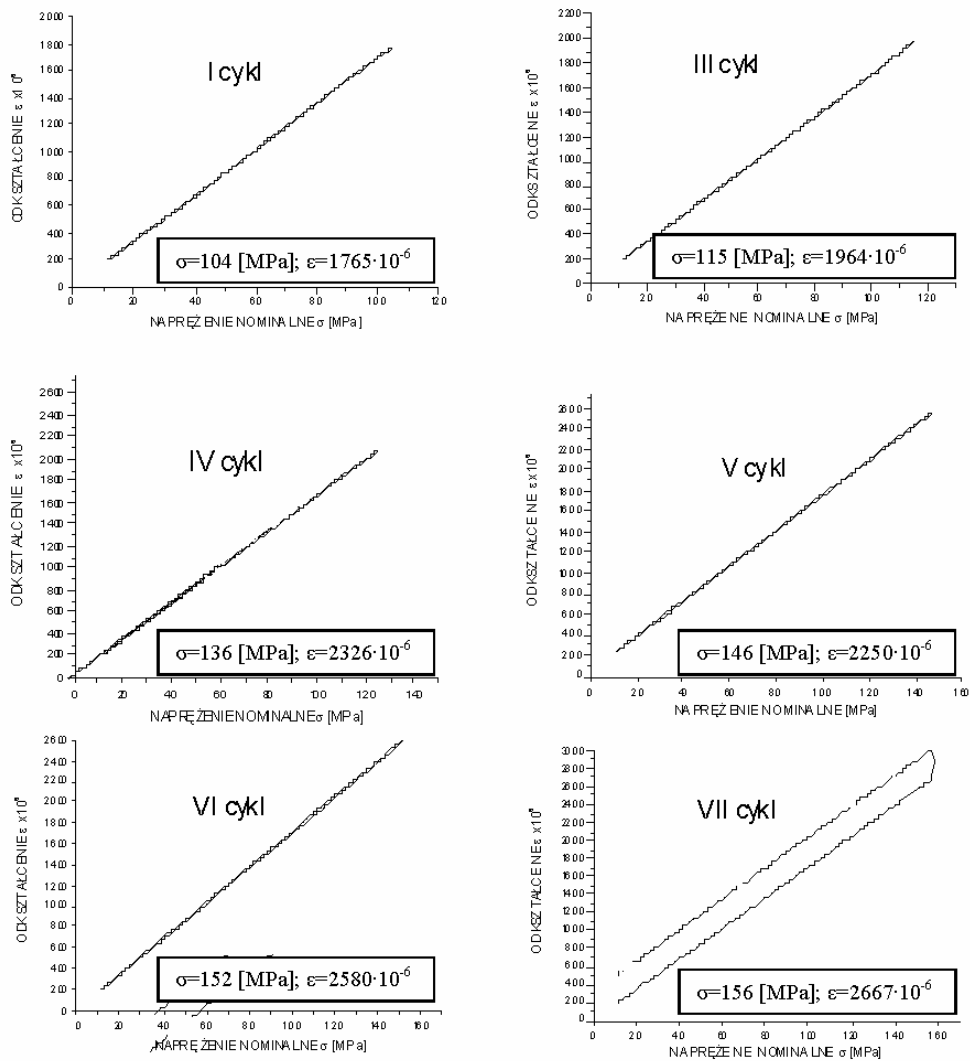


Rys. 5.14. Stal 15HM. Przewyższenie liniowości naprężeń powyżej granicy plastyczności do chwili pojawienia się pierwszego poślizgu na poboczniczy otworu tarczy wg pomiarów  $\underline{\sigma}_{mo}$ , obliczeń wg Howlanda  $\underline{\sigma}_{Ho}$

Z analizy danych wynika że przewyższenie liniowości naprężeń powyżej granicy plastyczności oznaczonej w statycznej próbie rozciągania dla  $0,13 \leq d/2b \leq 0,40$  wynosi  $40 \div 50\%$ . Dla stosunku  $d/2b = 0,50$  gwałtownie spada i wynosi 18% i zbliża się do wartości przewyższenia uzyskanego w statycznej próbie zginania belki stałomomentowej (11,5%). Należy zaznaczyć że w tarczy dla  $d/2b = 0,50$  podobnie jak w belce jednocześnie powstaje kilka poślizgów a nie jak dla stosunków  $d/2b < 0,5$  jeden.

### 5.3.4. Weryfikacja odkształceń plastycznych przez odciążanie

Znane mi prace doświadczalne dotyczące tego problemu polegają na pomiarze przemieszczeń i obliczaniu odkształceń oraz przyjęciu założenia, że odkształcenie plastyczne rozpoczyna się w chwili spełnienia warunku plastyczności bez weryfikacji czy odkształcenie to jest rzeczywiście plastyczne. Definicja odkształceń plastycznych jest w mechanice ciała stałego jednoznaczna – są to odkształcenia które nie zanikają po dokonaniu odciążenia. W celu weryfikacji charakteru odkształceń na poboczniczy otworu tarczy wykonano i zastosowano dla szczegółowo omawianej tarczy z otworem o średnicy  $d = 30$  [mm] metodę odciążania w kilku etapach. Uzyskane z tej metody wyniki przedstawiono na rys. 5.15.



Rys. 5.15. Weryfikacja liniowości odkształceń konturu otworu  $d = 30$  [mm] tarczy metodą odciążania

Każdy wykres cyklu obciążeń na rys. 5.15 zależności odkształcenia poboczniczy otworu od naprężenia nominalnego jest opisany poprzez podanie na nim maksymalnej wartości naprężeń nominalnych jakie osiągnięto w danym cyklu i odpowiadające mu zmierzone odkształcenie przez tensometr oporowy.

Jak z powyższego wynika odkształcenia plastyczne pojawiły się po raz pierwszy w VII cyklu obciążenia. Cykl VI obciążenia tarczy zgodnie z opisem na wykresie zakończono dla naprężenia nominalnego  $\sigma_n = 152$  [MPa] i odpowiadającego mu odkształcenia maksymalnego na poboczniczy otworu  $\varepsilon_{\max} = 2580 \cdot 10^{-6}$ , które po odciążeniu całkowicie zanikły. Wyznaczony z próby rozciągania moduł sprężystości wzdłużnej materiału tarczy wynosi  $E = 1,91 \cdot 10^5$  [MPa]. Współczynnik koncentracji naprężeń dla tarczy z otworem  $d = 30$  [mm] obliczony wzorem Howlanda wynosi  $k = 3,36$ . Zgodnie z równaniem (4) otrzymuje się

$$E \cdot \varepsilon_{\max} = 1,91 \cdot 10^5 \cdot 2580 \cdot 10^{-6} = 493 \text{ [MPa]}$$

oraz

$$\sigma_n \cdot k = 152 \cdot 3,36 = 511 \text{ [MPa]}$$

Z powyższego wynika że oba niezależnie od siebie wyznaczone naprężenia maksymalne różnią się zaledwie o 3,5%. Różnica niezależnie wyznaczonych wartości naprężeń uzyskanych na drodze doświadczalnej jest nieunikniona ze względu na nieuniknione błędy eksperymentu jak np. dokładność wyznaczenia modułu Younga  $E$ , dokładność czułości odkształceniowej (stałej) tensometru oporowego itp.

Maksymalna wartość odkształcenia, przy którym stwierdzono istotne zmiany w układzie prążków interferencyjnych dla tarczy z takim samym otworem w procesie obciążenia, przy równoczesnym załamaniu wykresu odkształceń wynosiła:

$$\varepsilon_{\theta\max} = 2630 \cdot 10^{-6}, \text{ co prowadzi do wartości naprężenia maksymalnego } \sigma_{\theta\max} = E \cdot \varepsilon_{\theta\max} = 1,91 \cdot 10^5 \cdot 2630 \cdot 10^{-6} = 502,3 \text{ [MPa]}.$$

Powyższa wartość różni się od dolnego oszacowania tej wartości wyznaczonej metodą odciążania ( $\sigma_{\theta\max} = 493$  [MPa]) zaledwie o 1,9%.

Poziom naprężen, osiągnięcie którego nie gwarantuje jeszcze, że w stosowanych warunkach obciążenia pojawi się odkształcenie plastyczne na brzegu otworu  $d = 30$  [mm] tarczy przekracza zatem aż o 40% wartość granicy plastyczności (sprężystości) materiału tarczy. Równocześnie kształt strefy plastycznej odbiega od powszechnie spotykanego w literaturze, wykazuje natomiast podobieństwo do koncepcji strefy plastycznej Dagdale'a. Wydaje się, że ten problem wymaga prowadzenia dalszych badań doświadczalnych dla wyjaśnienia mechanizmów oraz czynników decydujących o rozpoczęciu procesu odkształceń plastycznych w pobliżu otworów jak również o kształcie strefy plastycznej.

#### **5.4. Podsumowanie weryfikacji metody w strefach koncentracji naprężeń**

Przedstawione powyżej wyniki badań dla rozciąganej tarczy z otworem potwierdziły skuteczność proponowanej metody do oceny początku powstawania odkształceń plastycznych. Wyniki w postaci naprężeń uruchamiających poślizgi plastyczne odbiegają od danych spotykanych w literaturze, jednak w pracach wcześniej publikowanych wyniki zależne są od hipotez wytężeniowych a nie od eksperymentu; między wynikami eksperymentu a wynikiem ostatecznym wprowadzana jest arbitralnie hipoteza wytężeniowa. Warto zauważyć, że w analogicznym eksperymencie prowadzonym do wyczerpania nośności granicznej tarczy uzyskano wyniki zgodne z kalkulacjami obliczeniowymi, chociaż kolejność powstawania stref plastycznych nie w pełni odpowiada danym z literatury uzyskanym zresztą dla innych stali. W skali globalnej energii sprężystej całej tarczy wspomniana nadwyżka jest oczywiście znikoma wobec bardzo małego obszaru, w którym przekroczono granicę plastyczności. Jedną z przyczyn wzrostu naprężenia uruchamiającego poślizg plastyczny może być fakt, że przy stwierdzonej płaszczyźnie poślizgu przy jego wystąpieniu zapewne konieczne jest niewielkie wygięcie tarczy.

## 6. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

### 6.1. Podsumowanie wyników przeprowadzonych badań

1. Celem przedstawionej pracy było zdefiniowanie metody pozwalającej na jednoznaczne rozróżnienie strefy odkształceń plastycznych od strefy odkształceń sprężystych w czynnym procesie obciążenia. Analiza własnych eksperymentów polegających na obserwacji rozciąganych tarcz przez mikroskop w tym również powierzchni wcześniej polerowanych oraz trawionych z uwidoczną strukturą ziaren oraz fotografii zamieszczonej w monografii Nadai'a pozwoliła na zaproponowanie metody zapewniającej możliwość odróżnienia strefy plastycznej bez konieczności wykonywania próby odciążania bądź korzystania z warunku plastyczności. Realizacja tematu wynikała z potrzeby rzetelnej odpowiedzi na pytanie o początek procesu odkształceń plastycznych w strefach z gradientem naprężeń bez korzystania z warunku plastyczności, co stawia pod znakiem zapytania wiarygodność eksperymentów. W literaturze przedmiotu nie znaleziono informacji o tej bądź podobnej metodzie zatem można stwierdzić, że zaproponowana w pracy metoda jest nowa i oryginalna.
2. O wystąpieniu odkształceń plastycznych w czynnym procesie obciążenia świadczy według opracowanej metody zanik prążków interferencyjnych. Prążki interferencyjne będące oznaką zdolności powierzchni próbki do odbijania światła mogą występować tylko na powierzchni tych ziaren, w których nie wystąpił jeszcze poślizg plastyczny, czyli znajdujących się w stanie sprężystym.
3. Podstawowe badania weryfikujące poprawność i skuteczność metody interferencji optycznej przy rozpoznawaniu odkształceń plastycznych w stalach z wyraźną granicą plastyczności zamieszczone w rozdziale 4 potwierdziły skuteczność i poprawność metody. Badania weryfikujące prowadzono w warunkach statycznej próby rozciągania z zapewnieniem niezależnej kontroli zależności między naprężeniem i odkształceniem.

Godna podkreślenia jest możliwość wizualizacji procesu powstawania odkształceń plastycznych od samego początku ich powstawania.

4. Wyniki badań dla przypadków występowania gradientu naprężeń tj. dla zginanej belki o stałym momencie zginającym oraz dla rozciąganej tarczy z otworem kołowym wykonywano również z prowadzeniem kontroli niezależnymi metodami badawczymi. Metoda interferencji optycznej pozwalała na wizualizację procesu powstawania odkształceń plastycznych. W pracy przedstawiono szczegółowy opis badania rozciąganej tarczy z otworem o średnicy równej 30% szerokości, dla której oprócz weryfikacji odkształceń tensometrem rezystancyjnym przeprowadzono również weryfikację naprężeń opowiadających początkowi odkształceń plastycznych metodą odciążania. Metoda odciążania potwierdziła uzyskany wcześniej rezultat wynikający z metody interferencji i pomiarów tensometrami rezystancyjnymi.
5. Uzyskane w badaniach tarcz z otworami kształty stref plastycznych oraz wartości naprężeń, przy których pojawiły się pierwsze poślizgi plastyczne odbiegają od wyników spotykanych w literaturze. Kształt strefy plastycznej uzyskiwany w badaniach wykazuje zbieżność z koncepcjami Dugdale'a. Mimo kilkakrotnego potwierdzenia wartości naprężeń uruchamiających poślizg plastyczny przy otworze problem powinien być przedmiotem dalszych badań doświadczalnych obiektywnymi metodami tzn. bez wprowadzania warunku plastyczności.
6. Z chwilą rozpoczęcia powstawania poślizgów plastycznych przy otworze pojawiają się równorzędne przemieszczenia pozapłaszczyznowe. W płaszczyźnie tarczy przestają zatem obowiązywać założenia płaskiego stanu naprężenia.
7. Badania wykazały, że metoda interferencji optycznej w proponowanej formie nie jest skuteczna przy analizie odkształceń plastycznych materiałów nie wykazujących wyraźnej granicy plastyczności.
8. Opracowana w pracy metoda może być z powodzeniem wykorzystana do celów dydaktycznych w nauce o materiałach oraz w wytrzymałości i teorii plastyczności.



9. Prowadzone w czasie badań wielokrotne statyczne próby rozciągania z dokładnym pomiarem wydłużeń pozwoliły na poczynienie ciekawych obserwacji.
- W dokładnych badaniach wykazano, że stosunkowo wiele stali wykazuje wyraźną granicę plastyczności, przy czym można sądzić, że przy mniejszej dokładności pomiarów wyraźna granica plastyczności dla niektórych materiałów mogłaby być niezauważona i tym samym pominięta.
  - Stwierdzono, że dla niektórych stali (np. stal 45) po zakończeniu płynięcia plastycznego (w obszarze umocnienia) następuje chwilowe odtworzenie zdolności chociaż przy wyraźnie innym kształcie prążków.
  - Stwierdzono, że w procesie rozciągania próbek wiosełkowych odkształcenia plastyczne pojawiają się najpierw poza długością pomiarową próbki w miejscu przejścia części chwytowej (poszerzonej) w część pomiarową, gdzie występuje spiętrzenie naprężeń. Powoduje to zakrzywienie wykresu przed granicą plastyczności jeżeli nie jest wykonywany dokładny pomiar wydłużenia części pomiarowej za pomocą ekstensometru.
  - Badania próbek wiosełkowych wykazały również, że strefa plastyczna rozpoczyna się po jednej stronie próbki i zazwyczaj przyjmuje kształty klinów co sprawia, że pojawia się zginanie. W rezultacie poślizgi często nie dochodzą do drugiego boku próbki.

## **6.2. Wnioski do dalszych badań**

1. Z uwagi na potrzeby analizy pęknięcia z udziałem strefy plastycznej celowe wydaje się podjęcie badań powstawania i kształtu strefy plastycznej na czole szczeliny z wykorzystaniem opracowanej metody interferencji optycznej.
2. Dotychczasowe wyniki uzyskane w ramach realizacji niniejszej pracy stwarzają dobre perspektywy dla rozwoju badań powstawania, kształtu i propagacji stref plastycznych w obszarach koncentracji naprężeń jak

również wyznaczenia naprężeń granicznych uruchamiających poślizgi plastyczne w strefach koncentracji naprężeń bez odwoływania się do warunku plastyczności.

3. Uzasadnione jest podjęcie analiz teoretycznych oraz badań doświadczalnych nad możliwościami zwiększenia czułości metody, co powinno pozwolić na znaczące poszerzenie zakresu jej stosowalności.
4. Znaczne rozszerzenie możliwości badawczych związane jest z zastosowaniem szybkiej kamery oraz odpowiednio większych płytek interferencyjnych.
5. Można mieć nadzieję, że rozwijająca się komputerowa analiza obrazu umożliwi rozszerzenie stosowalności metody interferencji do analizy odkształceń plastycznych materiałów nie wykazujących wyraźnej granicy plastyczności.

## 7. LITERATURA

- [1] Brzoska Z., *Wytrzymałość materiałów*, PWN Warszawa 1972.
- [2] Malinin N. N., Rżysko J., *Mechanika materiałów*, PWN Warszawa 1981.
- [3] Friedel J., *Dislocations*, Pergamon Press 1964 (Przekład rosyjski; Дислокации. Мир. Москва 1967.
- [4] Cottrell A. H., *Relation between the Structure and Mechanical Properties of Metals*, London 1963.
- [5] Neuber H., *Kerbspannungslehre*, Springer-Verlag 1958.
- [6] Kirsch G., *Die Theorie d. Elastizität u. d. Bedürfnisse d. Festigkeitslehre*, Z. Ver. deut. Ing.. 1898 vol. 42, s 797 ÷ 807.
- [7] VISHAY – MEASUREMENTS GROUP, INC., *Measurement of Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain Gage Method*, 1993.
- [8] ASTM Standard E837., *Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method*.
- [9] Bućko S., Jodłowski H., *Metoda trepanacji otworowej – podstawy teoretyczne i praktyka jej stosowania w pomiarach naprężeń*. Czasopismo Techniczne z. 13-M/2004, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej.
- [10] Howland R.C.J., *On the Stresses in Neighborhood of a Circular Hole in a Strip Under Tension*, Phil. Trans. Roy. Soc. (London), A, Vol. 229 (1929-30), p.67.
- [11] Szczepiński W. i inni., *Mechanika techniczna. Metody doświadczalne mechaniki ciała stałego*. PWN Warszawa 1984.
- [12] Życzkowski M., *Obciążenia złożone w teorii plastyczności*. PWN Warszawa 1973.
- [13] Sachs G., Fiek G., *Der Zugversuch*, Leipzig, 1926.
- [14] Templin R. L., Sturm R. G.: *Stress-strain curve of the metal*. Journ. Aero. Sci. 7, 189 – 198, 1940.
- [15] Miklowitz J., *The Initiation and Propagation of the Plastic Zone in a Tension Bar of Mild Steel under Eccentric Loading*. Journal Applied Mechanics. ASME meting, 11, 1946.
- [16] Ludwik P., *Elemente der technologischen Mechanik*. Berlin, 1909.

- [17] Katarzyński S., i inni.: *Badanie własności mechanicznych metali*. WNT 1967.
- [18] Nadai A., *Theory of flow and fracture of solids*, t. I, New York 1950, McGraw-Hill. (Przekład rosyjski: Пластичность и разрушение твердых тел. Инлитиздат. Москва 1954.)
- [19] Jastrzębski P., *Wytrzymałość i nośność graniczna pasm stalowych i duraluminiowych*. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Budownictwo nr 1. 1968.
- [20] Peterson R. E., *Stress Concentration Factors*. Wiley and Sons. New York 1974 (Przekład rosyjski: Коэффициенты концентрации напряжений. Мир. Москва 1977).
- [21] Belie R. G., Appl F. J., *Stress Concentrations in Tensile Strips with Large Circular Holes*. Experimental Mechanics, Vol 12. 1972.
- [22] Ponomariow S. D., *Współczesne metody obliczeń wytrzymałościowych w budowie maszyn*. PWN Warszawa 1957.
- [23] Dietrch M., *Podstawy konstrukcji maszyn*. WNT Warszawa 1995.
- [24] Theocaris P. S., Marketos E., *Elastic-plastic strain and stress distributions in notched plates*. J. Mech. Phys. Solids. 12. 1963. (411 - 428).
- [25] Theocaris P. S., Marketos E., *Elastic-plastic analysis of perforated thin strips of a strain-hardening material*. J. Mech. Phys. Solids. 11. 1964. (377 – 390).
- [26] Kapkowski J., Stupnicki J., *Badanie sprężysto-plastycznych stanów naprężeń metodą pokryć optycznie czynnych*. Arch. Bud. Maszyn t.XVIII z.1 s. 139-149 1971.
- [27] Kapkowski J. Słowikowska I. Stupnicki J., *Badanie naprężeń metodą elastoptycznej warstwy powierzchniowej*. PWN Warszawa 1987.
- [28] Durelli A. J., Parks V.J., *Moire Analysis of Strain*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1970.
- [29] Theoraris P., *Moire Fringes in Strain Analysis*. Oxford, Pergamon Press 1969.
- [30] Kobayashi A. S., *Handbook on Experimental Mechanics*. Prentice-Hall, 1987.

- [31] Laermann K. H., *Hybrid techniques in Experimental Analysis of Structures and an Example of Application*. IX Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego. Warszawa 1980.
- [32] Kobayashi A. S., *Hybryd Experimental-Numerical Stress Analysis*. Experimental Mechanics Vol 3. 1990.
- [33] Życzkowski M. i inni., *Mechanika techniczna. Wytrzymałość elementów konstrukcyjnych*. PWN Warszawa 1988.
- [34] Timoshenko S., Goodier J. N., *Teoria sprężystości*. Arkady Warszawa 1962.
- [35] Hanc T., *Pomiary optyczne*. WNT Warszawa 1964.
- [36] Brzoska Z., Bijak-Żochowski M., *Badania rozkładu naprężeń metodą penetratora*. Materiały VIII Symp. Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego. Warszawa 1978.
- [37] Jodłowski H., *Doświadczalne wyznaczanie stref plastycznych w stalach z wyraźną granicą plastyczności*. XXII Symp. Mechaniki Eksperymentalnej Ciał Stałego. Warszawa 2006.
- [38] Bućko S., Jodłowski H., *Powstawanie stref plastycznych w materiałach z fizyczną granicą plastyczności w świetle nowych metod badawczych*. Materiały X Krajowej Konferencji Wytrzymałości i Badania Materiałów. Kudowa Zdrój 2006.
- [39] Szczepiński W., *Mechanika plastycznego płynięcia*. Warszawa 1978.
- [40] Bućko S., Jodłowski H., *Próba zdefiniowania granicy sprężystości w warunkach dużego gradientu naprężeń*. X Konferencja Mechaniki Pęknięcia. Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej Nr 304 Mechanika z.82.