



POLITECHNIKA KRAKOWSKA

Instytut Aparatury Przemysłowej i Energetyki
Zakład Termodynamiki i Pomiarów Maszyn Ciepłych

PRACA DOKTORSKA

ANALIZA NUMERYCZNO-DOŚWIADCZALNA PRZEPŁYWOMIERZY KOLANOWYCH

mgr inż. Grzegorz Sztaba

Promotor:

Dr hab. inż. Antoni Gondek, prof. PK

Kraków 2006



Spis treści

Wykaz symboli i oznaczeń.....	3
1. Wstęp.....	5
2. Analiza stanu dotychczasowej wiedzy z zakresu pomiarów strumienia objętości przepływomierzy kolanowych.....	7
3. Przegląd dotychczasowych badań doświadczalnych.....	19
4. Cel pracy.....	24
5. Model przepływu.....	26
6. Analiza numeryczna.....	30
6.1 Model matematyczny przepływu w układzie przepływowym.....	30
6.2 Warunki brzegowe.....	32
6.3 Obliczenia numeryczne.....	35
6.4 Wyniki obliczeń numerycznych.....	37
6.5 Porównanie wyników obliczeń numerycznych i badań eksperymentalnych.....	50
7. Badania doświadczalne.....	53
7.1 Pomiar promienia krzywizny.....	53
7.2 Stanowisko pomiarowe.....	55
7.3 Rodzaj badanych przepływomierzy kolanowych.....	56
8. Opracowanie wyników przeprowadzonych badań.....	75
8.1. Wyrównanie wyników badań.....	75
8.2 Uogólnienie otrzymanych wyników badań.....	81
9. Wnioski.....	84
9.1. Wnioski ogólne:.....	84
9.2. Wnioski szczegółowe.....	86
9.3. Wnioski przyszłościowe.....	87
10. Literatura.....	89

Wykaz symboli i oznaczeń

A	- pole przekroju	[m ²]
c	- cięciwa	[m]
D	- średnica	[m]
K_ε	- współczynnik zależny tylko od wymiarów geometrycznych przewodu zakrzywionego	
K_{rz}	- doświadczalny współczynnik przepływu	
K_t	- teoretyczny współczynnik przepływu	
m	- masa	[kg]
p_1	- ciśnienie na zewnętrznej stronie krzywizny	[N/m ²]
p_2	- ciśnienie na wewnętrznej stronie krzywizny	[N/m ²]
Δp	- różnica ciśnień	[N/m ²]
r	- średnica przewodu	[m]
r_1	- promień zewnętrzny krzywizny przewodu	[m]
r_2	- promień wewnętrzny krzywizny przewodu	[m]
R	- promień krzywizny	[m]
Re	- liczba Reynoldsa	
s	- strzałka ugięcia	[m]
t	- temperatura	°C
v	- prędkość	[m/s]
v_m	- prędkość w osi przewodu	[m/s]
\bar{v}	- prędkość średnia	[m/s]
\dot{V}_t	- teoretyczny strumień objętości	[m ³ /s]
\dot{V}	- strumień objętości	[m ³ /s]
μ	- bezwymiarowy współczynnik przepływu (kalibracji)	

$\bar{\mu}$	- uśredniona wartość współczynnika przepływu	
ω	- prędkość kątowna	1/s
φ	- kąt	[rad]
τ	- czas	[s]
ρ	- gęstość	[kg/m ³]
ε	- bezwymiarowy parametr charakteryzujący geometryczny kształt przewodu	

1. Wstęp

Pomiary strumienia masy lub objętości zajmują ważną pozycję wśród wielu rodzajów pomiarów występujących w praktyce przemysłowej i laboratoryjnej. Wyniki pomiarów służą zarówno do właściwego prowadzenia procesu technologicznego, jak również niejednokrotnie stanowią podstawę wzajemnych rozliczeń. Jak wynika z przeglądu różnych metod, pomiar opiera się na wykorzystaniu różnych zjawisk fizycznych występujących w przepływie [26], [32].

Złożoność fizyczna zagadnień przepływowych jest przyczyną trudności w matematycznym ujęciu tych procesów, szczególnie w sensie uzyskania ścisłych informacji o polu prędkości. Stąd tak dużą rolę odgrywają badania eksperymentalne oraz modelowanie matematyczne przepływów. Różnorodność problemów pomiarowych jest w bezpośrednim związku z różnorodnością zasad działania i rozwiązań konstrukcyjnych przepływomierzy. Różnorodność metod pomiaru strumienia płynu i związana z tym szeroka gama przyrządów pomiarowych stanowi bogatą ofertę producentów aparatury kontrolno-pomiarowej dla potencjalnych użytkowników. Na rynku pojawiają się nowe typy przepływomierzy wykorzystujące różnorodne, wcześniej niespotykane lub rzadko stosowane techniki pomiarowe [24], [27], [48],[40],[50].

Różnorodność problemów pomiarowych jest również przyczyną wymagań odnośnie wiedzy i doświadczenia związanego z wyborem właściwej metody pomiaru strumienia masy[2],[13].

Podjęcie prac nad wyborem i instalacją właściwego przepływomierza wymaga odpowiedzi na cały szereg pytań dotyczących m.in. zakresu zmienności strumienia i jego dynamiki, parametrów fizycznych płynu i jego jednorodności oraz wymagań dokładności pomiaru. Odpowiedzi na powyższe pytania stanowią podstawę właściwego zaprojektowania układu pomiarowego strumienia płynu.

Klasyfikacja metod i urządzeń do pomiaru strumienia masy lub objętości przy przyjęciu kryterium podziału przepływomierzy według fizycznych zasad ich działania pozwala wyodrębnić szereg grup w tym grupę przepływomierzy spiętrzających przepływ.

Przepływomierze spiętrzające przepływ stanowią najliczniejszą grupę przepływomierzy stosowanych w praktyce przemysłowej. W skład tej grupy wchodzi przepływomierze zwężkowe, krzywakowe, rurki spiętrzające, sondy piętrzące. Najważniejszą grupę stanowią różne rodzaje przepływomierzy zwężkowych znormalizowanych od wielu lat [33].

Coraz powszechniej stosowane są również przepływomierze z rurkami uśredniającymi ciśnienie dynamiczne. Wynika to głównie z pomijalnie małych oporów hydraulicznych jakie stwarzają w instalacji oraz łatwości i niskich kosztów ich montażu.

W pomiarach prędkości miejscowych płynu, przy wyznaczaniu profilu prędkości bardzo często stosowane są rurki piętrzące Prandtla, Pitota czy też różne typy mikrozwęzek [34], [35], [37],[51].

Pomiary przepływu oparte na pomiarze różnicy ciśnień Δp na elemencie piętrzącym, swą powszechność stosowania w porównaniu z innymi technikami zawdzięczają swoim cechom, z których do najważniejszych należy zaliczyć: powszechnie znana zasada działania, niskie koszty montażu i eksploatacji, sprawdzona wiarygodność i stabilność, łatwa kalibracja i powtarzalność w różnych zastosowaniach. Te i inne nie wymienione powyżej zalety przepływomierzy działających na podstawie pomiaru różnicy ciśnień Δp były przyczyną opracowania przez czołowe światowe firmy przetworników pomiarowych nowej generacji opartych na technice mikroprocesorowej.

Zastosowanie tego typu przetworników w przepływomierzach likwiduje podstawową wadę jaką jest, jak się powszechnie uważa w przypadku popularnej metody zwężkowej niska zakresowość uniemożliwiająca w sposób ciągły realizować w pełni skompensowany pomiar strumienia masy płynu.

Dzięki dynamicznemu kompensowaniu zmiennych w równaniu przepływu w czasie rzeczywistym, m.in. współczynnika przepływu, efektów rozszerzalności termicznej, gęstości, lepkości oraz ciśnienia statycznego nowoczesne przetworniki zapewniają najdokładniejsze pomiary przepływu dla większości zastosowań.

Identyczny układ pomiarowy dla przepływomierzy piętrzących, małe koszty montażu, dobra dokładność pomiaru są czynnikami, które wywołują zainteresowanie tą grupą przepływomierzy. Dla znacznej części przepływomierzy należących do grupy przepływomierzy piętrzących parametry techniczno-przepływowe tych urządzeń produkowanych przez wiele znanych światowych firm są objęte tajemnicą i w związku z tym niepublikowane albo publikowane w ograniczonym zakresie. We wszystkich typowych przepływomierzach tej grupy jest konieczne wprowadzenie doświadczalnego współczynnika przepływu do równania określającego strumień masy oraz podanie charakteru jego zmienności i tym samym wykorzystania metody przez ogół zainteresowanych.

2. Analiza stanu dotychczasowej wiedzy z zakresu pomiarów strumienia objętości przepływomierzy kolanowych

Idea przewodnia metody pomiaru strumienia masy lub objętości przepływomierzem kolanowym polega na pomiarze spadku ciśnienia $\Delta p = p_1 - p_2$ między punktami tego samego przekroju poprzecznego, leżących odpowiednio na ścianie zewnętrznej i wewnętrznej przewodu zakrzywionego. Położenie tych punktów jest określone różnymi promieniami krzywizn. Z równania ciągłości dla ustalonego jednowymiarowego przepływu płynu nieściśliwego $\dot{V} = A \cdot \bar{v} = \text{const}$ wynika, że wzrost strumienia objętości płynu \dot{V} wywołuje w ustalonym przekroju kolana (krzywaka) wzrost prędkości średniej \bar{v} , a co za tym idzie, zwiększenie prędkości liniowych $v(r)$ elementów płynu w poszczególnych punktach rozpatrywanego przekroju.

Ze wzrostem strumienia objętości płynu \dot{V} wzrasta spadek ciśnienia $\Delta p = p_1 - p_2$ mierzony w punktach skrajnych rozpatrywanego przekroju kolana.

Wartość mierzonego Δp może stanowić miarę wartości \dot{V} jeżeli znana jest zależność funkcyjna

$$\dot{V} = f(\Delta p) \quad (2.1)$$

Zależność ta może być wyprowadzona teoretycznie na podstawie pewnych założeń upraszczających odnośnie modelu przepływu (a ściślej profilu prędkości w przekroju poprzecznym kolana) płynu przez przewód zakrzywiony.

Rezultaty większości prac dotyczących badań przepływu płynu przez przewód zakrzywiony sprowadzają się do aproksymowania zależności funkcyjnej (2.1) wzorem strukturalnym postaci:

$$\dot{V} = K \sqrt{\Delta p} \quad (2.2)$$

Przybliżoną wartość współczynnika K można obliczyć na podstawie znajomości parametrów geometrycznych przewodu zakrzywionego oraz założeniu określonego profilu prędkości w przekroju poprzecznym kolana.

Zasadniczo istniejące publikacje można podzielić na dwie grupy w zależności od zakładanego w nich profilu prędkości w przekroju poprzecznym kolana.

Jedna grupa prac [42], [49] zakłada, że przepływ płynu przez przewód zakrzywiony można aproksymować tzw. ruchem okrężnym swobodnym [57], tj. opisać go zasadą stałości krętu:

$$v \cdot r = \text{const} = C \quad (2.3)$$

Iloczyn $v \cdot r$ przedstawia moment prędkości względem osi obrotu; mnożąc moment prędkości przez gęstość płynu otrzymamy kręt czyli moment ilości ruchu jednostki masy.

W równaniu (2.3) v i r oznaczają odpowiednio prędkość i odległość od linii środków krzywizn rodziny linii prądu dowolnego elementu płynu rozpatrywanego przekroju zakrzywionego przewodu.

Jak wynika z równania (2.3):

$$v = v(r) = \frac{C}{r} \quad (2.4)$$

Profil prędkości w rozpatrywanym przekroju poprzecznym kolana przebiega w postaci hiperboli (w przyrodzie z opisanym zjawiskiem spotkamy się w przypadku trąby powietrznej) oraz przy wypływie cieczy przez otwór oraz w komorach ssawnych pomp o osi pionowej.

Inna grupa badaczy [43], [36], [7], [61], [44] zakłada, że przepływ płynu przez krzywak można w przybliżeniu utożsamić z tzw. ruchem okrężnym wymuszonym [57] charakteryzującym się stałą prędkością kątową wszystkich elementów płynu

$$\omega = \frac{v}{r} = \text{const} = C \quad (2.5)$$

czyli

$$v = v(r) = C \cdot r \quad (2.6)$$

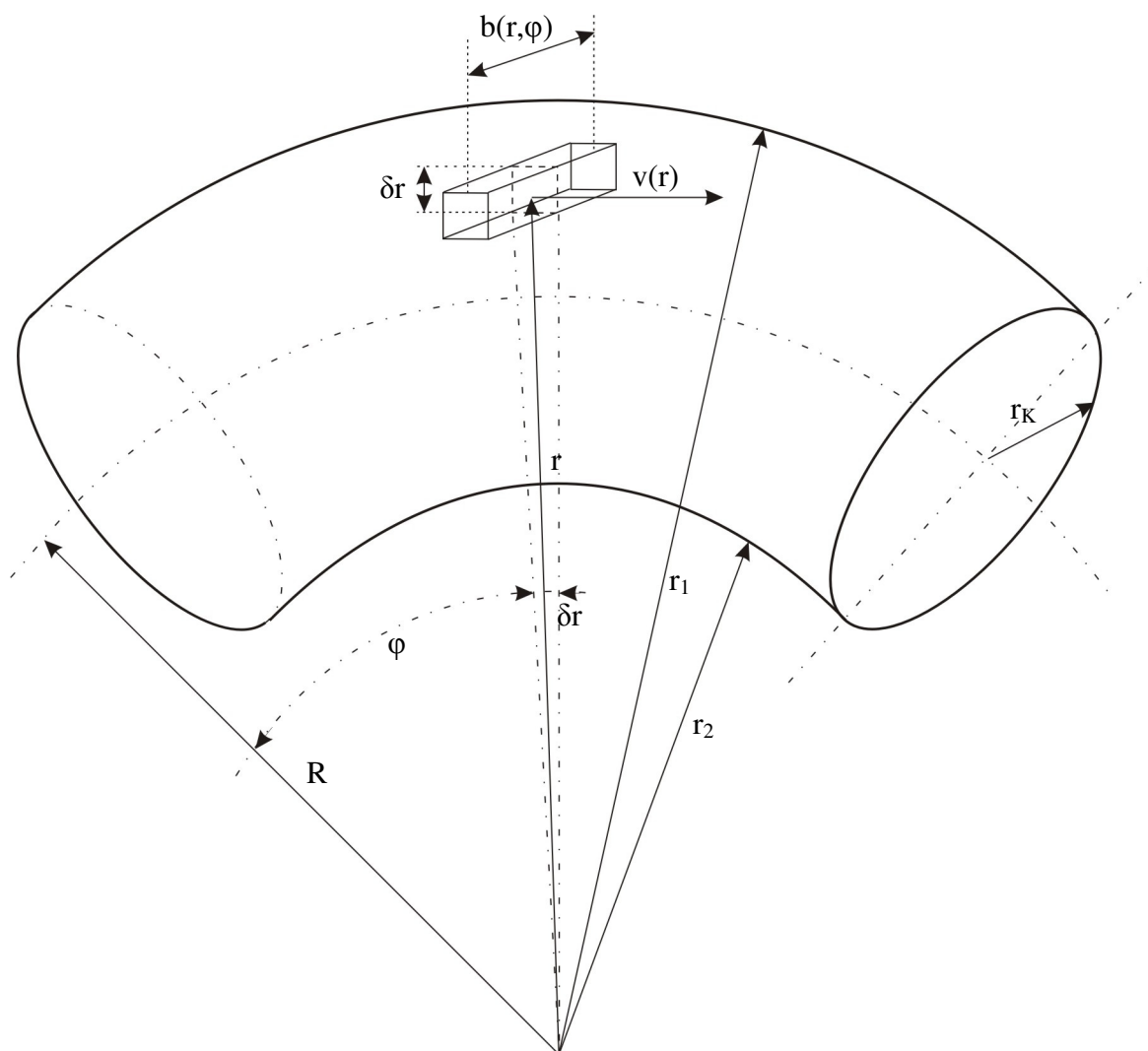
Założeniu temu odpowiada liniowy profil prędkości w przekroju poprzecznym kolana, zgodnie z którym $v = v_{\text{max}}$ na łuku zewnętrznym przekroju osiowego w płaszczyźnie zgięcia.

Zjawisko ruchu okrężnego wymuszonego występuje w wirniku pompy odśrodkowej i jest wywołane energią doprowadzaną z zewnątrz.

Przedstawione powyżej profile prędkości można opisać jedna funkcją postaci:

$$v = v(r) = \frac{C}{r^\alpha} \quad (2.7)$$

gdzie: $\alpha \begin{cases} +1 & \text{dla profilu hiperbolicznego} \\ -1 & \text{dla profilu liniowego} \end{cases}$



Rys. 2.1. Wyodrębniony element płynu

Na podstawie założeń upraszczających związanych z przyjęciem rozkładu prędkości w przekroju poprzecznym kolana zgodnie z zależnością (2.7), przyjęciu ustalonych warunków przepływu przez kolano oraz pominięciu wpływu sił ciężkości (co łączy się z przyjęciem położenia osi kolana w płaszczyźnie poziomej) możemy wyprowadzić przybliżony wzór na strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $\Delta p = p_1 - p_2$ tj. zależność (2.2).

Objętość δV i masa δm wyodrębnionego jak na rys. 2.1 elementu płynu o polu podstawy $\delta A = b(r, \varphi) \cdot r \cdot \delta \varphi$ i wysokości δr wynoszą odpowiednio

$$\begin{aligned}\delta V &= \delta A \cdot \delta r = b(r, \varphi) \cdot r \cdot \delta r \cdot \delta \varphi \\ \delta m &= \rho \cdot \delta V = \rho \cdot b(r, \varphi) \cdot r \cdot \delta r \cdot \delta \varphi\end{aligned}$$

gdzie $b(r, \varphi)$ – szerokość elementu płynu.

Siłę bezwładności (odśrodkową) działającą na rozpatrywany element określimy z równania:

$$\delta B = \frac{v^2(r)}{r} \delta m = \rho v^2(r) \cdot b(r, \varphi) \delta r \cdot \delta \varphi \quad (2.8)$$

gdzie: $v(r)$ - prędkość obwodowa (liniowa) elementu.

Działanie siły bezwładności δB wywołuje zmianę ciśnienia δp w kierunku promieniowym (tj. prostopadłym do kierunku przepływu) przy czym wywołany nią (tj. δp) wzrost siły powierzchniowej wyniesie[3],[60],[56]:

$$\delta P = \delta p \cdot \delta A = \delta p \cdot b(r, \varphi) \cdot r \cdot \delta \varphi \quad (2.9)$$

Z równań (2.8) i (2.9) otrzymujemy elementarny przyrost ciśnienia δp na przemieszczeniu δr :

$$\delta p = \rho \frac{v^2(r)}{r} \delta r \quad (2.10)$$

lub po uwzględnieniu zależności (2.7):

$$\delta p = \rho C^2 \frac{\delta r}{r^{2\alpha+1}} \quad (2.11)$$

Skończony spadek ciśnienia między punktami rozpatrywanego przekroju kolana położonego na ściankach zewnętrznej i wewnętrznej przewodu zakrzywionego wyniesie:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = C^2 \int_{r_2}^{r_1} \rho \frac{\delta r}{r^{2\alpha+1}} \quad (2.12)$$

Traktując przepływ czynnika jako nieściśliwy ρ jest niezależne od r , tj. $\frac{\partial \rho}{\partial r} = 0$.

Przeprowadzając całkowanie z równania (2.12) otrzymujemy (dla $\alpha \neq 0$):

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho \frac{C^2}{2\alpha} \left[\frac{1}{r_2^{2\alpha}} - \frac{1}{r_1^{2\alpha}} \right] \quad (2.13)$$

czyli w szczególności dla liniowego profilu prędkości ($\alpha = -1$)

$$\Delta p = \rho \frac{C^2}{2} [r_1^2 - r_2^2] \quad (2.14a)$$

natomiast dla profilu hiperbolicznego ($\alpha = 1$)

$$\Delta p = \rho \frac{C^2}{2} \left[\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right] \quad (2.14b)$$

Dla liniowego profilu prędkości w przekroju poprzecznym kolana opisanego funkcją (2.6) prędkość w osi rury wyniesie

$$v(R) = CR \quad (2.15)$$

stąd

$$C = \frac{v(R)}{R} \quad (2.16)$$

Funkcja (2.6) przyjmuje postać

$$v(r) = \frac{v(R)}{R} \cdot r \quad (2.17)$$

Oznaczając średnią w sensie całkowym prędkość płynu „ \bar{v} ” w rozpatrywanym przekroju przewodu zakrzywionego tj.

$$\bar{v} = \frac{1}{A} \iint_A v(r) \cdot \delta A \quad (2.18)$$

gdzie: $A = \pi \cdot r_k^2$.

Dla liniowego rozkładu prędkości prędkość średnia wystąpi w osi przewodu zakrzywionego:

$$\bar{v} = v(R) \quad (2.19)$$

zatem

$$C = \frac{\bar{v}}{R} \quad (2.20)$$

Podstawiając zależność (2.20) do równania (2.14a) otrzymujemy:

$$\Delta p = \frac{\rho \bar{v}^2}{2} \cdot \frac{r_1^2 - r_2^2}{R^2}. \quad (2.22)$$

Ponieważ zgodnie z rys. 2.1 mamy:

$$\begin{aligned} r_1 &= R + r_k \\ r_2 &= R - r_k \end{aligned} \quad (2.23)$$

czyli

$$\Delta p = \rho \bar{v}^2 \cdot \frac{2r_k}{R}. \quad (2.24)$$

Wprowadzając bezwymiarowy parametr charakteryzujący geometryczny kształt przewodu zakrzywionego

$$\varepsilon = \frac{R}{r_k} \quad (2.25)$$

równanie (2.24) można napisać w postaci:

$$\Delta p = \frac{4}{\varepsilon} \cdot \frac{\rho \bar{v}^2}{2}. \quad (2.26)$$

Podobne rozwiązanie jak przedstawiono powyżej dla liniowego rozkładu prędkości można przeprowadzić dla modelu przepływu przez przewód zakrzywiony zdeterminowany hiperbolicznie rozkładem prędkości w przekroju poprzecznym tj. opisanym zależnością (2.4). Oznaczając prędkość w osi przewodu przez v_m mamy

$$v_m = v(R) \quad (2.27)$$

przy czym należy zauważyć, że dla hiperbolicznego rozkładu prędkości prędkość w osi przewody nie jest równa prędkości średniej

$$v_m \neq \bar{v}. \quad (2.28)$$

Zgodnie z zasadę stałości krętu, mamy

$$v_m R = C \quad (2.29)$$

podstawiając zależność (2.29) do równania (2.14b) otrzymamy wyrażenie na wartość spadku ciśnienia

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho \frac{v_m^2 R^2}{2} \left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right) \quad (2.30)$$

lub po prostych przekształceniach przy wykorzystaniu parametru ε z zależności (2.25) otrzymamy:

$$\Delta p = \frac{4\varepsilon^3}{(\varepsilon^2 - 1)^2} \cdot \frac{\rho v_m^2}{2}. \quad (2.31)$$

Elementarny strumień objętości δV przez element $\delta A = b(r, \varphi) \cdot \delta r$ powierzchni rozpatrywanego przekroju poprzecznego (rys. 2.2) wynosi:

$$\delta V = v(r) \cdot b(r, \varphi) \cdot \delta r \quad (2.32)$$

a po uwzględnieniu zależności (2.7)

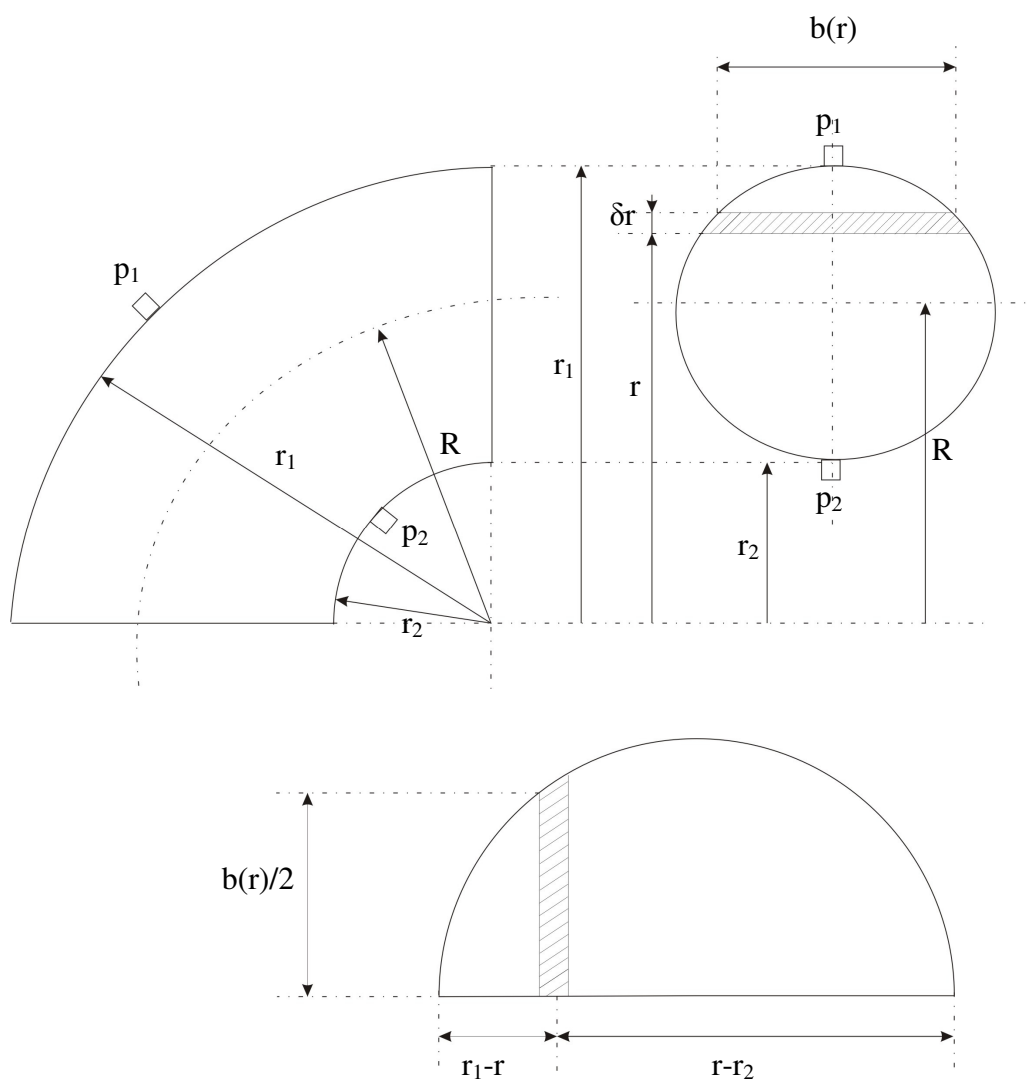
$$\delta V = C \cdot b(r, \varphi) \frac{\delta r}{r^\alpha}. \quad (2.33)$$

Dla przewodu zakrzywionego (kolana) o stałym przekroju poprzecznym ($r_k = \text{const}$)

$$b = b(r) \quad (2.34)$$

czyli

$$\delta V = C \frac{b(r)}{r^\alpha} \cdot \delta r. \quad (2.35)$$



Rys. 2.2. Element kolanowy

Wartość wydatku przepływu określi całka:

$$\dot{V} = C \int_{r_2}^{r_1} \frac{b(r)}{r^\alpha} \cdot \delta r . \quad (2.36)$$

Wyrażenie $b(r)$ znajdujemy na podstawie znanego związku geometrycznego w trójkącie prostokątnym (rys. 2.2).

$$b(r) = 2\sqrt{(r_1 - r)(r - r_2)}. \quad (2.37)$$

Otrzymamy więc

$$\dot{V} = 2C \int_{r_2}^{r_1} \frac{\sqrt{(r_1 - r)(r - r_2)}}{r^\alpha} \cdot \delta r \quad (2.38)$$

Obliczenie całki prowadzi do następujących zależności końcowych:

- dla $\alpha = -1$ (liniowy rozkład prędkości):

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot C}{8} (r_1 - r_2)^2 (r_1 + r_2) \quad (2.39)$$

- dla $\alpha = 1$ (hiperboliczny profil prędkości):

$$\dot{V} = 2\pi \cdot C \left(\frac{r_1 + r_2}{2} - \sqrt{r_1 \cdot r_2} \right) \quad (2.40)$$

Uwzględniając, że $r_1 = R + r_k$ oraz $r_2 = R - r_k$ otrzymamy:

- dla $\alpha = -1$

$$\dot{V} = \pi \cdot CR \cdot r_k^2 \quad (2.41)$$

- dla $\alpha = 1$

$$\dot{V} = 2\pi \cdot C \cdot \left(R - \sqrt{R^2 - r_k^2} \right). \quad (2.42)$$

Z równań (2.14a) i (2.14b) otrzymujemy

- dla $\alpha = -1$

$$C = \frac{1}{2\sqrt{R \cdot r_k^2}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2.43)$$

- dla $\alpha = 1$

$$C = \frac{R^2 - r_k^2}{2\sqrt{R \cdot r_k^2}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2.44)$$

Czyli ostatecznie

– dla $\alpha = -1$

$$\dot{V} = \frac{\Pi}{2} r_k \sqrt{R \cdot r_k} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2.45)$$

– dla $\alpha = 1$

$$\dot{V} = \frac{R^2 - r_k^2}{\sqrt{R \cdot r_k}} \cdot \left[R - \sqrt{R^2 - r_k^2} \right] \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2.46)$$

Wyodrębniając w równaniach czynniki zależne tylko od wymiarów geometrycznych przewodu zakrzywionego możemy je przedstawić ogólnie w postaci

$$\dot{V} = K \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2.47)$$

W zależności od przyjętego modelu przepływu współczynnik K będzie przyjmował różne wartości, i tak dla liniowego rozkładu prędkości ($\alpha = -1$) $K = K_1$, natomiast dla hiperbolicznego rozkładu prędkości ($\alpha = 1$) $K = K_2$.

Wyprowadzone wzory (2.45), (2.46) należy zmodyfikować przez wprowadzenie doświadczalnych współczynników przepływu μ_1 i μ_2 , które korygować będą różnice między rzeczywistym natężeniem przepływu a wydatkiem teoretycznym, obliczonym na podstawie założonych wyidealizowanych profilów prędkości.

Uzupełnione w ten sposób równania (2.45), (2.46) przy uwzględnieniu równania (2.47) przyjmą postać:

$$\dot{V}_1 = \mu_1 K_1 \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2.48)$$

$$\dot{V}_2 = \mu_2 K_2 \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2.49)$$

Niejednolita konstrukcja wzorów (2.45) i (2.46), które można przedstawić w postaci:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{4}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \sqrt{K_{1\varepsilon}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2.50)$$

oraz

$$v_m = \sqrt{\frac{(\varepsilon^2 - 1)^2}{4\varepsilon^3}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \sqrt{K_{2\varepsilon}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2.51)$$

uniemożliwia przeprowadzenie ich analizy porównawczej. Wynika to z faktu, że dla $\alpha = 1$ (hiperboliczny profil prędkości) prędkość v_m elementu płynu w środku przekroju poprzecznego nie jest równa jak to powyżej wspomniano prędkości średniej \bar{v} .

Wartość współczynnika $K_{2\varepsilon}$ w równaniu (2.51) może być skorygowana przez wprowadzenie do równania (2.31) w miejsce v_m prędkości średniej \bar{v} . W tym celu do równania (2.42) podstawiamy zależność (2.29) Otrzymujemy

$$\dot{V} = 2\pi \cdot R \left(R - \sqrt{R^2 - r_k^2} \right) \cdot v_m \quad (2.52)$$

Zgodnie z definicją prędkości średniej mamy:

$$\bar{v} = \frac{\dot{V}}{\pi \cdot r_k^2} = \frac{2\pi \cdot R}{\pi \cdot r_k} \left[\frac{R}{r_k} - \sqrt{\left(\frac{R}{r_k} \right)^2 - 1} \right] \cdot v_m = 2\varepsilon \left(\varepsilon - \sqrt{\varepsilon^2 - 1} \right) \cdot v_m \quad (2.53)$$

Stąd

$$\frac{\bar{v}}{v_m} = 2\varepsilon \left(\varepsilon - \sqrt{\varepsilon^2 - 1} \right). \quad (2.54)$$

Wprowadzając stosunek

$$\xi = \frac{\bar{v}}{v_m} \quad (2.55)$$

otrzymamy:

$$v_m = \frac{\bar{v}}{\xi}$$

i stąd skorygowana wartość $K_{2\varepsilon}^{(S)}$ współczynnika $K_{2\varepsilon}$ wyniesie

$$K_{2\varepsilon}^{(S)} = K_{2\varepsilon} \cdot \xi^2 = \frac{\left[(\varepsilon^2 - 1) \left(\varepsilon - \sqrt{(\varepsilon^2 - 1)^2} \right) \right]}{\varepsilon} \quad (2.56)$$

Stosując w dalszych rozważaniach uproszczoną notację

$$K_{2\varepsilon}^{(S)} = K_{2\varepsilon} \cdot \quad (2.57)$$

Równania (2.50) i (2.51) możemy przedstawić w postaci:

$$\bar{v}_i = \sqrt{K_{i\varepsilon}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p_i}{\rho}} \quad (i = 1, 2) \quad (2.58)$$

gdzie:

$$K_{i\varepsilon} \begin{cases} \frac{\varepsilon}{4} & \text{dla } i = 1 \quad (\alpha = -1) \\ \frac{\left[(\varepsilon^2 - 1) \left(\varepsilon - \sqrt{\varepsilon^2 - 1} \right) \right]^2}{\varepsilon} & \text{dla } i = 2 \quad (\alpha = 1) \end{cases} \quad (2.59)$$

Podsumowując przeprowadzone rozważania teoretyczne należy stwierdzić, że strumień objętości płynu przez przewód zakrzywiony (kolano) o stałym przekroju poprzecznym można określić ze wzoru ogólnego:

$$\dot{V} = \mu \cdot A \cdot \bar{v} \quad (2.60)$$

lub przy wykorzystaniu zależności (2.58) ze wzoru

$$\dot{V} = \mu \cdot A \cdot \sqrt{K_{i\varepsilon}} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2.61)$$

gdzie:

- μ – wyznaczony doświadczalnie bezwymiarowy współczynnik przepływu,
- A – pole powierzchni przekroju poprzecznego przewodu zakrzywionego,
- K_{ε} – współczynnik zależny tylko od wymiarów geometrycznych przewodu zakrzywionego.

Dla przewodu zakrzywionego o przekroju prostokątnym [16], [17], [18] tok postępowania przy wyznaczaniu współczynników $K_{1\varepsilon}$, $K_{2\varepsilon}$, jak również wzory końcowe determinujące te

współczynniki są identyczne jak dla przewodów o przekroju kołowym. Wynika to z faktu, że rozważania teoretyczne przeprowadza się w płaszczyźnie zgięcia przewodu, a ta jest identyczna dla obu rodzajów przekroju.

3. Przegląd dotychczasowych badań doświadczalnych

W większości badań doświadczalnych do obliczenia strumienia objętości płynu przez przewód zakrzywiony stosowano wzór (2.61). Różnica jedynie polegała na tym, że w zależności od założonego profilu prędkości przyjmowano różne wartości K_ε . Prawie wszystkie prace doświadczalne [42],[49],[43], [36], [7] przeprowadzano przy wykorzystaniu kolan handlowych o kątach rozwarcia 90° , 135° , 180° .

Przepływomierze budowane na bazie kolan różniły się między sobą kształtem, rozmiarami, sposobem rozmieszczenia otworów piezometrycznych. Ta duża dowolność związana zarówno z różnicami kształtu pomiędzy przewodami zakrzywionymi (kolanami), jak również metodyka prowadzenia badań wpływa hamująco na rozwój metody. Powoduje to konieczność każdorazowego wzorcowania układów pomiarowych przepływomierzy. Większość opracowań sprowadza się do opisanie zjawiska przepływu przez przewód zakrzywiony (kolano) równaniem (2.48) lub (2.49). Wynika stąd, że poglądy na sposób ustalenia współczynnika K są podzielone.

Ponieważ przyjęty profil prędkości ma kształt różny od rzeczywistego oraz przepływ rzeczywisty jest bardziej złożony od wyidealizowanego, do równań (2.48), (2.49) wprowadza się poprawkę w postaci doświadczalnego współczynnika przepływu μ , co umożliwia ich praktyczne wykorzystanie. Wyniki całego szeregu badań doświadczalnych wskazują, że doświadczalny współczynnik przepływu μ zawarty jest z niewielkim wyjątkiem w dość szerokich granicach a mianowicie $\mu \in (0,9 ; 1,2)$.

Część materiałów źródłowych [43],[36],[7],[61],[44] zaleca posługiwanie się równaniem (2.48), a więc obliczeniem wartości współczynnika μ na bazie liniowego rozkładu prędkości. Autorzy innych opracowań [42],[49] zalecają przyjmowanie hiperbolicznego rozkładu prędkości opisanego zależnością (2.49). Według badań Pfeffera [36] wartość współczynnika μ_2 należy przyjmować średnią równą 1,05.

W świetle powyższych rozważań ciekawym i zasługującym na omówienie są wyniki badań [43] przeprowadzonych przy wykorzystaniu handlowych kolan z rur żeliwnych i plastikowych o średnicach 3,6,10,12 cali o kącie rozwarcia 90°.

Jako zależność opisującą strumień objętości V przez badanie kolana przyjęto równanie w postaci

$$\dot{V} = \mu K_2 \left(\frac{2\Delta p}{\rho} \right)^m. \quad (3.1)$$

W konsekwencji przeprowadzonych badań i po ich opracowaniu otrzymano postać równania, zgodnie z którym wartości m rosną wg zależności

$$m = 0,0377D + 0,489. \quad (3.2)$$

Wartości $\mu = f(D)$ są zawarte w przedziale $\mu \in (0,94 ; 1,06)$.

Zarówno μ jak i m rosną ogólnie liniowo ze wzrostem średnicy D kolana. Wzrost ten zdaniem autorów badań wydaje się być związany z intensywnością przepływów wtórnych w zgięciu. Kolana o mniejszej średnicy (3 cali) wykazują znaczne odchylenia od wykreślonej tendencji liniowości zmian wartości μ mającej miejsce dla kolan o większych średnicach. Wielkość przepływów wtórnych, które jak się wydaje wpływają na wartości μ i m może być funkcją bezwymiarowego parametru $\varepsilon = \frac{R}{r_k}$, który dla kolan 6, 10, 12 calowych wynosił odpowiednio 0,58, natomiast dla kolan 3 calowych (0,23 ÷ 0,4). Budzi zastrzeżenia ostateczne opracowanie wyników badań, w których jako zmienną niezależną przyjęto średnicę D , a nie parametr ε .

Wartości liczbowe współczynników przedstawione w pracy [27], [36] zawarte są w przedziale (1,02 ÷ 1,23) w zależności od stosunku $\varepsilon \in (2,0 \div 6,0)$.

Pewne wyniki badań doświadczalnych uzyskane przy przyjęciu różnych profili prędkości przez swą identyczność wydają się potwierdzać co do słuszności przyjęcia odpowiedniego modelu przepływu. Wynika to stąd, że można tak odpowiednio dobrać wymiary kolan (R, r_k), że posługiwanie się równaniem (2.61) przy wykorzystaniu różnych wartości K_{ie} określonych

z zależności (2.60) prowadzi do bardzo zbliżonych rezultatów i w tej sytuacji wartości μ mogą być takie same.

Przeważająca liczba badań doświadczalnych dotyczyła kolan o średnicach większych niż 3 cale.

Opracowania [57], [44] przeprowadzono przy wykorzystaniu kolan żeliwnych, (dla których poprawność kształtu i dokładność wymiaru jest stosunkowo łatwo osiągalna) o stosunku $\frac{R}{r_k} = \varepsilon \in (1,8 \div 3,0)$ zalecają wartość współczynnika μ przyjmować równą 1.

Z uwagi na kontrowersyjne poglądy co do przydatności i dokładności kolan zastosowanych do badań jako przepływomierze na uwagę zasługuje propozycja zastąpienia kolana pętlą [17],[61].

Badanie przepływomierza w kształcie pętli przy wykorzystaniu równania (2.45) przy otworze piezometrycznym umieszczonym w płaszczyźnie zgięć o 180° od kierunku wlotu wskazuje na przydatność tego typu konstrukcji do pomiaru strumienia objętości płynu. Badania były jednak fragmentaryczne. Ponadto wadą przepływomierza pętlowego są trudności technologiczne związane z prawidłowym jego wykonaniem.

Powstanie stosunkowo dużych rozbieżności w uzyskanych doświadczalnie wartościach współczynnika μ , nawet przy przyjęciu takiego samego modelu przepływu, należy upatrywać w niedostatecznie dokładnym określeniu wielkości R i r_k występujących w równaniach determinujących strumień objętości płynu.

Analiza któregośkolwiek ze wzorów (2.45), (2.46) pozwala stwierdzić, że główna niepewność pomiaru wartości V – wyłączając błędy manometryczne przy wprowadzeniu Δp powodują czynniki wchodzące w skład K (2.48), (2.49). Z szerokiego zakresu danych doświadczalnych widoczne jest, że prawidłowe określenie strumienia objętości przy wykorzystaniu przewodu zakrzywionego (kolana) z niepewnością $\leq 8 \%$ jest niemożliwe. Niepewność pomiaru można poprawić przez bardzo dokładny pomiar wielkości R i r_k .

Wyniki badań przeprowadzone na kolanach, w których otwory piezometryczne umieszczone były w płaszczyźnie zgięcia o $22,5^\circ$ od wlotu do kolana wskazują na większą zgodność zmian wartości doświadczalnych K_e w porównaniu z obliczonymi teoretycznie. Zdaniem autorów publikacji [43] takie usytuowanie otworów piezometrycznych ($22,5^\circ$) wydatnie zmniejsza czułość na zakłócenia spowodowane oddziaływaniem instalacji doprowadzającej i odprowadzającej czynnik do przepływomierza (kolana). Zbyt wąski zakres

wyników doświadczalnych pomimo istnienia umiarkowanej zgodności z teorią wydaje się niewystarczające do wyciągnięcia bardziej ogólnych wniosków.

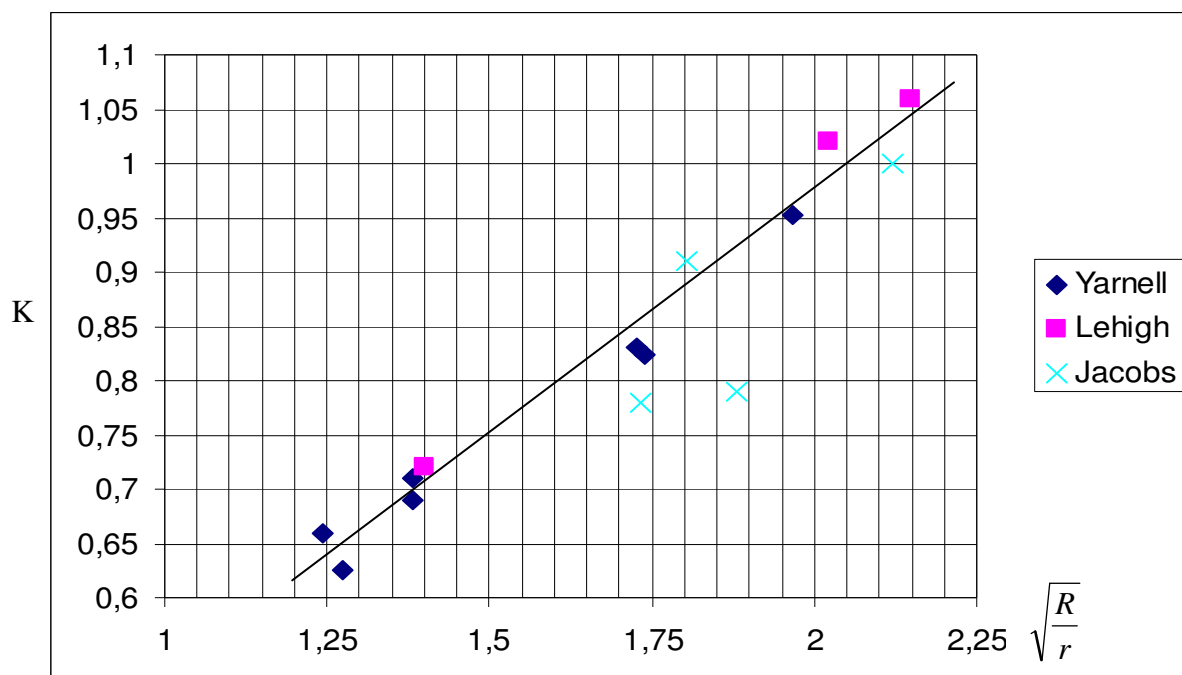
Przedstawiając dostępne dane doświadczalne w postaci zależności $K_\varepsilon = f\sqrt{\varepsilon}$ można w łatwy sposób określić zarówno pewną zgodność, jak i sprzeczność pomiędzy badaniami doświadczalnymi oraz różnicę między doświadczalnymi i teoretycznymi wartościami K_ε .

Porównanie wyników badań doświadczalnych przedstawionych na rys. 3.1 i 3.2 wskazuje, że nie ma jednak żadnej zgodnej relacji pomiędzy wartością K_ε uzyskaną doświadczalnie a wyliczoną z któregośkolwiek równania (2.59).

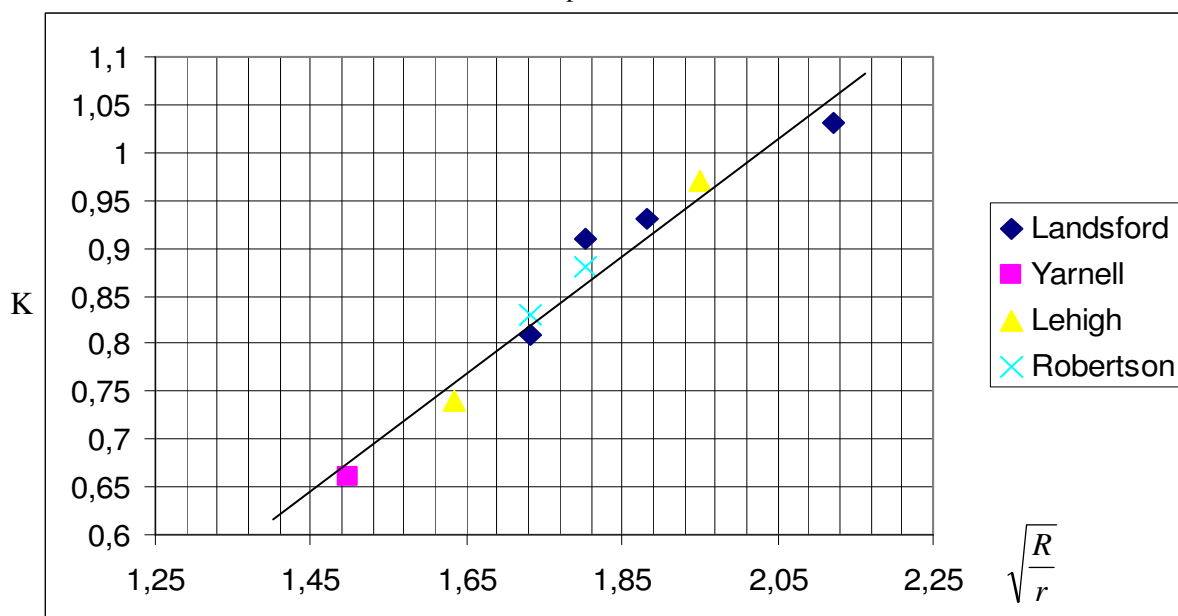
Nie bez znaczenia jest tutaj sposób doprowadzenia cieczy do kolana. Podobnie jak przy innego typu przepływomierzach piętujących, wieloparametrowa zależność $\dot{V} = \mu K \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$ jest uzależniona od zakłóceń przepływu.

Duże rozbieżności w wynikach badań uzyskanych przez różnych badaczy wynikają m.in. z trudności wykonania kolana bez walidacji przekroju, jak również dowolności wyboru kolana będących przedmiotem badań, dla których wartość bezwymiarowego parametru charakteryzującego kształt $\varepsilon = \frac{R}{r_k}$ była zawarta w wąskich granicach, a często pomijana jako nieistotna.

Podsumowując rezultaty dotychczasowych badań należy podkreślić, że informacje zawarte w literaturze są bardzo ogólne, często sprzeczne i nie wystarczające do posłużenia się metodą krzywakową pomiaru strumienia objętości w konkretnych warunkach eksploatacyjnych.



Rys. 3.1 Wyniki badań przeprowadzonych w płaszczyźnie pomiarowej nachylonej pod kątem $22,5^{\circ}$ do osi przewodu



Rys. 3.2 Wyniki badań przeprowadzonych w płaszczyźnie pomiarowej nachylonej pod kątem 45° do osi przewodu

4. Cel pracy

Jak wspomniano na wstępie niniejszej pracy w pomiarach strumienia masy lub objętości znaczącą grupę stanowią przepływomierze piętżące, których zasada działania polega na pomiarze różnicy ciśnień Δp na pomiarowym przetworniku przepływu. Wartość Δp stanowi miarę strumienia objętości \dot{V} jeśli znana jest postać funkcji:

$$\dot{V} = f(\Delta p).$$

Ta idea pomiarowa znalazła zastosowanie m.in. w przepływomierzach kolanowych (krzywakowych). Z dotychczasowych badań doświadczalnych i eksploatacyjnych wynika, że przepływomierze kolanowe (krzywakowe) odznaczają się dobrymi własnościami metrologicznymi.

Duża dowolność w konstrukcji przetwornika przepływu (kolana) związana z kształtem, wielkością przekroju poprzecznego, sposobem rozmieszczenia otworów piezometrycznych powodują konieczność każdorazowego indywidualnego wzorcowania.

Szczupłość literatury przedmiotu hamuje rozwój tej metody pomiarowej i tym samym opóźnia przygotowania odpowiednich aktów normatywnych. Poszerzenie stanu wiedzy w przedmiocie wymaga dalszej kontynuacji badań i tym samym uzyskania większego materiału doświadczalnego związanego zarówno z kształtem, jak i konstrukcją pomiarowych przetworników przepływu (kolan) oraz ich własnościami metrologicznymi.

Wykorzystanie szerokiej gamy seryjnie produkowanej armatury (kolan) zarówno metalowej jak i plastikowej w zakresie średnic mniejszych od 40 [mm] jako przetwornika przepływu powinno umożliwić skonstruowanie takiego typu przepływomierza, który odznaczałby się pewnością eksploatacyjną, prostotą i łatwością wykonania oraz przewidywaną niepewnością pomiaru.

Wynika stąd celowość podjętej w pracy problematyki.

Przyjęto, że niniejsza praca powinna spełniać następujące wymagania:

- umożliwić opracowanie zaleceń dotyczących konstrukcji przetwornika przepływu (kolana), jak również warunków jego instalowania i przeprowadzania pomiarów,
- wyeliminować konieczność indywidualnego wzorcowania przepływomierza przez wprowadzenie doświadczalnie wyprowadzonego współczynnika przepływu μ i podanie charakteru jego zmienności,

- zapewnienie uzyskania powtarzalnych wyników zgodnych z założeniami teoretycznymi, wynikającymi z przyjętego matematycznego modelu przepływu oraz przeprowadzoną weryfikacją doświadczalną.

Z przedstawionego celu i zakresu pracy wynika teza:

Istnieje możliwość zastosowania kolanowego czujnika przepływu o przekroju kołowym do pomiaru strumienia masy płynu, którego parametry metrologiczne wynikają z przyjętego modelu prędkości w tym przewodzie.

5. Model przepływu

Jak wynika z przeprowadzonych badań symulacyjnych (rozd. 6.4) w środkowym przekroju poprzecznym przepływomierza kolanowego prędkość elementu płynu osiąga maksimum lokalne poniżej osi przepływomierza, a więc bliżej ściany wewnętrznej.

Fakt ten świadczy, że aproksymacja przepływu płynu przez przepływomierz kolanowy ruchem okrężnym wymuszonym (tj. opisanym funkcją liniową rosnącą zmiennej r postaci $v = C \cdot r$) wydaje się doświadczalnie nieuzasadniona.

Ponadto jak wskazują wydruki badań symulacyjnych (rys. 6.4.1-6.4.12) profil prędkości w swej części środkowej jest krzywą zbliżoną do prostej, a dla pewnych wartości współczynnika ϵ i zakresów liczb Reynoldsa krzywą słabo „wypukłą” ku górze. Wynika stąd, że aproksymacja przepływu płynu przez przepływomierz kolanowy „ruchem określonym swobodnym” opisanym hiperbolicznym profilem prędkości, czyli wypukła ku dołowi funkcja postaci $v = \frac{C}{r}$ również nie znajduje potwierdzenia doświadczalnego.

Zważywszy dodatkowo, że krzywizna krzywej rzeczywistego rozkładu prędkości jest z wyłączeniem obszarów przyściennych – bardzo mała (praktycznie równa zero), zdecydowano się aproksymować krzywą rzeczywistego rozkładu prędkości odcinkiem linii prostej.

Celem opisanie profilu prędkości napiszemy równanie prostej przechodzącej przez punkt o współrzędnych $(v(R); R)$, leżący w osi przewodu:

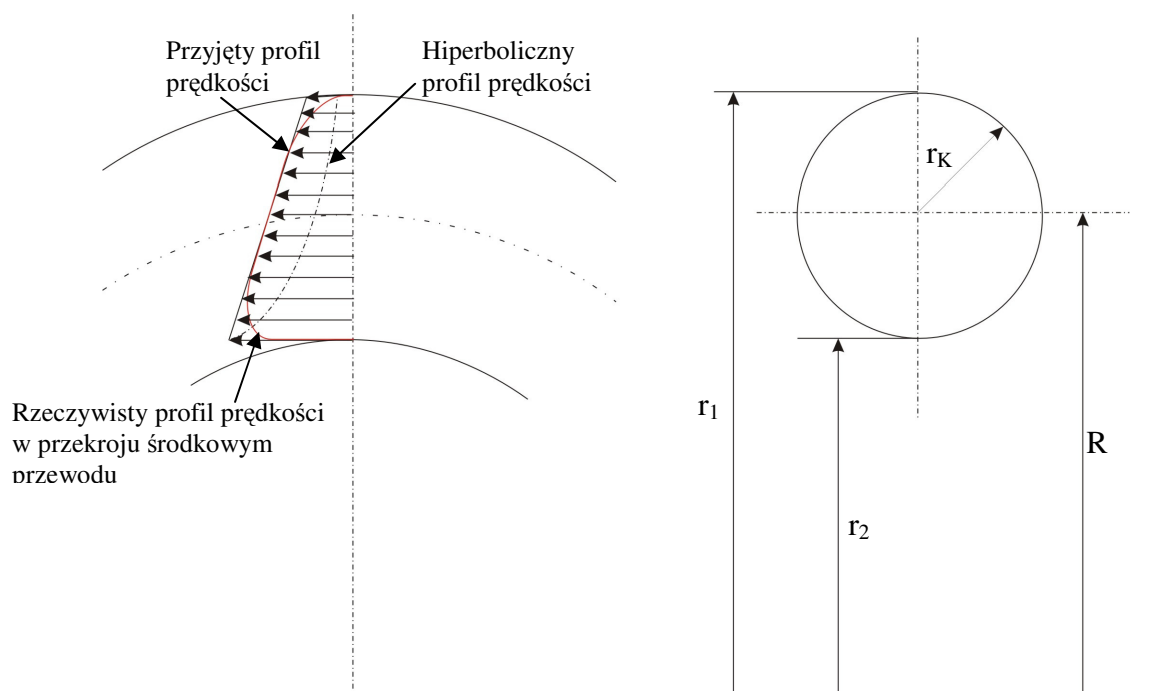
$$v(r) - v(R) = a(r - R) \quad (5.1)$$

przyjmując współczynnik kierunkowy prostej

$$a = \alpha \cdot \frac{v(R)}{R} \quad (5.2)$$

równanie (5.1) napiszemy w postaci:

$$v(r) = v(R) + \alpha \cdot \frac{v(R)}{R} (r - R) = \frac{v(R)}{R} (R - \alpha R + \alpha r) \quad (5.3)$$



Rys. 5.1. Profil prędkości w przekroju środkowym.

Przyjmując przedział zmienności „ α ”

$$-1 \leq \alpha \leq 1$$

jednocześnie zabezpieczamy się przed występowaniem przy ścianie przewodu zakrzywionego ujemnych profili prędkości.

W licznym modelu prędkości (5.3) rozpatrzmy dwa szczególne przypadki, a mianowicie:

- dla $\alpha = 1$ równanie (5.3) otrzymujemy w postaci:

$$v(r) = \frac{v(R)}{R} \cdot r \quad (5.4)$$

czyli równanie identyczne z równaniem (2.6) opisującym profil prędkości w przekroju poprzecznym przewodu zakrzywionego, zgodnie z którym $v = v_{\max}$ na łuku zewnętrznym przekroju osiowego w płaszczyźnie zgięcia.

- dla $\alpha = -1$ równanie (5.3) przyjmie postaci:

$$v(r) = \frac{v(R)}{R} \cdot (2R - r) \quad (5.5)$$

Jak wynika z równania (5.5) profil prędkości w rozpatrywanym przekroju poprzecznym przewodu zakrzywionego jest linią prostą, przy czym maksimum prędkości $v = v_{\max}$ występuje na łuku wewnętrznym.

Podstawiając równanie (5.3) do równania (2.10) mamy:

$$\Delta p = \int_{R-r_k}^{R+r_k} \rho \left[\frac{v(R)}{R} (R - \alpha R + \alpha r) \right]^2 \frac{\delta r}{r} \quad (5.6)$$

Przeprowadzając całkowanie otrzymamy wyrażenie na skończony spadek ciśnienia między punktami rozpatrywanego przekroju kolana na ścianie zewnętrznej i wewnętrznej przewodu zakrzywionego:

$$\Delta p = \rho v^2(R) (1 - \alpha)^2 \ln \frac{R + r_k}{R - r_k} + \rho v^2(R) \cdot 2\alpha(2 - \alpha)^2 \frac{v(R)}{R} \quad (5.7)$$

a stąd po uwzględnieniu bezwymiarowego parametru $\varepsilon = \frac{R}{r_k}$ otrzymamy:

$$\Delta p = \left[2(1 - \alpha)^2 \ln \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon - 1} + \frac{4}{3} \alpha(2 - \alpha) \right] \frac{\rho v^2(R)}{2} \quad (5.8)$$

Dla $\alpha = 1$ wyrażenie (5.7) sprowadza się do postaci:

$$\Delta p = \frac{4}{\varepsilon} \cdot \frac{\rho v^2(R)}{2} \quad (5.9)$$

zgodnie z zależnością (2.27).

Dla przyjętego modelu przepływu ($\alpha = -1$) oznaczając prędkość średnią $\bar{v} = v(R)$ równanie (5.8) otrzymujemy w postaci:

$$\Delta p = \left[8 \ln \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon - 1} - \frac{12}{\varepsilon} \right] \frac{\rho \bar{v}^2}{2} \quad (5.10)$$

stąd

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{8\varepsilon \ln \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon - 1} - 12}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (5.11)$$

Teoretyczny strumień objętości płynu przez przepływomierz kolanowy o kołowym przekroju przepływu wyniesie:

$$\dot{V} = A \cdot \bar{v} = \pi \cdot r_k^2 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{8\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 12}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (5.12)$$

albo

$$\dot{V} = K_t \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (5.13)$$

gdzie:

$$K_t = \pi \cdot r^2 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{8\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 12}} \quad (5.14)$$

6. Analiza numeryczna

6.1 Model matematyczny przepływu w układzie przepływowym

Metodą ograniczającą czasochłonne pomiary jak i koszty związane z budową stanowisk pomiarowych jest zastosowanie symulacji komputerowych.

W symulacji zjawisk przepływowych wykorzystuje się metody CFD (Computational Fluid Dynamics)[1],[6],[11]. Programy oparte o metodę CFD umożliwiają uzyskanie niezbędnych informacji o przepływie płynu (rozkład pola prędkości, pole ciśnienia), ruchu ciepła (pole temperatury) i masy. Istotny problem stanowi zaufanie do wyników obliczeń numerycznych, związane jest to z wyborem odpowiedniej metody obliczeniowej, bowiem nawet przy zastosowaniu tych samych algorytmów w różnych komercyjnych programach, uzyskane wyniki mogą wykazywać dużą rozbieżność. Dlatego nie bez znaczenia jest znajomość przedziału zmienności przewidywanych wartości uzyskanych w drodze eksperymentu.

W symulacji przepływu czynnika przez przewód zakrzywiony o przekroju kołowym i modelowaniu przepływomierza wykorzystane zostało komercyjne oprogramowanie FLUENT 6.1 [14],[15]. Program ten umożliwia rozwiązanie równań opisujących wymianę pędu, bilans energii i masy w oparciu o metodę objętości skończonych.

W programie FLUENT zjawisko przepływu opisane jest poprzez układ równań złożony z równania zachowania pędu oraz równania ciągłości przepływu.

Pomijając składowe siły ciężkości oraz zakładając zgodnie z hipotezą Reynoldsa że chwilowe wartości wszystkich wielkości fizycznych charakteryzujących przepływ mogą być traktowane jako sumy wielkości uśrednionych w czasie, przepływ uśredniony można opisać za pomocą równań[22],[25],[41],[52]:

- ciągłości

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{v}_z}{\partial z} = 0 \quad (6.1.1)$$

- zachowania pędu

w kierunku osi x

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \bar{v}_x \bar{v}_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{v}_y \bar{v}_x)}{\partial y} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{v}_z \bar{v}_x)}{\partial z} =$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial z} \right] \\
& + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{6.1.2}$$

w kierunku osi y

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial(\rho \bar{v}_x \bar{v}_y)}{\partial x} + \frac{\partial \rho(\rho \bar{v}_y \bar{v}_y)}{\partial y} + \frac{\partial \rho(\rho \bar{v}_z \bar{v}_y)}{\partial z} = \\
& -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial z} \right] \\
& + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{6.1.3}$$

w kierunku osi z

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial(\rho \bar{v}_x \bar{v}_z)}{\partial x} + \frac{\partial \rho(\rho \bar{v}_y \bar{v}_z)}{\partial y} + \frac{\partial \rho(\rho \bar{v}_z \bar{v}_z)}{\partial z} = \\
& -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} \right] \\
& + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{6.1.4}$$

Powyższy układ równań jest układem niedomkniętym z powodu większej liczby niewiadomych w odniesieniu do dostępnych równań. Domknięcie układu równań wymaga wykorzystania zależności pomiędzy składowymi tensora naprężeń turbulentnych a własności fizycznych płynu. Stosowane metody opierają się na wykorzystaniu w równaniach członów określonych na drodze empirycznej jak i hipotezach fizycznych. Równania te stanowią matematyczny model turbulencji. W obliczeniach numerycznych wykorzystany został dwuwymiarowy model turbulencji k-ε [4],[5],[12][29]:

$$\rho \bar{v}_x \frac{\partial k}{\partial x} + \rho \bar{v}_y \frac{\partial k}{\partial y} + \rho \bar{v}_z \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \mu_t G - \rho \varepsilon \tag{6.1.5}$$

$$\rho \bar{v}_x \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho \bar{v}_y \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + \rho \bar{v}_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + c_1 \mu_t \frac{\varepsilon}{k} G - c_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \tag{6.1.6}$$

gdzie :

k - energia kinetyczna turbulencji, ε - szybkość dyssypacji energii kinetycznej turbulencji.

W powyższych równaniach człon G reprezentuje dyssypację energii ruchu uśrednionego:

$$G = 2 \left[\left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} \right) \quad (6.1.7)$$

Lepkość turbulentna dla standardowego modelu $k - \varepsilon$ określona jest równaniem[9],[10]:

$$\mu_t = \rho c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6.1.8)$$

w równaniu tym c_μ jest stała modelu i dla turbulencji w pełni rozwiniętej wynosi 0,09.

Wartości współczynników c_1 , c_2 , σ_k i σ_ε ustalone są drogą eksperymentalną i wynoszą odpowiednio: $c_1 = 1,44$, $c_2 = 1,92$, $\sigma_k = 1,0$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$ [30],[45],[47].

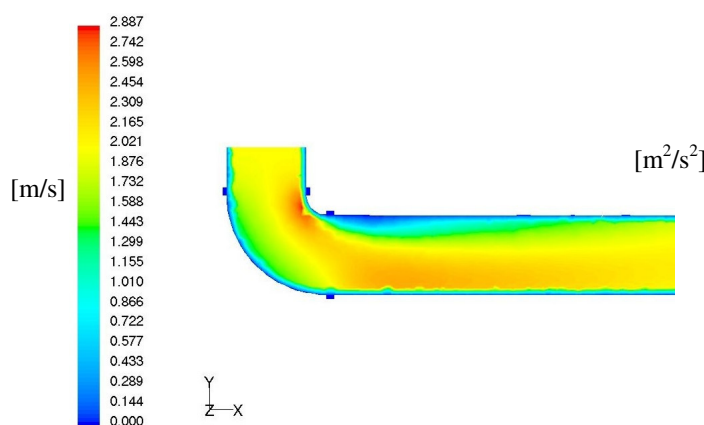
6.2 Warunki brzegowe

Prowadzenie badań symulacyjnych przepływomierza kolanowego wymaga przyjęcia odpowiednich warunków brzegowych w przewodzie uwzględniających kształty, wymiary konstrukcyjne i lokalizacje otworów piezometrycznych.

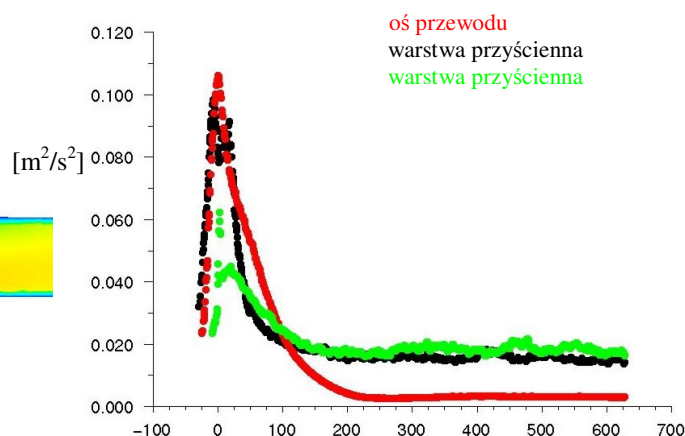
Do modelowania przepływomierza kolanowego przyjęto, że rozwiązywane zagadnienie ma charakter przepływu ustalonego trójwymiarowego, turbulentnego, w którym czynnik jest nieściśliwy i nie zachodzi proces wymiany ciepła ze ścianami przewodu.

Jako medium nieściśliwe w symulacji przyjęta została woda. Parametry przepływowe dla przewodu o przekroju kołowym określone zostały zakładając stałą wartość prędkości w płaszczyźnie przekroju wlotowego do przewodu. Założono że na ściankach przewodu wszystkie składowe wektora prędkości zerują się. Kolejnym uproszczeniem, które zostało przyjęte w obliczeniach symulacyjnych było przyjęcie stałej wartości prędkości czynnika w przekroju wlotowym przy założeniu równoległości wektora prędkości do osi przewodu. Uproszczenie to ma uzasadnienie dzięki przyjęciu odpowiednio długich odcinków prostych przewodu. Długość odcinków prostych została określona na podstawie symulacji przepływu przewodem prostym na którym zostało wywołane zaburzenie przepływu. Zaburzenie wywołane zostało poprzez poprzedzenie odcinka prostego kolanem, które powoduje zmianę kierunku przepływu płynu o 90^0 . Drugi sposób wyznaczenia długości odcinka prostego oparty był na symulacji przepływu płynu odcinkiem prostym poprzedzonym zasuwą. W celu zachowania podobieństwa przepływu do wyznaczenia odcinków prostych zostały przyjęte analogiczne jak dla modelowanych przepływomierzy wartości prędkości: $w_{\min} = 0.2$ m/s i

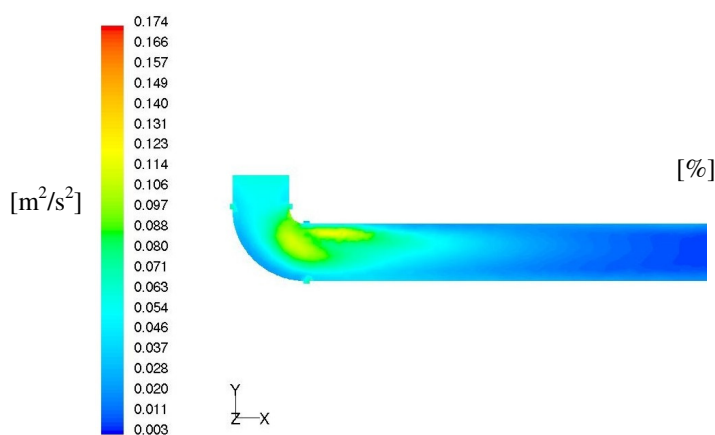
$w_{\max} = 2 \text{ m/s}$, oraz średnica przewodu 25 mm. Wyniki uzyskanych symulacji przedstawione są na rysunkach 6.2.1-6.2.4 dla zaburzenia wywołanego zmianą kierunku przepływu oraz na rysunkach 6.2.5-6.2.9 dla zaburzenia powstałego na skutek umieszczenia w przewodzie zasuwy. Przebieg zmian parametrów charakteryzujących przepływ: prędkość, energia kinetyczna turbulencji, intensywność turbulencji pozwalają na określenie wymaganych długości odcinków prostych [23],[39],[62]. Z przeprowadzonych symulacji wynika iż stabilizacja parametrów mających wpływ na dokładność pomiaru przepływomierzem kolanowym przy zaburzeniu wywołanym zmianą kierunku przepływu następuje przy średnicy przewodu 25 mm w odległości 250 mm od źródła zaburzenia. Dla tak przyjętych warunków początkowych wymagany odcinek poprzedzający element pomiarowy (kolano, łuk) powinien wynosić 10 D. Dla zaburzenia wywołanego zasuwą wymagana długość wynosi 30 D.



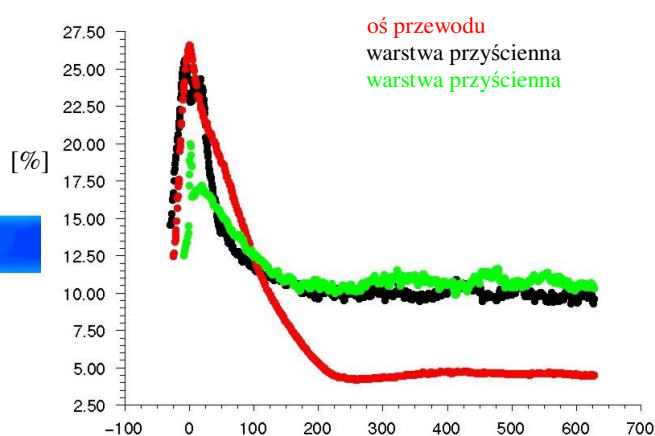
Rysunek 6.2.1. Rozkład prędkości płynu dla odcinka prostego poprzedzonego kolanem przy $Re = 38270$ w przekroju osiowym.



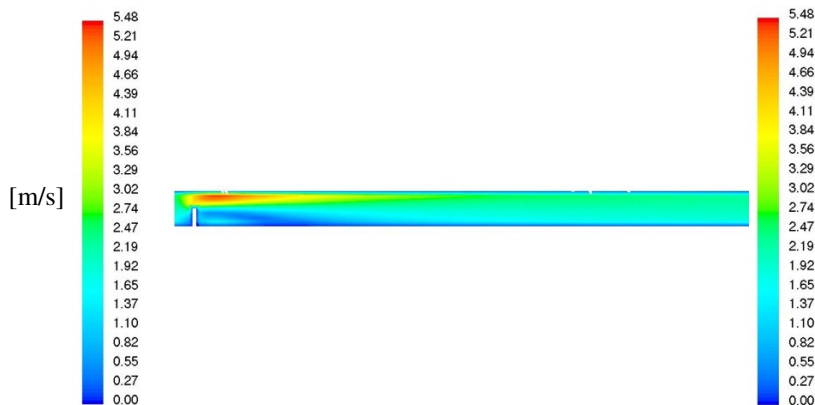
Rysunek 6.2.2. Przebieg zmian energii kinetycznej turbulencji dla odcinka prostego poprzedzonego kolanem przy $Re = 38270$ w warstwach przyściennych (zewnętrznej i wewnętrznej) i osi przewodu.



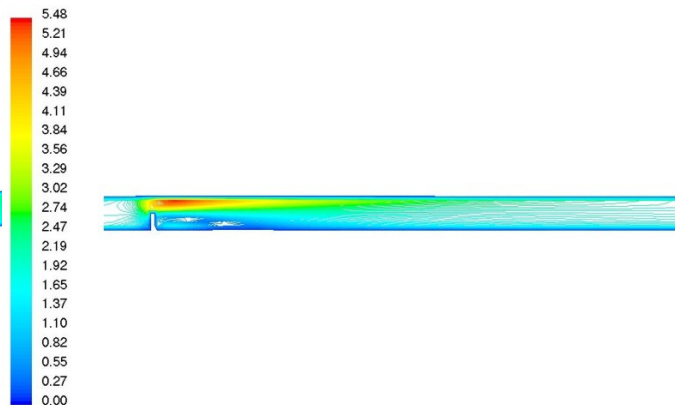
Rysunek 6.2.3. Rozkład energii kinetycznej turbulencji dla odcinka prostego poprzedzonego kolanem przy $Re = 38270$ w przekroju osiowym.



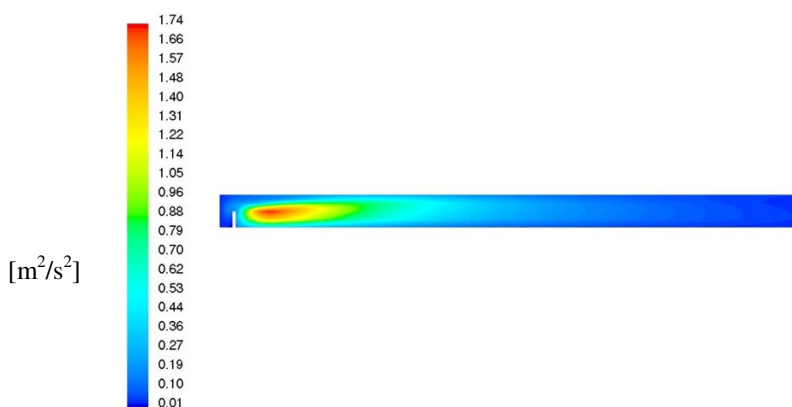
Rysunek 6.2.4. Przebieg zmian intensywności turbulencji dla odcinka prostego poprzedzonego kolanem przy $Re = 38270$ w warstwach przyściennych (zewnętrznej i wewnętrznej) i osi przewodu.



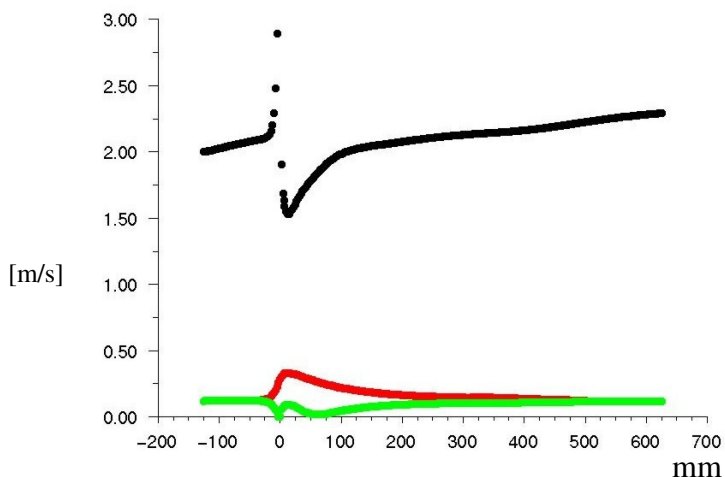
Rysunek 6.2.5. Rozkład pola prędkości płynu dla odcinka prostego poprzedzonego zasuwą przy $Re = 38270$ w przekroju osiowym.



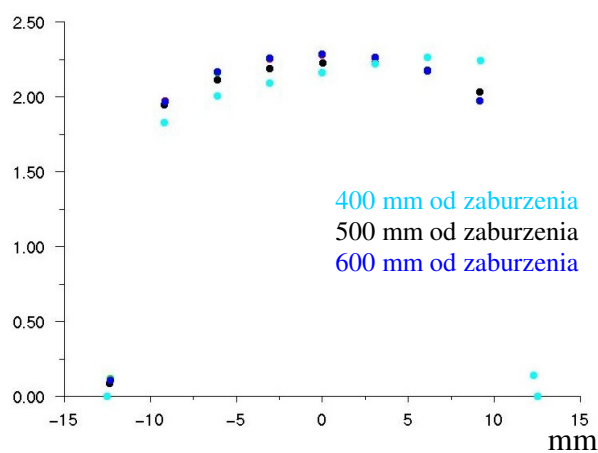
Rysunek 6.2.6. Rozkład linii prądu dla odcinka prostego poprzedzonego zasuwą przy $Re = 38270$ w przekroju osiowym.



Rysunek 6.2.7. Rozkład energii kinetycznej turbulencji dla odcinka prostego poprzedzonego zasuwą przy $Re = 38270$ w przekroju osiowym.



Rysunek 6.2.8. Przebieg zmian prędkości dla odcinka prostego poprzedzonego zasuwą przy $Re = 38270$ w warstwach przyściennych (zewewnętrznej i wewnętrznej) i osi przewodu.



Rysunek 6.2.9. Rozkład prędkości w przekroju poprzecznym dla odcinka prostego poprzedzonego zasuwą przy $Re = 38270$

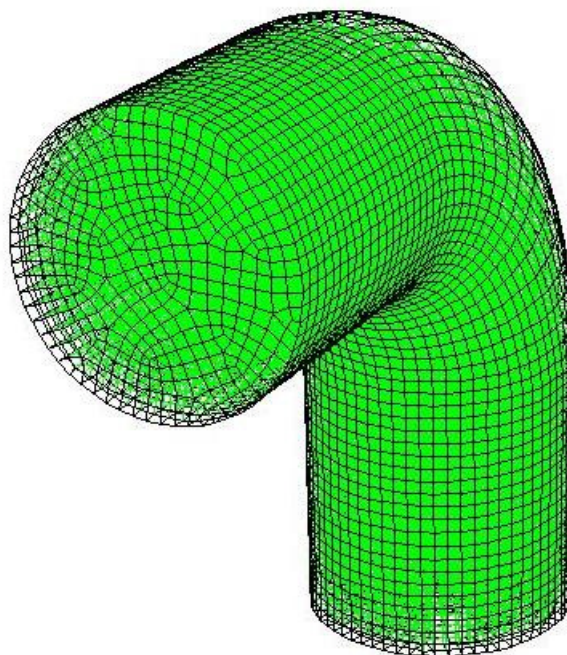
6.3 Obliczenia numeryczne

Do rozwiązywania zagadnienia przepływu czynnika przez przewód, a następnie do modelowania działania przepływomierza wykorzystany został pakiet programów FLUENT 6.1. Obliczenia wykonywane za pomocą pakietu FLUENT bazują na metodzie objętości skończonych. Metoda ta dopuszcza wykorzystanie niestukturalnych siatek obliczeniowych. Możliwe jest także przeprowadzenie obliczeń w oparciu o siatki o strukturze blokowej. FLUENT może wykonywać obliczenia w oparciu o dyskretyzację skonstruowaną z elementów trójkątnych i/lub czworokątnych (2D) oraz elementów czworościennych, sześciennych i pryzmatycznych lub ich kombinacji, w 3D. Ta różnorodność pozwala dostosować topologię siatki do rozwiązywanego zagadnienia[8],[28]. Wykorzystywana przez FLUENT metoda objętości skończonych[59] polega na przecałkowaniu równań opisujących zagadnienie po każdym elemencie (objętości kontrolnej) w wyniku czego otrzymuje się równania dyskretne spełniające prawa zachowania w obrębie elementu. Pakiet ten umożliwia prowadzenie obliczeń z uwzględnieniem lepkości, ściśliwości płynu, turbulencji oraz tworzenie siatki przestrzennej w postaci czworościanów lub sześciannów, dostosowanej do skomplikowania geometrii rozważanego zagadnienia. Program dopuszcza podawanie warunków brzegowych na wlocie i wylocie, zarówno w formie rozkładu prędkości, jak i wartości ciśnienia.

Rysunek 6.3.1 przedstawia fragment siatki wygenerowanej w programie GAMBIT, siatka ta zbudowana jest z elementów sześciennych i stanowi podstawę na której zostały przeprowadzone obliczenia numeryczne.

W procesie symulacji występują następujące etapy: sformułowanie modelu matematycznego, generacja siatki obliczeniowej, wprowadzenie danych, rozwiązanie problemu przy pomocy solvera i opracowanie wyników (postprocessing). Pierwszym krokiem jest zdefiniowanie modelu geometrycznego i wygenerowanie siatki obliczeniowej. Model geometryczny został zbudowany przez zdefiniowanie kolejnych punktów geometrycznych modelu trójwymiarowego, a następnie połączony liniami o określonym kształcie. Powierzchnie brył są zdefiniowane jako kombinacje krzywych. Na podstawie wprowadzonego opisu kształtu geometrycznego (poprzez powierzchnie) generowana jest siatka obliczeniowa której gęstość jest większa w rejonach większych gradientów parametrów charakteryzujących przepływ. Po zdefiniowaniu geometrii i siatki obliczeniowej, podane

zostały warunki brzegowe. następnie został opisany proces przez określenie równań modelu matematycznego i wybór metody ich rozwiązania.



Rysunek 6.3.1. Fragment siatki obliczeniowej.

Rozwiązanie problemu sprowadza się do przekształcenia równań różniczkowych cząstkowych w równania algebraiczne lub równania różniczkowe zwyczajne. Równania te są rozwiązywane przy pomocy solvera z dokładnością domyślną i przyjętą na poziomie 0.1 % - błąd względny dla zmiennej wzięty z poprzedniej i aktualnej iteracji.

6.4 Wyniki obliczeń numerycznych

Na rysunkach 6.4.1-6.4.7 przedstawiono rozkłady prędkości wzdłuż osi pomiaru ciśnienia w płaszczyźnie zgięcia przewodu, w zależności od liczby Reynoldsa oraz parametru ε .

Na podstawie przedstawionych wykresów rozkładu prędkości dla różnych wartości liczby Re charakteryzującej przepływ oraz dla różnych wartości bezwymiarowego współczynnika kształtu ε wynika iż dla ε (1,5 - 4) oraz liczb Reynoldsa w przedziale (3900-39000) co odpowiada zakresowi prędkości 0,5 - 2 m/s profil prędkości można aproksymować linią prostą, we wszystkich analizowanych przypadkach maksymalna wartość prędkości występuje w pobliżu wewnętrznej krzywizny przepływomierza kolanowego.

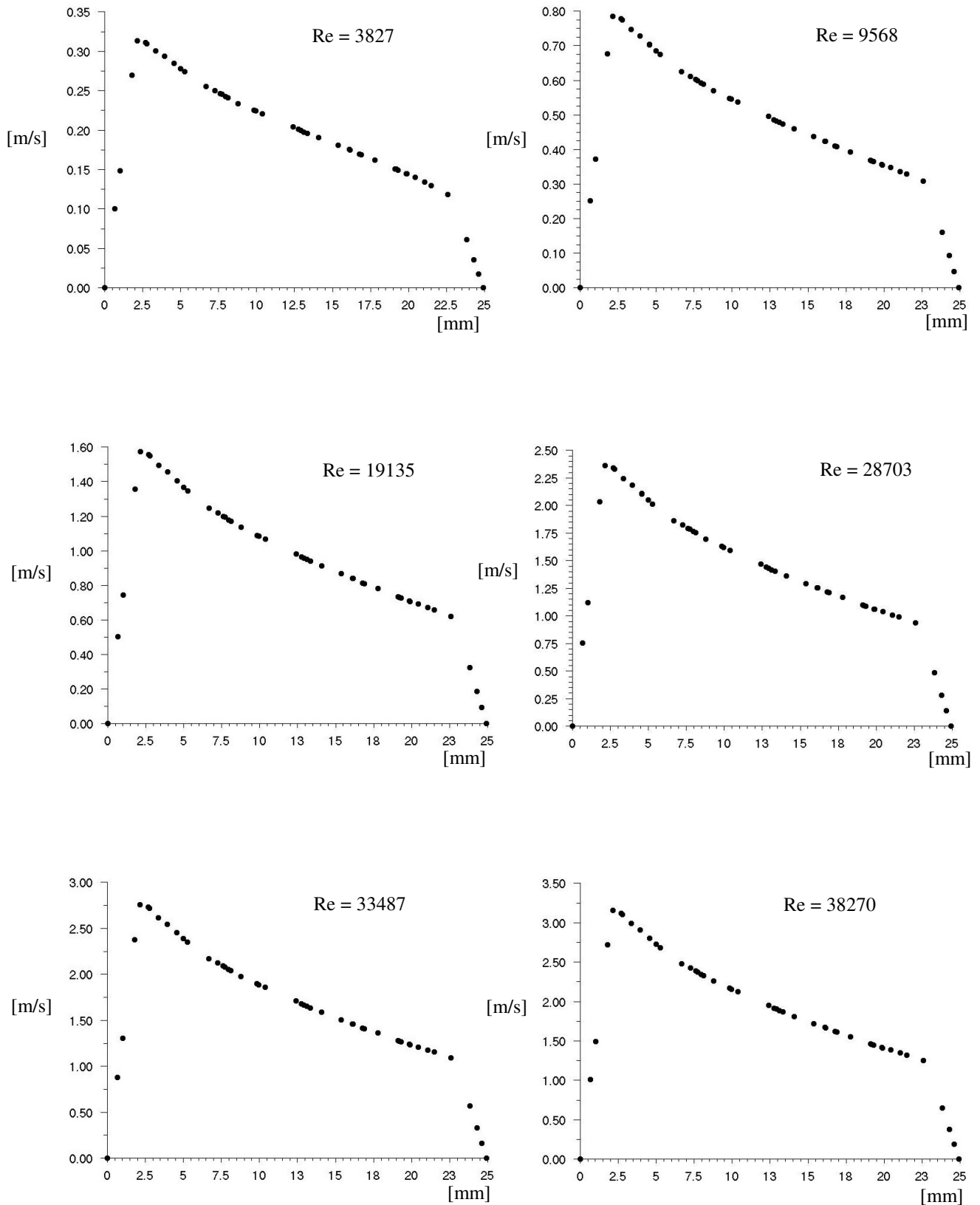
Natomiast dla ε (4-6) krzywa rozkładu prędkości w tym samym zakresie liczb Reynoldsa jest lekko wypukła w części środkowej.

Rysunek 6.4.8 i 6.4.9 przedstawiają odpowiednio rozkład prędkości i pole wektorowe prędkości w przekroju osiowym gdzie można zaobserwować obszary występowania prędkości maksymalnej w pobliżu ściany wewnętrznej krzywizny kolana, przy czym ze wzrostem wartości R/r następuje zmniejszanie różnicy w wartościach prędkości wzdłuż osi pomiarowej. Co potwierdza się w wynikach przedstawionych na rysunkach 6.4.1-6.4.7.

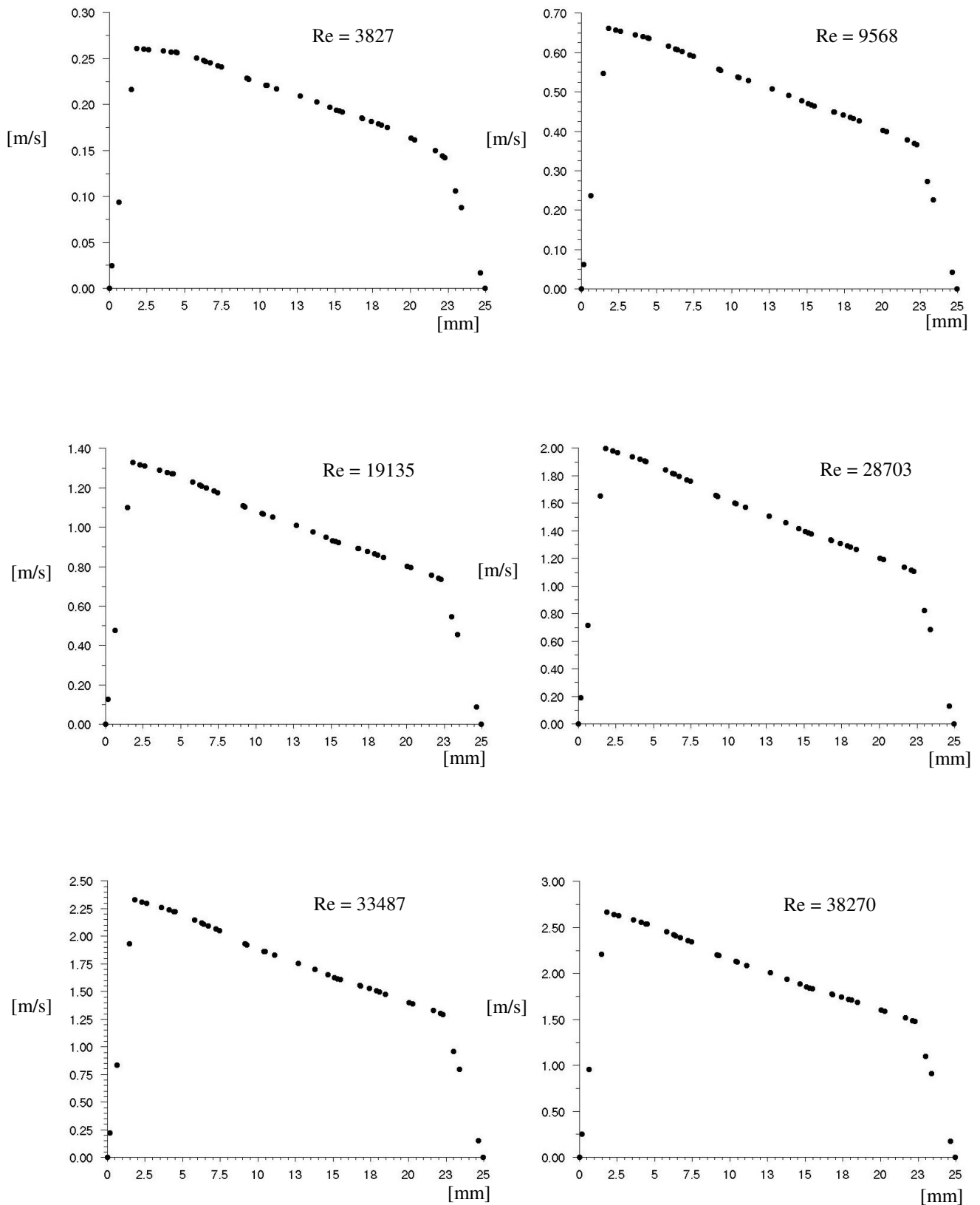
Rozkłady prędkości otrzymane drogą symulacji komputerowej w pełni potwierdzają słuszność przyjętego profilu prędkości określonego równaniem (5.5) na podstawie którego teoretyczna wartość strumienia objętości płynu przez przepływomierz kolanowy opisany jest równaniem (5.12).

Rysunki 6.4.10-6.4.11 przedstawiają porównanie rozkładu ciśnienia w przekroju osiowym przepływomierza, przy przepływie nie zaburzonym i przy zaburzeniu szczeliną łączeniową dla różnych wartości R/r . Uzyskane wyniki symulacji pozwalają na określenie obszarów występowania największych różnic ciśnienia co potwierdza słuszność przyjęcia osi pomiarowej w środku krzywizny.

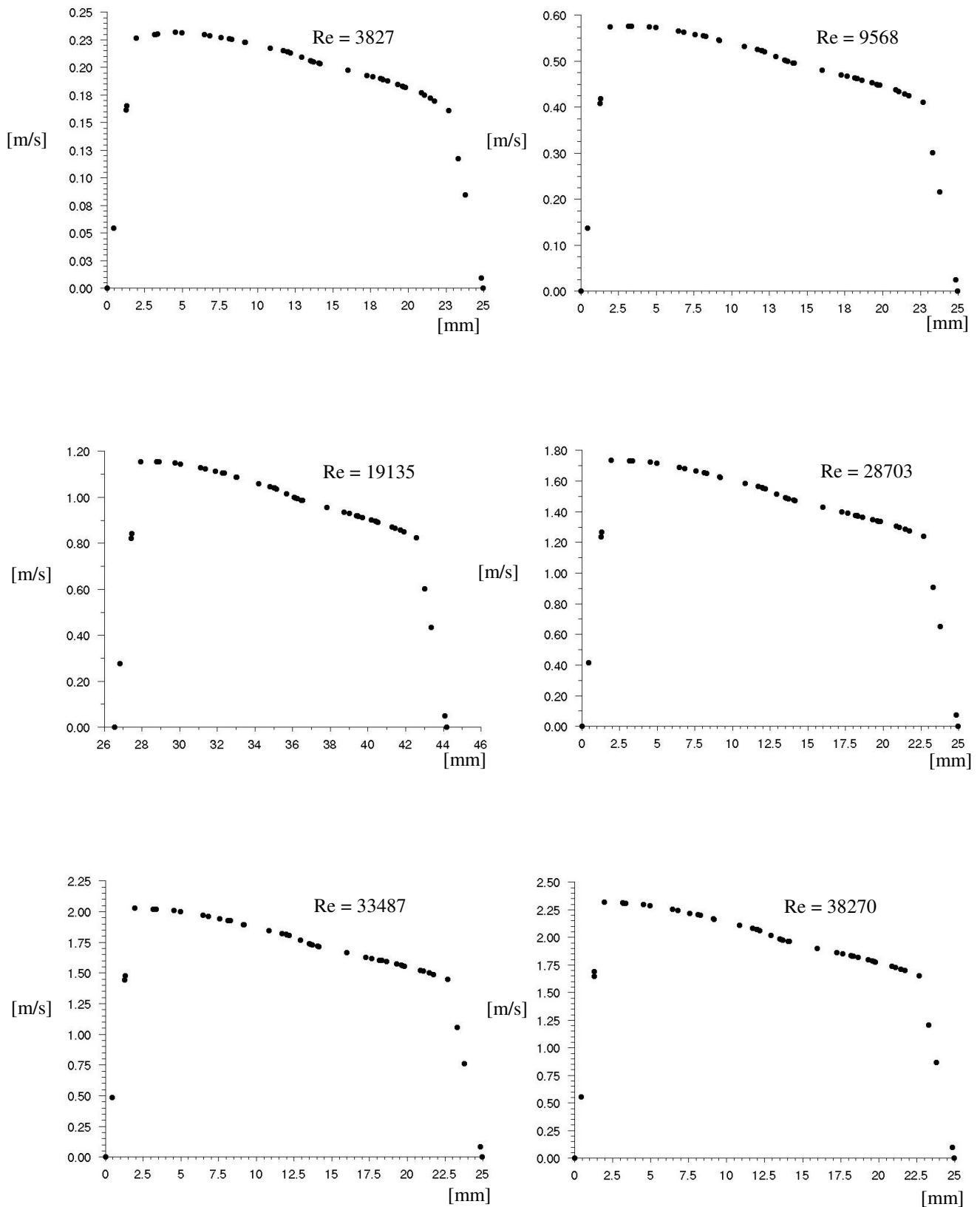
Na rysunku 6.4.12 przedstawiono porównanie rozkładów prędkości w płaszczyźnie pomiarowej dla przepływu nie zaburzonego jak i zaburzonego szczeliną połączeniową przepływomierza kolanowego z przewodem doprowadzającym jak i odprowadzającym, przedstawione wyniki wskazują na znikomy wpływ szczeliny połączeniowej na rozkład prędkości, co pozwala na wykorzystanie tego samego modelu profilu prędkości (5.5), niezależnie od zastosowanego sposobu montażu kolana (występowanie szczeliny lub jej brak).



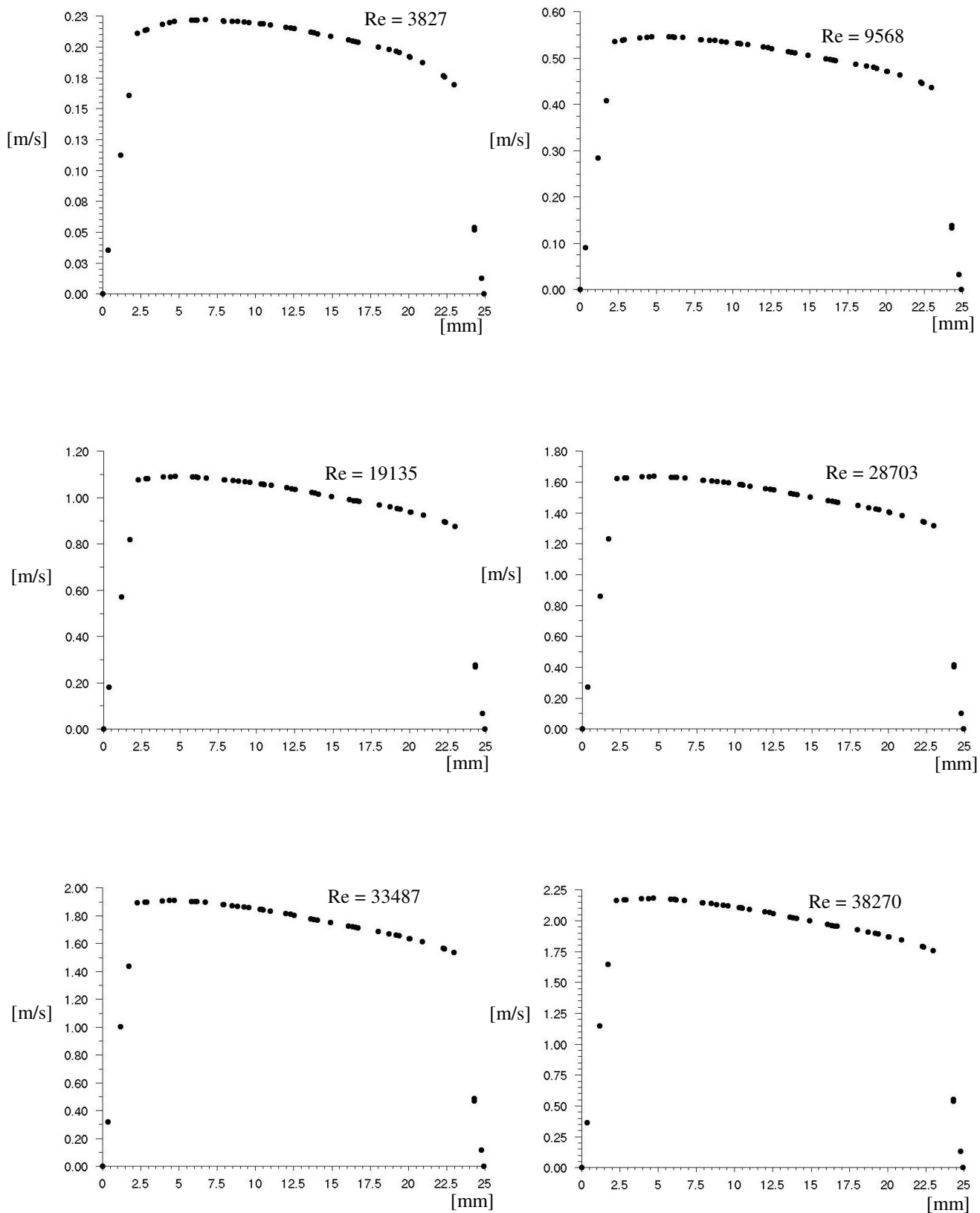
Rysunek 6.4.1. Rozkład prędkości w osi pomiarowej krzywizny dla $R/r = 1,5$



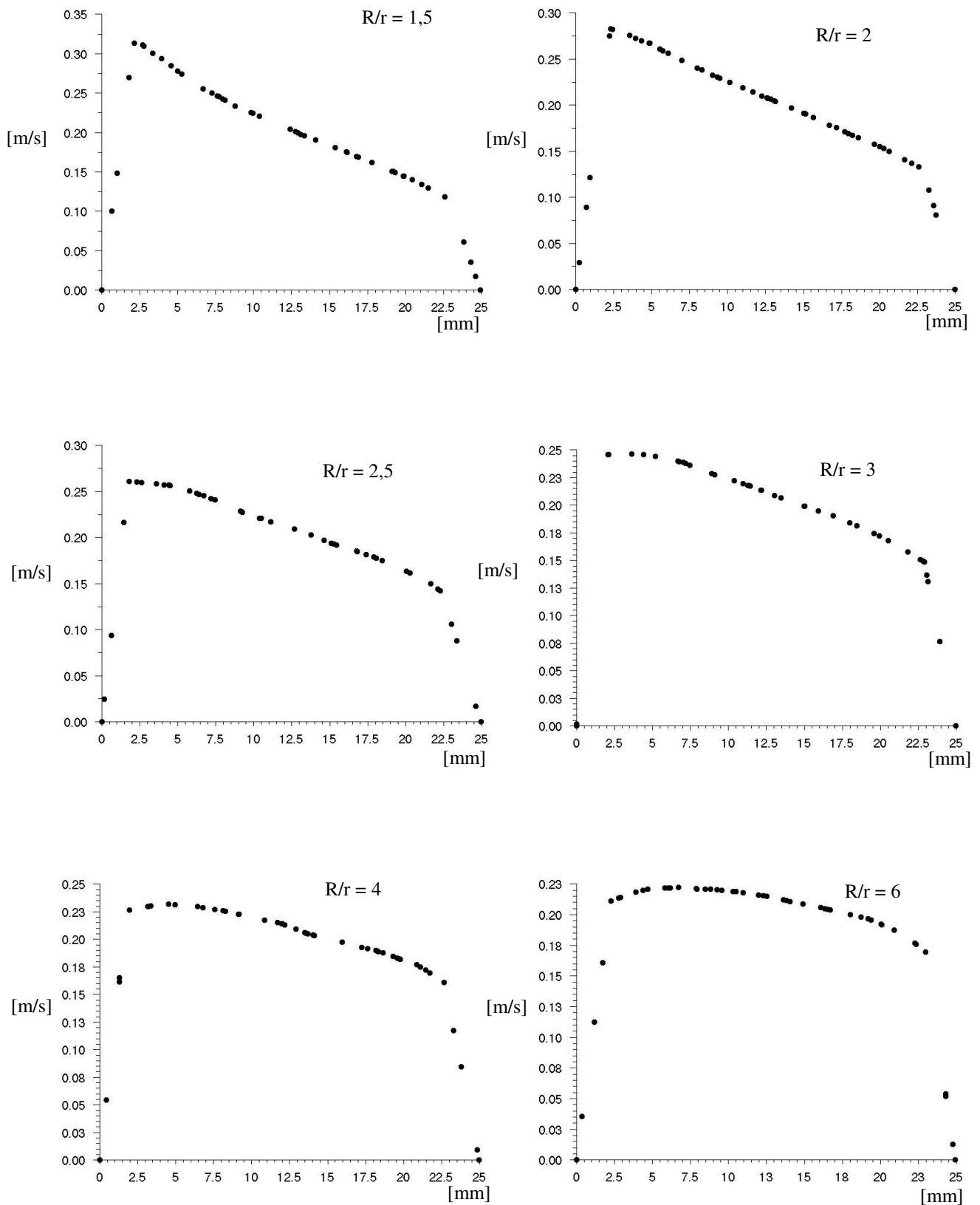
Rysunek 6.4.2. Rozkład prędkości w osi pomiarowej krzywizny dla $R/r = 2,5$



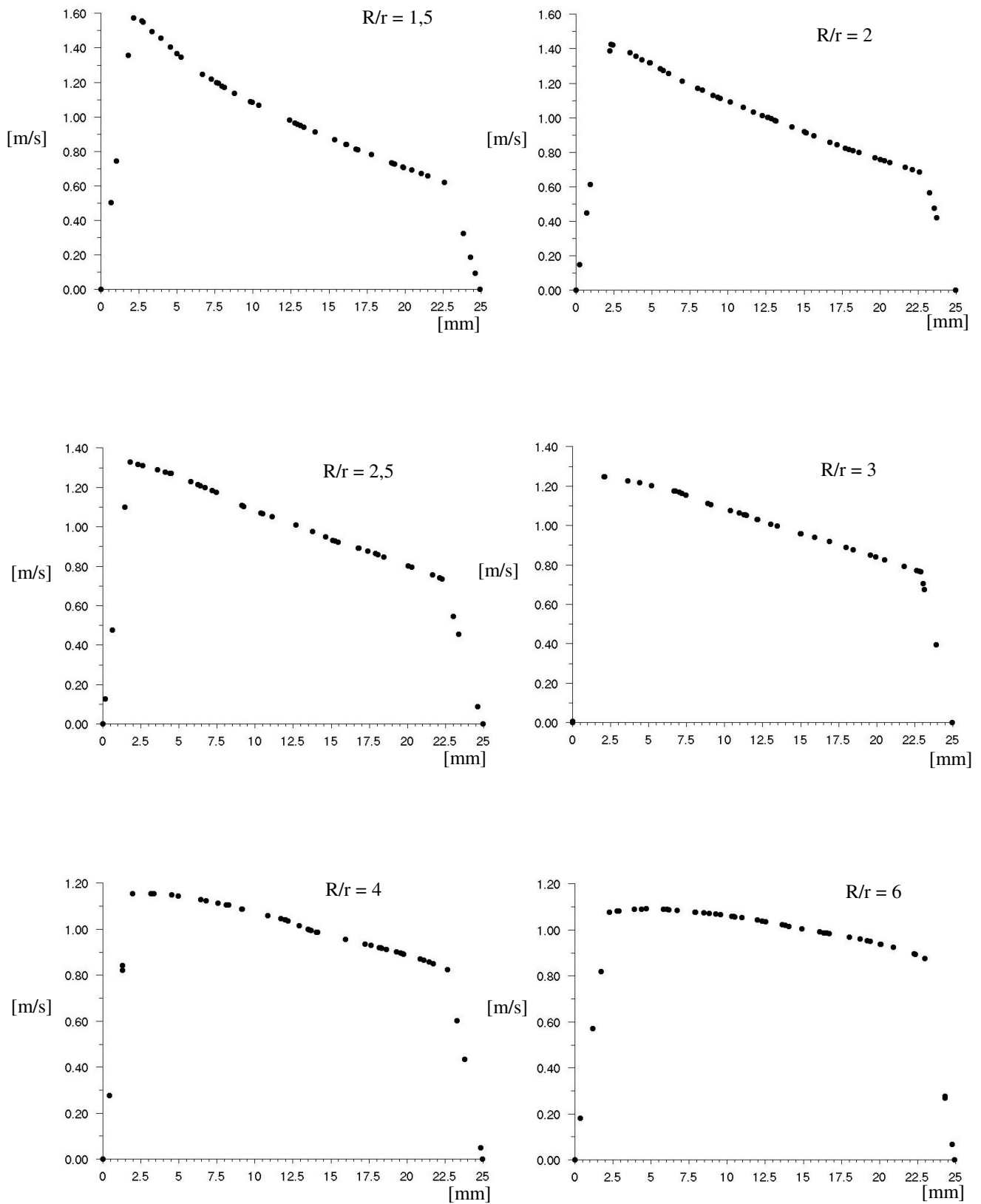
Rysunek 6.4.3. Rozkład prędkości w osi pomiarowej krzywizny dla $R/r = 4$



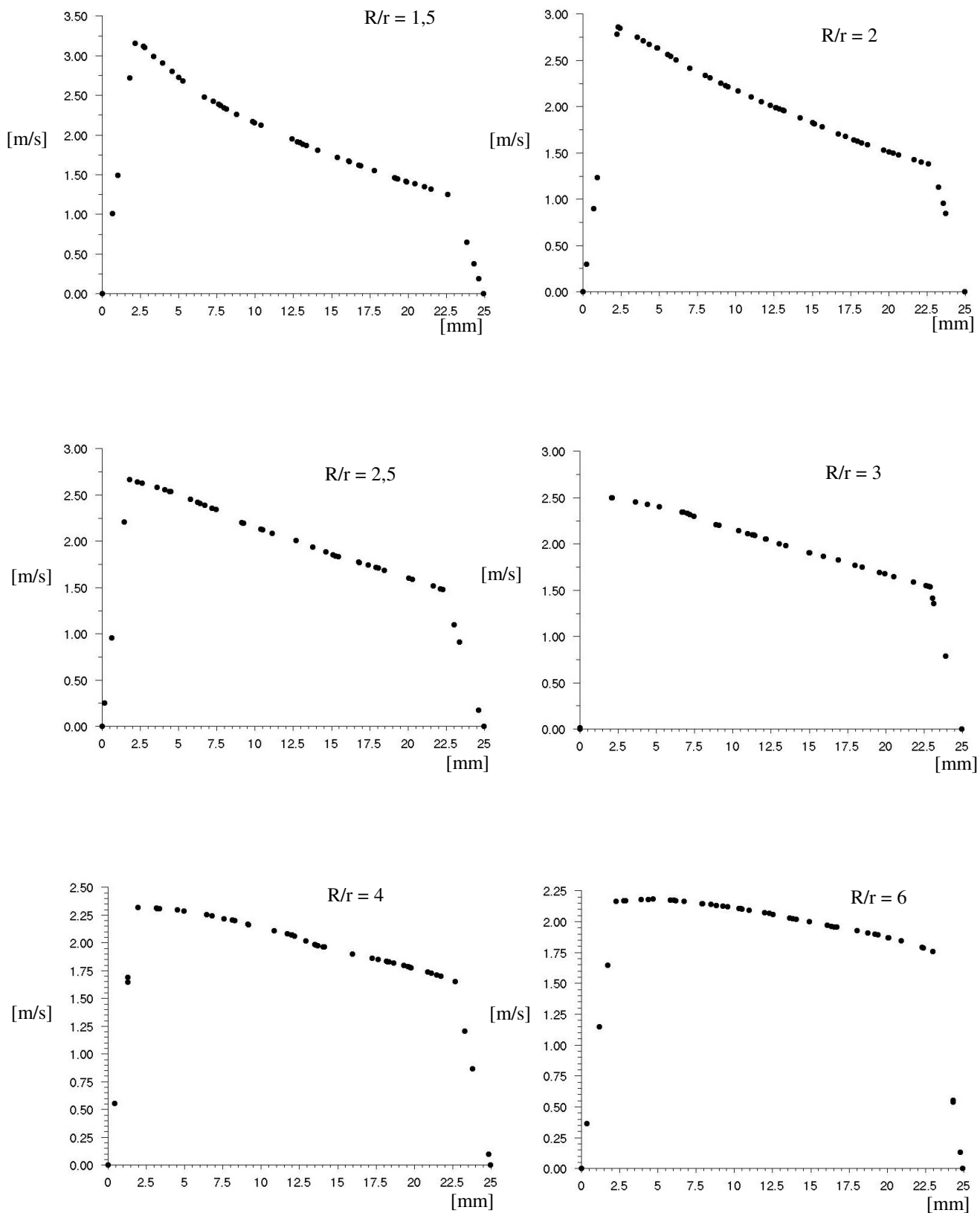
Rysunek 6.4.4. Rozkład prędkości w osi pomiarowej krzywizny dla $R/r = 6$



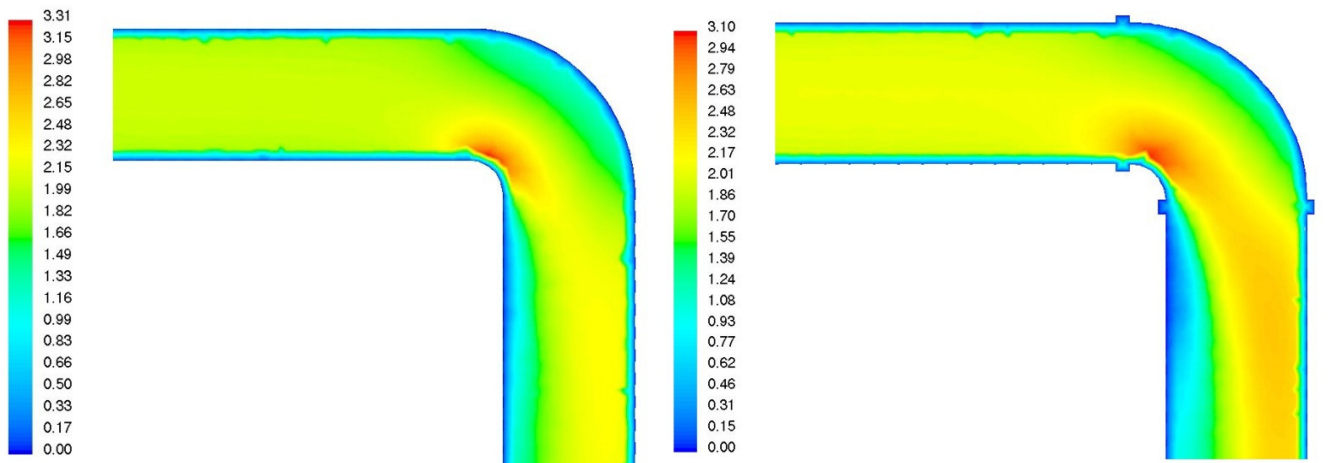
Rysunek 6.4.5. Rozkład prędkości w osi pomiarowej krzywizny dla $Re = 3827$



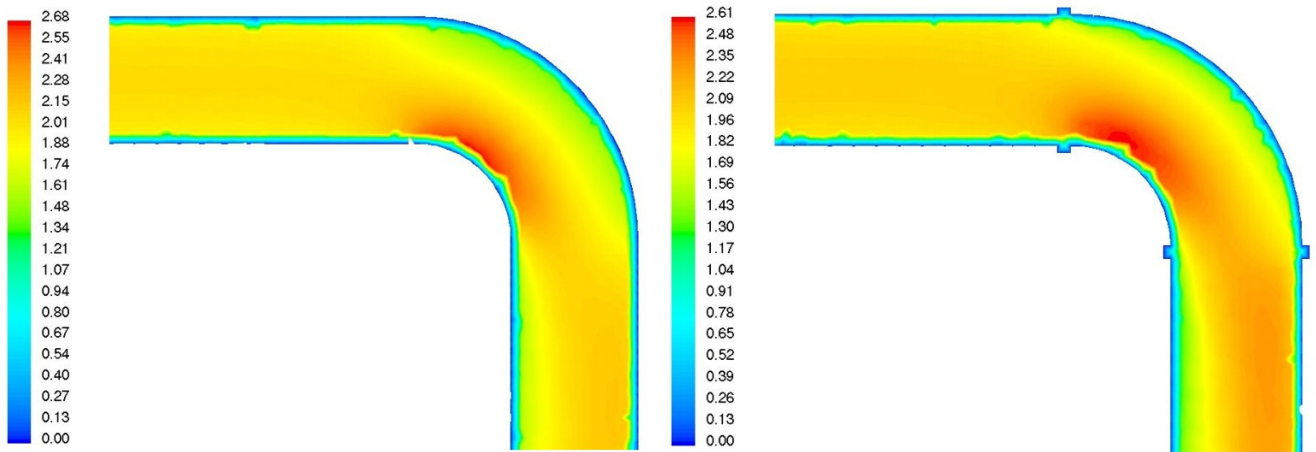
Rysunek 1 6.4.6. Rozkład prędkości w osi pomiarowej krzywizny dla $Re = 19135$



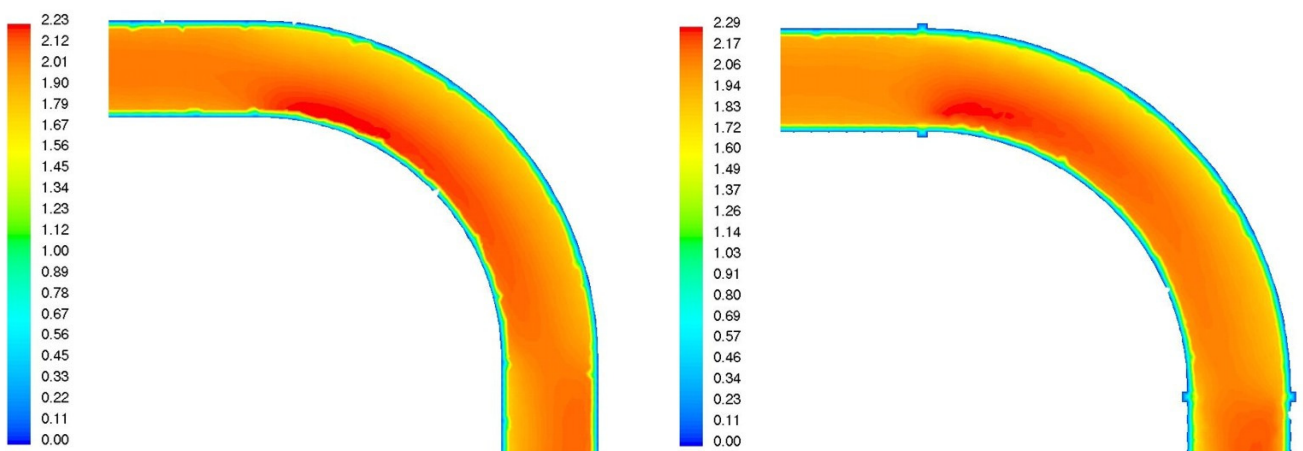
Rysunek 6.4.7. Rozkład prędkości w osi pomiarowej krzywizny dla $Re = 38270$



$R/r = 1,5$

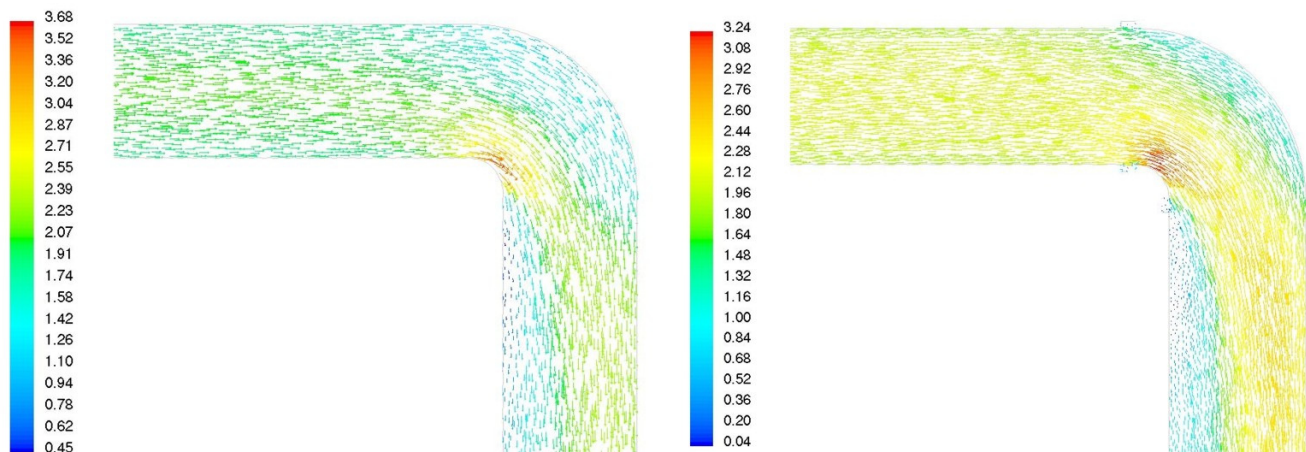


$R/r = 2,5$

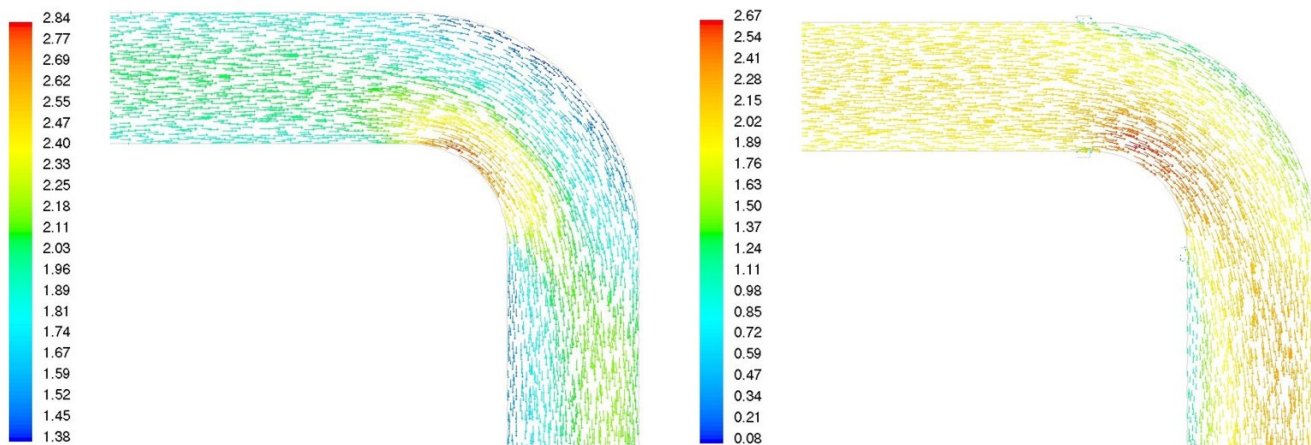


$R/r = 6$

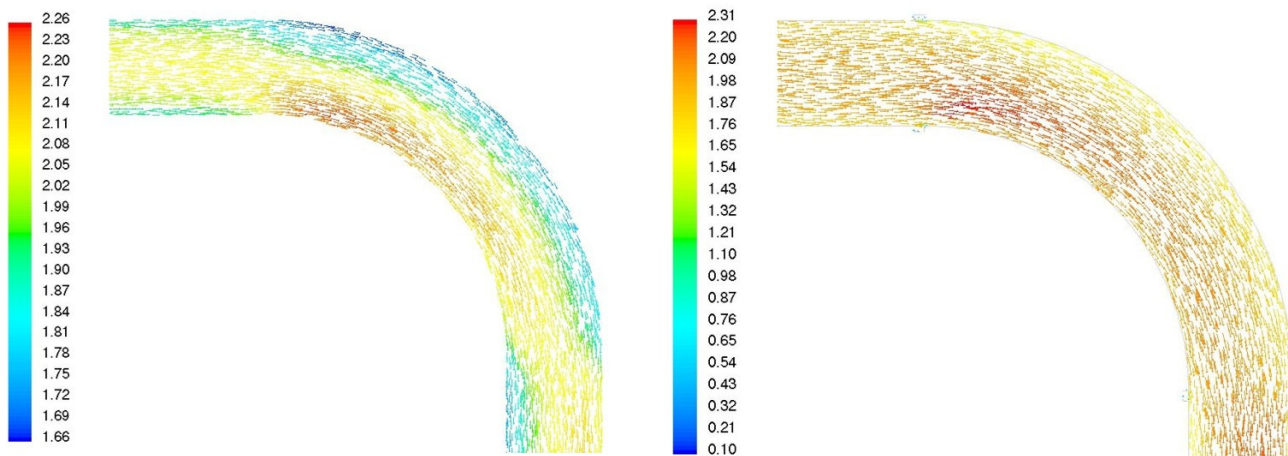
Rysunek 6.4.8. Rozkład prędkości w przekroju osiowym przepływomierza dla $Re = 38270$



$R/r = 1,5$

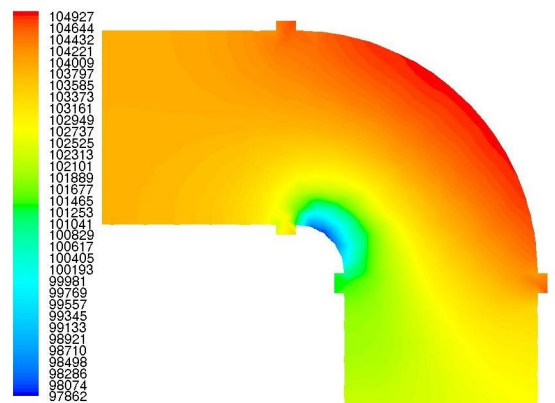
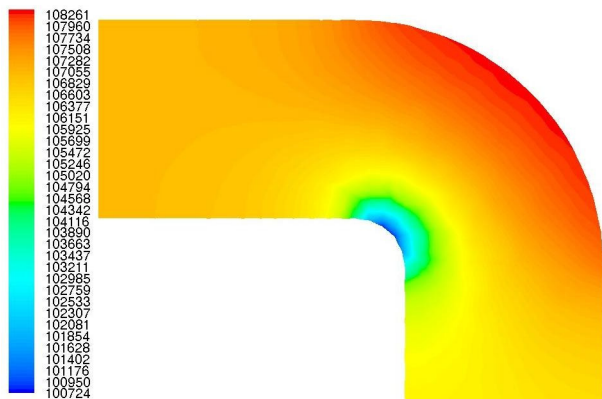


$R/r = 2,5$

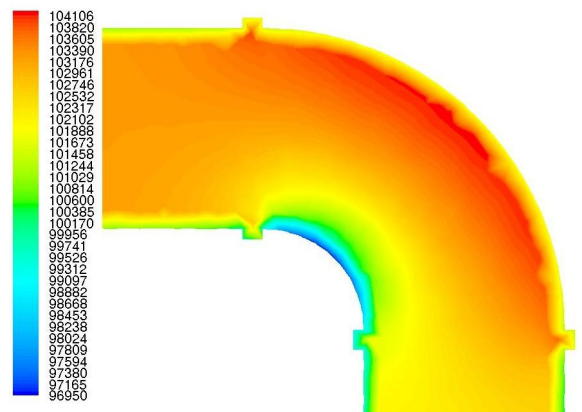
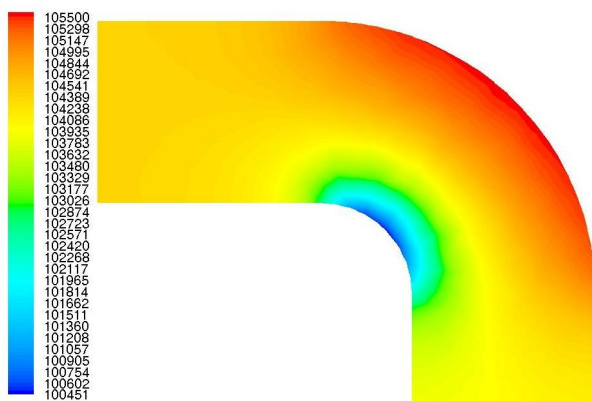


$R/r = 6$

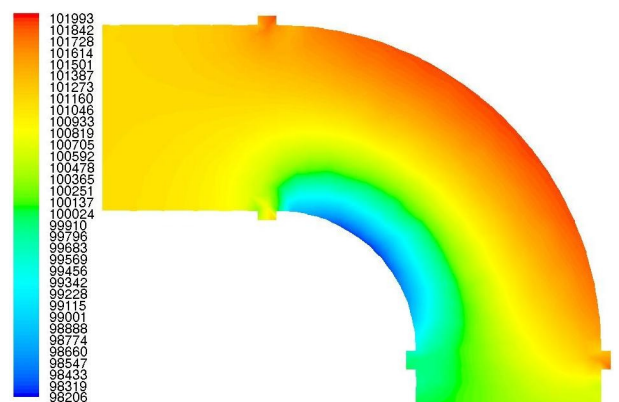
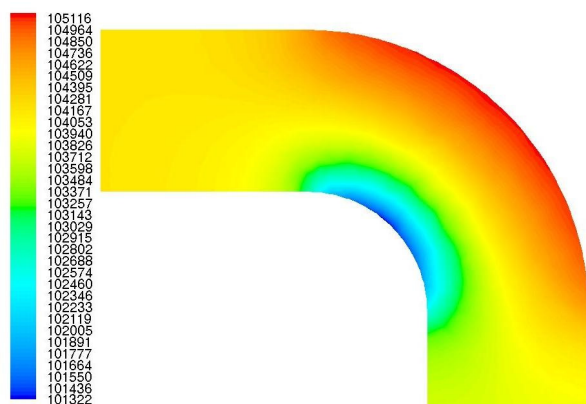
Rysunek 6.4.9. Pole wektorowe prędkości w przekroju osiowym przepływomierza dla $Re = 38270$



R/r = 1,5

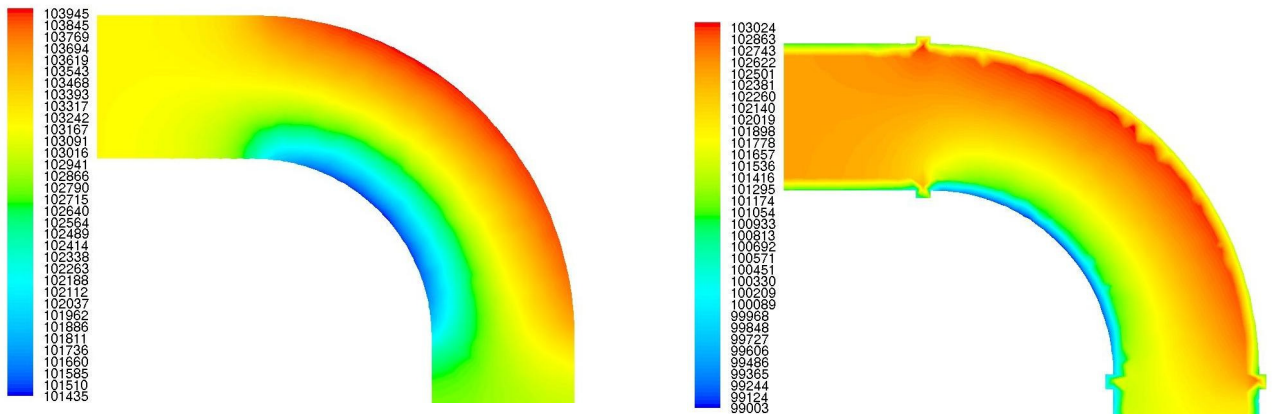


R/r = 2

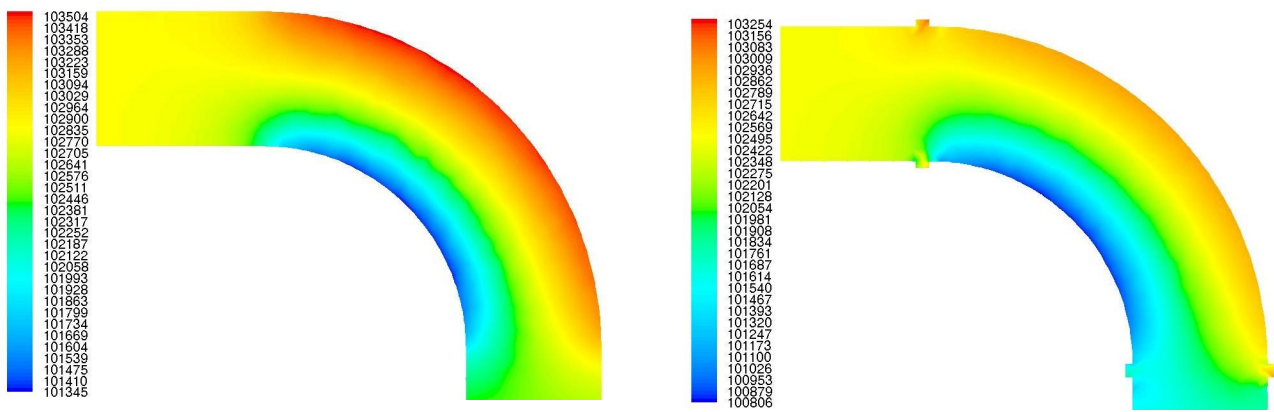


R/r = 2,5

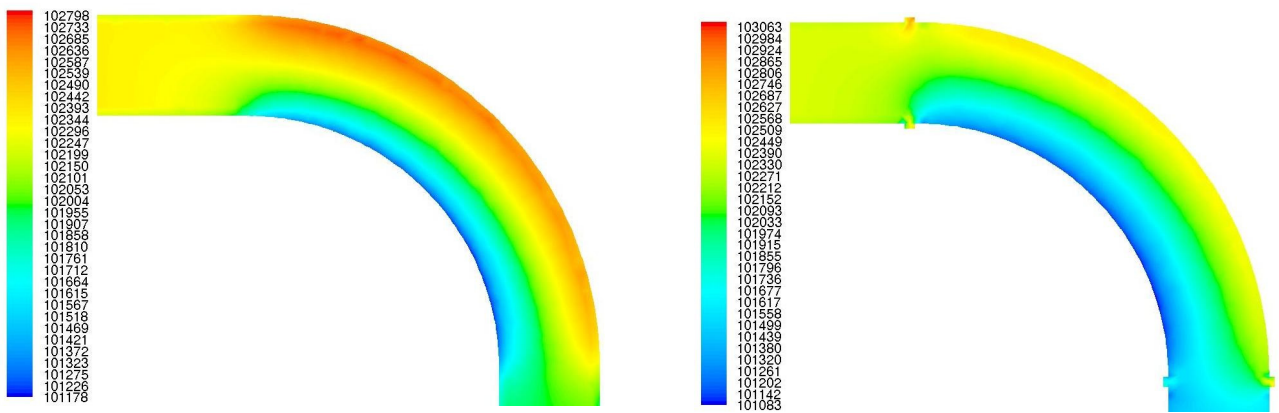
Rysunek 6.4.10. Rozkład ciśnienia w przekroju osiowym przepływomierza dla $Re = 38270$



R/r = 3,5

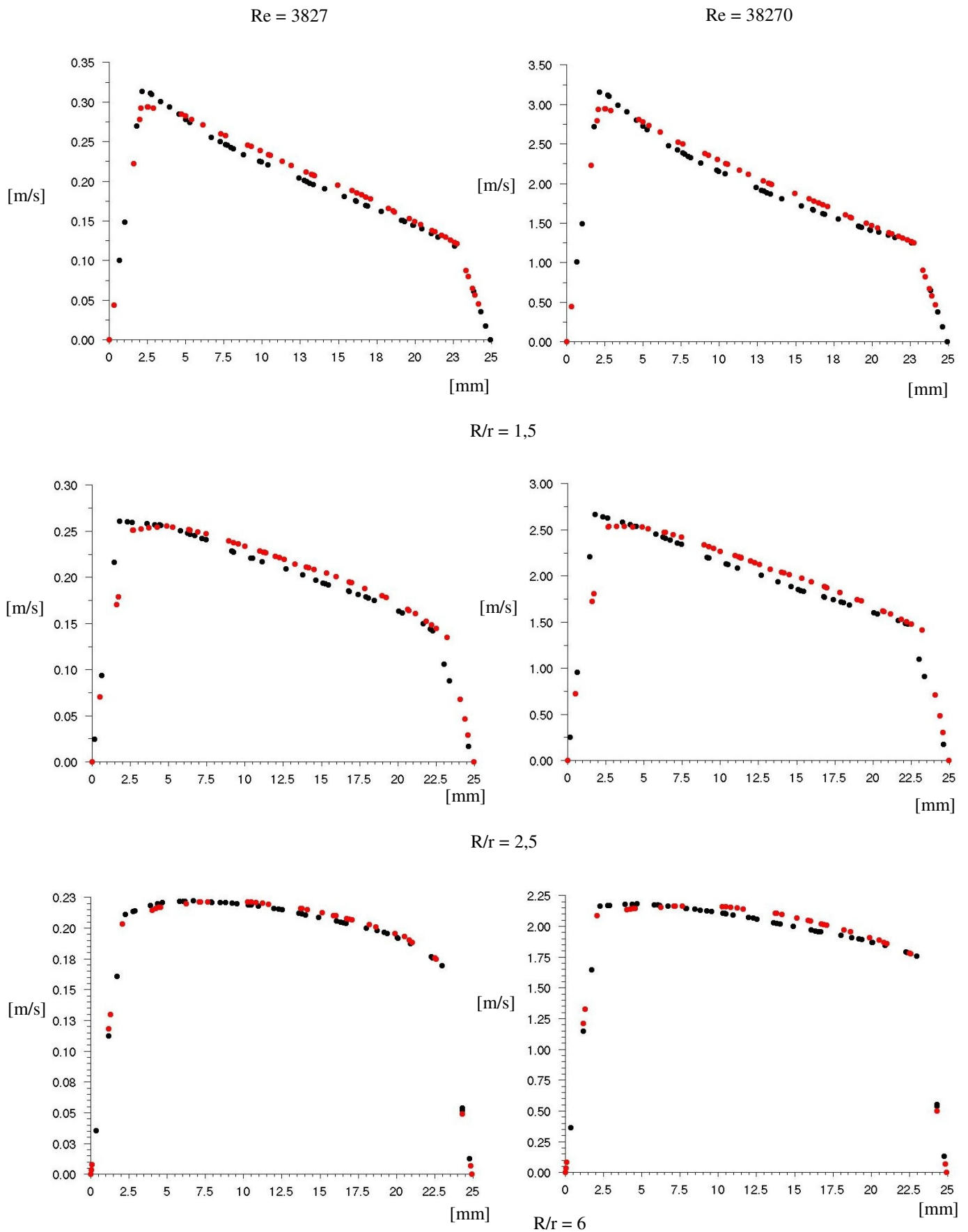


R/r = 4



R/r = 6

Rysunek 6.4.11. Rozkład ciśnienia w przekroju osiowym przepływomierza dla $Re = 38270$



Rysunek 6.4.12. Porównanie rozkładu prędkości w osi pomiarowej dla przepływu bez zaburzenia i zaburzonego szczeliną łączeniową.

6.5 Porównanie wyników obliczeń numerycznych i badań eksperymentalnych

Ze względu na dostępność wielu modeli turbulencji jak i metod rozwiązywania równań modelu przepływu, nie bez znaczenia jest wybór odpowiedniej metody analizy dla rozpatrywanego zagadnienia. Wykorzystanie w obliczeniach symulacyjnych nieodpowiedniej metody może przyczynić się do powstania dużych rozbieżności w odniesieniu do wyników badań eksperymentalnych. Przyczyną powstania znaczących różnic w wynikach może być zastosowanie nieodpowiednich modeli turbulencji które charakteryzują się znacznymi uproszczeniami w opisie zjawisk głównie w warstwie przyściennej, znaczący wpływ na uzyskane rezultaty ma również odpowiednie określenie warunków brzegowych oraz dyskretyzacja obszaru obliczeniowego.

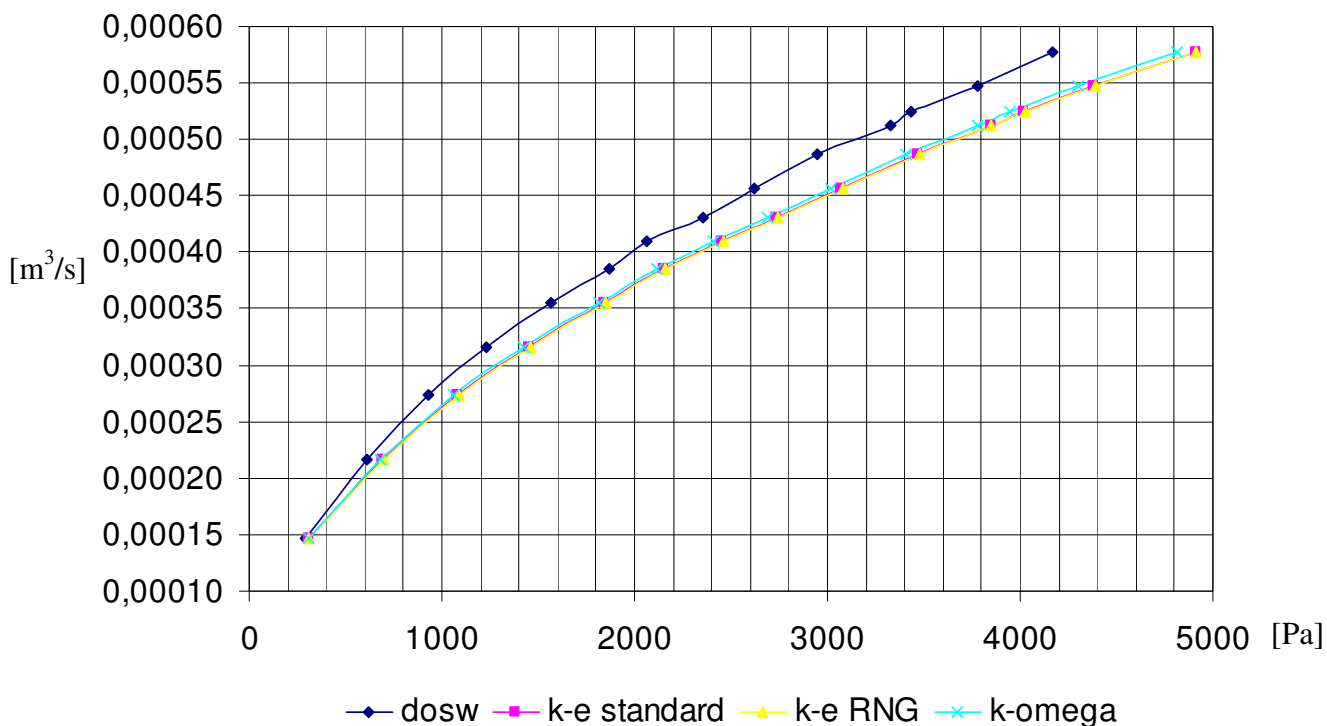
Ogólne reguły dotyczące stosowalności odpowiednich modeli turbulencji jak i parametrów jakie musi spełniać dyskretyzacja obszaru obliczeniowego przedstawione są w dokumentacji oprogramowania[14],[15]. Jednak mimo spełnienia odpowiednich warunków analizowane zjawisko może charakteryzować się odmiennym przebiegiem, szczególnie w miejscach występowania znacznych zmian parametrów charakteryzujących dany proces fizyczny[20].

Podstawową metodą weryfikacji poprawności przeprowadzenia badań symulacyjnych jest porównanie uzyskanych wyników z rezultatami otrzymanymi na drodze doświadczalnej, przy czym badania eksperymentalne powinny być przeprowadzone w ustalonych warunkach przepływowych zgodnych z założeniami teoretycznymi.

W celu weryfikacji uzyskanych wyników na drodze symulacji oraz ewentualnej modyfikacji parametrów obliczeń numerycznych przeprowadzona została seria badań symulacyjnych przepływomierzy kolanowych o parametrach geometrycznych i przy warunkach brzegowych odpowiadających warunkom doświadczeń laboratoryjnych.

Przy założonych wartościach liczb Reynoldsa zgodnych z wartościami z doświadczeń zostały wyznaczone różnice ciśnień w miejscach odpowiadających punktom usytuowania otworów piezometrycznych, a następnie uzyskane wartości zostały porównane z rezultatami doświadczeń.

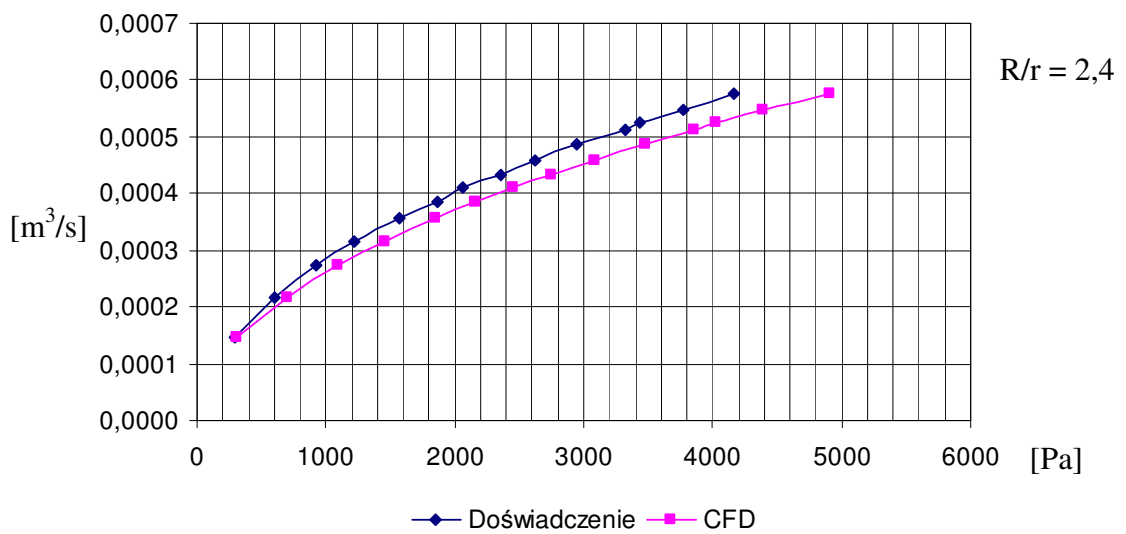
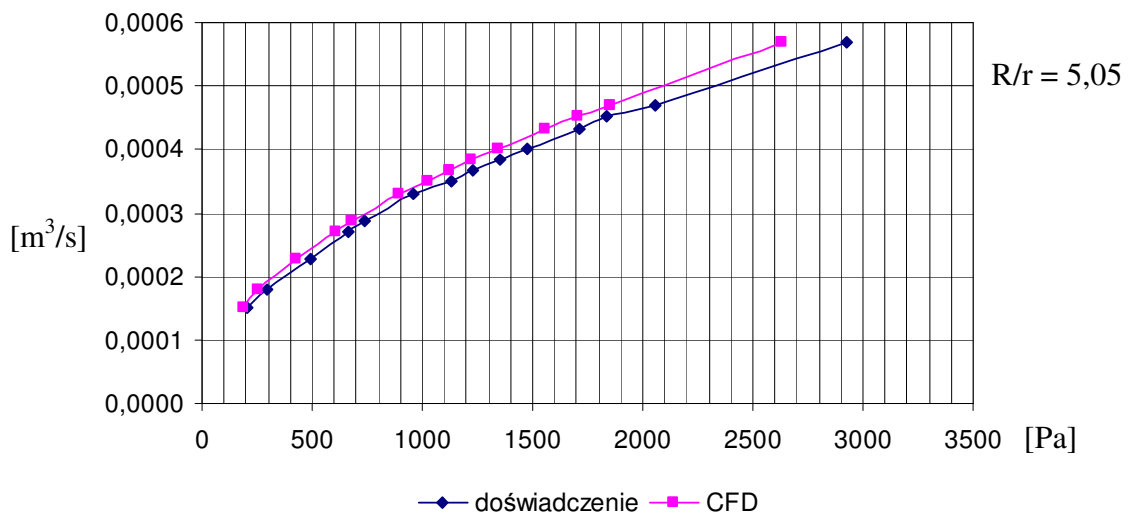
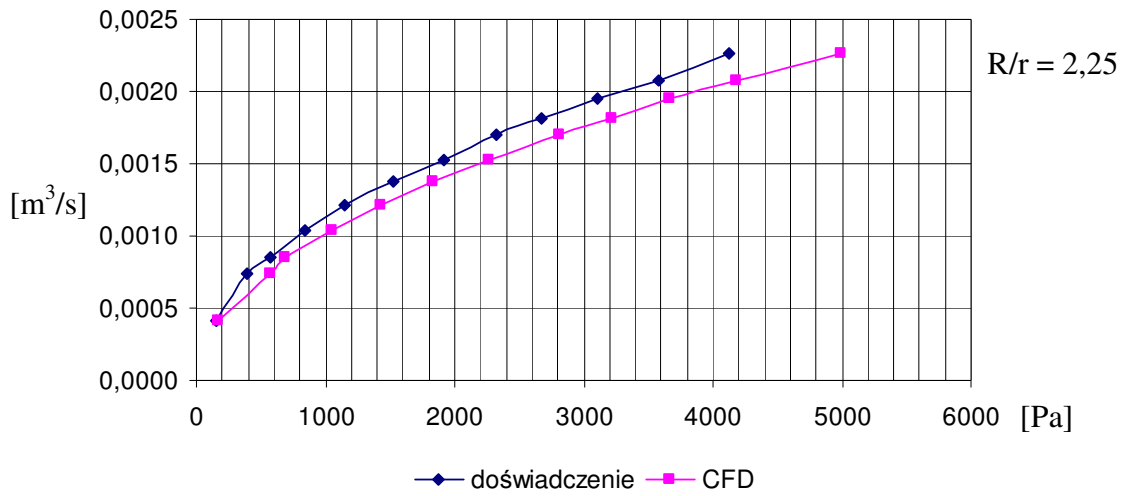
Pierwszym etapem była weryfikacja wybranego modelu turbulencji i jego wpływ na uzyskane wyniki, porównanie rezultatów badań symulacyjnych i doświadczalnych przedstawione jest na rysunku nr 6.5.1



Rys. 6.5.1 Porównanie wybranych modeli turbulencji dla kolana o $\varepsilon = 5,05$

Jak przedstawia rysunek 6.5.1 różnice w wynikach uzyskanych dla różnych modeli turbulencji dostępnych w pakiecie Fluent mieszczą się granicach 1% dla określonych warunków przepływowych, stąd wniosek że zmiana modelu turbulencji ma nieznaczny wpływ na uzyskane wartości różnicy ciśnienia.

Przedstawione na rysunku 6.5.2 porównanie rezultatów doświadczeń z wynikami symulacji dla trzech wybranych elementów, wskazują na dużą zgodność, gdyż różnice w wynikach mieszczą się w zakresie 5-8% stąd należy wnioskować że metody symulacyjne mogą posłużyć do opisu oraz wstępnej charakterystyki badanych przepływomierzy kolanowych.

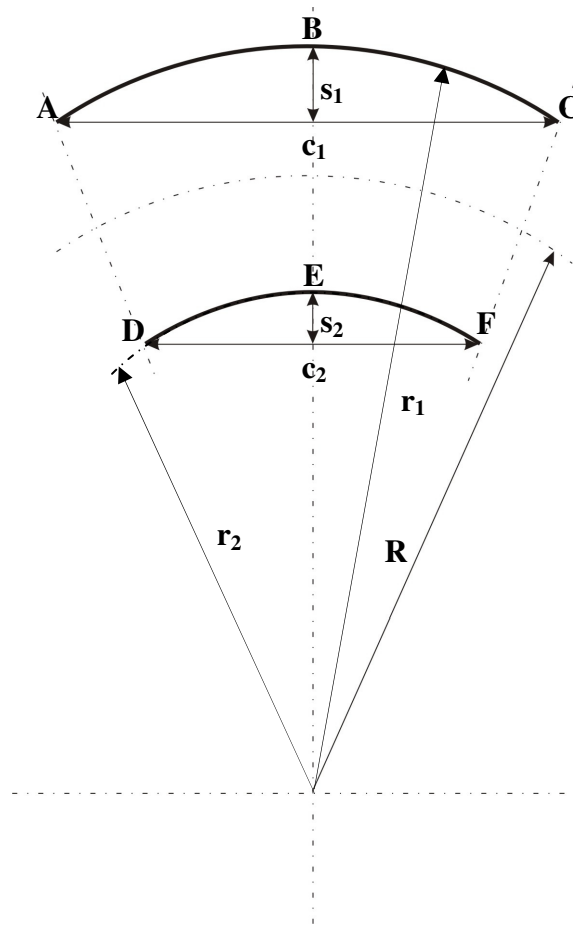


Rys. 6.5.2 Porównanie rezultatów doświadczeń i wyników uzyskanych drogą modelowania CFD

7. Badania doświadczalne

7.1 Pomiar promienia krzywizny

Jednym z podstawowych parametrów geometrycznych analizowanego przepływomierza jest promień krzywizny -R, gdyż ma decydujący wpływ na uzyskiwane wartości spiętrzeń dla odpowiadających im strumieni przepływu. Parametr R przy uwzględnieniu promienia przewodu stanowi wyróżnik charakteryzujący dany przepływomierz kolanowy. Stąd wynika konieczność wyznaczenia dokładnej wartości R.



Rys.7. 1 Schemat reprezentujący cięciwy c_i oraz strzałki s_i łuków: zewnętrznego ABC i wewnętrznego DEF o promieniach r_i

Promień krzywizny przewodu R został wyznaczony metodą pośrednią poprzez pomiar cięciw c_1 i c_2 oraz odpowiadających im strzałek s_1 i s_2 odpowiednio dla łuku zewnętrznego oraz wewnętrznego (rys 7.1). Wartość Promienia R określona jest z zależności[46]:

$$r_i = \frac{c_i^2}{8s_i} + \frac{s_i}{2} \quad (7.1)$$

$$R = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{(s_1 + s_2) \cdot (c_1^2 + c_2^2 + 4s_1s_2)}{16s_1s_2} \quad (7.2)$$

Pomiar wielkości c_i oraz s_i został przeprowadzony przy wykorzystaniu urządzenia pomiarowego trójkoordynatowego „pmm - C1000” firmy Brown & Sharpe Germany[21], pozwalającej na pomiar wielkości geometrycznych z dokładnością do 0,15 μm . Pomiar sprowadza się do określenia współrzędnych punktów charakteryzujących geometrię na powierzchni badanego obiektu.

Każdy z elementów kolanowych wykorzystanych w doświadczeniach został poddany pomiarowi promienia krzywizny R . Pomiar polegał na umieszczeniu oraz przytwierdzeniu badanego kolana na stole pomiarowym urządzenia, gdzie zgodnie z rysunkiem 7.1 określone zostały współrzędne punktów A, B, C, D, E, F, co pozwoliło na wyznaczenie wartości cięciw c_i oraz strzałek s_i krzywizn zewnętrznej i wewnętrznej badanego kolana a następnie w oparciu o równania (7.1) oraz (7.2) wyznaczone zostały parametry r_i oraz R . Obliczenia przeprowadzone zostały przy wykorzystaniu oprogramowania „quindos” firmy Brown & Sharpe Germany charakteryzującego się intuicyjnym interfejsem, automatyzującego proces wyznaczania wartości R . Oprogramowanie to stanowi element wyposażenia dodatkowego układu pomiarowego urządzenia trójkoordynatowego.

Przy czym przyjęto że dokładność wyznaczenia wielkości geometrycznych ze względu na występujące odchylenia od profilu elementu można przyjąć na poziomie 0,01 mm. Uzyskane wyniki końcowe przedstawia tabela 7.1.

Nr	R	r	R/r
1	31,71	14,08	2,25
2	32,05	6,35	5,05
3	42,87	17,99	2,38
4	25,89	11,09	2,33
5	17,19	9,99	1,72
6	32,16	10,99	2,93
7	38,69	14,24	2,72
8	28,24	8,58	3,29
9	77,86	11,00	7,08
10	22,6	14,60	1,55
11	48,04	20,00	2,40
12	30,08	12,51	2,40
13	19,92	9,55	2,09
14	19,84	12,51	1,59
15	29,46	9,51	3,10

Tab.7.1 Wartości parametrów geometrycznych badanych przepływomierzy [mm].

7.2 Stanowisko pomiarowe

Badania doświadczalne przepływomierzy kolanowych przeprowadzono na specjalnie do tego celu przystosowanym stanowisku. Schemat stanowiska przedstawiony jest na rys. 7.2. Widok ogólny stanowiska pokazano na rys. 7.3.

Ze zbiornika woda przetłaczana była pompą wirową przez odcinek pomiarowy z wbudowaną kryzą pomiarową, zaworem regulacyjnym i wzorcowanym przepływomierzem kolanowym oraz zawór przelewowy do zbiornika umieszczonego na wadze, bądź do zbiornika wodnego w zależności od położenia zaworu przelewowego.

Rozmieszczenie poszczególnych elementów pomiarowych przedstawione jest na rys. 7.2. Poszczególne wielkości fizyczne mierzono za pomocą występujących przyrządów pomiarowych zgodnie z oznaczeniami na schemacie.

Δp - różnice ciśnień pomiędzy punktami położonymi po stronie wewnętrznej i zewnętrznej przepływomierza kolanowego mierzono manometrem różnicowym π - rurką napełnionym wodą.

Δp_2 - różnice ciśnień przed i za zwężką (mierniczy spadek ciśnienia) mierzono manometrem różnicowym (u-rurką). Pomiar strumienia objętości przy wykorzystaniu kryzy pomiarowej był jedynie pomiarem sprawdzającym.

t - temperaturę wody w przekroju dopływowym rurociągu pomiarowego mierzono laboratoryjnym termometrem rtęciowym z dokładnością 0,1 deg.

p - ciśnienie wody w rurociągu mierzono manometrem z rurką Burdone'a.

\dot{V} - wartość strumienia objętości wody wyznaczono metodą wagową, w której ilość wody wyznaczana była za pomocą wagi elektronicznej- P2000BCP której czułość wynosi 0,01 kg, co przy średniej zawartości wody w zbiorniku pomiarowym w ilości 40 - 50 kg stanowi 0,025%

τ - czas napełniania zbiornika mierzono za pomocą sekundomierza.

7.3 Rodzaj badanych przepływomierzy kolanowych

Badania doświadczalne przepływomierzy przeprowadzono na 15 przepływomierzach kolanowych, jako czujniki przepływomierzy wybrano seryjnie produkowane kolana plastikowe, stalowe, miedziane jako elementy armatury w zakresie średnic 12-35 mm.

Przepływomierze kolanowe, których parametry geometryczne zawarte są w tab. nr 7.1, przedstawione są na rys. nr. 7.2.1



Rys.7.2.1 Widok wybranych elementów pomiarowych

Badania kalibracyjne przepływomierzy kolanowych miały następujący przebieg: Ustalanie się przepływu wody było kontrolowane manometrem z rurką Burdone'a oraz kryzą pomiarową umieszczoną na odcinku przewodu instalacji poprzedzającym wzorcowany przepływomierz kolanowy i korygowany przez odpowiednie nastawienie na zaworze regulacyjnym.

Temperatura wody była kontrolowana laboratoryjnym termometrem rtęciowym umieszczonym na odcinku pomiarowym. Przewody impulsowe do manometru cieczowego π -rurki były uzupełnione wodą i odpowietrzone.

W momencie ustalenia się parametrów przepływu przestawiano zawór przelewowy tak aby strumień wody skierować do zbiornika wagowego umieszczonego na wadze elektronicznej. Czas wypełnienia mierzono sekundomierzem. Po wypełnieniu zbiornika strumień wody był kierowany do zbiornika obiegowego oraz opróżniano zbiornik wagowy.

Na podstawie zarówno pomiarów wstępnych jak również badań symulacyjnych ustalono długość odcinków prostych przed i za przekrojem pomiarowym, które zapewniają symetryczny rozkład prędkości i tym samym zapewniają stabilność współczynnika kalibracji μ .

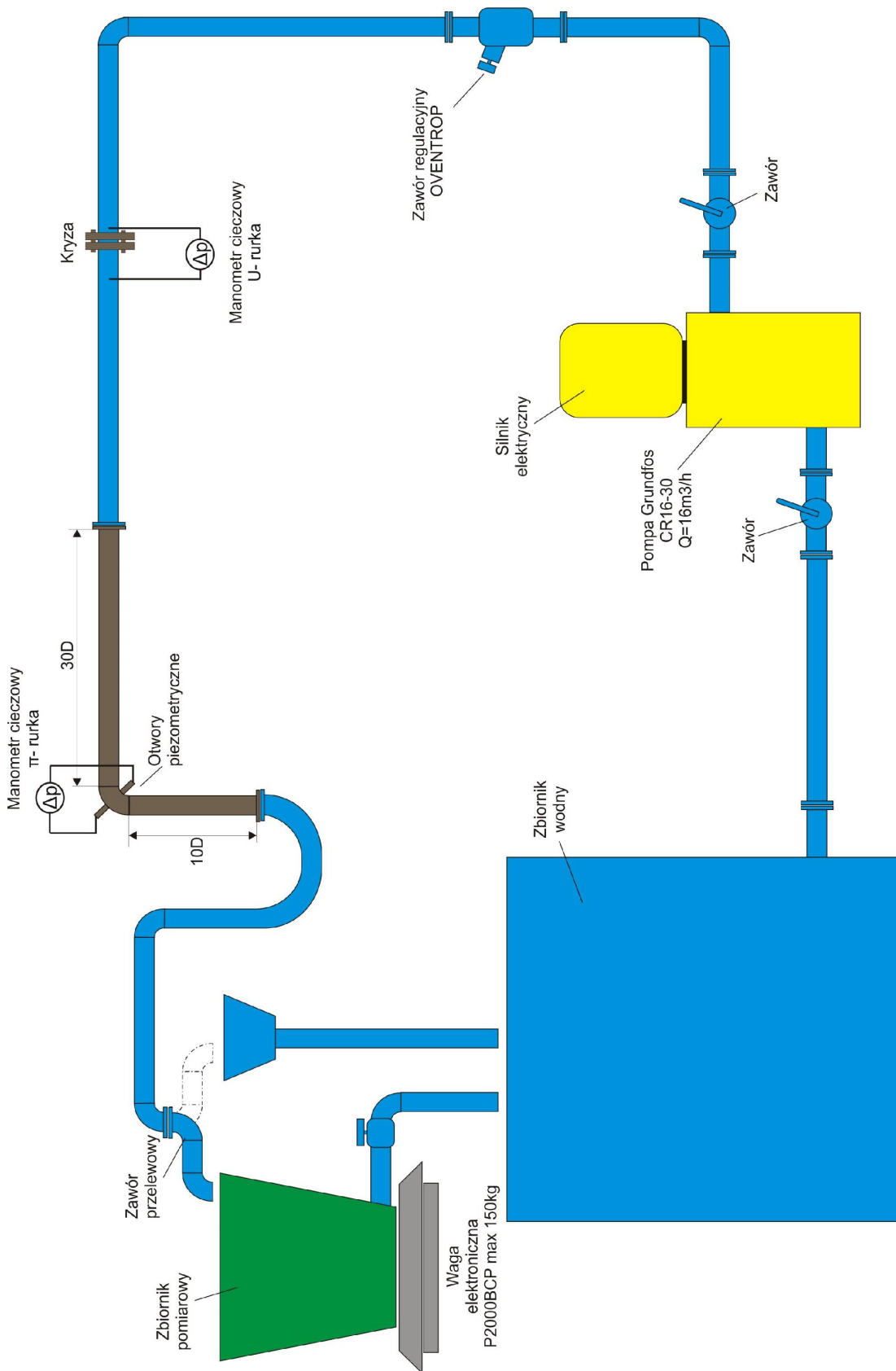
Minimalna długość prostych odcinków po stronie dopływowej i odpływowej określono instalując elementy zaburzające przepływ (kolano, zasuwę) przed i za przekrojem pomiarowym (środkowy przekrój kolana- miejsce położenia otworów piezometrycznych).

Stwierdzono że instalowane elementy zakłócające przepływ w odległości 30D przed przekrojem pomiarowym oraz 10 D za przekrojem nie wpływa na wyznaczone doświadczalnie wartości współczynnika przepływu μ .

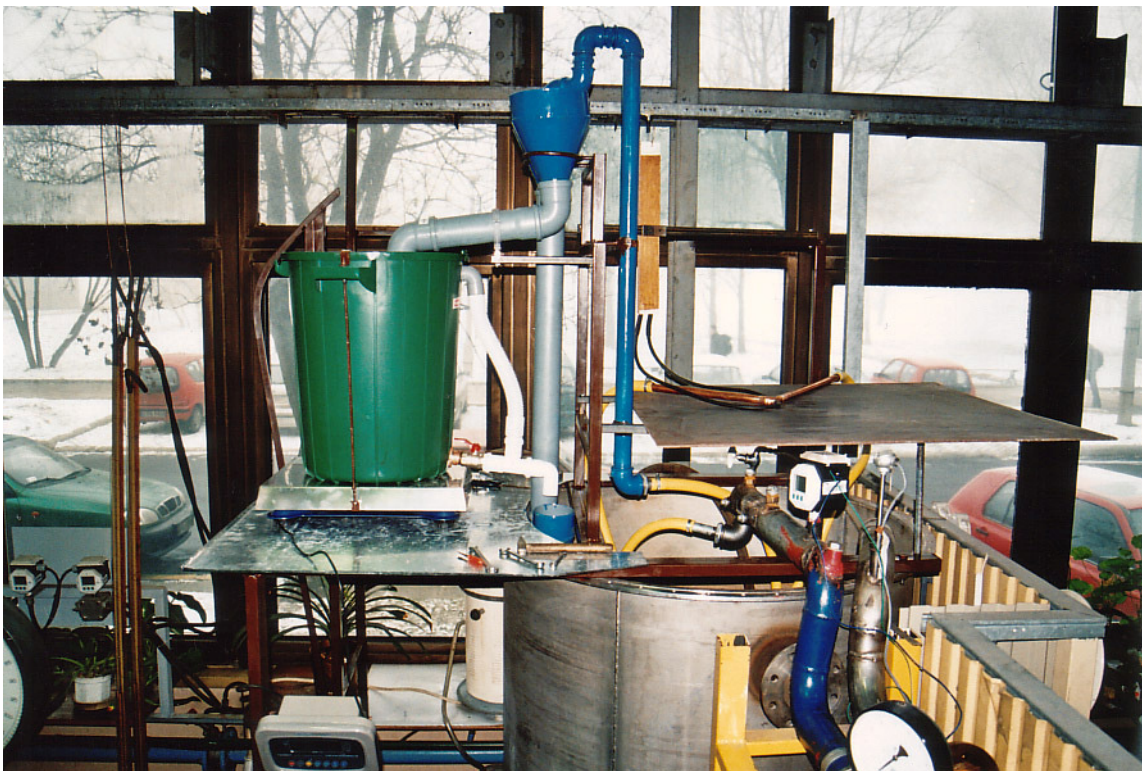
Długości prostych odcinków przewodu wyznaczone w ramach wstępnych badań doświadczalnych i symulacyjnych zapewniające niezakłócony i wyrównany przepływ były uwzględnione przy prowadzeniu zasadniczych badań doświadczalnych.

Badania doświadczalne przeprowadzono w ustalonych warunkach przepływu. Pomiarów obciążonych znacznymi błędami były powtarzane, a przyczyny ich powstania szczegółowo analizowane.

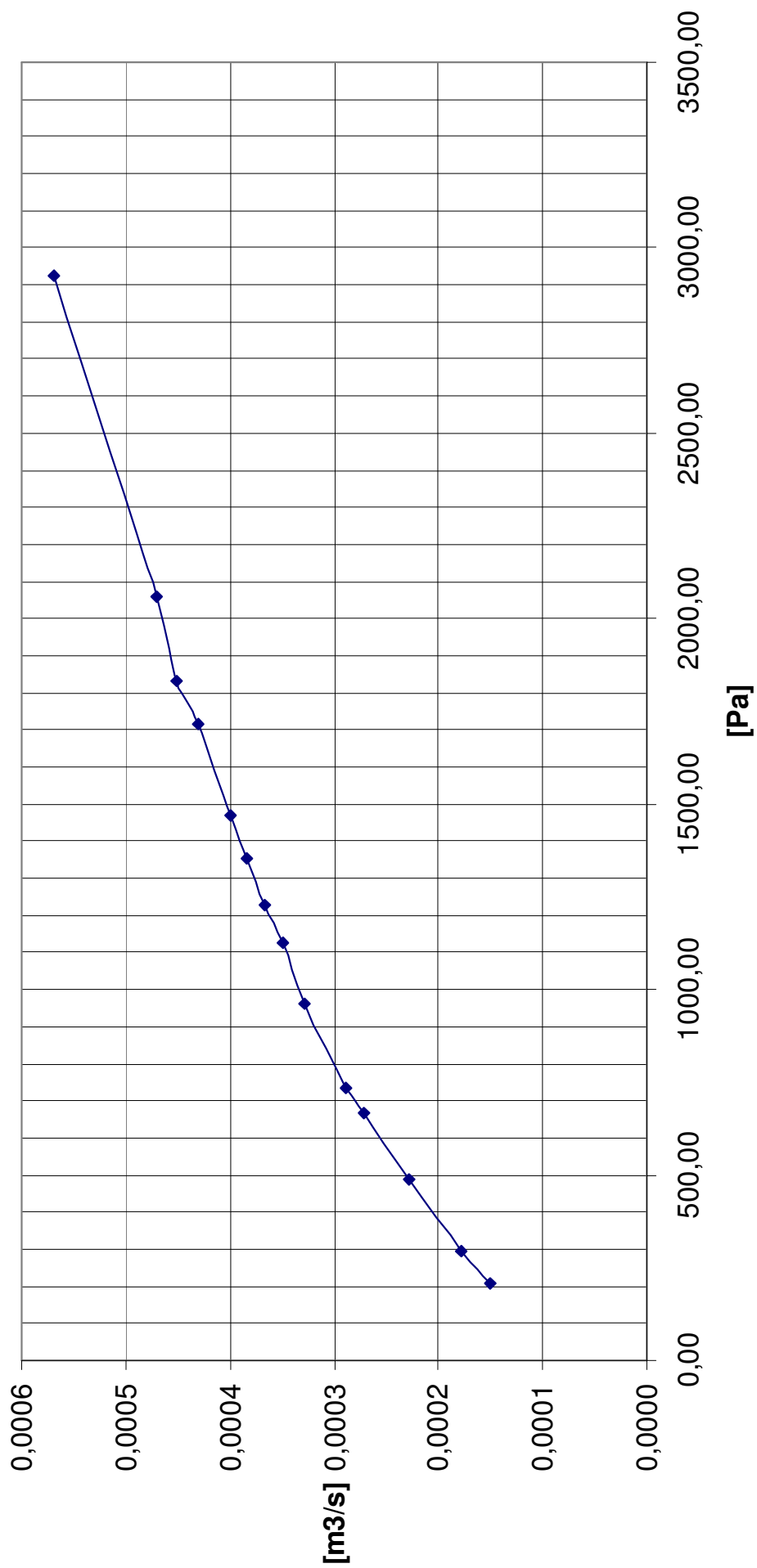
Rezultaty badań doświadczalnych i obliczeń przedstawiono na rys. 7.4 do 7.18 w postaci zależności $\dot{V} = f(\Delta p)$.



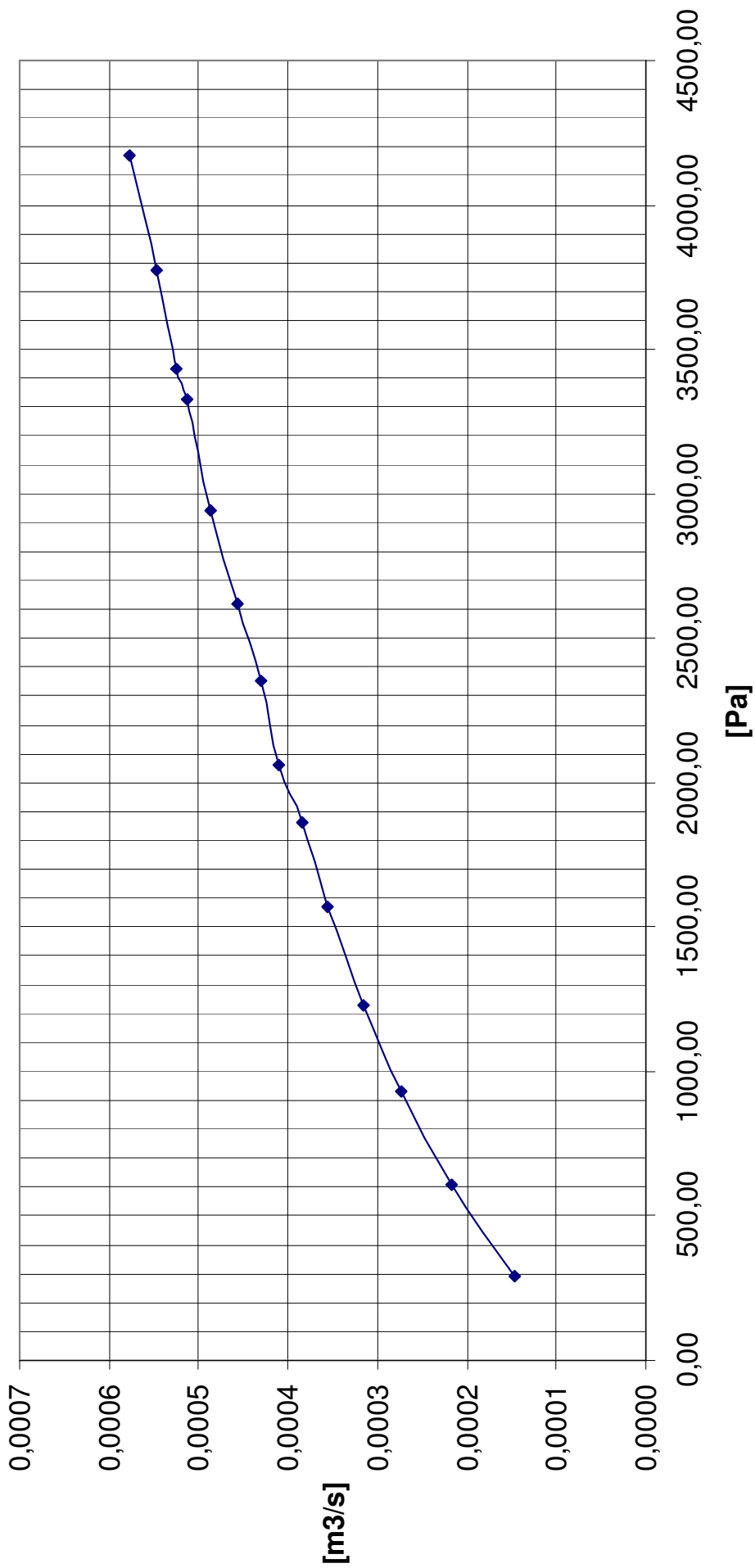
7.2 Schemat stanowiska pomiarowego



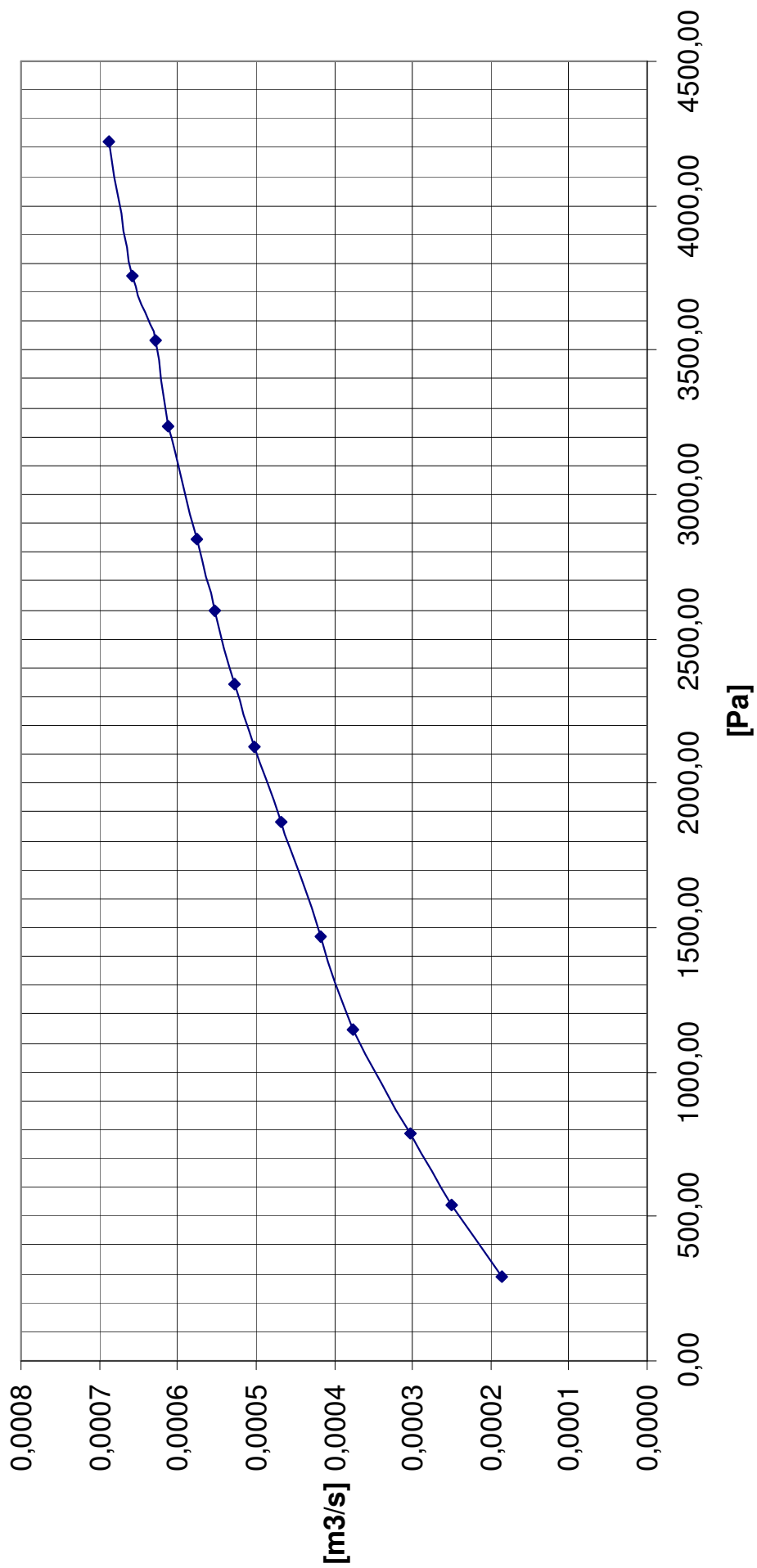
Rys. 7.3 Widok ogólny stanowiska badawczego



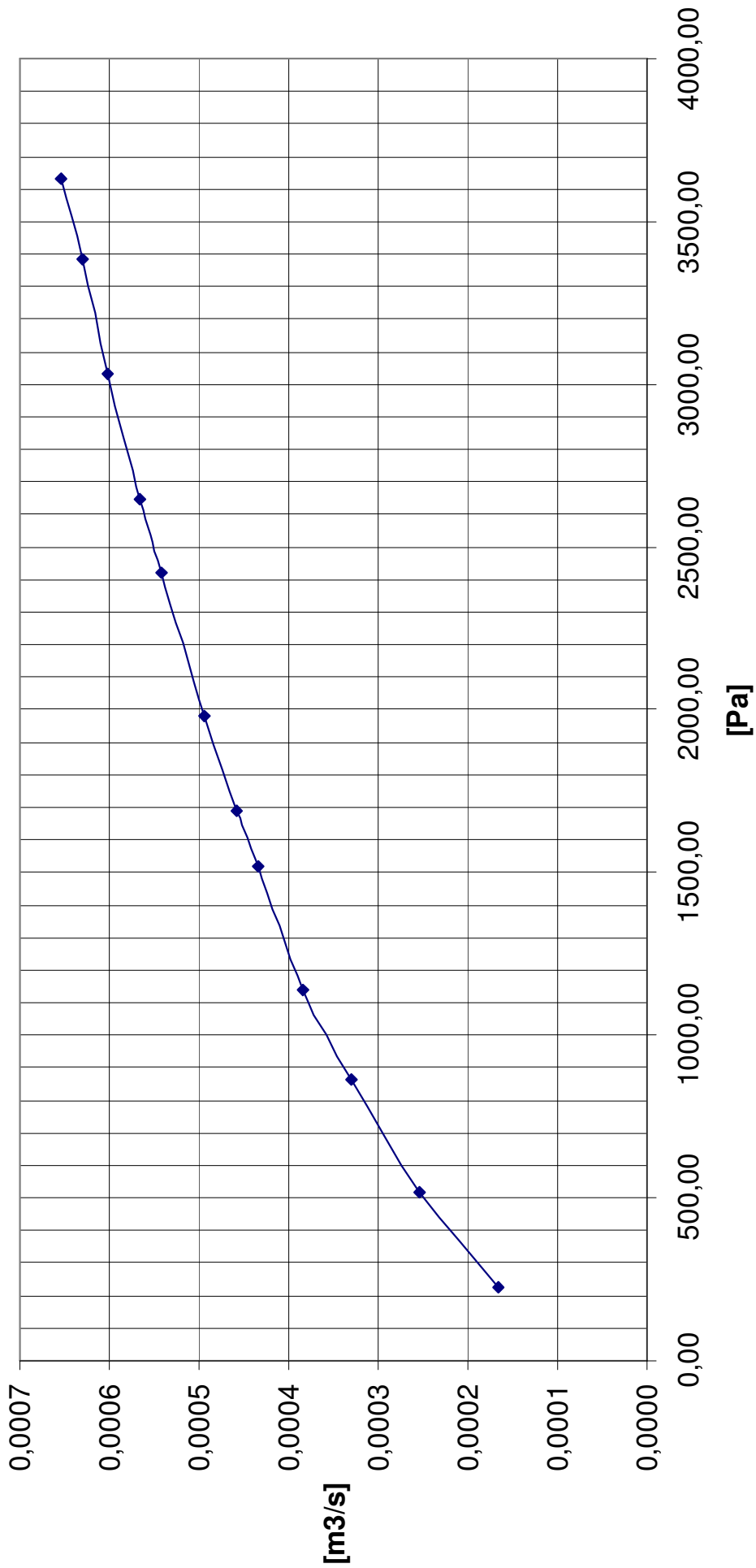
Rys.7.4. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $\dot{V}=f(\Delta p)$ dla kolana nr 1



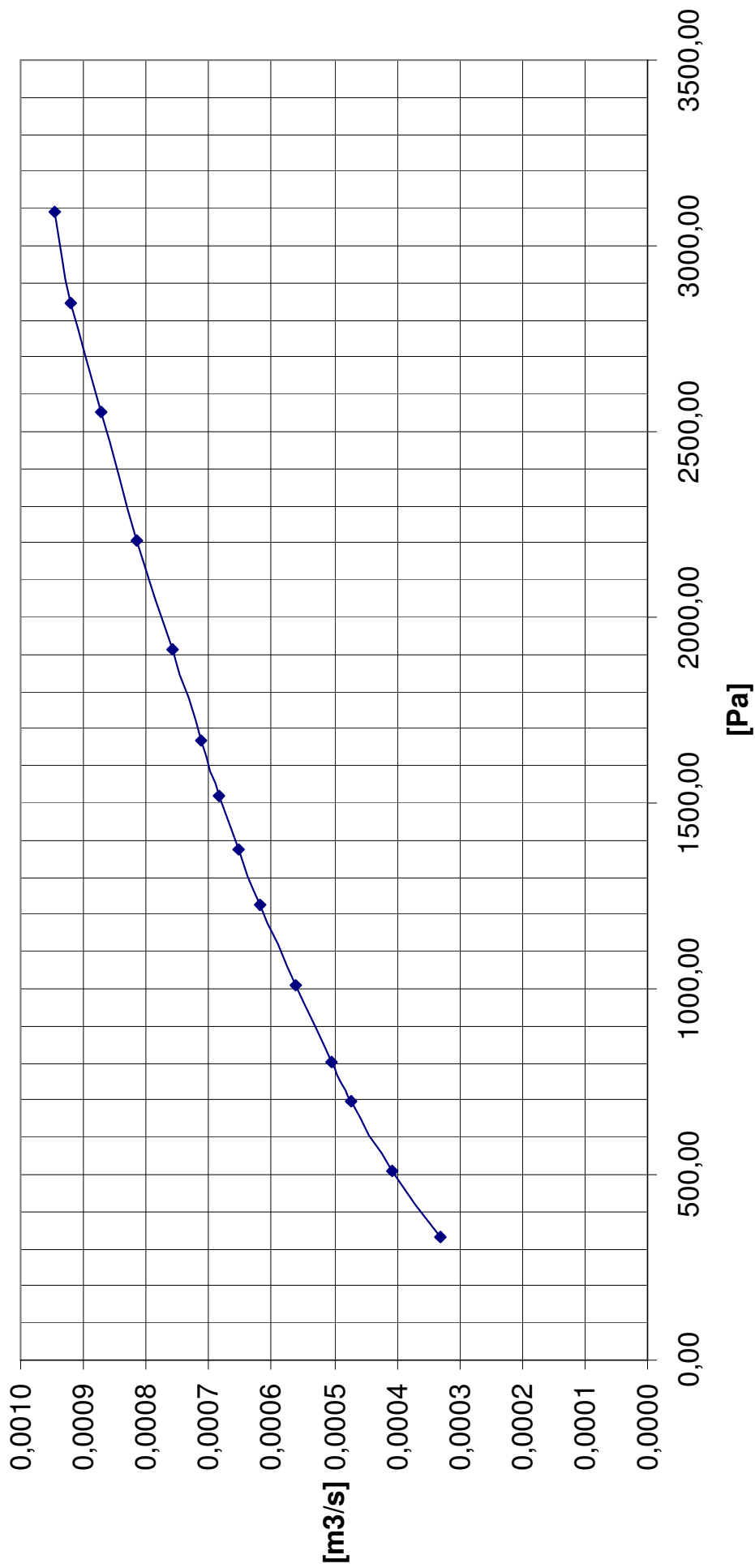
Rys. 7.5. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $\dot{V}=f(\Delta p)$ dla kolana nr 2



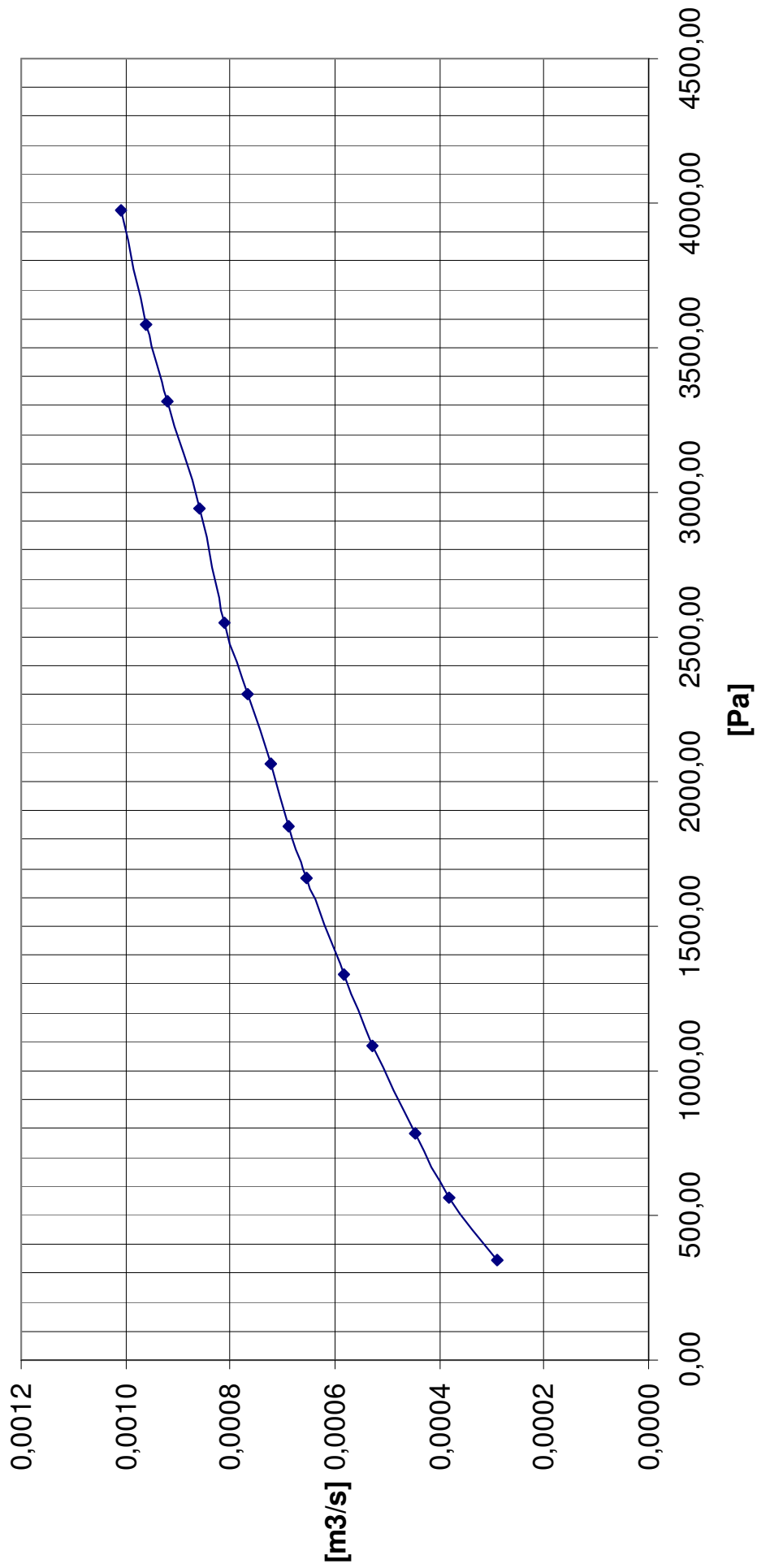
Rys.7.6. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $\dot{V}=f(\Delta p)$ dla kolana nr 3



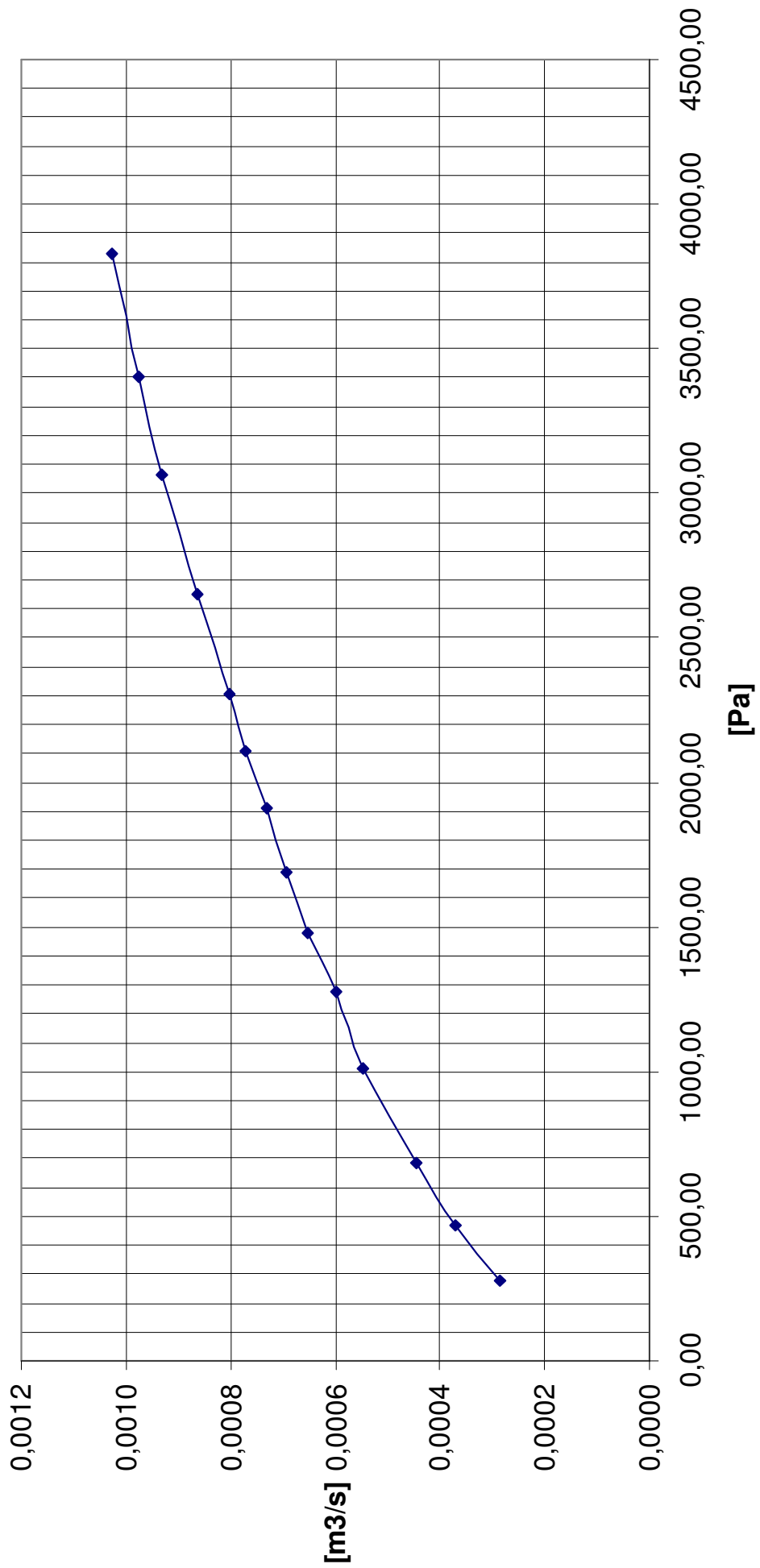
Rys.7.7. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $V=f(\Delta p)$ dla kolana nr 4



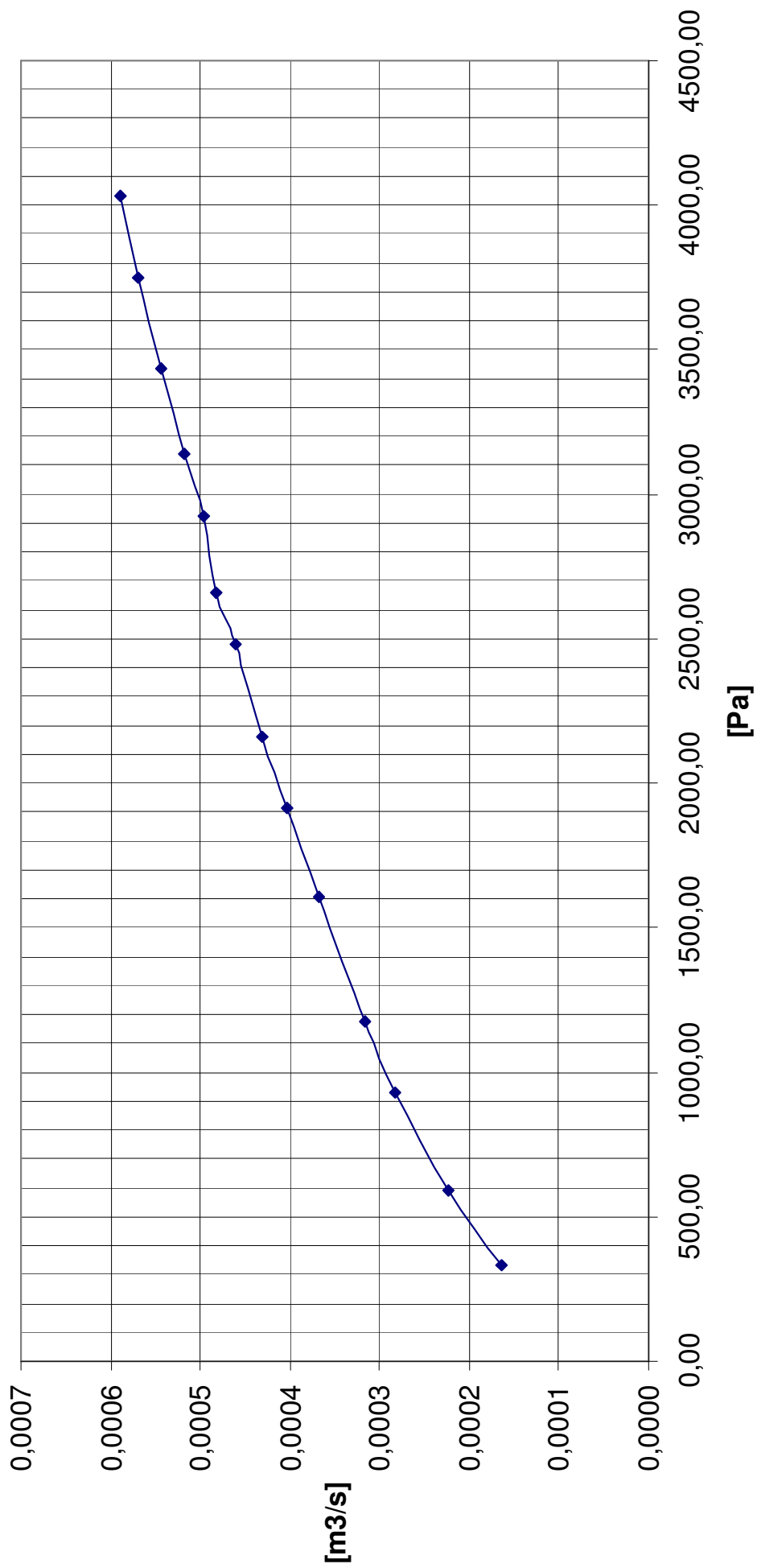
Rys. 7.8. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $\dot{V}=f(\Delta p)$ dla kolana nr 5



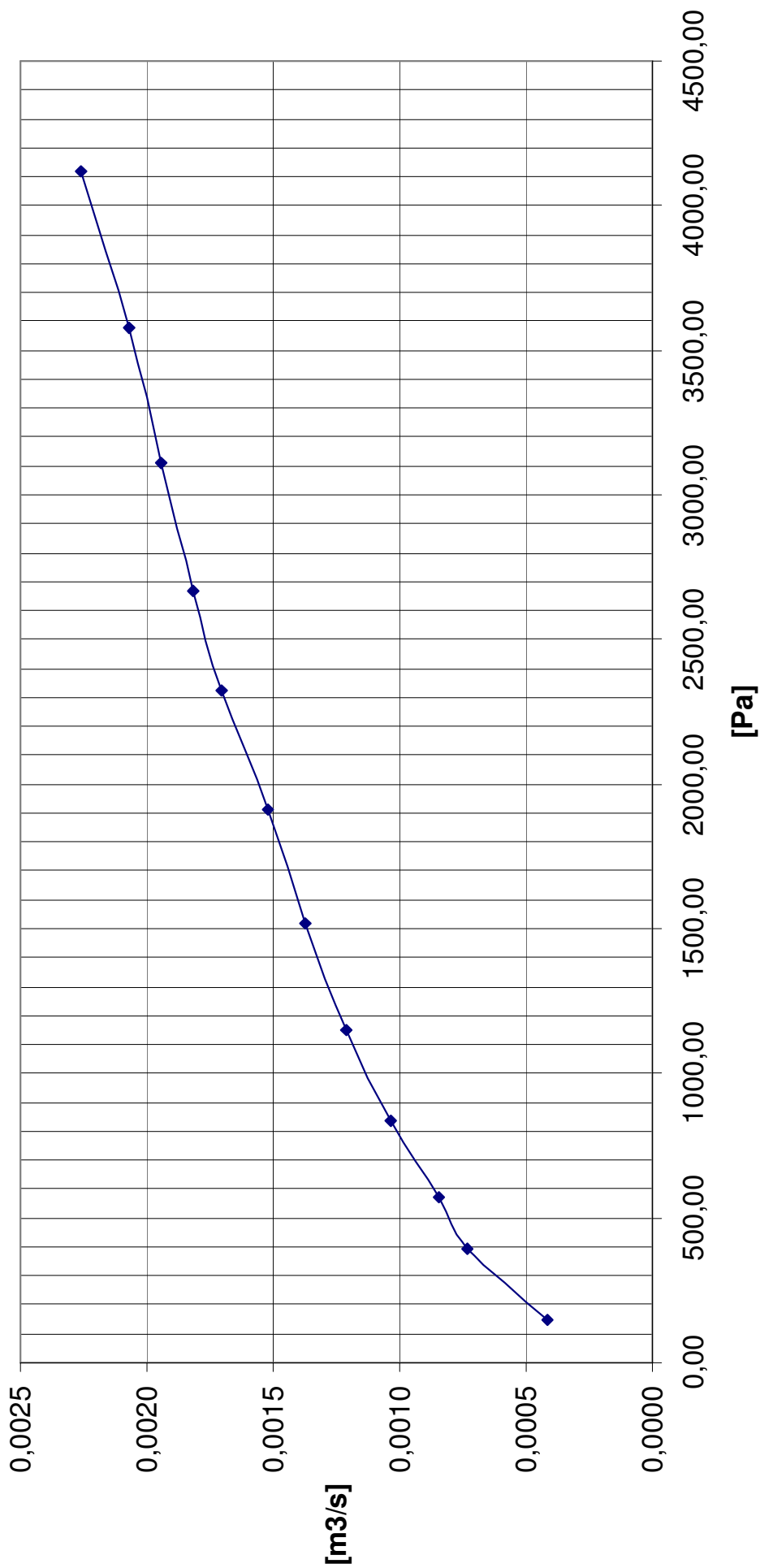
Rys.7.9. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $\dot{V}=f(\Delta p)$ dla kolana nr 6



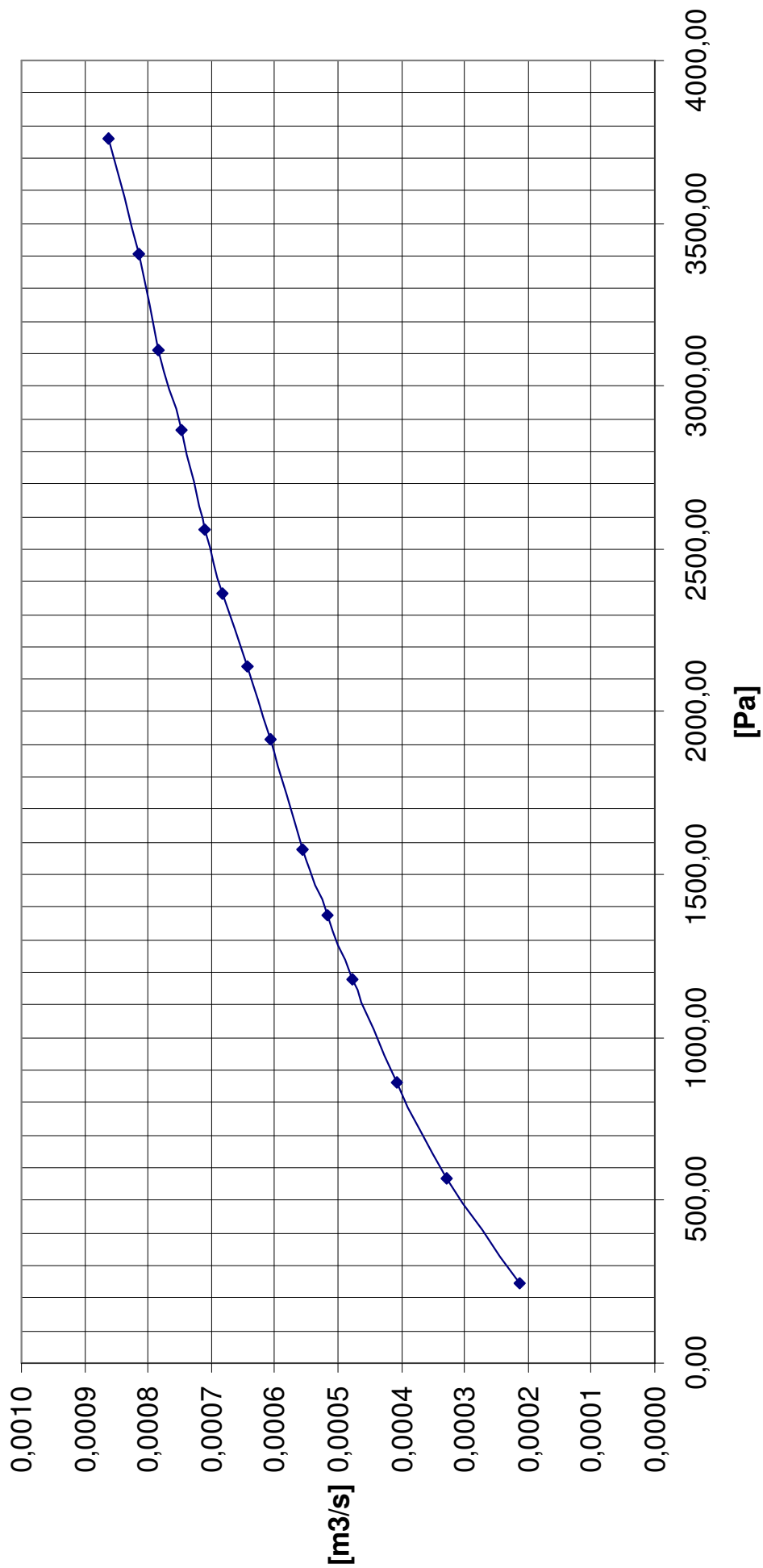
Rys.7.10. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $V=f(\Delta p)$ dla kolana nr 7



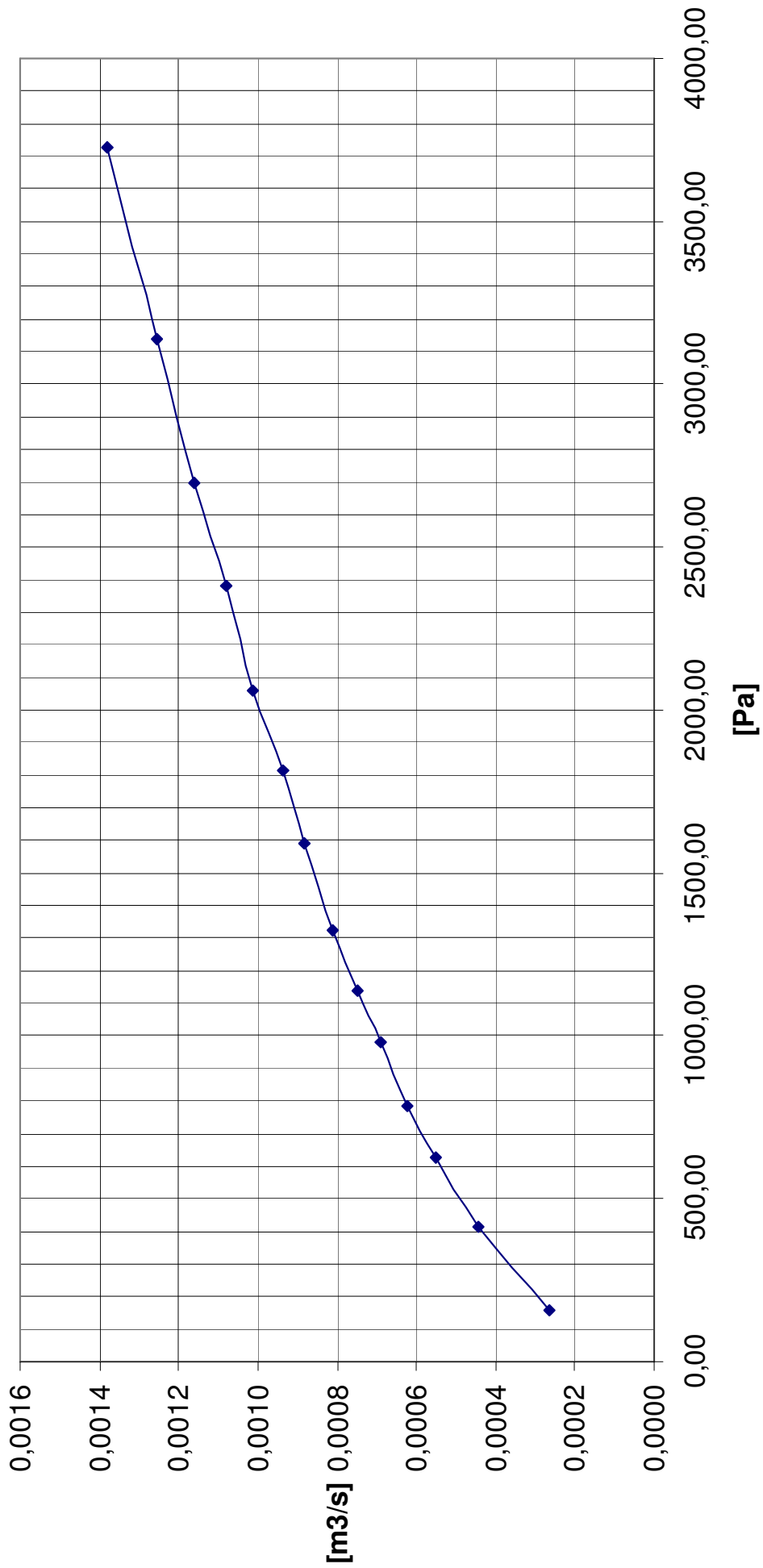
Rys.7.11. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $\dot{V}=f(\Delta p)$ dla kolana nr 8



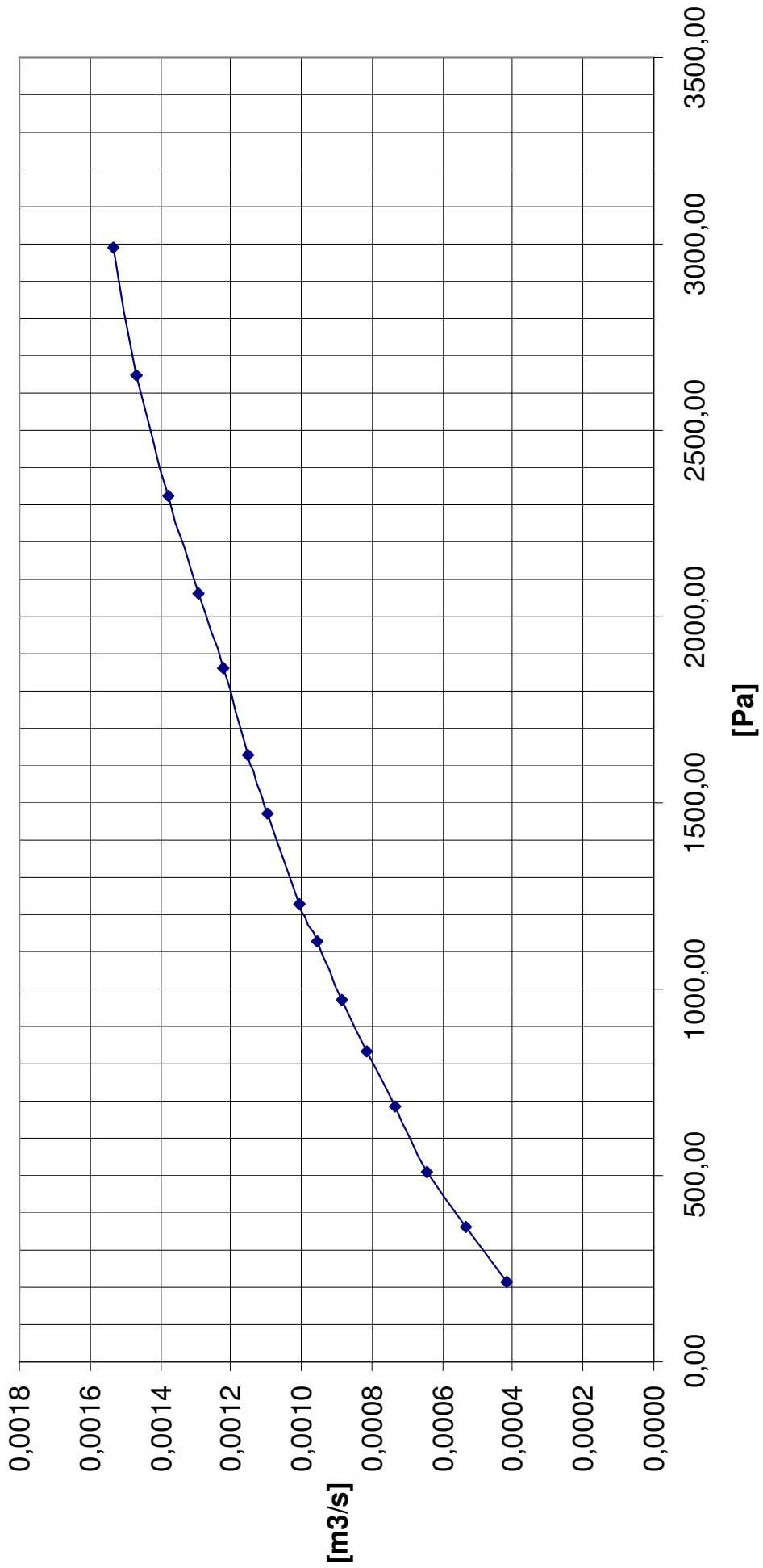
Rys.7.12. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $V=f(\Delta p)$ dla kolana nr 9



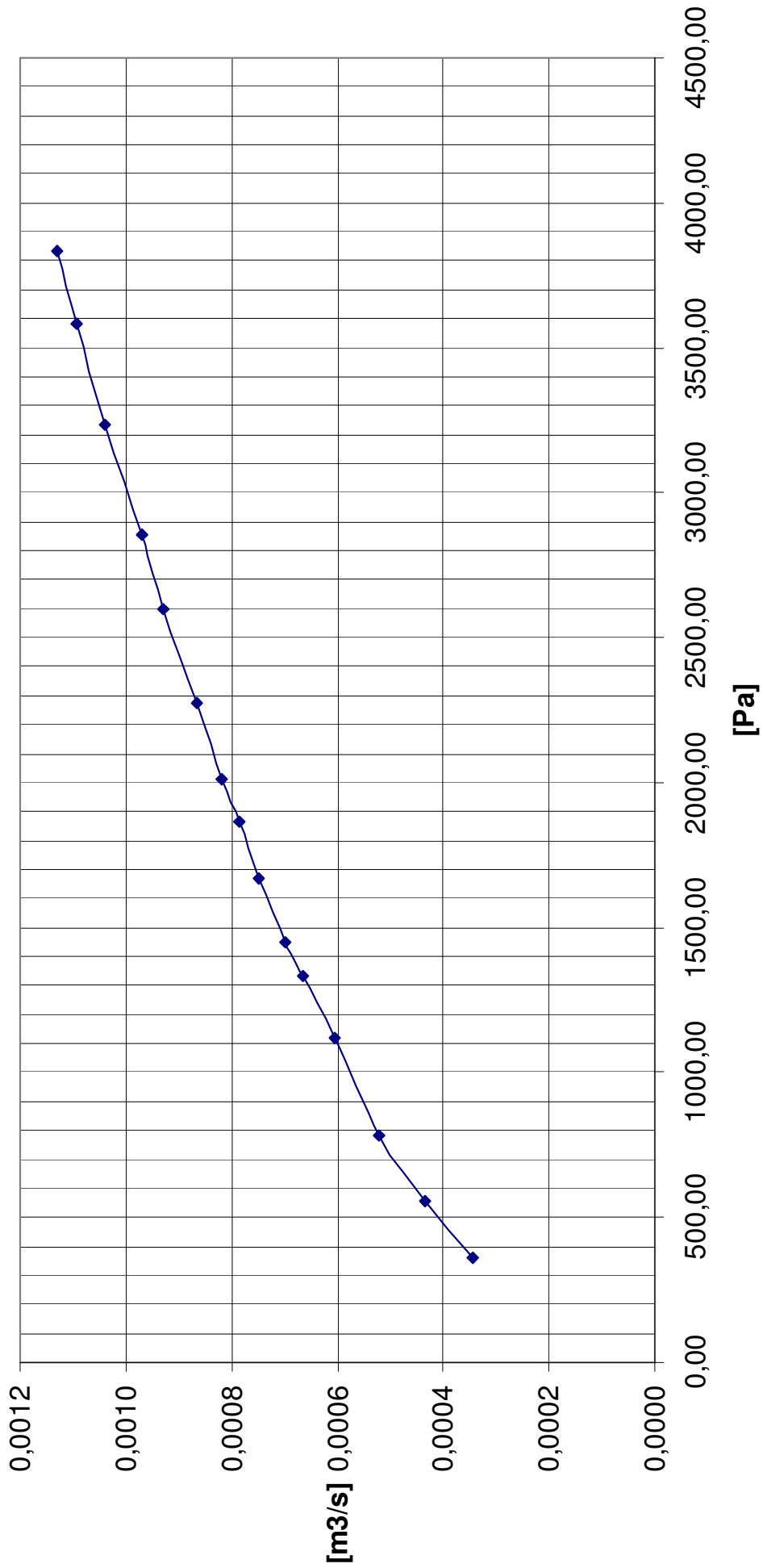
Rys.7.13. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $V=f(\Delta p)$ dla kolana nr 10



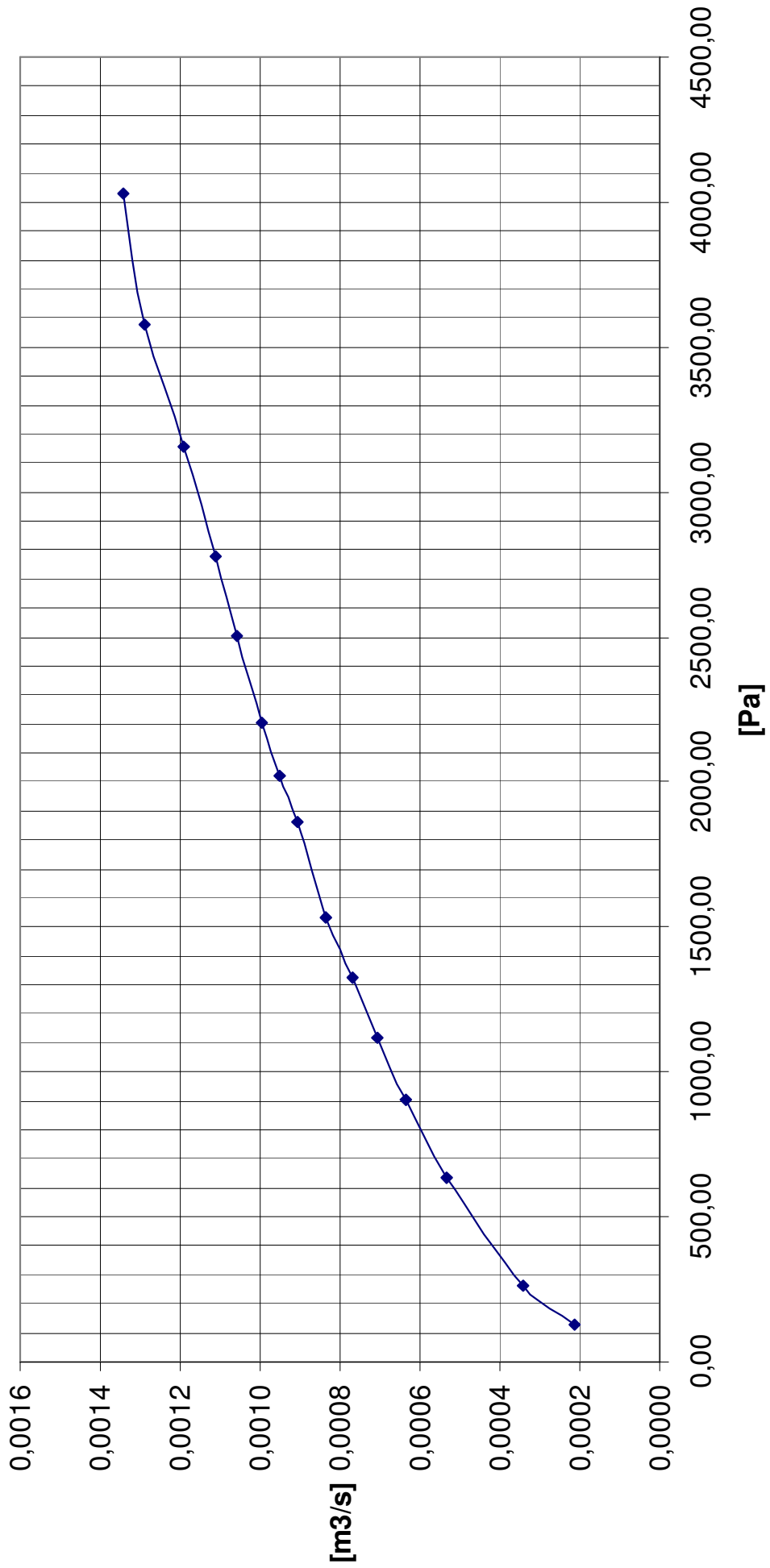
Rys.7.14. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $V=f(\Delta p)$ dla kolana nr 11



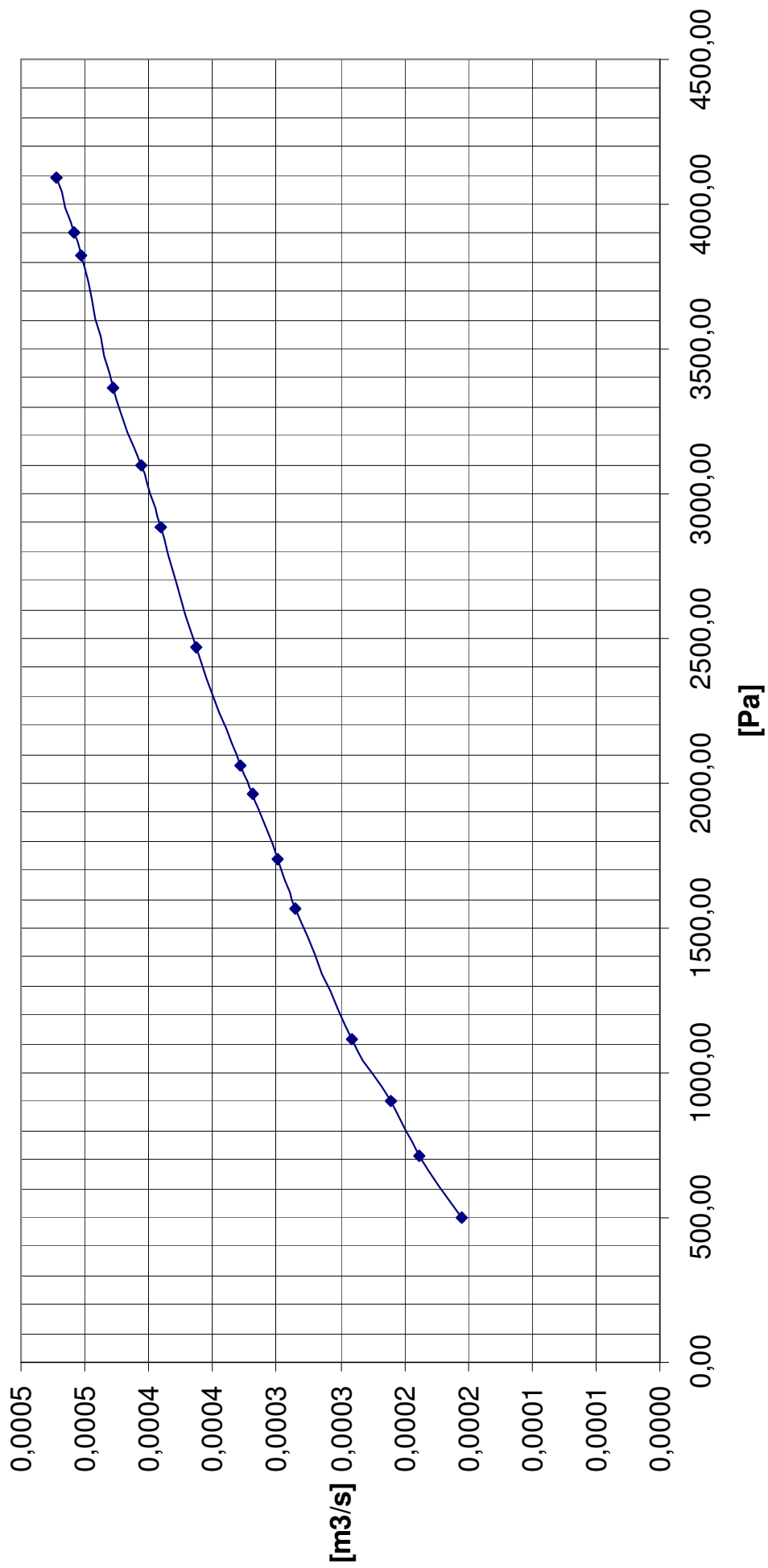
Rys.7.15. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $V=f(\Delta p)$ dla kolana nr 12



Rys.7.16. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $V=f(\Delta p)$ dla kolana nr 13



Rys.7.17. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $V=f(\Delta p)$ dla kolana nr 14



Rys.7.18. Strumień objętości w funkcji spadku ciśnienia $V=f(\Delta p)$ dla kolana nr 15

8. Opracowanie wyników przeprowadzonych badań

8.1. Wyrównanie wyników badań

Badania kalibracyjne każdego z przepływomierzy kolanowych obejmowały 12÷15 serii pomiarowych. Każdorazowo dla jednego połączenia zaworu dławiącego przepływ przeprowadzono 2 pomiary par wartości $(\Delta p_i, V_i)$, przy czym do dalszych obliczeń brano ich średnią arytmetyczną.

Teoretyczne wartości strumienia objętości płynu (określona przyjętym modelem prędkości) przez przewód o przekroju πr^2 wynosi:

$$\dot{V}_i = \pi \cdot r_k^2 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{8\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 12}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (8.1)$$

Ponieważ zależność (8.1) została wyprowadzona w oparciu o pewien model rozkładu prędkości w przekroju pomiarowym przewodu zakrzywionego, jedynie zbliżonego do rzeczywistego rozkładu prędkości. Dlatego równanie (8.1) zostało uzupełnione poprzez wprowadzenie bezwymiarowego współczynnika kalibracji związanego z parametrami konstrukcyjnymi przewodu (R, r). Uzupełnione w ten sposób równanie przyjmuje postać:

$$\dot{V} = \mu \cdot \pi \cdot r_k^2 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{8\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 12}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (8.2)$$

Przyjęto że rzeczywisty strumień objętości rejestrowany za pomocą przepływomierza kolanowego określa równanie ilościowe:

$$\dot{V} = K_{rz} \cdot \sqrt{\Delta p} \quad (8.3)$$

Gdzie K_{rz} jest doświadczalnym współczynnikiem przepływu którego wartość można przedstawić jako:

$$K_{rz} = \mu \cdot \pi \cdot r_k^2 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{8\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 12}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \quad (8.4)$$

Z drugiej strony teoretyczna wartość strumienia objętości określana jest równaniem (8.1) tj.

$$\dot{V} = K_t \cdot \sqrt{\Delta p} \quad (8.5)$$

Na podstawie równań (8.1)(8.2) można wyznaczyć bezwymiarowy parametr μ zwany współczynnikiem kalibracji:

$$\mu = \frac{\dot{V}}{V_t} \quad (8.6)$$

Skąd na podstawie równań (8.3)(8.5) wynika:

$$\mu = \frac{K_{rz}}{K_t} \quad (8.7)$$

Przybliżoną wartość doświadczalnego współczynnika przepływu $\overline{K_{rz}}$ dla każdego przepływomierza wyznaczano w oparciu o metodę najmniejszych kwadratów[55],[63] na podstawie par wartości pomiarowych $(\Delta p_i, \dot{V}_i)$ ($i=1\dots 15$) mierzonych z jednakową dokładnością wielkości $(\Delta p, \dot{V})$.

Uśredniona dla określonego przepływomierza wartość współczynnika wzorcowania $\overline{\mu}$ obliczona zgodnie z (8.7) wynosi:

$$\overline{\mu} = \frac{\overline{K_{rz}}}{K_t} \quad (8.8)$$

Przekształcając równanie (8.2) otrzymujemy wyrażenie na wartość współczynnika wzorcowania:

$$\mu = \frac{\dot{V}}{\pi \cdot r_k^2 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{8\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 12}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}} \quad (8.9)$$

Wprowadzając indeks uwzględniający zmienny przedział liczb Reynoldsa równanie (8.9) można przedstawić:

$$\mu_i = \frac{\dot{V}_i}{\pi \cdot r_{ki}^2 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{8\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 12}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p_i}{\rho_i}}} \quad (8.10)$$

Uśredniane wartości $\bar{\mu}_i$ dla każdego przepływomierza kolanowego w całym przedziale liczb Reynoldsa odpowiadające zakresowi przeprowadzonych badań obliczono metodą najmniejszych kwadratów:

$$\bar{\mu}_i = \frac{\sum_i \mu_i \frac{1}{\sigma_{\mu_i}^2}}{\sum_i \frac{1}{\sigma_{\mu_i}^2}} \quad (8.11)$$

Odchylenie standardowe wyliczone z prawa propagacji niepewności dla każdego punktu pomiarowego obliczono ze wzoru (8.12) ujmującego wpływ niepewności pomiarów poszczególnych parametrów w równaniu (8.9)[31],[54].

$$\frac{\sigma_{\mu_i}}{\mu_i} = \left[\left(\frac{\sigma_{\dot{V}}}{\dot{V}} \right)^2 + \left(\frac{2\sigma_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{(\varepsilon^2 + 3)\sigma_\varepsilon}{2\varepsilon(\varepsilon^2 - 1)(2\varepsilon \ln(\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1}))} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_\rho}{2\rho} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta p}}{2\Delta p} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.12)$$

Niepewność standardowa dla poszczególnych punktów pomiarowych obliczono ze wzoru:

$$\sigma_{\mu_i} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (\bar{\mu}_i - \mu_i)^2}{n-1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.13)$$

Wyniki obliczeń uśrednionych wartości liczby przepływu $\bar{\mu}_i$, niepewności jej wyznaczenia oraz przedział liczb Reynoldsa odpowiadający zakresowi badań doświadczalnych przedstawiony jest w tabeli 8.1.

W ostatniej kolumnie tabeli 8.1 podano przedziały liczb Reynoldsa dla których przeprowadzono badania doświadczalne. W celu sprawdzenia wpływu liczb Re na wielkość wyznaczonych doświadczalnie współczynników kalibracji μ sporządzono wykres zależności $\mu = f(\text{Re}, \varepsilon)$ dla ε traktowanego jako znany parametr (rys.8.2, 8.3, 8.4).

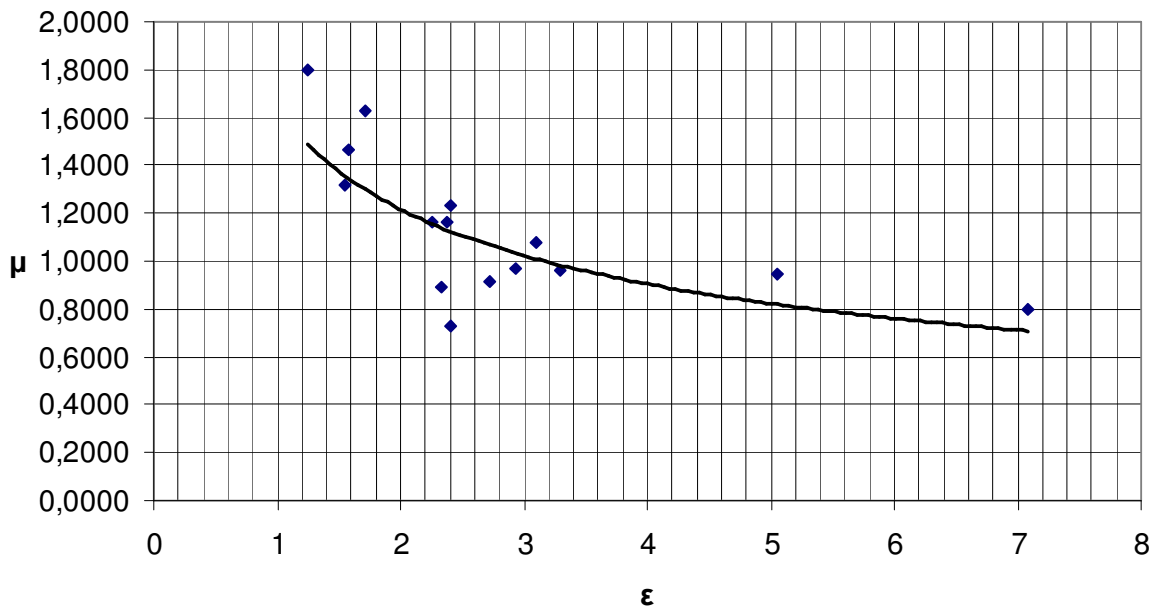
Analizując te wykresy można stwierdzić że dla zakresu pomiarowego $Re (8000 \div 50000)$ wyznaczona doświadczalnie wartość liczby kalibracji nie zależy od prędkości przepływu.

Lp.	ε	R_i	r_i	$\overline{\mu}_i$	$\sigma_{\overline{\mu}_i}$	$Re_{min} - Re_{max}$
1	2,33	25,89	11,09	0,890	0,00837	8634 - 32699
2	1,25	11,92	9,55	1,794	0,02647	9771 - 38491
3	3,10	29,46	9,51	1,076	0,01241	12435 - 46057
4	1,72	17,19	9,99	1,631	0,02144	10648 - 41762
5	2,25	31,71	14,08	1,158	0,01747	14898 - 42764
6	1,59	19,84	12,51	1,463	0,01006	14791 - 51367
7	2,40	30,08	12,51	1,234	0,01389	14621 - 52227
8	3,29	28,24	8,58	0,962	0,01111	12113 - 43799
9	2,38	42,87	17,99	1,162	0,02266	14705 - 80122
10	2,93	32,16	10,99	0,969	0,00812	12403- 50036
11	2,72	38,69	14,24	0,912	0,01767	11764 - 61816
12	2,40	48,04	20	0,725	0,00540	13355 - 48822
13	1,55	22,6	14,6	1,315	0,00906	15066 -49263
14	7,08	77,86	11	0,801	0,02690	12362 - 77643
15	5,05	32,05	6,35	0,941	0,02230	15497 - 47411

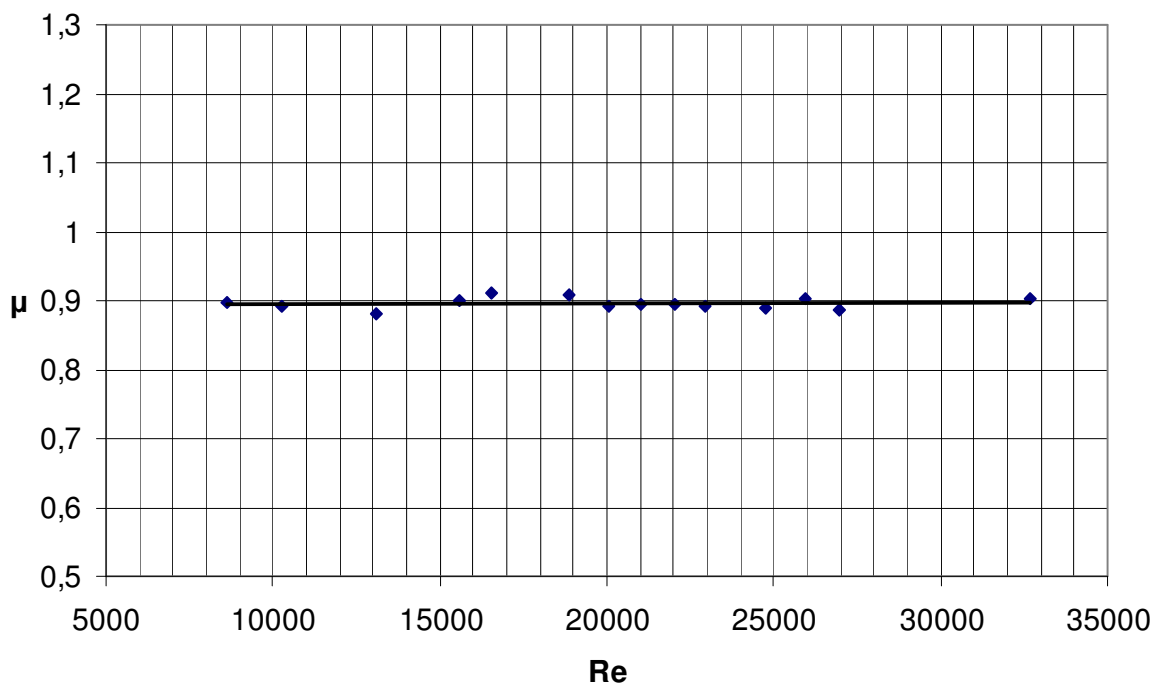
Tabela 8.1. Wartości liczby przepływu $\overline{\mu}_i$, niepewności oraz przedział liczb Reynoldsa odpowiadający zakresowi badań

Rys. 8.1. Przedstawia przebieg zmienności współczynnika przepływu μ w funkcji parametru kształtu przepływomierza kolanowego ε , skąd równanie opisujące przebieg powyższej zależności ma postać:

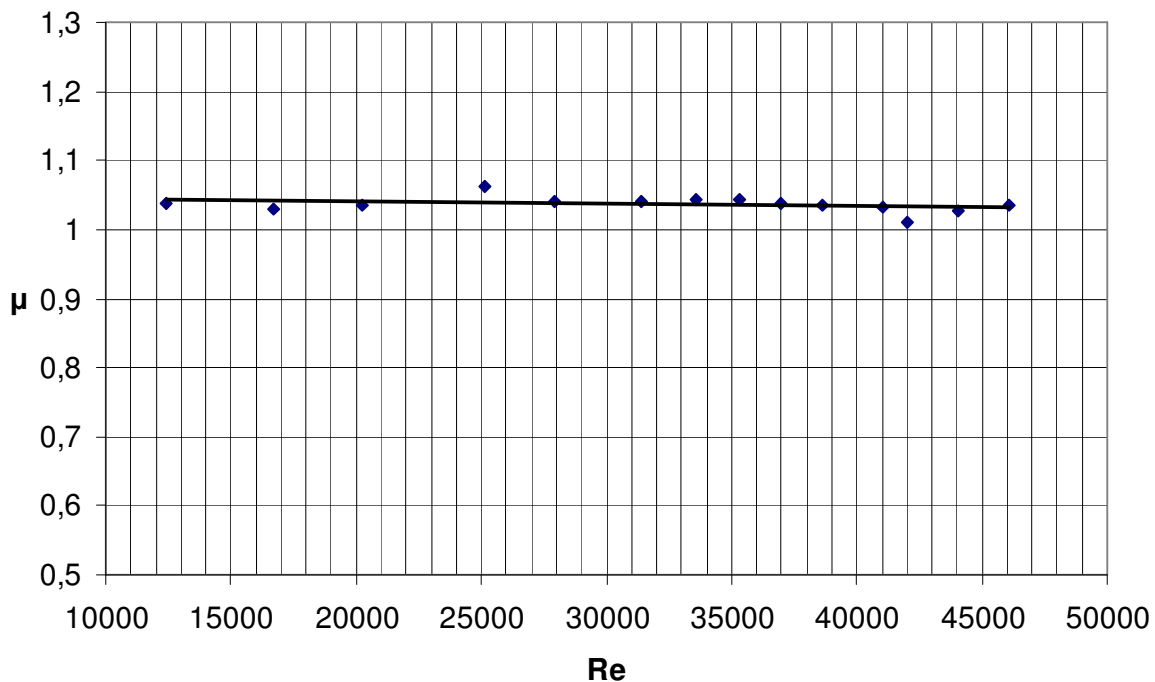
$$\mu = 1,6355 \varepsilon^{-0,4273}$$



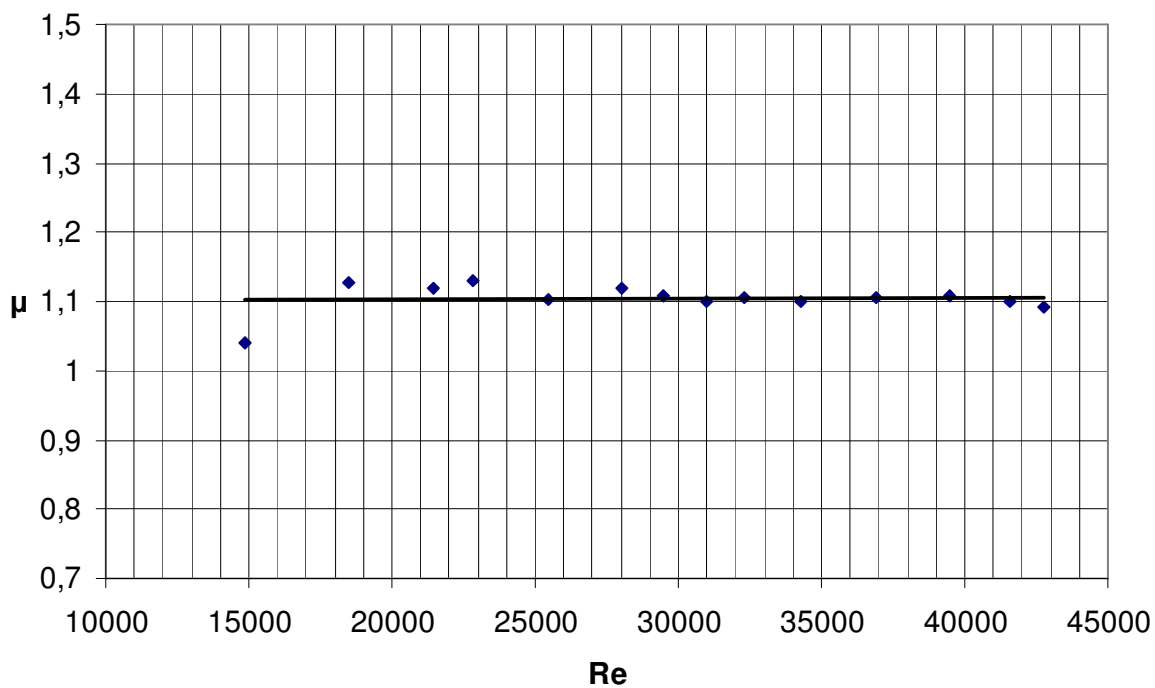
Rys. 8.1 Przebieg zmienności współczynnika przepływu μ w funkcji parametru kształtu przepływomierza kolanowego ε



Rys.8.2. Wartość liczby μ dla przepływomierzy kolanowych w funkcji liczby Reynoldsa dla $\varepsilon = 2,33$.



Rys.8.3. Wartość liczby μ dla przepływomierzy kolanowych w funkcji liczby Reynoldsa dla $\varepsilon = 3,1$.



Rys.8.4. Wartość liczby μ dla przepływomierzy kolanowych w funkcji liczby Reynoldsa dla $\varepsilon = 2,4$

8.2 Uogólnienie otrzymanych wyników badań

Uogólnienie otrzymanych wyników badań sprowadzało się do przyjęcia postaci analitycznej funkcji aproksymującej zależność: $\bar{\mu} = \bar{\mu}(\text{Re}, \varepsilon)$ i wyznaczenia na podstawie danych pomiarowych parametrów przyjętej funkcji.

Ze względu na słabą, w przybliżeniu liniową zależność liczby μ od liczby Reynoldsa (rys.8.2, 8.3, 8.4), powyższa zależność przyjmuje postać: $\bar{\mu} = \bar{\mu}(\varepsilon)$.

Niepewność wyniku pomiaru Strumienia objętości [17],[19],[58] przyjęto równą podwójnemu skrajnemu kwadratowemu odchyleniu przy założeniu, że niepewności cząstkowe z których wynika niepewność są wzajemnie niezależne. Podobnie jak odchylenie standardowe, niepewność pomiaru szacuje się przez łączenie niepewności cząstkowych poszczególnych wielkości stosowanych w obliczeniach strumienia objętości[38],[53].

Niepewność bezwzględną strumienia objętości obliczamy wg wzoru:

$$\sigma_{\dot{V}} = \pm 2 \left[\left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial \mu} \sigma_{\mu} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial r} \sigma_r \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial \varepsilon} \sigma_{\varepsilon} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial \rho} \sigma_{\rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial \Delta p} \sigma_{\Delta p} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.14)$$

gdzie pochodne cząstkowe strumienia objętości \dot{V} względem elementarnych wielkości μ , ε , ρ , Δp , r_k odpowiednio wynoszą:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{V}}{\partial \mu} &= \pi \cdot r^2 \sqrt{\frac{\varepsilon}{4\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 6}} \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \\ \frac{\partial \dot{V}}{\partial r_k} &= 2\pi \cdot \mu \cdot r \sqrt{\frac{\varepsilon}{4\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 6}} \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \\ \frac{\partial \dot{V}}{\partial \varepsilon} &= \frac{(\varepsilon^2 + \varepsilon)}{2\varepsilon(\varepsilon^2 - 1)(2\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 6)} \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \\ \frac{\partial \dot{V}}{\partial \rho} &= \frac{\pi \cdot \mu \cdot r^2 \sqrt{\frac{\varepsilon}{4\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 6}}}{2\rho} \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \dot{V}}{\partial \Delta p} = \frac{\pi \cdot \mu \cdot r^2 \sqrt{\frac{\varepsilon}{4\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 6}}}{2\Delta p}$$

Praktyczny wzór z którego obliczono niepewność względną pomiaru strumienia objętości jest następujący:

$$\overline{\sigma_{\dot{V}}} = \pm \frac{2\sigma_{\dot{V}}}{\dot{V}} = \pm 2 \left[\left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial \mu} \frac{\sigma_{\mu}}{\dot{V}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial r} \frac{\sigma_r}{\dot{V}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial \varepsilon} \frac{\sigma_{\varepsilon}}{\dot{V}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial \rho} \frac{\sigma_{\rho}}{\dot{V}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial \Delta p} \frac{\sigma_{\Delta p}}{\dot{V}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.15)$$

Po uwzględnieniu wartości pochodnych cząstkowych w równaniu (8.15) niepewność wynosi:

$$\overline{\sigma_{\dot{V}}} = \pm \frac{2\sigma_{\dot{V}}}{\dot{V}} = \pm 2 \left[\left(\frac{\sigma_{\mu}}{\mu} \right)^2 + \left(\frac{2\sigma_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon^2 + 3}{2\varepsilon(\varepsilon^2 - 1) \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 3} \sigma_{\varepsilon} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\rho}}{2\rho} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta p}}{2\Delta p} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.16)$$

Niepewność bezwzględna współczynnika kształtu przepływomierzy kolanowych σ_{ε} obliczamy jako:

$$\sigma_{\varepsilon} = \left[\left(\frac{\partial \varepsilon(R, r)}{\partial R} \sigma_R \right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon(R, r)}{\partial r} \sigma_r \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.17)$$

Przyjmując $\sigma_R = \sigma_r$ zależność (8.17) możemy przedstawić w postaci:

$$\sigma_{\varepsilon} = \frac{\sigma_R}{r^2} \sqrt{R^2 + r^2} \quad (8.18)$$

Odchylenie standardowe uogólnionej wartości liczby kalibracji μ obliczamy według zależności:

$$\sigma_{\mu} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\overline{\mu}_i(\varepsilon_i, \text{Re}) - \overline{\mu}_i)^2}{n-1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.19)$$

Na podstawie danych wyliczonych z równania (8.19) wartość standardowego odchylenia wynosi: $\sigma_{\mu} = 0,0083$. Względną niepewność standardową wynikającą z wzorcowania i opracowania wyników można określić na poziomie: $\frac{\sigma_{\mu}}{\mu} = 0,0093$.

Z analizy niepewności składowych wyznaczania strumienia objętości wynika że największe wartości przyjmują człony dotyczące liczby kalibracji oraz współczynnika kształtu, ograniczenie niepewności wynikającej z pomiaru wielkości geometrycznych R, r (8.18) można uzyskać przez zastosowanie przyrządów i technik pomiarowych [rozdział 7.1] pozwalających na pomiar z dokładnością rzędu 0,01 mm.

Względne niepewności wynikające z:

- Pomiaru różnicy ciśnień manometrem π - rurką na stanowisku badawczym wynosi $\frac{\sigma_{\Delta p}}{\Delta p} = 0,005$
- Pomiaru gęstości płynu wynosi $\frac{\sigma_{\rho}}{\rho} = 0,003$
- Pomiaru pola powierzchni przekroju przepływu wynosi $\frac{\sigma_r}{r} = 0,004$

Uwzględniając wszystkie niepewności występujące w równaniu (8.15) niepewność względna wyniku pomiaru strumienia objętości przepływomierzem kolanowym wynosi: $\sigma'_v \cong 2,5\%$

9. Wnioski

Wyniki badań symulacyjnych oraz doświadczeń jak również rozwiązanie teoretyczne dotyczące modelu przepływu stanowią merytoryczną podstawę do sformułowania wniosków końcowych które podzielono na trzy kategorie:

9.1. Wnioski ogólne:

Przepływomierze kolanowe zbudowane na bazie seryjnie produkowanych elementów armatury instalacyjnej w postaci łuków i kolan metalowych i z tworzyw sztucznych umożliwiają pomiar strumienia masy lub objętości bez konieczności każdorazowego wzorcowania.

Wykorzystanie elementów armatury - kolan, łuków jako czujników przepływomierzy umożliwia ciągłą kontrolę i rejestrację przepływu jak również może znaleźć zastosowanie do jego automatycznej regulacji.

Zastosowanie przepływomierzy kolanowych zapewnia minimalizację strat ciśnienia w instalacji.

Nieskomplikowany kształt zapewnia przepływomierzowi trwałość i niezawodność eksploatacyjną.

Usytuowanie otworów piezometrycznych w środku krzywizny umożliwia pomiar strumienia objętości w obu kierunkach.

Przeprowadzone badania doświadczalne dotyczyły łuków i kolan o małych średnicach poniżej 40 mm dla których wybór metody pomiaru strumienia objętości jest ograniczony a instalacje o zakresie tych średnic dość powszechne.

Jak wykazały badania symulacyjne oraz doświadczalne przepływomierz kolanowy wymaga odpowiednio długich odcinków prostych przewodów zapewniających osiowo symetryczny rozkład prędkości.

Jak wykazano w badaniach długość odcinka prostego poprzedzającego przekrój pomiarowy powinna wynosić 30D natomiast za przekrojem wystarczający jest odcinek przewodu długości 5D.

Nowoczesne technologie powodują że wykonane elementy armatury instalacyjnej w postaci łuków i kolan odznaczają się wysoką precyzją. Towarzysząca procesowi wykonania owalizacja jest minimalna a w kolanach plastikowych nie występuje.

Ponadto nowoczesne metody pomiarowe umożliwiają bardzo dokładny pomiar parametrów geometrycznych kolana co ma wpływ na niepewność pomiaru strumienia masy lub objętości. Szczególnie duże znaczenie ma pomiar promienia krzywizny R jak i jego dokładność pomiaru. Ograniczenie niepewności wynikającej z pomiaru promienia R można uzyskać przez zastosowanie odpowiednich przyrządów pomiarowych o dużej dokładności rzędu 0,01 mm. Co pozwala w znaczącym stopniu obniżyć niepewność pomiaru przepływu.

Zaproponowany sposób rozwiązania numerycznego zagadnienia polegający na wprowadzeniu uproszczeń nie zakłócających uniwersalność obliczeń pozwolił na drodze symulacyjnej lepiej poznać fizykę badanego zjawiska.

Otrzymane rozkłady prędkości w płaszczyźnie zgięcia dla różnych wartości liczb Reynoldsa oraz parametru geometrycznego $\varepsilon = R/r$ charakteryzującego kształt kolana wskazuje że na wszystkich testowanych przypadkach prędkość maksymalna występuje bliżej ściany wewnętrznej przewodu zakrzywionego.

W niektórych przypadkach rozkład prędkości w płaszczyźnie przekroju kolana odznacza się płaskim charakterem. Co w pełni uzasadnia jego aproksymację linią prostą (rys. 6.4.1-6.4.6).

Przepływomierz kolanowy zbudowany na bazie seryjnie produkowanych elementów armatury stanowi urządzenie odznaczające się prostotą i łatwością wykonania przez potencjalnego użytkownika.

9.2. Wnioski szczegółowe

Przyjęty w pracy model matematyczny profilu prędkości płynu w płaszczyźnie przekroju pomiarowego kolana pozwala na określenie średniej prędkości przepływu a w konsekwencji obliczenie strumienia objętości płynu przez przekrój pomiarowy kolana.

Uogólnienie otrzymanych wyników badań polegało na przyjęciu postaci analitycznej funkcji aproksymującej zależność $\bar{\mu} = \bar{\mu}(\text{Re}, \varepsilon)$ i wyznaczeniu na podstawie danych pomiarowych parametrów tej przyjętej funkcji.

Ze względu na niezależność liczby przepływu μ od liczby Reynoldsa jak to wynika z danych doświadczalnych przedstawionych w postaci wykresów (rys. 8.2-8.4) przyjęto funkcję $\bar{\mu} = \bar{\mu}(\varepsilon)$ w postaci:

$$\mu = a \cdot \varepsilon^b \quad (9.1)$$

Parametry tej funkcji uogólnione metodą najmniejszych kwadratów wynoszą:

$$a = 1,6355 \quad b = -0,4273$$

Ostatecznie więc strumień objętości płynu przy wykorzystaniu kolana jako czujnika przepływomierza należy obliczać z równania:

$$\dot{V} = \mu \cdot \pi \cdot r_k^2 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{8\varepsilon \ln \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} - 12}} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (9.2)$$

Stosowanie zależności (9.2) eliminuje konieczność każdorazowego wzorcowania przepływomierza przed jego zastosowaniem do pomiaru strumienia objętości.

Przeprowadzona analiza niepewności pomiaru wykazuje, że dla obliczonej ze wzoru (9.2) wartości strumienia objętości względna niepewność wynosi:

$$\overline{\sigma}_V = 2,6\% \quad (9.3)$$

Przy opracowywaniu badań zarówno symulacyjnych jak i doświadczalnych wykorzystano równanie w postaci:

$$\dot{V} = K_{rz} \cdot \sqrt{\Delta p} \quad (9.4)$$

w którym rzeczywisty współczynnik przepływu opisuje zależność (9.5):

$$K_{rz} = \mu \cdot K_t \quad (9.5)$$

Ponieważ wartość teoretyczna współczynnika przepływu K_t jest związana z przyjętym modelem rozkładu prędkości dlatego do celów porównania rezultatów badań symulacyjnych z wynikami badań doświadczalnych wykorzystano równanie w postaci (9.4).

To porównanie wskazuje że symulacja procesów przepływowych za pomocą odpowiednio przygotowanego modelu zjawiska jest możliwa. Obserwacja wektorowych pól prędkości wewnątrz kolana wskazuje na wzrost prędkości w kierunku wewnętrznej ściany kolana.

Jednocześnie w tym kierunku generowany jest spadek ciśnienia. Wzrost prędkości pomiędzy ścianą zewnętrzną kolana a ścianą wewnętrzną powoduje występowanie różnicy ciśnień, która to wzdłuż przekroju pomiarowego w krańcowych jego punktach osiąga wartość maksymalną.

Porównanie wartości ciśnienia Δp generowanego w kolanie obliczonego w oparciu o wyniki badań symulacyjnych i zmierzonych doświadczalnie pozwala stwierdzić że symulacje dają bardzo dobre wyniki w pełnym zakresie liczb Reynoldsa.

Wyniki badań symulacyjnych uwzględniających szczelinę połączenia kolana oraz jej brak wskazuje na bardzo niewielkie różnice w uzyskanych wartościach współczynnika przepływu.

Wielkość niepewności wyznaczenia wartości ciśnienia generowanego na kolanie na drodze symulacji w stosunku do wartości ciśnienia wyznaczonej doświadczalnie czyni ten sposób mało przydatny do wyznaczania współczynnika kalibracji μ . Ze względu na półempiryczny charakter modelu k - ε i błędy obliczeń numerycznych należy zachować ostrożność w wyciąganiu wniosków z obliczeń numerycznych.

9.3. Wnioski przyszłościowe

Przedstawiona praca nie wyczerpuje całości zagadnienia. W trakcie realizacji pracy oraz studiowania literatury specjalistycznej nasunęło się szereg uwag które pozwalają na sformułowanie wniosków dotyczących perspektyw dalszych badań odnośnie pomiaru strumienia objętości za pomocą przepływomierzy kolanowych.

Oceniając niepewność pomiaru przepływomierzem kolanowym należy uwzględnić zmiany niepewności członów występujące w warunkach eksploatacji. Określenie wszystkich warunków, które muszą być spełnione celem zminimalizowania wpływu poszczególnych czynników na niepewności składowe wymaga odrębnych badań.

Rezultaty tych badań doświadczalnych powinny dać podstawy do szacowania wielkości niepewności wynikającej z:

- zmiany położenia otworów piezometrycznych pomiaru ciśnienia różnicowego Δp wywołane przesunięciem względem zarówno względem płaszczyzny środkowej krzywizny jak również względem płaszczyzny przekroju pomiarowego.
- dokładności wykonania kolana dotyczące wymiarów przekroju poprzecznego (w procesie wyginania kolana podlegają owalizacji przekroju)
- Stan powierzchni wewnętrznej kolana ma wpływ na formowanie się profilu prędkości a tym samym na wartość liczby przepływu, która powinna być korygowana ze zmianą chropowatości przewodu. Badania które przeprowadzono dotyczyły jedynie kolan gładkich.

W warunkach odrębnych badań doświadczalnych należałoby ustalić wpływ precyzji warunków montowania kolana w instalacji głównie dotyczących wielkości szczeliny połączeniowej na dokładność pomiaru strumienia objętości

10. Literatura

- [1] Anderson J.D. *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*, McGraw- Hill, New York 1995.
- [2] Baker R. C.: *An Introductory guide to flow measurement*, Alden Press, Oxford, 1989.
- [3] Bukowski J., Kijowski P.: *Kurs mechaniki płynów*, PWN, Warszawa, 1980.
- [4] Celik I. B.: *Overview of Turbulence Modeling*, West Virginia University, 2001.
- [5] Chmielniak T. J., Drobniak S.: *Modelowanie przepływów turbulentnych*, XL Sympozjum „Modelowanie w mechanice”, 19-23.02.2001, Wisła 2001, s. 49-51.
- [6] Colella P., *Modern Numerical Methods for Fluid Flow*, Department of Mechanical Engineering University of California, Berkeley, 1994.
- [7] Cortegou I.T. : *Centrifugal Flow Measurement Instrument and control system*, vol. 33 1960.
- [8] Cheng B., Topping B. H. *Improved adaptive quadrilateral mesh generation using fission elements*, Advances in Engineering Software vol. 29 1998.
- [9] Elsner J.W., Drobniak S. *Metrologia turbulencji przepływów*, PAN, Warszawa 1995.
- [10] Elsner J.W. *Turbulencja Przepływów*, PWN, Warszawa 1987.
- [11] Ferziger J. H., Perić M.: *Computational Method for Fluid Dynamics*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg 1999.
- [12] Ferziger J.H. Perić M. *The Handbook of Fluid Dynamics*, CRC Press-Springer, Haideberg 2000.
- [13] Flow Measurement: *Practical guides for measurement and control*, D. W. Spitzer; editor, ISA, Research Triangle Park, 1991.
- [14] *Fluent 6.1 User's Guide*, Fluent Inc. 2003.
- [15] *Gambit 2.0 User's Guide*, Fluent Inc. 2003.
- [16] Gondek A. Nowak Z. *Analiza teoretyczno doświadczalna pomiaru natężenia przepływu płynów za pomocą przepływomierza pętlowego*, Zeszyt naukowy Politechniki Krakowskiej Nr 10 1973 s1-85.

- [17] Gondek A. *Pomiarowy przetwornik strumienia masy o śrubowej linii przepływu*. Zeszyt naukowy Nr 62. 1988 s 129-140.
- [18] Gondek A. Sztaba G. *Porównanie własności metrologicznych przepływomierzy piętrzących*. Czasopismo Techniczne zeszyt B-M/2004 s 55-61.
- [19] Gondek A. Nowak Z. *Pomiar wydatku przepływu za pomocą przepływomierzy z krzywizną*. Czasopismo Techniczne Z-10N/1973 s 1-5.
- [20] Gryboś R., *Podstawy Mechaniki Płynów*. PWN , Warszawa 1998.
- [21] *High Precision Coordinate Measuring Machines*, Brown&Sharpe, Germany 2000.
- [22] Jaworski Z., *Numeryczna Mechanika Płynów w Inżynierii Chemicznej I Procesowej*, Akademicka oficyna wydawnicza Exit, Warszawa 2005.
- [23] Johansson A.: *Engineering Turbulence Models and Their Development, With Emphasis on Explicit Algebraic Reynolds Stress Models*, Department of Mechanics, Stockholm, Sweden 2001.
- [24] Kabza Z. *Pomiary strumienia płynów (przewodnik)* Wydawnictwo Politechniki Opolskiej z 90 Opole 1996.
- [25] Kotake S., Hijikata K.: *Numerical Simulation of Heat Transfer and Fluid Flow on a personal Computer*, Elsevier 1993.
- [26] Kuratow T. *Pomiary przepływów cieczy, par i gazów*, Wydawnictwo Śląskie, Katowice, 1977.
- [27] Kremlewski P.P. *Paschodomiery i sozetoziki koliczestwa* Leningrad 1975.
- [28] Lämmer L., Burghardt M. *Parallel generation of triangular and quadrilateral meshes*, Advances in Engineering Software II 2000.
- [29] Lai J. Yang C.: *Numerical simulation of turbulence suppression: Comparison of the performance of four k-ε turbulence models*, International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 18, XII 1997.
- [30] Launder B. E., Spalding D. B., *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. Academic Press, London, England, 1972.
- [31] Łukaszek W., *Podstawy statystycznego opracowania pomiarów*. Politechnika Śląska, Gliwice 1991.
- [32] Miller R. W. *Flow measurement engineering handbook*, Mc Graw HIN Book Company, 1983.

- [33] PN-93/M-53950 *Pomiary strumienia masy i strumienia objętości płynów za pomocą zwęzek pomiarowych*. Wyd. Nowelizacyjne Alfa Warszawa 1994.
- [34] PN-81/M-42364 *Pomiary przepływu płynu, Rurki spiętrzające*.
- [35] PN-81/M-42366 *Pomiary przepływu płynu. Pomiary strumienia objętości metodami całkowania bryły prędkości*.
- [36] Pfeffer W. *Durchflussmessung mit Rohrkrumern*. VDI-Berichte, nr 86 1964.
- [37] Pospolita J. *Pomiary strumienia płynów*. Studia i monografie z. 154 Opole 2004.
- [38] Polański Z., *Metodyka badań doświadczalnych*. Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 1984.
- [39] Pope S.B., *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, Cambridge 2000.
- [40] Praca zbiorowa; *Pomiary cieplne* WNT Warszawa 1995.
- [41] Prosnak W. J., *Wprowadzenie do numerycznej mechaniki płynów. Podstawowe metody numeryczne*, Wyd. PAN, Warszawa 1993.
- [42] Rakoczy T. *Mengenmessung stromender Flussigkeiten oder Gase durch einen Krammer*. HLH. 11 1986.
- [43] Reploge I.A. Myers L.E. *Evaluation of pipe elbows as flow meters. Jurnal of the Irrigation and Drainage Division Proceedings of the ASCE*, September 1966.
- [44] Romer E. *Miernictwo przemysłowe*, PWN, Warszawa 1970.
- [45] Sawicki J.: *Matematyczne modele turbulencji*, Wydawnictwa Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, 1989.
- [46] Sadowski A., *Metrologia długości i kąta*, PWN Warszawa 1978.
- [47] Spalart P. R.: *Strategies for turbulence modeling and simulations*, International Journal of Heat and Fluid Flow, II 2000.
- [48] Spitzer D. W. *Flow Measurement, Practical Guides for Measurement and Control*, Instrument Society of America, 1991.
- [49] Spink L. K. *Principles and Practice of Flow meter Engineering Ninth Edition* Foxboro, Massachusetts USA 1972.
- [50] Strzelczyk F. *Metody i przyrządy w pomiarach cieplno-energetycznych*, Wyd. Politechniki Łódzkiej Łódź 1993.

- [51] *Słownik podstawowych i ogólnych terminów metrologii GUM* Warszawa 1993.
- [52] Szafirski B., *Zastosowanie równań Naviera-Stokesa w hydromechanice*. Materiały Konferencyjne Mechaniki Płynów, Kraków 1990, s.(323-327).
- [53] Szargut J., *Graniczny błąd pomiaru i metoda różniczki zupełnej*. PAK, 2/1999
- [54] Szydłowski H., *Teoria pomiarów*. PWN, Warszawa 1974.
- [55] Telejko T., *Wstęp do metod opracowania wyników pomiarów*, Wydawnictwo AGH, Kraków 1999.
- [56] Troskoleński A.T. *Hydromechanika techniczna*, Tom III pomiary wodne Warszawa 1957.
- [57] Troskoleński A.T. *Hydromechanika*, WNT Warszawa 1962.
- [58] Turzeniecka D.: *Ocena niepewności wyniku pomiarów*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1997.
- [59] Versteeg H. K., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method*, Longman Group Ltd 1995.
- [60] Walden H. Stasiak J. *Mechanika cieczy i gazów*, PWN Warszawa 1970.
- [61] Wierun A. *Przepływomierz pętlowy*. Chemik 12 1961.
- [62] Wilcom D. C.: *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, Inc., 2000.
- [63] *Wyrażenie niepewności pomiarów*, przewodnik GUM Warszawa 1999.