

Andrzej Zdziarski

PRACA DOKTORSKA

**RZUT ANAMORFICZNO -REFLEKSYJNO-WALCOWY I JEGO
NIEKTÓRE MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWAŃ W PRAKTYCE
ARCHITEKTONICZNEJ**

Promotor : Dr hab. inż. arch. Wacław Seruga Prof. PK

Kraków 1997



*Pamięci
Profesora Zbigniewa Pałasińskiego
pracę tę poświęcam*

SPIS TREŚCI

Rozdział I

WIADOMOŚCI WSTĘPNE

1.1. Wstęp	5
1.2. Cel, zakres i metoda opracowania	13
1.3. Rys historyczny.....	15

Rozdział II

CZEŚĆ TEORETYCZNA

2.1. Klasyfikacja oraz nazewnictwo obrazów anamorficznych.....	45
2.2. Historyczne zgeometryzowane rozwiązania, określające przybliżone sposoby wyznaczania obrazów amorficznych.....	49
2.3. Geometryczne podstawy powstawania rzutu anamorficzno-refleksyjno-walcowego.....	56
2.3.1. Odwzorowanie dowolnego punktu leżącego na refleksyjnie czynnej części powierzchni walca obrotowego na rzutnię anamorficzną.....	57
2.3.2. Odwzorowanie tworzącej walca.....	59
2.3.3. Odwzorowanie dowolnego punktu przestrzeni wewnątrzwalcowej....	60
2.3.4. Przekształcenie okręgu leżącego na powierzchni walca.....	61
2.3.5. Przekształcenie elipsy leżącej na powierzchni walca.....	63
2.4. Przekształcenie anamorficzne realizowane w zwierciadłach płaskich.....	66
2.5. Fizykalna definicja odwzorowania anamorficzno-refleksyjno-walcowego.....	69
2.5.1. Analityczny opis odwzorowania płaskiego.....	73

Rozdział III

CZEŚĆ PRAKTYCZNA

3.1.	Dane kształtujące parametry metryczne anamorfozy zwierciadlanej ze wskazaniami do projektowania.....	81
3.1.1.	Walec refleksyjny, obrotowy, wypukły.....	82
3.1.2.	Walec refleksyjny, obrotowy, wklęsły.....	88
3.1.3.	Kształtowanie rzutni anamorficznej dla zwierciadła walcowego wklęsłego w zależności od szerokości szczeliny wglądu	89
3.2.	Płaskie przekształcenie rzutni anamorficznej.....	94
3.3.	Zmechanizowane wspomaganie płaskiego przekształcenia rzutni anamorficznej.....	97
3.4.	Anamorficzne siatki deformacyjne.....	100
3.4.1.	Siatki deformacyjne anamorfoz powierzchniowych.....	100
3.4.2.	Siatki deformacyjne anamorfoz refleksyjnych.....	111
3.5.	Komputerowe wspomaganie projektowania deformacyjnych siatek dla anamorfoz refleksyjnych - walcowych.....	121
3.6.	Zasada fotooptycznej metody przekształcenia anamorficzno-refleksyjno walcowego.....	136

Rozdział IV

ZASTOSOWANIA

4.1.	Wnętrza krajobrazowe.....	139
4.2.	Wnętrza urbanistyczne.....	142
4.3.	Wnętrza architektoniczne.....	143
4.3.1	Wnętrza użyteczności publicznej.....	144
4.3.2.	Wnętrza sakralne.....	149
4.4.	Przykłady treści obrazów anamorficznych.....	151
5.	Podsumowanie.....	156
6.	Spis ilustracji.....	158
7.	Bibliografia.....	161

Rozdział I

WIADOMOŚCI WSTĘPNE

1.1 Wstęp

Złudzenie optyczne, znane od starożytności i stosowane w różnych dziedzinach sztuki po dzień dzisiejszy, zawsze wprowadza w sztan zadziwienia, budzi pewną zadumę nad prawami natury, a przede wszystkim rodzi pytania; dlaczego tak?, jakie prawa fizyczne nim rządzą?, według jakich zasad geometrycznych jest realizowane?, jaki wpływ na odbiór ma fizjologia widzenia?, kiedy odbiór zależy od psychofizjologicznej wrażliwości widza. Na te i wiele innych pytań próbował autor znaleźć odpowiedź w rozmowach ucznia ze swoim mistrzem, nieodżałowanym Profesorem Zbigniewem Pałasińskim. Rozmowy te rozbudziły zainteresowania i ukierunkowały je na obrazy o szczególnej, charakterystycznej deformacji.

Na 11-tym Międzynarodowym Biennale Grafiki w Krakowie w 1986r., między innymi swoją pracę wystawiał *Hans Hmngren* ze Szwecji. Był to obraz anamorficzny o fascynujących deformacjach, którego odbicie w zwierciadle walcowym likwidowało wszelkie odkształcenia. Wówczas wydawało się, że jest to pierwsze zestawienie-połączenie obrazu z zwierciadłem w sztuce. Jednak dalsze zainteresowanie tą dziedziną sztuki oraz poszukiwania materiałów ikonograficznych z nią związanych wskazało na źródła mające swój początek w XVw. A więc praca wystawiona na 11-tym Biennale Grafiki była powrotem do zapomnianych obrazów o tajemniczych deformacjach anaformicznych. Wówczas Profesor Zbigniew Pałasiński zasugerował próbę rozpracowania zasad geometrycznych kierujących anamorficznym przekształceniem zachodzącym pomiędzy płaskim obrazem, a zwierciadłem walcowym nazywając je rzutem anformiczno-refleksyjno-walcowym, gdzie słowo anaforma i anomorfa należy traktować jako synonimy. Pracę rozpocząłem pod opieką naukową prof. Z. Pałasińskiego. Przez pewien okres miałem okazję pracować pod kierunkiem prof. T. Raczyńskiego. Rozwinięcie wcześniej zdobytych doświadczeń stało się celem niniejszej rozprawy. W dostępnej literaturze przedmiotu do tej pory autor nie natrafił na geometryczne rozwiązanie tego problemu, natomiast uczestnicząc w wystawach krajowych i opierając się na katalogach wystaw zagranicznych, tematycznie związa-

nych z tą problematyką, spotkał się z ciekawymi historycznymi przykładami obrazów anamorficznych. Sztuka oparta na złudzeniu optycznym istniała od starożytności po współczesność, przede wszystkim jako swoista zabawa artystów, manifestujących własne mistrzostwo, a często także w roli usługowej, pełniąc zadanie reklamy. W kwietniu 1981 roku w Warszawie w Muzeum Narodowym otwarta została wystawa pod nazwą "Perspektywa, iluzja, iluzjonizm". Poszczególne działy przedstawiały w różne sposoby pojęcia i rozumienie iluzji w sztuce. I tak dział "Perspektywa" przedstawiał między innymi prace z perspektywy longimetrycznej. (*fig. 1* , *fig.2.*) ...Jest to rzut środkowy na płaszczyznę poziomą leżącą pod środkiem rzutów. Linia horyzontu jest tu prostą niewłaściwą tła, wszystkie proste pionowe zbiegają się w punkcie głównym, prspektywą wiązki prostych poziomych będzie pęk prostych równoległych, perspektywą figury płaskiej leżącej na płaszczyźnie poziomej - figura do niej geometrycznie podobna...¹

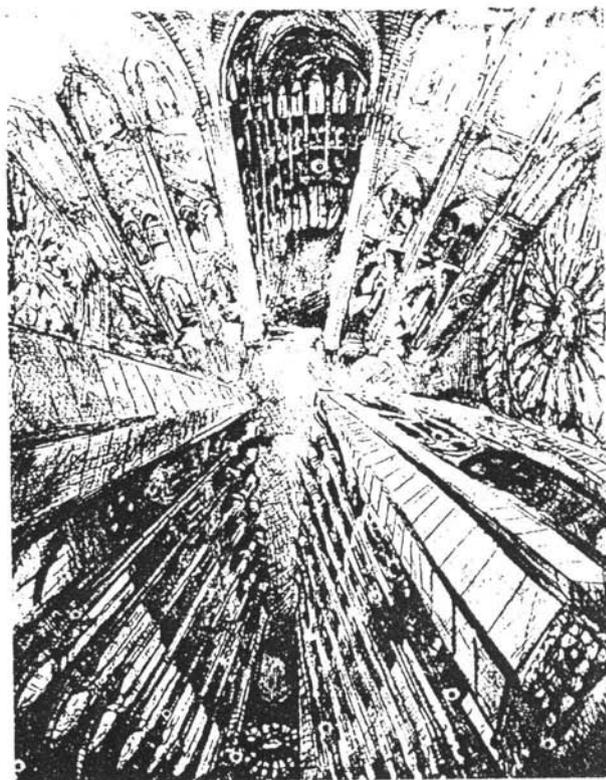
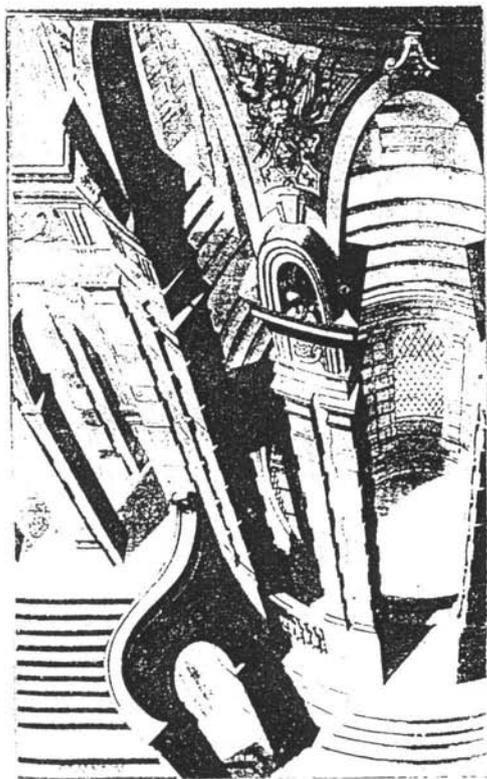


fig. 1. JOHANN J. SCHUBLER. Perspektywa longimetryczna, rycina, 1719-1720. Muzeum Narodowe w Warszawie *fig. 2. KONSTANTY BRANDEL. "katedra I", 1907, Muzeum Narodowe w Warszawie*

Inny eksponował prace o tematyce "Podwójnego widzenia" czyli obrazy alternatywne. Syntetyczny obraz ludzkiej głowy przy zmianie odległości obserwacji przekształca się w zespół narzędzi kuchennych (fig.3). Podobnie pejzaże z wyobrażeniem pagórków, lasów, jezior ukazują niespodziewanie zarys ludzkiej głowy lub ciała (fig.4). Patrząc na takie obrazy nasza świadomość ogarnia jednocześnie istnienie dwóch odmiennych wyobrażeń, lecz budowa zmysłu wzroku pozwala jedynie na rozłączne widzenie raz jednego raz drugiego.

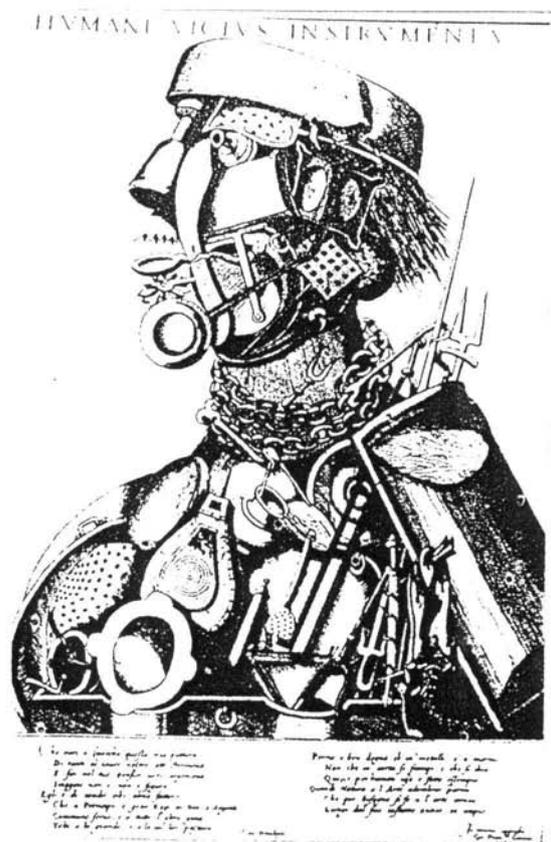


fig. 3. GIOVANNI F. CAMOCCIO.
"Humani victus instrumenta"
miedzioryt, 1569 Muzeum Narodowe
w Warszawie



fig. 4. FRANCOIS SPIERRE.
"Pejzaż z górą Athos", akwaforta,
ok 1650. Biblioteka Uniwersytetu
Warszawskiego

W dziale pod nazwą "Iluzjonistyczne dekoracje ścienne i teatralne" prezentowano prace, które w sposób perfekcyjny realizując zasady perspektywy z powodzeniem wprowadzają widza w iluzję przestrzeni. (fig. 5 , fig. 6.)

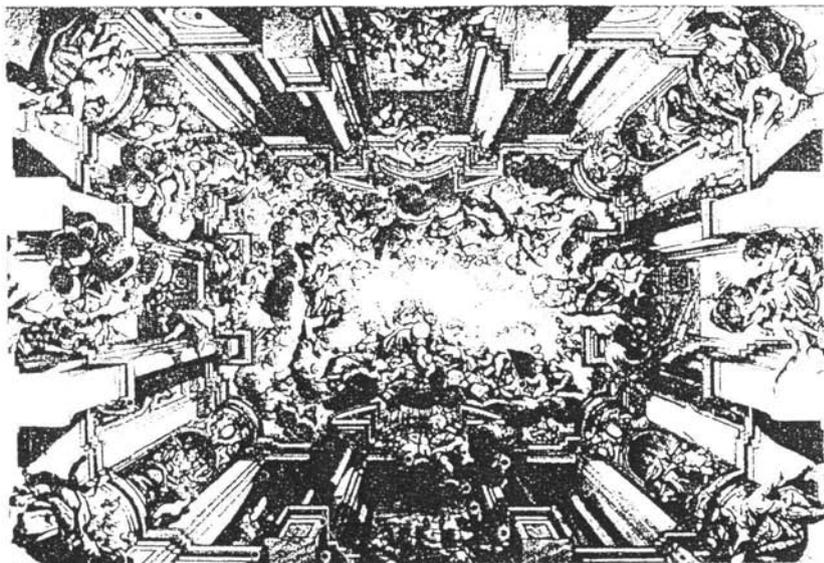


fig. 5. Georg C. Bodenehr. Plafon sali reprezentacyjnej, miedzioryt, XVIIIw. Muzeum Narodowe we Wrocławiu

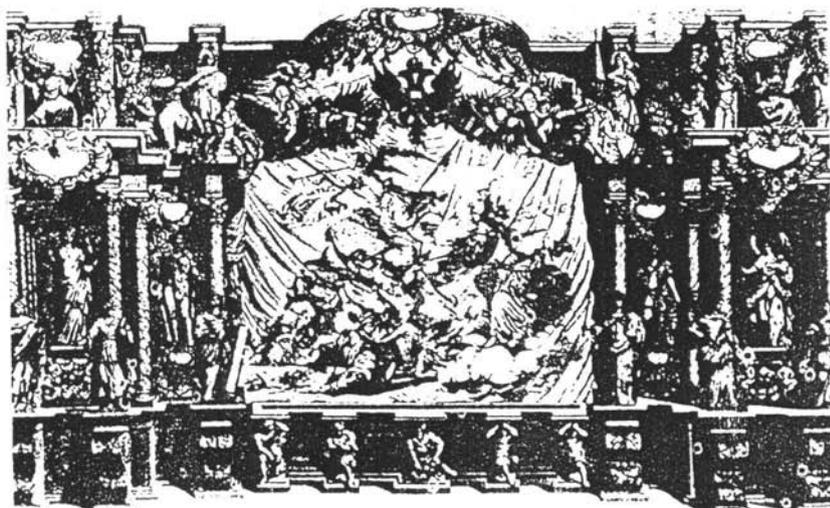
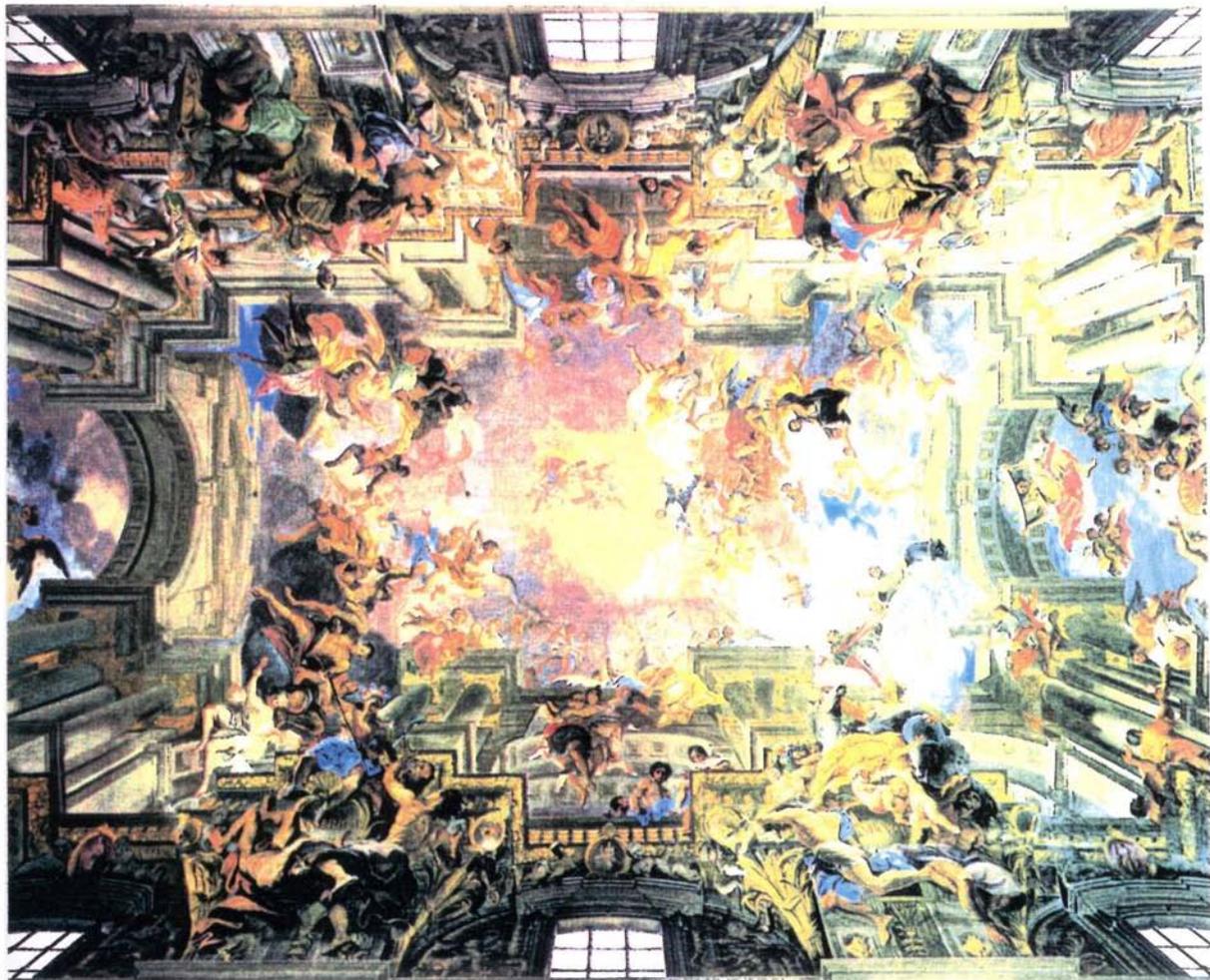


fig. 6. Mathias Kusel. Dekoracja teatralna, miedzioryt. Muzeum Narodowe w Warszawie

Dzieło *Andrei Pozza* z roku 1691-94 w kościele Św. Ignacego w Rzymie to zapewne szczytowe osiągnięcie iluzjonizmu perspektywicznego. ...W dużej odległości od widza stojącego na posadzce, sklepienie nawy przechodzi w zapierający dech w piersiach widok niebios. Precyzja perspektywy jest podkreślona tym, iż dla każdej iluzji istnieje tylko jeden doskonały punkt widzenia (zaznaczony jako dysk w podłodze)..² ..Stąd znika granica między architekturą namalowaną i rzeczywistą. Oko podąża przez kłębowisko postaci ku punktowi zbiegu - Synowi Bożemu...³



*fig.7. Andrea Pozzo, " Alegoria misji jezuickich",
sklepienie nawy w kościele Św. Ignacego w Rzymie*

Jeden z wyjątkowo interesujących działów grupował prace z psychofizjologicznym aspektem widzenia iluzji, pod wspólną nazwą "Anamorfozy". W przesłaniu treści tych prac autorzy wykorzystują uwarunkowania ulegania iluzji, które znajdują się w wyobraźni i imaginacji obserwatora, a więc wykorzystują uwarunkowania wrażliwości i zdolności konstruowania w umyśle obrazu którego faktyczna, materialna postać na papierze, w rzeczywistości jest inna.

Restytucja niektórych z tych geometrycznie zdeformowanych obrazów -anamorf, wymaga zastosowań odpowiednich lusterek walcowych czy też stożkowych, bądź złożenia z obrazów odpowiednich figur i obserwacji ze ściśle określonego punktu. Ich zastosowanie odtwarza z obrazu pozornie nieprzedstawiającego, abstrakcyjnego, wizerunek przedstawiający i fascynujący złudnością przestrzenną.

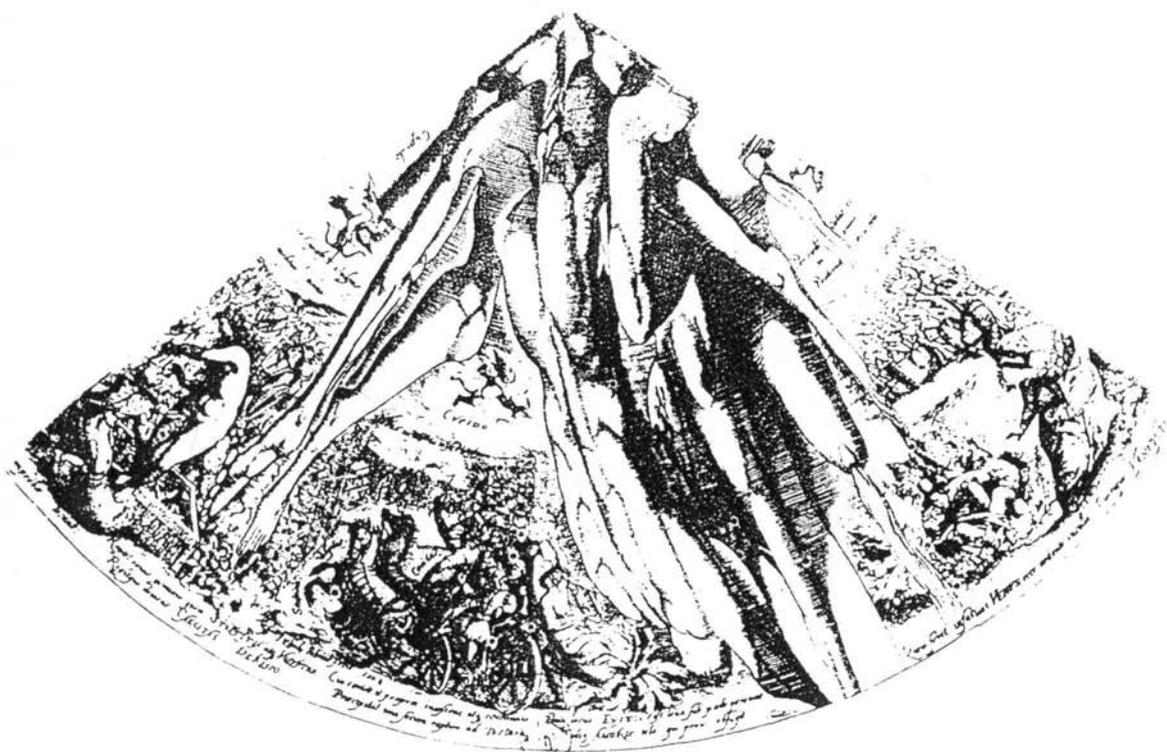
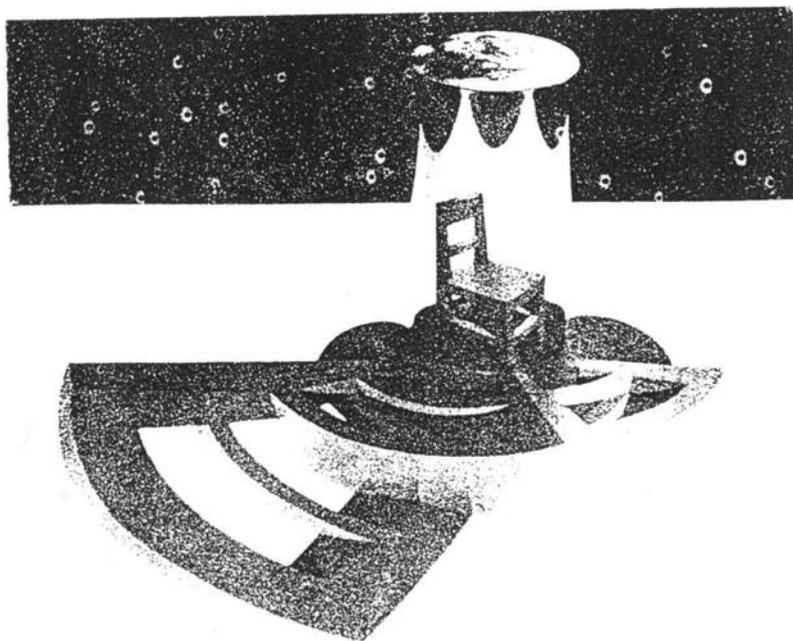


fig.8. Jan Ziarnko. "Para kochanków" anamorfoza, miedzioryt, 1608.
Muzeum Narodowe w Krakowie

Praca Jana Ziarnko . miedzioryt 1608 "Para kochanków"(fig .8) jest zdeformowanym geometrycznie obrazem na rozwiniętej powierzchni określonego stożka, a odczytanie jego treści wymaga zwinięcia, z danej siatki stożka obrotowego i obserwacji z kierunku jego osi. Ponieważ anamorfoza w sztuce jest szerokim działem obejmującym prace związane z geometryczną deformacją obrazu stąd dla odróżnienia rodzaju przekształcenia w szczególności objętego niniejszą pracą nazwano go "Rzutem anamorficznie refleksyjno walcowym".⁴

Współczesną pracą reprezentującą ten rodzaj anamorfozy niech będzie "Krzeseł w anamorfozie cylindrycznej"Hansa Hamngrena. (fig.9.)



*fig.9. Hans Hamngren . Krzesło w anamorfozie cylindrycznej 1977
Muzeum sztuki w Łodzi*

Ogólne zainteresowania autora iluzją perspektywiczną w sztuce zostały, zgodnie z sugestią prof. Zbigniewa Pałasińskiego, ukierunkowane na tematykę iluzji podwójnego widzenia, podwójnej treści obrazów szczególnych, obrazów anamorficznie zdeformowanych. Ich pierwszy odbiór estetyczny to rządząca się swoimi prawami anamorficzna kompozycja ukrywająca w swych fascynujących deformacjach treść drugą, odczytaną w odpowiednim zwierciadle, bądź z ściśle określonego punktu obserwacji. Fascynacja tym zjawiskiem owocuje niniejszą pracą.

Nurtującym pytaniem będzie geometryczna zasada opisująca to anamorficzne przekształcenie. Zatem w następnej części określony będzie cel, zakres oraz metoda opracowania odpowiedzi na to podstawowe pytanie.

1.2. Cel zakres i metoda opracowania

W przekształceniach tych zakłada się że obserwacji obrazów anamorficznych dokonuje się w odbiciu w pewnej powierzchni lustrzanej. A obrazami anamorficznymi będą płaskie, geometrycznie zdeformowane kompozycje celowo wykonane na dostępnych płaszczyznach: podłóg, ścian, sufitów, podestów, podniebień lub specjalnie ukształtowanych powierzchniach. W zamyśle autora jest rozbudzenie zainteresowania zapomnianą, a jakże fascynującą dziedziną sztuki poprzez wskazanie geometrycznych uproszczeń w projektowaniu tych kompozycji..

Zatem celem pracy jest:

- Opracowanie zasad geometrycznych budowy obrazów anamorficznych, usystematyzowanie teorii, przeprowadzenie klasyfikacji obrazów anamorficznych, oraz praktyczne wskazania wspomagające realizację jak również sugestie zastosowań we wnętrzach krajobrazowych, urbanistycznych i architektonicznych.

Jako zakres pracy przyjęto:

- Określenie i zbadanie własności wybranych przekształceń anamorficzno-refleksyjnych, rozważanych jako odwzorowanie płaszczyzny obiektów-anamorf \mathbf{R}^2 na powierzchnię obrazu pozornego, obserwowanego poza powierzchnią lustrzaną.
- Określenie i zbadanie własności wybranych przekształceń anamorficzno-refleksyjnych rozważanych jako odwzorowanie przestrzeni \mathbf{R}^3 pozornej , poza powierzchnią lustrzaną , na płaszczyznę obiektów - anamorf (przekształcenie odwrotne).
- Podanie metod i zasad oraz zbadanie ograniczeń konstruowania obiektów-kompozycji na płaszczyźnie \mathbf{R}^2 , których obrazy refleksyjne obserwowane w ustalonej powierzchni lustrzanej są z góry znane (ich parametry gabarytowe).
- Analiza danych kształtujących parametry metryczne anamorfozy zwier-

ciadlanej ze wskazaniem do projektowania.

- Schematyczne określenie możliwości zastosowań w architekturze, przy uwzględnieniu właściwych im ograniczeń.

Metoda opracowania:

- Przyjęcie teoretycznej analizy geomatrycznej przekształcenia, wspartej wybranymi przykładami modelowymi.

- Porównawcze uporządkowanie nazewnictwa.

- Systemowe opracowanie klasyfikacji obrazów anamorficznych.

- Dokonanie analizy parametrycznej wybranych przykładów.

- Określenie metodą wykreślną zasady budowy siatek deformacyjnych, wspomagających projektowanie obrazów anamorficznych.

- kształtowanie estetyki wnętrza poprzez schematyczne wskazania zastosowań.

1.3.Rys historyczny

Roland Barthes w pracy zatytułowanej *"Demon de l Analogie"*(1975) stwierdza, że "...analogia jest przekleństwem artystów, któremu starają się sprzeciwić na dwa sposoby: albo wiernie odtwarzać (hiperrealizm), albo deformując według ściśle określonych reguł tworzyć **anamorfizmy**"...⁵

Ideą anamorfizmu jest "destrukcja" obiektu-obrazu rzeczywistego i przedstawienie go w formie abstrakcyjnej, nieczytelnej, aby potem odczytać prawidłowo podglądając go pod określonym kątem lub za pomocą specjalnego zwierciadła.

Kompozycje anamorficzne zawierają cały mechanizm iluzji, patetyczność abstrakcji i filozofię sztucznie stworzonej rzeczywistości. Anamorfoza to rebus przestrzeni na płaszczyźnie rysunku.

Umiejętność i sposoby rysowania anamorf na początku uważane były za swoistą zabawę i wielkie mistrzostwo.

W XVI w. został opracowany system anamorfizmów, który był uważany za "cud w sztuce", a jego sekret był strzeżony przez jakiś czas.

Wydaje się, że *Leonardo da Vinci* (1432) i *Albrecht Durer* byli twórcami czy też pomysłodawcami deformacji anamorficznych, ale sam termin "anamorfoza" powstał dopiero w wieku XVII od greckiego słowa "przekształcać".⁶

Anamorfoza posiada swoje podstawy w perspektywie klasycznej, dlatego jej rozwój jako ubocznej wiedzy o perspektywie jest racjonalnie uzasadniony.

Podczas pierwszych dziesięcioleci XV wieku florenccy artyści awangardy starali się znaleźć w malarstwie podstawy optyki, stworzyć teorię widzenia, aby podnieść malarstwo do rangi wiedzy. Obraz mógł symulować rzeczywistość na bazie pewnych reguł. Pole widzenia, jak twierdził *Euklides* w VII w p.n.e. może być uważane jako piramida której wierzchołek znajduje się w oku obserwatora. To właśnie na tej zasadzie architekt i teoretyk sztuki *Leone Battista Alberti* w 1435r. oparł swoją słynną definicję obrazu: ..."obraz to przekrój poprzeczny piramidy widzenia. Powierzchnia obrazu jest niby okno, przez które obserwator widzi obraz. Aby na tej powierzchni otrzymać żądany efekt, należy narysować linię horyzontu i punkt zniknięcia (zbiegu) dla linii, które, oddalają się w głąb"...⁷ Wszystkie obiekty do przedstawienia na powierzchni obrazu, winny być tak

rysowane, żeby różnice ich proporcji wyrażały odległość od obserwatora. Postać w połowie mniejsza od sąsiedniej przedstawi osobę, która się znajduje w podwójnej odległości...⁸ ...Aby osiągnąć ten efekt możliwie najlepiej, należało, oglądając taki obraz, usytuować się w miejscu, gdzie artysta ulokował wierzchołek piramidy widzenia. Obserwator winien przyjąć pozycję dokładnie naprzeciw punktu zbiegu, w określonej odległości przez konstrukcję i obserwować jednym okiem...⁹ W życiu codziennym taka dokładność nie była konieczna, szczególnie, gdy ten punkt znajdował się w znacznej odległości od obrazu. *Leonardo da Vinci* zalecał odległość widzenia, jako długość odcinka równą w przybliżeniu trzem wielkościom obiektu reprezentowanego. Tak więc obraz mógł być oglądany przez kilka osób jednocześnie. Zauważono, że deformacje obrazu powstają wyraźniej kiedy oko jest umiejscowione bliżej. Toteż zaczyna grać rolę różnica odległości pomiędzy środkiem i brzegami obrazu a obserwatorem.

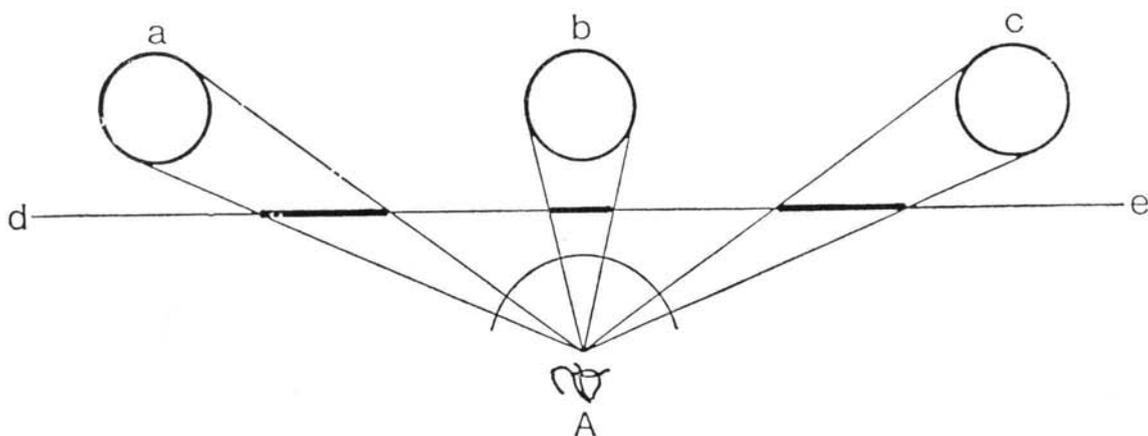


fig. 10. *Leonardo da Vinci* 1492, *Codex Atlanticus*, Milan

Jeśli *A* jest naszym okiem (środkiem rzutu) a okręgi o jednakowych wielkościach oznaczonych przez *a*, *b* i *c* są rzutowane na powierzchnię płaską, reguła według której obiekt bardziej oddalony daje mniejszy rzut nie odgrywa już takiej roli, okręgi zewnętrzne dają większy rzut niż okrąg ze środka. Oglądając przez mały otwór taki zdeformowany rzut, wydaje się on naturalny. (fig.10)

Leonardo da Vinci praktykował również te techniki. Na jednej ze stron jego *Codex*

Atlanticus narysował twarz dziecka dziwnie rozciągniętą i na ten sam sposób zdeformowane oko.¹⁰ (*fig. 11.*)

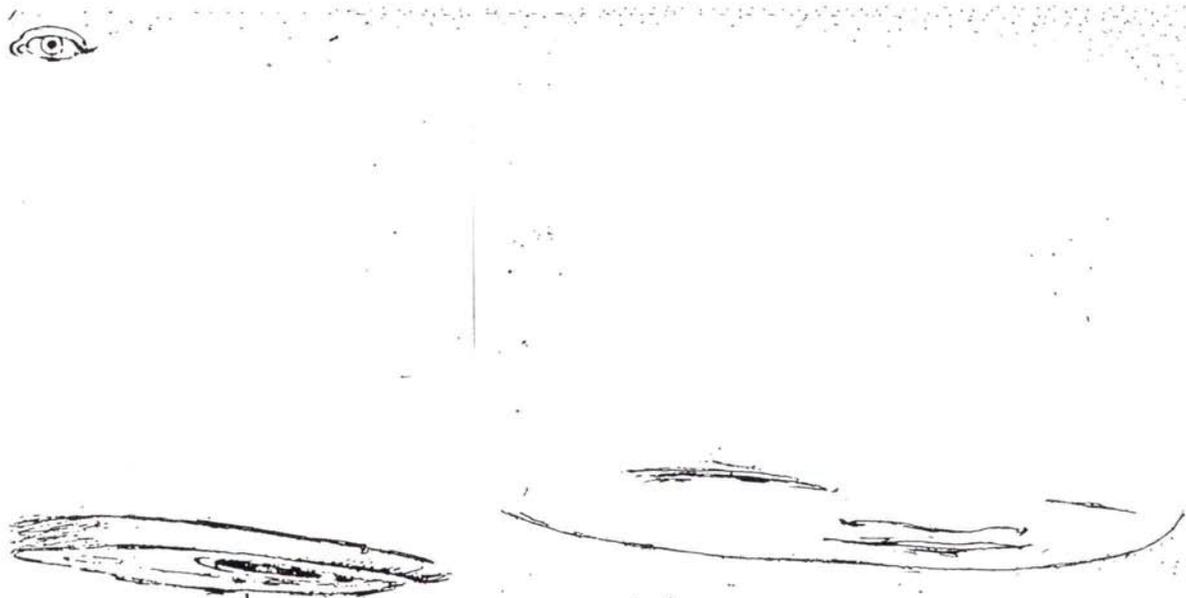


fig. 11. Leonardo da Vinci, 1485. Codex Atlanticus , Milan

Jeśli oglądamy te szkice ustawiając oko po prawej stronie rysunku tuż nad nim to wszystko wydaje się w normalnych proporcjach. Zachodzi tu jeszcze inne zjawisko - obserwowany rysunek "traci kontakt" z płaszczyzną na której powstał. Identyfikując twarz i oko zakładamy płaszczyznę tego obrazu prostopadłą do reprezentowanej. Przekrój naszego stożka widzenia staje się urojony ponieważ nie przynależy już do płaszczyzny na której jest narysowany szkic. Procedura powstawania anamorfy z czasem przestała być tajemnicą. Głównie jednak były to anamorfozy płaszczyznowe, których odtworzenie wymagało jedynie spojrzenia nań z konkretnego kierunku. Treści jakie wówczas artyści przekazywali drogą anamorfozy to w dużej mierze erotyki i przesłania filozoficzne o odczycie przeznaczonym dla wtajemniczonych, znających kierunek obserwacji lub sposób restytucji (*fig. 8, fig.17*), jak również takie, których lokalizacja wymuszała wręcz możliwość odczytu niezdeformowanego obrazu. (*fig.12*). *Emmanuel Mignam* (*fig.20*) namalował duży fresk na ścianie podcieni



klasztoru *Świętej Trójcy na Górze w Rzymie*, narzucając kierunek odtworzenia jego ukrytej treści dla przechodzących podcieniem, (*fig.21*) lokalizując go na osi podcieni.

Hans Holbein (1533) wprowadził do swojego największego dzieła, olejnego obrazu "*Ambasadorzy*" filozoficzne przesłanie, malując czaszkę jako symbol próżności ukryty w anamorfozie (*fig.12*). Ten obraz prawdopodobnie wisiał na klatce schodowej w pałacu *Dinteville'a*.¹¹ Tak więc dla idącego po schodach, często z zaskoczeniem pojawiała się właściwa treść wprowadzająca w zadumę i chwilę refleksji.



fig. 12 . Hans Holbein. 1533. Ambasadorzy , olej na desce

Z podłogi obrazu *Holbeina* wynurza się dziwny przedmiot trudny do identyfikacji

z miejsca z którego oglądamy obraz. Odczytanie znaczenia tej dziwnej formy wymaga od obserwatora przyjęcia specjalnego punktu obserwacji. Punkt ten znajduje się na kierunku osi podłużnej figury, bardzo blisko płaszczyzny obrazu. Oglądającemu ją z tak ukrytego stanowiska, z tej nieprzedstawiającej formy wyłania się ludzka czaszka, symbol przesłania duchowego (*fig.13.*) Dopiero w 1873 r. a więc ponad trzysta lat po namalowaniu obrazu określono ten przedmiot jako anamorfozę.¹²

*fig.13. CZASZKA
restytucja anamorfozy
z obrazu "Ambasadorzy"*



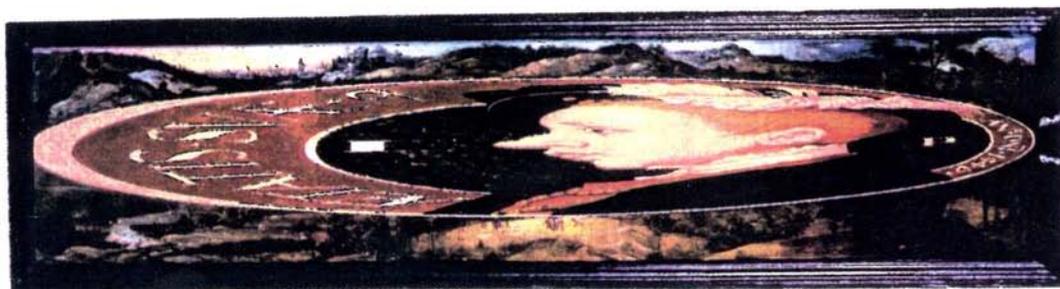
Istnieje interpretacja namalowanej czaszki jako ukrytej w kalamburze sygnatury autora. ...Po niemiecku *hohle bein* znaczy "pusta kość". Trupia czaszka znajdowała się także w herbie *Dintevile'a*...¹³

Profesor Kazimierz Bartel w swoim obszernym opracowaniu "Perspektywa malarska" tak opisuje obraz *Hansa Holbeina*. ...o 26 lat młodszy od *Dürera*, *Hans Holbein* pozostawił wśród swych dzieł jedno, ze stanowiska perspektywicznego szczególnie interesujące: "Postowie". Intrygujący w tym obrazie jest element, który przedstawia zagadkowy przedmiot, położony ukośnie i wsparty jedną częścią o podłogę. Zagadka zostaje rozwiązana dopiero wówczas, gdy obraz obserwować będziemy od lewej strony w kierunku długości owego zagadkowego przedmiotu, okiem bardzo zbliżonym do obrazu. Okaze się, że mamy przed sobą silnie anaformiczny obraz czaszki ludzkiej, powstały - być może - przez odbicie jej we wklęsłym zwierciadle walcowym. Mamy tu przykład wpływu rodzaju obserwacji na treść wrażenia wzrokowego."¹⁴

Autor tego opisu używa określenia anaforma które należy uznać w tym przypadku jako synonim z pojęciem anamorfa. Przypuszczenie, że deformacja nastąpiła poprzez odbicie w zwierciadle wklęsłym a więc, że jest to anamorfoza refle-

ksyjna jest mylnie i można w świetle dalszych geometrycznych rozważań wyjaśnić i zdefiniować jako anamorfozę płaszczyznową, która ani przy konstrukcji deformacji obrazu ani też do jego restytucji nie wymaga stosowania zwierciadeł.

William Scrots, uczeń *Hansa Holbeina* namalował na drewnie techniką olejną w 1546 r. portret angielskiego księcia Edwarda VI w anamorfozie płaszczyznowej...¹⁵ (*fig.14*). Na panoramiczny pejzaż autor nakłada mocno zdeformowaną głowę chłopca. Gdy spojrzeć na obraz z prawej strony przez wycięte w ramie w tym celu zagłębienie, oglądającemu ukaże się niezdeformowany portret księcia "wychodzący z ram", z płaszczyzny obrazu (*fig.15*).



wizjer

fig.14. William Scrots. 1546. Edward VI, olej na desce



*fig.15. Portret księcia Edwarda VI
restytucja anamorfozy*

Reprezentantem tworzącym również anamorfy płaszczyznowe w tym kresie

jest Erhard Schon 1535, uczeń Albrechta Durerera, który wykonał kompozycję anamorficzną czterech osobistości swojej epoki, umieszczając je w kompozycji pejzażu. Oglądając raz z lewej a raz z prawej strony, utrzymując oko blisko płaszczyzny obrazu zobaczymy parami odtworzone portrety tych osobistości (fig. 16).

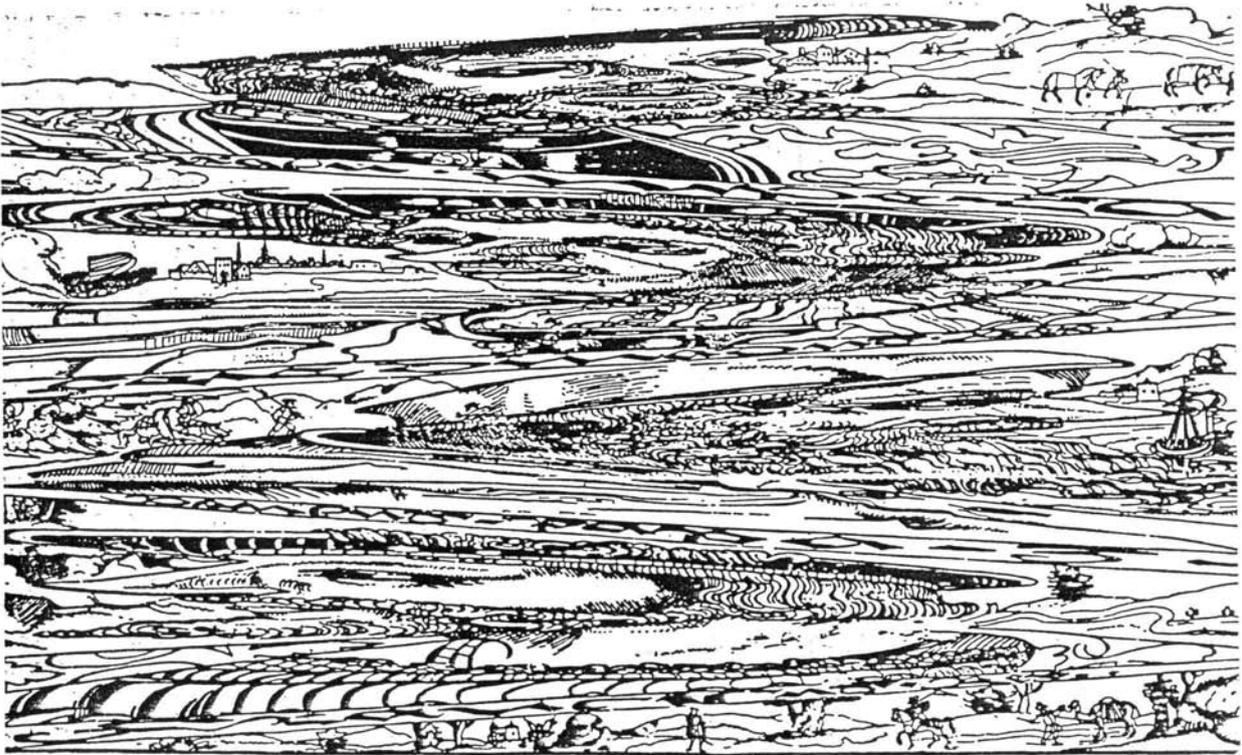


fig.16. Erchard Schon. Portrety czterech osobistości drzeworyt 1535r.



fig17. Erchard Schon. Erotyka, drzeworyt 1535r.

Mistrzostwo z którym wykonano te anamorficzne drzeworyty wskazuje, że faza eksperymentów z "dziwną" perspektywą mija i przechodzi do swobodnych zastosowań.

Erhard Schon na jednym ze swoich anamorficznych drzeworytów zamieścił scenę biblijną Starego Testamentu przedstawiającą Proroka Jonasza połkniętego przez wielką rybę (*fig. 18*).



fig. 18. Erhard Schon. Prorok Jonasz 1558, drzeworyt.

...Wątek religijny pojawia się również w pracy *Johanna Heinricha Glaser*, który na swoim drzeworycie przedstawia w anamorfizie głowę Chrystusa Cierniem Ukoronowanego wkomponowaną pomiędzy scenę grzechu pierworodnego i wygnania z raju...¹⁶ (*fig. 19*).

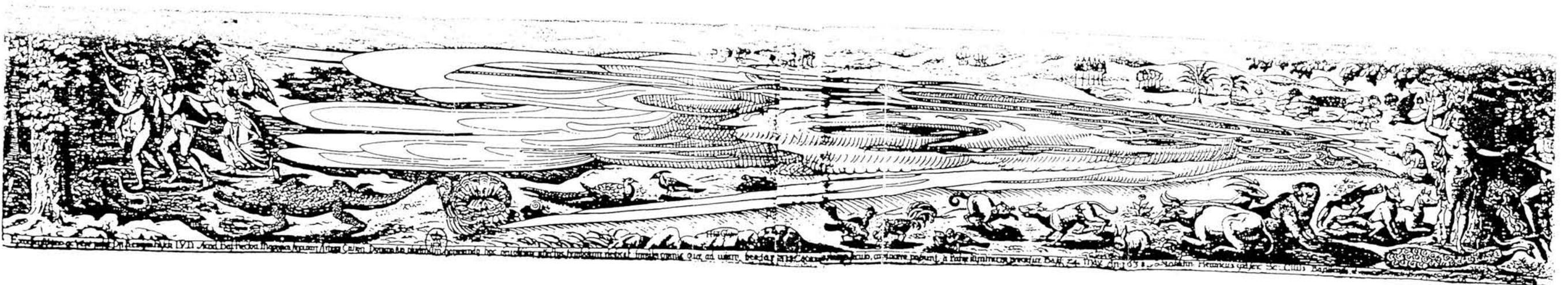


fig. 19. Johan Heinrich Glaser. Chrystus Ukoronowany. 1638

Ta epoka wytworzyła również freski anamorficzne. *Lonazzo* w swojej pracy zatytułowanej "*Trattato dalla Pittura*" (1584) przedstawił kilka takich przykładów. ...Prawdopodobnie jedyny fresk anamorficzny który zachował się po dzień dzisiejszy to praca *Emmanuela Maignana* (1642) w klasztorze *Świętej Trójcy na Górze w Rzymie*...¹⁷ Jest on dekoracją jednej ze ścian klasztornych krużganków. To olbrzymia kompozycja o długości około 20 m i wysokości 3,5 m . Przedstawiona w niej postać *Św. Franciszka*, założyciela Zakonu Braci Mniejszych w Rzymie, jest naturalnej wielkości. Odtworzenie treści obrazu nie wymaga odszukania stanowiska. Stanowisko odczytu tej anamorficznej kompozycji jest wymuszone przez funkcję korytarza, narzucającego kierunek ciągu pieszego będącą zarazem miejscem restytucji. Jego ogólny widok jest fascynującą i pełną abstrakcji kompozycją (fig. 20).

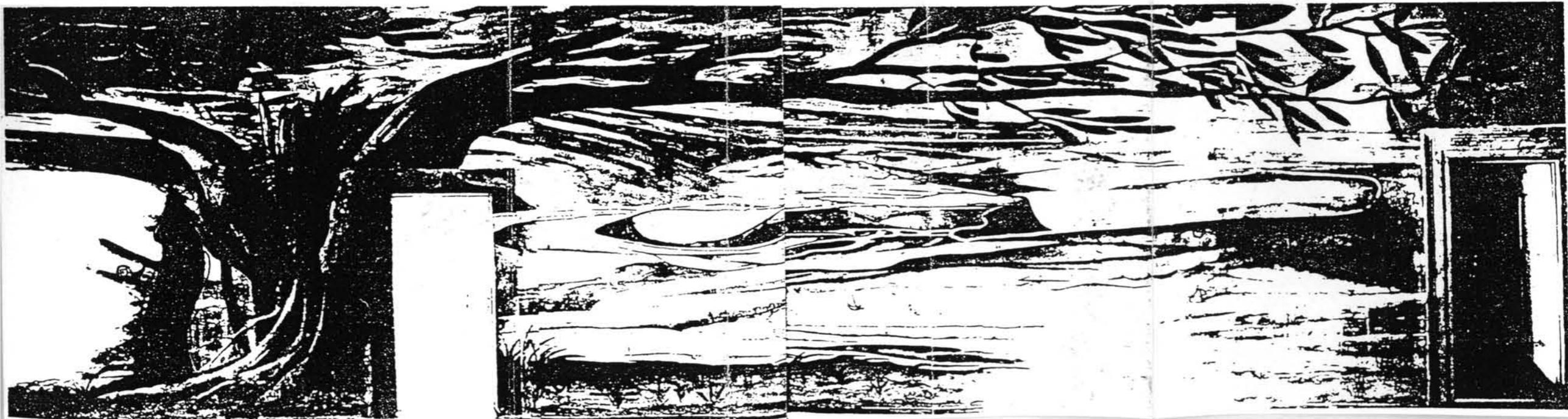


fig. 20. Emmanuel Maignan, 1642. fresk anamorficzny, widok czolowy.



fig. 21 . Emmanuel Maignan. Fresk anamorficzny, widok z kierunku restytucji.

Przechodzącego korytarzem widza, zaskakuje realnością oglądany obraz, tym bardziej, że postać robi wrażenie wyłaniającej się ze ściany, zaburzając tym perspektywę korytarza. Zbliżający się obserwator zauważa większą szczegółowość dzieła i powtórnie zostaje zaskoczony jego inną treścią. Przed chwilą oglądany habit świętego teraz staje się krajobrazem pełnym wykrotów, urwisk, wniesień porośniętych drzewami, krajobrazem ze spacerującymi ludźmi z pływającą łódką po jeziorze (fig.23).

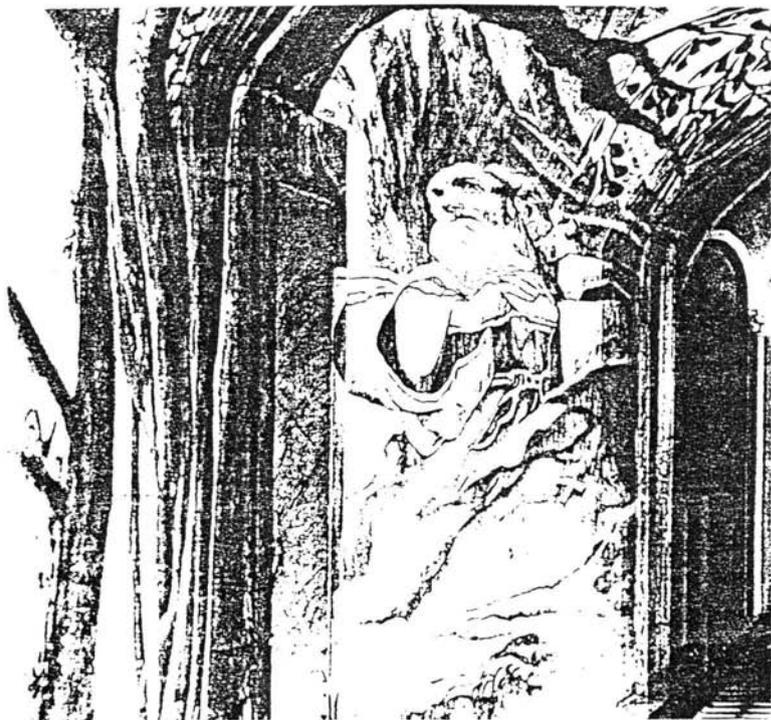
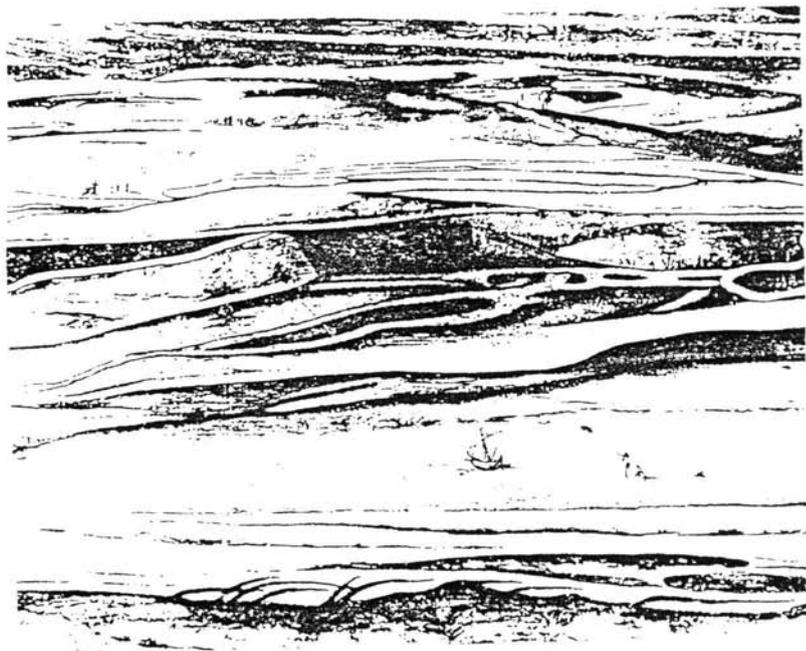


fig . 22. Emmanuel Maignan. Restytucja fresku - zbliżenie.

fig . 23. Emmanuel Maignan .Inna treść fresku - krajobraz.



Zainteresowanie anamorfizmem miało podłoże filozoficzne, artystyczne, również teologiczne. W pierwszej połowie XVII wieku w Europie pojawiły się obrazy anamorficzne odtwarzane przy pomocy różnych zwierciadeł. Głównymi tematami tych kompozycji opartych na anamorfie zwierciadlanej, rozpowszechnionych po obu stronach Alp aż do Anglii były zakamuflowane portrety, obrazy świętych, sceny biblijne. Znana jest jako jedna z najstarszych, chińska anamorfoza zwierciadlana z XVI wieku nieznanego autora o tematyce erotycznej (fig.24). Szczególnie interesujące i fascynujące są obrazy anamorficzne odtwarzane w lustrach stożkowych. ... Obraz taki robi wrażenie porozrywanego, zadziwia swą zaskakującą kompozycją (fig.25) *Jean F. Niceron "Dziewczyna z ptakiem na uwięzi" XVII w...*¹⁸ W centrum tego anamorficznego obrazu przedstawiona jest jego restytucja. Rozmyte i rozciągnięte na całym obwodzie obrazu kontury zostają odbite w polu bliskim wierzchołka stożka jako twarz dziewczyny. Poskręcane absurdalnie ramiona wracają w odbiciu na swoje miejsce. Innym przykładem anamorfozy stożkowej jest praca *Henryego Kettle, ok. 1770, Amsterdam, kolekcja prywatna*, przedstawiająca dzika broniącego warchlaka przed psem. Na refleksyjny stożek należy patrzeć z góry po kierunku jego osi (fig. 26). Tego samego autora, anamorfoza walcowa (fig.27) przedstawia również scenę z polowania o bardzo podobnej treści. *Henry Kettle* jest znaczącym i wielostronnym twórcą obrazów anamorficznych. Jest autorem wielu prac znajdujących się w prywatnych kolekcjach w Mediolanie i Amsterdamie.

Anamorfoza piramidalna to również jego dzieło (fig.27) *Henry Kettle, olej na desce 1770-80. Leyde, Muzeum historyczne*. ...Henry Kettle z pewnością uważnie przestudiował traktat swojego ojca *Pere DuBreuila "La Perpektive pratique..." 1649, Paris...*¹⁹ W piramidzie o lustranych ścianach odbijają się cztery, specjalnie skomponowane obrazy twarzy, każdy w jednej ścianie, budując dla obserwatora patrzącego z góry, jeden niezdeformowany odtworzony portret.

W wieku XVII, wieku traktatów, rozpraw i gabinetów anamorficznych, tematem kompozycji były również ogrody, miasta, i cała przyroda (fig.29.). W Europie Zachodniej obrazy olejne uznanych już mistrzów często były przekształcane w odbiciu zwierciadeł cylindrycznych lub stożkowych. Osiemnastowieczne prace nieznanego autorów są przykładem przekazywania w nich treści religijnych i symbolicznych (fig.30, fig.31, fig.32). W XIX wieku anamorfoza oddala się od wątku metafizycznego i staje się głównie techniką, umiejętnością i artystyczną perwersją. Natomiast intelektualne podteksty zostały odsunięte.

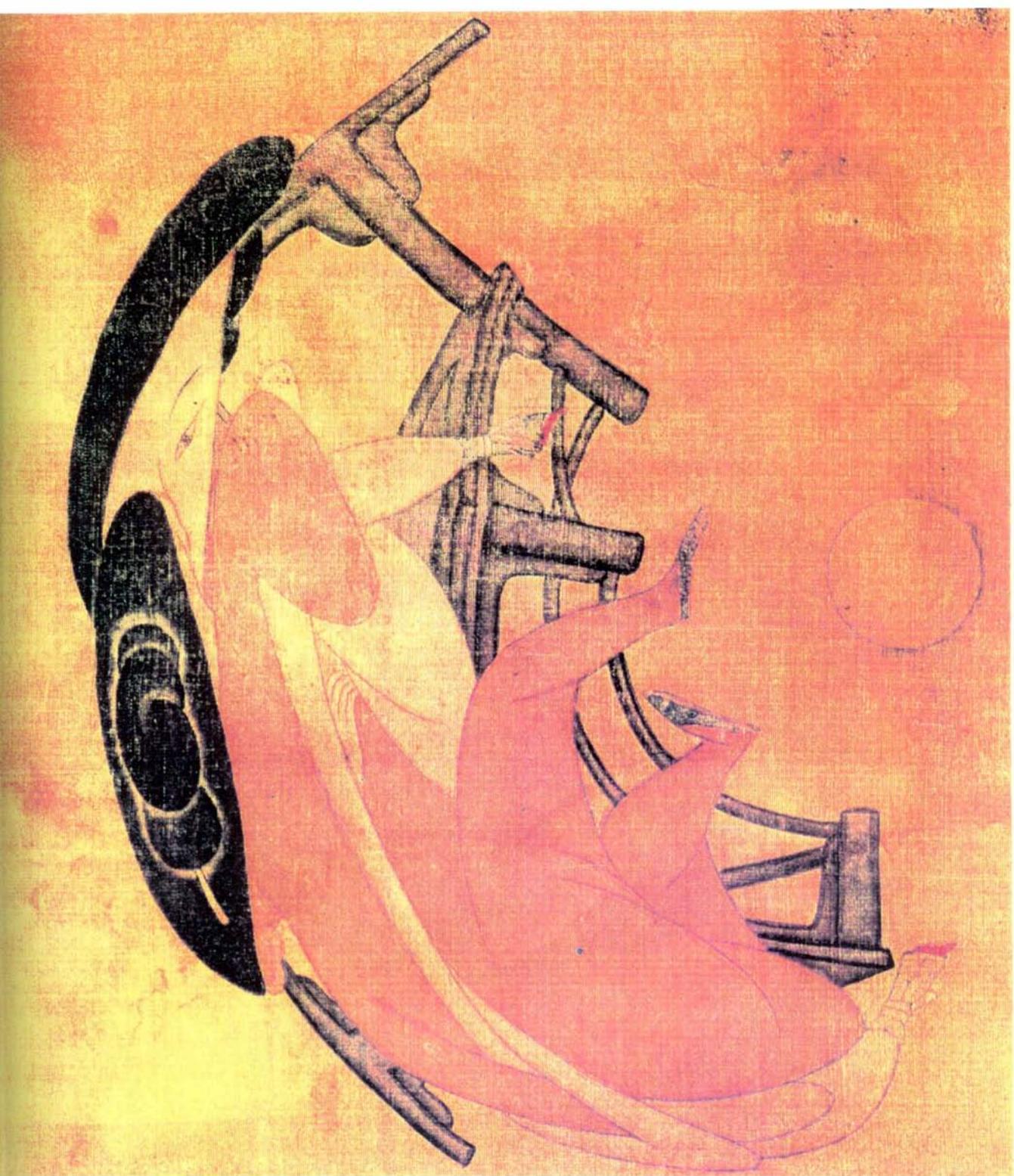


fig. 24 . Chiny , XVI w , autor nieznany .Anamorfoza zwierciadlana o treści erotycznej .



fig. 25 .Jean F. Niceron .XVIIw ,anamorfoza stożkowa "Dziewczyna z ptakiem na uwięzi"



fig . 26 . Henry Kettle , 1770 r , anamorfoza stożkowa "Dzik broniący warchlaka "

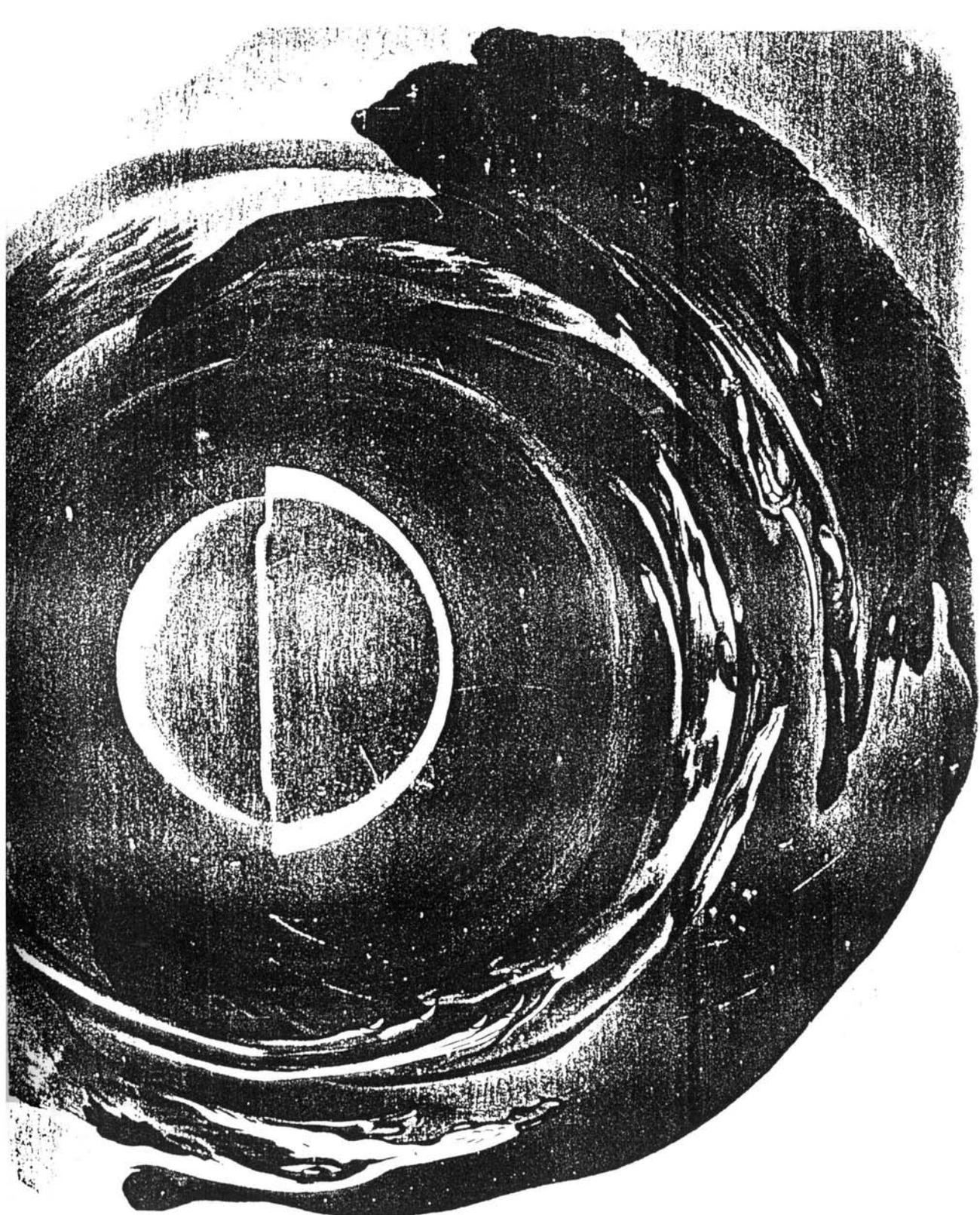


fig. 27. Henry Kettle XVIII w, anamorfoza walcowa, "Dzik osaczony"



fig . 28 .Henry Kettle ,XVIII w , anamorfoza piramidalna " Portret mężczyzny "

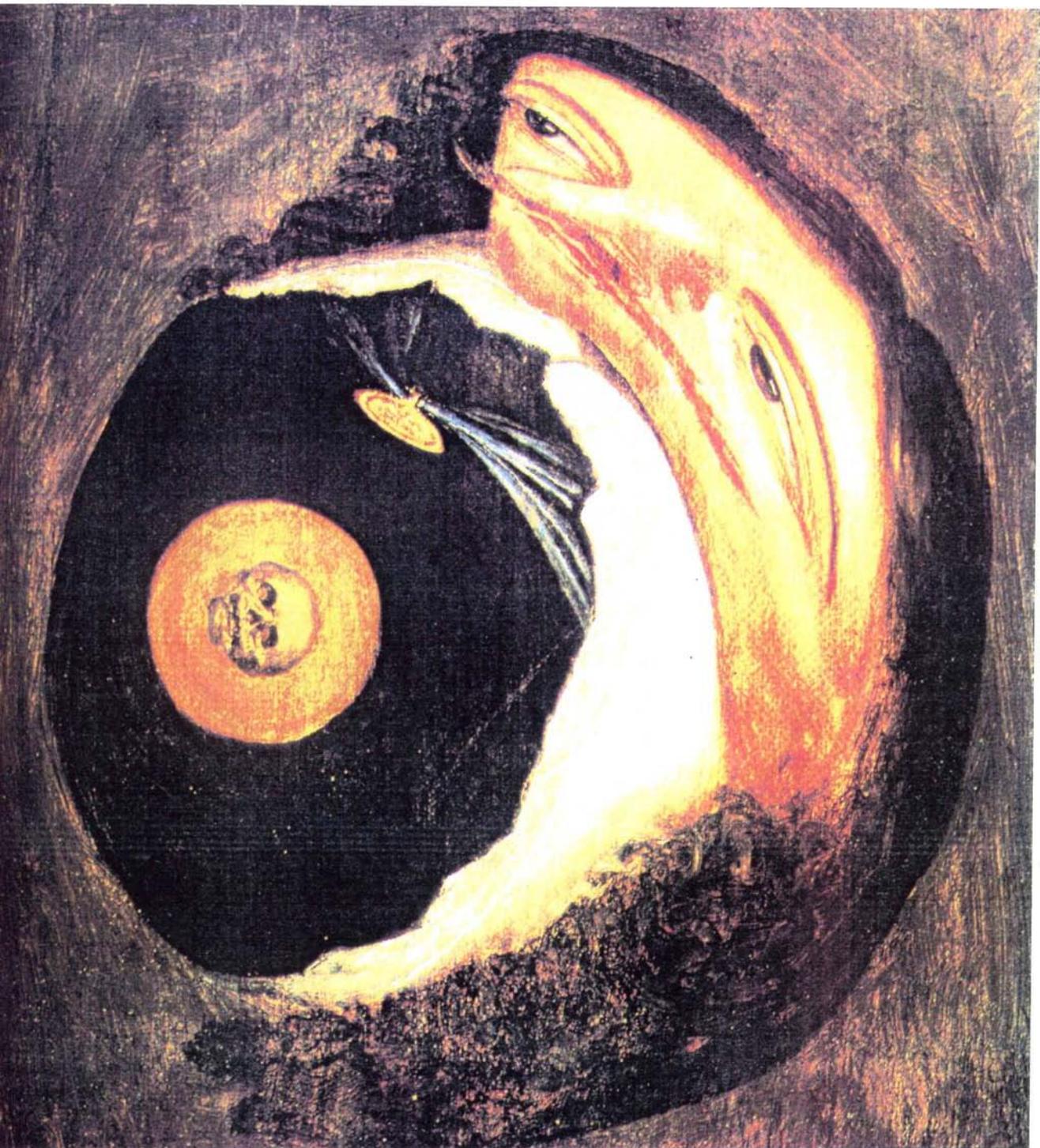


fig. 29 . autor nieznaný ,anamorfoza walcowa .

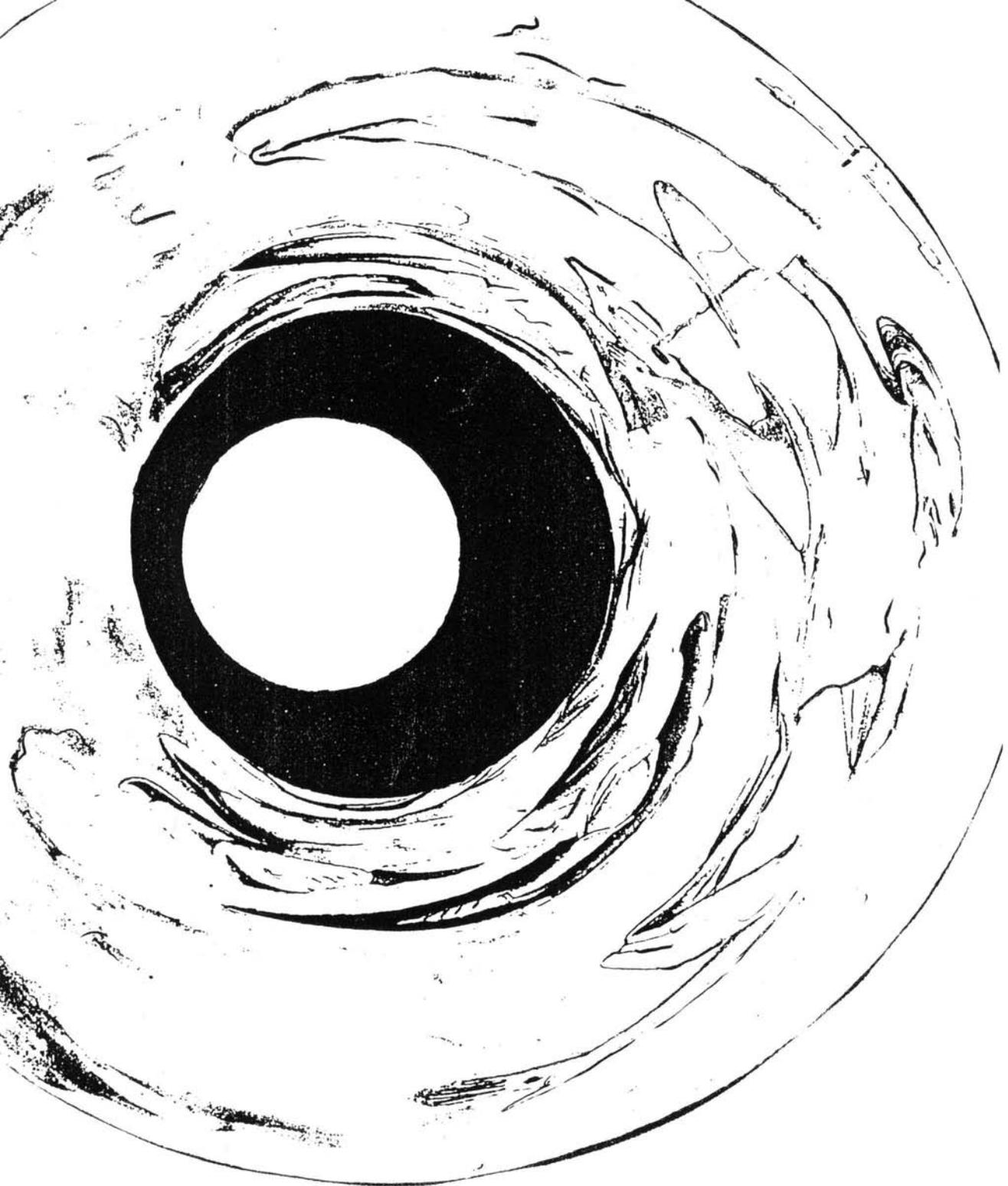


fig. 30 . autor nieznan , anamorfoza walcowa , "Zmartwychwstanie Pańskie "



fig. 31 . autor nieznaný , anamorfoza walcowa , " Ukrzżowanie "



*fig. 32 . autor nieznaný , XVII w , anamorfoza stożkowa " Trupia czaszka "
kolekcja prywatna Elffars , Amsterdam*

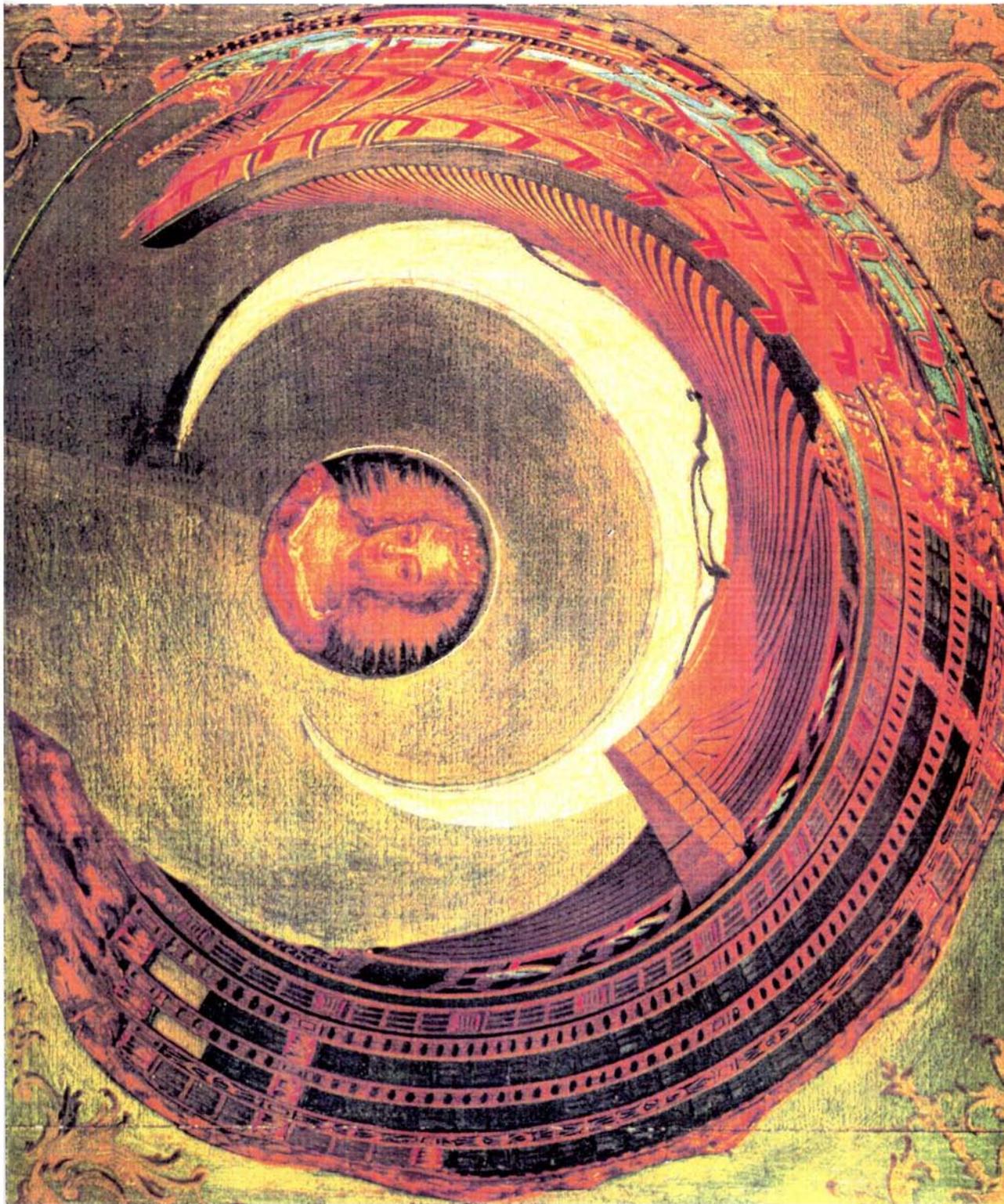


fig.33. James Steere (?), 1786r., anamorfoza cylindryczna, "Victoria".

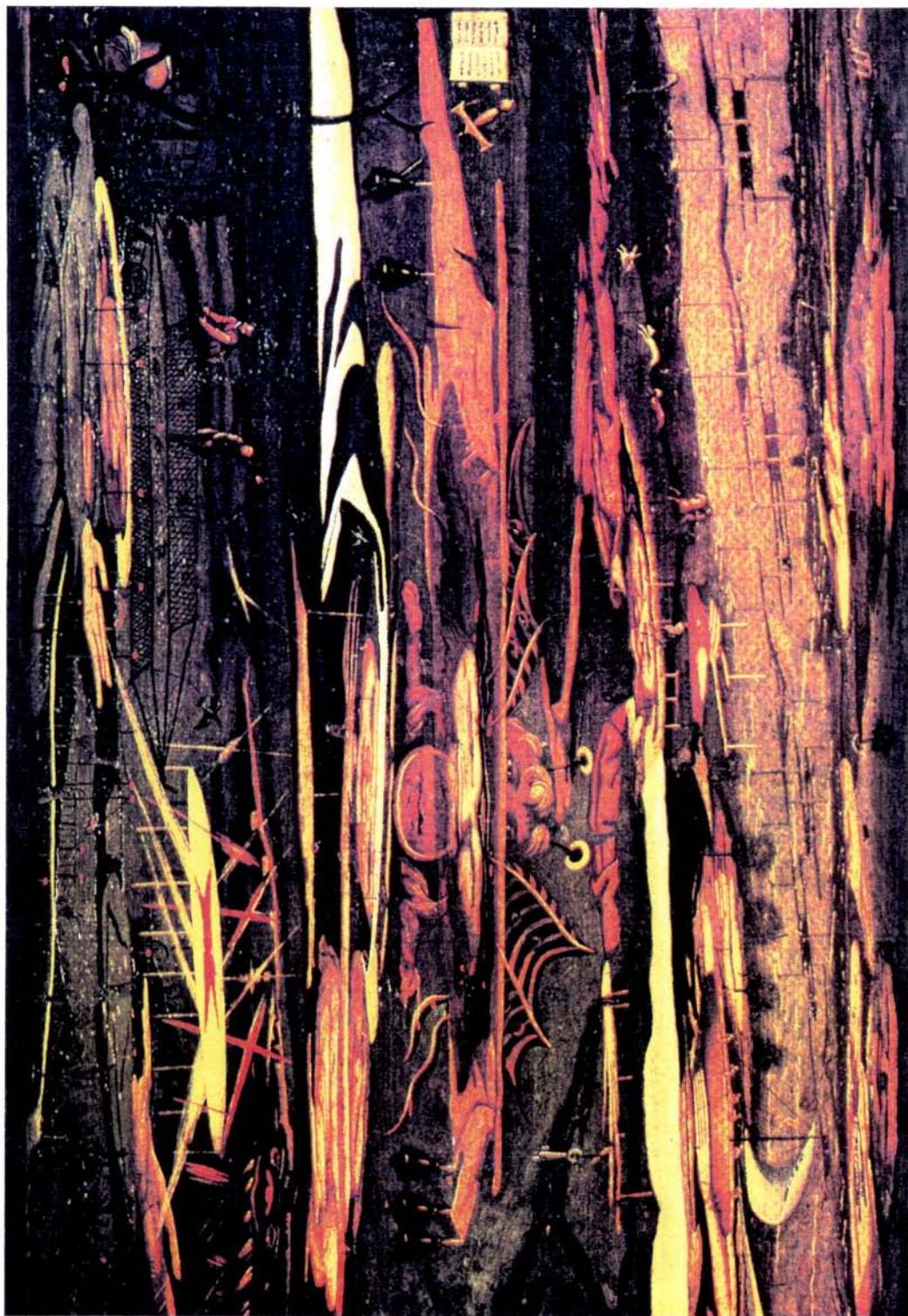


fig.34. Allmagne Dusund, XVI w, "Jezus i Maryja", anamorfoza płaszczynowa



fig.35. autor nieznan, 1670r.,Ecole de Delft, anamorfoza cylindryczna.

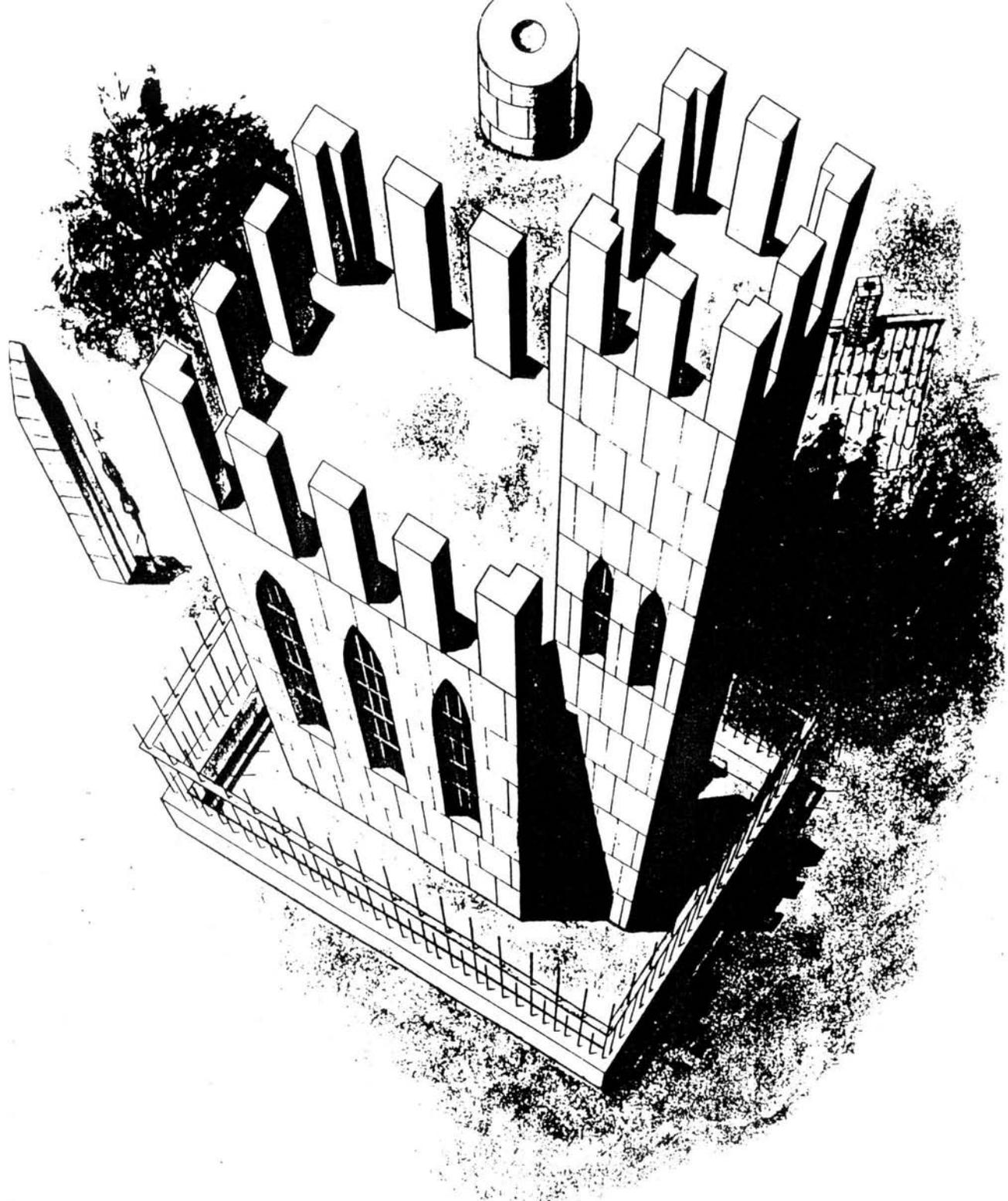


fig . 36 . autor nieznany , 1870 r , anamorfoza płaszczyznowa " Zamek "

Powrót do kontekstu magicznego, metafizycznego i tajemniczości nastąpił w epoce Romantyzmu. Z 1870 roku praca anonimowego autora holenderskiego, przedstawia zamek wykreślony w anamorfozie płaszczyznowej. Niezwykłe cechy anamorfozy płaszczyznowej zostały tu wykorzystane w szczególny sposób. Prawidłowo oglądana kompozycja zdaje się podnosić z dwuwymiarowej powierzchni papieru (fig.36).

...W 1953 roku anamorfizm został z powodzeniem wprowadzony do techniki kinowej, konstruowano wówczas specjalne obiektywy i urządzenia optyczne, które w trakcie realizacji filmu zagęszczają liniowo rejestrowany obraz na wąskiej taśmie filmowej, natomiast w trakcie projekcji czynność tę odwracają...²⁰ Obraz był wyświetlany na szerokim ekranie. Te optyczne nasadki zwano *anamorfot*. Tak stworzono kino panoramiczne. Zasadę anamorficznego zapisu planu filmowego i jego panoramiczną realizację przedstawia (fig. 37).

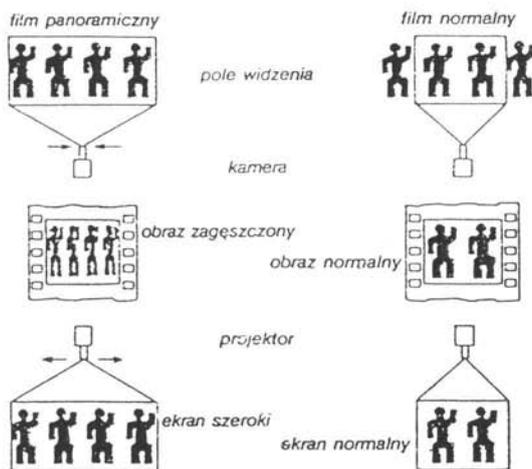


fig .37. Zasada anamorfozy optycznej.

Również w latach pięćdziesiątych naszego stulecia, modną wśród młodzieży była nienazwana zabawa przesyłania kartek pocztowych z informacjami dziwnie zaszyfrowanymi, a była to przecież anamorfoza płaszczyznowa. Cyfry 1,2,3,..były

wskazówką kolejności i kierunku odczytu tajemniczej treści. (fig. 38).



fig. 38. Kartka z pozdrowieniami, zaszyfrowanymi anamorfozq.

I w dzisiejszych czasach są przykłady wskazujące na zachowanie innej praktycznej funkcji anamorfozy. Przede wszystkim z grupy anamorfoz powierzchniowych zastosowanie mają anamorficzne obrazy płaszczyznowe. Jako typowy przykład współczesnej anamorfozy płaszczyznowej można wskazać całą grupę poziomych znaków drogowych. Znaki te informują nas który wybrać pas jezdni, dyscyplinują kierunki ruchu, wskazują również na przeznaczenie pasa drogi np. droga dla rowerów, opisują przystanki autobusowe itd. Anamorficznie zdeformowane piktogramy, tablice, napisy, liczby, strzałki, namalowane na jezdni przybierają normalne kształty odczytywane z pozycji użytkowników dróg (fig.39 i fig.40). Ich użyteczności nie da się przecenić, a raczej można przewidzieć ich dalszy rozwój co do jakości, trwałości i nowych treści.



fig .39. Droga dla rowerów, odczyt z pozycji kierowcy.

Jednym ze współczesnych, bardzo popularnych zastosowań przekształceń anamorficznych jest cała różnorodność poziomych znaków drogowych



fig .40 . Droga dla rowerów , obraz anamorficzny.

Współcześnie słowo anamorfoza stało się powszechne i modne w różnych dziedzinach.

Na przykład botanika i zoologia posługuje się tym terminem dla określenia pewnych kształtów i form zwierząt, które zmieniły się pod wpływem warunków środowiska lub mutacji organów.

W 1970 J.C. Hemery nadał nazwę "Anamorfoza" zbiorowi tekstów literackich.

W muzyce słowo "Anamorfoza" jest tytułem utworu muzycznego nazwanego tak w 1974 r. przez F. Morel.

Anamorfoza znalazła się również w polu zainteresowań psychoanalityków.

Z czasem perspektywa przekształcana poprzez anamorfozę, przestaje odnosić się tylko do rzeczywistości, natomiast staje się narzędziem do tworzenia złudzeń na pograniczu halucynacji. Niektóre z kompozycji anamorficzných zdają się wyprzedzać współczesną awangardę.

Analizując dotychczasowy, dostępny stan badań związanych z obrazami anamorficznymi, natrafiono przede wszystkim na opracowania historyczne, które w zdecydowanej większości opisują prace anamorficzne jako poszczególne dzieła, zachwycając się kunsztem artysty. Do tej pory tą gałąź sztuki zdecydowanie można nazwać elitarną i to tak ze względu na wąskie grono artystów zajmujących się tym tematem, jak i na niewielką ilość ówczesnych odbiorców. Być może jedną z przyczyn był utrudniony w tej epoce dostęp do zwierciadeł a w szczególności do zwierciadeł o wyszukanych kształtach powierzchni, które przede wszystkim wykonywane były z polerowanego srebra. Generalnie w literaturze temat obrazów anamorficzných traktowany jest jako uboczny. Francuzki matematyk *Jean Francois Niceron* w swoim traktacie "*Diwna perspektywa*" (1638) podaje swoje przemyślenia dotyczące budowy kilku siatek anamorficzných. Wybrane informacje z dostępnej literatury przedstawiono w tekście w formie przypisów. Współcześnie tematyka ta wydaje się być zapomniana, być może jest to spowodowane krótkotrwałą fascynacją czy też modą w danym okresie. Aktualnie informacje o anamorfozach pojawiają się sporadycznie w formie doniesień o wystawach, o programach wystaw, czy też w postaci katalogów danej ekspozycji, zawsze jednak traktując ten temat jako artystyczną ciekawostkę. W współczesnych publikacjach i opracowaniach z geometrii wykreślnej nie natrafiono na materiały bezpośrednio traktujące o geometrycznych aspektach przekształceń anamorficzných. Lektura dotychcześnie-

wych źródeł informacji o obrazach anamorficznych nasunęła myśl uporządkowania przypadkowego nazewnictwa oraz opracowania podstaw klasyfikacji, czym w kolejnym rozdziale autor będzie się zajmował.

PRZYPISY

1.1. Wiadomości wstępne

1. K. Bartel, *Perspektywa malarska* PWN, Warszawa, 1958 s.553
2. Alison Cole, *Świadectwa sztuki*, Wrocław, 1995. s. 40
3. jak wyżej.
4. z rozmowy z Profesorem Z. Pałasińskim.

1.3. Rys historyczny

5. ze wstępu do katalogu wystawy *Musee des Arts Decoratifs Paris 1979*
6. Alison Cole, *Świadectwa sztuki*, Wrocław, 1995. s.32
7. Bończyk Alicja *Perspektywa*, Wrocław, 1995. s.12,13
8. Leone Battista Alberti *O malarstwie 1435*, za K. Bartel
9. jak wyżej
10. *Anamorphoses*, wystawa, Paryż, 1976, s.10
11. Alison Cole, *Świadectwa sztuki*, Wrocław, 1995. s.33
12. jak wyżej.
13. jak wyżej.
14. K. Bartel, *Perspektywa malarska* PWN, Warszawa, 1958. s.447
15. Alison Cole, *Świadectwa sztuki*, Wrocław, 1995. s. 33
16. z katalogu wystawy, *Anamorphoses*, Rijksmuseum Amsterdam, '75
17. jak wyżej.
18. jak wyżej.
19. jak wyżej.
20. *Encyklopedia Powszechna*, PWN, Warszawa, 1973. s.88

CZĘŚĆ TEORETYCZNA

2. 1. Klasyfikacja oraz nazewnictwo obrazów anamorficznyc

W dostępnych materiałach bibliograficznych opisujących konkretne przykłady spotykano dość przypadkowe, a często mylne określenia czy nazwy związane z anamorfami. W rozdziale tym podjęto próbę uzasadnionej klasyfikacji obrazów anamorficznyc oraz ujednoczenia ich nazewnictwa.

Systematyka podziału na **dwie podstawowe grupy** została przeprowadzona na podstawie sposobu restytucji obrazów. Zatem w grupie pierwszej mówić będziemy o obrazach, których odtworzenie nie wymaga stosowania żadnych luster, a jedynie doboru stanowiska obserwacji z ściśle określonego kierunku, cze też miejsca jako punktu obserwacji. Natomiast grupa druga zawierać będzie te obrazy, których odtworzenie, oprócz doboru odpowiedniego stanowiska, wymagać będzie stosowania odpowiednich zwierciadeł.

A więc ze względu na sposób restytucji obrazów anamorficznyc można dokonać ich podziału na dwie podstawowe grupy:

1. Anamorfozy powierzchniowe - czyli te, których restytucja nie wymaga stosowania żadnych zwierciadeł.

2. Anamorfozy refleksyjne - których restytucja nastąpi w odpowiedniej płaszczyźnie, bądź powierzchni zwierciadlanej.

W grupie pierwszej, z ogólnego pojęcia anamorfoz powierzchniowyc restytuowanyc bez zwierciadeł, wyróżnimy:

1.a. Anamorfozy powierzchniowe - płaszczyznowe, i do takich zaliczać będziemy obrazy anamorficzne płaskie, zakomponowane na jednej płaszczyźnie, których restytucja wymaga tylko obserwacji z określonego stanowiska.

1.b. Anamorfozy powierzchniowe - zwijalne, to takie, które powstają na rozwiniętej siatce określonej, geometrycznej figury przestrzennej. Ich odtworzenie wymaga złożenia z danej siatki określonej figury i obserwacji z określonego, założonego kierunku.

W dalszej klasyfikacji anamorfozy powierzchniowe - zwijalne można podzielić w zależności od rodzaju figury geometrycznej na której ścianach, czy pobocznicyc powstał obraz. Podziału zatem dokonamy na:

1.b. Anamorfozy powierzchniowe - zwijalne:

- graniastosłupowe wypukłe
- graniastosłupowe wklęsłe
- ostrosłupowe wypukłe
- ostrosłupowe wklęsłe
- walcowe wypukłe
- walcowe wklęsłe
- stożkowe wypukłe
- stożkowe wklęsłe

System ten jest otwartym czyli możliwym do dalszego rozbudowywania np. ze względu na pochylenie osi figur geometrycznych.

W grupie drugiej, czyli wśród **anamorfoz refleksyjnych** dokonamy podziału ze względu na rodzaj restytuującej płaszczyzny czy też powierzchni zwierciadlanej. Podziału dokonamy zatem na:

2. a. Anamorfozy refleksyjno płaszczyznowe

- pojedyncze - o jednym płaskim zwierciadle restytuującym
- złożone - o większej ilości zwierciadeł restytuujących
- ostrosłupowe, gdzie zwierciadła odtwarzające posiadają wspólny punkt

2. b. Anamorfozy refleksyjno walcowe

- wypukłe
- wklęsłe

2. c. Anamorfozy refleksyjno stożkowe

- wypukłe
- wklęsłe

I ten podział jest schematem otwartym, możliwym do poszerzania o następne podgrupy opisujące np. anamorfy o rzutniach załamanych, czy pochyłonych osiach powierzchni zwierciadlanych.

Opisaną klasyfikację przedstawiono w formie tabelarycznej. W tabeli klasyfikacji anamorfoz powierzchniowych, oprócz opisanego podziału podano również schematyczne kształty pola obrazu anamorficznego, oraz pola obrazu zrestytuowanego, natomiast w anamorfozach refleksyjnych uwzględniono miejsce zastosowania oraz podstawowe układy osi powierzchni refleksyjnych.

Tabela klasyfikacji anamorf powierzchniowych określająca kształt pola obrazu oraz jego restytucję.

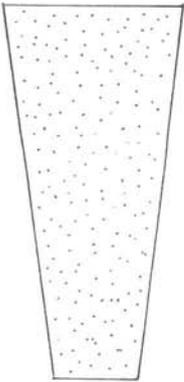
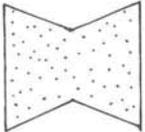
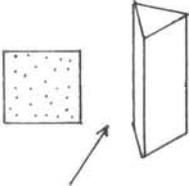
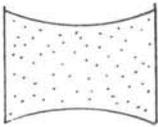
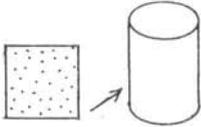
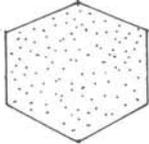
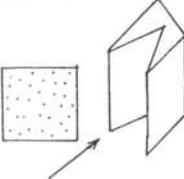
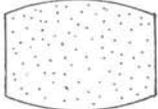
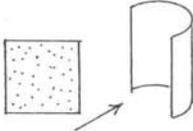
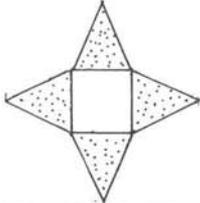
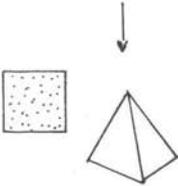
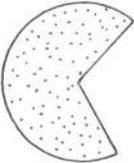
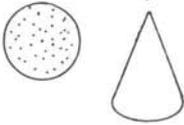
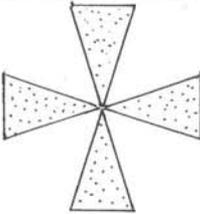
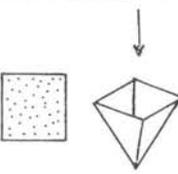
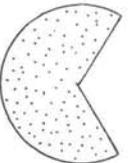
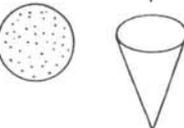
ANAMORFOZY POWIERZCHNIOWE				
płaszczyznowe	zwijalne			
	graniastosłupowe wypukłe		walcowe wypukłe	
pole obrazu	pole obrazu	restytucja	pole obrazu	restytucja
				
	graniastosłupowe wklęsłe		walcowe wklęsłe	
	pole obrazu	restytucja	pole obrazu	restytucja
				
restytucja	ostrosłupowe wypukłe		stożkowe wypukłe	
	pole obrazu	restytucja	pole obrazu	restytucja
				
	ostrosłupowe wklęsłe		stożkowe wklęsłe	
pole obrazu	restytucja	pole obrazu	restytucja	
				

fig.41. Klasyfikacja anamorf powierzchniowych (oprac. autora)

Tabela klasyfikacji anamorf refleksyjnych ze względu na rodzaj powierzchni refleksyjnej oraz ich zastosowanie.

ANAMORFOZY REFLEKSYJNE					
płaszczyznowe		walcowe		stożkowe	
pojedyncze		wypukłe	wklęsłe	wypukłe	wklęsłe
proste	pochylone	pionowe, podłogowe			
złożone		pionowe, sufitowe			
ścienne	narożne				
ostosłupowe		poziome, ścienne			
płaskie	łamane				

fig. 42. Klasyfikacja anamorf refleksyjnych (oprac. autora)

Dalsze rozważania przeprowadzać będziemy już w oparciu o przyjętą tu klasyfikację i nazewnictwo. Przed przystąpieniem do analizy geometrycznej badanego przekształcenia poszukiwano w dostępnych materiałach, opracowań związanych tematycznie z tą problematyką. We współczesnych publikacjach z dziedziny geometrii wykreślnej nie natrafiono na prace bezpośrednio związane z tymi zagadnieniami. Natomiast w dziełach o znaczeniu historycznym odszukano pewne przykłady rozwiązań które świadczą o zgeometryzowanym podejściu do deformacji obrazów anamorficznych i które w następnej części będą omawiane.

2. 2. Historyczne zgeometryzowane rozwiązania określające przybliżone sposoby wyznaczania obrazów anamorficznych.

Prace o malarstwie które ukazywały się we Włoszech w XVI w wskazują na empiryczne metody konstruowania anamorf. ...Rysunek do reprodukcji mógł być perforowany, jak to zalecał *Daniel Barbaro* w jego dziele "*Pratica della prospettiva*".¹ Za tym obrazem o perforowanych liniach rysunku należało umieścić źródło światła. Światło rzucało punkty świetlne na płaszczyznę poziomą, tworząc obraz anamorficzny wymagający utrwalenia. Umieszczając oko w miejscu gdzie znajdowało się światło, projekcja zdeformowana restytuowała obraz oryginalny.

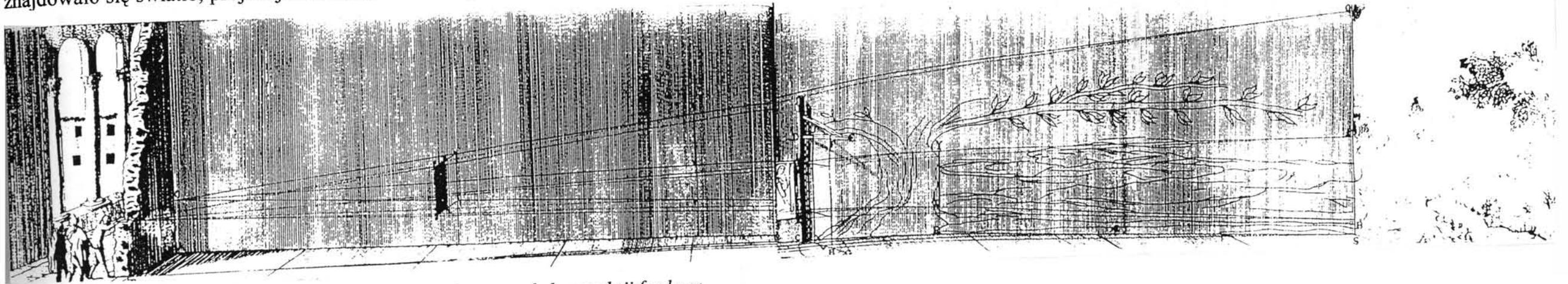


fig.43. Emmanuel Maignam. 1648 r. Rycina stanowiąca zasadę konstrukcji fresku w klasztorze Świętej Trójcy w Rzymie

Wszystkie punkty obrazu oryginalnego *A, B, C...* zamocowanego w płaszczyźnie prostopadłej do ściany fresku są rzutowane na tą ścianę za pomocą nici wychodzących z punktu obserwacji *T*, naciągniętych poprzez ołowiane ciężarki. Inny opis sposobu postępowania przy konstrukcji anamorficznego fresku podaje *Lomazzo* w swoim "*Trattato della Pittura*" (1584), który zbliża się już do zasad geometrycznych. Oryginał był podzielony siatką linii i ustawiony prostopadle do muru dekorowanego. Przy użyciu sznurka przechodzącego przez wybrany punkt widzenia, siatka była zrzutowana na ścianę. Na bazie przyjętego punktu widzenia kompozycja była rysowana na ścianie na zrzutowanej siatce. Posługiwano się też przy tym prętem trzcinowym z węglem na końcu. Deformacja pozorna, która zniekształca kwadraty jest anulowana w anamorfozie przez jej

obserwację pod ostrym kątem.

Ożywienie zainteresowania obrazami anamorficznymi utworowało sobie drogę wśród francuskich matematyków, należących do grupy *Minimes*. Ich największym teoretykiem był *Jean Francois Niceron*, który w swoim opracowaniu "Dziwna perspektywa" (1638) jak również w "Thaumaturgus opticus" (1652), sprecyzował prawidła podane przez *Lomazzo* dla konstruowania dużych anamorf płaszczyznowych (fig.44).

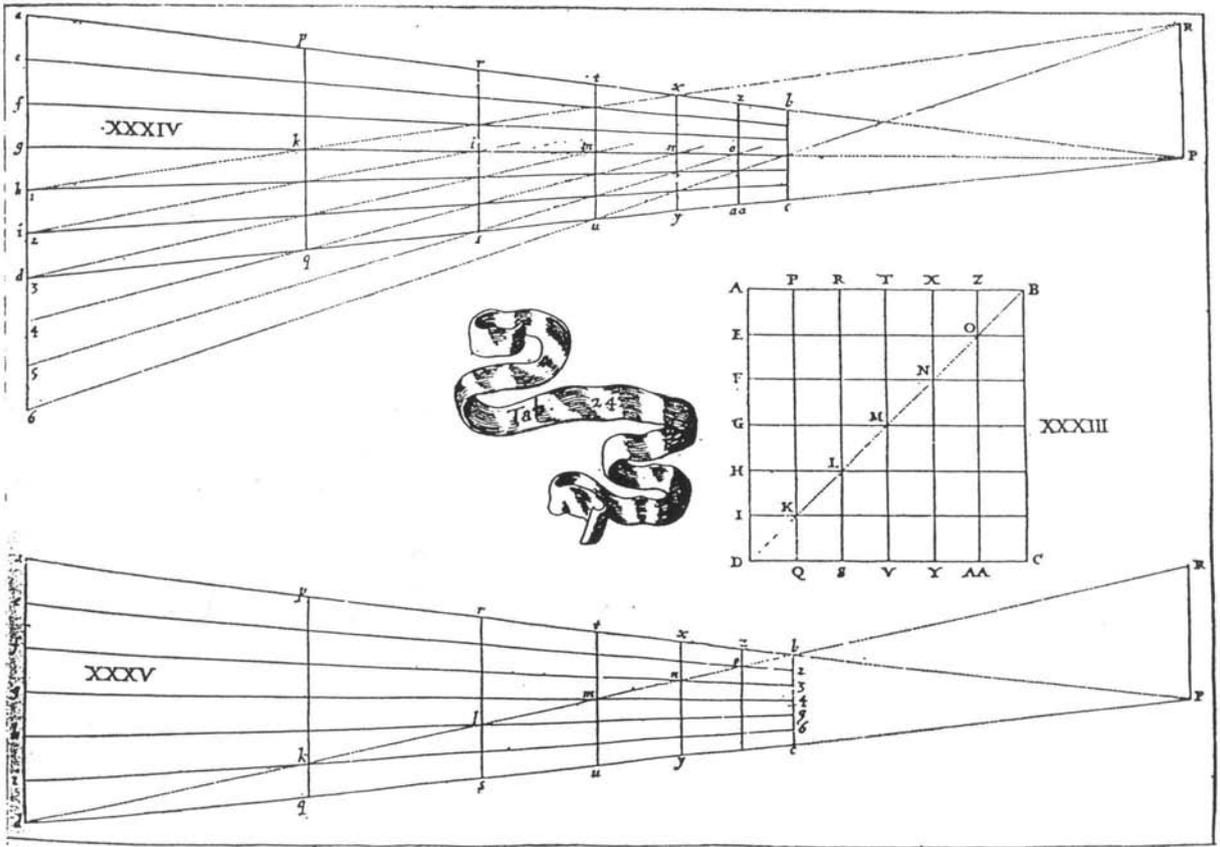


fig. 44. Jean Francois Niceron . 1646. anamorfa płaszczyznowa ,konstrukcja siatki

...Jean Francois Niceron zapewne w oparciu o teorię Leonarda da Vinci buduje płaszczyznę bazy siatkowej w perspektywie dla anamorfy płaszczyznowej...² Wyjaśnia, że należało zacząć od określenia odstępów widzenia $P - R$. Ten punkt R jest odmierzony od linii Pg , od środka rzutu P . Redukcja w głębi, która ma

określać wydłużenie kwadratów jest wyznaczona przez punkty k, l, m, n, o , przecięcia się linii siatki a, e, f, g, h, i, d , z przekątną Rd .

Jean Francois Niceron opisał również podstawy geometryczne tworzenia małych anamorf płaszczyznowych zwijalnych.

(fig.45). Na tej planszy Niceron opisuje zasadę budowy siatki anamorficznej (XLV) na rozwiniętej powierzchni stożka. Odtworzenie obrazu niezdeformowanego (XLIII) wymaga z danej siatki zwinięcia stożka i obserwacji z góry.

Z pewnością sposób ten wcześniej znał Polak Jan Ziarnko, który już w (1608) r. stworzył stożkową anamorfę zwijalną "Para kochanków" (fig.8). Miedzioryt ten znajduje się w Muzeum Narodowym w Krakowie.

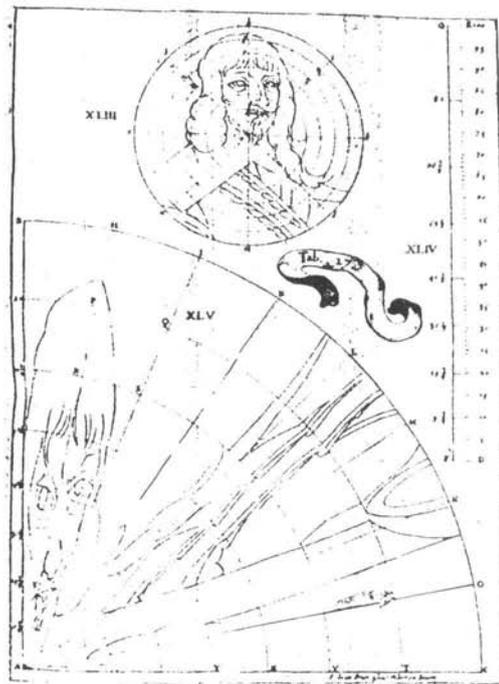


fig. 45. Jean F. Niceron .
Anamorfoza zwijalna 1646.
Biblioteka PAN w Gdańsku

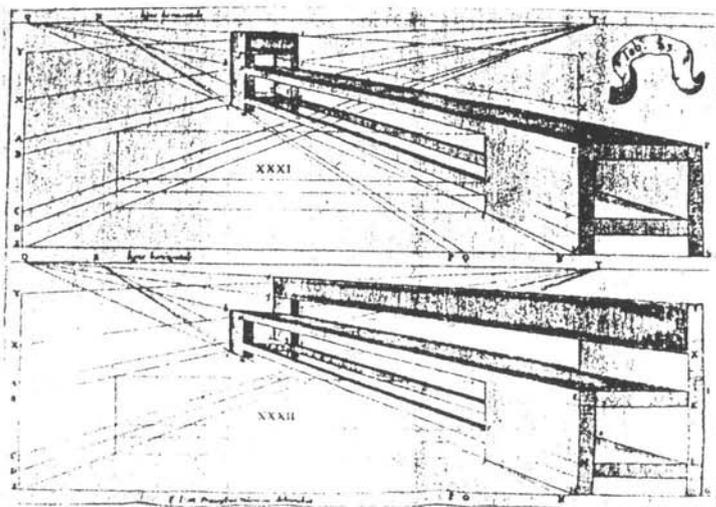


fig. 46. Jean F. Niceron. Krzesło w anamorfiozie płaszczyznowej. 1646. PAN w Gdańsku

Również *Jean F. Niceron* podejmuje próbę określenia siatki anamorficznej dla przekształcenia refleksyjno walcowego (fig.47.). Z dużym prawdopodobieństwem przypuszczać można, że jest to jednak rozważanie intuicyjne, nie poparte w pełni podstawowymi prawami fizyki określającymi zasady odbić, stąd wnioski graficzne od strony konstrukcyjnej są błędne.

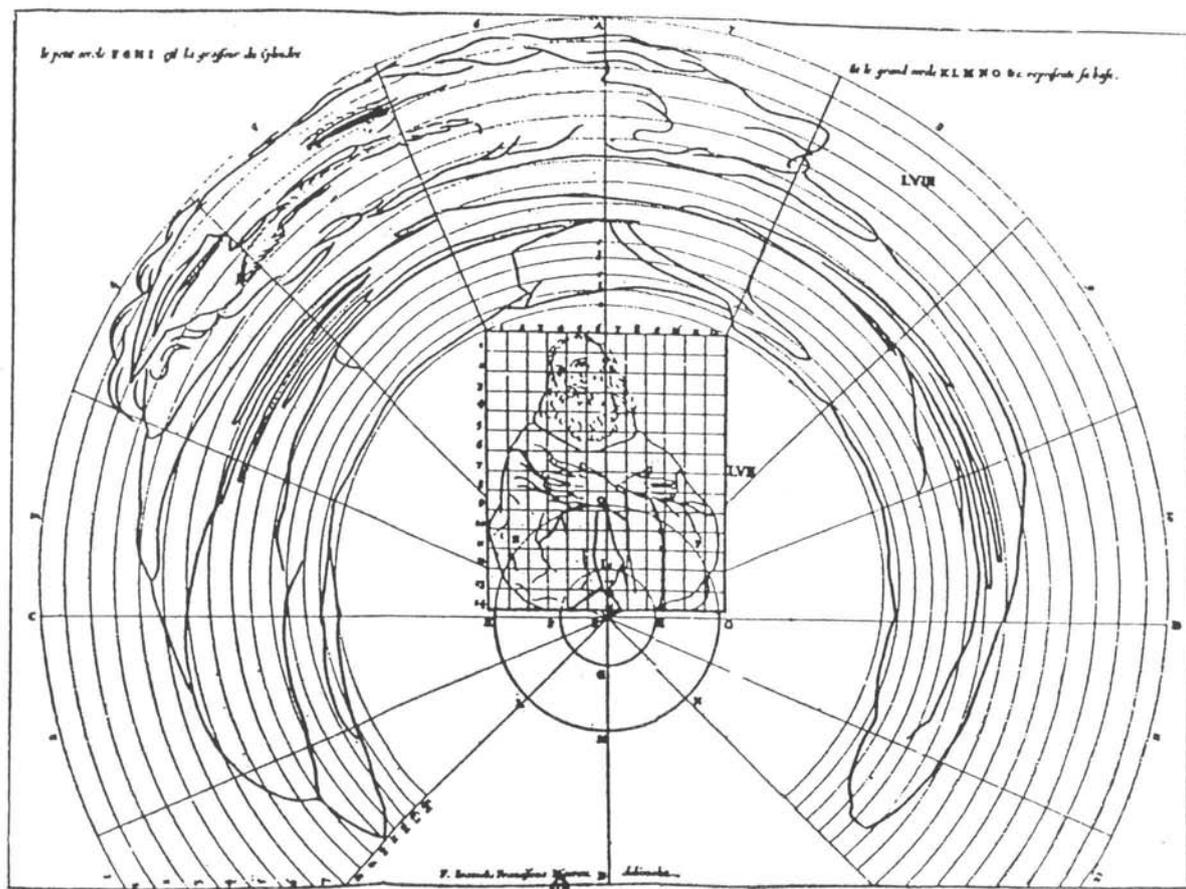


fig . 47. Jean Francois Niceron . 1638. "Siatka" dla refleksyjnej anamorfozy walcowej.

W 1649 r. *Pere DuBreuil* przedstawił traktat pt. *La Perspective pratique* . Na jego stronach podaje zgeometryzowane lecz również intuicyjne, schematy siatek dla anamorficznych przekształceń refleksyjno stożkowych (fig.48). Przypuszczalnie cykl oddaleń okręgów proponowanej siatki od środka podstawy stożka restytucji jest oparty na intuicji autora. Nie ma on również w świetle obowiązujących praw fizyki dotyczących odbić, w pełni geometrycznego uzasadnienia. Niemniej

jednak opracowanie to, ukazuje logikę konstruowania obrazów anamorficznych restytuowanych w refleksyjnej powierzchni stożka i jest krokiem pogłębiającym w tym czasie wiedzę w tej dziedzinie.

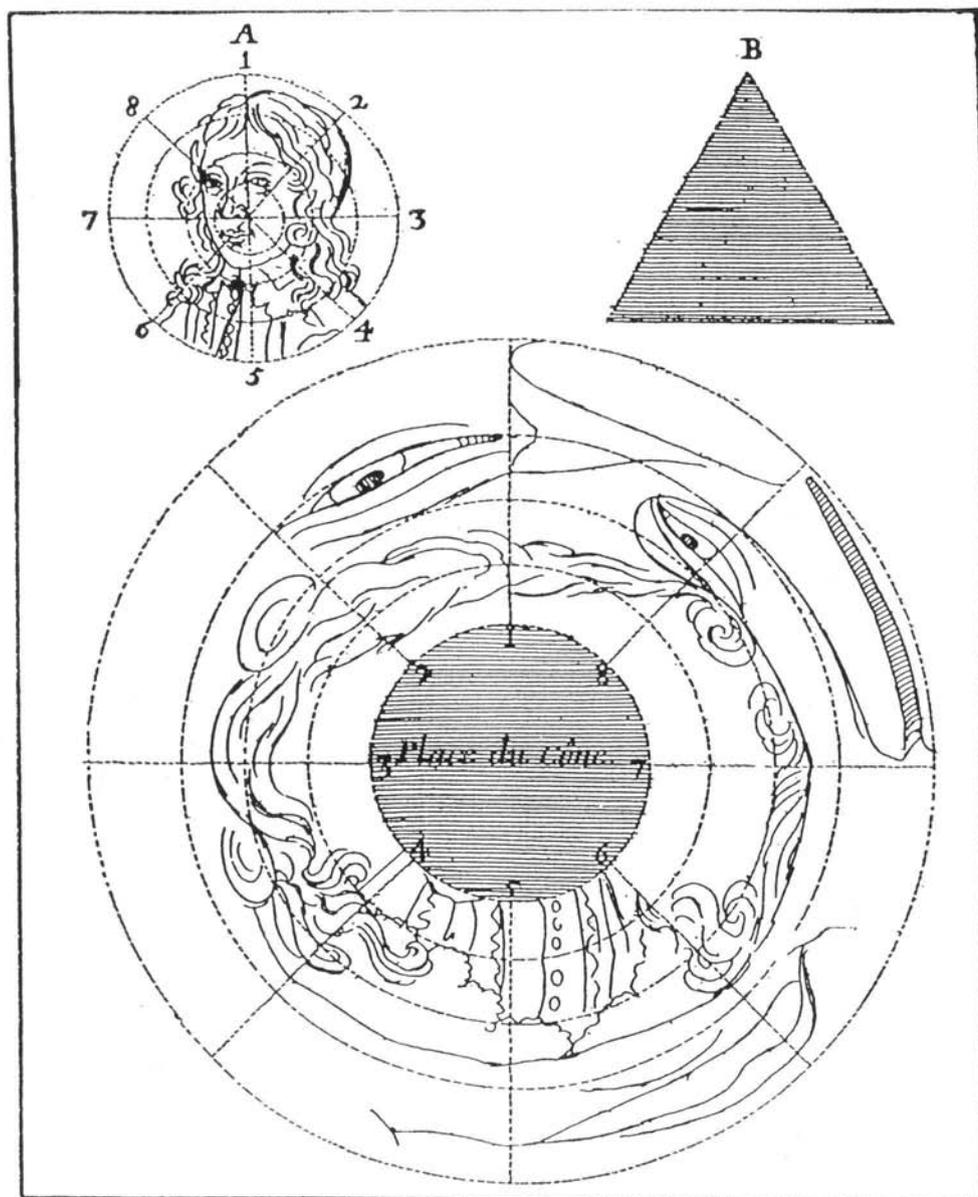


fig .48. Pere DuBreuil . *La Perspective pratique*.1649.Paryż
Procedura geometryczna dla anamorfozy refleksyjno stożkowej.

Podobnie dla anamorfozy refleksyjno piramidalnej (fig.49) opracowanie jest zgeometryzowanym uzasadnieniem powstawania obrazów anamorficznych restytuowanych w zwierciadlanych ścianach ostrosłupa. Opracowania te są sugestią i ogólnym wyjaśnieniem powstawania obrazów anamorficznych. Brak w nich informacji o stosunkach wydłużeń wielkości wycinka obrazu deformowanego w stosunku do rzeczywistego, wzajemnych relacji zależnych od wysokości środka rzutu, zależności podziału obrazu anamorficznego w stosunku do rzeczywistego.



fig. 49. Pere DuBreuil. *La perspective pratique* . 1649. Paryż
Procedura geometryczna dla anamorfozy refleksyjno piramidalnej

Podsumowując stan badań przeprowadzony na podstawie dostępnych materia-

łów a szczególnie rycin, należy stwierdzić, że w sposób dość czytelny przedstawiają one zasadę powstawania deformacji anamorficznych. Natomiast od strony geometrycznej konstrukcje te mają podstawowe błędy i budzą wiele wątpliwości. Najmocniej geometrycznie uzasadnione są konstrukcje przedstawione na rycinach (*fig.44, 46*), dla anamorfozy płaszczyznowej. W pozostałych przypadkach istnieje wiele wątpliwości, np. rycina przedstawiająca siatkę dla anamorfozy refleksyjnej-walcowej (*fig.47*) geometrycznie jest nieprawdziwa. Zdecydowanie intuicyjnym jest wrysowanie obrazów anamorficznych prostych pionowych siatki ortogonalnej, które w sposób nieuzasadniony wychodzą ze środka okręgu w równych odstępach (*porównaj fig.108 s.116*). Również nieprawdziwymi są obrazy anamorficzne prostych poziomych siatki. Podobne wnioski można wysnuć analizując pozostałe ryciny. Na podstawie załączonych rycin można sądzić, że niektóre z przedstawionych propozycji siatek miały służyć jedynie jako sposób graficznego wyjaśnienia zjawiska, nie zaś jako geometryczna zasada jego realizacji.

Dlatego w następnych rozważaniach zajmujemy się geometrycznymi podstawami przekształcenia anamorficznego aby w kolejnym rozdziale, w oparciu o wnioski z tych rozważań, przedstawić geometryczną zasadę budowy deformacyjnych siatek anamorficznych.

2. 3. Geometryczne podstawy powstawania rzutu anamorficzno - refleksyjno walcowego.

Opisane niżej rozważania mają na celu geometryczne określenie wykreślnej metody omawianego przekształcenia. Będą one geometryczną podstawą do budowy deformacyjnych siatek anamorficznych a zatem ułatwieniem konstrukcyjnym w tworzeniu obrazów anamorficznych. ...Rzut anamorficzno-refleksyjno-walcowy realizuje geometryczne przekształcenie przestrzeni na płaszczyznę zwaną dalej rzutnią anamorficzną α^r , względem refleksyjnej powierzchni walca...⁴ Efektem takiego przekształcenia jest powstały na rzutni anamorficznej zdeformowany obraz, o trudnej do bezpośredniego odczytania treści. Dopiero jego restytucja w odpowiedniej powierzchni walca refleksyjnego daje wizerunek o treści czytelnej i fascynujący złudnością przestrzenną.

Analizę wykreślną geometrycznych zasad powstawania obrazów anamorficzno- refleksyjno - walcowych przeprowadzono w oparciu o podstawowe fizyczne prawo odbicia, mówiące o równości kątów padania i odbicia gdzie:

φ - kąt padania (zawarty pomiędzy promieniem padania i normalną)

φ_1 - kąt odbicia (zawarty pomiędzy normalną i promieniem odbitym)

n - normalna (prostopadła do powierzchni refleksyjnego walca w punkcie padania promienia)

Refleksyjny walec obrotowy o osi l opisano rzutami prostokątnymi ustawiając jego oś prostopadle do rzutni poziomej zgodnie z rysunkiem poglądowym (*fig.50*). Określono również środek rzutu (punkt obserwacji) O_b o wysokości większej od zera $h_{ob} > 0$ i leżący w pewnym oddaleniu od przyjętego walca. Wprowadzone płaszczyzny λ i β styczne do walca w tworzących a, b i przechodzące przez środek rzutu, dzielą powierzchnię walca i płaszczyznę rzutni anamorficznej na części aktywną i bierną. Refleksyjnie aktywną częścią walca nazywać będziemy część powierzchni zawartą pomiędzy prostymi stycznymi a i b zachowującą widoczność z punktu obserwacji O_b , czyli powierzchnię w której nastąpi restytucja anamorficznego obrazu. Natomiast aktywna część rzutni anamorficznej α^a ograniczona będzie linią złożoną z półprostych m i p oraz fragmentu okręgu A, B aktywnej części walca. Będzie to część rzutni na której powstaje obraz anamorficzny. Część bierna rzutni to "cień rzucony" walca z punktu obser-

wacji. Zajmijmy się teraz określeniem geometrycznych zasad odwzorowania elementów powierzchni walca na rzutnię anamorficzną.

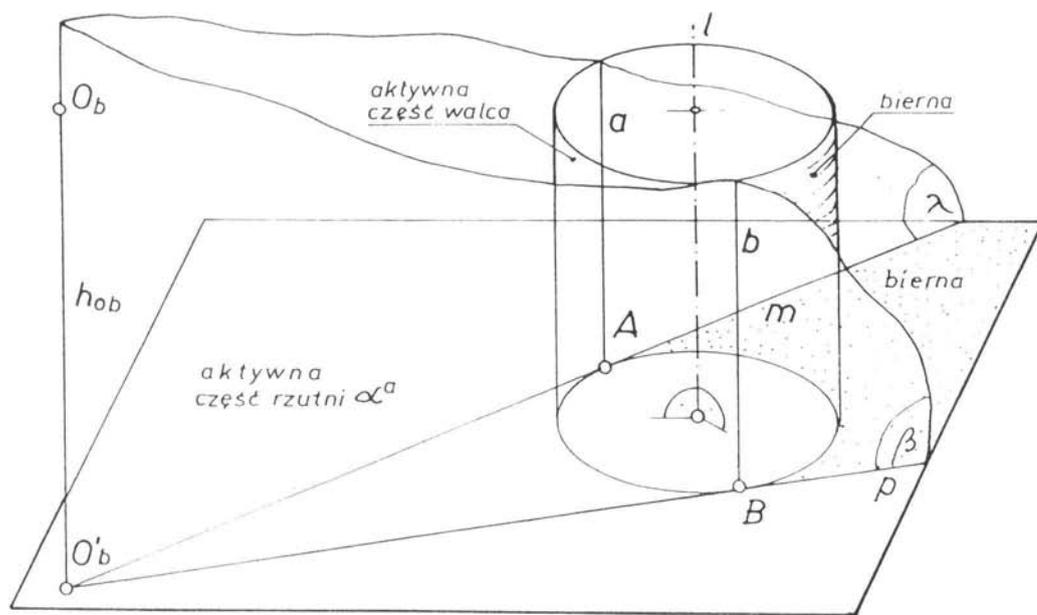


fig.50. Elementy podstawowe opisujące przekształcenie

2.3.1. Odwzorowanie dowolnego punktu leżącego na refleksyjnie czynnej części powierzchni walca obrotowego na rzutnię anamorficzną

Analizę przeprowadźmy w rzutach Monge'a dla przyjętych wyżej założeń i określeń. Na refleksyjnie czynnej części powierzchni walca obrotowego obrano punkt Z (fig.51). Dla określenia jego anamorficznego obrazu Z^a należy z punktu obserwacji O_b , przez punkt Z poprowadzić promień padania t . Prosta normalna n powierzchni tego walca wystawiona w punkcie Z jest prostą poziomą przecinającą oś walca l w punkcie R . Wszystkie normalne tak ustawionego walca względem rzutni poziomej będą prostymi poziomymi przecinającymi jego oś. Zatem kąt padania φ określony jest promieniem padania t i przecinającą się z nim w punkcie Z normalną n . Promień odbity t_1 wyznaczymy budując kąt odbicia φ_1 równy kątowi padania φ i leżący w tej samej płaszczyźnie $\omega = t \times n$. A więc przyjmijmy prostą c należącą do płaszczyzny ω i prostopadłą do normalnej n (w rzucie poziomym kąt prosty zachowa się, z twierdzenia o rzucie

prostokątnym kąta prostego). Prosta c przecina normalną n w punkcie 2, a promień padania t w punkcie 1. Na prostej c odłożymy odcinek symetryczny do odcinka $1,2$ względem punktu 2, otrzymując punkt 3. Punkt 3 oraz punkt Z' określają położenie promienia odbitego t_1 . Płaszczyzna ω wyznaczona przez promień padania t , oraz normalną n i zawierająca promień odbity t_1 przetnie rzutnię anamorficzną $\alpha^d = \pi_1$ w krawędzi k równoległej do normalnej n , (gdyż $n \parallel \pi_1$ oraz $n \in \omega$, natomiast $k = \omega \cap \pi_1$ stąd $k \parallel n$) i przechodzi przez punkt przebicia H_t promienia padania t z rzutnią π_1 . Punkt $Z^a = t_1 \cap k$ jako element wspólny promienia odbitego t_1 z krawędzią k będzie szukanym obrazem anamorficznym Z^z punktu Z^z .

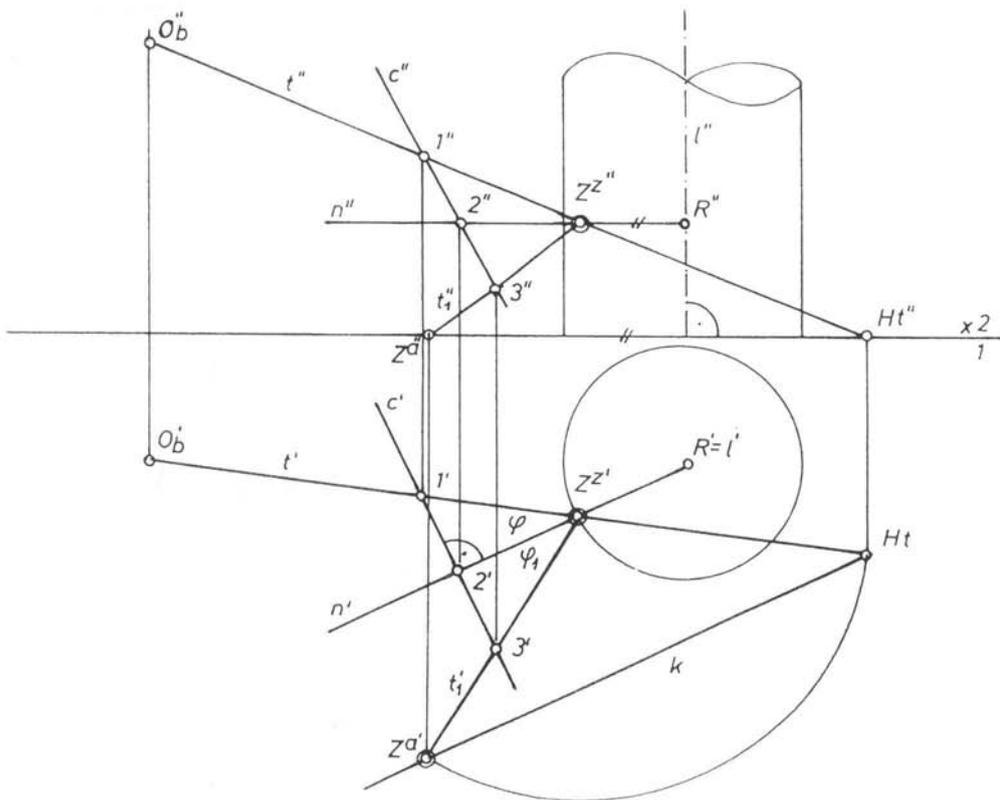


fig.51. Wykreślny zapis przekształcenia punktu

Zauważmy, że rzeczywista długość odcinka ($Z^z Z^a$) leżącego na promieniu odbitym t_1 równa jest długości odcinka ($Z^z H_t$) leżącego na promieniu padania. To spo

strzeżenie pozwoli skonstruować obraz Z^a jako przecięcie łuku kołowego o środku Z' i promieniu (Z', H) z krawędzią k . Konstrukcja ta jest obrotem odcinka (Z', H) wokół osi będącą prostą pionową do której należy punkt Z' . Za pomocą tej konstrukcji, unikając wyznaczania kąta odbitego, można otrzymać anamorficzny obraz dowolnego punktu leżącego na powierzchni walca. Zasada ta obowiązuje również w przypadku przyjęcia niewłaściwego punktu obserwacji O_b^∞ .

2. 3. 2. Odwzorowanie tworzącej walca.

W oparciu o wyżej podaną konstrukcję wyznaczmy obraz anamorficzny prostej a^z będącej tworzącą walca refleksyjnego. Warunki usytuowania walca i punktu obserwacji pozostaną niezmiennie, przyjęte tak jak na wstępie rozdziału. Wybierzmy na tworzącej a^z dowolną trójkę punktów A^z, B^z, C^z (fig.52). Opisaną

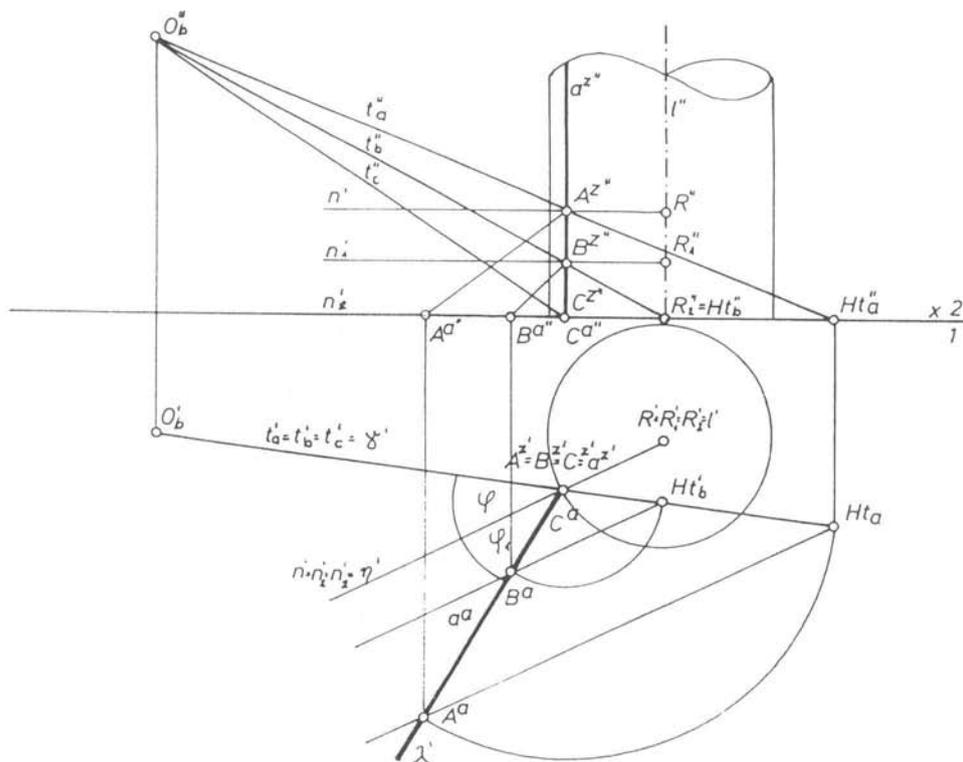


fig.52. Wykreślny zapis przekształcenia tworzącej walca

Dla wyznaczenia anamorficznego obrazu N^a dowolnego punktu N przestrzeni wewnątrz walcowej, należy zrzutować go z punktu obserwacji O_b na refleksyjnie czynną powierzchnię walca otrzymując punkt N^z (fig.53), a następnie wyżej opisaną metodą przekształcić go na rzutnię anamorficzną, wyznaczając punkt N^a . Przy rozważaniu odbicia w refleksyjnie aktywnej części walca wklęsłego obrazem punktu N będzie punkt N^a_1 .

2. 3. 4. Przekształcenie okręgu leżącego na powierzchni walca

Walec refleksyjny, obrotowy w położeniu jak na rysunku poprzednim przekrojono poziomą płaszczyzną γ prostopadłą do jego osi. W wyniku przekroju otrzymamy okrąg. Wyznamy anamorficzny obraz takiego okręgu (fig.54).

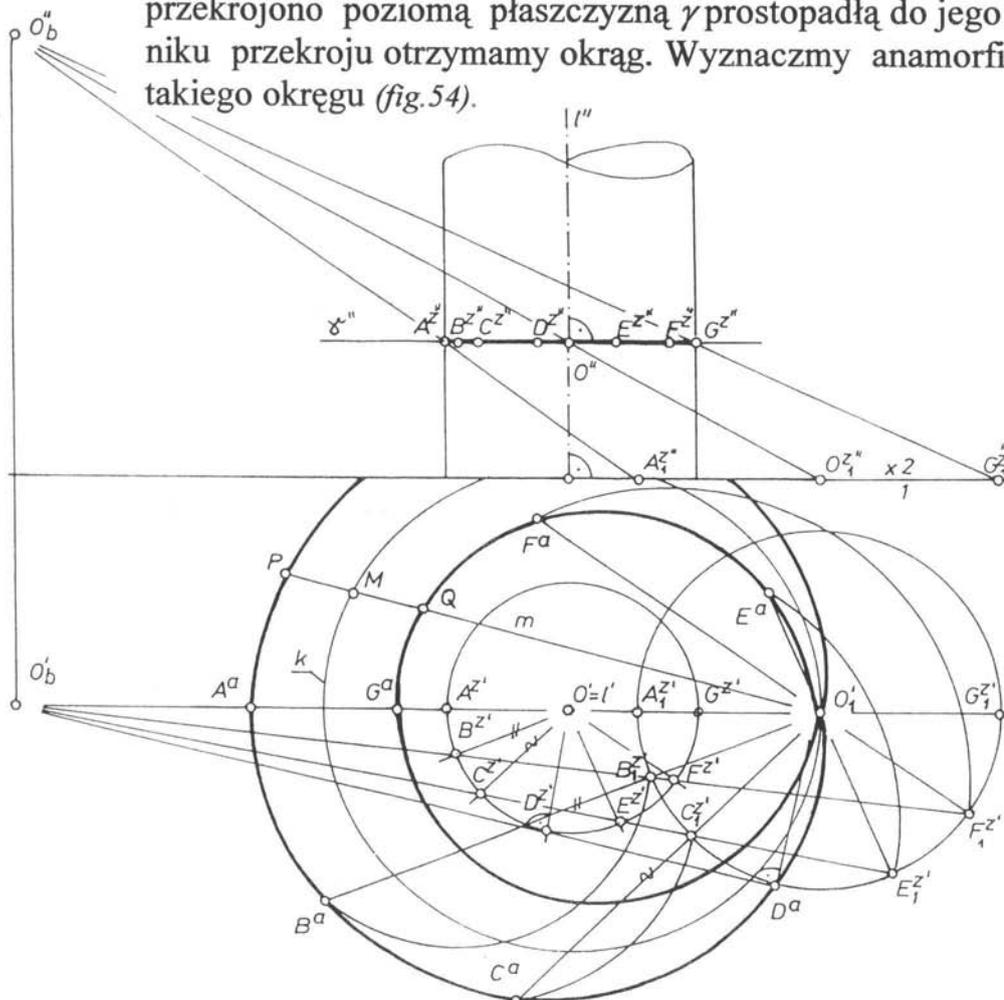


fig.54. Wykreślny zapis przekształcenia okręgu leżącego na poboczniczy walca

Dla zapewnienia ciągłości rozważanego przekształcenia założmy, że refleksyjna powierzchnia walca jest półprzezroczysta taka, że dopuszcza również odbicia w wewnętrznej części walca, nie powodując odbić wielokrotnych. Anamorficzny obraz otrzymanego okręgu przekroju wyznaczmy rozpatrując go jako zbiór punktów leżących na powierzchni walca. Dla porównania przekształcimy również ten okrąg przy założeniu niewłaściwego punktu obserwacji O_b^∞ (fig. 55).

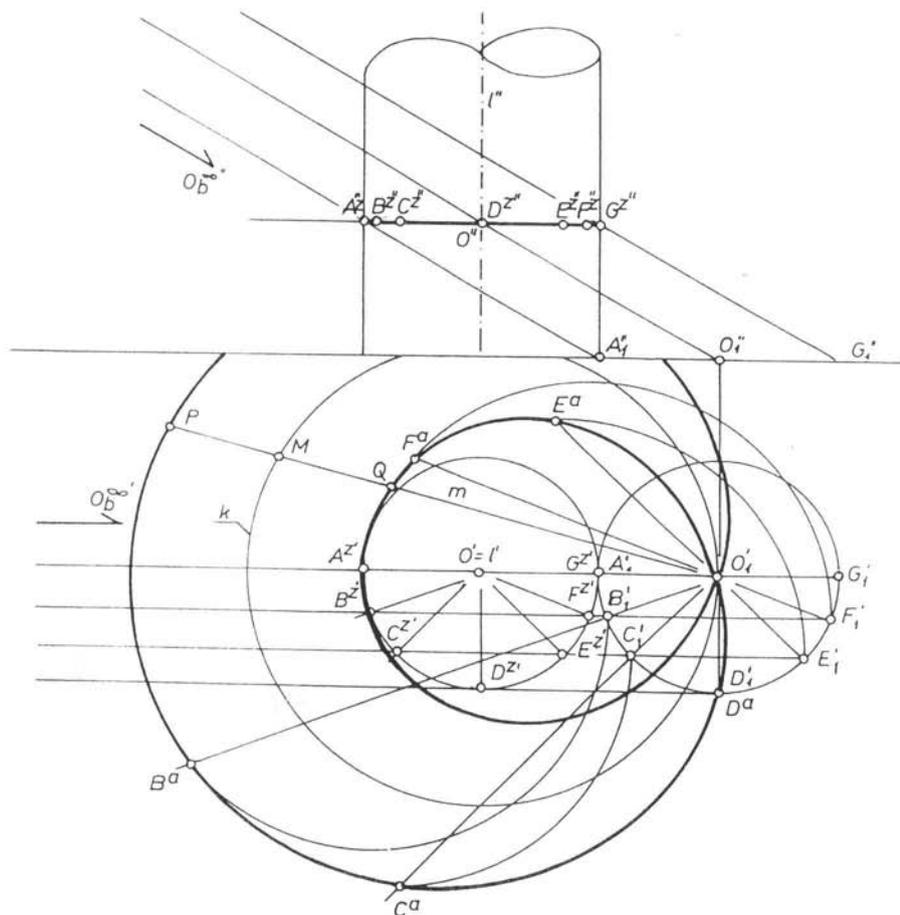


fig. 55. Wykreślny zapis przekształcenia okręgu dla niewłaściwego punktu obserwacji

W obydwu przypadkach dla założonych punktów obserwacji O_b i O_b^∞ , anamorficznym obrazem takiego okręgu będzie krzywa czwartego stopnia, którą po przeanalizowaniu zdefiniowano jako ślimak Pascala. Okrąg k o środku O' i promieniu (O', O_1') , będzie jego okręgiem kierującym. Jeżeli na siecznej m przechodzącej przez punkt O_1' odłożymy odcinki $PM = MQ = const$ gdzie punkt

M należy do okręgu k , a odcinek $PQ = A^a G^a$ to wówczas krzywą będącą anamorficznym obrazem okręgu można zdefiniować jako ...miejsce geometryczne punktów P i Q , gdy sieczna m obraca się dookoła początku układu $O_1 \dots^5$ W dalszej części opracowania, w rozdziale 2.5. wykazano analitycznie dowodząc, że obrazem anamorficznym okręgu leżącego na poboczniczy walca będzie ślimak Paskala.

2. 3. 5. Przekształcenie elipsy leżącej na powierzchni walca.

Walec refleksyjny o położeniu jak wyżej przekrojono płaszczyzną β (fig.56).

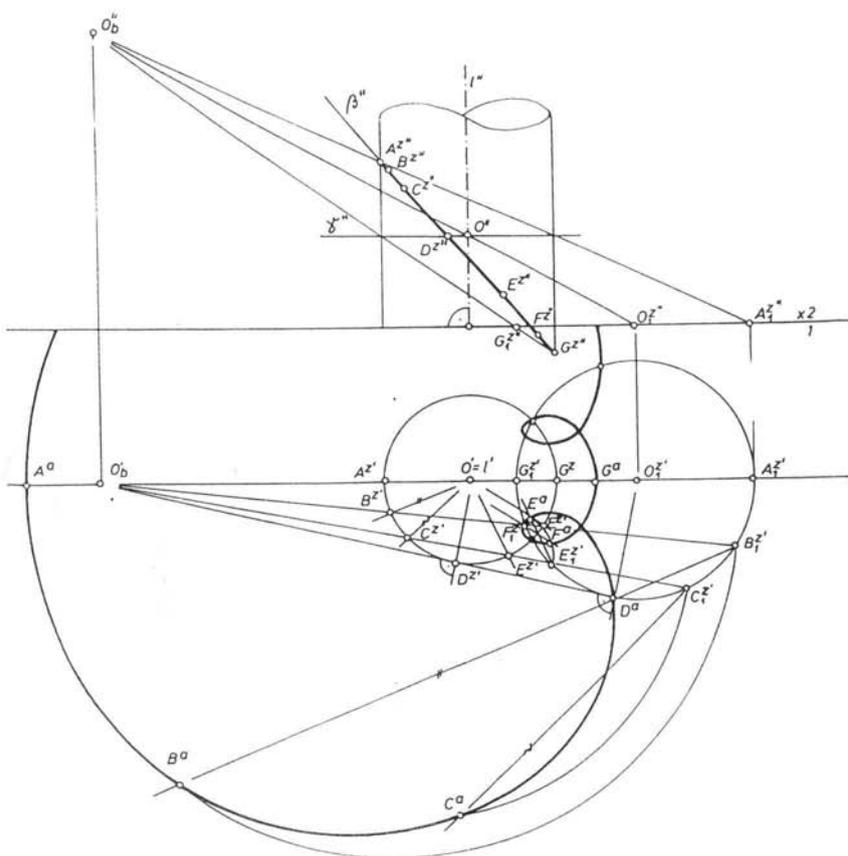


fig.56. Wykreślny zapis przekształcenia elipsy

Szczególnie położoną na poboczniczy walca elipsą, będzie zawarta w płaszczyźnie ω'' pionowo rzutującej przechodzącej zarazem przez punkt obserwacji O_b . Zagadnienie to przedstawia (fig. 58). Rzutem środkowym na rzutnię anamorficzną, tak szczególnie położonej elipsy będzie odcinek podwójnie liczony. Jego anamorficzny obraz jest krzywą czwartego stopnia, pojedynczo zapętloną, należącą do rodziny ślimaków Pascala.

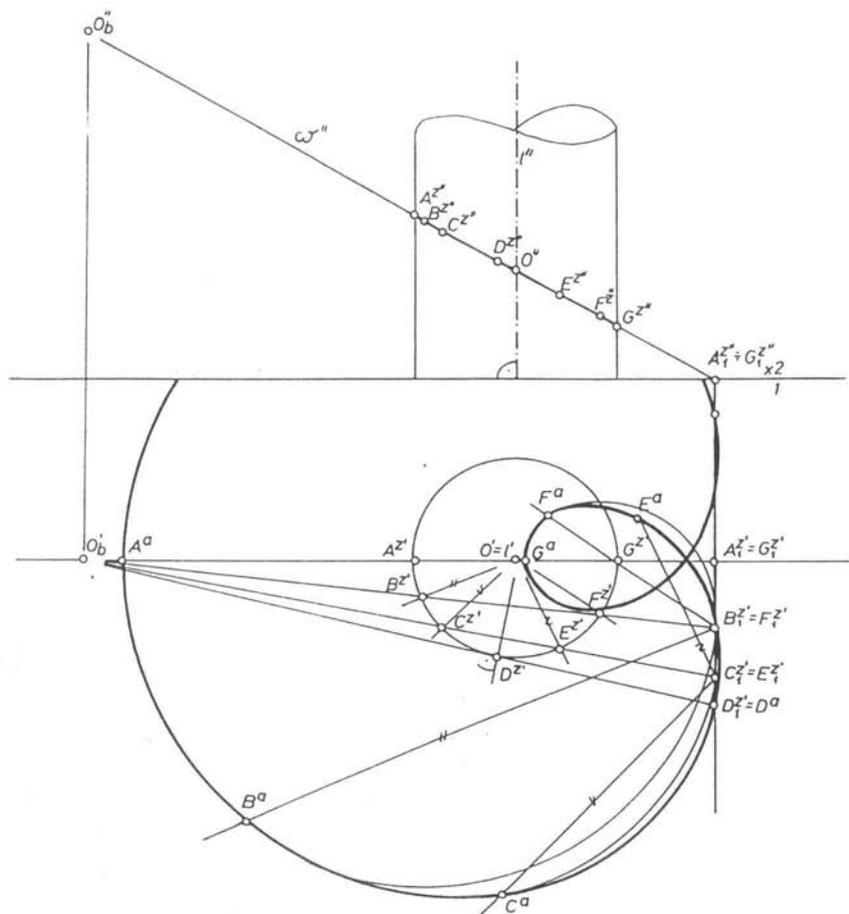


fig. 58. Wykreślny zapis szczególnie położonej elipsy

Wnioski z tych geometrycznych rozważań będą bezpośrednio wykorzystane przy budowie deformacyjnych siatek anamorficznych dla anamorfozy refleksyjnej-walcowej (fig. 108, 109), natomiast dla anamorfoz powierzchniowych rozważmy zasady powstawania obrazów anamorficznych w zwierciadłach płaskich.

2. 4. Przekształcenie anamorficzne realizowane w zwierciadłach płaskich

Jeżeli wielkość promienia okręgu kierującego dla refleksyjnego walca obrotowego, założymy jako półprostą, to wówczas powierzchnię takiego walca będzie można uważać za płaszczyznę. Przeanalizujemy zatem, zgodnie z wcześniej opisaną zasadą, powstawanie anamorficznych obrazów elementów przestrzeni w zwierciadle płaskim, przyjmując opis jak na (fig.59).

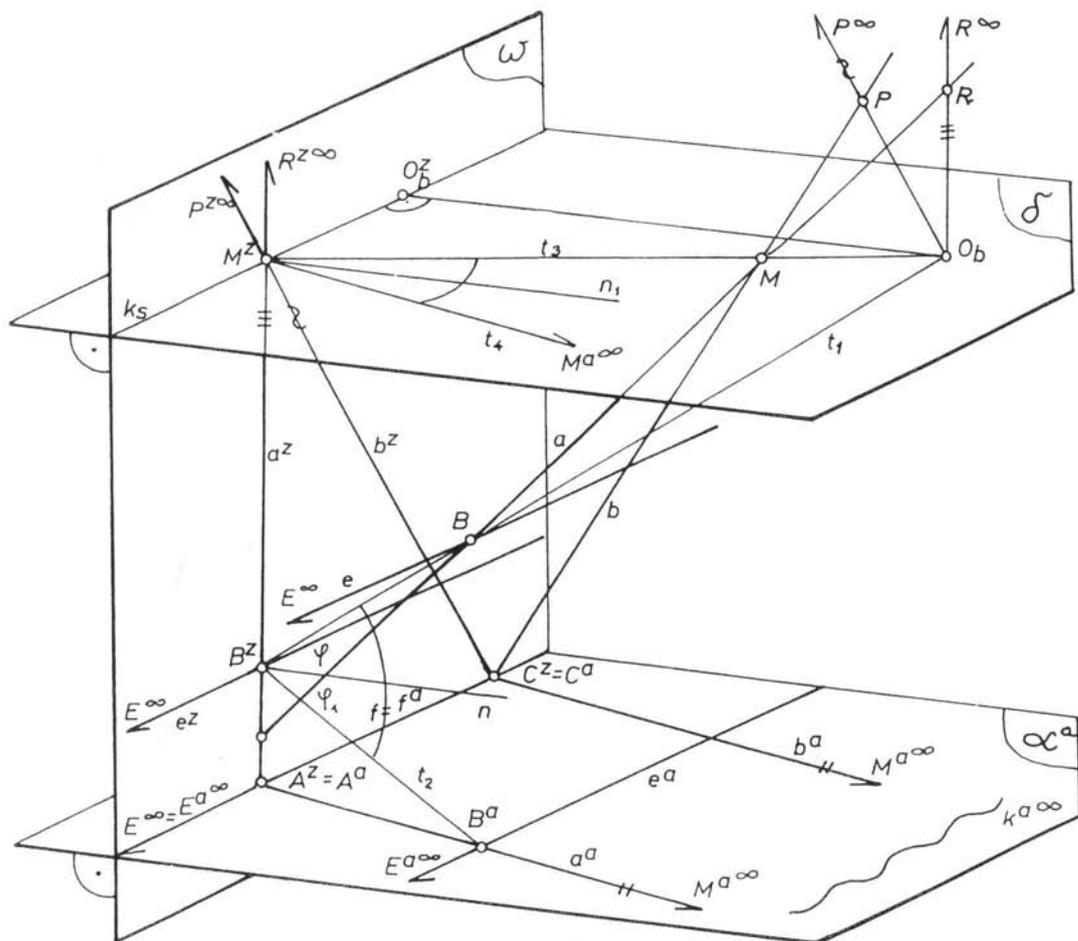


fig.59. Schemat geometryczny przekształcenia anamorficznego w zwierciadle płaskim

- ω - płaszczyzna zwierciadła
- O_b - punkt obserwacji
- α^a - rzutnia anamorficzna
- δ - płaszczyzna graniczna
- k_s - prosta zamykająca gabaryt wysokości restytuowanego obrazu
- k^a - prosta brzegowa zamykająca pole obrazu anamorficznego, jako obraz prostej k_s

Wyznaczamy punkt B na dowolnie przyjętej prostej a . Z punktu obserwacji O_b rzutujemy go na płaszczyznę zwierciadła przy pomocy promienia padania t_1 , otrzymując punkt B^z . W punkcie B^z wystawiamy prostą normalną n płaszczyzny zwierciadła ω . Zachowując wynikającą z podstawowych praw fizyki równość kątów padania i odbicia $\angle(t_1, B^z, n) = \angle(n, B^z, t_2)$, wyznaczamy promień odbity t_2 , który w przebiciu z rzutnią α^a określi anamorficzny obraz B^a punktu B . Według tej procedury można wyznaczyć anamorficzny obraz dowolnego punktu. Szczególnymi punktami będą punkty leżące w płaszczyźnie granicznej δ . Na przykład należący równocześnie do prostej a punkt M , którego rzut na zwierciadło ze środka obserwacji O_b wyznaczy punkt M^f należący do prostej zamykającej maksymalny gabaryt restytuowanego obrazu k_s . Obrazem anamorficznym punktu M^f będzie punkt przebicia promienia odbitego t_4 dla punktu M^f z rzutnią anamorficzną α^a , a więc punkt niewłaściwy $M^{a\infty}$, ponieważ płaszczyzna graniczna δ z założenia jest równoległa do rzutni anamorficznej i zarazem prostopadła do płaszczyzny zwierciadła $(\delta \parallel \alpha^a) \wedge (\delta \perp \omega)$, stąd zawierając promień padania t_3 , zawiera również normalną płaszczyzny zwierciadła n_1 , oraz promień odbity t_4 . Biorąc powyższe pod uwagę, można stwierdzić, że obrazem anamorficznym prostej a będzie prosta a^a określona przez punkt B^a i kierunek $M^{a\infty}$. Zauważmy, że obrazami anamorficznymi punktów leżących w płaszczyźnie granicznej δ będą punkty niewłaściwe tylko przy obowiązującym powyższym założeniu. Stąd rzutem anamorficznym prostej k_s , zamykającej gabaryt wysokości restytuowanego obrazu będzie prosta niewłaściwa $k^{a\infty}$ rzutni anamorficznej α^a jako prosta brzegowa zamykająca pole obrazu anamorficznego. Jeżeli punkt M jest punktem należącym również do prostej b , to obrazem anamorficznym a^a , b^a tak przecinających się prostych ($a \cap b = M \wedge M \in \delta$) będą proste równoległe o wspólnym kierunku $M^{a\infty}$. Innymi szczególnymi

punktami będą punkty należące do krawędzi f jako elementu wspólnego pomiędzy płaszczyzną zwierciadła ω i płaszczyzną rzutni α^a . To punkty podwójne, należące do prostych zwierciadła, będąc zarazem zawsze ich obrazami anamorficznymi. Rozważmy jeszcze przekształcenie anamorficzne prostej e równoległej do prostej f . Jej rzut z punktu obserwacji O_b na płaszczyznę zwierciadła będzie prostą e^z również równoległą do prostej f , a więc posiadają one wspólny punkt niewłaściwy E^∞ . Jak stwierdzono wyżej, punkty należące do prostej f są punktami podwójnymi, stąd punkt E^∞ , należąc do prostej f , jest równoważny ze swoim rzutem anamorficznym $E^{a\infty}$. Określony rzut anamorficzny B^a punktu B^z należącego do prostej e^z oraz rzut anamorficzny $E^{a\infty}$ wyznaczają anamorficzny obraz e^a prostej e . Uogólniając stwierdzimy, że obrazami anamorficznymi prostych równoległych do prostej f będą proste leżące w rzutni anamorficznej również równoległe do prostej f .

Odchodząc od przyjętego założenia prostokątowości płaszczyzny zwierciadła do rzutni anamorficznej, rozważmy to przekształcenie w zwierciadle płaskim pochylonym ($\omega \perp \alpha^a$). Charakterystyczną różnicą w przekształceniu względem poprzedniego założenia (fig.60) będzie anamorficzny obraz k^a prostej k_s zamykającej gabaryt wysokości restytuowanego obrazu. Będzie ona zarejestrowana jako prosta właściwa równoległa do prostej f . Będzie to prosta k^a zamykająca pole obrazu anamorficznego.

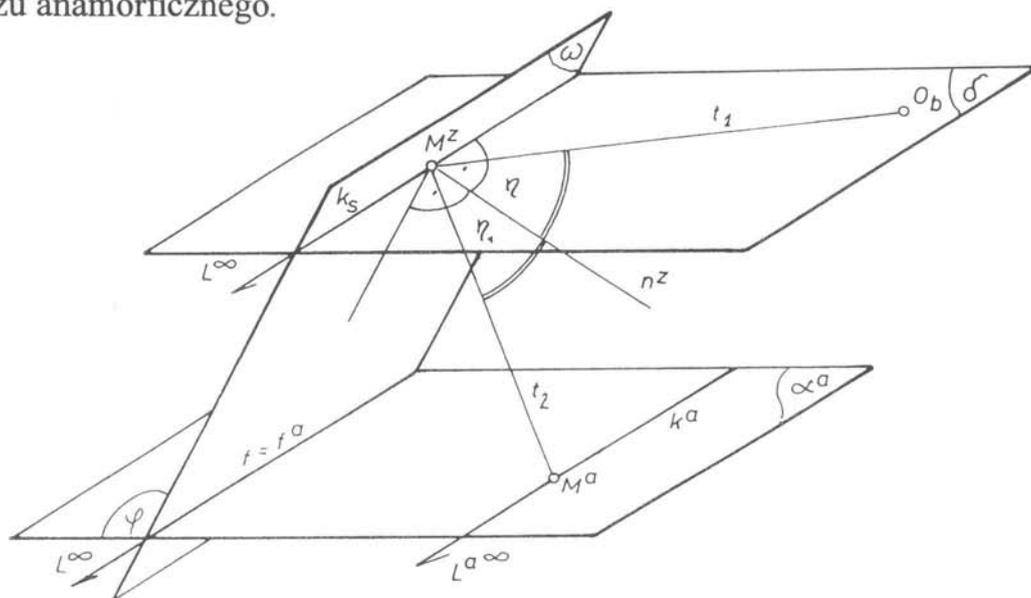


fig.60. Schemat geometryczny przekształcenia anamorficznego w zwierciadle pochylonym

2.5 . Fizykalna definicja odwzorowania anamorficzno-refleksyjno-walcowego

Celem niniejszego podrozdziału jest dokonanie analizy geometrycznej przekształcenia anamorficzno - refleksyjno - walcowego , jako jednego z ciekawszych przypadków takich przekształceń . Ma ono dostarczyć podstawy teoretyczne do praktycznych rozwiązań i zastosowań zwierciadeł walcowych obrotowych. Podane tu własności powstających przekształceń powinny być także pomocne przy intuicyjnym badaniu trudnych do analizy przypadków zastosowań powierzchni zwierciadlanych, poprzez budowę fizycznych modeli lub animacji komputerowych.

Na płaszczyźnie α stoi walec obrotowy prosty o podstawie $S(O,r)$ i wysokości $h_w \geq h_{Ob}$ przekraczającej bądź równej wysokości punktu obserwacji O_b . Omawiany walec ma pobocznice refleksyjną - odbijającą. Ustalone jest także stanowisko obserwacji O_b , o wysokości h_{Ob} (*fig. 61a*). Rozważmy odbicie czyli obrazy elementów płaszczyzny α , obserwowanych ze stanowiska O_b , odbitych w powierzchni zwierciadła walcowego.

Przyjmujemy zgodnie z prawami fizyki, iż kąt padania, zawarty między promieniem padającym PZ i normalną n do powierzchni zwierciadlanej w punkcie odbicia Z , oraz kąt odbicia, zawarty między normalną n i promieniem odbitym ZO_b leżą w jednej płaszczyźnie i mają równe miary.

Twierdzenie .1.

Rzuty prostokątne kątów padania i odbicia promienia w powierzchni zwierciadlanej o tworzących prostopadłych do płaszczyzny rzutni mają równe miary

Dowód :

Przyjmijmy odcinek AB (*fig. 61b*) prostopadły do normalnej n w punkcie odbicia Z , tak że A leży na promieniu odbitym a , a B na promieniu padającym b . Oba kąty są współpłaszczyznowe. Odcinek AB przecina prostą n w punkcie I . Punkt I połowi odcinek AB skoro AB jest prostopadłe do n , a n jest dwusieczną $\angle(a,b)$. Ponieważ n jest prostopadła do tworzących powierzchni, które z kolei są prostopadłe do rzutni, zatem n jest równoległa do rzutni. Z twierdzenia o

rzucie prostokątnym kąta prostego wynika zatem, że $A'B' \perp n'$. A z własności rzutu prostokątnego (o zachowaniu stosunku podziału odcinka) wynika że punkt I' połowi odcinek $A'B'$. Zatem prosta n' jest symetralną odcinka $A'B'$, a także dwusieczną $\angle (a', b')$, co prowadzi do tezy twierdzenia.

c.b.d.u.

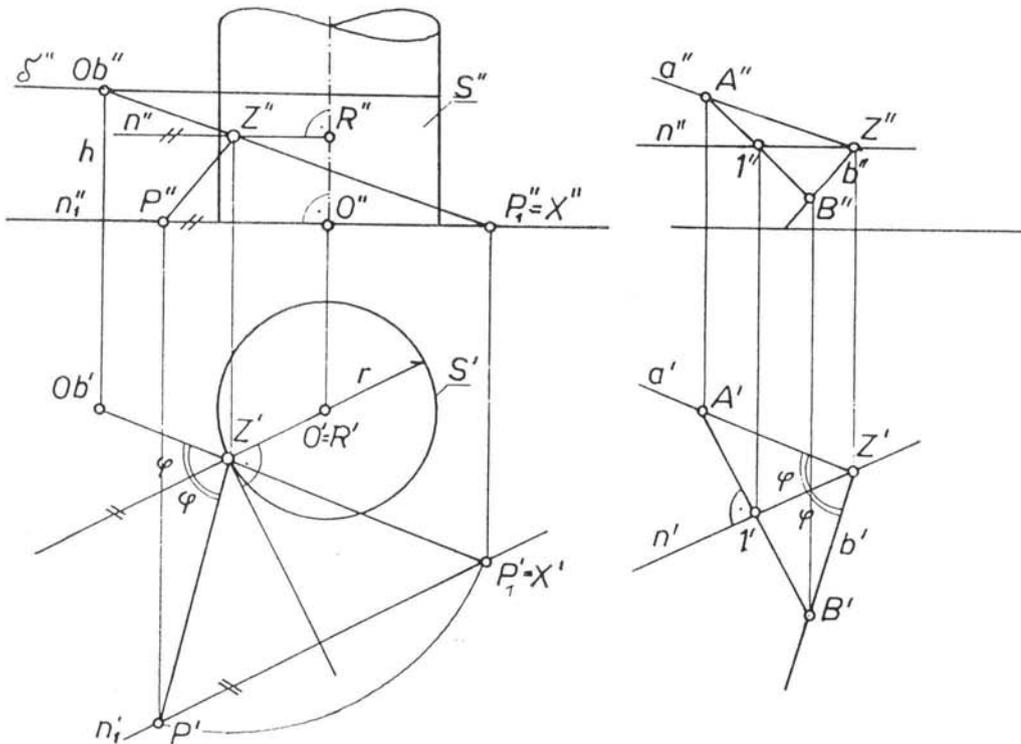


fig. 61a, 61b. Wykreślny zapis Twierdzenia 1

Przyjmijmy także, że długość promienia pozornego ZP_1 jako odległość obrazu P_1 od punktu odbicia Z - leżącym na przedłużeniu promienia odbitego ZO_b , równa jest długości promienia padającego PZ .

Twierdzenie 2.

Jeżeli przeciwobraz P leży na płaszczyźnie α , prostopadłej do tworzących walcowej powierzchni zwierciadlanej S , to jego obraz P_1 , powstały w sposób

wyżej określony, także leży na płaszczyźnie α .

Dowód :

Przyjmujemy prostą n_1 taką, że $n_1 \perp n \wedge P \in n$. (fig.61a.) Skoro $n \perp \alpha$ i $P \in \alpha$ to $n_1 \in \alpha$.

Oczywiście n_1 przecina prostą O_bZ w pewnym punkcie X pod kątem φ równym kątowi odbicia, gdyż stanowią one parę kątów odpowiadających wyznaczonych przez parę prostych równoległych przeciętych trzecią prostą. Także kąt $\angle XPZ$ pomiędzy n_1 i promieniem padającym PZ jest równy kątowi φ , jako para kątów naprzemianległych.

Zatem trójkąt ΔPXZ jest trójkątem równoramiennym gdzie $PZ=XZ$. Skoro P_1 jest współliniowy z ZX i $P_1Z = PZ = XZ$, zatem $P_1 \equiv X$ i $P_1 \in \alpha$.

c.b.d.u.

Wniosek 1.

Rzuty prostokątne promieni padającego PZ i pozornego P_1Z na płaszczyznę α są równej długości.

Dowód:

Jak wynika z tw.1., dwa kąty równej miary leżące w jednej płaszczyźnie, których jedno wspólne ramię jest równoległe do rzutni, mają rzuty prostokątne równej miary.

Zatem rzutem prostokątnym trójkąta ΔPP_1Z , o podstawie PP_1 leżącej na rzutni α i równych kątach przy podstawie jest także trójkąt równoramienny ΔPP_1Z , co prowadzi do tezy.

c.b.d.u.

Jak wynika z tw. 2., w efekcie odbicia punktów płaszczyzny α w zwierciadlanej powierzchni walcowej o tworzących prostopadłych do α obserwowany obraz pozorny leży w tej samej płaszczyźnie α .

Konsekwencją tw.1. i wniosku 1. jest następująca teza generalna:

Teza 1.

Rozważane przekształcenie płaskie (płaszczyzny α na siebie), realizuje identyczne przyporządkowanie punktów płaszczyzny α sobie, jak przyporządkowanie punktów odbijanych i pozornych, obserwowanych fizycznie w odbiciu w walcowej powierzchni zwierciadlanej o tworzących prostopadłych do płaszczyzny α . W przekształceniu tym kierująca na płaszczyźnie α powierzchni lustrzanej pełni funkcję "krzywej lustrzanej". Rzut prostokątny stanowiska O_b' jest środkiem obserwacji. Obowiązują reguły odbicia w zwierciadle: kąty padania i odbicia są równej miary, a promień padający i pozorny są równej długości.

Na mocy tezy 1. w dalszej części rozdziału rozważać będziemy już wyłącznie wyżej zdefiniowane przekształcenie płaskie.

Jako powierzchnię zwierciadlaną przyjmujemy powierzchnię walcową obrotową, której kierującą jest okrąg $S(O, r)$, leżący na płaszczyźnie α . Dla zapewnienia ciągłości analizowanego przekształcenia przyjmujemy, że krzywa zwierciadlana jest półprzeźroczysta, dopuszczająca odbicie zarówno w zewnętrznej jak i wewnętrznej części okręgu przepuszczając promień przez krzywą zwierciadlaną. Pominiemy natomiast odbicia wielokrotne.

2. 5. 1. Analityczny opis odwzorowania płaskiego.

Przyjmijmy oznaczenia jak na (fig.62)

1) Równanie promienia odbitego l :

$$l: \quad y = \frac{y_1}{x_1 - d} (x - d)$$

2) Równanie punktów odbijających Z :

$$x_z^2 + y_z^2 = r^2$$

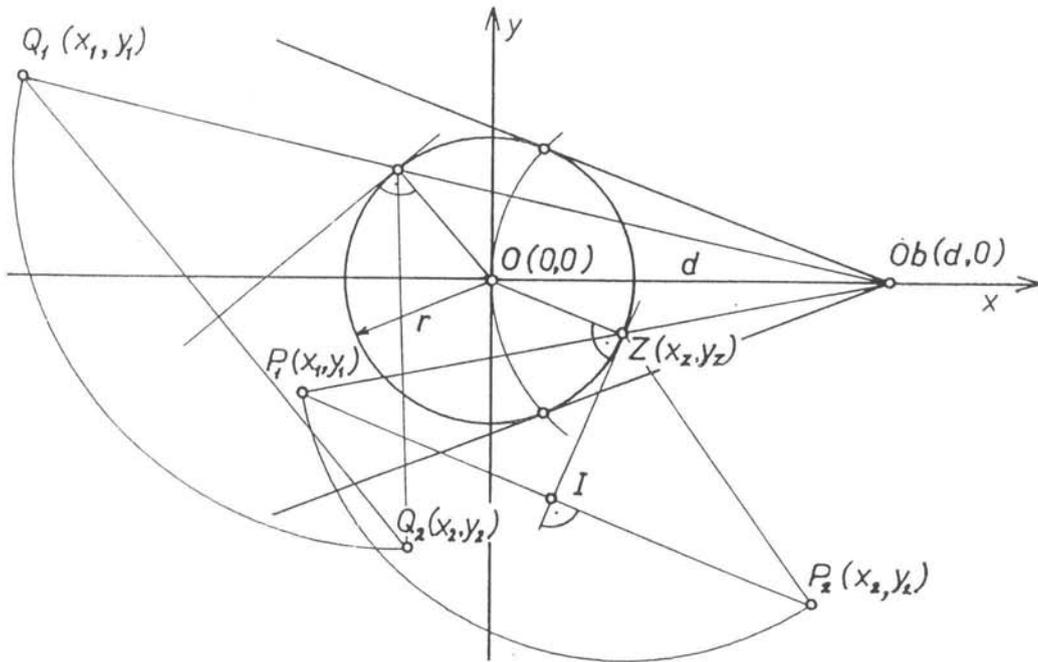


fig .62.podstawowe parametry dla opisu analitycznego przekształcenia

3) Współrzędne punktów odbicia Z :

$$\begin{cases} y_z = \frac{y_1}{x_1 - d}(x_z - d) \\ x_z^2 + y_z^2 = r^2 \end{cases} \quad (1)$$

Współrzędne punktu $P_2(x_2, y_2)$ - przeciwobrazu punktu P_1 , przy ustalonym punkcie odbicia $Z(x_z, y_z)$ określają dwa warunki :

a) Wektor P_1P_2 jest równoległy do wektora OZ :

$$\frac{x_2 - x_1}{x_z} = \left| \frac{y_2 - y_1}{y_z} \right| \quad (2)$$

b) Wektor ZI , gdzie I - środek odcinka P_1P_2

$\mathbb{I}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$, jest prostopadły do OZ :

$$\begin{aligned} \overline{ZI} \cdot \overline{OZ} &= 0 \equiv \left(\frac{x_1 + x_2}{2} - x_z\right) \cdot x_z + \left(\frac{y_1 + y_2}{2} - y_z\right) \cdot y_z = 0 \equiv \\ &\equiv (x_1 + x_2) \cdot x_z + (y_1 + y_2) \cdot y_z = 2r^2 \quad (3) \end{aligned}$$

Układ równań (1), (2), (3) jest spełniony dla każdej pary punktów (P_1, P_2) będących w zdefiniowanej relacji odbicia w okręgu $S(O, r)$ przy ustalonych współrzędnych obserwatora $O_b(d, 0)$

O ile jednak jest on analitycznie rozwiązywalny względem dowolnego punktu P_2 przy ustalonym - narzuconym punkcie P_1 , o tyle przekształcenie odwrotne jest trudno wyznaczalne, gdyż prowadzi do równań 4-tego stopnia.

Dalej analizie poddamy siatkę ortogonalną, przyjętą na odbijającej powierzchni walcowej, złożonej z równoległych do podstawy walca okręgów, równomiernie rozłożonych na wysokości walca i równomiernie rozłożonych na obwodzie tworzących powierzchni walcowej (*fig. 63*).

Wyznaczenie rzutu środkowego z punktu O_b na płaszczyznę α takiej siatki, a następnie jej przeciwobrazu w badanym odwzorowaniu umożliwia projektowanie przeciwobrazów - anamorf, wykonywanych na płaszczyźnie α , poprzez stworzenie kontroli nad układem obserwowanego odbicia w odbijającej powierzchni walcowej.

Z elementarnych własności rzutu środkowego wynika, że zbiorowi odcinków tworzących odbijającej powierzchni walcowej, ograniczonych do czynnej części tej powierzchni, to jest ograniczonej podstawą na płaszczyźnie α oraz płaszczyzną zniknięcia δ (*fig. 61a*), odpowiada w rzucie środkowym z punktu O_b na płaszczyznę α zbiór półprostych o początkach na podstawie walca i kierunkach przechodzących przez rzut prostokątny O_b' punktu O_b na płaszczyznę α .

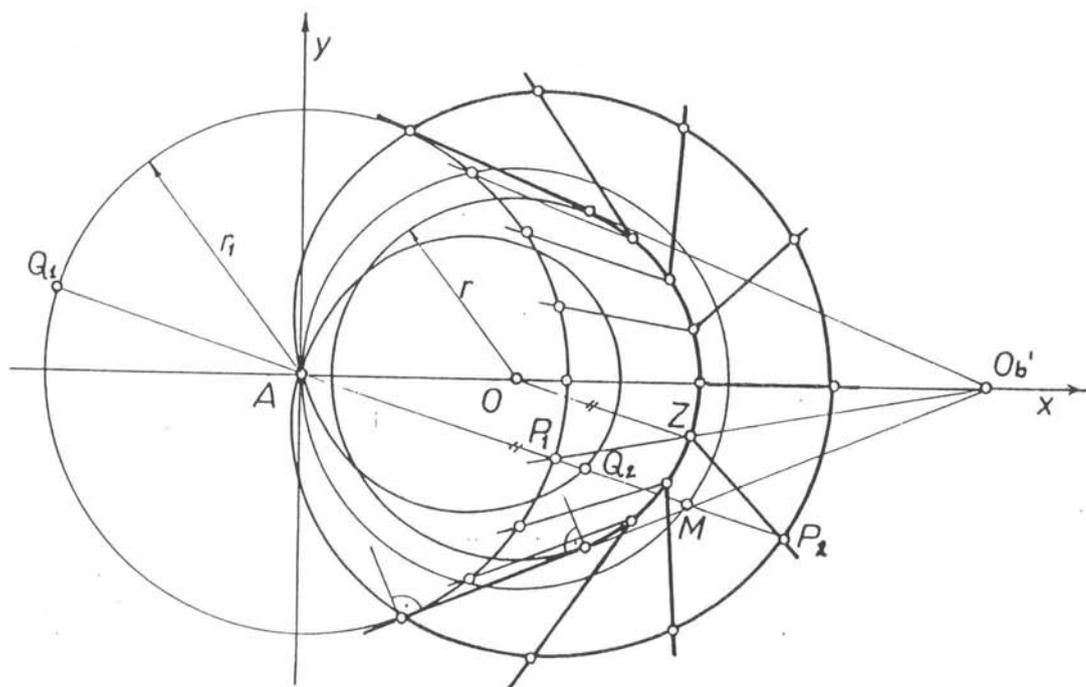


fig .63.Przekształcenie siatki ortogonalnej leżącej na powierzchni walca

Natomiast rzutem środkowym z punktu O_b na płaszczyznę α dowolnego okręgu leżącego na powierzchni walcowej obrotowej o osi prostopadłej do α i podstawie leżącej na płaszczyźnie α , jest okrąg styczny do pary prostych które są styczne do podstawy walca i przechodzą przez rzut prostokątny środka rzutów na płaszczyznę $\alpha - O_b'$.

Łatwo zauważyć na rysunkach (fig.62, fig.63.), ilustrujących zdefiniowane tu przekształcenie płaskie, że obrazem półprostej o początku na okręgu odbijającym, zawierającej promień pozorny, jest półprosta o tym samym początku, zawierająca promień padający odpowiadający w tym odwzorowaniu wybranemu promieniowi pozornemu.

Przykład 1 .

Znacznie ciekawsze jest odwzorowanie opisanych wyżej okręgów.

Na początek, dla uproszczenia rozumowania, rozważmy przypadek niewłaściwego środka rzutów O_b^∞ (fig.64).

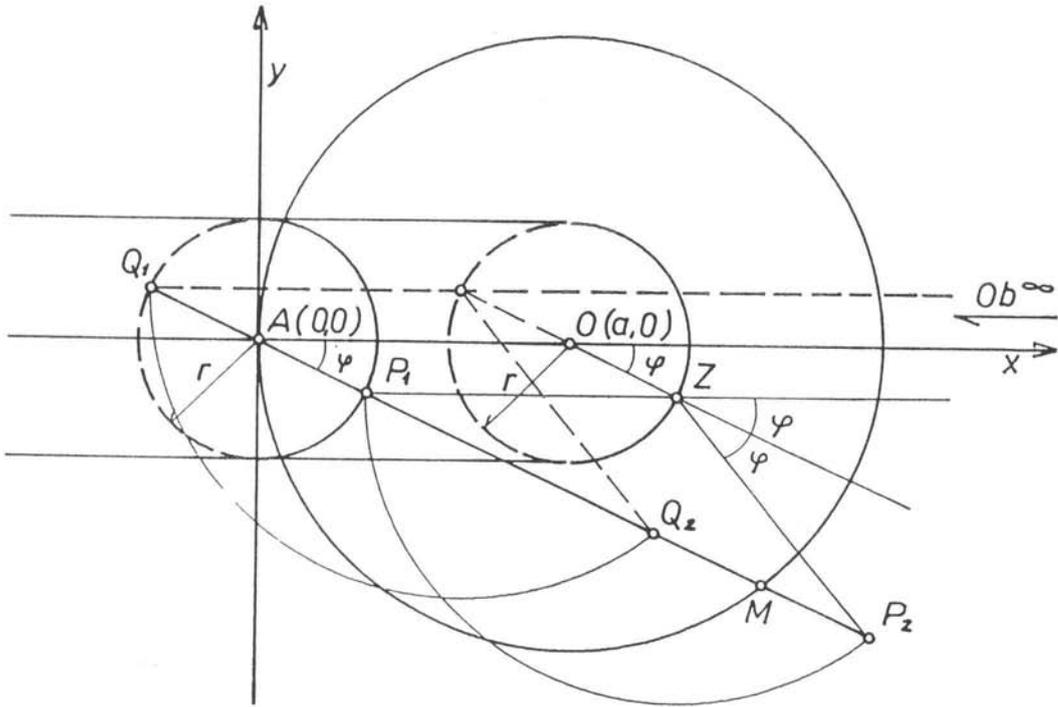


fig.64. Odwzorowanie okręgu z niewłaściwego środka rzutu

W tym przypadku rzutem środkowym okręgu leżącego na walcu odbijającym jest okrąg pozorny, przystający do okręgu podstawy $S(O,r)$, o środku $A(0,0)$. Przyjmijmy układ współrzędnych biegunowych o początku $A(0,0)$ w środku okręgu pozornego.

Dla dowolnie wybranego punktu P_1 przedniej połowy okręgu pozornego zachodzi:

$$\begin{aligned} AP_1 &\parallel OZ && \text{- z konstrukcji} \\ P_1P_2 &\parallel OZ && \text{- z definicji odwzorowania} \end{aligned}$$

Zatem punkty A , P_1 i P_2 są współliniowe, gdyż relacja równoległości jest przechodnia.

W przyjętym układzie współrzędnych równanie miejsca geometrycznego punktów P_2 przyjmuje zatem postać:

$$R_1(\varphi) = |AP_1| + |P_1P_2| = r + 2a \cos \varphi$$

Dla punktu Q wybranego na tylnej połowie okręgu pozornego zachodzi analogicznie.

$$R_2(\varphi) = -|AQ_1| + |Q_1Q_2| = -r + 2a \cos \varphi$$

co można zapisać łącznie jako :

$$R(\varphi) = 2a \cos \varphi \pm r, \quad \varphi \in \left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

Jest to równanie znanego w geometrii ślimaka Pascala, którego zapis we współrzędnych kartezjańskich ma postać; ...⁶

$$(x^2 + y^2 - 2ax)^2 = r^2(x^2 + y^2)$$

Zatem równanie ślimaka Pascala we współrzędnych biegunowych będzie miało postać :

$$R(\varphi) = e_\varphi (2a \cos \varphi + r), \quad \text{gdzie } e_\varphi - \text{wersor kierunku } \varphi. \\ \varphi \in \langle -\pi, \pi \rangle$$

Znaną własnością ślimaka Pascala jest istnienie okręgu kierowniczego o promieniu a patrz (fig.63, fig.64, fig.65) takiego, że dowolna prosta przechodząca przez początek układu przecina obie pętle ślimaka w punktach odległych o r od punktu przecięcia M tego okręgu. Wykazanie, że przeciwobrazem okręgu pozornego (jako rzutu okręgu leżącego na walcu) jest ślimak Pascala pozwala łatwo wykreślić tę krzywą, a powtarzana - cała ich rodzina, tworzyć będzie wraz z przeciwobrazami tworzących siatkę odwzorowania anamorficznego.

Przykład 2 .

Przejdźmy obecnie do bardziej praktycznego przypadku tego odwzorowania, przyjmując jako środek rzutów punkt właściwy O_b .

W tym przypadku rzutem środkowym okręgu leżącego na walcu odbijającym jest okrąg środkowo podobny do okręgu podstawy $S(O,r)$, o środku podobieństwa O_b .

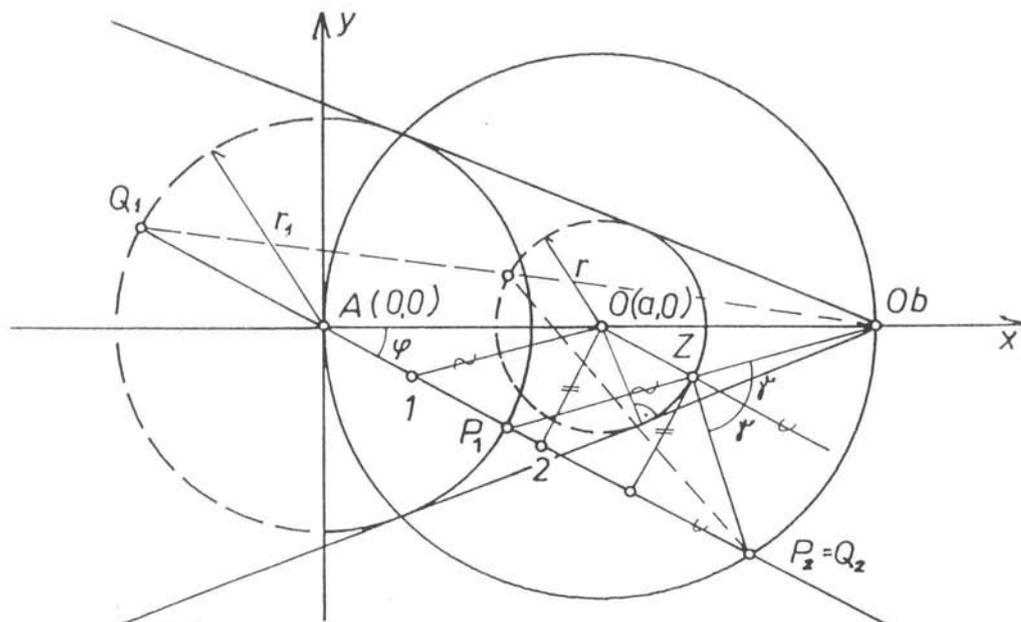


fig.65. Odwzorowanie okręgu dla właściwego środka rzutów

Przyjmując układ współrzędnych jak na (fig.65), dla wszystkich punktów okręgu pozornego zachodzi :

$$\begin{array}{l} AP_1 \parallel OZ \quad - \text{z konstrukcji i podobieństwa figur,} \\ P_1P_2 \parallel OZ \quad - \text{z definicji odwzorowania} \end{array}$$

Zatem punkty A , P_1 i P_2 są współliniowe i równanie miejsca geometrycznego punktów przeciwobrazu w zędnym biegunowym ma postać:

$$R(\varphi) = AP_1 + P_1P_2 = e_\varphi (2a \cos \varphi + 2r - r_1)$$

gdzie e_φ - wersor kierunku φ i $\varphi \in \langle -\pi, \pi \rangle$

gdyż $P_1P_2 = 2(a \cos \varphi - (r_1 - r))$

z elementarnych zależności planimetrycznych, zasygnalizowanych na (fig.61) punktami 1 i 2.

Ponieważ wyrażenie $2r - r_1 = \text{const.}$ zatem krzywa jest **ślimakiem Pascala**.

Przykład (fig.65) sporządzono dla szczególnego położenia okręgu pozornego, gdy $r_1 = 2r$. W tym przypadku ślimak Pascala staje się podwójnie pokrytym okręgiem. Jeżeli dalej zauważymy, że ślimak Pascala jest konchoidą okręgu to w konkretnym przypadku, stosując określone parametry, możemy przy zastosowaniu konchoidografu wykreślić jego obraz. ...Jeśli równanie danej krzywej we współrzędnych biegunowych ma postać $r=f(\varphi)$, to równanie jej konchoidy będzie $r=f(\varphi) \pm l$; w szczególności konchoida okręgu nazywa się ślimakiem Pascala gdy $l < 2a$; (fig.66) lub kardioidą gdy $l=2a$...⁷

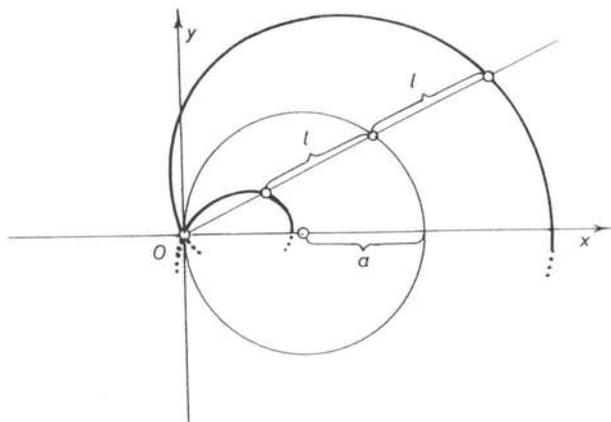


fig. 66. Ślimak Pascala-konchoida okręgu.

Te rozważania geometryczne są podstawą teoretyczną do rozwiązań praktycznych, mających na celu wspomaganie projektowania obrazów anamorficznych. Podsumowując otrzymane wyniki przeprowadzonej analizy geometrycznej można stwierdzić, że znajomość zdefiniowanej krzywej będącej anamorficznym obrazem okręgu budującego siatkę ortogonalną "nawiniętą" na pobocznicy refleksyjnego walca, zdecydowanie uprości, podobnie jak w poprzednim przypadku, wykreślenie przeciwobrazów rodziny okręgów pozornych, wyznaczających wraz z przeciwobrazami tworzących, siatkę

przekształcenia anamorficznego. Przy konstruowaniu takiej siatki należy skorzystać, zgodnie z powyższą sugestią, z konchoidografu przy kreśleniu ślimaka Pascala.

PRZYPISY

2.2. Historyczne, zgeometryzowane rozwiązania...

1. Daniel Barbaro, *La pratica della perspettiva*, z *Perspektywa malarska*, K. Bartel, PWN, Warszawa 1958.
2. ze wstępu do katalogu wystawy *Musse des Arts Decoratifs, Paris 1979*
3. jak wyżej.

2.3. Geometryczne podstawy powstawania rzutu ...

4. A. Zdziarski, *Podstawy powstawania rzutu anamorficzno-refleksyjno-walcowego*, Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Dydaktyczna, Kielce 1979
5. J. Królikowski *Matematyka-wzory, definicje*, Warszawa 1962. s.199

2.5. Fizykalna definicja odwzorowania...

6. J. Królikowski *Matematyka-wzory, definicje*, Warszawa 1962. s.200
7. Encyklopedia Powszechna, PWN, Warszawa 1973. s.532

Rozdział III

CZEŚĆ PRAKTYCZNA

3. 1. Dane kształtujące parametry metryczne anamorfozy zwierciadlanej

Rozdział ten ma na celu podanie wytycznych do projektowania w sposób pośredni, poprzez analizę wzajemnych relacji zachodzących pomiędzy parametrami metrycznymi opisującymi przekształcenie anamorfozy zwierciadlanej, dla wybranych przykładów. Prześledzimy zatem wpływ na dane metryczne przekształcenia wzajemnej zmienności poszczególnych jego elementów. Przyjmijmy nazwy i opis elementów przekształcenia zgodnie z (fig.67), zakładając również niezmienną prostokątność osi l obrotowej, walcowej powierzchni refleksyjnej do płaszczyzny α^a .

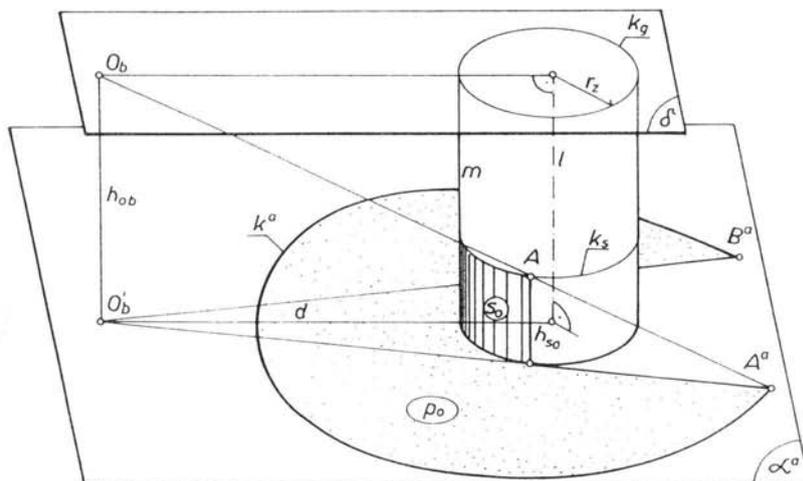


fig.67. Opis podstawowych elementów przekształcenia

- α^a - rzutnia anamorficzna -płaszczyzna obrazu anamorficznego
- l - oś zwierciadła walcowego
- m - konturowa tworząca zwierciadła walcowego
- r_z - promień zwierciadła walcowego
- O_b - punkt obserwacji
- h_o - wysokość punktu obserwacji względem rzutni anamorficznej

- k_s - okrąg zamykający gabaryty restytuowanego obrazu
- s_o - strefa zrestytuowanego obrazu
- h_{so} - wysokość strefy zrestytuowanego obrazu
- k^a - linia brzegowa zamykająca pole obrazu anamorficznego, jako obraz okręgu k_s zamykającego gabaryty obrazu zrestytuowanego
- p_o - pole obrazu anamorficznego
- d - odległość punktu obserwacji O_b od tworzącej konturowej m zwierciadła walcowego
- δ - płaszczyzna graniczna

Rozważmy zatem wzajemne relacje zmienności opisanych parametrów prze-kształcenia na podstawowych przykładach.

3. 1. 1. Walec refleksyjny, obrotowy, wypukły

Przykład 1 .

Jeżeli założymy stałą wysokość h_{so} strefy obrazu zrestytuowanego, stały promień zwierciadła walcowego r_z , oraz niezmienną odległość d punktu obserwacji O_b od tworzącej konturowej walca m , to zaobserwujemy, że zmianie wysokości h_{ob} punktu obserwacji O_b odpowie zmiana wielkości pola obrazu anamorficznego p_o . (fig.68).

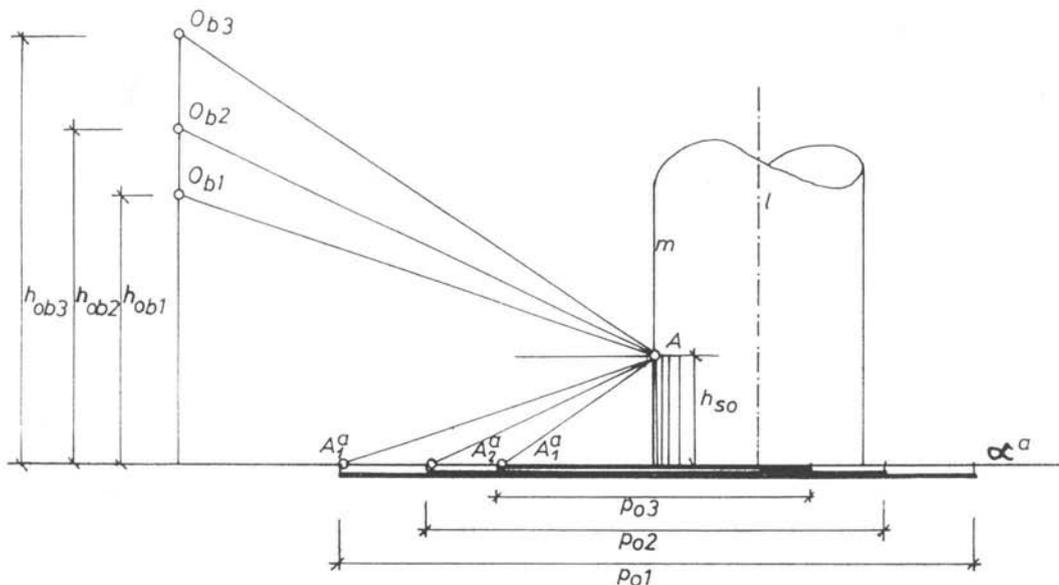


fig.68. Wpływ zmiany wysokości punktu obserwacji na wielkość pola obrazu anamorficznego

Analizując zachodzące związki stwierdzimy, że zmiana wysokości h_{ob1} , h_{ob2} , $h_{ob3...}$ punktu obserwacji O_{b1} , O_{b2} , $O_{b3...}$, wpływa odwrotnie proporcjonalnie na zmianę wielkości pola obrazu anamorficznego p_{o1} , p_{o2} , $p_{o3...}$. Stąd warunkiem koniecznym zapewnienia stałej wysokości strefy zrestytuowanego obrazu h_{so} będzie dla płynnie wzrastającej wysokości h_{ob} płynnie malejące pole obrazu anamorficznego p_o . W praktyce zapewnienie płynnej zmienności pola obrazu anamorficznego sprzężonej ze zmianą wysokości punktu obserwacji jest bardzo skomplikowane i dlatego w realizacjach opisany przykład nie będzie miał zastosowania. Podobnie z praktyki zastosowań należy wykluczyć przypadki skrajne:

a.) Gdy wysokość punktu obserwacji równa się wysokości strefy obrazu zrestytuowanego $h_{ob} = h_{os}$, bo wówczas okrąg zamykający strefę obrazu zrestytuowanego k_s będzie leżał w płaszczyźnie granicznej δ gdzie $\delta \parallel \alpha^a \wedge O_b \in \delta$. Stąd obraz anamorficzny tego okręgu odwzoruje się na linię brzegową k^a_∞ w postaci prostej niewłaściwej rzutni anamorficznej α^a (fig.69).

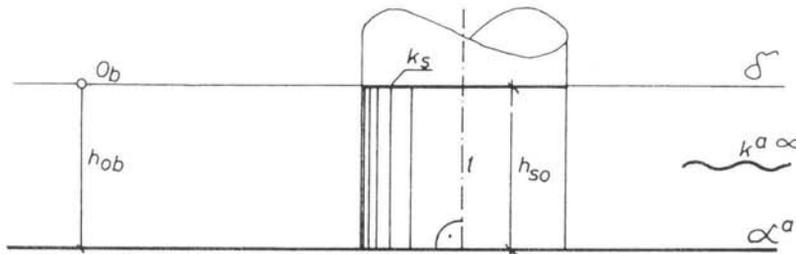


fig.69. Linia brzegowa w postaci prostej niewłaściwej

b.) Gdy wysokość punktu obserwacji maleje do zera $h_{ob} = 0 \rightarrow O_b \in \alpha^a$, bo rzutnia anamorficzna α^a traci swą aktywność odwzorowując jedynie okrąg kierujący zwierciadła walcowego na prostą niewłaściwą k^a_k rzutni α^a (fig.70).

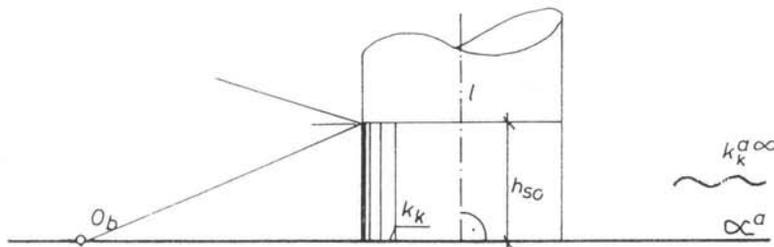


fig.70. Rzutnia anamorficzna traci swą aktywność

c.) Gdy wysokość punktu obserwacji jest mniejsza od wysokości strefy obrazu zrestytuowanego $h_{ob} < h_{os} \wedge O_b \notin \alpha^a$, bo obraz anamorficzny tak określonej strefy leżałby na dwóch równoległych rzutniach $\alpha^a \parallel \alpha^a_1$. Ich prosta niewłaściwa dzieląca obraz anamorficzny na poszczególne rzutnie k_g^∞ będzie przekształceniem okręgu k_g leżącego w płaszczyźnie granicznej δ i w strefie obrazu zrestytuowanego (fig.71).

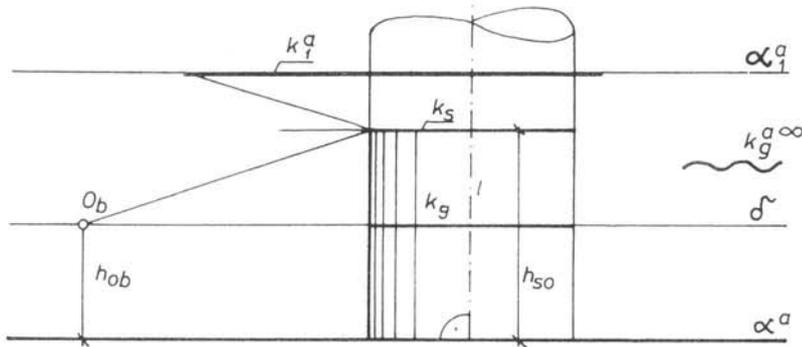


fig.71. Obraz anamorficzny rozpadający się na dwie rzutnie

d.) Gdy wysokość punktu obserwacji wzrasta do nieskończoności h_{ob}^∞ , bo wówczas pole obrazu anamorficznego wraz z linią brzegowa sprowadza się do okręgu kierującego zwierciadła walcowego $k_s = k^a$ leżącego w rzutni α^a (fig.72)

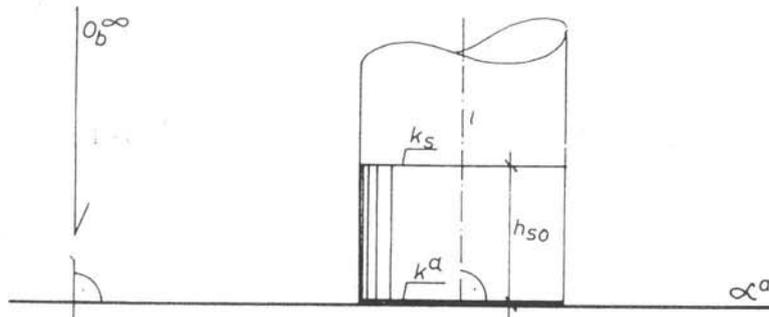


fig.72. Obraz anamorficzny sprowadza się do okręgu kierującego zwierciadła walcowego

Przykład 2.

Podstawowym założeniem przy projektowaniu obrazów anamorficznych

jest stała wielkość pola obrazu anamorficznego p_o i niezmienny promień zwierciadła walcowego r_z , założmy również stałą odległość d punktu obserwacji O_b od tworzącej konturowej m . Prześledźmy wpływ zależności jakie zachodzą będą pomiędzy zmienną wysokością strefy zrestytuowanego obrazu h_{so} a zmianą wysokości punktu obserwacji h_{ob} . Zmieniając płynnie wysokość punktu obserwacji $h_{ob1}, h_{ob2}, h_{ob3}...$ (fig.73), zauważymy wprost proporcjonalną i płynną zmianę wysokości strefy obrazu $h_{so1}, h_{so2}, h_{so3}...$ odbitego w walcowym zwierciadle. Zjawisko to należy wziąć pod uwagę przy projektowaniu anamorf zważywszy, że zdecydowana zmiana wysokości zrestytuowanego obrazu powoduje jego nie zawsze pożądane przerysowania-deformacje, polegające na zaniżeniu bądź wydłużeniu restytuowanego obrazu.

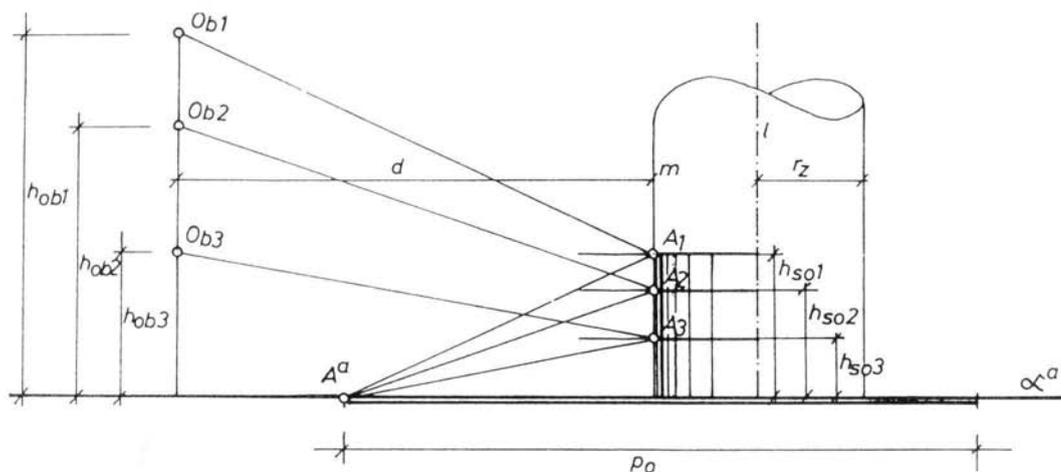


fig.73. Wpływ zmiany wysokości punktu obserwacji na wysokość strefy obrazu zrestytuowanego

Przykład 3.

Przeanalizujmy teraz wpływ zmiany odległości d punktu obserwacji O_b od tworzącej konturowej m zwierciadła walcowego, na wysokość strefy obrazu zrestytuowanego h_{so} , oraz na pole obrazu anamorficznego p_a . Zakładamy, że punkt obserwacji O_b poruszał się będzie w płaszczyźnie $\delta \parallel \alpha^a$ równoległej do rzutni α^a po kierunku T^∞ . Dla przeprowadzenia tych analiz, jako parametry stałe przyjmujemy wysokość punktu obserwacji h_{ob} i promień zwierciadła walcowego r_z (fig.74). Wnioskiem z tych rozważań będzie stwierdzenie, że w przypadku zbliżania się punktu obserwacji O_b do tworzącej konturowej m zwierciadła wal-

cowego, wzrasta wysokość strefy obrazu zrestytuowanego h_{so} .

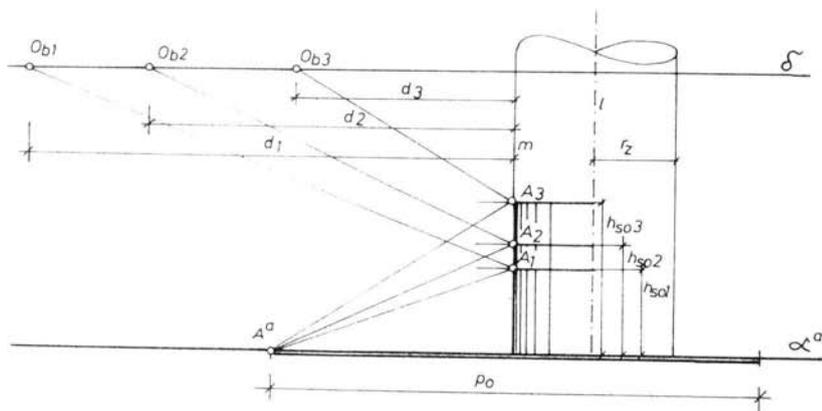


fig. 74. Wpływ zmian odległości d na wysokość strefy obrazu zrestytuowanego

Drugim elementem zależnym od zmiany odległości d jest pole obrazu anamorficznego p_o , które wraz z tą zmianą zmienia swój kształt. Zmiany kształtu pola obrazu anamorficznego przedstawia (fig. 75) uwzględniając dwa położenia punktu obserwacji O_{b1} , O_{b2} .

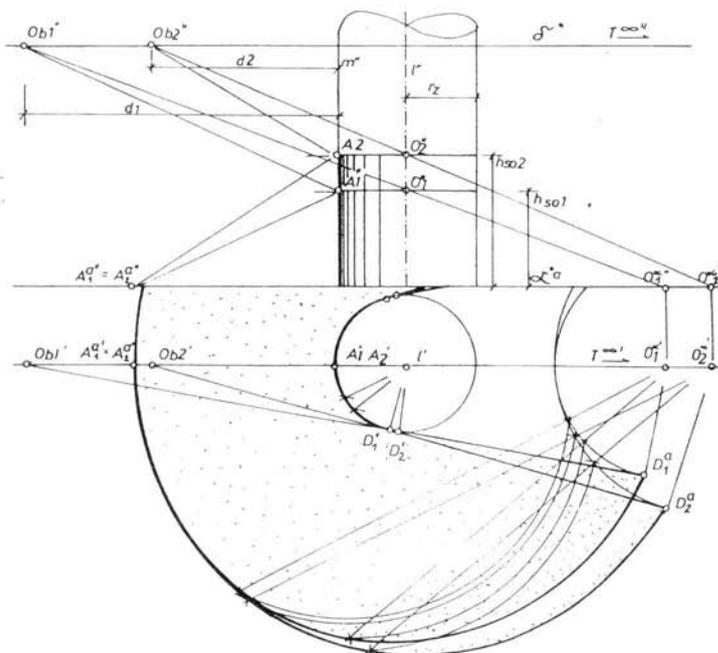


fig. 75. Wpływ zmian odległości d na pole obrazu anamorficznego

Wzrost wartości promienia powoduje generalnie wzrost pola obrazu anamorficznego, rozbudowując jego parametr długości n_p i głębokości g_p a zachowując niezmienną wartość szerokości f_p opisaną odległością punktu A^a od rzutu punktu A' .

Przy maksymalnym wzroście promienia r_z a więc gdy staje się on półprostą, okrąg kierujący zwierciadła walcowego degeneruje się do prostej, a powierzchnia zwierciadła walcowego przechodzi w płaszczyznę. Takiemu wzrostowi promienia odpowie maksymalny wzrost długości pola obrazu anamorficznego n_p zachowującego swoją stałą szerokość f_p . Będziemy mieć wówczas do czynienia z przekształceniem anamorficznym realizowanym w zwierciadle płaskim, opisanym w rozdz. I I. 2.4.

3. 1. 2. Walec refleksyjny, obrotowy, wklęsły

Przykład 5.

Do rozważań przyjęto walec refleksyjny, obrotowy, wklęsły o kierującej,

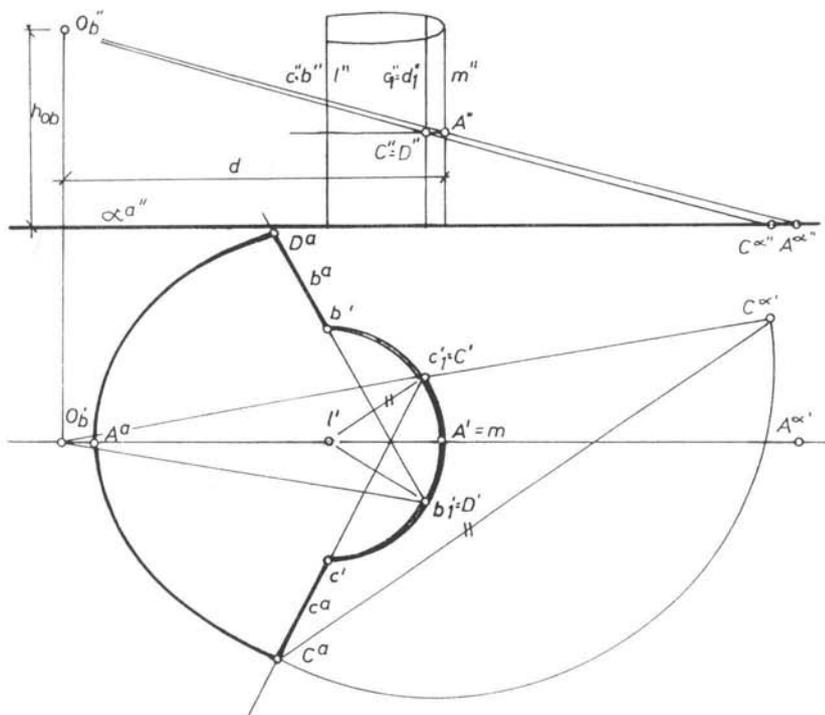


fig. 77. Aktywny refleksyjnie pas powierzchni walca wklęsłego

która jest połową koła i osi l prostopadłej do rzutni anamorficznej α' oraz punkcie obserwacji O_b o oddaleniu d od tworzącej m (fig.77). Zauważmy, że krańcowe części pobocznic walca przedstawione na rysunku jako fragmenty zawarte pomiędzy tworzącymi c', b_1' i b', c_1' nakładają się w odbiciu na siebie, pozostawiając aktywny refleksyjnie pas powierzchni walca wklęsłego niezakłócony wzajemnym odbiciem, zawarty pomiędzy tworzącymi b_1, c_1 . Te nakładające się w odbiciu własnym płaty powierzchni walca zawężają również jego refleksyjnie aktywny, niezakłócony odbiciami wewnętrznymi pas, czyli zawężają strefę obrazu zrestytuowanego. Ten refleksyjny pas przyporządkowuje aktywną część rzutni anamorficznej zawartą pomiędzy półprostymi c^a, b^a od strony przyjętego punktu obserwacji O_b . Pozostała część rzutni to część bierna. Położenie linii brzegowej zamykającej gabaryty aktywnej części rzutni anamorficznej związane jest podobnie jak w wyżej omawianych przykładach, z określonym położeniem punktu obserwacji O_b oraz z założoną wysokością strefy zrestytuowanego obrazu h_{so} z założenia mniejszą od wysokości punktu obserwacji.

3.1.3. Kształtowanie rzutni anamorficznej dla zwierciadła walcowego wklęsłego w zależności od szerokości szczeliny wglądu

Przykład 6.

Wycięty pionowy pas powierzchni refleksyjnej umożliwiający wgląd w wklęsłe zwierciadło walcowe nazywać będziemy szczeliną wglądu. Zawężanie szczeliny wglądu zawartej pomiędzy tworzącymi a, b do wielkości c, d zawęży wprost proporcjonalnie pas strefy obrazu zrestytuowanego z a_1, b_1 do c_1, d_1 równocześnie zmniejszając wachlarz aktywnej rzutni anamorficznej zawartej pomiędzy a^a, b^a do c^a, d^a (fig.78).

We wszystkich przypadkach odtwarzanie obrazów anamorficznych może następować niekoniecznie z dokładnie określonego punktu obserwacji O_b . Płynne odchylenia od określonego stanowiska restytucji powodują ruchomą deformację zrestytuowanego obrazu. Natomiast anamorfy szczelinowe zawężają pole możliwości oglądania zrestytuowanego obrazu ze względu na szerokość szczeliny wglądu w zwierciadło wklęsłe, co niekoniecznie musi być ich wadą. Mogą oddziaływać one jako element pozytywnego zaskoczenia w konkretnie określonej sytuacji przestrzennej.

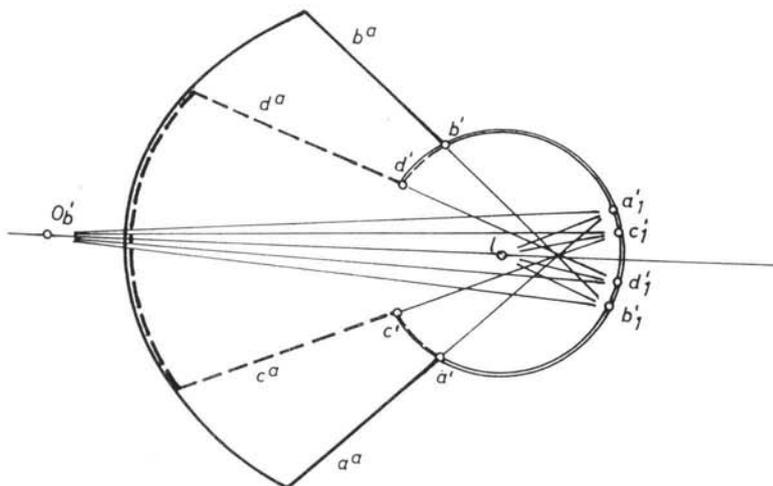


fig. 78. Zawężanie szczeliny wglądu

Przykład 7.

Zwiększanie szczeliny wglądu powoduje poszerzenie strefy obrazu zrestytuowanego. Powstaje zatem pytanie, jak szeroko należy rozsunąć wgląd aby pozostałą częścią walca był już tylko niezakłócony pas strefy obrazu. Wpływ na zmianę szerokości niezakłóconej strefy ma również odległości d punktu obserwacji O_b od tworzącej walca m oraz od promienia okręgu kierującego lustra walcowego r_z . Zakładając zatem stały promień r_z przeanalizujemy wpływ oddalenia d na szerokość czystego pasa strefy obrazu zrestytuowanego. Rozważmy te zależności w rzucie prostokątnym na rzutnię poziomą przy oznaczeniach jak na (fig. 79), przyjmując szerokość szczeliny wglądu równą średnicy okręgu kierującego $2r_z$. Na wstępie zauważmy, że w praktyce oddalenie d musi mieć wartość większą od promienia r_z , ponieważ w tak szczególnej sytuacji gdy $d_1=r_z$ promień padania pokrywa się z normalną i promieniem odbitym, a kąt widzenia wynosiłby 180° . Niemniej jednak teoretycznie były to najszerszy pas czystej strefy obrazu. Zauważmy, że niezakłócony, refleksyjnie aktywny pas będzie oparty na łuku wycinka kołowego ograniczonego tworzącymi których obrazy anamorficzne wzajemnie się nakładają. Wzrost odległości do wartości d_2 powoduje zawężanie pasa czystej strefy przy założeniu, że skrajne płaty zawarte pomiędzy tworzącymi a', c' i b', d' ulegają likwidacji. Dalsze oddalenie punktu obserwacji aż do nieskończoności

określi minimalną szerokość niezakłóconego pasa strefy obrazu restytuowanego, jako opartego na wycinku kołowym o długości $1/4$ obwodu okręgu kierującego.

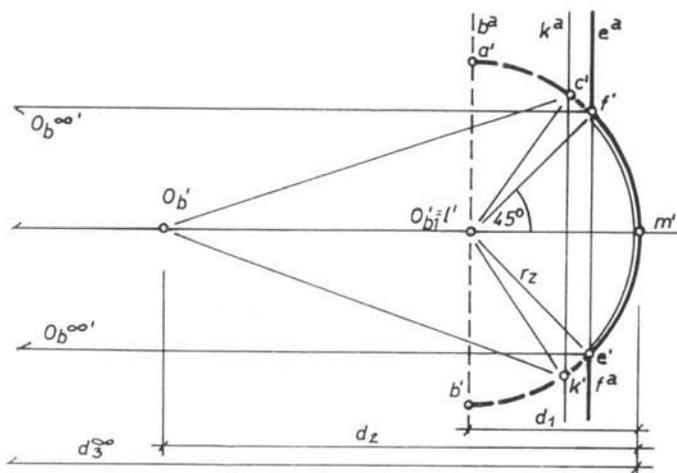


fig.79. Wpływ oddalenia d na szerokość pasa strefy obrazu zrestytuowanego

Przykład 8.

Przyjmując stałą wartość odległości d która może być wymuszona barierą architektoniczną, rozważmy wpływ zmiany promienia r_z zwierciadła walcowego wklęsłego na szerokość aktywnego pasa strefy obrazu zrestytuowanego (fig.80).

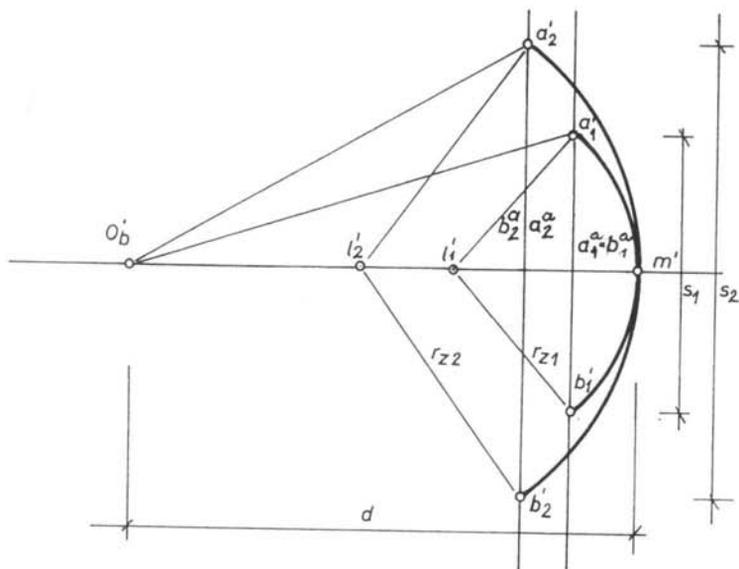


fig.80. Wpływ zmiany promienia zwierciadła na szerokość strefy obrazu zrestytuowanego

Płaty skrajne, które nakładają się w samoodbiciu odrzucamy. Jak stwierdzono powyżej, niezakłócony, refleksyjnie aktywny pas strefy obrazu zrestytuowanego będzie oparty na łuku wycinka kołowego ograniczonego tworzącymi których obrazy anamorficzne wzajemnie się nakładają. Tak więc wzrost promienia $r_{z1}-r_{z2}$ powoduje poszerzenie pasa strefy obrazu s_1-s_2 . Pamiętać należy o równoczesnym wzroście wielkości pola obrazu anamorficznego.

Przy projektowaniu obrazów anamorficznych restytuowanych w wklęsłych zwierciadłach walcowych należy pamiętać, że odtworzony obraz jest odwróconym osiowo. Jeżeli umownie podzielimy rzutnię anamorficzną osią g (fig.81) to zauważymy, że obraz na rzutni z części prawej T odtworzony będzie w części lewej T_1 pasa zwierciadła i na odwrót.

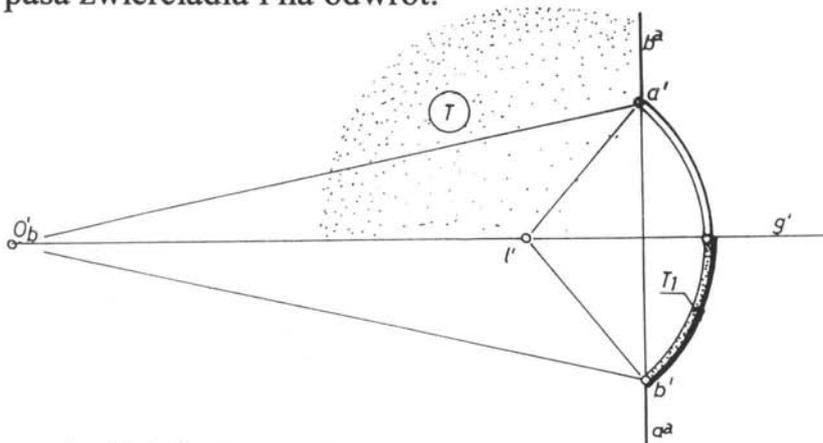


fig.81. Odwrócenie obrazu w zwierciadle wklęsłym

Wnioskiem z powyższych rozważań jest optymalne zalecenie do projektowania anamorf dla zwierciadeł wklęsłych, jako przyjęcie pasa zwierciadła o szerokości zbliżonej do $0,25ITr_z$. Należy również unikać doboru stanowiska obserwacji w polu obrazu anamorficznego dla skali człowieka, gdyż wówczas dochodzić będzie do odbić własnych.

Przedstawione przykłady są sugestią analizy jaką powinien przeprowadzić projektant, biorąc do rozważań zbiór danych o miejscu projektowania oraz parametry wybranego rodzaju anamorfyzy. Szczegółowa analiza przedstawionych przykładów powinna u ewentualnego projektanta zaowocować świadomością barier geometryczno - refleksyjnych oraz ograniczeń metrycznych w projektowaniu anamorfz zwierciadlanych w przyjętych do realizacji wnętrzach. Prześledzenie wzajemnych wpływów jednych parametrów na drugie,

zapewne pozwoli przyszłym projektantom starannie dobrać np. zwierciadło w zależności od zadanej wielkości pola obrazu anamorficznego, bądź w zależności od gabarytów wnętrza zaproponować odpowiedni rodzaj anamorfozy, czy też kształtować anamorfozy w zależności od wymuszonego barierą architektoniczną stanowiska obserwacji itp.

Jednym z możliwych sposobów wspomagania projektowania obrazów anamorfozy refrakcyjnej-walcowej jest możliwość skorzystania z opisanego dalej przyrządu (prototyp) do zmechanizowanego płaskiego przekształcania rzutni anamorficznej. Budowę jego zaproponowano w oparciu o geometryczną konstrukcję płaskiego przekształcenia rzutni anamorficznej. O tej konstrukcji i prototypie będzie mowa w kolejnych paragrafach tego rozdziału.

3.2. Płaskie przekształcenie rzutni anamorficznej

W rozważaniach tych wykazano, że przekształcenie przestrzeni poprzez zwierciadło walcowe na płaszczyznowy obraz anamorficzny można realizować również jako przekształcenie płaskie. Jest to również uzasadnieniem zmechanizowanej metody wyznaczania takich obrazów.

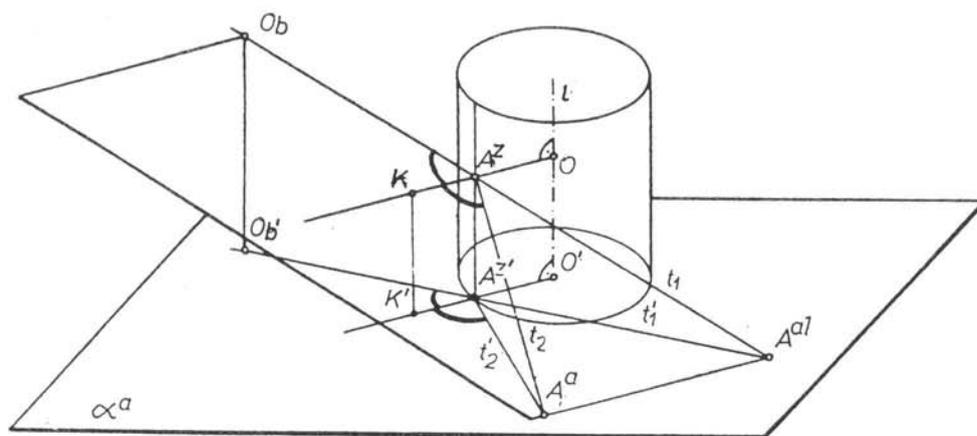


fig.82. Opis elementów podstawowych przekształcenia

Obserwator O_b, O_b' stojący na zewnątrz zwierciadła walcowego (fig.82), będącego walcem obrotowym o osi l prostopadłej do płaszczyzny podstawy α^a , rzutni anamorficznej, ($l \perp \alpha^a$) obserwując odbity w zwierciadle punkt A^a jako A^z widzi obraz pozorny A^{al} , również leżący na płaszczyźnie α^a .

Prosta ($KO \in \gamma$) należy do płaszczyzny γ i jest równoległą do rzutni anamorficznej α^a jako normalna walca obrotowego o osi l prostopadłej do α^a . Wynika stąd, że prosta $A^a A^{al}$, będąca krawędzią płaszczyzny γ z rzutnią α^a , jest równoległą do KO , a także do $K'O'$.

Zauważmy, że:

- (1) $\angle O_b, A^z, K = \angle A^z, A^{al}, A^a$
- (2) $\angle A^a, A^z, K = \angle A^z, A^a, A^{al}$

jako kąty odpowiadające
jako kąty naprzemianległe

Kąt padania $\angle O_b, A^z, K$ jest równy kątowi odbicia $\angle A^a, A^z, K$, zatem trójkąt $\Delta A^{a1}, A^z, A^a$ jest trójkątem równoramiennym, przy czym odcinek $|A^z, A^{a1}| = |A^z, A^a|$.

- (3) $\angle A^{z'}, A^a, A^{a1} = \angle A^a, A^{z'}, K'$ jako kąty naprzemianległe
 (4) $\angle A^{z'}, A^{a1}, A^a = \angle O_b', A^{z'}, K'$ jako kąty odpowiadające

Długości odcinków są równe $|A^{z'}, A^{a1}| = |A^{z'}, A^a|$ bo $\Delta A^z, A^{z'}, A^{a1}$ i $\Delta A^z, A^{z'}, A^a$ są przystającymi trójkątami prostokątnymi, a więc również trójkąt $\Delta A^{a1}, A^{z'}, A^a$ jest równoramienny, w którym $\angle A^{z'}, A^{a1}, A^a = \angle A^{z'}, A^a, A^{a1}$.

Zatem zgodnie z (3) i (4):

$$\angle O_b', A^{z'}, K' = \angle A^a, A^{z'}, K'$$

Rozważmy płaskie przekształcenie $A^{a1} \rightarrow A^a$, analizując (fig.83)

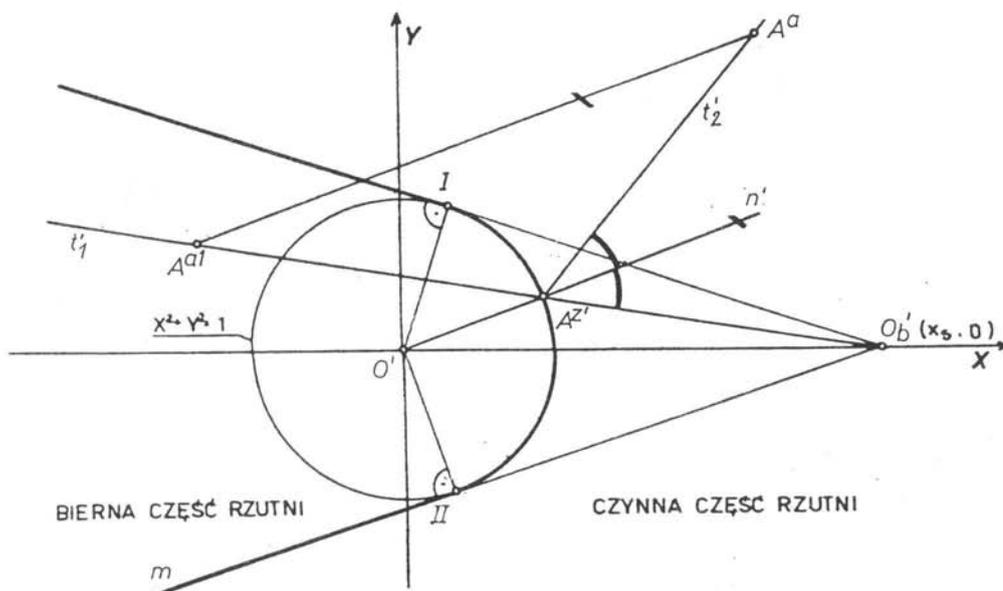


fig. 83. Płaskie przekształcenie rzutni

W układzie współrzędnych x, y narysujmy okrąg ośrodkiem O' w początku układu: $x^2 + y^2 = 1$, który jest podstawą oraz rzutem prostokątnym na rzutnię anamorficzną zwierciadła walcowego. Jego promień przyjmujemy za jednostkę długości, nie umniejsza to ogólności rozważań. Rzut stanowiska O_b' ($x_s, 0$) przyjmujemy na osi x z założeniem, że $x > 1$.

Z punktu O_b' konstruujemy styczne do okręgu określając punkty styczności I, II . Tak powstałe półproste do punktów I, II połączone wycinkiem łuku kołowego I, II okręgu jednostkowego, tworzą linię m dzielącą płaszczyznę rzutni na dwie części: *bierną* i *czynną*. Część *czynna* rzutni to ten fragment na którym powstaje obraz anamorficzny, natomiast *bierna* jest miejscem obrazu pozornego i zarazem "cieniem" lustra walcowego ze środka O_b .

Na dowolnie obranym promieniu t_1' , przechodzącym przez rzut punktu obserwacji O_b' i przecinającym linię podziału m w punkcie $A^{z'}$ (x_0, y_0), przyjmujemy punkt A^{al} (x_1, y_1), $A^{al} \in t_1'$.

Prosta t_1' o równaniu

$$(5) \quad t_1': y = \frac{y_0}{x_0 - y_s} (x - x_s)$$

przecina okrąg jednostkowy w punkcie $A^{z'}$ (x_0, y_0).

$$(6) \quad x^2 + y^2 = 1$$

Rzuty kątów padania $\angle O_b', A^{z'}, K'$ i odbicia $\angle A^{al}, A^{z'}, K'$ są równe

$$(7) \quad \angle O_b', A^{z'}, K' = \angle A^{al}, A^{z'}, K'$$

Punkt A^{al} jest przekształceniem punktu A^a (x_2, y_2) takiego, że ich odległości A^{al} i A^a od punktu odbicia $A^{z'}$ są równe, zatem odcinki $|A^{al}, A^{z'}| = |A^a, A^{z'}|$

$$(8) \quad |A^{al}, A^{z'}| = |A^a, A^{z'}| \Rightarrow (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 = \\ = (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2$$

Równania od (5) do (8) opisują przekształcenie dwóch dopełniających się części płaszczyzny rozdzielonych linią m . Rozdzielająca linia m jest zbiorem punktów niezmiennych tego przekształcenia, jest ono odwracalne, wzajemnie jednoznaczne.

3.3. Zmechanizowane wspomaganie płaskiego przekształcenia rzutni anamorficznej.

Żmudne i monotonne konstruowanie konkretnych figur w opisanym przekształceniu nasunęło pytanie, czy istnieje możliwość jego mechanicznego wspomagania?

Geometryczna analiza (fig.83) pod względem płynności konstrukcji przekształceń elementów płaszczyzny leżących w części *biernej* rzutni na część *czynną*, zasugerowała skonstruowanie koncepcyjnego prototypu przyrządu pozwalającego na zmechanizowane odwzorowanie elementów jednej części układu na drugą. Porównanie (fig.83) przedstawiającej wykreślną metodę przekształcenia z (fig.84) określającą schemat ideowy przyrządu, pozwoli w sposób bezpośredni zrozumieć jego geometryczne uzasadnienie.

Przyrząd składa się z ośmiu ramion połączonych odpowiednio ze sobą złączami obrotowymi, bądź obrotowo - przesuwными. Z ramion tych zbudowane są dwa ruchome równoległoboki: a,b,c,d oraz e,f,g,h . Ramię a przyrządu pokrywa się z rzutem promienia padania t_1 , zgodnie z (fig.83), i jest obrotowo-przesuwnie zamocowane w punkcie Ob' . W punkcie $A^{z'}$, przecięcia się tego ramienia z łukiem okręgu jednostkowego połączono obrotowo ramię b pokrywające się z rzutem promienia odbitego t_2' , oraz ramię h pokrywające się z rzutem normalnej n' . Punkt O' połączenia obrotowego ramion e i h jest zarazem środkiem obrotu całego przyrządu.

Równość rzutów kątów padania $\angle Ob', A^{z'} n'$ i odbicia $\angle n', A^{z'}, t_2'$ zapewniona jest przez ramiona c,d równoległoboku a,b,c,d spięte ślizgowo z dwusieczną n' kąta $\angle Ob', A^{z'}, A^a$. Połączenia obrotowe zawierają ramiona c,d pomiędzy sobą i ramiona a,b . Taka konstrukcja przyrządu pozwala dowolny promień padania t_1' przekształcić w odbity t_2' względem linii rozdzielającej m i odwrotnie. Aby przekształcić dowolny punkt $A^{a'}$, należący do *biernej* części rzutni, na odpowiadający jemu punkt A^a należący do części *aktywnej*, trzeba tak

ustawić przyrząd aby ramię a przechodziło przez zadany punkt A^{a1} , to wówczas punkt A^a będzie znajdował się na automatycznie ustawionym ramieniu b , co

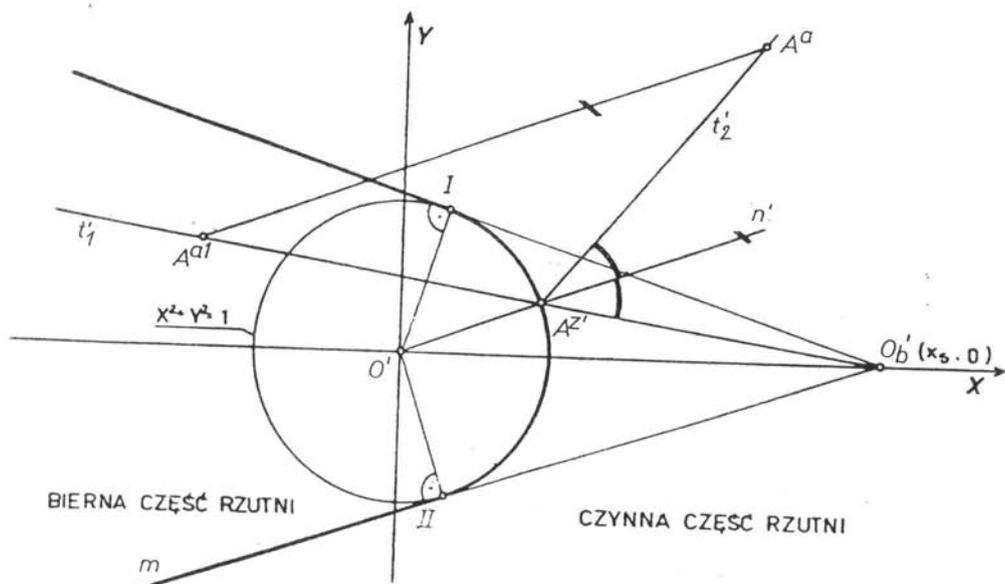


fig.83. Wykreślna metoda przekształcenia

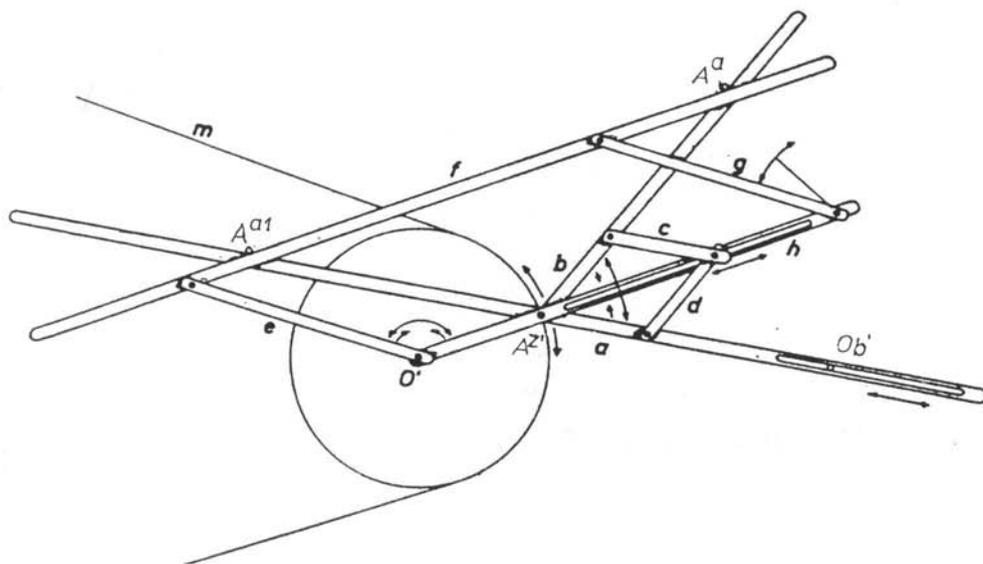


fig.84. Schemat ideowy przyrządu

zapewnia konstrukcja przyrządu, w odległości $|A^{z'}A^a| = |A^{z'}A^{a1}|$. Równą odległość punktów A^{A1} , A^a od $A^{z'}$ gwarantuje automatycznie ruchomy równoległobok e,f,g,h , o usztywnionym z przyrządem bokiem h . Bok f wahając się na ramionach e,g , zachowując równoległość do boku h , odcina na ramionach a, b przyporządkowane sobie punkty $A^{a1} \rightarrow A^a$ lub $A^a \rightarrow A^{a1}$.

Pewnym utrudnieniem pracy z prototypem przyrządu są jego ograniczenia techniczne. W najbliższym otoczeniu osi symetrii układu, a szczególnie w chwili pokrywania się z osią, korzystanie z niego staje się niemożliwe. Utrudnienia te wynikają z fizycznej budowy przyrządu, którego złącza uniemożliwiają złożenie w linię prostą. Zapewne przy technicznie doskonalszym, ale bardziej skomplikowanym rozwiązaniu udało by się tej wady uniknąć. Niewątpliwą zaletą tego mechanizmu jest możliwość swobodnego przekształcania dowolnych punktów takiego układu. Płaskie przekształcenie elementów rzutni anamorficznej wspomagane tym prototypem przyrządu przedstawia (fig.85).

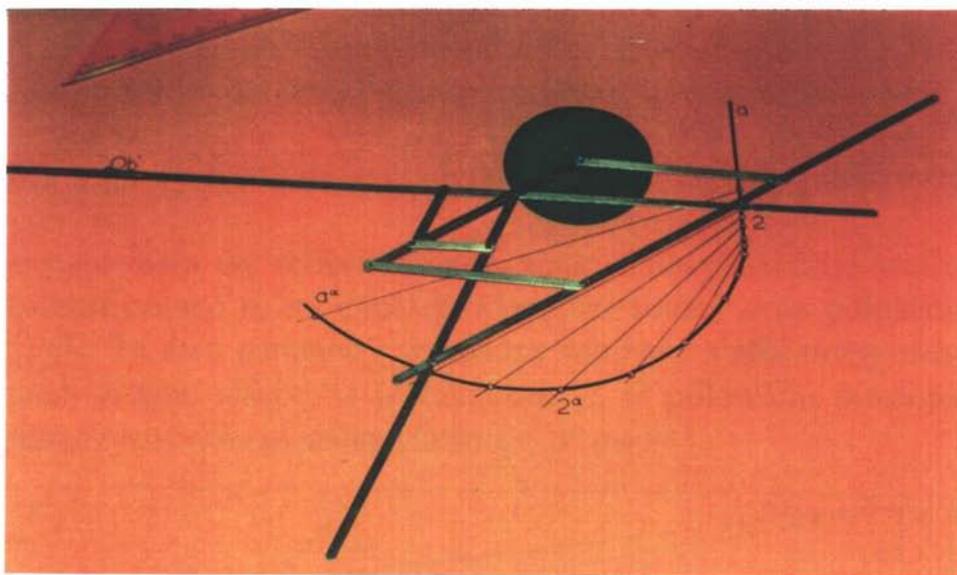


fig.80. Prototyp przyrządu do mechanicznego wyznaczania obrazów anamorficznych

Przyrząd został opracowany dla przekształcenia refleksyjno-walcowego, natomiast w przypadku wyboru do projektowania innego typu anamorfozy można z powodzeniem wykorzystać znajomość budowy siatek deformacyjnych, które jako jedna z metod transponowania obrazów będzie tu miała decydujące znaczenie.

3.4. Anamorficzne siatki deformacyjne

Siatki są jednym z najprostszych i od dawna znanych sposobów przenoszenia bądź powiększania obrazów. Będą one miały również zastosowanie w konstruowaniu specyficjnie odkształconych obrazów anamorficznych. Jeżeli na rzeczywisty obraz nałożymy siatkę ortogonalną to uzyskamy jego podział na kwadraty będące poszczególnymi oczkami siatki. Konstruując anamorficzny obraz takiej siatki otrzymamy siatkę deformacyjną która zdyscyplinuje deformacje obrazu w nią wpisywanego. Zasada budowy poszczególnych siatek anamorficznych będzie powiązana z rodzajem powierzchni dla anamorfozy powierzchniowej, bądź rodzajem lustra dla anamorfozy refleksyjnej. W większości opisywanych przykładach przedstawiono anamorficzną deformację siatek ortogonalnych prostych bądź kołowych. Zachowano również zgodną kolejność rozważanych przypadków z tabelą klasyfikacji anamorf str.47, 48. (fig.41,42).

3.4.1. Siatki deformacyjne anamorfoz powierzchniowych

I. Zasada budowy siatki deformacyjnej dla anamorfozy płaszczyznowej.

Przed przystąpieniem do skonstruowania siatki należy określić wielkość pola obrazu anamorficznego p_o na danej powierzchni ściany oraz położenie punktu obserwacji O_b . Te dwa parametry wyznaczają wielkość siatki ortogonalnej p_s dla obrazu rzeczywistego leżącej w płaszczyźnie β , w położeniu prostopadłym do ściany - płaszczyzny obrazu anamorficznego α^a (fig.86).

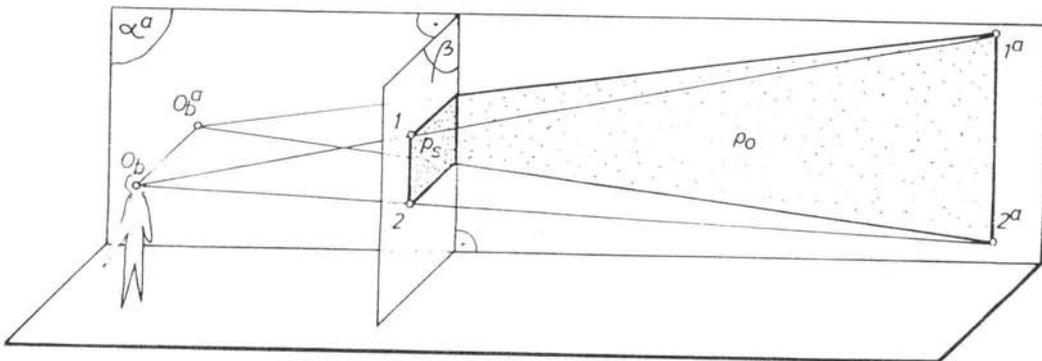


fig. 86. Określenie wielkości pola siatki

Siatka deformacyjna powstanie jako rzut środkowy siatki ortogonalnej na ścianę jako płaszczyznę obrazu anamorficznego, ze środka rzutu O_b jako punktu restytucji obrazu (fig.87)

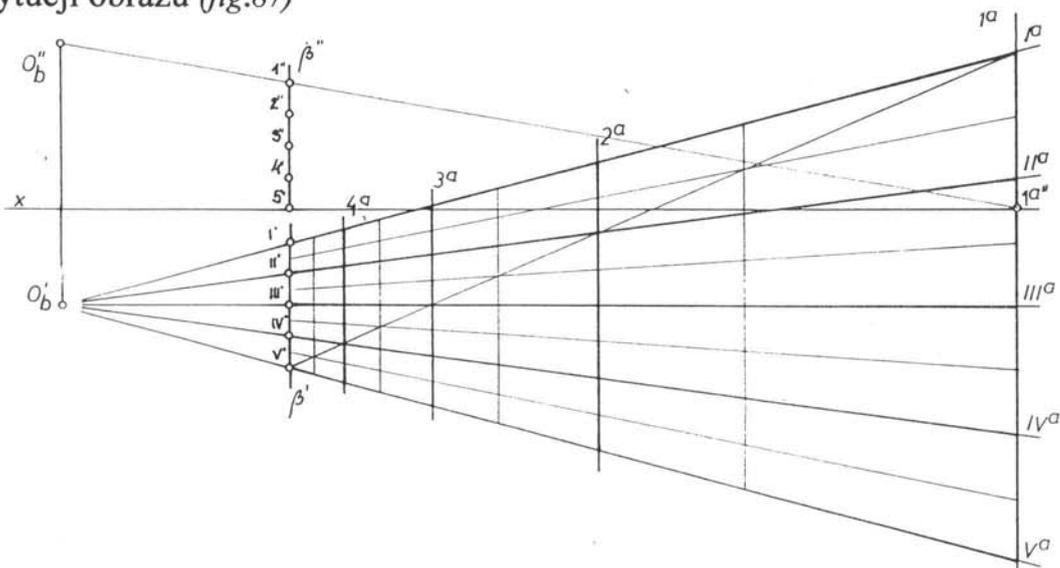


fig. 87. Siatka deformacyjna dla anamorfozy płaszczyznowej.

II. Siatki deformacyjne dla anamorfoz powierzchniowych zwijalnych.

a.) siatka deformacyjna dla anamorfozy powierzchniowej, graniastosłupowej, wypukłej

Z określonego punktu obserwacji O_b zrzutujemy środkowo siatkę ortogonalną na ściany graniastosłupa wypukłego (fig.88). Dla wskazania wielkości siatki deformacyjnej dokonamy rozwinięcia ścian graniastosłupa zajętych rzutem siatki (fig.89) w oparciu o dane metryczne z poprzedniego rysunku (fig88). Dowolność kątów rozwarcia ścian w granicach definicji graniastosłupa wypukłego, oraz ilość ścian widocznych z przyjętego punktu obserwacji O_b , a także pochylenie rzutowanej płaszczyzny siatki ortogonalnej względem krawędzi graniastosłupa będzie miała decydujący wpływ na złożoność konstrukcyjną siatki deformacyjnej. Dla uproszczenia rysunku i czytelnego wskazania geometrycznej zasady budowy siatek deformacyjnych, konstrukcję ich przedstawiono dla graniastosłupów prostych o tylko dwóch płaszczyznach widocznych, przyjmując płaszczyznę siatki ortogonalnej

równoległe do krawędzi graniastosłupa tak, że proste pionowe, budujące siatkę ortogonalną będą również do krawędzi graniastosłupa równoległymi.

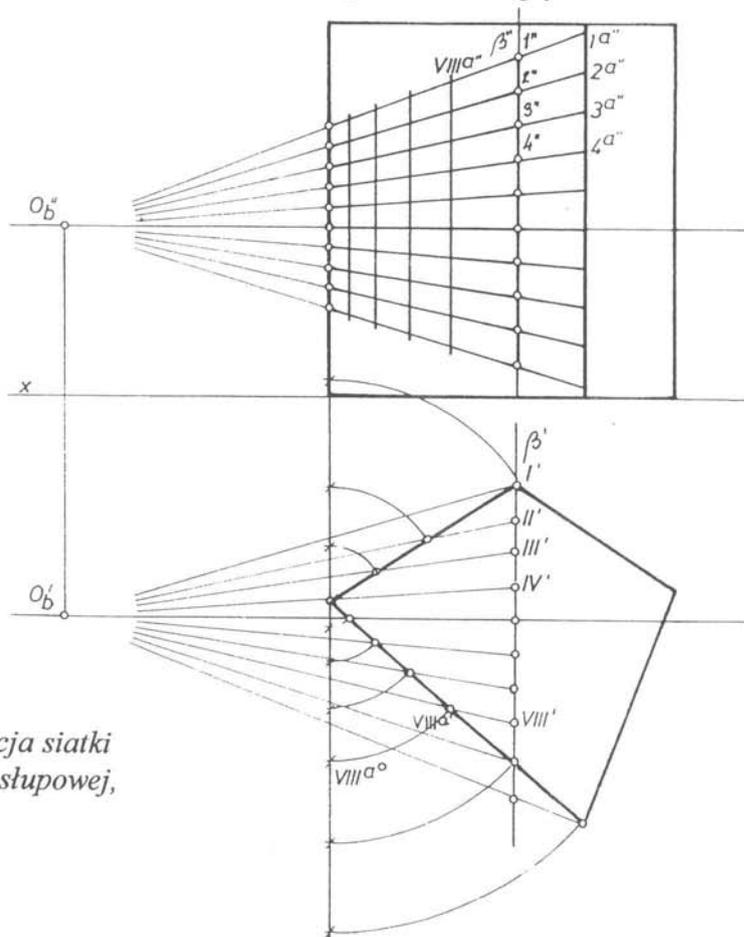


fig.88. Geometryczna konstrukcja siatki deformacyjnej graniastosłupowej, wypukłej.

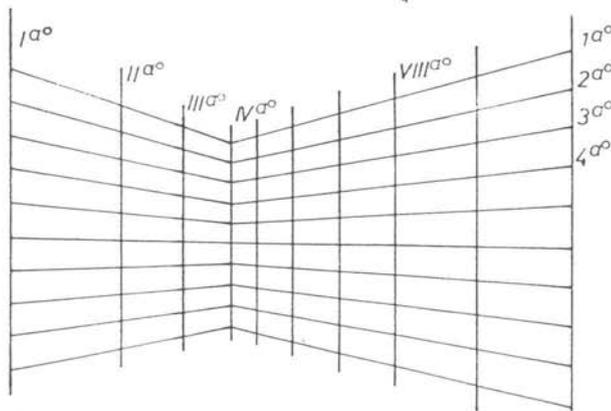


fig.89. Siatka deformacyjnej anamorfozy powierzchniowej, graniastosłupowej, wypukłej

b.) siatka deformacyjna dla anamorfozy powierzchniowej, graniastosłupowej, wklęsłej

W celu skonstruowania takiej siatki, podobnie jak w przypadku poprzednim, należy rzutować środkowo siatkę ortogonalną na ściany, tym razem graniastosłupa prostego, wklęsłego (fig.90). Rzutu dokonamy z przyjętego punktu obserwacji O_b , który zarazem będzie punktem restytucji. Siatka ortogonalna, leżąca w płaszczyźnie β będzie miała położenie zgodne z warunkami przyjętymi dla graniastosłupa wypukłego. Rozwinięcia dokonamy na podstawie informacji metrycznych zarejestrowanych w rzucie poziomym (fig.90). Zauważmy, na podstawie tego rozwinięcia (fig.91), że wzrost deformacji obrazu anamorficznego dla graniastosłupów wklęsłych narastał będzie w pasie centralnym.

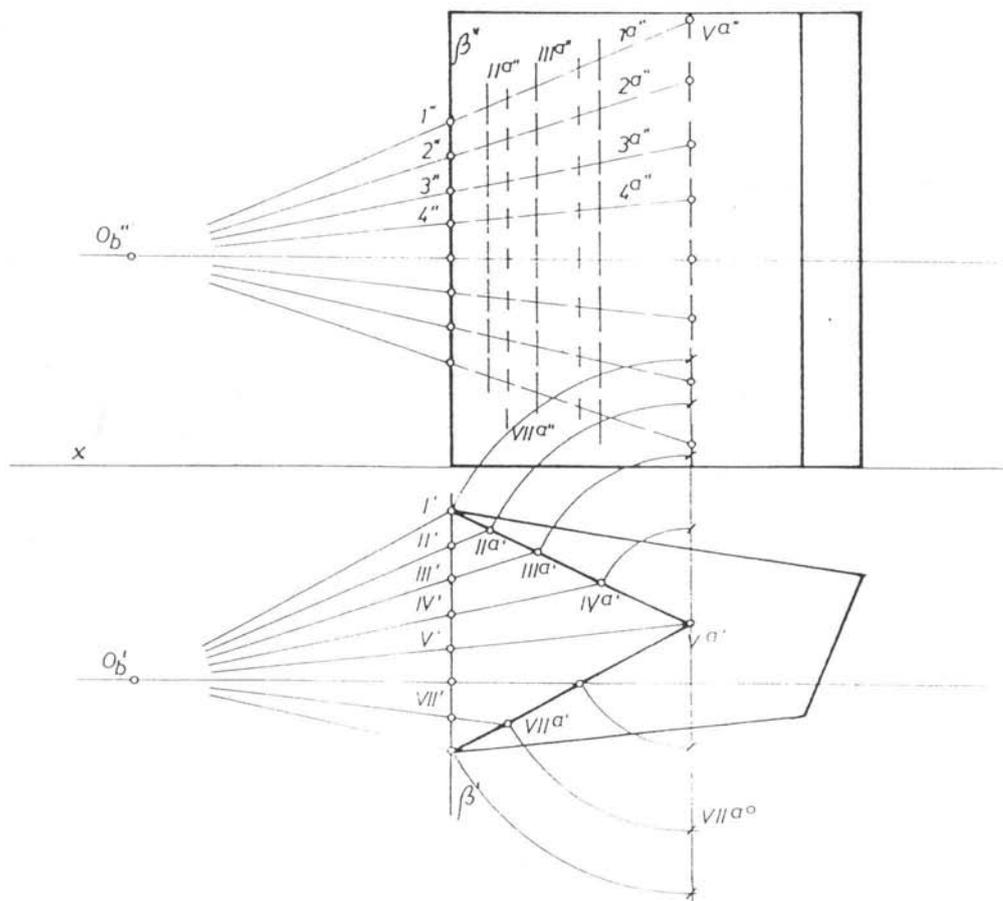


fig.90. Geometryczna konstrukcja deformacyjnej siatki dla graniastosłupa wklęsłego.

Na rozwinięciu wklęsłych ścian, a więc w płaszczyźnie rysunku, przedstawiona będzie siatka deformacyjna dla anamorfozy graniastosłupowej wklęsłej (fig. 91).

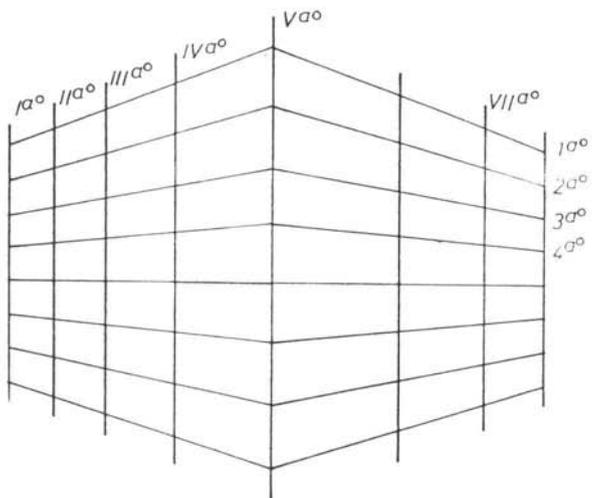


fig. 91. Siatka deformacyjna dla anamorfozy powierzchniowej, graniastosłupowej, wklęsłej.

c.) siatka deformacyjna dla anamorfozy powierzchniowej, ostrosłupowej, wypukłej

Zasadę budowy takiej siatki przedstawiono przykładowo dla ostrosłupa prostego o podstawie kwadratu (fig.92). Punkt obserwacji O_b będzie znajdował się na prostej l prostopadłej do płaszczyzny podstawy i przechodzącej przez jego wierzchołek.

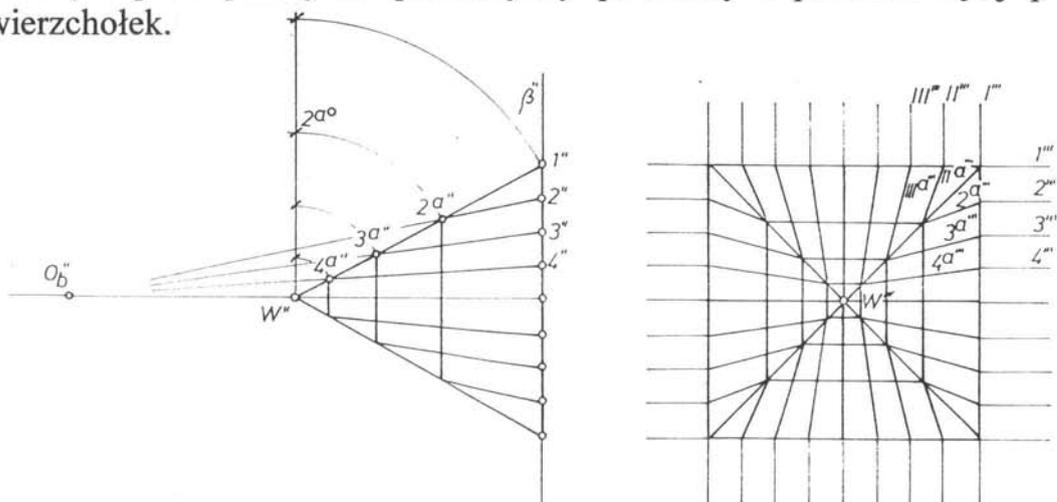


fig.92. Zasada budowy siatki deformacyjnej dla ostrosłupa wypukłego.

Płaszczyznę β ortogonalnej siatki obrazu rzeczywistego przyjmijmy w położeniu prostopadłym do prostej l , o prostych ją budujących odpowiednio równoległych do krawędzi kwadratowej podstawy ostrosłupa. Takie ułożenie siatki daje pewne uproszczenie w geometrycznej konstrukcji jej deformacji. Dokonajmy zatem rzutu środkowego, tak przyjętej siatki ortogonalnej, z punktu O_b na ściany ostrosłupa. Rozwinięcie jego ścian wraz ze zrzutowaną środkowo na nie siatką ortogonalną będzie rzeczywistą wielkością siatki anamorficznie deformacyjnej dla ostrosłupa wypukłego o wyżej przyjętych warunkach (fig. 93).

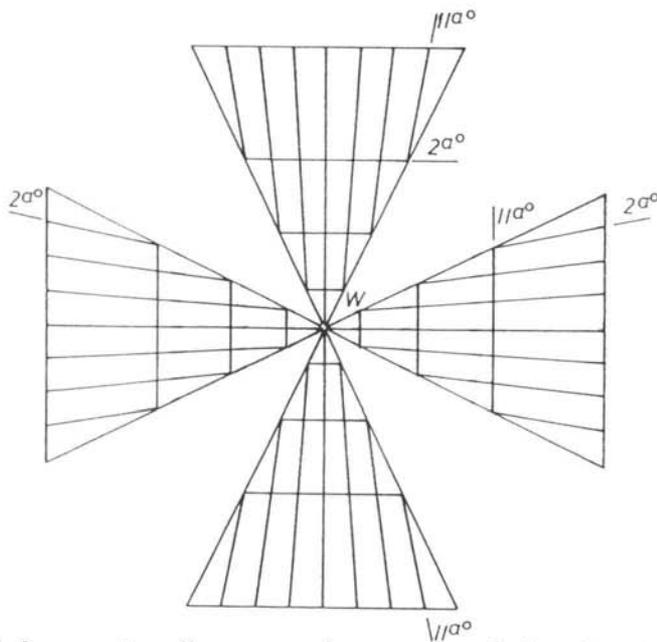


fig.93. Siatka deformacyjna dla anamorfozy powierzchniowej, ostrosłupowej wypukłej.

d.) siatka deformacyjna dla anamorfozy powierzchniowej, ostrosłupowej, wklęsłej

Dla przykładowego przedstawienia konstrukcji takiej siatki posłużono się wnętrzem ostrosłupa prostego o podstawie kwadratu. W miejscu jego podstawy umieszczono siatkę ortogonalną o tworzących równoległych do boków podstawy. Zasada budowy takiej siatki będzie zgodna z przyjętą wyżej metodą. Rzutu środkowego dokonamy do wnętrza ostrosłupa wklęsłego (fig.94). Następnie wykonamy rozwinięcie jego ścian bocznych (fig.95), wskazując rzeczywistą wielkość siatki deformacyjnej wraz z charakterystyczną dla niej

deformacją rozciągającą obraz w strefie wierzchołka W .

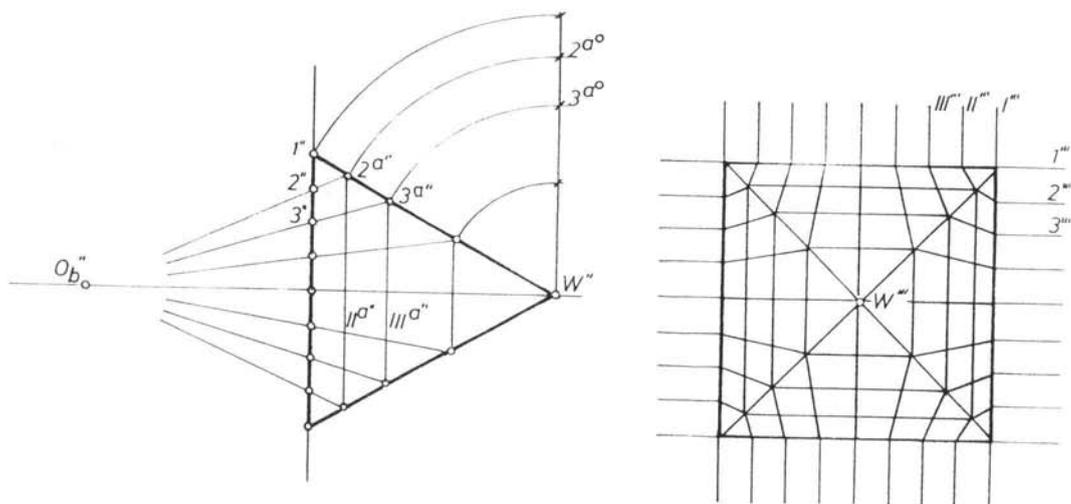


fig.94. Geometryczna zasada budowy siatki deformacyjnej dla ostrostupa wklęsłego.

Rozwinięcia (fig.95) dokonano w oparciu o informacje miarowe zawarte na rysunku poprzednim (fig.94).

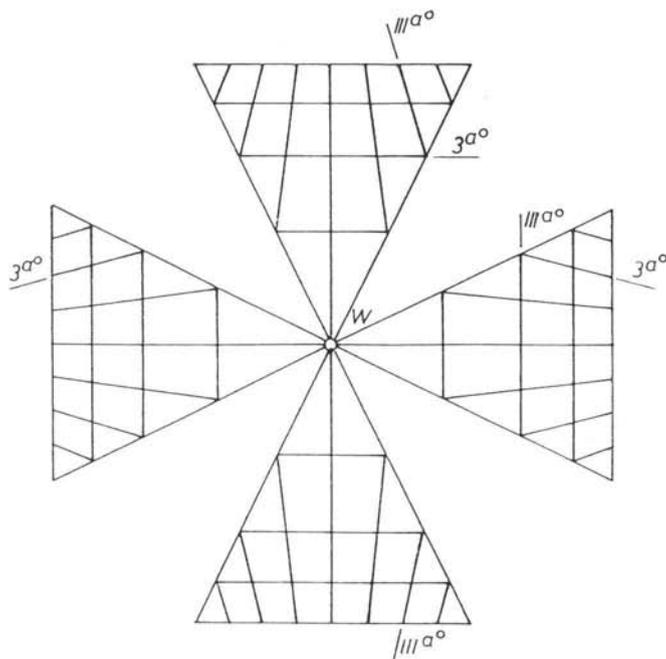


fig.95. Siatka deformacyjna dla anamorfozy powierzchniowej, ostrostupowej, wklęsłej.

f.) siatka deformacyjna dla anamorfozy powierzchniowej, walcowej, wklęsłej

I w tym przypadku postąpimy jak wyżej, rzutując środkowo siatkę ortogonalną, tym razem do wnętrza walca obrotowego wklęsłego (fig. 98).

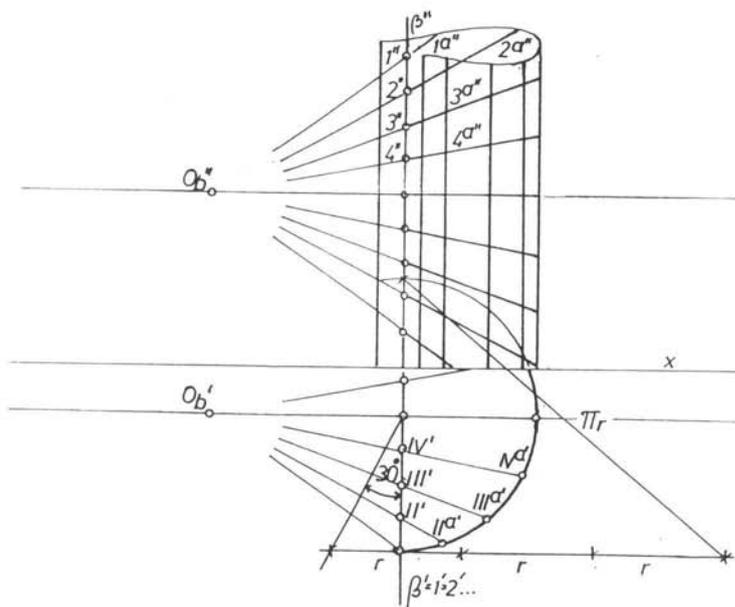


fig. 98. Konstrukcja geometryczna siatki deformacyjnej dla anamorfozy powierzchniowej, walcowej, wklęsłej.

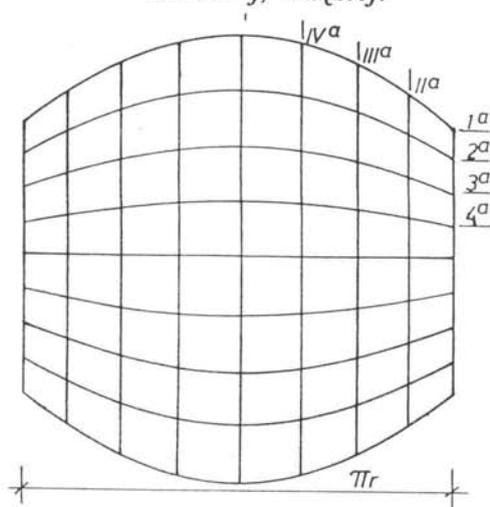


fig. 99. Rozwinięcie siatki deformacyjnej dla anamorfozy powierzchniowej, walcowej, wklęsłej.

Następnie rozwijając jego pobocznice otrzymamy siatkę deformacyjną dla anamorfozy walcowej wklęsłej sprowadzoną do płaszczyzny rysunku (fig.99). Proste pionowe siatki ortogonalnej będące w położeniu równoległym do tworzących walca, w rzucie środkowym na jego powierzchnię tak i w rozwinięciu będą prostymi, do siebie równoległymi. Proste poziome siatki ortogonalnej w rozwinięciu będą również jak poprzednio fragmentami sinusoid. Natomiast prawidłowością dla tych siatek będzie ich pionowe rozciągnięcie w centralnej strefie obrazu.

g.) siatka deformacyjna dla anamorfozy powierzchniowej, stożkowej, wypukłej

Dla zdecydowanego uproszczenia geometrycznej konstrukcji, przyjęto dla obrazu zrestytuowanego siatkę kołową, o okręgach współśrodkowych, o stałym przyroście promienia, podzielonych promieniście prostymi przechodzącymi przez środek okręgów S , odchylonymi kolejno od siebie o stały kąt. Do rozważań przyjęto stożek obrotowy prosty. Załóżmy punkt obserwacji O_b na prostej l , zawierającej wysokość stożka i w pewnym oddaleniu o jego wierzchołka W . Płaszczyznę siatki kołowej umieścimy prostopadłe do prostej l . Niech środek siatki T należy do prostej l , nie jednocząc się z punktem O_b . Rzut środkowy z punktu O_b , tak przyjętej siatki kołowej na powierzchnię stożka wypukłego (fig.100), opisze zasadę jej deformacyjnego przekształcenia.

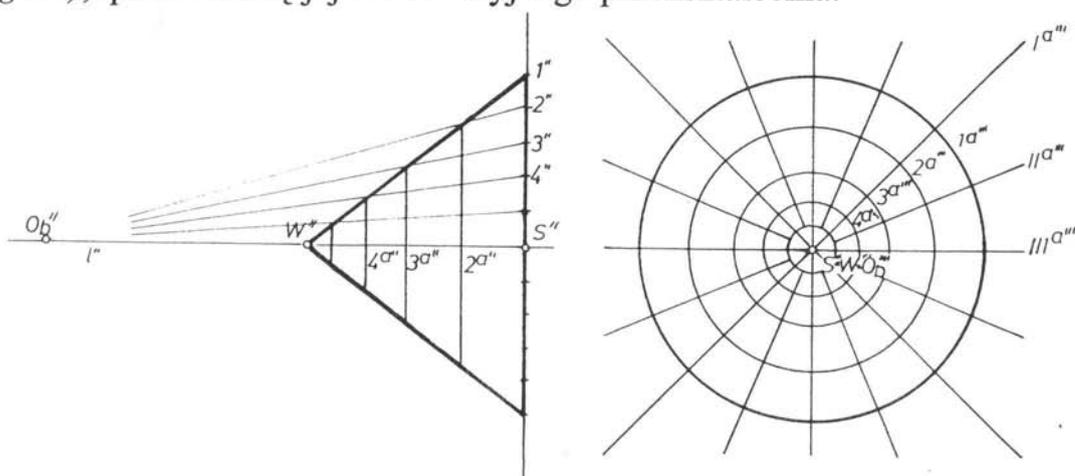


fig.100. Konstrukcja geometryczna siatki deformacyjnej dla anamorfozy powierzchniowej, stożkowej, wypukłej.

Rozwinięcie jego poboczniczy wraz z tym rzutem (fig.101), da określenie płaszczyznowe siatki deformacyjnej, anamorfozy powierzchniowej dla stożka obrotowego, wypukłego.

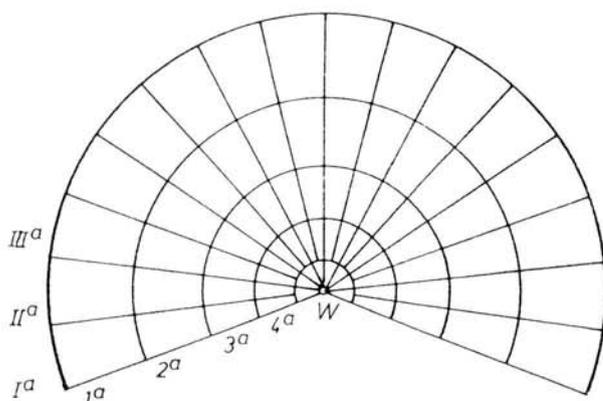


fig.101. Siatka deformacyjna dla anamorfozy powierzchniowej, stożkowej, wypukłej.

h.) siatka deformacyjna dla anamorfozy powierzchniowej, stożkowej, wklęsłej

Siatkę kołową leżącą w płaszczyźnie β , o położeniu opisanym we wcześniejszym przykładzie zrzutujemy środkowo z przyjętego punktu O_b (fig.102) do wnętrza stożka obrotowego, wklęsłego.

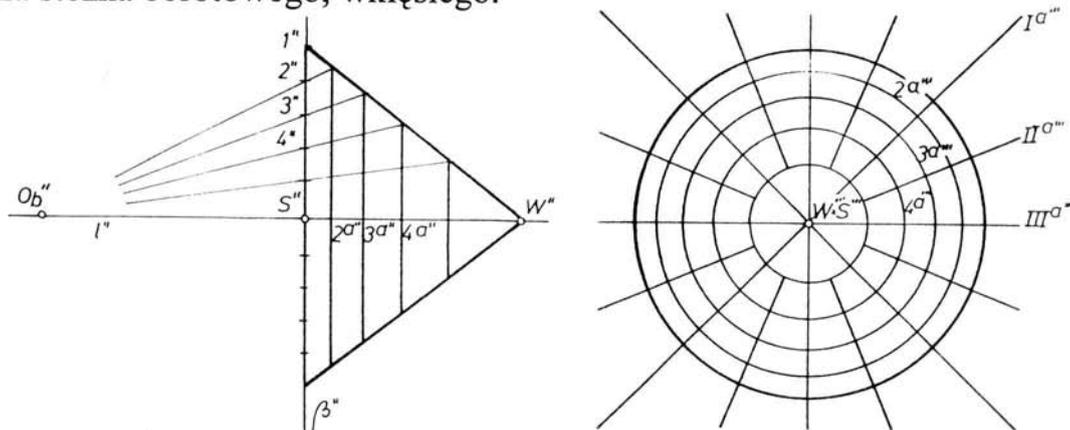


fig.102. Geometryczna konstrukcja siatki deformacyjnej dla anamorfozy powierzchniowej, stożkowej, wklęsłej.

Na rozwinięciu poboczniczy tego stożka wklęsłego, wraz z rzutem na nią siatki

kołowej, przedstawiona będzie rzeczywista wielkość siatki deformacyjnej z jej charakterystycznymi deformacjami (fig.103).

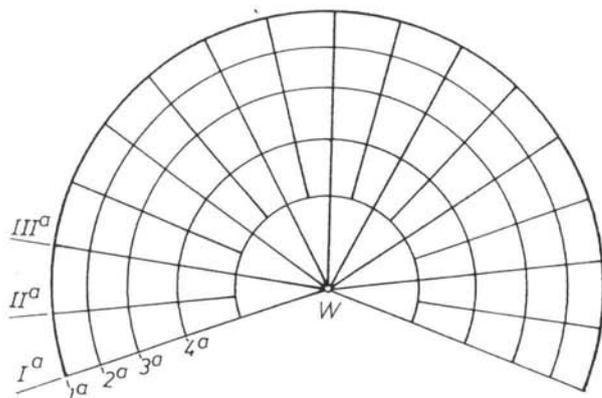


fig.103. Siatka deformacyjna dla anamorfozy powierzchniowej, stożkowej, wklęsłej.

3.4.2. Siatki deformacyjne anamorfoz refleksyjnych

I. Siatki deformacyjne dla anamorfoz refleksyjnych, płaszczyznowych.

W tej grupie restytucja obrazów anamorficznych następować będzie poprzez ich odbicie w zwierciadłach płaskich. Od ilości zwierciadeł restytujących oraz ich pochylenia zależać będzie kształt i złożoność siatek deformacyjnych. Dla refleksyjnych anamorfoz płaszczyznowych i walcowych rozważać będziemy deformację siatek ortogonalnych, natomiast dla anamorfoz refleksyjnych stożkowych, analizie poddamy deformację siatki kołowej. Kolejność rozważanych przypadków będzie zgodna z zaproponowanym podziałem, opisanym w tabeli klasyfikacji anamorf refleksyjnych str.48 (fig.42.)

a.) siatka deformacyjna dla anamorfozy refleksyjnej, płaszczyznowej, pojedynczej, prostej

Zwierciadło restytujące jest płaszczyzną prostopadłą do rzutni anaformicznej α^l . Założmy siatkę ortogonalną w płaszczyźnie β zjednoczonej z płaszczyzną zwierciadła. Wyznamy, zgodnie z zasadą tego przekształcenia, jej obraz anamorficzny dla przyjętego środka rzutu O_b (fig.104). Obraz ten będzie siatką

deformacyjną dla anamorfoz z omawianej grupy.

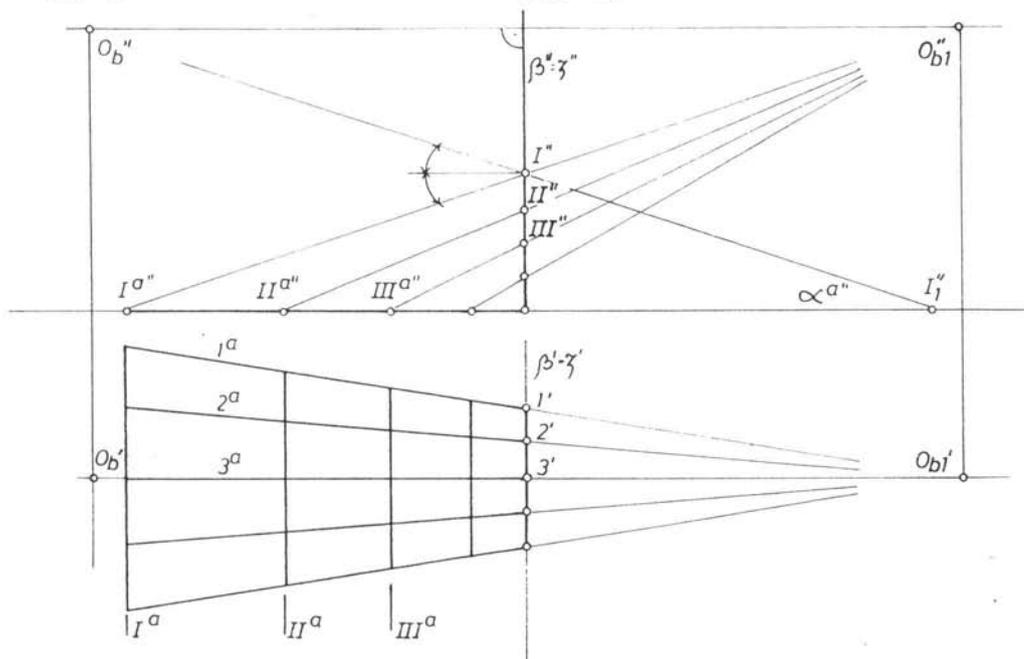


fig.104. Geometryczna konstrukcja siatki deformacyjnej dla anamorfozy refleksyjnej, płaszczyznowej, pojedynczej, prostej.

b.) siatka deformacyjna dla anamorfozy refleksyjnej, płaszczyznowej, pojedynczej, pochylonej.

Płaszczyznę siatki ortogonalnej β ustawimy prostopadle do rzutni anamorficznej α^a o wspólnej krawędzi z płaszczyzną zwierciadła i rzutni. Tworzące siatki będą odpowiednio poziomymi i celowymi. Środek rzutu O_b przyjmujemy w pewnym oddaleniu od rzutni α^a i płaszczyzny zwierciadła. Płaszczyzna zwierciadła jest pochylona do rzutni pod kątem φ . Dla skonstruowania zdeformowanego obrazu siatki ortogonalnej, rzutujemy ją środkowo z przyjętego punktu O_b na płaszczyznę zwierciadła a następnie zgodnie z regułą odbicia sprowadzimy do rzutni anamorficznej. Geometrycznym uproszczeniem tej konstrukcji będzie rzutowanie środkowe siatki z płaszczyzny zwierciadła na rzutnię anamorficzną (fig.105) z punktu O_{b1} , jako odbicia zwierciadlanego punktu O_b . Promienie rzutujące z punktu O_{b1} pokrywają się z promieniami odbitymi, wystawionymi ze środka rzutu O_b dla kolejnych punktów zwierciadła 1^z , 2^z , 3^z .

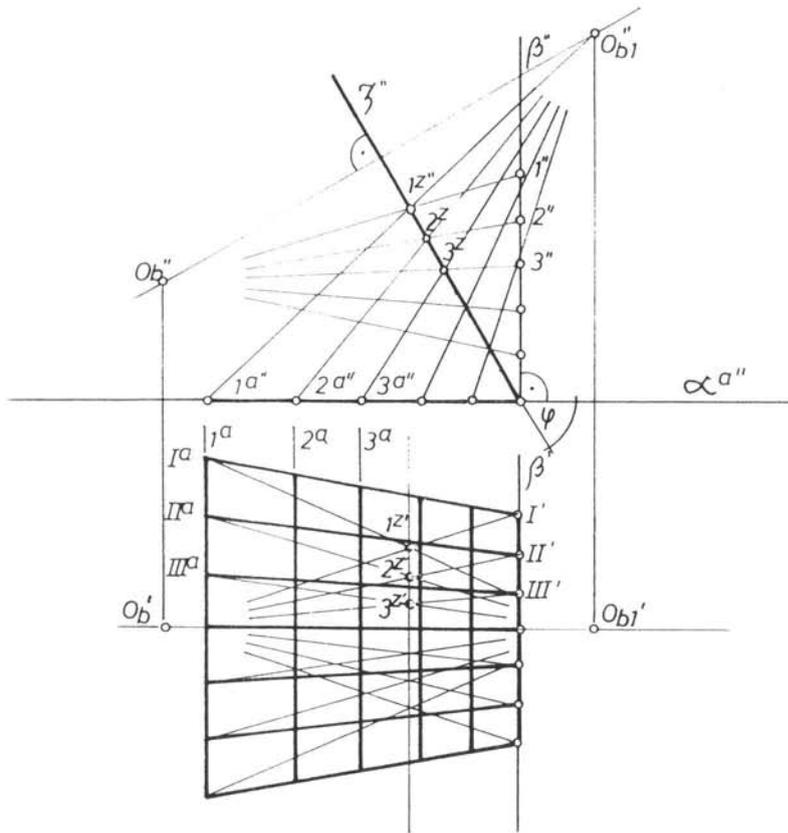


fig.105. Geometryczna konstrukcja siatki deformacyjnej dla anamorfozy refleksyjnej, płaszczyznowej, pojedynczej, pochylonej.

c.) siatka deformacyjna dla anamorfozy refleksyjnej, płaszczyznowej, złożonej

W pas strefy obrazu zrestytuowanego s_o wstawmy siatkę ortogonalną, tak aby jedno z prostych tworzących siatkę były równoległe do krawędzi złożenia luster. Niech promień główny rzutu środkowego o środku O_b , będzie prostopadły do płaszczyzny siatki. Dokonując podwójnie złożonego przekształcenia, metodą wyżej opisaną, otrzymamy siatkę deformacyjną (fig.106). Zauważmy, że siatka rozpadnie się na dwie części tworząc tym samym dwuczęściowy obraz anamorficzny. Jego restytucja z tego samego punktu O_b odtworzy obraz w całości i niezdeformowany. Do rozważań w tym przykładzie przyjęto lustro dwuzłożone co jest tylko uproszczeniem w analizie konstrukcji geometrycznej

siatki deformacyjnej i zarazem uczytelnieniem zasady jej budowy.

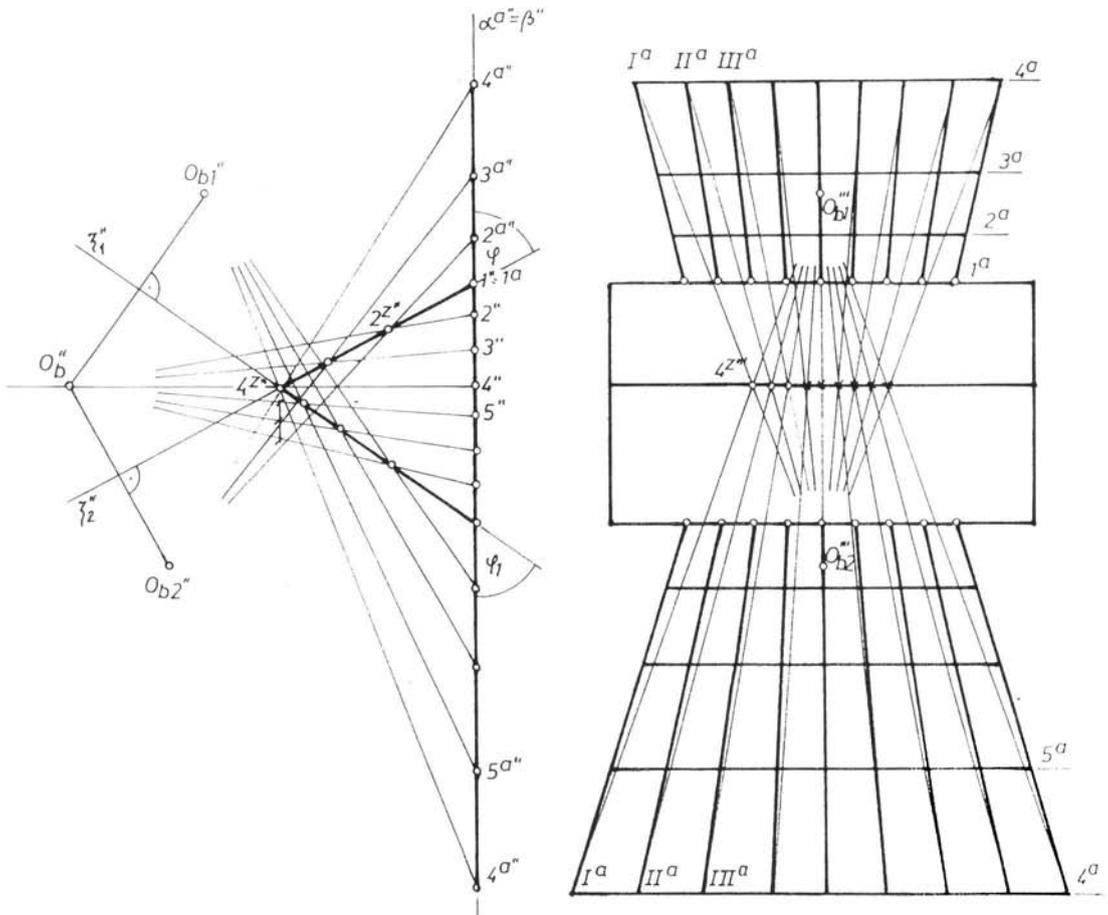


fig.106. Geometryczna konstrukcja siatki deformacyjnej dla anamorfozy refleksyjnej, złożonej.

d.) siatka deformacyjna dla anamorfozy refleksyjnej, płaszczyznowej, ostrosłupowej

W efekcie przeprowadzonych działań dowiemy się jakim deformacjom ulegnie siatka ortogonalna przekształcona anamorficznie poprzez refleksyjne ściany ostrosłupa. Ostrosłup refleksyjny niech będzie ostrosłupem prostym o podstawie kwadratu. Płaszczyznę siatki ortogonalnej ustawmy prostopadle do prostej l zawierającej oś ostrosłupa, a proste budujące siatkę niech będą odpowiednio równoległe do podstawy ostrosłupa. Umieścimy ją zatem w płaszczyźnie podstawy ostrosłupa. Zrzutujmy ją środkowo z przyjętego punktu obserwacji

O_b , należącego do prostej l , na refleksyjne ściany ostrosłupa, a następnie w oparciu o teorię odbić wyznaczmy jej obraz na rzutni anamorficznej α^d będącej w tym założeniu zarazem płaszczyzną podstawy ostrosłupa (fig.107). Będzie to siatka deformacyjna dla anamorficznego obrazu restytuowanego w refleksyjnym ostrosłupie. Zauważmy, że różnorodność deformacji siatki dla poszczególnych ścian zależna będzie od zróżnicowania ich kąta nachylenia do rzutni α^d co może okazać się efektem korzystnym ze względu na plastyczne deformacje obrazu anamorficznego.

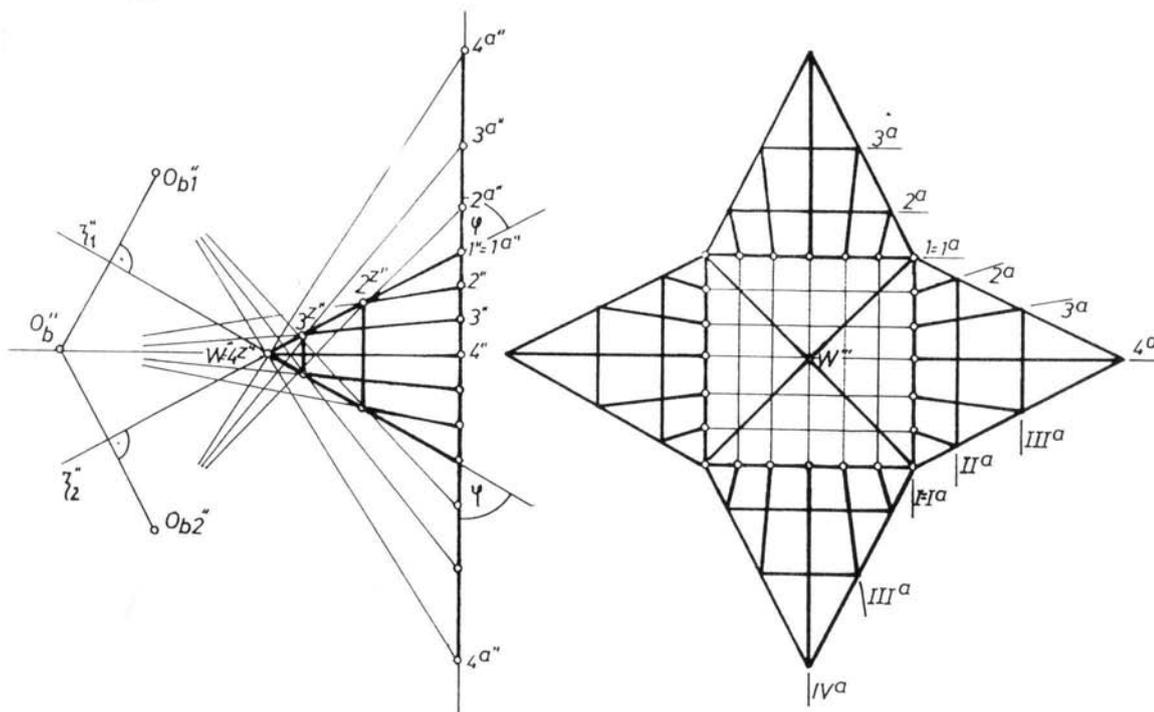


fig. 107. Geometryczna konstrukcja siatki deformacyjnej dla anamorfozy refleksyjnej, płaszczyznowej, ostrosłupowej.

II. Siatki deformacyjne dla anamorfoz refleksyjnych, walcowych

a.) siatka deformacyjna dla anamorfozy refleksyjnej, walcowej, wypukłej

W strefie obrazu zrestytuowanego umieścimy siatkę ortogonalną o budujących ją jednych prostych równoległych do tworzących walca refleksyjnego. Te proste po

anamorficznym ich przekształceniu pozostaną nadal prostymi. Natomiast odcinki prostych poziomych siatki, po przekształceniu będą fragmentami rodziny ślimaków Pascala. Posługując się przyrządem do płaskiego przekształcenia rzutni anamorficznej, opisanym w rozdz. 3.3. str. 97, bądź konchoidograf, można w sposób mechaniczny przekształcić odcinki poziome siatki ortogonalnej, ze zrzutowanej środkowo na bierną część rzutni anamorficznej, na jej część aktywną. Ich obrazy wraz z obrazami prostych pionowych wyznaczają deformacyjną siatkę dla anamorfozy refleksyjnej, walcowej, wypukłej (fig.108).

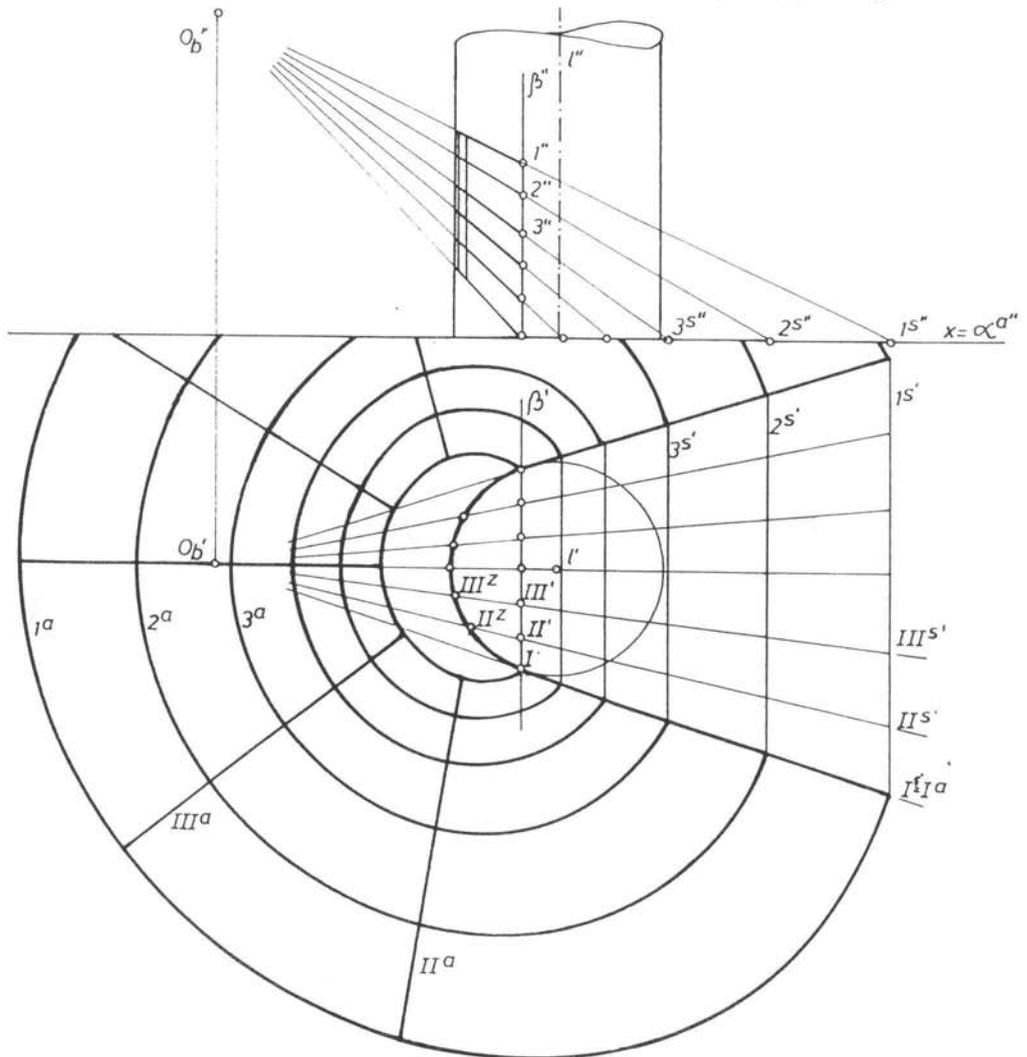


fig.108. Konstrukcja geometryczna siatki deformacyjnej dla anamorfozy refleksyjnej, walcowej, wypukłej.

b.) siatka deformacyjna dla anamorfozy refleksyjnej, walcowej, wklęsłej

Na rysunku (fig.109) przedstawiono siatkę deformacyjną dla refleksyjnego walca wklęsłego. Geometryczna zasada jej budowy pokrywa się z wyżej opisaną. Zrzutowane środkowo, poziome odcinki siatki 1, 2, 3, poprzez powierzchnię walca wklęsłego, na rzutnię anamorficzną, będą odcinkami odpowiednio 1^s , 2^s , 3^s . Ich obrazami anamorficznymi będą fragmenty wewnętrznych pętli rodziny ślimaków Pascala. Przy konstrukcji obrazu anamorficznego należy zwrócić uwagę na odwrócenie obrazu siatki. Prawidłowość tą opisano w rozdz. 3.1.3., str.91 (fig.81).

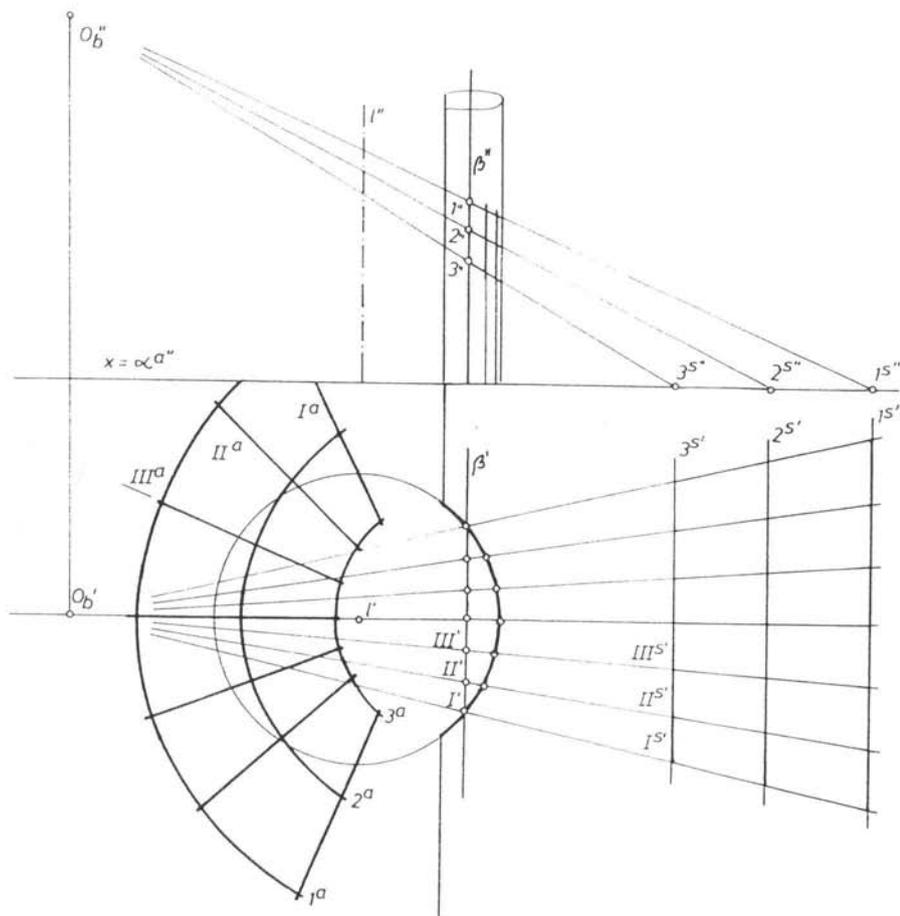


fig.109. Konstrukcja geometryczna siatki deformacyjnej dla anamorfozy refleksyjnej, walcowej, wklęsłej.

III. Siatki deformacyjne dla anamorfoz refleksyjnych, stożkowych.

a.) siatka deformacyjna dla anamorfozy refleksyjnej, stożkowej, wypukłej

W konstruowaniu siatki deformacyjnej, dla refleksyjnej anamorfozy stożkowej, zdecydowanym uproszczeniem będzie wprowadzenie, dla obrazu zrestytuowanego, siatki kołowej, zbudowanej z okręgów współśrodkowych, których promienie wzrastają o stałą wartość, podzielonych promieniami prostymi przechodzącymi przez środek okręgów S , i odchylonymi od siebie o stały kąt. Stożek refleksyjny niech będzie stożkiem obrotowym prostym. Siatkę kołową umieścimy centralnie w płaszczyźnie podstawy stożka (fig.110) będącej zarazem rzutnią anamorficzną.

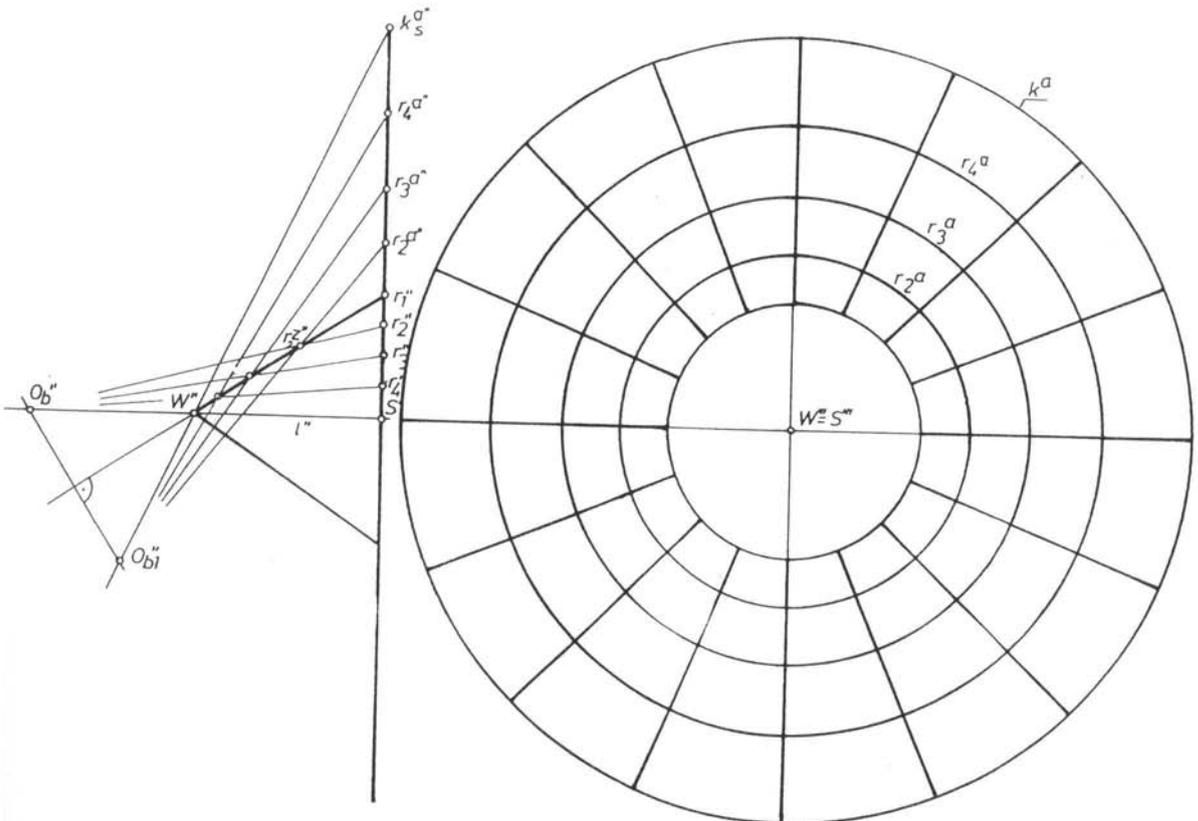


fig.110. Geometryczna konstrukcja siatki deformacyjnej dla anamorfozy refleksyjnej, stożkowej, wypukłej.

Budowa siatki deformacyjnej oparta będzie o dwie podstawowe czynności;

rzutowanie środkowe siatki kołowej, z przyjętego na osi stożka punktu O_b , na jego pobocznice, oraz z wyznaczenia obrazu odbitego na rzutni anamorficznej w oparciu o punkt O_{b1} . Deformacja siatki kołowej w zwierciadle stożkowym wskazuje na bardzo ciekawe, wręcz zaskakujące, anamorficzne deformacje obrazu. To efektowne plastyczne zaskoczenie wynika z geometrycznego przekształcenia środka siatki kołowej S , który w siatce deformacyjnej odwzoruje się w postaci okręgu k^a , jako linia brzegowa zamykająca pole obrazu anamorficznego. A więc środek siatki S obrazu zrestytuowanego w anamorfozie "rozciągnie" się po okręgu k^a .

b.) siatka deformacyjna dla anamorfozy refleksyjnej, stożkowej, wklęsłej

Rzutnia anamorficzna w tym przypadku jest kołem określonym przez przekrój stożka płaszczyzną α^a prostopadłą do jego osi (fig.111). Odtworzenie anamorficznego obrazu nastąpi w refleksyjnym pierścieniu wnętrza stożka ściętego.

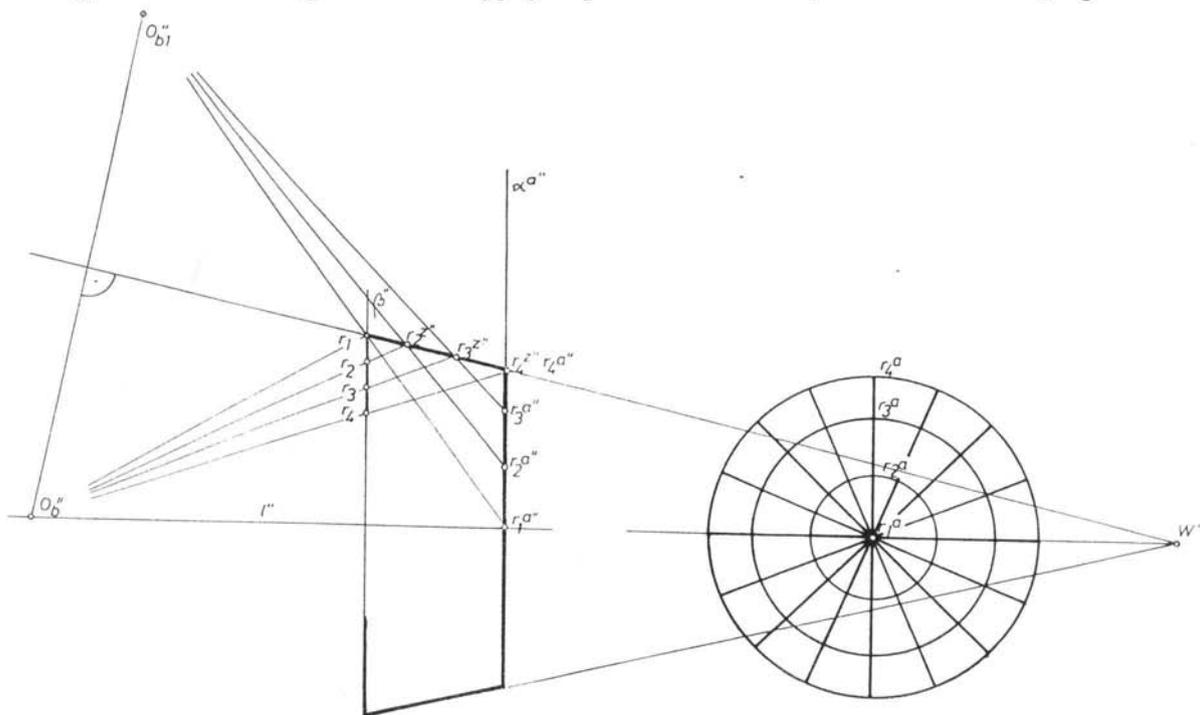


fig.111. Geometryczna konstrukcja siatki deformacyjnej dla anamorfozy refleksyjnej, stożkowej, wklęsłej.

Nie zdeformowaną siatkę kołową przyjmujemy w płaszczyźnie podstawy stożka, prostopadłej do osi stożka l , tak aby jej środek S należał do prostej l . Z dobranego na prostej l punktu obserwacji O_b zrzutujemy ją na refleksyjny pierścień stożka wklęsłego (fig. 111), a następnie w oparciu o punkt obserwacji O_{b1} , korzystając z prawa odbicia, wyznaczmy jej obraz na rzutni anamorficzej. Siatka deformacyjna może być pierścieniem współśrodkowych okręgów, lub wypełnić całe koło rzutni. Zawsze kolejność okręgów w siatce deformacyjnej będzie odwrotna do kolejności w siatce rzeczywistej. Gdy siatka deformacyjna wypełnia całe koło rzutni, to jej punkt centralny będzie anamorficznym obrazem koła zewnętrznego siatki rzeczywistej.

Przy projektowaniu obrazów anamorficzo refleksyjnych częstym problemem będzie nadmierna wielkość rzutni anamorficzej, wymuszona żadaną wielkością obrazu zrestytuowanego. Problem ten można pokonać poprzez uniesienie, bądź załamanie rzutni, co ma dodatkowy walor kompozycyjny umożliwiający budowę nowych, swobodnych form anamorficzych. Te z kolei będą atrakcyjnym elementem aranżacji wnętrza.

Rozdział ten ma na celu nie tylko wskazanie kształtów deformacji siatek dla poszczególnych, wybranych anamorfoz, lecz przede wszystkim czytelne określenie geometrycznej zasady ich budowy. Projektant noszący się z zamiarem realizacji anamorfy powinien: po decyzji jej wyboru (rozdz. 2.1.), po wnikliwym prze-analizowaniu wzajemnych relacji parametrów metrycznych wybranej anamorfozy wraz z danymi o miejscu realizacji (rozdz. 3.1.), przystąpić do wykonania jej siatki deformacyjnej (rozdz. 3.4.) i na tej bazie zaprojektować obraz anamorficzy.

Wygodnym jest zastosowanie technik komputerowych w konstruowaniu siatek deformacyjnych. Jedną z takich możliwości, jako wspomaganie projektowania anamorf, przedstawiono w kolejnej części tego opracowania.

3.5. Komputerowe wspomaganie projektowania deformacyjnych siatek dla anamorfozy refleksyjnej - walcowej

Często eksploatowany w malarstwie efekt lustra wymaga od twórcy znajomości zasad odbić zwierciadlanych. Teoria odbić zwierciadlanych jest od dawna obecna w geometrii wykreslonej. Ostatnio rozwój technik komputerowych umożliwił stworzenie programów modelujących złożone, trójwymiarowe obiekty (np. wnętrza mieszkalne) w których wybrane powierzchnie wykazują własności powierzchni zwierciadlanych. Popularnym programem oferującym takie możliwości jest 3D Studio firmy Autodesk. Wraz z renderingiem, to jest stopniowaniem jasności powierzchni w zależności od kąta padania promieni oświetlających, wyznaczaniem cieni oraz nakładaniem tekstur na powierzchnie brył, daje to doskonałe efekty odbioru (percepcji) obrazów obiektów trójwymiarowych (fotorealizm). Funkcje te nie są jednak dobrze udokumentowane.

Celem jest podanie metody algorytmicznej, umożliwiającej wyznaczanie obrazów lub przeciwobrazów figur płaskich w odbiciu zwierciadlanym w powierzchni walcowej obrotowej o tworzących prostopadłych do płaszczyzn tych figur. W szczególności chodzi o wykorzystanie techniki komputerowej do wyznaczania siatek deformacyjnych dla anamorfoz refleksyjnych-walcowych, wypukłych.

Opisany poniżej algorytm opiera się na wcześniejszych rozważaniach dotyczących analizy geometrycznej przekształcenia anamorficzno-refleksyjno-walcowego, (II, 2.5.) W szczególności opieramy się na sformułowanej tam tezie 1.

"Opisane przekształcenie płaskie (płaszczyzny α na siebie) realizuje identyczne przyporządkowanie punktów płaszczyzny α sobie, jak przyporządkowanie punktów odbijanych i pozornych, obserwowanych fizycznie w odbiciu w walcowej powierzchni zwierciadlanej o tworzących prostopadłych do płaszczyzny α . W tym przekształceniu płaskim kierująca powierzchnie lustrzanej na płaszczyźnie α pełni rolę „krzywej zwierciadlanej”, zaś rzut prostokątny stanowiska O_b stanowi środek obserwacji. Przekształcenie przyporządkowuje sobie punkty płaszczyzny α zgodnie z regułami odbicia w zwierciadle: kąty padania i odbicia są równej miary oraz promienie padający i odbity są równej długości".

Na mocy tezy 1. można wyznaczyć pozorny (wirtualny) obraz odbity w zwierciadle walcowym w dwu etapach:

- I etap polega na wyznaczeniu obrazu anamorfy (przeciwobrazu) w drodze przekształcenia płaskiego;
- II etap polega na wyznaczeniu rzutu środkowego ze środka obserwacji O_b uzyskanego w I etapie obrazu (restytucja).

Przedmiotem niniejszej pracy jest opracowanie metody realizacji I etapu. Trudność polega na tym, że układy równań, opisujące odwzorowanie (patrz dalej) nie są, dla przypadku przekształcenia anamorfy na obraz, tj. wyznaczania obrazu pozornego, rozwiązywalne analitycznie. Zaproponowana tu metoda opiera się na wyznaczaniu rozwiązań przybliżonych, uzyskiwanych z ciągu iteracji zbieżnego do rozwiązania dokładnego. Istnieje wiele programów wyznaczających rzut środkowy, którego reguła jest znana. Dostarczają one tzw. interface'u użytkownika - zbioru procedur umożliwiających wprowadzanie danych, zadawanie parametrów przekształceń oraz generowanie obrazów komputerowych.

Zdecydowano opracować i przetestować badany algorytm w środowisku jednego z najpopularniejszych programów CAD - AutoCAD. Umożliwiło to skupienie uwagi na samych procedurach przekształceń, bez potrzeby realizacji własnych procedur wejścia i wyjścia. Pakiet oprogramowania AutoCAD firmy Autodesk jest wyposażony w interpreter dialektu języka LISP, o nazwie AutoLISP. W dialekcie tym zdefiniowano szereg procedur i zmiennych, ułatwiających definiowanie przekształceń geometrycznych, które mogą być następnie dołączone do zbioru standardowych poleceń systemu. Popularność pakietu AutoCAD uzasadnia wykorzystanie języka AutoLISP do dokumentowania (szczegółowego opisu) algorytmów przekształceń geometrycznych.

Opis algorytmu składa się z 5 części:

- definicji podstawowych pojęć wykorzystywanych w opisie lub samym algorytmie,
- warunków przynależności punktów płaszczyzny do dziedziny odwzorowania,
- definicji zmiennych i wyrażeń wykorzystywanych do wyznaczania przekształcenia odwrotnego,
- definicji zmiennych i wyrażeń wykorzystywanych do wyznaczania przekształcenia prostego,

- opisu iteracyjnej procedury bisekcji, wyznaczającej przybliżone rozwiązania dla obydwu przekształceń.

Określenie elementów podstawowych, wykorzystywanych w algorytmie.

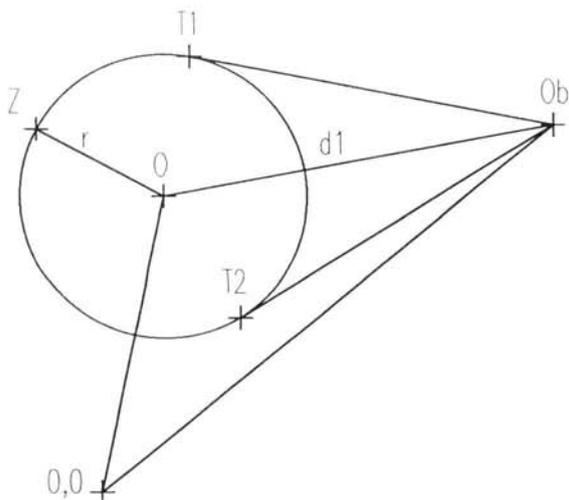


fig.112. Elementy podstawowe.

Niech będzie dany na płaszczyźnie α okrąg $S(O,r)$ o środku O i promieniu r , (fig.112) który dalej nazywamy okręgiem odbijającym, oraz punkt O_b , zewnętrzny względem okręgu S . Odległość O_b-O oznaczymy $d1$ i założymy $d1 > r$. Punkty okręgu S oznaczone $T1$ oraz $T2$ to punkty styczności do okręgu S prostych przechodzących przez punkt O_b .

Dla potrzeb konstruowanego odwzorowania realizować będziemy jedynie odbicie punktów z anamorficznie czynnej części płaszczyzny α , (nie przesłoniętej walcem), w widocznej z punktu O_b części walca - zwierciadła. Przy tym założeniu dziedziny obrazu i przeciwobrazu dopełniają się na płaszczyźnie α , a linia rozgraniczenia obu obszarów, składająca się z dwu półprostych stycznych do S i łuku S zawartego między nimi patrz (fig.113) jest miejscem geometrycznym punktów niezmiennych odwzorowania, tj. przechodzących same na siebie. Konsekwentnie przyjmujemy, że miejscem geometrycznym punktów odbicia jest łuk S , przynależny do linii rozgraniczającej obszary, a odwzorowanie

jest wzajemnie jednoznaczne. Na potrzeby algorytmu dokonującego przekształcenia niezbędne jest podanie ścisłej definicji przynależności punktów do dziedzin obrazu lub przeciwobrazu. Definicja ta, zapisana jako układ nierówności wektorowych, ma umożliwić algorytmiczne sprawdzenie, czy zadany punkt można poddać żądanemu przekształceniu, tj. wyznaczyć jego obraz lub przeciwobraz w badanym odbiciu lustrzanym.

W celu zapisania tych warunków zdefiniujemy pomocniczo następujące wektory patrz (fig.117):

O_bT1 - łączący stanowisko obserwatora z pierwszym punktem styczności $T1$,

O_bT2 - łączący stanowisko obserwatora z drugim punktem styczności $T2$,

O_bO - łączący stanowisko obserwatora ze środkiem okręgu zwierciadlanego,

O_bP - łączący stanowisko obserwatora z badanym punktem P ,

OP - łączący środek okręgu z punktem P .

Zdefiniujemy także cztery pomocnicze zmienne, jako iloczyny wektorowe powyższych wektorów. Zmienne te traktujemy jako skalary - iloczyny wektorowe traktowane są jako iloczyny na płaszczyźnie, o przeciwdziedzinie \mathbf{R} .

$$b_{T1} = O_bT1 \times O_bO;$$

$$b_{T2} = O_bT2 \times O_bO;$$

$$b_{P1} = O_bT1 \times O_bP;$$

$$b_{P2} = O_bT2 \times O_bP.$$

Obszar przeciwobrazu /anamorfy/ oznaczony A możemy określić następująco, przy użyciu zdefiniowanych powyżej wektorów:

$$A = \left\{ P: b_{T1}b_{P1} < 0 \vee b_{T2}b_{P2} < 0 \vee \left| \overline{O_bP} \right| < \left| \overline{O_bO} \right| \wedge \left| \overline{OP} \right| > r \right\}$$

zaś obszar obrazu B jest dopełnieniem A na płaszczyźnie:

$$B = \alpha \setminus A$$

Linia rozgraniczająca oba obszary jest niezmiennikiem badanego przekształcenia (jej punkty przechodzą same na siebie). Dla wyznaczenia odwzorowania zarówno prostego jak i odwrotnego zadanego punktu kluczowe jest ustalenie punktu odbicia w "łuku odbijającym". Znajomość punktu odbicia pozwala wyznaczyć obraz (lub przeciwobraz) poprzez odbicie w zwierciadle płaskim /na płaszczy-

źnie w prostej/ stycznym do "krzywej zwierciadlanej" w punkcie odbicia.

Do rozwiązania zarówno przekształcenia prostego anamorfa \rightarrow obraz (pozorny), jak i odwrotnego obraz \rightarrow anamorfa wykorzystywany jest ten sam iteracyjny algorytm bisekcji, opisany w dalszej części. Algorytm ten poszukuje miejsca zerowego dla pewnego wyrażenia, którego wartość oznaczona jest "d" - innego w przypadku przekształcenia prostego, a innego w przypadku przekształcenia odwrotnego. Oba wyrażenia są tak zdefiniowane, że są one monotonicznymi funkcjami położenia punktu, przebiegającego "łuk odbijający" i przyjmują wartość 0 dla miejsca na łuku, spełniającego warunki punktu odbicia.

Wartościami granicznymi d są wartości, odpowiadające początkowemu przedziałowi poszukiwań.

Dla odwzorowania odwrotnego wyrażenie d ma postać

$$d = \overline{ObP} \times \overline{ObZ}$$

a jego wartości graniczne odpowiadają końcom łuku odbijającego

$$b_d = d|_{z=T_1} = \overline{ObP} \times \overline{ObT_1}$$

$$b_g = d|_{z=T_2} = \overline{ObP} \times \overline{ObT_2}$$

przy czym wyrażenie d traktujemy jako skalar - iloczyny wektorowe traktowane są jako iloczyny na płaszczyźnie, o przeciwdziedzinie \mathbf{R} .

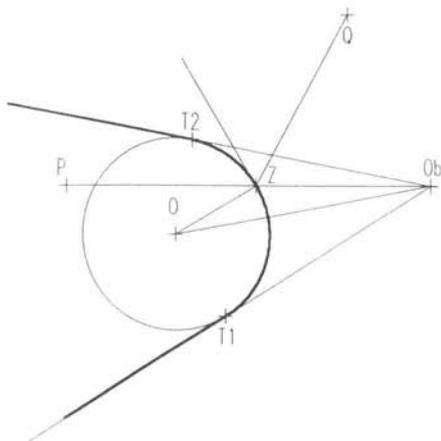


fig. 113. Podział płaszczyzny na obszar przeciwobrazu - anamorfy i obrazu.

Dla wyznaczania przekształcenia prostego anamorfa \rightarrow obraz, definiujemy wyrażenie "d" następująco:

$$d = \frac{\overline{OZ} \times \overline{ZO}b}{|\overline{ZO}b|} + \frac{\overline{OZ} \times \overline{ZQ}}{|\overline{ZQ}|}$$

gdzie Z - punkt łuku odbijającego,
 Q - punkt, którego obrazu P szukamy.

Równanie $d = 0$ wyraża warunek równości kątów padania i odbicia (fig.113).
 Wartościami granicznymi są w tym przypadku wartości d obliczone dla końców łuku $T1'T2'$ okręgu S , będącego częścią wspólną łuku odbijającego $T1T2$ i łuku okręgu S zawartego między stycznymi, poprowadzonymi z punktu Q - $T3T4$.

$$T1'T2' = T1T2 \cap T3T4$$

$$b_d = d|_{Z=T1'} \quad b_g = d|_{Z=T2'}$$

Poprawne ustalenie wartości granicznych musi zapewnić istnienie dokładnie jednego miejsca zerowego wyrażenia d w funkcji położenia punktu Z na łuku odbijającym.

W przypadku przekształcenia odwrotnego z założenia wynika, iż kąt między wektorami O_bT1 i O_bT2 należy do przedziału $(0, \Pi)$. Oznacza to, że kąt między wektorem O_bQ dla punktu Q dowolnie położonego wewnątrz obszaru B , a wektorem O_bT1 należy do przedziału $(-\Pi, 0)$, zaś kąt między wektorami O_bQ i O_bT2 należy do przedziału $(0, \Pi)$. Zatem d posiada dokładnie jedno 0 dla $Z \in T1T2$.

W przypadku przekształcenia prostego zachodzi:

$$d = \frac{\overline{OZ} \times \overline{ZO}b}{|\overline{ZO}b|} + \frac{\overline{OZ} \times \overline{ZQ}}{|\overline{ZQ}|} = |\overline{OZ}| \left(\sin \angle(\overline{OZ}, \overline{ZO}b) + \sin \angle(\overline{OZ}, \overline{ZQ}) \right)$$

Dla $Z \in T1T2$ $\angle(\overline{OZ}, \overline{ZO}b) \in \left\langle -\frac{\Pi}{2}, \frac{\Pi}{2} \right\rangle$, natomiast dla $Z \in T3T4$ $\angle(\overline{OZ}, \overline{ZQ}) \in \left\langle -\frac{\Pi}{2}, \frac{\Pi}{2} \right\rangle$.

Zatem dla $Z \in T1T2 \cap T3T4$ obydwa kąty zawarte są w przedziale $\left\langle -\frac{\Pi}{2}, \frac{\Pi}{2} \right\rangle$, w którym funkcja $\sin(x)$ jest monotoniczna. Równocześnie, co łatwo sprawdzić, przy ustalonym kierunku przebiegania łuku $T1'T2' = T1T2 \cap T3T4$ przez punkt Z oba kąty zgodnie rosną lub maleją.

Zatem d jako suma dwu zgodnie zmieniających się funkcji monotonicznych w ustalonym przedziale, jest w tym przedziale monotoniczna, a więc ma najwyżej jedno miejsce zerowe. Z konstrukcji wynika, że w tym przedziale istnieje rozwiązanie. Łącznie daje to gwarancję zbieżności ciągu iteracji do rozwiązania.

Zastosowana procedura wyznaczania miejsca zerowego funkcji $d(\varphi)$, gdzie φ jest kątem wektora OZ w głównym układzie współrzędnych, jest iteracyjną procedurą bisekcji. Daje ona, przy właściwym doborze przedziału początkowego, gwarancję wyznaczenia rozwiązania o zadanej dokładności. Przyjmując liczbę iteracji $n=30$ wyznacza ona przedział zawierający θ o długości $2^{-30} \approx 10^{-9}$ długości przedziału początkowego.

Procedura startuje od wyznaczenia przedziału początkowego dla kąta

$\varphi: \langle \varphi_d, \varphi_g \rangle$, gdzie φ_d - kąt wektora $OT1'$, φ_g - kąt wektora $OT2'$.

Następnie wyznacza się kąt wektora OZ , gdzie punkt Z ma połowę mniejszy z dwu łuków, na które dzielią okrąg S punkty $T1'$, $T2'$. Dlatego po obliczeniu średniej arytmetycznej

$$\varphi' = \frac{\varphi_d + \varphi_g}{2} \quad \text{badany jest warunek odległości } \varphi' \text{ od } \varphi_d.$$

Jeśli $\frac{3}{2}\Pi > |\varphi' - \varphi_d| > \frac{\Pi}{2}$,

należy przyjąć $\varphi = \varphi' + \Pi$ gdy $\varphi' \leq \Pi$

$$\varphi = \varphi' - \Pi \quad \text{gdy } \varphi' > \Pi$$

W pozostałych przypadkach przyjmuje się $\varphi = \varphi'$.

Dla tak obliczonego kąta wektora OZ oblicza się wartość funkcji $d(\varphi)$. W następnej iteracji kątem połowiącym φ zastępuje się ten z kątów φ_d lub φ_g , dla którego funkcja $d(\varphi)$ ma taki sam znak.

Procedura bisekcji zapisana w tzw. pseudokodzie, wygląda jak następuje:

```

n := 1;
φd := ∠OT1; φg := ∠OT2;
bd :=  $\overline{ObP} \times \overline{ObT1}$ ; bg :=  $\overline{ObP} \times \overline{ObT2}$ ;
while |d| > 10-8 ∧ n < 30 do {
  φ :=  $\frac{\varphi_d + \varphi_g}{2}$ ;
  if (| $\frac{3}{2}\Pi > |\varphi - \varphi_d| > \frac{\Pi}{2}$ ) do {
    if (φ ≤ Π) φ := φ + Π; if (φ > Π) φ := φ - Π;}; koniec if
  Zx := Ox + r cos φ, Zy := Oy + r sin φ;
  d :=  $\overline{ObP} \times \overline{ObZ}$ ;
  if (sign d = sign bg) do {
    bg := d; φg := φ } else do { bd := d; φd := φ };
  n := n + 1;
} ; koniec while

```

Dokumentacja algorytmu w postaci listingu w języku AutoLISP jest załączona na końcu rozdziału.

Jak zostało już wcześniej napisane, omawiany algorytm został zaimplementowany i przetestowany w środowisku AutoCAD, w postaci procedur, których nazwy zostały dołączone do zbioru standardowych komend. Są one dostępne zarówno z linii komend, jak i z menu rozwijalnego (tzw. pop-up menu).

Są to procedury

- zadawania elementów określających odwzorowanie: okręgu odbijającego S oraz stanowiska obserwatora O_b ;
- wyznaczania odwzorowania prostego anamorfa → obraz dla zadanego punktu;
- wyznaczania odwzorowania odwrotnego obraz → anamorfa dla zadanego punktu.

Do wykonywania pozostałych funkcji niezbędnych do stosowania przekształcenia mogą być użyte standardowe komendy systemu.

W szczególności implementację wykorzystano do przebadania własności odwzorowania w pobliżu brzegu obszarów, a także do wykonania przykładowych siatek anamorficznych.

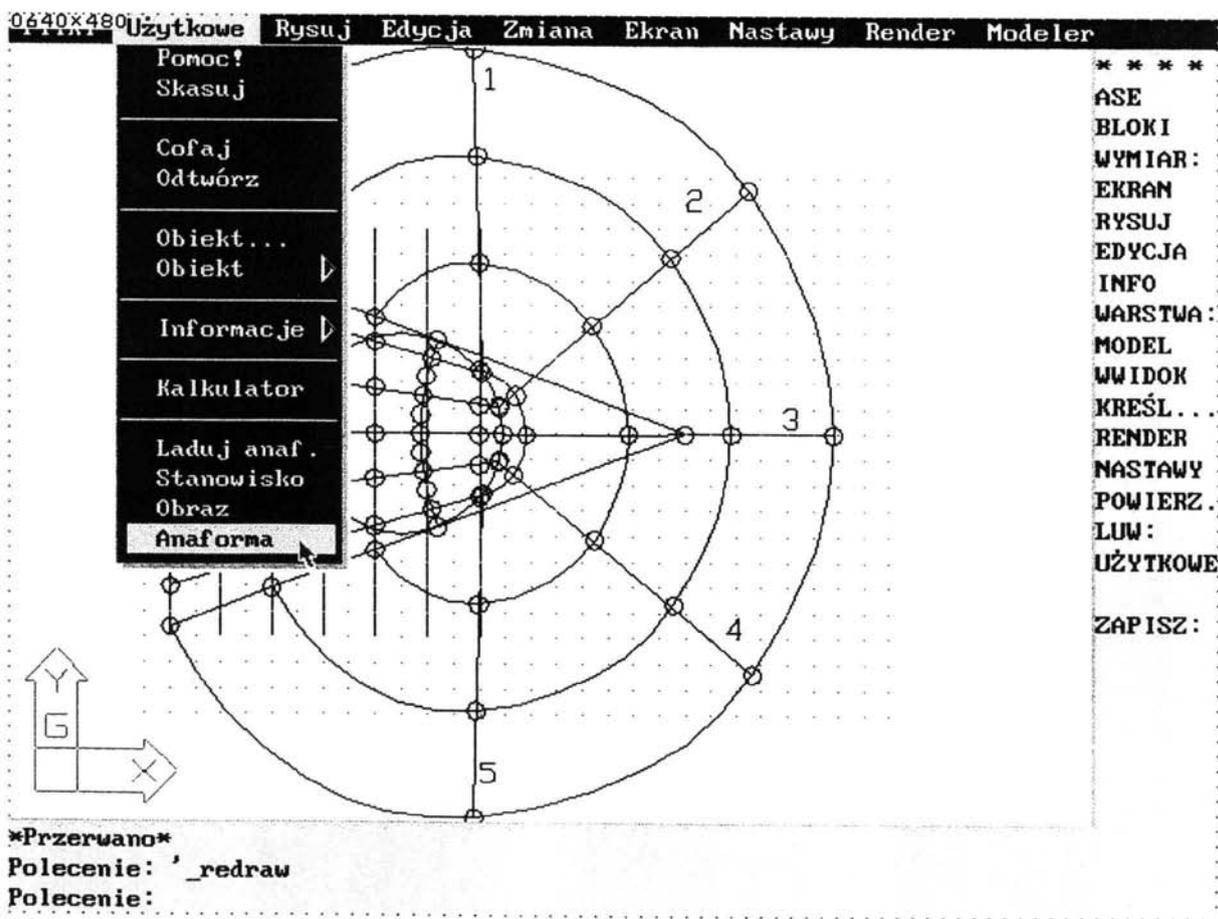


fig.114. Obraz ekranu AutoCAD 12 PL z zainstalowaną implementacją omawianego algorytmu. Widoczne dodatkowe funkcje pop-up menu.

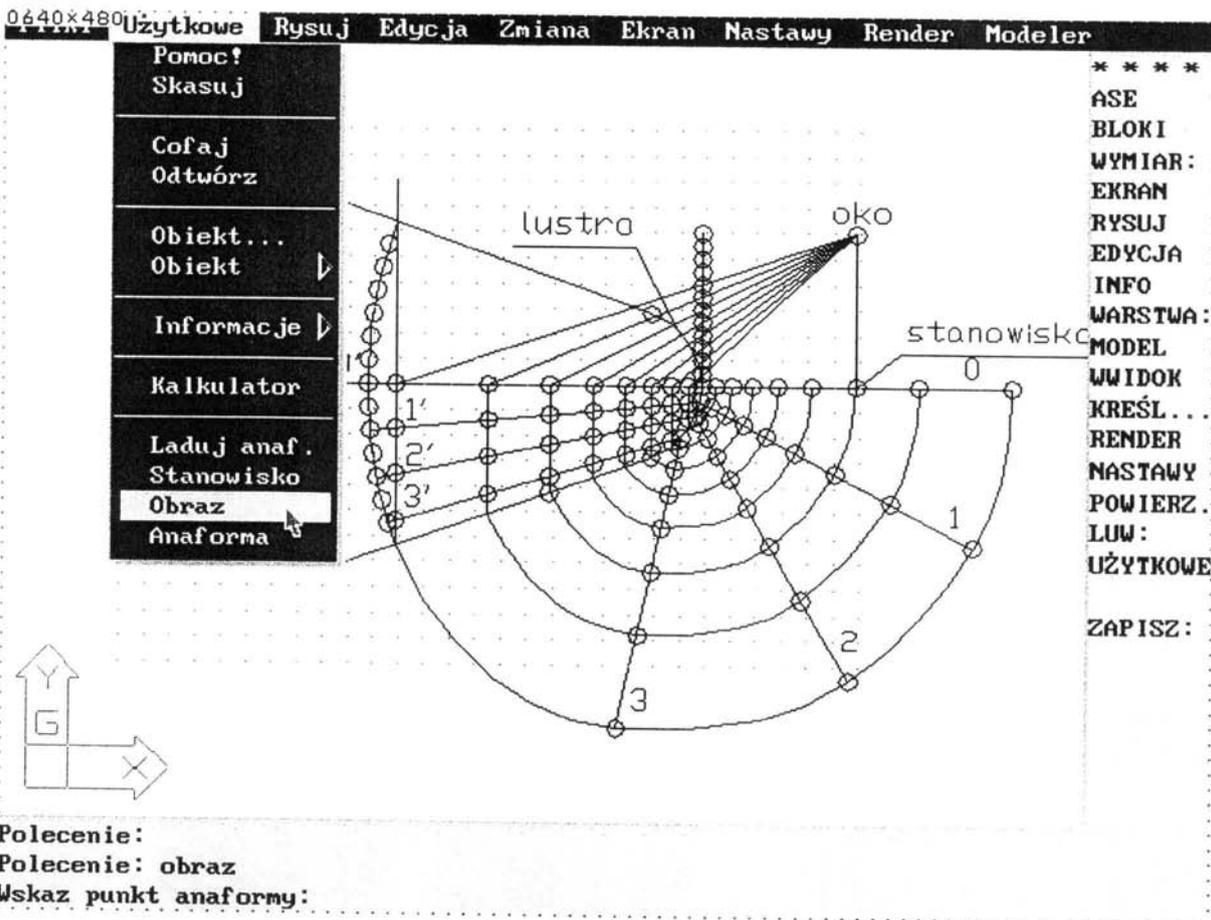


fig.115. Obraz ekranu AutoCAD 12 PL z zainstalowaną implementacją omawianego algorytmu. Widoczne dodatkowe funkcje pop-up menu.

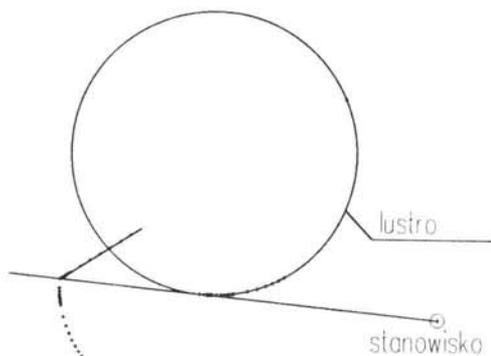


fig.116. Analiza własności odwzorowania w pobliżu brzegu obszarów.

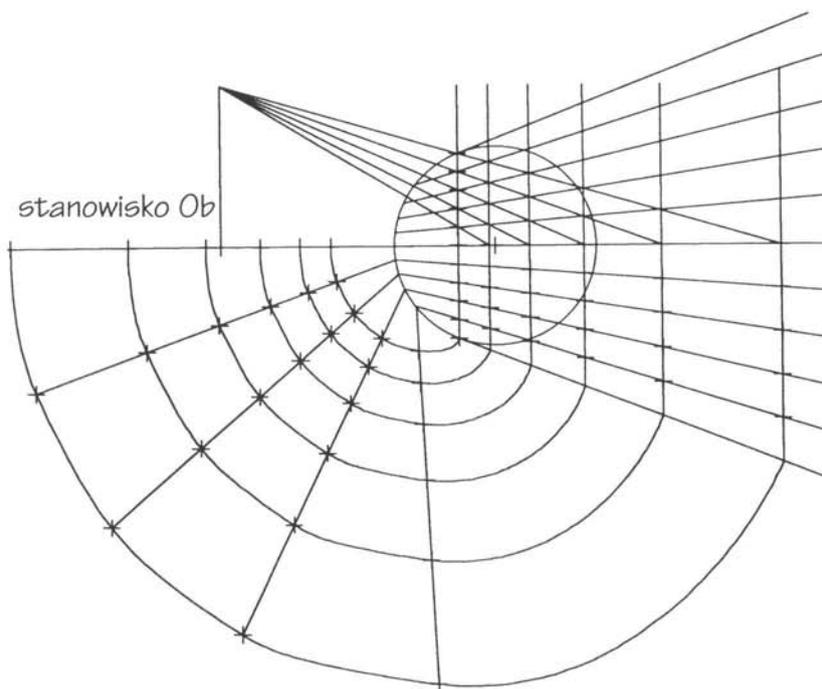


fig.117. Przykład konstrukcji deformacyjnej siatki do wykreślenia anamorf z wykorzystaniem opracowanej nakładki.

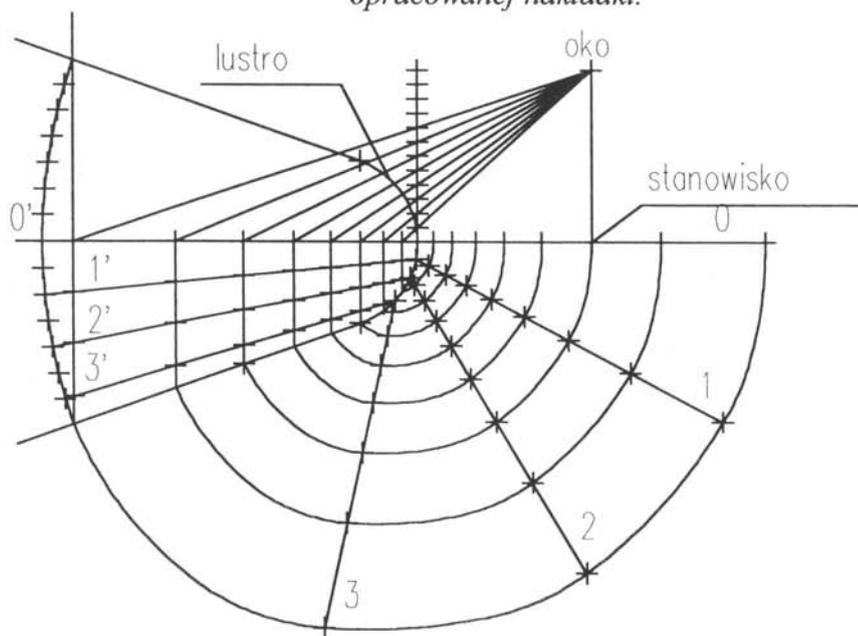


fig.118. Inny przykład siatki do wykreślenia anamorf.

Opracowane algorytmy umożliwiają łatwe wyznaczanie w środowisku AutoCAD zarówno przeciwobrazów - anamorf jak i obrazów odbitych zadanych anamorf, dla dowolnie wybranych stanowisk i zwierciadeł..¹

Mojemu koledze dr Tadeuszowi Dyduchowi składam serdeczne podziękowania za wielogodzinne konsultacje z dziedziny informatyki.

1. program w języku AutoLISP realizujący funkcje przedstawione w rozdziale.

```
. *****  
;  
; Procedury pliku _anafpl.lsp realizuja elementarne operacje ustalania  
; lustra i stanowiska oraz przekształcen obraz - anaforma i odwrotnie.  
. *****  
(defun c:stanow() ;ustalenie polozenia lustra i obserwatora  
  (setvar "osmode" 0)  
  (setq test T)  
  (while test  
    (setq entx (entsel "\nWskaz lustro walcowe:"))  
    (setq ent (car entx))  
    (setq hn (cadr entx))  
    (if (equal ent nil)  
      (princ "\nNic tu nie ma. Probuuj dalej.")  
      (progn  
        (setq entl (entget ent))  
        (if (equal (cdr (assoc '0 entl)) "CIRCLE")  
          (setq test nil)  
          (princ "\nWskazany obiekt nie jest okregiem!")  
          )))  
        (setq hn (osnap hn "bliski")) ;uchwyt okregu  
        (setq sr (osnap hn "centrum")) ;srodek okregu  
        (command "punkt" sr)  
        (setq ob (getpoint "\nWskaz stanowisko obserwatora:"))  
        (command "punkt" ob)  
        (setq t1 (osnap hn "styczny")) ;pkt stycznosci  
        (command "punkt" t1)  
        (command "lustro" "s" "" ob sr "")  
        (setq t22 (entget (entlast)))  
        (setq t2 (cdr (assoc '10 t22))) ;drugi pkt stycznosci  
        (setq l1 (angle sr t1) l2 (angle sr t2))  
        (if (> l1 l2) (setq l l2 l1 l1 l xx t1 t1 t2 t2 xx))  
        (setq xob (car ob) yob (cadr ob)) ;wspolzedne obserwatora  
        (setq xsr (car sr) ysr (cadr sr)) ;wspolzedne srodka walca  
        (setq rs (distance sr hn)) ;promien walca
```

```
(setq rob (distance sr ob)) ;odleglosc obserw. od srodka walca
(setq xt1o (- (car t1) xob)) ;skladowe wektorow obserwator-pkty stycznychosci
(setq yt1o (- (cadr t1) yob))
(setq xt2o (- (car t2) xob))
(setq yt2o (- (cadr t2) yob))
(setq pi2 (/ pi 2.0))
(setq p2 (* pi 2.0))
(princ)
) ;koniec stanow
```

```
(defun sprawdz() ;sprawdzenie poprawnosci polozenia xx (za lustrem)
(setq bt1 (- (* xt1o (- ysr yob)) (* yt1o (- xsr xob))))
(setq bt2 (- (* xt2o (- ysr yob)) (* yt2o (- xsr xob))))
(setq bx1 (- (* xt1o (- (cadr xx) yob)) (* yt1o (- (car xx) xob))))
(setq bx2 (- (* xt2o (- (cadr xx) yob)) (* yt2o (- (car xx) xob))))
(setq dis1 (distance xx ob) dis2 (distance xx sr))
(if (or (> 0 (* bt1 bx1)) (> 0 (* bt2 bx2)) (and (> rob dis1) (< rs dis2)))
  (setq obraz nil) (setq obraz T)
) ;koniec sprawdz
```

```
(defun c:anaforma() ;wyznaczanie przeciwobrazu
(setq xx (getpoint "\nWskaz punkt obrazu:")) ;punkt pozorny do przekszaltlenia
(sprawdz)
(if obraz (progn
  (setq xxob (- (car xx) xob)) ;skladowe wektora obs.-pkt pozorny
  (setq yxob (- (cadr xx) yob))
  (setq b1 (- (* xxob yt1o)(* yxob xt1o))) ;wartosci graniczne sprawdzania
  (setq b2 (- (* xxob yt2o)(* yxob xt2o)))
  (setq lp1 (angle sr t1) lp2 (angle sr t2) n 1 d 30)
  (while (and (not (equal d 0 0.00001))(< n 30))
    (progn
      (setq l (/ (+ lp2 lp1) 2.0))
      (if (> (- lp2 lp1) pi) (setq l (+ l pi)))
      (if (> l p2) (setq l (- l p2)))
      (setq xpol (+ xsr (* rs (cos l))))
      (setq ypol (+ ysr (* rs (sin l))))
      (setq d (- (* xxob (- ypol yob))(* yxob (- xpol xob))))
      (if (< 0 (* d b1)) (setq lp1 l b1 d) (setq lp2 l b2 d))
      (setq n (+ 1 n))
    ) ;koniec while
  (setq zz (list xpol ypol 0))
  (command "punkt" xx)
  (command "lustro" "s" "" zz (polar zz (+ (angle sr zz) pi2) 30)""))
  )(prompt "\nPunkt musi byc wskazany poza lustrem!")
  )(princ)
) ;koniec anaforma
```

```
(defun odb() ;pomocnicza dla obraz
```

```
(setq ilw1 (- (* xpols (- yob ypol)) (* ypols (- xob xpol))))
(setq ilw2 (- (* xpols (- yyy ypol)) (* ypols (- xyy xpol))))
(setq mod1 (sqrt(+ (*(- xob xpol)(- xob xpol)) (*(- yob ypol)(- yob ypol)))))
(setq mod2 (sqrt(+ (*(- xyy xpol)(- xyy xpol)) (*(- yyy ypol)(- yyy ypol)))))
(setq d (+ (/ ilw1 mod1) (/ ilw2 mod2)))
) ;koniec odb
```

```
(defun c:obraz() ;wyznaczanie obrazu z anaformy
(setq yy (getpoint "\nWskaz punkt anaformy:")) ;punkt do przekształcenia
(setq xx yy) (sprawdz)
(if (not obraz) (progn
(command "punkt" xx)
(setq tp1 (osnap hn "styczny")) ;pkt styczności z pktu anaformy
(command "punkt" tp1)
(command "iustro" "s" "" yy sr ""))
(setq t22 (entget (entlast))))
(setq tp2 (cdr (assoc '10 t22))) ;drugi pkt styczności
(setq lp1 (angle sr tp1) lp2 (angle sr tp2))
(if (> lp1 lp2) (setq l lp2 lp2 lp1 lp1 l xx tp1 tp1 tp2 tp2 xx))
(if (and (< pi (- l2 l1)) (< pi (- lp2 lp1))) (progn
(if (< l1 lp1) (setq tp1 t1))
(if (> l2 lp2) (setq tp2 t2))
))
(if (and (> pi (- l2 l1)) (> pi (- lp2 lp1))) (progn
(if (> l1 lp1) (setq tp1 t1))
(if (< l2 lp2) (setq tp2 t2))
))
(if (and (> pi (- l2 l1)) (< pi (- lp2 lp1))) (progn
(if (< l1 lp1) (setq tp2 tp1 tp1 t1) (setq tp1 tp2 tp2 t2))
))
(if (and (< pi (- l2 l1)) (> pi (- lp2 lp1))) (progn
(if (> l1 lp1) (setq tp2 t1) (setq tp1 t2))
))
))
(setq xyy (car yy) yyy (cadr yy))
(setq xpol (car tp1) ypol (cadr tp1))
(setq xpols (- xsr xpol) ypols (- ysr ypol))
(odbc) (setq b1 d)
(setq xpol (car tp2) ypol (cadr tp2))
(setq xpols (- xsr xpol) ypols (- ysr ypol))
(odbc) (setq b2 d)
(setq lp1 (angle sr tp1) lp2 (angle sr tp2) n 1 d 30)
(while (and (not (equal d 0 0.00001)) (< n 30)) (progn
(setq l (/ (+ lp2 lp1) 2.0))
(if (< pi (- lp2 lp1)) (setq l (+ l pi)))
(if (> l p2) (setq l (- l p2)))
(setq xpols (- (* rs (cos l)))) ;wsp. wektora l-srodek kola
(setq ypols (- (* rs (sin l))))
(setq xpol (- xsr xpols)) ;wsp. punktu polowiaczego
```

```
(setq ypol (- ysr ypols))  
(odb)  
(if (< 0 (* d b2)) (setq lp2 l b2 d) (setq lp1 l b1 d))  
(setq n (+ 1 n))  
) ;koniec while  
(setq zz (list xpol ypol 0))  
(command "punkt" yy)  
(command "lustr" "s" "" zz (polar zz (+ (angle sr zz) pi2) 30)"" )  
(prompt "\nPunkt nie moze byc wskazany poza lustrem!")  
(princ)  
) ;koniec obraz
```

3.6. Zasada fotooptycznej metody przekształcenia anamorficzno-refleksyjno walcowego

Analiza podstaw geometrycznych tego przekształcenia omówiona w rozdziale II 2.3. nasunęła myśl zbudowania prototypu aparatu fotograficznego, który przekształcając anamorficznie fotografowaną przez ostrzeź równocześnie rejestrowałby ją na światłoczułej rzutni anamorficznej. Refleksyjny walec wypukły ustawiony prostopadłe do kliszy fotograficznej, pełniące rolę rzutni anamorficznej, zamknięto w światłoszczelnej skrzynce. Na kierunku punktu obserwacji O_b wmontowano obiektyw "Biometar" o ogniskowej 120 mm. Kasetę rzutni anamorficznej przystosowano do formatu ogólnie dostępnego papieru fotograficznego 18 x 24 mm. Ogólny widok aparatu przedstawia (fig.119).

Obiektyw aparatu zamocowano na uchylnej płycie połączonej z całością skrzynki aparatu światłoszczelnym mieszkim. Na wsuniętej matówce w miejsce kasety rzutni anamorficznej możemy zaobserwować przekształcony anamorficznie obraz. Również na matówce kontrolując, obraz ustawimy jego ostrość. Schemat ideowy aparatu, oraz zasadę geometryczną powstania tego obrazu przedstawia (fig.120). Ponieważ wielkość rzutni anamorficznej w aparacie jest stała, określona formatem kasety materiału światłoczułego, a punkt obserwacji leży na osi obiektywu, stąd wysokość strefy obrazu zrestytuowanego sterowana będzie poprzez pochylenie jego osi. Usztywnienie żądanego położenia



fig.118. Widok ogólny aparatu

jest stała, określona formatem kasety materiału światłoczułego, a punkt obserwacji leży na osi obiektywu, stąd wysokość strefy obrazu zrestytuowanego sterowana będzie poprzez pochylenie jego osi. Usztywnienie żądanego położenia

osi obiektywu wykonamy za pomocą łukowego mechanizmu kontrującego. W prototypie aparatu nie wykonano migawki z przyczyn technicznych. Naświetlanie następuje poprzez odsłonięcie dekielka obiektywu.

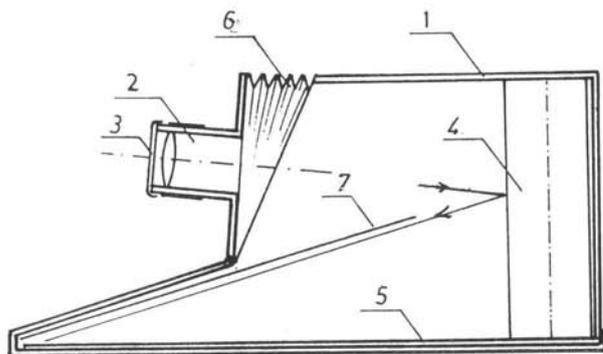


fig.120. Schemat ideowy aparatu - przekrój

1. obudowa aparatu
2. obiektyw "Biometar"
3. dekielki obiektywu
4. wkładka refleksyjna-powierzchnia walca obrotowego
5. kasetka rzutni anamorficznej
6. worek umożliwiający regulację pochyleń osi obiektywu
7. maskownica

Tym zapewne niedoskonałym, koncepcyjnym prototypem aparatu wykonano zdjęcie (fig.121). Jego restytucja (fig.122) wykazuje słuszność geometrycznego rozumowania przy zastosowaniu fotooptycznej metody dla przekształcenia anamorficznego. Doświadczenie to potwierdziło słuszność przypuszczenia o możliwości zapisu tego przekształcenia metodą fotooptyczną. Zamiana wkładki refleksyjnej przykładowo na walec wklęsły przygotowuje aparat do rejestrowania przekształcenia poprzez takie właśnie zwierciadło, a więc przygotowuje aparat do realizacji anamorfizacji refleksyjnej walca wklęsłego. Niewątpliwie słabą stroną tego prototypu jest trudność z uzyskaniem poprawnej

ostrości. W oparciu o przedstawiony prototyp oraz przy współpracy z doświadczonym optykiem-fotografikiem, zapewne możliwym jest zbudowanie bardziej sprawnego aparatu przekształcającego przestrzeń na rzutnię anamorficzną.

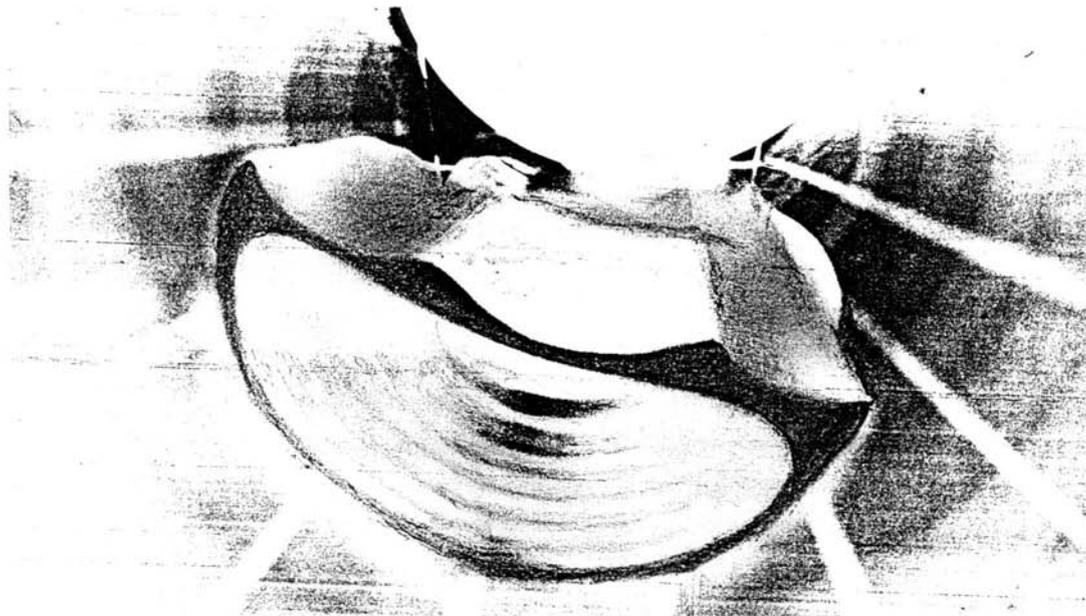


fig.121. Obraz anamorficzny uzyskany metodą fotooptyczną



fig.122. Jego restytucja

Rozdział IV

ZASTOSOWANIA

Ze względu na plastyczne zagospodarowanie przestrzeni, obrazy anamorficzne mogą być traktowane jako element projektowania wnętrza architektonicznych i krajobrazowych. Celem tego rozdziału jest wskazanie niektórych możliwości zastosowań form anamorficznych jako sugestii, a zarazem inspiracji twórczej dla projektantów. W każdym wnętrzu krajobrazowym, urbanistycznym i architektonicznym można wydzielić cztery jego główne elementy: podłogę, ściany, sklepienie-sufit oraz bryły wolnostojące. Płaszczyznowe elementy wnętrza mogą być angażowane jako rzutnie anamorficzne natomiast bryły wolnostojące same w sobie mogą być refleksyjnymi formami anamorficznymi. Zatem rozważać będziemy niektóre możliwości wykorzystania anamorf w projektowaniu i aranżacji różnych wnętrz. Anamorfozy refleksyjne jako figury przestrzenne mogą być elementem kompozycji przestrzeni wnętrza, natomiast anamorfozy powierzchniowe, płaszczyznowe będą zagospodarowywały jego płaszczyzny.

4.1. Wnętrza krajobrazowe.

Dla uporządkowania analizy sugestii zastosowań przyjęto systematykę podziału wnętrza krajobrazowych według opracowania prof. J. Bogdanowskiego. Wszelkie sugestie zastosowań są przedstawione w formie schematów. Symbole na schematach będą oznaczać: *Ob* - punkt obserwacji, *z* - zwierciadło, *p_o* - pole obrazu anamorficznego. W subiektywnym wnętrzu krajobrazu otwartego, zwanym tak ze względu na subiektywny odbiór ścian, projektowanie obrazów anamorficznych powierzchniowych czy też refleksyjnych, wydaje się być nieuzasadnione. Obrazy anamorficzne rejestrowane są na płaszczyznach, stąd we wnętrzach subiektywnych nie ma możliwości ich zapisu.. Należy również wziąć pod uwagę skalę anamorf związanych ze skalą człowieka, oraz jego możliwości percepcji wzrokowej.

Ewentualną propozycją uatrakcyjnienia zagospodarowania punktu widokowego tworzącego swoiste wnętrza, mogłoby być zaprojektowanie

"parasola anamorficznego" (fig.123a), o podstawowej funkcji ochrony przed deszczem, słońcem, czy też stworzenia możliwości krótkiego odpoczynku. Należy zauważyć, że obraz anamorficzny proponowany jest wraz elementem swojego tła. Na podniebieniu tego parasola, o odpowiednio zaprojektowanym pochyleniu ze względu na wielkość rzutni, umieszczono by obraz anamorficzny restytuowany w pierścieniu walca refleksyjnego, leżącego na głowicy trzonu nośnego. Punkt obserwacji mógłby być zlokalizowany na kierunku wiodącego doń szlaku. Dobór formy zależny będzie przede wszystkim od wizji projektanta. Rzutnia anamorficzna byłaby powierzchnią stożka wklęsłego ("uniesiona" s. 120). Odwrócenie tej formy da nam krzątał misy z rdzeniem refleksyjnym, którą zaproponować można we wnętrzach obiektywnych (fig.123b).

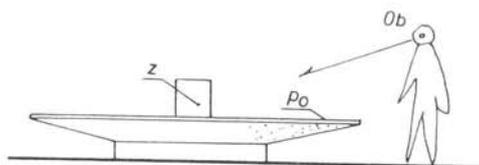
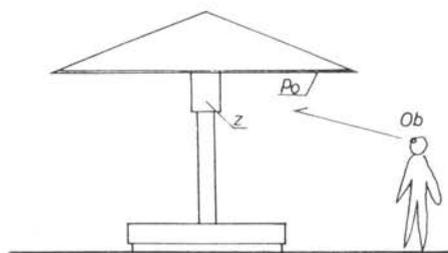


fig.123a. Parasol anamorficzny, schemat.

fig.123b. Misa anamorficzna, schemat

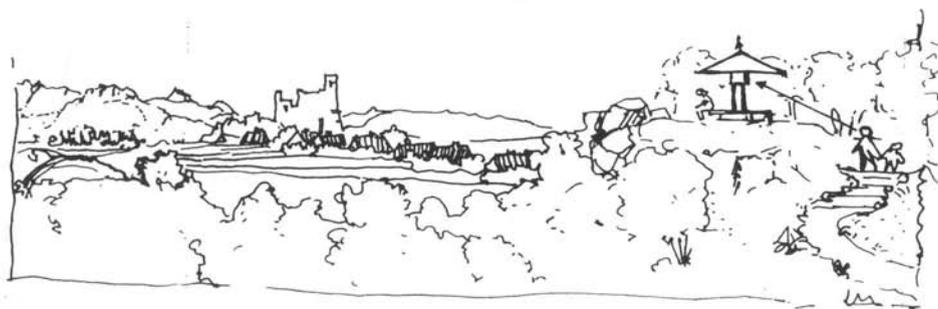


fig.123c. Punkt widokowy-parasol anamorficzny

We wnętrzach obiektywnych a tym bardziej konkretnych, kulturowych gdzie ściany wykazują znaczną, a nawet pełną zawartość (np. ściana żywoplotu czy pierzeja ulicy), formy anamorficzne zdecydowanie można traktować jako elementy ich kompozycji. W obiektywnym wnętrzu parkowym można zapro-

ponować sadzawkę (fig.124a,b), której dno pokryte przezroczystą taflą wody, zakomponowane jest obrazem anamorficznym odtwarzanym w odpowiednio zaprojektowanej powierzchni refleksyjnej. Zaproponowana w tym przykładzie forma wycinka obustronnie refleksyjnej powierzchni walcowej wskazuje na anamorfozę podwójną, wklęsłą i wypukłą, restytuowaną z przeciwnych kierunków.



fig.124a. schemat

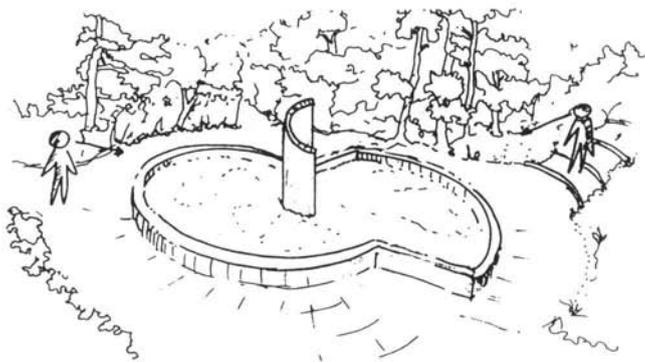


fig.124b. Anamorficzna sadzawka

Nieograniczoną możliwość kształtowania barwnych i żywych obrazów anamorficznych daje świadome komponowanie zieleni niskiej, w szczególności klombów, rabatów, skalniaków (fig.125a,b), których rzeczywiste obrazy odtwarzane w powierzchniach refleksyjnych zmieniać będą koloryt wraz z porą roku.

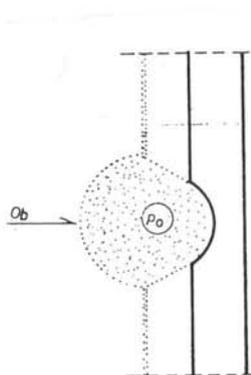


fig.125a.schemat

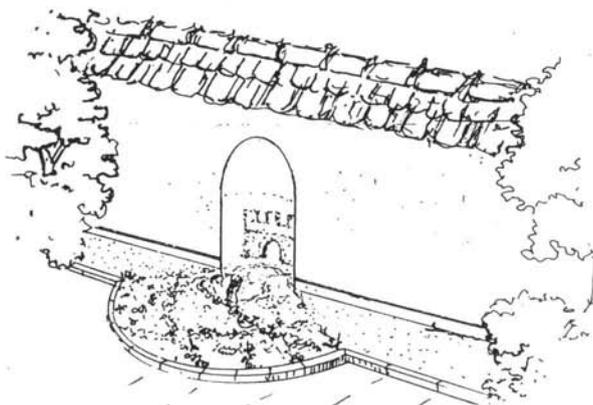


fig.125b. Sugestia anamorfy kwiatowej

Na przykład w miejskim wnętrzu historycznym okolonym starym murem w pustej absydzie umieścimy zwierciadło wklęsłe, a przylegającą zieleni uformu-

jemy anamorficznie w kwiecisty dywan tak, że jego restytucja w absydzie ukaże herb miasta.

4.2. Wnętrza urbanistyczne.

W tych wnętrzach, czyli: ulicach, placach, podwórkach, pasażach, itp. szukać będziemy płaszczyzn o znacznych wielkościach i ustawionych prawie równoległe do ciągów pieszych. Rzecz w tym, że założeniem anamorfozy we wnętrzu urbanistycznym jest jej publiczny odbiór, a więc powinien następować dla pewnej grupy równocześnie.

Charakterystyczne i reprezentatywne dla współczesnych miast są osiedla wielkoblokowej zabudowy. Elewacje jednakowych bloków stanowią zazwyczaj ściany o znacznej długości i wysokości. One spełniają omówione wyżej warunki. W przypadku tych zurbanizowanych wnętrz, miejscem kompozycji anamorf powierzchniowych mogą właśnie być ściany poszczególnych obiektów-bloków (fig.126). Anamorfozy te wymagają dużych płaszczyzn dla swych zdeformowanych obrazów, a restytucja ich następuje pod ostrym kątem.

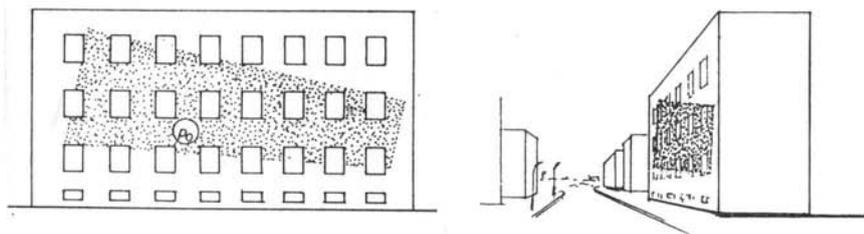


fig126. Anamorfoza powierzchniowa na płaskiej elewacji bloku

Anamorfozy powierzchniowe dla odtworzenia zdeformowanego obrazu nie wymagają stosowania luster, i to jest ich dodatkowym atutem w monumentalnych zastosowaniach we wnętrzach urbanistycznych. Odtworzenie nastąpi z określonego kierunku, a ściślej z określonego punktu obserwacji. Odczyt z tego konkretnego punktu da obraz o idealnych kształtach, natomiast niewielkie przesunięcia obserwatora od założonego w projekcie punktu odczytu w

niezaczynnym stopniu wpłyną na zaburzenia obrazu. Jego treść przedstawiająca nadal będzie czytelna. Stąd przyjęto pojęcie "ścieżki widzenia", czyli kierunku na którym znajduje się projektowany punkt obserwacji. Wynika z tego wskazanie do projektowania określające ścieżkę widzenia na kierunku ciągów pieszych. Oprócz nadania szczególnego waloru plastycznego monotonnej blokowej elewacji w odczycie czołowym-frontalnym, istnieje druga treść obrazu odczytana z zadanego kierunku, może to być na przykład reklama. Historyczne przykłady podwójnej treści przedstawiają między innymi (fig. 32 s. 20)

Jak już wspomniano obrazy tych anamorf wymagają dużych, a przede wszystkim mocno wydłużonych płaszczyzn. Mogą nimi być: płaskie elewacje budynków wysokich, tunele, pasaże, przejścia podziemne, pierzeje ulic itp.

...Od dłuższego czasu trwają w Krakowie prace nad "projektem wizualnego uporządkowania miasta", informuje Dziennik Polski z 21. 03. 97. w artykule pod tytułem "Nie zasłaniać Perspektywy"...¹, rzecz idzie o reklamy, które często zasłaniają to co KRAKÓW ma rzeczywiście do zaoferowania. Napewno w niektórych przypadkach anamorfozy płaszczyznowe mogłyby być niebanalnym rozwiązaniem tych problemów.

4.3. Wnętrza architektoniczne

Ze względu na skalę wnętrza związaną bezpośrednio ze skalą człowieka, możliwość zastosowania w nich różnych rodzajów anamorf staje się o wiele prostsza i bardziej uzasadniona. Mając do dyspozycji projektowej możliwość stosowania całej gamy różnych rodzajów anamorf, zgodnie z klasyfikacją przedstawioną w (2.1. str.45), korzystając również z podanych w (3.1. str.81) zasad, ograniczeń i wskazań, do ich projektowania, oraz decydując się na jej zastosowanie w określonym wnętrzu i o określonej treści, należy dokonać jej wyboru analizując poszczególne elementy:

- a.) - rodzaj i charakter wnętrza
- b.) - miejsce realizacji - sufit, podłoga, ściany, naroża pionowe, naroża poziome, podniebienia schodów itd.
- c.) - miejsce lokalizacji punktu obserwacji bądź ścieżki widzenia : z antresoli, po osi korytarza, wchodząc bądź zchodząc ze schodów, z kierunku głównego wejścia, z konkretnego stanowiska itd.

- e.) - rodzaj anamorfy - powierzchniowa , płaszczyznowa, zwijalna, refleksyjna, wklęsła, wypukła itd.
- f.) - skala i wielkość pola obrazu anamorficznego- możliwości zawężania pola obrazu poprzez załamanie rzutni
- g.) - treść - ilustrująca, dekoracyjna, reklamowa itd.

W dalszej części rozdziału, jako inspiracje do projektowania, wskazane będą niektóre sugestie zastosowań obrazów anamorficznych w wybranych wnętrzach. Możliwości te mogą być w sposób nieograniczony rozwinięte przez projektantów. Charakter wnętrza architektonicznego będzie miał wpływ przede wszystkim na treść obrazu, natomiast lokalizacja w danym wnętrzu może sugerować zastosowanie danego rodzaju anamorfy.

4.3.1. Wnętrza użyteczności publicznej

We wnętrzach użyteczności publicznej takich jak: banki, kina, teatry, urzędy, kluby, itd., w salach, holach, korytarzach, na zamknięciach ciągów komunikacji pieszej, można stosować obrazy anamorficzne refleksyjne bądź powierzchniowe jako elementy aranżacji. W ich treści można zaproponować np. logo danej firmy, herb miasta dla instytucji czy urzędu. Wewnątrz wystawienniczych, salonach samochodowych itp. zapewne przeważać będą treści reklamowe. A we wnętrzach sakralnych treścią obrazów anamorficznych będzie symbolika religijna i treści biblijne.

Jedną z wielu możliwości zastosowania będzie propozycja stworzenia wewnętrznego portalu anamorficznego zbudowanego z anamorfyzy refleksyjnej - płaszczyznowej (fig.126).

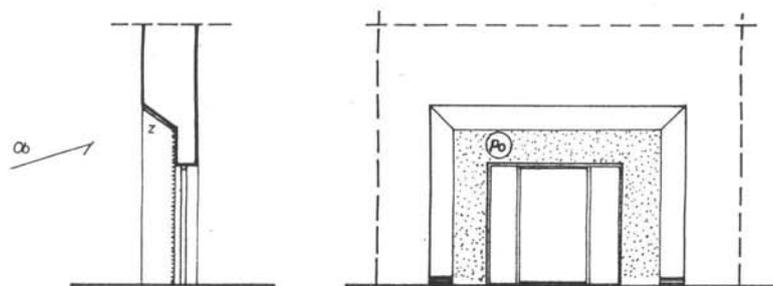


fig.127. Schemat zastosowania, portal anamorficzny

Obramowanie wejścia zwieńczono ramą lustrzaną o odpowiednim pochyleniu. Pochylenie to wpływa na wielkość rzutni oraz określenie miejsca punktu obserwacji. Rzutnię tworzyć będzie najbliższe otoczenie ścian otworu drzwiowego. Treść obrazu zależna będzie od inwencji twórcy. Punkt obserwacji powinien znajdować się na kierunku wejścia. Jest to oczywiście sugestia miejsca zastosowania a nie samej formy, która może ewoluować w dowolnym kierunku mieszczącym się w ramach przekształcenia.

Będąc tematycznie przy anamorfach płaszczyznowych-refleksyjnych rozważmy w schematach inne, niektóre z możliwych, przykłady ich zastosowań.

I. anamorfa płaszczyznowa, refleksyjna, pojedyncza, pochylona (fig.128). Dobrze uzasadnionym miejscem zlokalizowania takiego zwierciadła będzie podniebienie wbiegu schodów. Zadaniem lustra pochylonego jest przekształcenie obrazu z rzutni anamorficznej tak aby obraz wrażeniowy leżał w "tle" czyli na płaszczyźnie pionowej. Dlatego projektując siatkę deformacyjną jej orginał umieszczamy właśnie w tle. Ten zabieg stwarza wrażenie głębi, przestrzeni. Dodatkowym elementem potęgującym to wrażenie są różnego rodzaju blendy zasłaniające obraz anamorficzny, który pomimo deformacji często jest obrazem czytelnym. Inną możliwością jest uniesienie rzutni ponad płaszczyznę horyzontu widza. Stworzymy w ten sposób półkę anamorficzną.

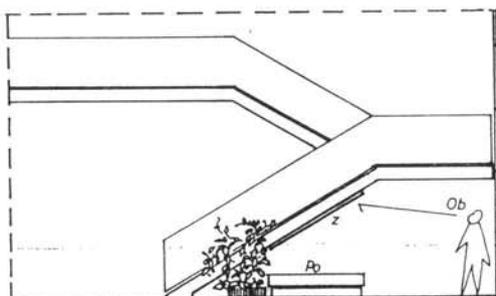


fig.128. Schemat zastosowania anamorfozy płaszczyznowej, pochylonej

II. anamorfa płaszczyznowa, dwuzłożona, narożna o osi pionowej (fig.129) angażuje dwie ściany jako rzutnie. Jej lokalizacja to naroża wnętrza, wszelkie kąty wklęsłe pomiędzy płaszczyznami wnętrza. Wielkości pola obrazu anamorficznego p_o są zmienne i możliwe do regulacji uzależnionej od szerokości tafli

zwierciadła, oraz od wielkości kąta φ złożenia zwierciadeł z , z_1 . Łatwo również określić strefy odbić własnych d . Są to pasy przestrzeni wnętrza w których promień padania poktywa się z promieniem odbitym. W tym przypadku obraz anamorficzny rozpada się na dwie rzutnie, jego złożona, całkowita restytucja wymaga od obserwatora dość dokładnego przyjęcia stanowiska na określonym kierunku, a więc będzie tu odgrywała znaczącą rolę ścieżka dobrego widzenia. Dlatego w praktyce, przyjmując ten rodzaj anamorfozy kierunek ten można wymusić poprzez np. odpowiednią aranżację wnętrza.

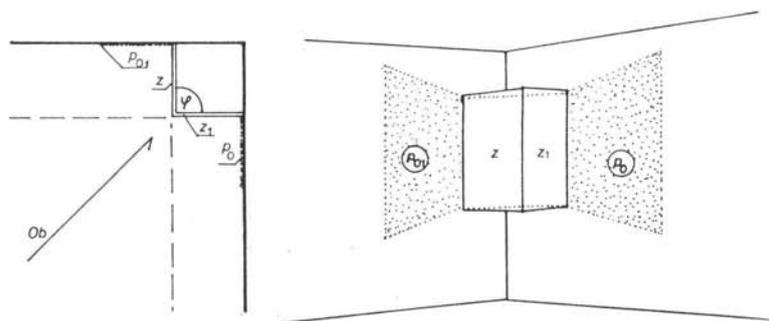


fig129. Schemat zastosowania anamorfozy płaszczyznowej, dwuzłożonej, narożnej

III. Anamorfoza płaszczyznowa, dwuzłożona, na jednej rzutni (fig.130). Są to dwa lustra o wspólnej krawędzi. Rzutnią jest płaszczyzna jednej ściany dzielona złożonymi lustrami. W tak komponowanej anamorfie należy wykluczyć kąt złożenia $\varphi = 90^\circ$, gdyż obraz krawędzi złożenia ucieka w nieskończoność. Interesującym w tej anamorfie jest to, że dzieląc powierzchnię ściany na dwa zdeformowane, rozłożone obrazy integruje się jej powierzchnię i zarazem obraz w restytucji. Inną wersją tej anamorfy jest dwuzłożona, asymetryczna. Ona angażuje różne pasy rzutni o różnych szerokościach. W zastosowaniu pod samym stropem (fig.131) jedna z rzutni załamuje się na sufit.

IV. Anamorfozy płaszczyznowe-refleksyjne trój i wielozłożone. Ich charakterystycznym elementem jest wspólny punkt zwierciadeł, czyli zwierciadła tworzą ostrosłup o dowolnej ilości ścin. Plastycznie ciekawym elementem będzie dla nich układ pola obrazu, przypominający gwiazdę rozwinięcia (fig.132).

Anamorfoza taka z powodzeniem może komponować ścianę jako specyficzny obraz. Ciekawą lokalizacją będzie naroże sufitu i ścian, tam umieszczona ana-

anamorfoza tróścienna angażować będzie te trzy płaszczyzny jako rzutnie.

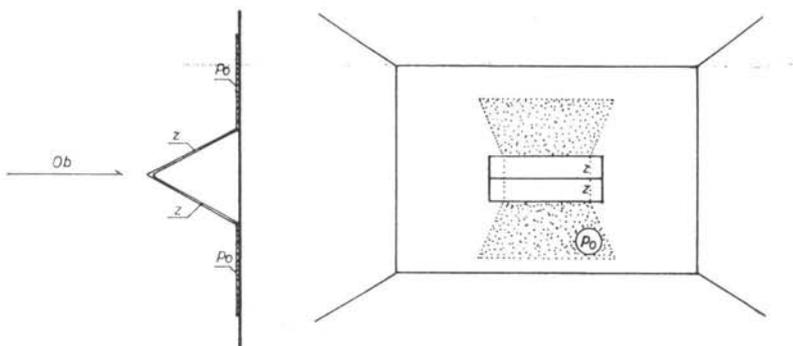


fig.130. Schemat zastosowania anamorfozy płaszczyznowej dwuzłożonej

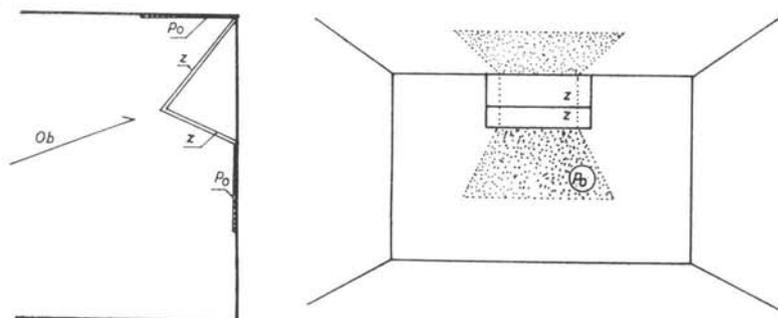


fig131. Schemat zastosowania anamorfozy płaszczyznowej dwuzłożonej, asymetrycznej

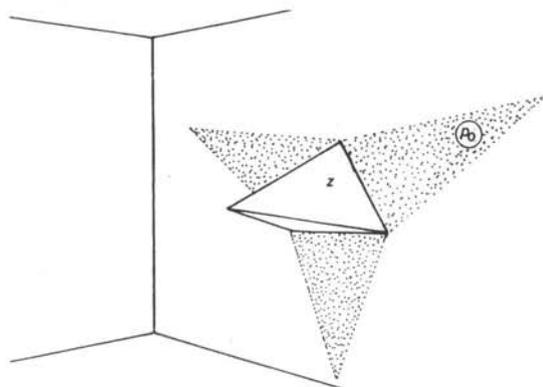


fig.132. Anamorfoza refleksyjna trójścienna

Załamaniem rzutni na krawędzi podstawy ostrosłupa refleksyjnego i zamknięcie ich w formie ostrosłupa wklęsłego ze środkiem refleksyjnym, ukształtuje swobodny, anamorficzny, przestrzenny element kompozycyjny (fig.133). Pojawia się zatem nowa możliwość aranżacji przestrzeni poprzez składanie z poszczególnych elementów różnych form. Ułożone poziomo na wysokości wzroku, utworzą pas anamorficzny (fig.134), rozbijając monotnię dużej płaszczyzny ściany. Ich punkty obserwacji będą tworzyły specyficzną ścieżkę widzenia, bo idąc nią będziemy obserwować różne restytuujące się obrazy. Szeroki zakres możliwości budowy anamorficznych elementów kompozycyjnych, oraz swoboda ich wzajemnego komponowania stwarza nieskończone możliwości kształtowania estetyki wnętrza.

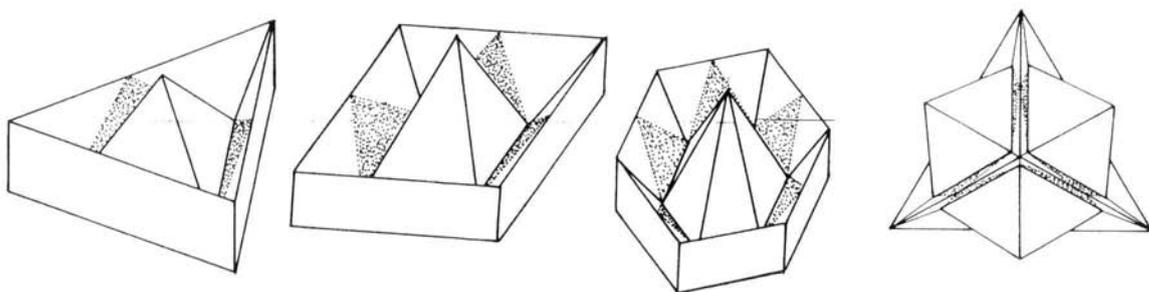


fig.133. Anamorficzne elementy kompozycyjne

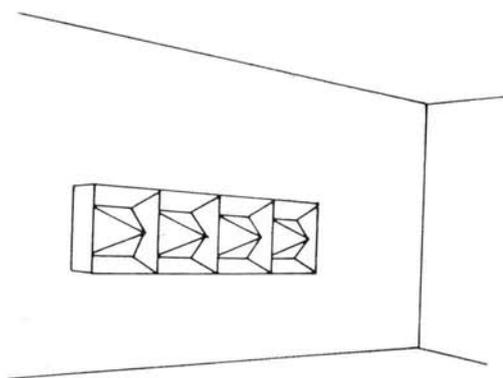


fig.134. Pas anamorficzny-schemat zastosowania

Trawestując wawelski strop sali "Pod Głowami", można kasetony współczesnych stropów podwieszanych wypełniać wielozłożonymi formami anamorficznymi, używając w ich treści wawelskich głów (*fig.135*). W gniazdach kasetonów mogłyby znaleźć swe miejsce anamorfozy powierzchniowe zwijalne, wypukłe bądź wklęsłe, jak również anamorfozy refleksyjne wielozłożone.

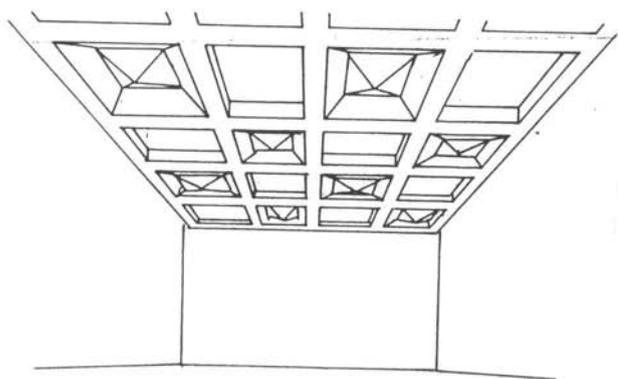


fig.135. Anamorficzna sala "Pod Głowami"

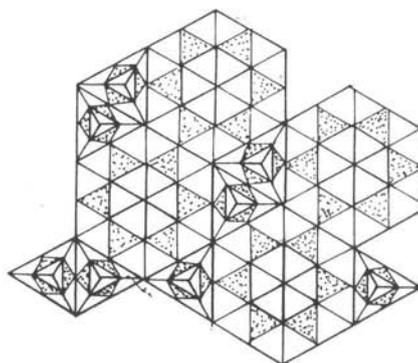


fig.136. schemat zastosowania, parkietarz

Rozważając dalsze możliwości zastosowań swobodnych form anamorficznych, zasugerować można układ parkietażu anamorficznego komponującego szczelnie fragmenty ścian czy stropów (*fig.136*), jako układ uzupełniających się elementów np. o podstawach sześciokątów foremnych i uzupełniających trójkątów równobocznych. Dalej zaproponować można gwieździstą formę przestrzenną z ostrosłupów refleksyjnych z załamanymi rzutniami, o różnych punktach obserwacji (*fig. 137*), jako anamorfę refleksyjną gwieździstą.

4.3.2. Wnętrza sakralne

We wnętrzach sakralnych istnieje możliwość zastosowania obrazów anamorficznych np. w ołtarzu, w którym centralne miejsce zajmie zwierciadło przekształcające obraz, umieszczony na suficie prezbiterium. Możliwości te mogą być zawężone poprzez skalę powierzchni pola obrazu. Z założenia obraz ten powinien być komponowany na płaszczyźnie. Ewentualna jego konstrukcja na powierzchni sklepienia prowadziłaby do dużych komplikacji związanych z jego geometryczną deformacją. Innym przykładem dla tego wnętrza byłoby uwzględnienie anamorfozy refleksyjnej walcowej przy projekcie chrzcielnicy,

gdzie obraz anamorficzny symbolu Ducha Świętego umieszczony na pokrywie odtworzony byłby w jej walcowym zwieńczeniu.

Lektura publikacji *"Dąbie, witraże 600-lecia"* prof. Jana Bruzdy o nowej, fascynującej technice i technologii, którą artysta opracował i zastosował w zaprojektowanych i wykonanych przez siebie *"witrażach 600-lecia"* w Kościele Wniebowzięcia w Dąbiu k/ Będzina, rozbudziła wyobraźnię i zaowocowała pewną koncepcją zastosowania obrazów anamorficznych na taflach szkła organicznego. Witraże z polimerów, ...polegają na całkowitym zerwaniu z przeszłością. Dawna technika witraży polegała na przycinaniu kawałków kolorowego szkła i łączeniu ich ołowianymi spoinami. Ten sposób został całkowicie zarzucony w technice witraży wykonywanych z polimerów i zastąpiony tworzeniem zróżnicowań barwnych wewnątrz płyty organicznego szkła...²

Właśnie ta technika i technologia która odchodzi od konieczności połączeń ołowianych, tworzących charakterystyczną sieć linii, technika w której ...witraże mogą stać się podobne do akwareli, czy paseli lecz powiększonych do rozmiarów okien w architekturze...³ ...gdzie plamy malarskie kładzie się swobodnie, miękko i naturalnie...⁴, ta technika a szczególności te charakterystyczne różnice predysponują witraż polimeryczny jako możliwy do stosowania w obrazach anamorficznych.

Jako sugestię formy można zaproponować kolisty witraż polimeryczny z centralnym rdzeniem stożkowo refleksyjnym. Witraż byłby obrazem anamorficznym, którego treść-przesłanie restytuowane byłoby z określonego kierunku w tym stożkowo refleksyjnym rdzeniu. Istnieje tu nieskończona możliwość wzajemnych zestawień zwierciadła z witrażem polimerycznym. Treść obrazu anamorficznego pozostaje w gestii artysty.

Jako jeszcze jedno z możliwych zastosowań i popularyzujących tę dziedzinę sztuki jest możliwość wprowadzenia anamorfozy do mieszkań jako np. świąteczną dekorację stołu. Treści tych małych anamorficznych obrazów można nazywać okolicznościowymi. Obraz anamorficzny mógłby być zakomponowany na płaszczyźnie wymiennej podstawki pod odpowiednio uformowane zwierciadło.

Na zakończenie przedstawiono kilka obrazów anamorficznych, dla anamorfozy refleksyjno walcowej, oraz ich restytucję jako przykłady treści.

4.4. Przykłady treści obrazów anamorficznych

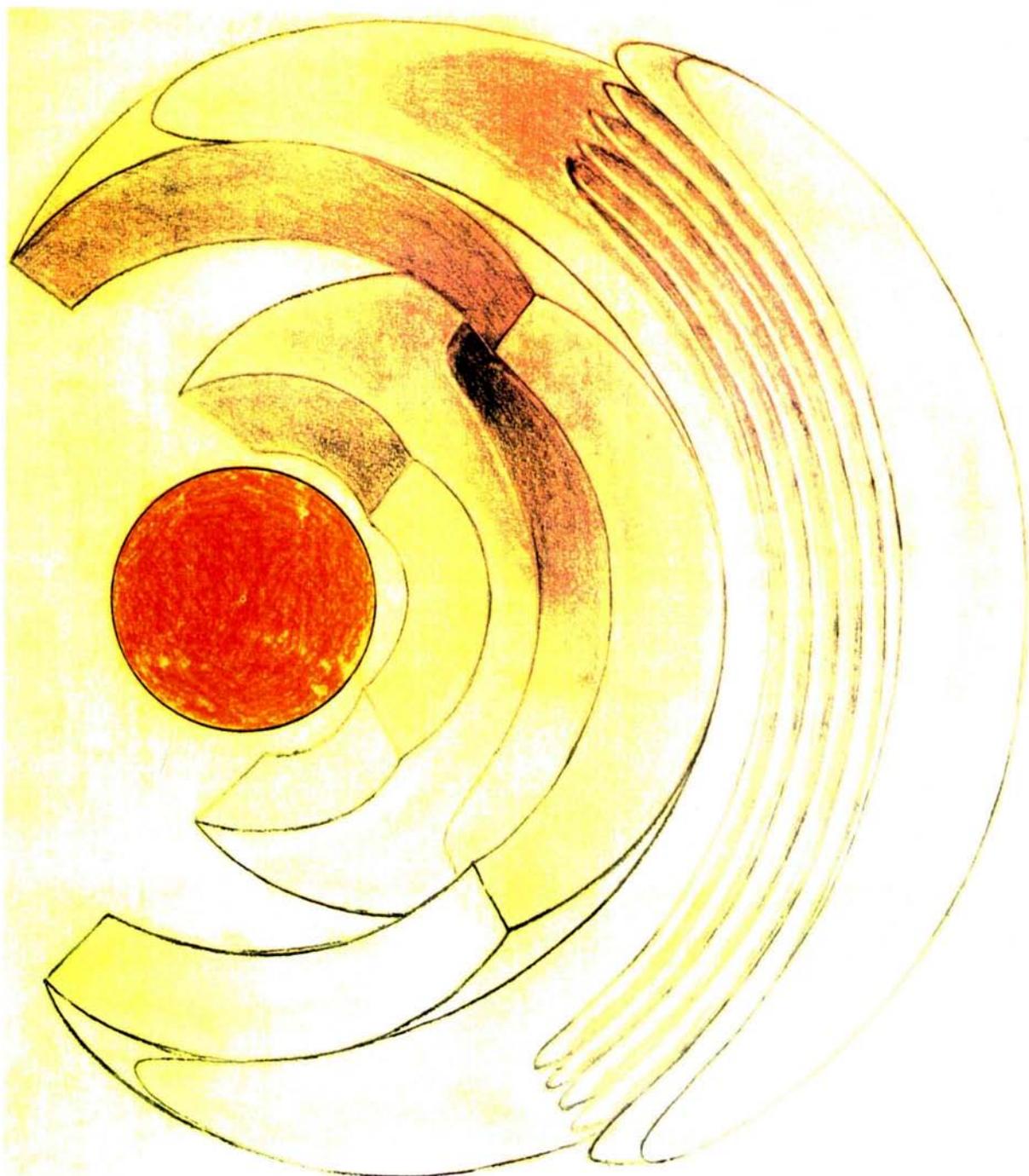


fig.137. Obraz anamorficzny,refleksyjno-walcowy,"Technika" (opracowanie autora)

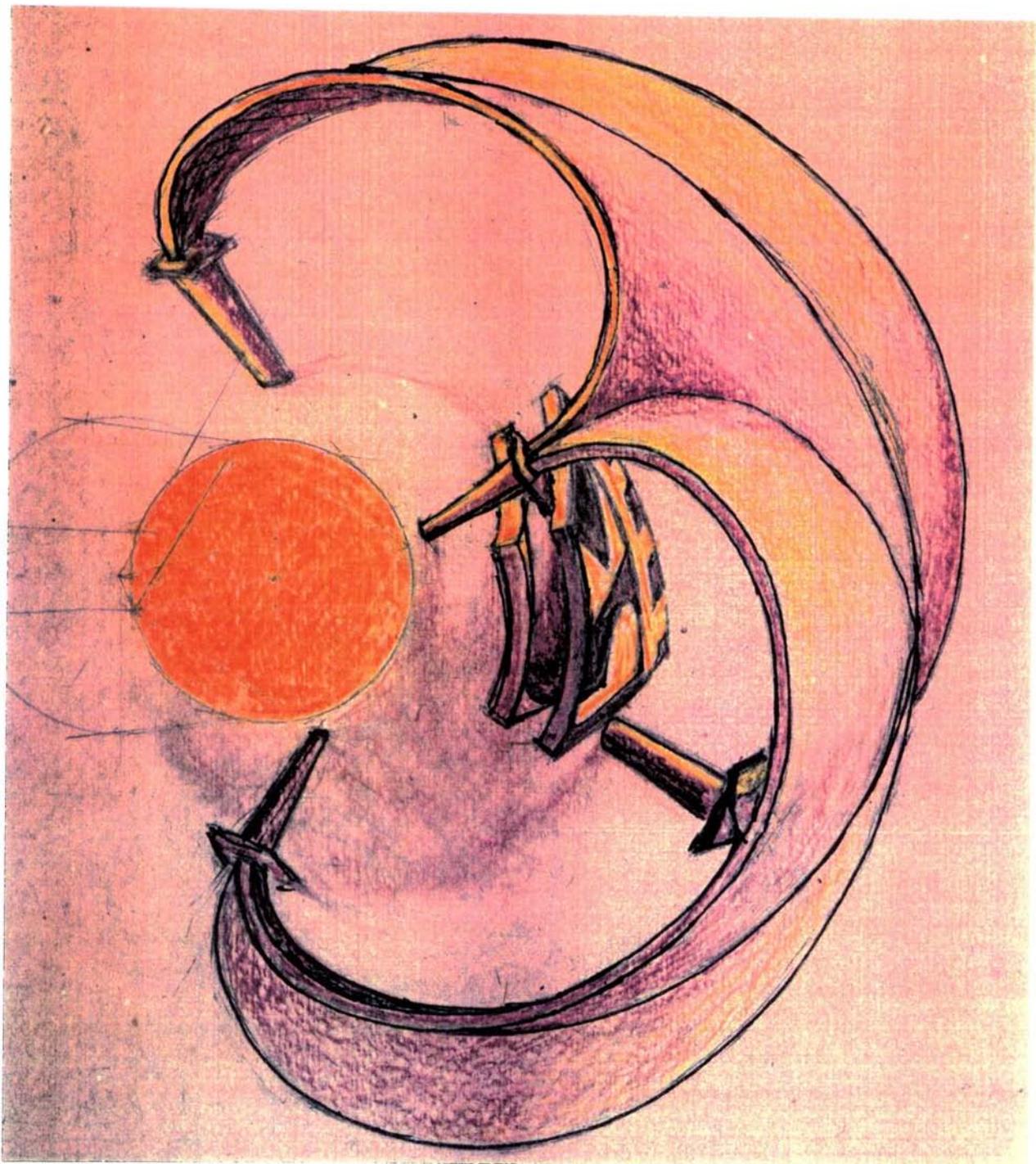


fig.138. Anamorfoza refleksyjno walcowa" Architektura", (opracowanie autora)



fig.139. Aanamorozza refleksyjno,walcowa, "Boże Narodzenie", (opracowanie autora)



fig.140. Obraz zrestytuowany, "Technika" anamorfoza refleksyjna, walcowa

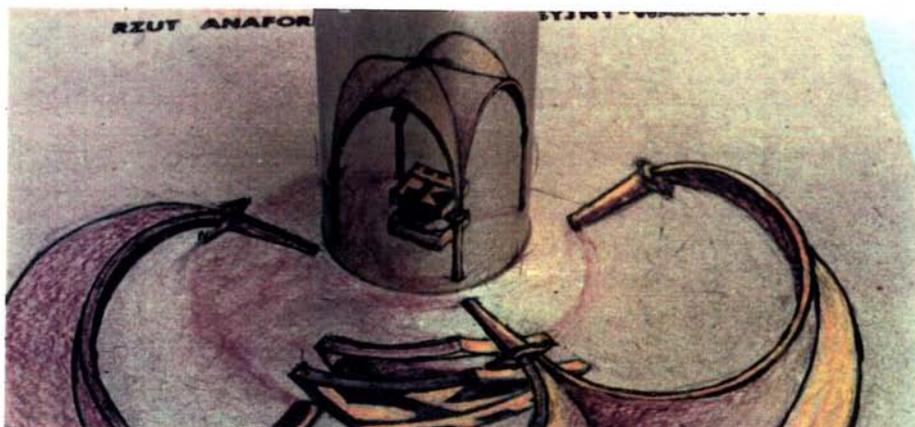


fig.141. Obraz zrestytuowany, "Architektura" anamorfoza refleksyjna, walcowa



fig.142. Obraz zrestytuowany, "Boże Narodzenie", anamorfoza refleksyjna, walcowa

PRZYPISY

4. Zastosowania

1. Dziennik Polski, *Nie zasłaniać perspektywy*, 21.03.97.
2. Jan bruzda, *Polimery w malarstwie*, PK, A-7, Kraków, 1993. s.21
3. jak wyżej, s.18
4. Jan bruzda, *Dąbie, witraże 600-lecia PK*, A-7, Kraków, 1993. s.7

5. Podsumowanie

Czy anamorfoza to sztuka minionej epoki?! Jej rozkwit przypada na wiek XVII, wiek traktatów, rozpraw..i gabinetów anamorficznych. Ta elitarna sztuka uprawiana była przez nielicznych artystów i często w założeniu dla wąskiego grona odbiorców. Przyczyn prawdopodobnie było wiele. Jedną z nich to zapewne treść obrazów anamorficznych, które często będąc erotykami, z założenia kierowane były do wąskiej grupy. Drugą przyczyną to trudności w dostępie do zwierciadeł o różnych kształtach. W tej minionej epoce zwierciadła wykonywano ze srebrnych polerowanych blach, stąd wykonanie odpowiedniej powierzchni nie było dla złotnika trudne, lecz dla zamawiającego kosztowne. Trzecia, być może najważniejsza przyczyna, to brak znajomości podstawowych, a przecież intuicyjnych wówczas zasad ich powstawania, które początkowo pilnie były strzeżone przez pracownie uznanych mistrzów, tak jak wówczas odkrywano tajniki perspektywy malarskiej.

W zamyśle autora jest rozbudzenie zainteresowania zapomnianą, a jakże fascynującą dziedziną sztuki poprzez wskazanie zasad geometrycznych i uproszczeń w projektowaniu refleksyjnych obrazów anamorficznych. W dzisiejszej dobie techniki, przy ogólnym dostępie do różnych materiałów i form refleksyjnych, problem zwierciadła nie jest już barierą w jej rozwoju.

Rozważania geometryczne zawarte w tej rozprawie są podstawą teoretyczną do rozwiązań praktycznych mających na celu wspomaganie projektowania różnego rodzaju obrazów anamorficznych. Zaproponowano trzy różne metody upraszczające budowę deformacji takich obrazów.

- przyrząd do płaskiego przekształcania rzutni anamorficznej
- zasadę budowy siatek deformacyjnych
- anamorficzne przekształcenie przestrzeni metodą fotooptyczną

Autor ma nadzieję, że określone zasady geometryczne, uproszczenia konstrukcyjne oraz wskazania do projektowania, dają podstawowe możliwości wzbogacenia warsztatu artysty, architekta o znajomość budowy obrazów anamorficznych.

Praca w części teoretycznej, praktycznej i zastosowań, jest oryginalnym dorobkiem autora, częściowo opublikowanym.

Obrazy anamorficzne skłaniają do refleksji i zadumy. W nich można doszukać się elementów nadrealistycznych, odkryć nowy sens abstrakcji, zamyślić się nad prawami natury. Anamorfozy to skrajny fenomen. Można by wysunąć tezę, że jest to rzadko problem wielkiej sztuki a raczej jakości estetycznych. Ale jeśli rozszerzyć pojęcie estetyki na obszar naszej percepcji zmysłowej, to anamorfozy zdobywają korzyść specjalną bo wymagają od obserwatora specjalnej uwagi w ich odbiorze.



6. Spis ilustracji

1. Johann J.Schubler - <i>Perspektywa longimetryczna</i> , rycina, 1719-1720. Muzeum Narodowe w Warszawie.....	6
2. Konstanty Brandel " <i>katedra I</i> ", 1907 Muzeum Narodowe w Warszawie.....	6
3. Giovanni F.Camoccio " <i>Humani victus instrumenta</i> ", miedzioryt, 1569, Muzeum Narodowe w Warszawie.....	7
4. Francois Spierre " <i>Pejzaż z górą Athos</i> ", akwaforta, ok.1650. Biblioteka Uniwersytetu Warszawskiego.....	7
5. Georg C.Bodenehr. <i>Plafon sali reprezentacyjnej</i> , miedzioryt XVIII w. Muzeum Narodowe we Wrocławiu.....	8
6. Mathias Kusel. <i>Dekoracja teatralna</i> , miedzioryt. Muzeum Narodowe w Warszawie.....	8
7. andrea pozzo, 1691-94, " <i>Alegoria misji jezuickich</i> ", fresk, za Alison Cole, <i>Perspektywa</i> , Wrocław 1995.....	9
8. Jan Ziarnko. " <i>Para kochanków</i> " anamorfoza, miedzioryt, 1608. Muzeum Narodowe w Krakowie.....	10
9. Hans Hamngren. <i>Krzeseł w anamorfozie cylindrycznej</i> . 1977 Muzeum Sztuki w Łodzi.....	11
10. Leonardo da Vinci 1492, " <i>Codex Atlanticus, Milan</i> " Paryż Bibliotheque ambrosienne.....	17
11. Leonardo da Vinci 1492, " <i>Codex Atlanticus, Milan</i> " Paryż Bibliotheque ambrosienne.....	18
12. Hans Holbein, 1533. " <i>Ambasadorzy</i> " - olej na desce.....	
13. Hans Holbein, " <i>Czaszka</i> " restytucja anamorfozy z obrazu " <i>Ambasadorzy</i> ".....	19
14. William Scrots. 1546. <i>Edward VI</i> - olej na desce, National Portrait Gallery, Londyn.....	20
15. <i>Portret księcia Edwarda VI</i> - restytucja anamorfozy.....	20
16. Erhard Schon. <i>Portret czterech osobistości</i> - drzeworyt 1535. Musee des Arts decoratifs Paris.....	21
17. Erhard Schon. <i>Erotyka</i> - drzeworyt 1535. Musee des Arts decoratifs Paris.....	21

18.	Erhard Schon. <i>Prorok Jonasz</i> - drzeworyt 1558. Musee des Arts decoratifs Paris.....	22
19.	Johan Heinrich Glaser. <i>Chrystus Ukoronowany</i> . 1638. Musee des Arts decoratifs Paris.....	22
20.	Emmanuel Maignan. 1642 - <i>fresk anamorficzny</i> - widok czołowy. Klasztor Świętej Trójcy na Górze w Rzymie.....	23
21.	Emmanuel Maignan. <i>Fresk anamorficzny</i> - widok w kierunku restytucji.....	24
22.	Emmanuel Maignan. <i>Restytucja fresku</i> - zbliżenie.....	25
23.	Emmanuel Maignan. <i>Inna treść fresku</i> . - krajobraz	25
24.	Chiny, XVI w, autor nieznany. <i>Anamorfoza zwierciadlana o treści erotycznej</i> . Musee des Arts decoratifs Paris.....	17
25.	Henry Kettle. 1770. XVII w.- anamorfoza stożkowa " <i>Dziewczynaz ptakiem na uwięzi</i> ". Rijksmuseum, Amsterdam...	28
26.	Henry Kettle. 1770. - anamorfoza stożkowa " <i>Dzik broniący warchlaka</i> " Rijksmuseum, Amsterdam.....	29
27.	Henry Kettle. XVIII w. - anamorfoza walcowa " <i>Dzik osaczony</i> " Rijksmuseum, Amsterdam.....	30
28.	Henry Kettle. XVIII w. - anamorfoza piramidalna " <i>Portret mężczyzny</i> " Rijksmuseum, Amsterdam.....	31
29.	Autor nieznany - anamorfoza walcowa Rijksmuseum, Amsterdam.....	32
30.	Autor nieznany - anamorfoza walcowa " <i>Zmartwychwstanie Pańskie</i> " Musee des Arts decoratifs Paris.....	33
31.	Autor nieznany - anamorfoza walcowa " <i>Ukrzyżowanie</i> "- kolekcja prywatna Elffars, Amsterdam.....	34
32.	Autor nieznany - XVII w. - anamorfoza stożkowa " <i>Trupia czaszka</i> " - kolekcja prywatna Elffars, Amsterdam	35
33.	James Steerre, 1786, anamorfoza walcowa, " <i>Viktory</i> " Londres, science Museum.....	36
34.	Allemagne du Sud, XVI w. " <i>Jezus i Maryja</i> ," kolekcja Bazzi, Milan.....	37
35.	Autor nieznany, 1670. kolekcja, Elffers, Amsterdam.....	38
36.	Autor nieznany - 1870 - anamorfoza płaszczyznowa " <i>Zamek</i> " ,kolekcja prywatna Elffars, Amsterdam.....	39

37. Zasada anamorfozy optycznej, Encyclopedia powszechna	40
38. Kartka z pozdrowieniami, zaszyfrowanymi anamorfozą, A.Z.	41
39. Droga dla rowerów, odczyt z pozycji kierowcy, fot. J. Świdorski.....	42
40. Droga dla rowerów, obraz anamorficzny, fot. J. Świdorski.....	42
41. Tabela, " <i>klasyfikacja anamorf powierzchniowych</i> " A. Z.....	47
42. Tabela, " <i>Klasyfikacja anamorf refleksyjnych</i> " A.A.....	48
43. Emmanuel Maignam. 1648. Rycina stanowiąca zasadę konstrukcji fresku w klasztorze Świętej Trójcy w Rzymie.....	49
44. Jean Francois Niceron. 1646. Anamorfa płaszczyznowa, konstrukcja siatki, Thaumaturgus Opticus., Rzym.....	50
45. Jean F.Niceron. Anamorfoza zwijalna 1646. - Biblioteka PAN w Gdańsku.....	51
46. Jean.F.Niceron. " <i>Krzeseł w anamorfozie płaszczyznowej</i> ". 1646. Biblioteka PAN w Gdańsku.....	51
47. Jean F.Niceron. 1638. Siatka dla refleksyjnej anamorfozy walcowej, Biblioteka PAN w Gdańsku.....	52
48. Pere du Breuil. " <i>La perspective pratique</i> ". 1649. Procedura geometryczna dla anamorfozy refleksyjno stożkowej. Paryż.....	53
49. Pere DuBreuil. " <i>La perspective pratique</i> ".1649. Procedura geometryczna dla anamorfozy refleksyjno piramidalnej. Paryż.....	54

Rysunki od 50 do 137 - opracowanie autora

7. Bibliografia

1. *Bartel Kazimierz*, "Perspektywa malarska"- t.I PWN - Warszawa 1960.
2. *Bartel Kazimierz*, "Perspektywa malarska " - t. II. pod redakcją F. Otto, PWN, Warszawa 1958
3. *Bartel Kazimierz*, "Geometria wykreślna" PWN Warszawa 1958
4. *Bogdanowski Janusz*, "Kompozycja i planowanie w architekturze krajobrazu" PAN - Kraków 1976.
5. *Bruzda Jan*, "Szkice architektoniczne", Samodzielny Zakład Rysunku, Malarstwa i Rzeźby A-7 PK Kraków 1993
6. *Bruzda Jan*, "Polimery w malarstwie" Samodzielny Zakład Rysunku, Malarstwa i Rzeźby A-7 PK Kraków 1993
7. *Bruzda Jan*, "Dąbie-witraże 600-lecia" Samodzielny Zakład Rysunku, Malarstwa i Rzeźby A-7 PK Kraków 1993
8. *Cole Alison*, "Perspektywa - świadectwa sztuki" w przekładzie Alicji Bończyk, Wydawnictwo Dolnośląskie, Wrocław 1995
9. *Coxeter H.S.M.*, "Wstęp do geometrii dawnej i nowej PWN - 1967
10. *Czech Ludmiła*, "Zastosowanie niektórych rezultatów geometrii konstrukcyjnej w inżynierii", PK, Monografia 192, Kraków 1995
11. *Czech Ludmiła*, " O trójkącie, trysekcji i trysektorze trójkątnym", Wybrane zagadnienia Geometrii Wykreślnej, Monografia PK nr115, Kraków 1991
12. *Dyduch Tadeusz*, "Algorytmizacja procedury wyznaczania widoczności krawędzi wielościanów wypukłych", Ogólnopolskie Seminarium Geometria i Komputer, Politechnika Śląska, Gliwice 1988.
13. *Dyduch Tadeusz, Jonak Marcin* " Geometria Wykreślna w podstawach projektowania", Ogólnopolskie Seminarium Geometria i Komputer, Wiśła 1994
14. *Dyduch Tadeusz, Zdziarski Andrzej*, "Pewne algorytmy odbić lustrzanych", Wiśła 1995.

15. Encyklopedia powszechna, PWN, Warszawa 1973.
16. *Esher M.C.*, "The Graphic Work"
17. *Folga-Januszewska Dorota*, "Perspective, Ilusion, Ilusionizm" Projekt No143 KAW, Warszawa 1981.
18. *Horczyczak M, J.Skierski*: "AutoLISP dla użytkowników AutoCAD'a. Wyd. PLJ, Warszawa 1991
19. *Jonak Marcin* "O pewnym przekształceniu kwadratowym w zastosowaniu do badań krzywych rzędu $n \geq 2$ ", Konferencja Naukowo-Dydaktyczna, Wola Zręczycka 1988
20. *Królikowski Jerzy* "Matematyka-wzory, definicje" Warszawa 1962
21. *Mroczkowski Jerzy*, " Rzutowa realizacja geometrii Łobaczewskiego" Politechnika Wrocławska - Monografia No18, Prace Naukowe Instytutu Architektury i Urbanistyki, seria 10, Wrocław 1980
22. *Marian Palej*, "Związki akolineacji środkowej", zesz. nauk. nr127, Politechnika Śląska, Gliwice 1965.
23. *Pałasiński Zbigniew*, "Geometryczne zasady odwzorowań utworów przestrzennych na płaszczyźnie rysunku" - PWN - Warszawa 1985.
24. *Pałasiński Zbigniew*, " Zasady perspektywy" PK Kraków 1971
25. *Pałasiński Zbigniew*, "Podstawy geometryczne, działania praktycznych odległościomierzy kaserowych" Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Dydaktyczna Geometrii Rzutowej i Wykreślnej, Kielce 1979.
26. *Pałasiński Zbigniew*, "Projekcja przestrzenna oraz niektóre możliwości jej praktycznej realizacji" Konferencja Naukowo-Dydaktyczna, Janowice 1978.
27. *Pałasiński Zbigniew*, "Projekcja przestrzenna oraz niektóre możliwości jej praktycznej realizacji" Konf.Nauk.Dydakt. Janowice
28. *Praca zbiorowa*, Program - katalog 11 Międzynarodowego Biennale Grafiki w Krakowie 1986
29. *Praca zbiorowa*, "figaroscope" dodatek, do "Le Figaro" , XII 1995
30. *Seruga Waclaw*, " Warunki i kryteria kształtowania niskiej intensywnej zabudowy mieszkaniowej", PK Monografia No27, Kraków 1984.

32. *Suzin L.*, "Perspektywa wykresowa dla architektów" Arkady Warszawa 1974.
33. *Szerszeń Stanisław*, "Nauka o rzutach" PWN, Warszawa, 1959.
34. *Vogt Otmar*, "Obserwacja obiektu architektonicznego z zastosowaniem urządzenia komputerowego", PK Monografia No115, Wybrane zagadnienia Geometrii Wykreślnej, Kraków 1991.
35. *Zdziarski Andrzej*, "Podstawy powstawania rzutu anaformiczno-refleksyjno-walcowego", Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Dydaktyczna Geometrii Rzutowej i Wykreślnej, Kielce 1979.
36. *Zdziarski Andrzej*, "Niektóre problemy związane z wykreślaniem anaform", Krajowa Konferencja z Geometrii, Białystok 1980.
37. *Zdziarski Andrzej*, "Fotooptyczne przekształcenie elementów przestrzeni na rzutnię anaformiczną", Janowice 1987.
38. *Zdziarski Andrzej*, "Mechaniczne kreślenie elementów płaskiego przekształcenia rzutni anaformicznej", PK Monografia No115, Wybrane zagadnienia Geometrii Wykreślnej, Kraków 1991.
39. *Zdziarski Andrzej*, "Anamorfical Transformation of Space Elements Aided with the Deformation Net" 7th ICECGDG, Kraków 1996.
40. *Zin Wiktor*, "Piękno niedostrzegane" Arkady, Warszawa 1971.
41. *Zin Wiktor*, "Piękno potężne" Arkady, Warszawa 1972.
42. *Zin Wiktor*, "Piękno utracone" Arkady, Warszawa 1974.
43. *Zin Wiktor, Kadłuczka Andrzej*, "Drugie Międzynarodowe Sympozjum Konserwacji" PK, Kraków 1988

