

Instytut Inżynierii i Gospodarki Wodnej Politechniki Krakowskiej

**MATEMATYCZNE MODELOWANIE FILTRACJI W SĄSIEDZTWIE STAWU
INFILTRACYJNEGO**

rozprawa doktorska

mgr inż. Krzysztof Wojciech Książczyński

Promotor :

Prof. zw. dr hab. inż.
Artur Wiczysty

Kraków 1991

1. CZĘŚĆ INFORMACYJNA

1.1. Przedmowa

W roku 1978 Zakład Hydrauliki i Hydromechaniki Instytutu Inżynierii Wodnej Politechniki Krakowskiej, którego jestem pracownikiem, rozpoczął w ramach programu rządowego PR-7.01.03.01 pracę nad tematem *Modele hydrodynamiczne wybranych procesów hydrologicznych*. Ponieważ, począwszy od pracy dyplomowej, specjalizuję się w modelach ruchu wód gruntowych, wziętem w tych pracach udział i podjąłem się przygotowania modelu infiltracji i odpływu podziemnego. Zacząłem zatem studiować ruch wody w strefie niepełnego nasycenia, przy czym już sam cel badań podsuwał zastosowanie koncepcji jednolitego opisu filtracji w całym gruncie. Pracę posuwały się gładko do momentu rozpoczęcia realizacji numerycznej przygotowanego algorytmu. Po przewyciężeniu problemu stabilności uzyskiwanych rozwiązań, udało się otrzymać poprawne wyniki tylko dla bardzo łagodnych – syntetycznych charakterystyk gruntowych. W ten sposób dawała o sobie znać, z czego zdałem sobie sprawę znacznie później, duża skala modelu. Sposoby rozwiązania tej kwestii nie były mi jeszcze wtedy znane – wzmianki na ten temat w literaturze pojawiły się dopiero w połowie lat osiemdziesiątych [54,55].

Uogólniony na obie strefy nasycenia model filtracji miał stanowić tylko punkt odniesienia dla hydrodynamicznego modelu infiltracji i odpływu podziemnego. Pracę nad tym ostatnim poszły w kierunku rozwiązań uproszczonych – jednowymiarowych w przestrzeni, co pozwoliło ominąć problem skali. W tej sytuacji w roku 1981, po zakończeniu pierwszego etapu programu rządowego, kierownik Zakładu profesor Bolesław Kordas zasugerował mi kontynuację badań nad modelem ogólnym w ramach pracy doktorskiej prowadzonej pod jego kierunkiem. Model matematyczny miał być przy tym uzupełniony obszernym eksperymentem laboratoryjnym, pozwalającym na weryfikację wyników. Niestety tragiczna śmierć Profesora przerwała moje starania o otwarcie przewodu doktorskiego.

Badania były kontynuowane, natomiast otwarcie przewodu nastąpiło w roku 1984, już pod kierownictwem prof. dr hab. inż. Artura Więzystego. Ze względu na nasilający się kryzys ekonomiczny zrezygnowano przy tym z kosztownego eksperymentu laboratoryjnego, nadając równocześnie pracy bardziej zastosowawczy charakter przez skupienie zainteresowania na stawie infiltracyjnym.

Problemy związane z dużą skalą modelu i siatki dyskretnej rozwiązane zostały dopiero po bardzo wielu eksperymentach numerycznych i obliczeniach analitycznych, dzięki opracowaniu metody uśredniania wilgotności w bloku dyskretnym. Bardzo istotny był przy tym postęp, jaki dokonał się pod koniec lat osiemdziesiątych w zakresie wykorzystywanych w badaniach maszyn liczących. Do roku 1987 obliczenia mogły odbywać się wyłącznie systemem wsadowym na udostępnianych w centrach obliczeniowych maszynach ODRA 1305 i CYBER 72. Sprowadzenie przez Instytut maszyn cyfrowych MERA 400 umożliwiło pracę konwersacyjną, ale dopiero obliczenia na komputerach IBM PC typu ŻT i AT pozwoliły na korzystanie z nowoczesnych systemów śledzących pracę programu. Tak więc, dzięki wspomnianym minikomputerom, od roku 1988 nastąpił szybki postęp w badaniach i odkryta została zasadnicza przyczyna dotychczasowych niepowodzeń. Pozwoliło mi to po trzech kolejnych latach zakończyć pracę doktorską.

W tym miejscu chciałbym serdecznie podziękować tym wszystkim, z których życzliwości i konsultacji wielokrotnie korzystałem w toku badań. Szczególnie wdzięczny jestem promotorowi profesorowi Arturowi Więzystemu, który znajdował dla mnie czas nawet w najtrudniejszym dla siebie okresie oraz kierownikowi Zakładu docent Elżbiecie Nachlik za pomoc we wszystkich

sprawach technicznych i organizacyjnych, dyskretne czuwanie nad przebiegiem pracy i doping zastosowany w odpowiednich momentach. Sporo czasu poświęcili mi również mgr A. Kowalik, doc. R. Wit (z Instytutu Fizyki UJ), dr. P. Jeż i wielu innych kolegów z Instytutu, których nazwisk nie wymieniam. Wszystkim im bardzo dziękuję

Autor

Kraków, 15 stycznia 1991 r.

1.2. Spis treści

1. CZĘŚĆ INFORMACYJNA	3
1.1. Przedmowa	3
1.2. Spis treści	5
1.3. Skorowidz oznaczeń.....	8
1.4. Spis rysunków	12
2. PRZEDSTAWIENIE PROBLEMU	14
2.1 Wstęp.....	14
2.2. Metody wzbogacania zasobów wód podziemnych	14
2.3. Cel i zakres pracy	15
3. PRAKTYKA EKSPLOATACJI STAWÓW INFILTRACYJNYCH.....	18
3.1. Typowy schemat hydrogeologiczny.....	18
3.2. Ogólny obraz ruchu pod dnem stawu infiltracyjnego	19
3.3. Kolmatacja dna.....	19
3.3.1. Osad denny	20
3.3.2. Kolmatacja wgłębna	22
3.4. Wpływ warunków infiltracji na jakość wody.....	23
3.4.1 Biodegradacja zanieczyszczeń.....	24
3.4.2. Wstępne przygotowanie wody do infiltracji.....	25
3.4.3 Wpływ środowiska gruntowego na jakość infiltrującej wody.....	25
3.4.4. Rola warunków przepływu wody w procesach oczyszczania	26
4. FIZYCZNO-MATEMATYCZNY OPIS FILTRACJI W SĄSIEDZTWIE STAWU INFILTRACYJNEGO.....	27
4.1. Charakterystyka zjawisk zachodzących w gruncie w czasie filtracji.....	27
4.1.1. Zjawiska kapilarne w gruncie	27
4.1.2. Histereza wilgotności.....	28
4.1.3. Wzajemna zależność ruchu powietrza i wody.....	29
4.2. Eksperymentalne prawa ruchu wód gruntowych	30
4.2.1. Formuła Buckingham-Darcy'ego	31
4.2.2. Dyfuzja wilgoci	31
4.2.3. Dobór sposobu zapisu prawa filtracji	32
4.3. Własności filtracyjne gruntu	32
4.3.1. Współczynnik porowatości n	32
4.3.2. Wysokość wznosu kapilarnego h_k	33
4.3.3. Współczynnik filtracji przy pełnym nasyceniu gruntu k	34
4.3.4. Charakterystyka wilgotnościowa.....	34
4.3.5. Charakterystyka przewodnościowa	39
4.4. Równania ruchu wód gruntowych.....	43
4.4.1. Założenia upraszczające	43
4.4.2. Równanie ciągłości przepływu	44
4.4.3. Równania filtracji	45
4.4.4. Pole i warunki jednoznaczności rozwiązania	49
5. PROSTE ROZWIĄZANIA ANALITYCZNE.....	51
5.1. Uproszczenia stosowane przy rozwiązaniach analitycznych	51
5.1.1. Etapy rozwoju infiltracji	51
5.1.2. Rodzaje rozwiązań analitycznych.....	52
5.2. Warunki wystąpienia niepełnego nasycenia pod powierzchnią gruntu	52
5.3. Swobodna infiltracja przy zatopieniu powierzchni gruntu.....	54
5.3.1. Rozwiązania płaskie w przekroju pionowym	54

5.3.2.	Rozwiązanie kwazianalityczne Philpa.....	55
5.3.3.	Model Greena-Ampta	56
5.3.4.	Geometria strumienia infiltracji.....	59
5.4.	Swobodna infiltracja ze zbiornika zasilającego	60
5.4.1.	Przyczyny ograniczenia podaży wody.....	60
5.4.2.	Rozwiązania kwazianalityczne	61
5.4.3.	Model hydrauliczny infiltracji przez strefę nienasyconą.....	62
5.4.4.	Profil wilgotnościowy frontu zwilżania.....	63
5.5.	Przepływ w warstwie wodonośnej zasilanej przez staw infiltracyjny	66
5.5.1.	Rozwiązania analityczne dla ruchu płaskiego	66
5.5.2.	Model hydrauliczny infiltracji podpartej	67
5.5.3.	Model hydrauliczny filtracji w warstwie wodonośnej z zasilaniem powierzchniowym.....	67
6.	MODEL NUMERYCZNY (METODA RÓŻNIC SKOŃCZONYCH).....	71
6.1.	Schematyzacja pola filtracji	71
6.1.1.	Dyskretyzacja warstwy wodonośnej.....	71
6.1.2.	Węzeł siatki dyskretnej.....	72
6.1.3.	Uśrednienie parametrów	74
6.2.	Operator różnicowy	77
6.2.1.	Jawny i niejawny schemat numeryczny.....	77
6.2.2.	Klasyczne wyprowadzenie operatora różniczkowego	79
6.2.3.	Całkowy operator różnicowy	82
6.2.4.	Współczynnik retencji gruntowej	85
6.2.5.	Porównanie klasycznego i całkowego operatora Metody Różnic Skończonych.....	86
6.2.6.	Ograniczenia numeryczne przy operacjach na małych liczbach	86
6.3.	Warunki jednoznaczności rozwiązania	88
6.3.1.	Warunek początkowy	88
6.3.2.	Warunek brzegowy typu Dirichleta	89
6.3.3.	Warunek brzegowy typu Neumanna	90
6.3.4.	Kolmatacja gruntu	91
6.4.	Warunki poprawności rozwiązania	91
6.4.1.	Teoria stabilności.....	91
6.4.2.	Warunki stabilności operatorów różnicowych	92
6.4.3.	Warunki zbieżności dla operatora różnicowego.....	94
6.4.4.	Lokalne warunki zbieżności	94
6.5.	Program obliczeniowy.....	95
6.5.1.	Schemat blokowy programu	97
6.5.2.	Wczytanie danych.....	97
6.5.3.	Obliczenie kolejnych kroków czasowych	98
6.5.4.	Metoda rozwiązania.....	98
6.5.5.	Drukowanie wyników obliczeń	100
6.6.	Weryfikacja algorytmu na danych empirycznych.....	101
6.6.1.	Przebieg wzorcowy.....	101
6.6.2.	Przebieg uzyskany na modelu	103
6.6.3.	Porównanie przebiegów.....	105
7.	PRZYKŁADY ROZWIĄZAŃ.....	108
7.1.	Opis modelowanego obiektu	108
7.1.1.	Parametry modelu dyskretnego	108
7.1.2.	Opracowanie wyników symulacji numerycznej.....	109
7.2.	Staw nawadniający	111
7.2.1.	Infiltracja swobodna	112
7.2.3.	Model hydrauliczny	115

7.3.	Staw zasilający nie podtopiony	116
7.3.1.	Infiltracja swobodna	116
7.3.2.	Zasilanie warstwy wodonośnej	119
7.3.3.	Model hydrauliczny	119
7.4.	Staw zasilający podtopiony	119
7.4.1.	Symulacja numeryczna	120
7.5.	Wpływ kolmatacji dna na pracę stawu nawadniającego	122
7.5.1.	Obliczenie kolmatacji łożyska stawu	122
7.5.2.	Przebieg zmian stanów wód gruntowych	123
7.5.3.	Model hydrauliczny	125
7.6.	Wpływ kolmatacji na pracę stawu zasilającego	126
7.6.1.	Symulacja numeryczna	126
7.6.2.	Model hydrauliczny	128
8.	WNIOSKI	130
8.1.	Wskazania dotyczące projektowania stawów infiltracyjnych	130
8.1.1.	Wnioski ogólne dotyczące jakości pozyskiwanej wody	130
8.1.2.	Wnioski ogólne dotyczące ilości pozyskiwanej wody	131
8.1.3.	Zalecenia techniczne dotyczące projektowania	131
8.2.	Wskazania dotyczące zasad eksploatacji stawów infiltracyjnych	133
8.2.1.	Ocena stanu wód gruntowych pod dnem stawu infiltracyjnego	133
8.2.2.	Wskazania przy sterowaniu dopływem zasilającym staw infiltracyjny	134
8.2.3.	Zalecenia dotyczące regeneracji warstwy kolmatycznej	134
8.3.	Inne zastosowania przedstawionej metodyki	135
9.	LITERATURA	137
9.1.	Cytowana literatura źródłowa	137
9.2.	Cytowana literatura pomocnicza	141
9.3.	Bibliografia zagadnienia obejmująca ważniejsze publikacje nie wykorzystane w pracy	142
	Streszczenia	150
	Matematyczne modelowanie filtracji w sąsiedztwie stawu infiltracyjnego	150
	Mathematical modeling of filtration in the vicinity of an infiltration pond	151
	Mathematische Modellierung der Filtration in der Nähe eines Infiltrationsteichs	152
	Математическое моделирование фильтрации в районе инфильтрационного пруда	153

1.3. Skorowidz oznaczeń

- A – parametr charakterystyki przewodnościowej,
 A_s – powierzchnia ziarna gruntu [m],
 a – parametr histeretyczny charakterystyki wilgotności zależny od przebiegu zmian wilgotności,
 b – parametr wzoru Smitha [$m s^{-1}$],
 B – parametr charakterystyki przewodnościowej,
 B_d – szerokość dna zbiornika [m],
 B_f – szerokość strumienia infiltracji [m],
 B_o – szerokość strumienia infiltracji na poziomie zwierciadła wody w stawie [m],
 B_p – szerokość w planie pasa przepływu [m],
 B_w – szerokość zwierciadła wody w zbiorniku infiltracyjnym [m],
 C – parametr charakterystyki wilgotnościowej,
 c – współczynnik różniczkowej retencyjności wilgoci w gruncie [m^{-1}],
 $c_p(z)$ – lokalne stężenie polutanta [$g m^{-3}$],
 c_{po} – początkowe stężenie polutanta [$g m^{-3}$],
 D – parametr charakterystyki wilgotnościowej,
 D_h – średnica zastępcza ziaren [m],
 D_s – średnica ziarna gruntu [m],
 D_w – współczynnik dyfuzji wilgoci w gruncie [$m^2 s^{-1}$],
 d – średnica porów (kapilar) [m],
 $d_{maż}$ – maksymalna średnica porów [m],
 d_{min} – minimalna średnica porów [m],
 E – parametr temperaturowy wilgotności rezydualnej [$N m^{-2}$],
 E_s – energia związania wody kapilarnej w gruncie na jednostkę objętości [$N m^{-2}$],
 e_r – współczynnik redukcji przewodności na skutek kolmatacji w modelu numerycznym,
 e – wersor osi pionowej z ,
 F_i – parametr i -tego wyrazu wzoru Philipa [$m s^{-1/2}$],
 $f(x)$ – funkcja zmiennej x ,
 f', f'' – kolejne przybliżenia funkcji f ,
 $f_{i,j,l}$ – wartość funkcji $f(x, z, t)$ w węźle i, j, l ,
 $f_{i+1/2}$ – zastępcza wartość funkcji f na odcinku $x_i - x_{i+1}$,
 \underline{f} – średnia (w bloku) lub zastępcza (na odcinku) wartość funkcji f ,
 $\underline{\underline{f}}$ – średnia w czasie i przestrzeni wartość funkcji f ,
 g – przyspieszenie ziemskie [$m s^{-2}$],
 G_s – ciężar próbki gruntu [N],
 H – wektor niewiadomych,
 H – wysokość hydrauliczna [m n.p.p.],

- H_b – stan wody jako warunek brzegowy typu Dirichleta [m n.p.p.],
 H_o – początkowa wysokość hydrauliczna [m n.p.p.],
 He – funkcja Heaviside'a,
 h – wysokość ciśnienia wody [m],
 h_e – graniczna wysokość ssania dla przejścia charakterystyki logistycznej w eksponencjalną [m],
 h_f – krytyczna wysokość ssania na froncie zwilżania [m],
 h_k – wysokość kapilarnego podciągania [m],
 h_{mn} – minimalna graniczna wysokość ssania [m],
 h_{mx} – maksymalna graniczna wysokość ssania [m],
 h_s – wysokość ssania [m],
 h_w – głębokość wody w stawie [m],
 i – oznaczenie wielkości charakteryzującej i -tą frakcję gruntu lub wskaźnik dyskretny odpowiadający zmiennej x ,
 J – sumaryczna objętość infiltracji na jednostkę powierzchni [m],
 j – wskaźnik dyskretny odpowiadający zmiennej Z ,
 k – współczynnik filtracji [$m s^{-1}$],
 k_f – współczynnik przewodności wodnej gruntu [$m s^{-1}$],
 k_i – współczynnik przewodności odpowiadający oporom ruchu dla i -tego zjawiska fizycznego [$m s^{-1}$],
 k_n – maksymalny współczynnik przewodności przy nawilżaniu [$m s^{-1}$],
 k_o – początkowa wartość współczynnika filtracji [$m s^{-1}$],
 k_r – współczynnik przewodności słabo przepuszczalnego przewarstwienia [$m s^{-1}$],
 L_d – długość dna zbiornika [m],
 l – wskaźnik dyskretny odpowiadający zmiennej t ,
 l_i – kolejny numer węzła (równania)
 l_j – kolejny numer równania,
 l_1 – pomocnicza zmienna całkowita,
 m – wykładnik we wzorach potęgowych,
 m_a – miąższość warstwy pomiędzy dnem stawu a zwierciadłem wód podziemnych [m],
 m_g – miąższość geologiczna warstwy wodonośnej [m],
 m_h – miąższość hydrodynamiczna warstwy wodonośnej [m],
 m_r – miąższość słabo przepuszczalnego przewarstwienia [m],
 N – ilość węzłów siatki dyskretniej,
 N_x – ilość węzłów siatki w poziomie,
 N_z – ilość węzłów siatki w pionie,
 n – współczynnik porowatości,
 n_r – współczynnik porowatości w warunkach normalnych,
 $n_p(t)$ – zmienna w czasie porowatość przypowierzchniowa,
 n_o – porowatość początkowa,
 ρ – ciśnienie mierzone względem atmosferycznego [$N m^{-2}$],

- Q – wydajność przepływu [$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$],
 Q_0 – początkowa wydajność przepływu [$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$],
 q – przepływ jednostkowy [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$],
 q_b – dopływ graniczny do węzła [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$],
 q_2 – dopływ na jednostkę szerokości bariery studzien [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$],
 q_{20} – początkowy dopływ na jednostkę szerokości bariery studzien [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$],
 R – opór hydrauliczny łożyska zbiornika wodnego [s],
 Re – liczba Reynoldsa,
 r – wielkość potencjalnego zasilania powierzchniowej warstwy wodonośnej [m s^{-1}],
 T – temperatura bezwzględna [K],
 t – czas [s],
 t_0 – moment początkowy [s],
 V_p – objętość porów gruntu [m^3],
 V_s – objętość ziaren gruntu (szkieletu gruntowego) [m^3],
 V_w – objętość wody w gruncie [m],
 v – prędkość filtracji [m s^{-1}],
 \bar{v} – wektor prędkości filtracji o składowych (v_x, v_y, v_z) [m s^{-1}],
 v_f – prędkość ruchu frontu zwilżania [m s^{-1}],
 W – macierz współczynników przy kolejnych niewiadomych l_i , w kolejnych równaniach l_j ,
 W_0 – wektor wyrazów wolnych równania l_i ,
 W – współczynnik równania węzła [m s^{-1}],
 w – źródłowość w płaskim polu filtracji [m s^{-1}] (dopływ boczny, infiltracja lub ewapotranspiracja),
 w_∞ – prędkość infiltracji po czasie nieskończenie długim [m s^{-1}],
 \dot{z} – współrzędna pozioma [m],
 \dot{z}_1 – współrzędna pozioma węzła o wskaźniku $i=1$ [m],
 y – współrzędna pozioma [m],
 z – wysokość nad poziomem porównawczym [m n.p.p.] lub głębokość pod powierzchnią [m]
– współrzędna pionowa,
 z_p – rzędna stropu warstwy wodonośnej [m n.p.p.],
 z_w – rzędna zwierciadła wód gruntowych [m n.p.p.],
 z_1 – współrzędna pionowa węzła o wskaźniku $j=1$ [m n.p.p.],
 α – współczynnik kształtu ziaren gruntu,
 $\underline{\alpha}$ – średni współczynnik kształtu ziaren gruntu,
 β – współczynnik wywołanej kolmatacją regresji czasowej wydajności [s^{-1}],
 β_1 – współczynnik wywołanej kolmatacją regresji czasowej porowatości [s^{-1}],
 β_2 – współczynnik wywołanej kolmatacją regresji czasowej przewodności [s^{-1}],
 γ – ciężar właściwy wody [N m^{-3}],
 γ_r – ciężar właściwy wody w warunkach normalnych [N m^{-3}],
 Δf – przyrost funkcji f ,

- $\Delta f_{i+1/2}$ – przyrost funkcji f między węzłami i a $i+1$,
 δ – waga wyznaczająca położenie średniej w przedziale Δt ,
 $\varepsilon(f)$ – dopuszczalny błąd bezwzględny funkcji f ,
 ζ – ruchoma współrzędna pionowa związana z frontem zwilżania,
 η – współczynnik pojemności sprężystej gruntu [m^{-1}],
 ϑ – stopień nasycenia gruntu wodą (wilgotność względna),
 θ – wilgotność objętościowa gruntu,
 θ_a – wilgotność adsorbcyjna,
 θ_b – brzegowa wartość wilgotności,
 θ_k – wilgotność kapilarna,
 $\theta_{\text{maż}}$ – maksymalna wilgotność gruntu po przejściu frontu zwilżania,
 θ_{mn} – minimalna wilgotność graniczna,
 θ_{mz} – maksymalna wilgotność graniczna,
 θ_n – maksymalna wilgotność przy nawilżaniu,
 θ_o – wilgotność początkowa,
 θ_p – objętość powietrza w jednostce objętości gruntu,
 θ_R – wilgotność gruntu wyznaczona w pracy Rubina [80],
 θ_r – wilgotność gruntu w warunkach normalnych,
 θ_s – wilgotność gruntu wyznaczona przy użyciu modelu numerycznego,
 θ_z – wilgotność rezydualna gruntu, przy której ruch ma charakter lepko-plastyczny,
 κ – współczynnik ściśliwości wody [$\text{m}^2 \text{N}^{-1}$],
 κ_s – współczynnik ściśliwości ziaren gruntu [$\text{m}^2 \text{N}^{-1}$],
 A_{mn} – minimalna dopuszczalna dla komputera liczba rzeczywista,
 A_{mx} – maksymalna dopuszczalna dla komputera liczba rzeczywista,
 λ – współczynnik zaniku [m],
 λ_c – współczynnik degradacji [m^{-1}],
 μ – współczynnik odsączalności,
 ν – współczynnik lepkości kinematycznej [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$],
 ξ – współczynnik korelacji,
 ρ – promień krzywizny menisku [m],
 σ – napięcie powierzchniowe [N m^{-1}],
 Φ_i – potencjał energetyczny odpowiadający i -temu zjawisku fizycznemu [m],
 ψ – względna wysokość ssania,
 ω – kąt nachylenia skarpy stawu infiltracyjnego względem poziomu.

1.4. Spis rysunków

- 3.1 Schemat geometrii warstwy wodonośnej
- 4.1 Histereza charakterystyki wilgotnościowej; 1 – krzywa nawilżania, 2 – krzywa drenażu, 3 – jedna ze skanujących krzywych nawilżania, 4 – jedna ze skanujących krzywych drenażu
- 4.2 Charakterystyka wilgotnościowa różnych gruntów
- 4.3 Bezwymiarowa charakterystyka wilgotnościowa
- 4.4 Zależność pomiędzy przewodnością a wilgotnością gruntu
- 4.5 Zależność pomiędzy przewodnością a wysokością ssania w gruncie
- 4.6 Współczynnik różniczkowej retencyjności wilgoci w gruncie
- 5.1 Warunki wystąpienia przesączania przez strefę aeracji pod dnem stawu infiltracyjnego. 1 – prosta $H=z$ opisująca swobodne zwierciadło, 2 – granica strefy kapilarnej $H=z-h_k$, 3 – liniowa funkcja $H(z)$, 4 – funkcja $H(z)$ umożliwiająca wystąpienie strefy aeracji w ruchu ustalonym, 5 – funkcja $H(z)$ dla ruchu nieustalonego.
- 5.2 Schemat obliczeń hydraulicznych infiltracji pionowej
- 5.3 Zależność maksymalnej wilgotności (θ_{maz}) i prędkości ruchu frontu (v_f) od wielkości zasilania (r) w infiltracji pionowej
- 5.4 Zależność prędkości filtracji (v), spadku hydraulicznego (dH/dz) i stromości frontu zwilżania ($d\theta/dz$) od wilgotności w infiltracji pionowej (θ)
- 5.5 Charakterystyki gruntowe użyte do wyznaczenia profilu frontu
- 5.6 Profil frontu zwilżania w/g wzoru (5.42)
- 5.7 Schemat obliczeniowy dla modelu hydraulicznego filtracji poziomej w warstwie wodonośnej
- 6.1 Schemat siatki węzłów modelu numerycznego
- 6.2 Schemat wagowy
- 6.3 Schemat jawny pięciopunktowy
- 6.4 Schemat niejawny pięciopunktowy
- 6.5 Schemat jawny Duforta-Frankla
- 6.6 Schemat blokowy programu głównego
- 6.7 Charakterystyka wilgotnościowa piasku *rehovot sand*
- 6.8 Charakterystyka przewodnościowa piasku *rehovot sand*
- 6.9 Wyniki Rubina dla zasilania zapewniającego zatopienie powierzchni $r = 1.995W10^{-4}$ m/s
- 6.10 Wyniki Rubina dla zasilania $r = 1.306W10^{-5}$ m/s
- 6.11 Wyniki Rubina dla zasilania $r = 3.528W10^{-6}$ m/s
- 6.12 Symulacja numeryczna dla zasilania zapewniającego zatopienie powierzchni $r = 1.995W10^{-4}$ m/s
- 6.13 Symulacja numeryczna dla zasilania $r = 1.306W10^{-5}$ m/s
- 6.14 Symulacja numeryczna dla zasilania $r = 3.528W10^{-5}$ m/s
- 6.15 Korelacja pomiędzy wynikami Rubina (θ_R) i wynikami symulacji numerycznej (θ_S)
- 7.1 Charakterystyki gruntowe wykorzystane w modelu
- 7.2 Profil zwilżania w przepływie pionowym dla stawu nawadniającego
- 7.3 Schemat opracowania wyników modelowania

- 7.4 Przebieg nawilżania gruntu pod dnem stawu nawadniającego
- 7.5 Zmiany zwierciadła wód gruntowych w czasie pracy stawu nawadniającego
- 7.6 Szczegółowy obraz zmian zwierciadła wód podziemnych w bezpośrednim otoczeniu stawu nawadniającego
- 7.7 Przebieg nawilżania gruntu pod dnem nie podtopionego stawu zasilającego
- 7.8 Zmiany zwierciadła wód gruntowych w czasie pracy nie podtopionego stawu zasilającego
- 7.9 Przebieg nawilżania gruntu pod dnem podtopionego stawu zasilającego
- 7.10 Zmiany zwierciadła wód gruntowych w czasie pracy podtopionego stawu zasilającego
- 7.11 Przebieg osuszania gruntu pod dnem stawu nawadniającego wywołany kolmatacją
- 7.12 Zmiany zwierciadła wód gruntowych w czasie pracy stawu nawadniającego wywołane kolmatacją jego dna
- 7.13 Przebieg zmian wilgotności gruntu pod dnem stawu zasilającego przy uwzględnieniu kolmatacji
- 7.14 Zmiany zwierciadła wód gruntowych w czasie pracy stawu zasilającego przy uwzględnieniu kolmatacji jego dna
- 7.15 Zmiany w czasie infiltracji ze stawu (r) i dopływu do bariery studzien (q_2)

2. PRZEDSTAWIENIE PROBLEMU

2.1 Wstęp

W ostatnich latach, w związku z postępującym zanieczyszczeniem środowiska, w wielu ośrodkach miejsko-przemysłowych Polski daje się odczuć rosnący brak wody. Niedostatek ten ma charakter względny – łatwo dostępna jest woda rzek i jezior, ale stopień zanieczyszczenia czyni nieopłacalnym wykorzystanie jej do celów komunalnych i przemysłowych, przystosowanych obecnie technologiach uzdatniania. W tej sytuacji, w wielu okręgach korzystnie położonych pod względem hydrogeologicznym, sięgnięto na dużą skalę po zasoby wód podziemnych. Rabunkowa gospodarka tymi zasobami doprowadziła już lub doprowadzi w najbliższej perspektywie, do ich wyczerpania. Rosnące potrzeby i brak nowych źródeł wody powodują wzrost zainteresowania intensywniejszymi metodami wykorzystania źródeł dostępnych. Będą to skuteczniejsze metody uzdatniania wody (właściwie ścieków) i sztuczne zasilanie wód podziemnych wodami powierzchniowymi.

Pierwszy sposób wymaga znacznych nakładów finansowych co, wobec występujących obecnie trudności gospodarczych, ogranicza jego stosowanie. Znacznie tańsze zasilanie wód podziemnych może z kolei, przy niewłaściwie zaprojektowanych instalacjach i technologii, doprowadzić do szybkiego zanieczyszczenia również wód podziemnych. Konieczne staje się zatem opracowanie takich metod projektowych, które pozwoliłyby skonstruować instalacje zasilające, w jak najmniejszym stopniu powodujące obniżenie jakości wód podziemnych, dzięki optymalnemu wykorzystaniu możliwości samooczyszczania tych ostatnich.

2.2. Metody wzbogacania zasobów wód podziemnych

Sztuczne wzbogacanie wód gruntowych ma tę zaletę, że w trakcie przepływu podziemnego woda ulega w znacznym stopniu oczyszczeniu z zawiesin mechanicznych, a często również z zanieczyszczeń organicznych. Dzięki temu, w momencie dotarcia do ujęcia podziemnego jest ona już wstępnie uzdatniona, co znacznie obniża koszty pozyskania wody czystej.

Wprowadzenie wód powierzchniowych do gruntu może odbywać się przez zatłaczanie do studni chłonnych lub poprzez infiltrację przez dno kanałów czy stawów infiltracyjnych. Metody te stosuje się już na wielu ujęciach, każda z nich ma jednak swoje zalety i wady. Bardzo istotnym czynnikiem, wpływającym na stopień wstępnego, biologicznego oczyszczenia wody w przepływie podziemnym, jest stopień jej napowietrzenia. Szczególnie dobre wyniki uzyskuje się, jeśli zasilanie wodami powierzchniowymi odbywa się nie strumieniem ciągłym, lecz drogą przesączania przez strefę niepełnego nasycenia.

Wtłaczanie wody do studzien chłonnych stanowi metodę prostą, lecz mało skuteczną. Studnie takie są nietrwałe – ze względu na małą powierzchnię chłonną ulegają bardzo szybkiej kolmatacji, zaś odnawianie ich jest zwykle nierentowne. Wierci się zatem w pobliżu nową studnię, co prowadzi po kilkunastu latach eksploatacji do całkowitego zakolmatowania dużego obszaru złoża, zwykle w pobliżu strefy zasialnia. Może to znacznie utrudnić lub nawet uniemożliwić dalsze pozyskiwanie wody. Ponadto zasilanie odbywa się z reguły strumieniem ciągłym, co wiąże się z małą miąższością strefy aeracji w rejonach eksploatacji i charakterem filtracji w otoczeniu studni. Niemożliwe jest wtedy należyte napowietrzenie strumienia.

Zasilanie przez dno stawów infiltracyjnych jest metodą bardziej ekonomiczną. Już w fazie budowy wykorzystuje się rzeźbę terenu, zalewając starorzecza lub stawy rybne. Ze względu na znaczną powierzchnię chłonną, możliwa jest duża wydajność wzbogacania przy wolniejszej kolmatacji. Staw, ze względu na małe prędkości przepływu wody, działa również jak osadnik. Dzięki temu duża część cząstek mechanicznych gromadzi się na dnie zbiornika, nie powodując głębokiej kolmatacji złoża. Odnawianie jest stosunkowo proste – polega ono na zdjęciu warstwy osadu, ewentualnie wzruszeniu lub wymianie warstwy zakolmatowanej i odbywa się po spuszczeniu wody ze stawu. Następną zaletą tej metody jest możliwość stworzenia w stosunkowo prosty sposób warunków dla maksymalnego napowietrzenia strumienia, dzięki przesiąkaniu przez strefę aeracji. Wszystko to powoduje, że stawy infiltracyjne są najczęściej stosowanym sposobem wzbogacania wód podziemnych.

Kanały infiltracyjne, posiadające większość zalet stawów, zajmują mniejszą powierzchnię i często są tańsze w wykonaniu. Mogą być stosowane przy mniejszych ujęciach. Wadą ich jest wzrost kosztów odnawiania, w związku z większą dekoncentracją prac. Na małych ujęciach może to być jednak opłacalne i pozwala na zachowanie ciągłości zasilania w trakcie odnowy jednego odcinka. Z punktu widzenia hydrauliki wód gruntowych staw i kanał infiltracyjny różnią się głównie skalą. Tak więc wnioski uzyskane dla stawów można, z pewnymi zastrzeżeniami, rozciągnąć i na kanały.

2.3. Cel i zakres pracy

Badania jakości wody infiltrującej do gruntu ze zbiorników infiltracyjnych [7] wykazują, że istotnym czynnikiem wpływającym na efektywność usuwania zanieczyszczeń biologicznych jest stopień dostępności tlenu w gruncie. W warunkach pełnego nasycenia aktywna biologicznie jest tylko bardzo cienka warstewka osadu dennego, zużywająca praktycznie cały tlen zawarty w wodzie. Dalsze podniesienie efektywności biologicznego uzdatniania wody wymaga dostarczenia dodatkowych, dość dużych ilości tlenu. Można tego dokonać poprzez obniżenie stopnia saturacji gruntu, dzięki czemu równoległe z przepływem wody będzie odbywał się również przepływ powietrza. Infiltracja zachodzi wtedy dzięki przesączaniu wody przez strefę aeracji. Należy jednak pamiętać, że przewodność strefy aeracji jest niższa niż strefy pełnego nasycenia, a zatem równocześnie zmniejsza się skuteczność wzbogacania warstwy wodonośnej. Konieczne więc staje się wyznaczenie optymalnego rozwiązania, przy którym zapewniony jest wystarczająco duży dopływ wody do warstwy wodonośnej, przy jednoczesnym istnieniu pod dnem stawu wystarczająco grubej warstwy o stosunkowo znacznym napowietrzeniu. Oba te cele są sprzeczne, gdyż podniesienie przepływu powoduje wzrost poziomu zwierciadła wód gruntowych pod dnem stawu, a zatem zmniejszenie objętości, a niezależnie także zmniejszenie stopnia napowietrzenia strefy aeracji. Należy znaleźć zatem rozwiązanie optymalne.

Dodatkowym czynnikiem, w istotny sposób wpływającym na przebieg procesu, jest zjawisko kolmatacji dna zbiornika infiltracyjnego. Powoduje ono obniżanie ilości infiltrującej wody. W rezultacie wystąpienie optymalnych warunków zasilania będzie stanem nietrwałym, mającym miejsce tylko w określonym przedziale czasowym (zbyt silne obniżenie infiltracji na skutek kolmatacji jest sygnałem do usunięcia osadu dennego).

Celem pracy było opracowanie modelu, pozwalającego w praktyce zrealizować obliczenia stanowiące podstawę optymalizacji w przedstawionym powyżej zagadnięciu. Badania prowadzono w dwóch kierunkach. Pierwszym z nich było opracowanie modelu numerycznego, pozwalającego na możliwie pełną symulację niustalonych procesów zachodzących w warstwie wodonośnej w sąsiedztwie zbiornika infiltracyjnego. W drugim starano się opisać graniczne przepływy jednostajne, ustalone lub kwaziustalone praktycznymi wzorami analitycznymi.

Obydwa modele, analityczny i numeryczny uzupełniają się nawzajem i mogą razem stanowić sprawne narzędzie, wykorzystywane zarówno przy projektowaniu, jak eksploatacji zbiorników infiltracyjnych. Użycie ich dla kilku schematów hydrogeologicznych, przy różnych warunkach eksploatacji, umożliwiło poczynienie pewnych uogólnień. Uogólnienia te stały się podstawą opracowania zaleceń, dotyczących projektowania i eksploatacji zbiorników infiltracyjnych.

Praca niniejsza składa się z dziewięciu części. Mające charakter wstępny rozdziały 1 i 2 zawierają pomocne przy lekturze skorowidze, ogólne omówienie zagadnienia i sprecyzowanie charakteru pracy. Rozdział 3 omawia, na podstawie literatury i rozpoznania istniejących obiektów, dotychczasowe doświadczenia związane z budową i eksploatacją stawów infiltracyjnych. Szczególny nacisk położono tu na wyjaśnienie roli, jaką odgrywa strefa aeracji w procesach oczyszczania wody. Przedstawiono również prosty opis procesu kolmatacji, który wykorzystano dalej w modelu numerycznym.

W rozdziale 4 omówiono fizyczne podstawy matematycznego opisu ruchu wody w gruncie dla obu stref nasycenia. Wykorzystano tu przede wszystkim zaczerpnięte z literatury wyniki dotychczasowych badań. Dorobek autora stanowi natomiast zapis charakterystyk gruntowych w postaci krzywej logistycznej (wzory 4.26 i 4.46), przedstawiony na tle usystematyzowanego zestawienia dotychczas stosowanych wzorów. Podobnie efektem prac autora jest ustalenie zależności współczynnika różniczkowej retencyjności wilgoci od wilgotności (wzór 4.62). Nie spotkano w literaturze również przedstawionego tu wyprowadzenia klasycznych wzorów filtracji (4.67 do 4.73) z równania uogólnionego dla obu stref nasycenia.

Rozdział 5 przedstawia modele hydrauliczne, pozwalające w sposób uproszczony opisać filtrację pod stawem infiltracyjnym przy użyciu wzorów analitycznych. Wykorzystano tu pracę Greena i Ampta, Philipa oraz wielu późniejszych badaczy, którzy ten temat kontynuowali. Dorobkiem autora są natomiast przyczynkowe wzory, opisujące kształt strumienia infiltracji (5.21), profil wilgotności frontu zwilżania (5.42) i przebieg zwierciadła wód gruntowych w warstwie wodonośnej pod stawem (5.53 do 5.57).

Rozdział szósty zawiera opis zastosowanego do obliczeń filtracji pod stawem infiltracyjnym modelu numerycznego, opartego na metodzie różnic skończonych. Szeroko omówiono zalety stosowania całkowitej metody różnic skończonych w porównaniu z klasyczną wersją tej metody i uzasadniono niewłaściwość stosowania tej ostatniej do modelowania w dużej skali ruchu w strefie aeracji. W metodzie całkowitej użyte zostały wyprowadzone przez autora, dobrze uzasadnione teoretycznie wzory na wilgotność w węzle siatki i przewodność międzywęzłową. Zastąpiły one wykorzystywane dotychczas w tym celu wartości średnie wraz z arbitralnym doborem typu uśrednienia. Takie podejście pozwoliło na uzyskanie poprawnego rozwiązania również w przypadku dużej skali modelu, bez konieczności użycia stosowanych dotąd powszechnie metod polegających bądź na linearyzacji współczynnika retencji, bądź na ruchomym, lokalnym zagęszczeniu siatki węzłów w strefie frontu zwilżania [55]. Wspomniane wzory stanowią zatem poważne ułatwienie przy modelowaniu numerycznym zagadnień inżynierskich.

Po raz pierwszy w niniejszej pracy został przedstawiony również fizyczny model stabilności numerycznych rozwiązań filtracji. Przy dobrej zgodności uzyskiwanych ograniczeń z klasyczną teorią stabilności, bazującą na rozwinięciu równań w szereg Fouriera, model ten jest znacznie prostszy i posiada jasną interpretację fizyczną. W końcowej części rozdziału został opisany program obliczeniowy opracowany dla omawianego modelu. Do rozwiązania wykorzystano w nim przygotowaną przez autora wersję metody skończonej Jordana dla macierzy rzadkich. Pozwoliła ona przejść dziesięciokrotnie zmniejszyć objętość wykorzystywanej pamięci, co przy dużych sieciach węzłów ma znaczenie niebagatelne. Weryfikacja algorytmu na przykładzie infiltracji w głąb pionowej kolumny gruntu wykazała bardzo dobrą zgodność wyników z doświadczeniem.

W rozdziale 7 przedstawiono kilka przykładowych rozwiązań filtracji w sąsiedztwie stawu infiltracyjnego. Wykorzystano przy tym zarówno omówiony wcześniej model numeryczny, jak i modele hydrauliczne opisane w rozdziale 5. Opis zilustrowano licznymi rysunkami. Przykłady

pozwoły ujawnić charakterystyczne zależności, jakie zachodzą pomiędzy infiltracją ze zbiornika a stanem wód gruntowych w jego otoczeniu. Uwzględniono przy tym typowe sytuację związane z różną budową geologiczną kompleksu, w którym zlokalizowano ujęcie. W kilku przykładach porównano przebiegi wynikające z różnego tempa kolmatacji dna stawu, co pozwoliło ocenić rolę, jaką odgrywa ten proces we wzbogacaniu zasobów wód podziemnych. Natomiast zestawienie i analiza rozwiązań uzyskanych przy zastosowaniu różnego typu modeli, umożliwiły ujawnienie ich wad, zalet i zakresu stosowalności.

Rozdział 8 zawiera wnioski wynikające z pracy. Zgrupowano je w trzech podrozdziałach, dotyczących kolejno projektowania i eksploatacji stawów infiltracyjnych oraz możliwości dalszych zastosowań opracowanej metodyki obliczeń. I wreszcie w rozdziale ostatnim – dziewiątym zestawiona została wykorzystana w pracy literatura. Rozdział ten zawiera również bibliografię ważniejszych publikacji dotyczących filtracji w strefie aeracji oraz infiltracji ze zbiorników i kanałów, nie cytowanych w dysertacji.

3. PRAKTYKA EKSPLOATACJI STAWÓW INFILTRACYJNYCH

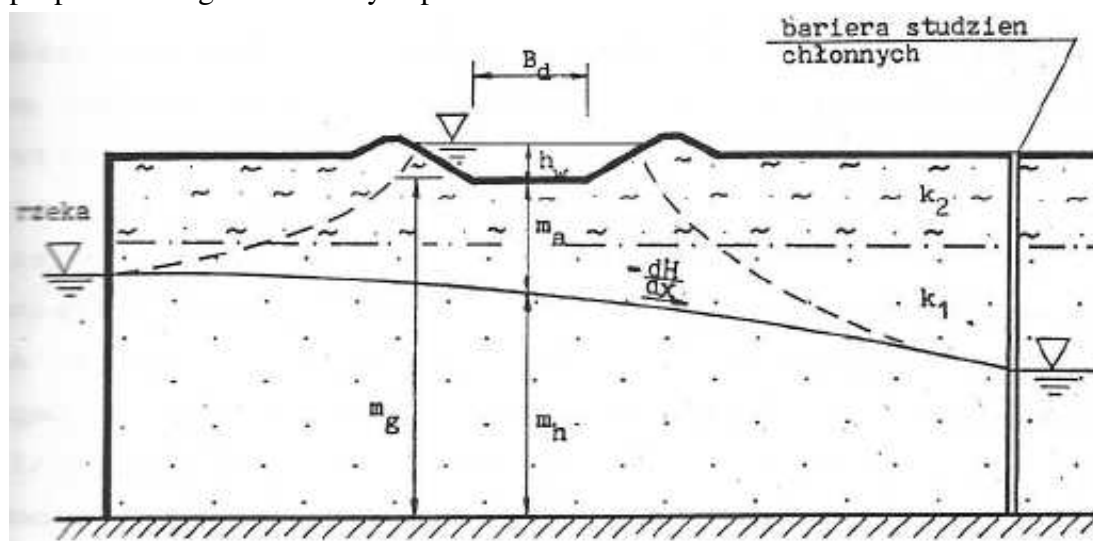
Od roku 1830, kiedy to w Glasgow, na wyspie Clydy, powstało pierwsze w Europie ujęcie zasilane wodą ze stawów infiltracyjnych, ten sposób wzbogacania wód podziemnych stosowany jest bardzo szeroko. Stawy infiltracyjne pracują między innymi na ujęciach w Zawickau, Dortmundzie, Wiesbaden, Croissy sur Seine, Phoenix (USA – Flushing Meadows Project), Fresno (USA – Leaky-Acres Project) i Los Angeles [7,13]. W Polsce również istnieje kilka takich obiektów. Największy z nich znajduje się na stacji uzdatniania wody w Dębinie w Poznaniu, najbliższy na stacji wodociągowej Bielany w Krakowie [7].

Bogate doświadczenia z wieloletniej pracy tych ujęć można w pewnym zakresie uzupełnić wynikami uzyskanymi na ujęciach brzegowych i dennych [33]. Istnieje również szereg prac laboratoryjnych [76,81], w których badano na modelach fizycznych różne aspekty pracy zbiorników infiltracyjnych.

3.1. Typowy schemat hydrogeologiczny

Stawy infiltracyjne są najczęściej budowane w dolinach rzek, w sąsiedztwie istniejącego ujęcia brzegowego – bariery studzien [29,100]. W takiej sytuacji staw jest lokalizowany pomiędzy rzeką a barierą, bądź rzadziej poza barierą studzien [100]. Z punktu widzenia hydromechaniki obydwie te przypadki są równoważne i odpowiadają lokalizacji stawu nad strumieniem wód gruntowych. Istnieją również ujęcia wyłącznie infiltracyjne i wtedy bariera studzien otacza zbiornik infiltracyjny ze wszystkich stron. Hydromechanicznym odpowiednikiem takiej sytuacji jest staw infiltracyjny zasilający zbiornik wód gruntowych.

Warstwa wodonośna o charakterze aluwialnym ma zazwyczaj przebieg bliski poziomemu i miąższość kilku do kilkunastu metrów. Spąg warstwy stanowi formacja praktycznie nieprzepuszczalna, zaś strop – powierzchnia gruntu lub spąg warstwy półprzepuszczalnej. Przypadek warstwy artezyjskiej należy w zasadzie wyeliminować, gdyż nieprzepuszczalny nadkład uniemożliwiłby zasilanie infiltracyjne z powierzchni. Sama warstwa wodonośna winna być dobrze przepuszczalna, aby zapewnić wystarczającą wydajność ujęcia i zazwyczaj zbudowana jest z pospółek lub gruboziarnistych piasków.



rys. 3.1 Schemat geometrii warstwy wodonośnej

Jeśli pod dnem stawu ma wystąpić strefa aeracji, przepływ powinien odbywać się przy swobodnym reżimie zwierciadła. Przyjmując dość dużą rozciągłość zbiornika w kierunku równoległym do rzeki czy bariery (co zwykle ma miejsce [100]), można z niewielkim błędem przyjąć, że ruch ma charakter płaski w wybranym pionowym przekroju charakterystycznym.

Jak wynika z powyższego opisu, można założyć, że istnieje jeden zgeneralizowany typ geometrii i budowy hydrogeologicznej warstwy wodonośnej, jaki należy rozpatrywać przy badaniu zbiornika infiltracyjnego. Przedstawiono go na rys. 3.1.

3.2. Ogólny obraz ruchu pod dnem stawu infiltracyjnego

Przed rozpoczęciem eksploatacji stawu, w warstwie wodonośnej pomiędzy rzeką a ujęciem wykształca się strumień wody podziemnej o spadku wyznaczonym przez stan wody w rzece i w barierze studzien. Strumień ten ma charakter w przybliżeniu stacjonarny i może być opisany przy pomocy klasycznej teorii filtracji. Nad nim wykształca się strefa aeracji, która transportuje do strefy saturacji wody opadowe. Proces ten jednak nie ma w rozpatrywanej tu skali przepływu większego wpływu na obraz ruchu. Od momentu wprowadzenia wody do stawu, rozpoczyna się proces jej infiltracji w głąb strefy aeracji.

W przypadku półprzepuszczalnego nadkładu stopniowo wykształca się strumień przesiąkania od dna stawu do powierzchni swobodnego zwierciadła, która w tym miejscu podnosi się, zaś pod dnem powstaje zawieszona strefa saturacji. Po ustaleniu się procesu może dojść do pełnego nasycenia strefy między dnem stawu a strumieniem wody podziemnej i zachodzi wtedy zasilanie strumieniem ciągłym. Jeśli jednak warstwa przewodząca jest jednorodna, a kolmatacja niewielka, pod dnem stawu wykształca się front zwilżania postępujący w dół, a po jego przejściu, powiększająca się zawieszona strefa saturacji. Dzięki temu, po pewnym czasie, nawiązany zostanie kontakt hydrauliczny zbiornika z warstwą wodonośną, który ulegnie zerwaniu dopiero na skutek narastającej kolmatacji. W warunkach naturalnych często występuje ograniczenie początkowej podaży wody (związane z koniecznością zapewnienia odpowiedniego przebiegu napełniania stawu) [7], na skutek czego, również w gruncie jednorodnym, może nastąpić propagacja nienasyconej strefy przesiąkania. Woda w zbiorniku infiltracyjnym pojawia się wtedy dopiero w chwili, gdy podnoszące się zwierciadło wód podziemnych sięgnie jego dna. W opisanym tu procesie strefa saturacji ma charakter nieciągły, a także dość szybko i w znacznym zakresie zmieniającą się geometrię. Modelowanie takiego przepływu na bazie klasycznej teorii filtracji wiąże się z dużymi trudnościami.

3.3. Kolmatacja dna

Surowa woda rzeczna zawsze transportuje zawieszinę zawierającą cząstki o różnych wielkościach i słabe roztwory różnych soli. W przypadku stawu infiltracyjnego woda ta w całości zostaje wchłonięta przez grunt, musi się z nim spotkać również transportowany materiał. Rozpuszczone związki mogą ulegać strącaniu lub reakcji z substancjami zawartymi w gruncie [39], ze względu jednak na niewielkie stężenia dość szybko ustala się równowaga. Z tego też względu wpływ roztworów na przebieg kolmatacji jest zazwyczaj niewielki, a główną rolę odgrywa zawiesina. Cząstki zawiesiny, w zależności od średnicy, różnie zachowują się w zetknięciu z gruntem. Pory gruntu mają niejednakowe rozmiary, przy czym rozkład tych ostatnich ma charakter statystyczny. Można jednak, na podstawie wysokości podciągania kapilarnego (lub krzywej przesiewu), ocenić pewne charakterystyczne średnice porów [45]:

$$d_{\min} = \frac{1.6 \cdot 10^{-5} [\text{m}^2]}{h_k} = \frac{2.67 n D_A}{\alpha (1 - n)} \quad (3.1)$$

$$d_{\max} = \frac{3 \cdot 10^{-5} [\text{m}^2]}{h_k} = \frac{5 n D_A}{\alpha (1 - n)} \quad (3.2)$$

gdzie : h_k – wysokość kapilarnego podciągania [m] (zob. rozdz. 4.3.2),

n – współczynnik porowatości,

$D_A = \frac{\alpha}{\sum \frac{\Delta G_{si} \alpha_i}{G_{si} D_{si}}}$ – średnica efektywna ziaren [m] wg. Kozeny'ego [49], odpowiadająca średnicy kulistych ziarn gruntu fikcyjnego o tej samej powierzchni właściwej [45],

$\alpha = \frac{A_s D_s}{V_s}$ – współczynnik kształtu ziaren gruntu [45] ($\alpha \cong 10$, dla ziaren kulistych

$$\alpha = 6)$$

α – średni współczynnik kształtu ziarn,

G_s – ciężar próbki gruntu [g],

D_s – średnica kuli opisanej na ziarnie, największy wymiar ziarna [m],

A_s, V_s – powierzchnia [m²] i objętość [m³] ziarna gruntu,

i – oznaczenie wielkości charakteryzującej i -tą frakcję gruntu.

Badania wykazują, że tylko około 30 % porów ma średnicę mniejszą od d_{\min} , a 20 % większą niż d_{\max} . Częstki o średnicach większych od d_{\max} zostaną osadzone na powierzchni gruntu (kolmatacja zewnętrzna) i nie będą brały udziału w dalszym ruchu. Tworzą one osad denny, który również stawia opór przepływowi wody. Częstki mniejsze od d_{\min} będą transportowane przez grunt praktycznie bez osadzania. Natomiast pozostałe cząstki będą stanowiły materiał kolmatujący pory warstwy gruntu (kolmatacja wewnętrzna).

Nieco inaczej zachowuje się zawiesina aktywna biologicznie – bakterie i glony, co wynika z takich cech organizmów żywych, jak zdolność do rozmnażania i śmiertelność. Organizmy te osadzone na powierzchni gruntu będą się intensywnie rozwijać, mając zapewniony stały dopływ światła koniecznego (dla glonów) do fotosyntezy oraz wody niosącej tlen, sole mineralne i związki organiczne. W głębi gruntu, gdzie energia świetlna już nie dociera, a wiele składników niesionych przez wodę zostało już wcześniej zużytych, warunki sprzyjają jedynie rozwojowi bakterii i grzybów, których znaczenie dla kolmatacji jest znikome.

Opisane tu zjawiska stopniowo ograniczają dopływ wody do gruntu. Wydajność zbiornika obniża się według typowej krzywej recesji i może być opisana wzorem [44]:

$$Q = Q_o \exp(-\beta t) \quad (3.3)$$

Parametr β przyjmuje wartość od 10^{-9} do 10^{-4} [s⁻¹], przy czym dolny zakres odpowiada kolmatacji w ciekach z dnem ruchomym [33,44,93], górny – zbiornikom bezodpływowym (infiltracyjnym) [76].

3.3.1. Osad denny

Jak wynika z powyższego, osad denny tworzony jest stale przez grubsze frakcje zawiesiny i organizmy żywe (głównie glony). W ciekach o znacznych wahaniami stanów i dużych prędkościach nie ma on większego wpływu na infiltrację, gdyż okresowo (np. w czasie powodzi) jest silnie przemywany i unoszony z wodą [33]. Następuje wówczas samoczynne oczyszczanie dna, na którym pozostaje tylko ograniczona ilość grubszego materiału. Opór hydrauliczny takiego łóżyska jest więc praktycznie stały i zależy od charakteru cieku (niższe opory dla cieków górskich, wyższe dla nizinnych [109]).

Inaczej rzecz ma się w stawach infiltracyjnych, gdzie miąższość osadu dennego ciągle wzrasta. W tej sytuacji konieczne stają się przedsięwzięcia ograniczające ten proces. Należy do nich okresowe oczyszczanie dna i regulacja dopływu z rzeki stosownie do ilości niesionych zanieczyszczeń. Często stosuje się też osadniki wstępne i powierzchniowe filtrowanie przez trawiaste poletka [101], pozwalające na usunięcie większej części zawiesiny z wody przed jej dostarczeniem do stawu infiltracyjnego.

W przypadku wody zawierającej małą ilość zawiesiny decydującą rolę w procesach kolmatacyjnych przejmują organizmy żywe, osadzone na powierzchni dna w postaci cienkiego ale zwartego i słabo przepuszczalnego pokrycia o charakterze biologicznej membrany.

Te dwa procesy – osiadanie zawiesiny i organizmów żywych – są odpowiedzialne za powierzchniowe uszczelnienie dna zbiorników infiltracyjnych. Wstępne przygotowanie wody w osadnikach daje przy tym różne efekty dla każdego z nich. O ile zawartość zawiesiny mechanicznej maleje w czasie pozostawania wody w osadniku, o tyle równocześnie narasta ilość rozwijających się w niej glonów. Tak więc już na tym etapie zachodzi konieczność optymalizacji technologii zasilania warstwy wodonośnej.

3.3.1.1. Osad mechaniczny

Narastanie warstwy osadu dennego jest jedynym czynnikiem zmniejszającym ilość infiltrującej wody w sposób ciągły i nieograniczony w czasie, choć w miarę spadku wydajności maleje również tempo tego procesu. Jakikolwiek wstępne przygotowanie wody (osadniki, koagulacja) obniża jedynie ilość nanoszonego materiału, a to może co najwyżej odwlec w czasie konieczność oczyszczenia dna. Przeciwdziałanie spadkowi wydajności stawu przez zwiększenie naporu (głębokości) wody nie zawsze przynosi pożądany skutek. Następuje wtedy zwiększenie wypadkowego ciśnienia na szkielet gruntowy, czego efektem jest osiadanie szczególnie słabo skonsolidowanej warstewki osadów dennych. Towarzyszący temu spadek porowatości powoduje zwiększenie oporów ruchu w osadzie [13]. Efekt końcowy zależy od modułu ściśliwości. Jeśli osad jest piaszczysto-pyłasty o dużym module, spadek przewodności nie będzie na tyle duży, by przy zwiększonym gradiencie hydraulicznym spowodować obniżenie infiltracji. Natomiast słabonośny osad gliniasty, ilasty lub organiczny ulegnie takiej konsolidacji, że infiltracja może zostać znacznie nawet zahamowana. Warto dodać, że opisany tu proces ma charakter w większej mierze nieodwracalny, zatem ponowne zmniejszenie naporu może tylko dodatkowo obniżyć wydajność zbiornika. Taki przebieg kolmatacji dna powoduje, że proste modele, zakładające stałą gęstość osadu [95], są mało przydatne, dając tylko bardzo ogólny zarys rzeczywistości.

Proces kolmatacji mechanicznej dna może zostać znacznie przyspieszony w początkowej fazie, na skutek niewłaściwego napełniania stawu. Szybko napływająca woda jest w stanie porwać ze sobą drobniejsze ziarna materiału dennego z kanału doprowadzającego i wejściowego fragmentu zbiornika, powodując ich osadzenie na dnie w postaci dość grubej namytej warstwy.

3.3.1.2. Osad biologiczny

Zawieszony w wodzie organizmy żywe – głównie algi – są przez infiltrującą wodę osadzone na dnie, tworząc warstwę o niewielkiej grubości – co najwyżej kilku centymetrów [76]. W górnej części tej warstwy w dalszym ciągu zachodzą procesy życiowe, podczas gdy głębiej algi pozbawione światła giną. Dominują tu już bakteryjne procesy gnilne [13]. Osad biologiczny nie powoduje kolmatacji wewnętrznej gruntu, ze względu na rozkład obumarłych glonów i małą masę populacji bakteryjnej, nawet przy najbardziej intensywnym rozwoju. Dopływ tlenu atmosferycznego w strefie aeracji pozwala wprawdzie na uzupełnienie strat wywołanych jego zużyciem w wyższych warstwach, jednakże intensywność bakteryjnych procesów biologicznych jest już znacznie niższa. Natomiast w obszarze pełnego nasycenia zamiera praktycznie wszelkie życie oparte na tlenie, w zwykle spotykanych warunkach geologicznych słabo rozwijają się

też, z braku źródeł energii, organizmy anaerobowe. Woda z głębszych warstw wodonośnych pozostaje więc prawie sterylna [9].

Szybkość biologicznej kolmatacji dna jest funkcją intensywności rozwoju alg, a więc zależy od pogody, pory roku, rodzaju zanieczyszczeń i czasu pozostawiania wody w stawie. Zwiększenie głębokości wody zmniejsza jej prędkość pionową i wydłuża czas przetrzymywania w zbiorniku. Powoduje to w sprzyjających warunkach powiększenie biomasy glonów. Efektem ubocznym jest zakwaszenie wody, związane ze zwiększonym wydzielaniem dwutlenku węgla, co staje się przyczyną strącania węglanu wapnia, który z kolei wywołuje dodatkową kolmatację dna [13]. Biorąc pod uwagę opisany wcześniej proces konsolidacji osadu dennego na skutek zwiększenia poziomu wody w stawie, można zatem stwierdzić, że podnoszenie i w ogóle duże głębokości wody w basenie, nie są wskazane. Optymalne napełnienie stawu infiltracyjnego wynosi 10 do 30 centymetrów [13].

Na ogół szybkość kolmatacji wywołanej samymi czynnikami biologicznymi jest mniejsza, niż dla kolmatacji mechanicznej – współczynnik β jest rzędu 10^{-5} [s⁻¹] [76]. Ponadto jej przebieg jest ograniczony w czasie, gdyż przemieszczanie się gazów, powstających w trakcie procesów gnilnych, powoduje wzbudzenie warstwy osadu, co doprowadza do utrwalenia się pewnej równowagi i ustalenia wielkości infiltracji.

3.3.2. Kolmatacja wgłębna

W odróżnieniu od kolmatacji powierzchni dna, zdominowanej przez efekty biologiczne, bardzo trudne do modelowania z uwagi na ich zależność od dużej ilości słabo uchwytnych zmian środowiska, kolmatacja wgłębna (wewnętrzna) daje się modelować matematycznie. Modele takie stworzono w oparciu o różne założenia [9,45,91,92,94,116]. Zjawiska kolmatacji są w nich sprzężone z prędkościami filtracji, tak że obie wielkości oddziałują na siebie nawzajem i dlatego trudno jest uzyskać ogólne rozwiązania. Stopień zakolmatowania, dający się mierzyć porowatością gruntu, zmienia się w czasie i przestrzeni. Od współczynnika porowatości zależy z kolei współczynnik filtracji. Przy stałych warunkach brzegowych lokalny spadek przewodności powoduje kumulację gradientu hydraulicznego. Oznacza to, że spada prędkość filtracji, rośnie spadek na odcinku zakolmatowanym, a spada na pozostałym [90]. Natomiast rzeczywista prędkość wody w porach w wyniku końcowym rośnie, co stopniowo hamuje osadzanie cząstek, które są unoszone i odkładane głębiej, bądź odfiltrowywane na powierzchni gruntu. Przy spadającej średnicy porów, maleje przecież maksymalna dopuszczalna średnica cząstek kolmatanta wchodzących do gruntu.

Tak więc porowatość maleje z czasem, w trybie w przybliżeniu eksponencjalnym, zgodnie ze wzorem podanym przez Turutina [92,94] :

$$n = n_0 \exp(-\beta_1 t), \quad (3.4)$$

gdzie : n_0 – porowatość początkowa.

Jeśli teraz przyjąć za Kovácsem [45] zależność współczynnika filtracji k od porowatości :

$$k = k_0 \left(\frac{n(t)}{n_0} \right)^m, \quad (3.5)$$

gdzie : k_0 - początkowa wartość współczynnika filtracji,

m - wykładnik empiryczny (zob. rozdz. 4.3.5.1),

to i przewodność musi być podobną funkcją czasu :

$$k = k_0 [\exp(-\beta_1 t)]^m = k_0 \exp(-\beta_2 t). \quad (3.6)$$

Jak widać, wzór (3.6) zgodny jest z empiryczną formułą (3.3). Parametr β_2 zależny jest od ilości i składu granulometrycznego zawiesiny, rozkładu prawdopodobieństwa wielkości porów, a przede wszystkim od głębokości poniżej dna. Istnieją wzory uwzględniające te zależności, lecz w niniejszej pracy, w której kolmatacja jest brana pod uwagę tylko ze względu na wpływ na wielkość infiltracji, zrezygnowano z tej dodatkowej komplikacji. W ogólności kolmatacja jest tym silniejsza i głębsza, im drobniejsze są cząstki zawiesiny, w porównaniu do wielkości porów. Przykładowo Ripley i Saleem [76] dla piasków drobnych uzyskali $\beta_2 = 10^{-4} [\text{s}^{-1}]$ i $\beta_2 = 10^{-5} [\text{s}^{-1}]$ dla piasków grubych. Ze względu na to, że część niesionego przez wodę materiału jest zatrzymywana już w pierwszych warstwach gruntu, stężenie kolmatanta maleje z głębokością, a co za tym idzie, maleje intensywność kolmatacji. W efekcie zmiany porowatości w czasie są również funkcją głębokości [45]:

$$\Delta n = n_o - n(z, t) = [n_o - n_p(i)] \exp(-\lambda z), \quad (3.7)$$

gdzie: $n_p(t)$ – zmienna w czasie porowatość przypowierzchniowa,

z – głębokość pod powierzchnią [m],

λ – współczynnik zaniku przyjmujący dla piasków i żwirów wartości 3÷5 [m^{-1}].

Wzór na współczynnik porowatości jest więc nieco bardziej skomplikowany:

$$n = n_o [1 - \exp(-\lambda z) + \exp(-\beta_1 t - \lambda z)]. \quad (3.8)$$

Analogicznie zmienia się zatem i przewodność gruntu. W efekcie wpływ kolmatacji zanika ($\Delta n \rightarrow 0$) na głębokości rzędu jednego metra [33,45,76], przy czym, w drobnych piaskach odległość ta jest mniejsza, zaś w dobrze przemytych żwirach może sięgać do kilku metrów [33].

Wzór (3.6) pomija jeden wspomniany już aspekt problemu. Przy kolmatacji wgłębnej nigdy nie dochodzi do pełnego uszczelnienia, lecz porowatość spada asymptotycznie do wartości, przy której większa część cząstek jest zatrzymywana na powierzchni, pozostałe zaś swobodnie przenikają przez grunt bez osadzania [45] (zresztą ze wzoru (3.8) również wynika taki przebieg procesu). Oznacza to pewne ujednoczenie porów ($d_{\text{max}} \rightarrow d_{\text{min}}$), a w tych warunkach wysoka rzeczywista predkość wody w porach zapobiega dalszej kolmatacji. Ten stan równowagi nie ma jednak większego znaczenia w wodach stojących, jeśli wziąć pod uwagę stałe gromadzenie się osadu na powierzchni dna.

Pewne odchylenia od powyższego obrazu procesu mogą powstać w przypadku gruntów niejednorodnych. Gdy przewodność niższej warstwy jest mniejsza, na powierzchni rozdziału może gromadzić się materiał, tworząc warstwę uszczelniającą dzięki mechanizmowi analogicznemu do tego, który wytwarza osad denny [9]. W niesprzyjających warunkach zjawisko takie może być bardzo groźne, bo przecież leżąca głęboko warstwa nie zostanie usunięta podczas okresowego czyszczenia dna zbiornika.

3.4. Wpływ warunków infiltracji na jakość wody

Woda ze stawu infiltracyjnego, filtrująca w głąb gruntu, ulega stopniowemu oczyszczaniu. Jest to wynik kilku procesów fizycznych, chemicznych i biologicznych. Niesione przez wodę jako zawiesina ziarna mineralne są osadzane na powierzchni i w porach gruntu, biorąc udział w jego kolmatacji. Proces ten został już opisany w poprzednim rozdziale. Pozostałe zanieczyszczenia są w wodzie rozpuszczone lub tworzą z nią emulsję i nie mogą być wydzielone przez odsączenie. Część składników jest zatrzymywana w gruncie na skutek zjawiska adsorpcji, większość ulega rozkładowi dzięki biodegradacji. Na ogół jednak pewna ilość zanieczyszczeń pozostaje w wodach gruntowych, obniżając ich jakość. Adsorpcja i biodegradacja są ze sobą w pewien sposób sprzężone. W okresie niskich temperatur wody przeważają procesy adsorbcyjne, powodujące kumulację zanieczyszczeń w gruncie. Wychwył transportowanych przez wodę substancji zamiera

jednak w miarę zbliżania się nasycenia do granicznej pojemności adsorbcyjnej gruntu. W okresie wiosennym, gdy temperatury wody rosną, nagromadzony w ten sposób materiał pokarmowy staje się podstawą szybkiego rozwoju procesów biodegradacji, których intensywność, w miarę wyczerpywania się substratu, stopniowo spada. Proces ten powoduje odtworzenie zdolności adsorbcyjnych gruntu. Jeśli jednak rozwój mikroorganizmów jest hamowany przez jakies dodatkowe czynniki, odtwarzanie to nie jest pełne i następuje stopniowy wzrost stężenia zanieczyszczeń w gruncie – zatrucie. Odbija się to z kolei na jakości wód gruntowych. Zmniejszenie stężenia zanieczyszczeń w gruncie może też zostać wywołane podwyższoną kwasowością wody. Zachodzi wtedy zjawisko wyługowywania – elucji przede wszystkim związków metali, które tą drogą powracają do wód gruntowych.

W dalszej części pracy naszkicowany zostanie ogólny przebieg procesu oczyszczania wody w gruncie. W szkicu tym skorzystano przede wszystkim z wyników badań Błażejewskiego [7].

3.4.1 Biodegradacja zanieczyszczeń

Procesy biodegradacji zachodzą dzięki działalności życiowej mikroorganizmów. Są to glony, występujące w zbiorniku i na powierzchni dna oraz grzyby i bakterie glebowe osadzone na ziarnach gruntu. Niewielką rolę odgrywają również wyższe organizmy wodne. Fotosyntetyzujące glony potrzebują do swego rozwoju światła i dlatego w gruncie giną. Odgrywają natomiast decydującą rolę w usuwaniu zanieczyszczeń i natlenianiu wody w stawie infiltracyjnym.

W gruncie procesy biodegradacji o największej intensywności wywołane są przez grzyby. Te duże, w porównaniu z bakteriami, organizmy wymagają jednak znacznych ilości substancji pokarmowych i są bardzo wrażliwe na temperaturę wody. Dlatego też ich rozwój ma miejsce głównie wiosną, gdy mogą wykorzystywać zaadsorbowaną przez grunt w okresie jesieni i zimy materię organiczną, przyczyniając się do regeneracji jego własności adsorbcyjnych. W lecie grzyby, zużywszy cały zapas pożywienia, zamierają, stając się pożywką bakterii.

Najniższe wymagania mają bakterie glebowe. Większość z nich to aeroby potrzebujące do swego rozwoju tlenu, istnieją również bakterie anaerobowe, żyjące w warunkach beztlenowych. Aktywność życiowa tych drugich jest jednak znacznie niższa. Stężenie tlenu w wodzie wpływa więc w sposób decydujący na intensywność procesów biodegradacji [9]. Dlatego procesy te mają większe znaczenie jedynie w strefie aeracji i silnie napowietrzonych części strefy saturacji. Przy łatwej dostępności składników pokarmowych może dojść do szybkiego wyczerpania całego tlenu i zaniku organizmów aerobowych w niżej leżących niedotlenionych warstwach gruntu. W obszarze obniżonej zawartości tlenu w wodzie, procesy biodegradacji są zastępowane przez proces nityfikacji. Przy stężeniu tlenu niższym niż 0.5 [mg/l] i obfitości materii organicznej następuje gromadzenie się produktów fermentacji beztlenowej - głównie amoniaku (denityfikacja).

Drugą ważną barierę rozwoju mikroorganizmów stanowi dostępność substancji pokarmowych. Są to przede wszystkim związki organiczne, a więc najłatwiej przyswajalne węglowodany, ponadto białka i tłuszcze. Wykorzystywane są też sole mineralne, szczególnie azotany ale też inne, nawet związki cynku. Rozkładowi biologicznemu ulegają przy tym takie związki jak DDT czy niektóre środki piorące (środki powierzchniowo czynne). Zawartość tych wszystkich substancji w wodzie maleje w miarę jak są wykorzystywane, w sposób w przybliżeniu eksponencjalny. W efekcie, stężenie ulegających degradacji zanieczyszczeń maleje z głębokością zgodnie ze wzorem :

$$C_p(z) = C_{p0} \exp(-\lambda_c z), \quad (3.9)$$

gdzie : C_{p0} , $C_p(z)$ – początkowe i lokalne stężenie polutanta [g/l],
 λ_c – współczynnik degradacji [m^{-1}].

Jeśli więc nawet ze strefy aeracji zapewniony jest dodatkowy dostęp tlenu do niższych partii gruntu pod stawem infiltracyjnym, to deficyt substancji pokarmowych powoduje obniżenie z głębokością ilości bakterii. Spadek intensywności biodegradacji może być również spowodowany sztucznie

przez obniżenie zawartości substancji organicznych w infiltrującej wodzie, np. poprzez wprowadzenie wstępnej koagulacji.

Duży wpływ na rozwój mikroorganizmów ma temperatura wody. Ze względu na pojemność cieplną gruntu zmienia się ona w większym stopniu tylko w górnych warstwach, przy czym na pewnej głębokości obserwuje się opóźnienie zmian, w porównaniu z przebiegiem pór roku. Głębsze wody gruntowe mają już temperaturę stałą, odpowiadającą średniej rocznej ciepłocie powietrza. Dzięki temu, rozwój mikroorganizmów jest w strefie przypowierzchniowej hamowany w okresie zimowym, zaś maksymalna aktywność biologiczna ma miejsce wtedy nieco głębiej. Szczególnie czułe na ciepło są grzyby. Wymagają one dla swego rozwoju temperatury około 20° C. Przy niższych giną. Efekty termiczne powodują wspomniane już zmiany w proporcji pomiędzy intensywnością adsorpcji gruntowej i biodegradacji.

Innym czynnikiem hamującym okresowo rozwój mikroorganizmów może być zbyt duża zawartość w wodzie związków metali ciężkich, pestycydów lub fenoli [76]. Bakterie wykazują jednak pod tym względem bardzo duże możliwości adaptacyjne. Obniżenie intensywności biodegradacji trwa zwykle do dwóch tygodni, po czym sytuacja wraca do normy.

Jak wynika z powyższego, niektóre substancje nie ulegają procesom biodegradacji. Są to przede wszystkim fenole, węglowodory chlorowcowe, część pestycydów (np. γ -HCH), kationowe środki piorące (SPC), związki metali ciężkich, żelaza i manganu [110]. Niektóre pestycydy (np. lindan) i część wielopierścieniowych węglowodorów aromatycznych w niewielkim stopniu rozkładana jest na drodze fermentacji beztlenowej. Również związki miedzi przyswajane są bardzo słabo.

3.4.2. Wstępne przygotowanie wody do infiltracji

Woda kierowana do stawu infiltracyjnego może być wstępnie uzdatniana lub nie. Ale nawet gdy jest to woda surowa, pewne efekty na jej jakość wywiera samo pozostawanie w otwartym zbiorniku. Przede wszystkim, stężenie dopływających zanieczyszczeń zostaje uśrednione w czasie, przez co zapobiega się dużym, falowym zanieczyszczeniom instalacji. Ponadto, część substancji (np. amoniak) ulega utlenieniu na skutek napowietrzenia w trakcie transportu. Rozkładowi fotochemicznemu pod wpływem promieni słonecznych ulegają herbicydy i większość wielopierścieniowych węglowodorów aromatycznych. Największą rolę odgrywa jednak działalność życiowa glonów (alg). Eliminują one z wody fosforany i azotany, przekształcając te ostatnie w azot organiczny. Przede wszystkim jednak nasycają wodę tlenem w procesie fotosyntezy. Należy przy tym pamiętać, że w nocy, gdy fotosynteza zamiera, przy silnym rozwoju alg może dojść nawet do deficytu tlenowego na skutek oddychania tych glonów. Powstający nadmiar dwutlenku węgla powoduje zakwaszenie wody, o którego wpływie na kolmatację i adsorpcję już wspomniano. Ogólnie jednak glony spełniają rolę pozytywną w usuwaniu zanieczyszczeń i dlatego stosowanie algicydów dla obniżenia tempa kolmatacji zewnętrznej nie jest wskazane. Powoduje ono z reguły deficyt tlenowy w infiltrującej wodzie i w efekcie silne zanieczyszczenie gruntu, który w tej sytuacji nie może istotnie poprawić jakości infiltrującej wody. Często dobre efekty przynosi wstępne oczyszczenie wody dostarczanej do zbiornika infiltracyjnego. Zwykle oczyszcza się ją mechanicznie. Czasem stosuje się koagulację lub nawet prefiltrację. Koagulacja wyraźnie poprawia jakość wody uzyskiwanej w końcowym efekcie, eliminując przede wszystkim żelazo i mangan. Usuwa jednak przy okazji około 30 % substancji organicznych, obniżając tym samym intensywność biodegradacji w gruncie, głównie przez zahamowanie rozwoju grzybów. Warto więc stosować ją z umiarem.

3.4.3 Wpływ środowiska gruntowego na jakość infiltrującej wody

Pierwszą warstwą gruntu, na którą napotyka infiltrująca woda, jest osad denny, stanowiący kilkucentymetrową warstewkę i składający się w ponad 90 % z cząstek mineralnych. Mimo tak

małej miąższości odgrywa on jednak bardzo dużą rolę w procesie oczyszczania wody przede wszystkim dlatego, że stanowi pierwszą przeszkodę na jej drodze. Osad akumuluje głównie pestycydy i węglowodory ale także pewną ilość metali ciężkich, nie wspominając o odsączeniu zawieszin. Część tych substancji jest rozkładana przez słońce, większość zostanie usunięta wraz z osadem przy najbliższym czyszczeniu dna. Również aktywność biologiczna tej strefy jest bardzo znaczna – w sprzyjających warunkach rozwija się tu najwięcej grzybów i bakterii.

W niżej leżącej strefie aeracji ilość grzybów stanowi już tylko 20 % w porównaniu z ilością w osadzie, zaś ilość bakterii spada do zaledwie 5 % . Przy braku grzybów, w górnej części tej strefy wzrasta ilość bakterii glebowych. To głównie tu mają miejsce opisane wcześniej, wywołane efektami termicznymi, oddziaływania pomiędzy procesami biodegradacji i adsorpcji. Dzięki nim właśnie następuje 45-60 procentowa redukcja zanieczyszczeń głównie organicznych ale też azotanów, DDT, związków cynku i nieco słabsza środków piorących. Czasem jednak towarzyszy temu wzrost stężenia fenoli, będących produktem ubocznym biodegradacji.

W strefie saturacji procesy biologicznego oczyszczania odgrywają znacznie mniejszą rolę, choć przy dobrym natlenieniu mogą być jeszcze dość intensywne. Zwykle jednak brak tlenu powoduje szybki zanik bakterii glebowych wraz z głębokością. z niewielką intensywnością zachodzi tu fermentacja beztlenowa pozostałych jeszcze w wodzie niewykorzystanych związków organicznych – głównie węglowodorów aromatycznych. Również adsorpcja, ze względu na stałość warunków, ma tu niewielkie znaczenie. Istotną rolę spełnia natomiast wymiana jonowa i rozpuszczalność soli, głównie wapniowych, które nadają infiltrującej wodzie cechy wody gruntowej. Aby uzyskać je w pełni, woda powinna pozostawać w warstwie wodonośnej około stu dni, nie mniej jednak niż czterdzieści [29], co uzyskuje się dzięki odpowiedniemu oddaleniu ujęcia od basenu infiltracyjnego [100].

3.4.4. Rola warunków przepływu wody w procesach oczyszczania

Jak wynika z przedstawionego pokrótce przebiegu usuwania zanieczyszczeń z wody, bardzo ważną rolę odgrywa stopień dostępności tlenu. Gaz ten jest dostarczany wraz z wodą, lecz może to być ilość niewystarczająca. Sytuacja taka ma miejsce przy dużym ładunku zanieczyszczeń ale także w nocy, kiedy to glony w stawie infiltracyjnym zużywają tlen, zamiast go wytwarzać. Jedynym rozwiązaniem jest pod dnem rozległej strefy aeracji, w której mikroorganizmy mogą korzystać z tlenu atmosferycznego, zawartego w porach gruntu.

Duże znaczenie ma również głębokość napełnienia stawu, stanowiąca warunek brzegowy dla procesu infiltracji. Wpływa ona przede wszystkim na czas pobytu wody w zbiorniku. Jeśli czas ten jest długi, uśrednienie jakości wody odbywa się w większej skali. W dobrych warunkach termicznych intensywnie rozwijają się wtedy glony dostarczające wodzie tlenu, lecz równocześnie wzmacnia się proces biologicznej kolmatacji dna. Kwestia jakości wody jest więc jeszcze jednym elementem, który trzeba uwzględnić przy ustalaniu jej głębokości w stawie.

4. FIZYCZNO-MATEMATYCZNY OPIS FILTRACJI W SĄSIEDZTWIE STAWU INFILTRACYJNEGO

Aby możliwe było okresowe osuszenie zbiornika infiltracyjnego, jego dno musi znajdować się powyżej zwierciadła wód gruntowych. Grunt w bezpośrednim otoczeniu stawu będzie więc suchy, czyli w części jego porów wystąpi również powietrze. Taka strefa niepełnego nasycenia znacznie różni się właściwościami od strefy saturacji. Podwyższone są tu opory ruchu, znaczną rolę odgrywa retencja gruntowa. Dlatego też przebiegu procesów zachodzących w gruncie na skutek napełniania zbiornika wodą nie można w pełni opisać przy użyciu żadnego z klasycznych modeli filtracji. Operują one bowiem stałymi granicami geometrycznymi. Jeśli więc nawet po rozpoczęciu infiltracji pod dnem stawu wytworzy się strefa pełnego nasycenia, jej wymiary będą się jednak zmieniać szybko i w znacznym zakresie. Rozwiązanie równania różniczkowego cząstkowego w obszarze o tak zmiennych granicach stanowi poważny problem matematyczny. Ominięcie go jest możliwe bądź na drodze dołączenia do równania filtracji dodatkowo równania ruchu swobodnego zwierciadła, co wiodzie do konieczności Rozwiązania układu dwóch równań różniczkowych cząstkowych, bądź poprzez znaczne uproszczenie opisu procesu.

Tymczasem zwierciadło wód gruntowych nie stanowi w warunkach naturalnych żadnej fizycznej granicy dla filtracji. Co więcej, w rzeczywistym gruncie nie następuje w miejscu, gdzie ono przebiega, żadna gwałtowna zmiana własności. Pełne nasycenie gruntu sięga dalej – aż do granicy strefy kapilarnej. A przecież w strefie nienasyconej też odbywa się przepływ wody. Naturalnym zatem wydaje się rozszerzenie teorii filtracji również na strefę aeracji. W ten sposób obszarem ruchu wód gruntowych staje się cały przepuszczalny kompleks geologiczny. Znika problem ruchomych granic.

Powstanie strefy nasyconej pod dnem stawu infiltracyjnego jest jednak zjawiskiem dość rzadkim. Zwykle, ze względu na kolmatację dna, infiltracja wody odbywa się dzięki przesączeniu przez strefę niepełnego nasycenia. W takiej sytuacji klasyczna teoria filtracji musi zawieść.

Strefa aeracji jest od dołu ograniczona horyzontem wodonośnym. Poziom zwierciadła może się zmieniać dość szybko. Ta granica jest więc ruchoma, a założenie Dupuita o zaniedbywalności przepływu w pionie nie zawsze da się zastosować. Zatem tylko ogólny model ruchu w strefie saturacji i aeracji umożliwia jednolite potraktowanie całej warstwy geologicznej przepuszczalnej dla wody. Matematyczno-fizyczny opis tego modelu przedstawia niniejszy rozdział.

4.1. Charakterystyka zjawisk zachodzących w gruncie w czasie filtracji

W strefie pełnego nasycenia, gdzie wszystkie pory gruntu wypełnione są wodą, zmiany towarzyszące filtracji są trudne do zauważenia i mają charakter głównie ilościowy (np. zmiany prędkości i ciśnienia wody). Natomiast w strefie aeracji zachodzą w tym przypadku liczne i skomplikowane procesy, którymi rządzą siły o charakterze molekularnym. W efekcie przepływ wody staje się przyczyną wielkich zmian jakościowych – w ruchu bierze udział nowy czynnik – powietrze.

4.1.1. Zjawiska kapilarne w gruncie

W klasycznym ujęciu granicą pomiędzy strefą saturacji a strefą aeracji jest tzw. swobodne zwierciadło wód gruntowych. Jest to powierzchnia na której ciśnienie wody w porach gruntu jest równe atmosferycznemu. Na jej poziomie układa się zwierciadło wody w piezometrach. Natomiast nie obserwuje się tu jakichkolwiek skokowych zmian w stosunkach wodnych w gruncie. Po obu

stronach swobodnego zwierciadła wilgotność odpowiada pełnemu nasyceniu porów gruntu. Ponad strefą saturacji wodę w porach utrzymują siły napięcia powierzchniowego, noszące w tym przypadku nazwę sił kapilarnych. Ponieważ większość materiałów tworzących ośrodek gruntowy jest zwilżana przez wodę, siły te powodują wznos kapilarny i wystąpienie na powierzchni menisku podciśnienia o wartości [16] :

$$p = -\frac{2\sigma}{\rho}, \quad (4.1)$$

gdzie : σ – napięcie powierzchniowe [N/m], ($74 \cdot 10^{-3}$ N/m dla wody przy 10°C),
 ρ – promień krzywizny menisku [m].

Podciśnienie to jest równoważone ciężarem utrzymywanego ponad swobodnym zwierciadłem słupa wody :

$$p = \gamma h, \quad (4.2)$$

gdzie : γ – ciężar właściwy wody [N m^{-3}],
 h – wysokość słupa wody [m].

Ponieważ najmniejszy promień krzywizny odpowiada promieniowi poru w przekroju menisku, zatem wysokość podciągania kapilarnego zależy odwrotnie proporcjonalnie od wymiarów kapilar. Pełne nasycenie wystąpi więc do wysokości, zwanej strefą kapilarną, powyżej której największe pory nie będą już w stanie utrzymać wody. Dla różnych gruntów zjawisko to wystąpi na różnym poziomie, wcześniej zazwyczaj w gruntach gruboziarnistych, gdzie najczęściej też występują największe wymiary porów.

Wraz ze wzrostem wysokości ponad swobodne zwierciadło, opróżniają się pory o coraz mniejszych średnicach. Tym samym następuje stopniowy spadek wilgotności gruntu, aż do osiągnięcia stanu powietrzno-suchego. Jest to bliska zeru wilgotność minimalna, którą tworzy woda błonkowata i chemicznie związana. Ponieważ kinematyką tych rodzajów wody gruntowej nie rządzi już napięcie powierzchniowe, wilgotność minimalna w normalnych warunkach tylko nieznacznie spada z wysokością [45].

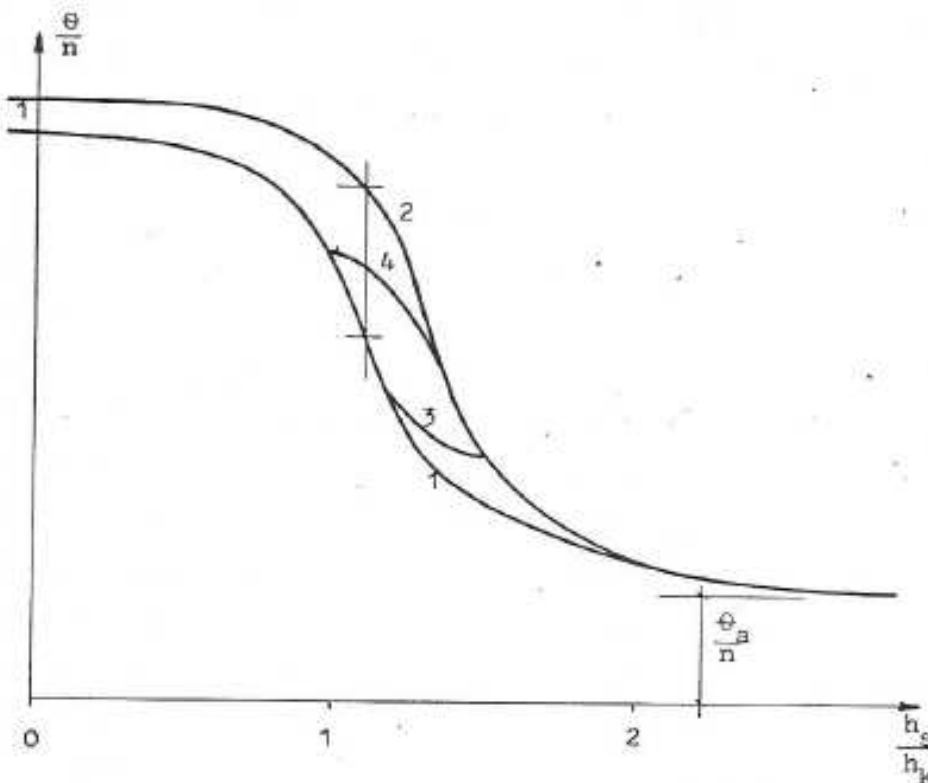
Jak wynika z powyższego, pomiędzy wilgotnością gruntu a podciśnieniem wody w porach (mierzonym zazwyczaj wysokością słupa wody h_s), istnieje związek funkcyjny, którego kształt zależy od kształtu krzywej rozkładu statystycznego wymiarów porów, a więc pośrednio od właściwości gruntu. Związek ten nosi nazwę wilgotnościowej charakterystyki gruntu.

4.1.2. Histereza wilgotności

Kapilary gruntowe nie są walcowymi rurkami, lecz stanowią jak gdyby łańcuszki komórek połączonych między sobą wąskimi otworami. Dzięki temu, podczas wzrostu ciśnienia wody wysokość wznosu kapilarnego w kanaliku o danej średnicy jest mniejsza niż przy tym samym ciśnieniu, ale podczas jego spadku. W pierwszym przypadku bowiem menisk utworzy się w przewężeniu pod komorą, a w drugim w przewężeniu nad komorą. Na skutek tego zjawiska zależność pomiędzy ciśnieniem a wilgotnością w gruncie nie jest jednoznaczna, lecz ma charakter pętli histerezy (rys. 4.1).

Poglądowo przedstawia tę właściwość domenowy model histerezy Mualema [64]. Zakłada on, że grunt składa się z wydzielonych fikcyjnie fragmentów zwanych domenami, które są ograniczone powierzchniami z otworami o stałej dla każdej domeny wielkości. Otwory te reprezentują przewężenia kanalików. Statystyczny rozkład rozmiarów porów wewnątrz wszystkich domen, jak i otworów na ich powierzchni, jest jednakowy i odpowiada rozkładowi wielkości porów w rzeczywistym gruncie. Domena o danym rozmiarze otworów nie będzie brała udziału w nasycaniu gruntu tak długo, aż ciśnienie wody nie wzrośnie do poziomu, przy którym kapilara o średnicy otworu będzie mogła już wodę utrzymać. W domenie nasycone wtedy zostaną wszystkie

pory o nie większym rozmiarze. Przy dalszym wzroście ciśnienia wchłaniają wodę kapilary o coraz większych średnicach. Natomiast przy osuszaniu domena będzie również zachowywała swój stan nasycenia, póki jej otwory brzegowe będą w stanie wodę utrzymać. Przy niższym ciśnieniu opróżnione zostaną na raz wszystkie pory domeny o średnicy nie mniejszej od rozmiaru otworów na powierzchni, a dalej stopniowo pory coraz mniejsze. Powyższy model odtwarza bardzo dobrze (również ilościowo) zarówno główną pętlę histerezy, jak i tzw. przebiegi skanujące, w których drenaż rozpoczyna się przed uzyskaniem całkowitego nasycenia lub nawilżanie przed uzyskaniem stanu powietrzno-suchego.



rys. 4.1 Histereza charakterystyki wilgotnościowej;

1 - krzywa nawilżania, 2 - krzywa drenażu, 3 - jedna ze skanujących krzywych nawilżania, 4 - jedna ze skanujących krzywych drenażu

Jak widać, szerokość pętli histerezy zależy od rodzaju gruntu, a dokładniej od rozkładu wymiarów występujących w nim porów. Badania empiryczne [6] wykazują, że różnice wilgotności występujące przy tym samym ciśnieniu sięgają w ciężkich gruntach gliniastych 10 %, a w gruboziarnistych piaskach tylko 1 do 2 %.

Pewne odchylenie od przedstawionego tu opisu może wystąpić w gruntach gruboziarnistych. Jest to tzw. efekt blokady wejścia powietrza [64]. Powoduje on opóźnienie momentu opróżnienia największych porów w stosunku do przewidywań modelu kapilarnego. Natomiast w pęczniejących gruntach drobnoziarnistych i spoistych, dla prawidłowego wyznaczenia charakterystyki wilgotnościowej, konieczne jest utrzymanie stałej objętości próbki. W naturze zapewnia to ciśnienie i sprężystość otaczających skał. Dopuszczenie do pęcznienia prowadzi do niekontrolowanego wzrostu porowatości, przez co kolejne pomiary stają się nieporównywalne, zaś charakterystyka ulega wypaczeniu [45].

4.1.3. Wzajemna zależność ruchu powietrza i wody

Jak wynika z rozważań dotyczących wilgotności w strefie aeracji, najdrobniejsze kanaliki gruntu będą zawierały wodę nawet w stanie powietrzno-suchym. Będzie się tak działo przede

wszystkim ze względu na istnienie wody błonkowej. Wzrosną oczywiście opory ruchu (mniejsze średnice kapilar, wydłużenie drogi), przy pełnym osuszeniu nawet o kilka rzędów wielkości (opory ruchu wody błonkowej są znacznie większe niż wolnej). Lecz ciągłość fazy ciekłej, mimo opróżnienia części porów z wody, będzie zachowana w obu strefach nasycenia.

Należy przy tych wszystkich rozważaniach zdawać sobie sprawę, że osuszone kapilary nie pozostaną puste. Wypełni je powietrze atmosferyczne. Jest to również płyn o określonej ściśliwości i bezwładności i dlatego, mimo jego rozpuszczalności w wodzie, nie powinno się pomijać roli powietrza w zjawiskach towarzyszących filtracji wody. Ciągłość jego strumienia może być bowiem łatwo przerwana (brak warstwy błonkowej). Powstają wtedy uwięzione w gruncie pęcherzyki, które mogą poważnie zmienić kształt charakterystyki wilgotnościowej gruntu, a także istotnie wpłynąć na obraz filtracji. To właśnie uwięzione powietrze (θ_p na rys. 4.1) Powoduje, że wilgotność przy nawilżaniu nie osiąga wartości porowatości, nawet przy ciśnieniach wyższych od atmosferycznego. W efekcie pętla histerezy ma charakter otwarty. Powrót do pełnego nasycenia następuje dopiero dzięki dyfuzji i rozpuszczalności powietrza w wodzie [9,60], wskutek czego wilgotność zależy także od czasu trwania i wielkości przepływu [98]. Znaczniejsze odchylenia w obrazie ruchu uzyskuje się jednak wtedy, gdy uniemożliwiony jest swobodny odpływ powietrza i zostaje ono sprężane przez wypierającą je wodę [96]. Takie warunki występują w przyrodzie dość rzadko, choćby ze względu na mikroniejednorodności gruntu, dzięki którym przy większej skali zjawiska, zostają zawsze zachowane drogi ucieczki powietrza.

Istotnym problemem jest niestabilność frontu, pojawiająca się przy wypieraniu od góry lżejszego płynu przez cięższy [98]. Przy dużej skali procesu można jednak to zagadnienie pominąć.

4.2. Eksperymentalne prawa ruchu wód gruntowych

Ruch wody w gruncie może być wywołany całym szeregiem zjawisk fizycznych, takich jak różnica ciśnień, siły grawitacyjne, różnica temperatur, koncentracji soli, prężności pary wodnej czy potencjału elektrycznego. Badania empiryczne wykazały, że prędkość filtracji zależy od tych wszystkich czynników w sposób dający się z dobrą dokładnością opisać następującą zależnością liniową [67] :

$$v = -\sum_i k_i \text{grad } \Phi_i, \quad (4.3)$$

gdzie : v – wektor prędkości filtracji, określanej jako wydajność przepływu przypadający na jednostkową powierzchnię przekroju gruntu [m s^{-1}] (a więc różnej od rzeczywistych prędkości wody w porach gruntu),

k_i – współczynnik przewodności, odpowiadający oporom ruchu dla i -tego zjawiska fizycznego [m s^{-1}],

Φ_i – potencjał energetyczny (energia przypadająca na jednostkę ciężaru wody), odpowiadający i -temu zjawisku fizycznemu [$\text{J N}^{-1} = \text{m}$].

W gruntach naturalnych w przeciętnych warunkach, przy braku zasolenia, dominującymi czynnikami wywołującymi przepływ wody są różnica ciśnień i siły grawitacyjne [48]. Wzór na prędkość przybiera wtedy postać [16,108] :

$$v = -k_o \overline{\text{grad } H} \quad (4.4)$$

i nosi nazwę formuły Darcy'ego, który dowiódł jej prawdziwości w strefie saturacji [19], przy oznaczeniach :

k – współczynnik filtracji wywołanej różnicą ciśnień,

$H = z + \frac{\rho}{\gamma}$ – wysokość hydrauliczna stanowiąca potencjał prędkości,

ρ – ciśnienie mierzone względem atmosferycznego [N m^{-2}],

z – wysokość nad poziomem porównawczym [m n.p.p.].

Równanie (4.4) opisuje rzeczywistość dla zakresu laminarnego prędkości filtracji. Dla prędkości bardzo małych przepływ nabiera charakteru lepko-plastycznego, ale obszar ten nie odgrywa większego znaczenia. Przy liczbach Reynoldsa :

$$\text{Re} = \frac{D_h v}{\nu} = 2 \div 5, \quad (4.5)$$

gdzie : ν – współczynnik lepkości kinematycznej [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$], ruch staje się turbulentny i opory ruchu zależą od kwadratu prędkości. Ruch turbulentny zwany fluacją spotykany jest w gruncie dość rzadko.

4.2.1. Formuła Buckingham-Darcy'ego

Zgodnie z hipotezą Richardsa [54,74], potwierdzoną przez liczne badania empiryczne (Awierjanow, Bear [6], Irmay [16,18,45,67,80,108]), wzór Darcy'ego daje się stosować również dla strefy aeracji, pod warunkiem uwzględnienia zmian współczynnika oporu (wynikających ze zmian wilgotności). We wzorze tym, zwanym formułą Buckingham-Darcy'ego [3], współczynnik filtracji k_0 jest zastąpiony przez współczynnik przewodności wodnej gruntu k , który w strefie aeracji nie będzie już wielkością stałą, lecz funkcją wilgotności gruntu w danym punkcie [15,45,74]. Natomiast pojęcie wysokości hydraulicznej uogólniono, nadając ciśnieniom wody niższym niż atmosferyczne wartość ujemną [5]. Dzięki temu, wysokość hydrauliczna w obrębie strefy aeracji jest niższa od rzędnej w danym punkcie o wartość :

$$h_s = -\frac{\rho}{\gamma} \quad (\text{dla } \rho < 0), \quad (4.6)$$

zwaną wysokością ssania. Wielkość ta, nazywana inaczej potencjałem Buckinghama [15,45,74], potencjałem wilgoci, potencjałem kapilarnym lub macierzystym [98], jest pojęciem złożonym. Wywołują ją siły adsorpcji, osmozy i kapilarne [48]. Ze względu na efekty lepko plastyczne wzór Buckingham-Darcy'ego nie może być stosowany do opisu ruchu wody w fazie ciekłej przy małych wilgotnościach [20]. Dzięki jednak transportowi pary wodnej i cyklicznym przemianom fazowym związanym z lokalnym strumieniem ciepła, ruch wilgoci ma w dalszym ciągu charakter zbliżony do liniowego. Uogólnienie pojęcia wysokości ssania pozwala więc na znacznie szersze wykorzystanie omawianej formuły.

4.2.2. Dyfuzja wilgoci

Ponieważ pomiędzy ciśnieniem wody w gruncie a wilgotnością istnieje zależność funkcyjna opisywana przez charakterystykę wilgotnościową, możliwe jest zastąpienie w równaniu ruchu (Buckingham-Darcy'ego) wysokości hydraulicznej przez wilgotność. Wykonuje się wówczas następujące podstawienie :

$$v = -k \overline{\text{grad}(z - h_s)} = -k (\overline{\text{grad } z} - \overline{\text{grad } h_s}) = -k \bar{e}_z + k \frac{\partial h_s}{\partial \theta} \overline{\text{grad } \theta} = -D_w \overline{\text{grad } \theta} - k \bar{e}_z, \quad (4.7)$$

gdzie : $D_w = -k \partial h_s / \partial \theta = k / \gamma \partial p / \partial \theta$ - współczynnik dyfuzji wilgoci w gruncie [9,15,17,24],

\bar{e}_z – wersor osi pionowej z ,

θ – wilgotność gruntu mierzona objętością wody zawartej w jednostce objętości gruntu [$\text{m}^3 \text{m}^{-3} = 1$].

Współczynnik dyfuzji D_w nie ma fizycznej interpretacji i jest najbardziej niepewnym spośród wszystkich parametrów gruntowych [9].

Po osiągnięciu pełnego nasycenia, przy dalszym wzroście ciśnienia, wilgotność gruntu zmienia się tylko na skutek ściśliwości wody i szkieletu gruntowego. Są to jednak zmiany bardzo małe (mniejsze o kilka rzędów wielkości niż w strefie aeracji), stąd też powstaje praktyczna trudność wykorzystania wzoru Darcy'ego w postaci wilgotnościowej dla strefy saturacji. Prowadzi to zazwyczaj do odrębnego opisu ruchu w każdej ze stref.

4.2.3. Dobór sposobu zapisu prawa filtracji

Jako funkcja potencjału we wzorze Darcy'ego może występować zarówno bezpośrednio wysokość hydrauliczna jak i, za pośrednictwem pewnych podstawień, wilgotność gruntu. Każde podejście ma jednak swoje zalety i wady.

Największą zaletą stosowania wysokości hydraulicznej jako funkcji potencjału (podejście to będzie dalej nazywane ciśnieniowym) jest możliwość ujednoczenia opisu filtracji dla obu stref nasycenia. Jak wykazano wcześniej, w ujęciu wilgotnościowym jest to praktycznie niewykonalne. Niebagatelnym problemem jest ciągłość funkcji spełniającej rolę potencjału prędkości. Kształt charakterystyki wilgotnościowej jest silnie zależny od rodzaju, a zwłaszcza porowatości gruntu. Dlatego na granicy dwóch warstw gruntowych występuje zazwyczaj skok wilgotności [104]. Opis takiego skoku jest możliwy tylko za pomocą warunku ciągłości przepływu (tzw. warunek brzegowy czwartego rodzaju). Natomiast wysokość hydrauliczna, zgodnie z prawem Eulera jest funkcją ciągłą na granicy dwóch ośrodków i problem może być pominięty. Z kolei w ujęciu ciśnieniowym zależność pomiędzy przewodnością a wysokością ssania $k(h_s)$ (charakterystyka przewodnościowa) cechuje się znaczną histerezą. W ujęciu wilgotnościowym histerezę funkcji $k(\theta)$ można zaniedbać [108]. Zamiast tego pojawi się ona we współczynniku dyfuzji $D_w(\theta)$, którego niefizyczny charakter i tak już utrudnia intuicyjną ocenę. Przytoczone porównania co prawda nie rozstrzygają o wyższości któregoś ze sposobów zapisu w przypadku ogólnym, jednak pozwalają taką decyzję podjąć przy modelowaniu konkretnego problemu.

4.3. Własności filtracyjne gruntu

O przepływie wody w gruncie decyduje szereg parametrów. Część z nich, jak np. współczynnik porowatości n , wysokość wznosu kapilarnego h_k , czy współczynnik filtracji przy pełnym nasyceniu gruntu k , jest stała w czasie – zależą one wyłącznie od rodzaju gruntu. Inne, jak wilgotność θ czy współczynnik przewodności przy niepełnym nasyceniu (współczynnik przewodności wodnej gruntu) k_f , mają charakter funkcji wysokości ssania h_s lub (w przypadku k_f) wilgotności θ . zależności te noszą nazwę charakterystyk: odpowiednio charakterystyka wilgotnościowa to zależność $\theta(h_s)$, zaś charakterystyka przewodnościowa to zależność $k_f(h_s)$ albo $k_f(\theta)$.

4.3.1. Współczynnik porowatości n

Jest parametrem decydującym o maksymalnej wilgotności gruntu. Zależy od uziarnienia, ale przede wszystkim od stopnia zagęszczenia. W związku z tym, wyznaczyć go można w zasadzie tylko drogą bezpośredniego pomiaru. Przy pełnym nasyceniu gruntu wodą, wilgotność odpowiada (z dużą dokładnością) wartości współczynnika porowatości.

W niewielkim zakresie parametr n zależy od ciśnienia wody gruntowej. Pod wpływem przyrostu ciśnienia o wartości $\Delta p = \gamma h$ zmniejsza się objętość ziarn gruntu V_s [113]. Dla niewielkich przyrostów ciśnienia można pominąć reakcje plastyczną gruntu (osiadanie), biorąc pod uwagę tylko reakcję sprężystą:

$$\frac{\Delta V_s}{V_s} = -\kappa_s \Delta p, \quad (4.8)$$

gdzie: κ_s - współczynnik ściśliwości ziaren (dla kwarcu $\kappa_s \cong 0.24 \cdot 10^{-10}$ [Pa⁻¹]).

Zmniejszeniu objętości ziaren odpowiada przyrost objętości porów $\Delta V_p = -\Delta V_s$. Ponieważ $\Delta V_p/V_p = \Delta n/(1-n_r)$, stąd [57]:

$$\frac{\Delta n}{1-n_r} = \kappa_s \Delta p, \quad (4.9)$$

gdzie n_r - współczynnik porowatości w warunkach normalnych.

A zatem, przy założeniu, że $\Delta n = n(p) - n_0$, otrzyma się ze wzoru (4.8) zależność:

$$n(p) = n_r + (1 - n_r) \kappa_s \Delta p. \quad (4.10)$$

Przy spotykanych dla wód gruntowych rozpiętościach zmian ciśnienia, drugi składnik wzoru (4.10) jest około miliard (10⁹) razy mniejszy od pierwszego i jest zwykle pomijany (grunt nieściśliwy).

4.3.2. Wysokość wznosu kapilarnego h_k

Wysokość wznosu zwierciadła w kapilarze można obliczyć, zakładając równowagę pomiędzy siłami napięcia powierzchniowego (wzór 4.1) i ciężarem słupa utrzymywanej ponad poziomem hydrostatycznym cieczy (wzór 4.2):

$$h_k = \frac{4\sigma}{\gamma d}. \quad (4.11)$$

Wzór ten może posłużyć do wyznaczania wysokości kapilarnej jedynie w materiale złożonym z regularnie ułożonych jednakowych ziaren (grunt fikcyjny [100]). Np. dla kulek o średnicy D_s w płaskim ułożeniu sześciokątnym:

$$h_k = \frac{8\sigma}{\gamma D_s}. \quad (4.12)$$

Jednak przy statystycznym rozkładzie rozmiarów porów w gruncie, również wysokość kapilarna będzie miała przypadkowy charakter. Najczęściej stosowana definicja, zakładająca że wielkość ta jest granicą, poniżej której grunt jest całkowicie nasycony wodą, może być zatem traktowana tylko jako ocena pewnego progu ufnosci. Zawsze bowiem istnieje skończone prawdopodobieństwo pojawienia się porów o średnicy większej niż założona D_{max} , które nie utrzymają wody. Jeśli prawdopodobieństwo to ma być mniejsze niż 20 %, otrzymuje się wzór:

$$D_{max} = \frac{3 \cdot 10^{-3} [\text{m}^2]}{h_k} = \frac{5nD_h}{(1-n)\alpha} \quad (3.2)$$

W praktyce pomiaru dokonuje się na podstawie barwy próbki – mierzy się wysokość warstwy zwilżonej (ciemnej) ponad statycznym zwierciadłem wody ($p = 0$). Na charakterystyce wilgotności będzie to punkt o minimalnej (największej ujemnej) krzywiznie ($\frac{\partial^2 \theta}{\partial h_s^2} = \min$).

W klasycznej teorii filtracji uwzględnia się poziomy przepływ w strefie aeracji, przez zwiększenie miąższości warstwy zawodnionej o wysokość wznosu kapilarnego. Przy tym samym spadku w obu strefach nasycenia, ze wzoru (4.4) wynika równość [45] :

$$h_k k_o = \int_H^{z_p} k(z) dz, \quad (4.13)$$

gdzie : z – rzędna stropu warstwy wodonośnej ($z - H$ odpowiada miąższości strefy aeracji).

Daje to zależność :

$$h_k = \frac{1}{k_o} \int_H^{z_p} k(z) dz. \quad (4.14)$$

Oczywiście, ze względu na zjawisko histerezy, wielkość h_k jest mniejsza przy nawilżaniu (wysokość kapilarna czynna) i większa przy drenowaniu (wysokość kapilarna bierna) [100,45]. Dlatego jako parametr należy przyjmować wznos w warunkach hydrostatycznych.

4.3.3. Współczynnik filtracji przy pełnym nasyceniu gruntu k

Współczynnik filtracji jest to prędkość filtracji, odpowiadająca jednostkowemu spadkowi hydraulicznemu. Wielkość ta zależy od powierzchni przekrojów i tzw. krętości porów, a więc pośrednio od uziarnienia i porowatości gruntu. Ponieważ współczynnik filtracji jest jednym z podstawowych parametrów hydrogeologicznych gruntu, zagadnienie jego wyznaczania jest szeroko omawiane w literaturze przedmiotu. Stosuje się głównie metodę bezpośredniego pomiaru w kolumnie filtracyjnej lub interpretację wyników próbnych pompowań. W tym ostatnim przypadku współczynnik filtracji, jako wielkość uśredniona, charakteryzuje cały kompleks wodonośny w otoczeniu studni.

Postęp, jaki w ciągu ostatnich lat nastąpił w zakresie wiedzy teoretycznej, pozwala również z porównywalną dokładnością wyznaczać współczynnik ze wzorów teoretycznych, na podstawie geometrycznych charakterystyk gruntu [34, 37]. Przykładem może być, dający dobrą zgodność z doświadczeniem, wzór oparty na modelu wiązki kapilarnej (model gruntu idealnego) [45] :

$$k_o = \frac{g n^3}{5 \nu (1 - n)^2} \left(\frac{D_A}{\alpha} \right)^2. \quad (4.15)$$

4.3.4. Charakterystyka wilgotnościowa

Zależność pomiędzy wilgotnością gruntu θ a wysokością ssania h_s (jak to już powiedziano wcześniej) ma charakter pętli histerezy. Jeśli jednak uwzględnić tylko wyniki uzyskiwane dla zwilżania lub tylko dla osuszania gruntu, zależność tę można opisać jednoznaczną funkcją (zob. rys. 4.2). Przebieg takiej funkcji może różnić się znacznie dla różnych gruntów. Różne są przecież maksymalne wilgotności zgodnie z różnicami porowatości, a także tzw. nasycenie resztkowe. To ostatnie odzwierciedla obecność w gruncie wody błonkowej, której zawartość jest w mniejszym stopniu zależna od ciśnienia niż w przypadku wody kapilarnej. Ponieważ ilość wody błonkowej jest proporcjonalna do powierzchni całkowitej ziarn gruntu, więc grunty drobnoziarniste będą posiadały wyższe nasycenie resztkowe, co zresztą wyraźnie widać na wykresie.

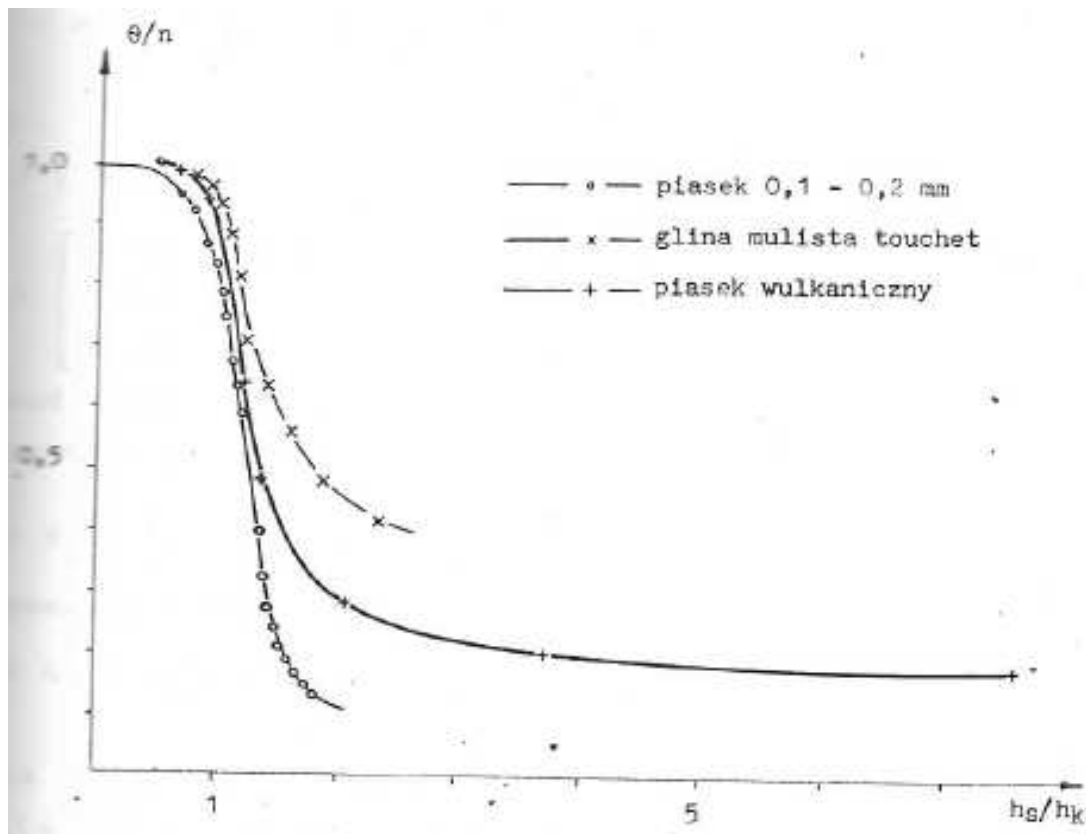
4.3.4.1. Model wiązki kapilarnej

Bardzo dobrze oddaje te własności wspomniany już model wiązki kapilarnej [45]. Zastępuje on ośrodek porowaty pękiem prostych rurek kapilarnych o przeciętnej średnicy :

$$d_o = \frac{4nD_h}{(1-n)\alpha} \quad (4.16)$$

i eksponencjalnym rozkładzie częstości przekrojów poprzecznych. Woda w kapilarach utrzymywana jest przez siły kapilarne, a powyżej wysokości podciągania – przez siły adhezji. Wilgotność adhezyjna (maksymalna adsorbcyjna pojemność wodna) wynosi :

$$\theta_a = \frac{nD}{\sqrt[3]{h_s}}, \quad (4.17)$$



rys.4.2 Charakterystyka wilgotnościowa różnych gruntów

gdzie :

$$D = 0.16 \cdot 10^{-1} [\text{m}^{-1/2}] \sqrt[3]{h_k^2 \frac{1-n}{n}} \pm 30\% \quad (4.18)$$

(+30 % dla drenażu, -30 % dla zwilżania).

Wilgotność kapilarną można obliczyć według wzoru :

$$\theta_k = n \left\{ 1 - \left[1 + \frac{C}{h_s^2} \right] \exp\left(-\frac{C}{h_s^2}\right) \right\}, \quad (4.19)$$

gdzie :

$$C = 1.56 \alpha h_k^2, \quad (4.20)$$

$$\alpha = \begin{cases} 0.49 & \text{dla gałęzi nawilżającej,} \\ 1.00 & \text{dla krzywej uśrednionej,} \\ 2.25 & \text{dla gałęzi nawilżającej.} \end{cases}$$

Ponieważ wilgotność adhezyjna może zaistnieć tylko w części porów nie zajętych przez wodę kapilarną, całkowita wilgotność wyniesie :

$$\theta = \theta_k + \left[1 - \frac{\theta_k}{n} \right] \theta_a, \quad (4.21)$$

co odpowiada formułę :

$$\theta = n \left[1 - \left(1 + \frac{C}{h_s^2} \right) \exp \left(-\frac{C}{h_s^2} \right) \left(1 - \frac{D}{\sqrt[6]{h_s}} \right) \right]. \quad (4.22)$$

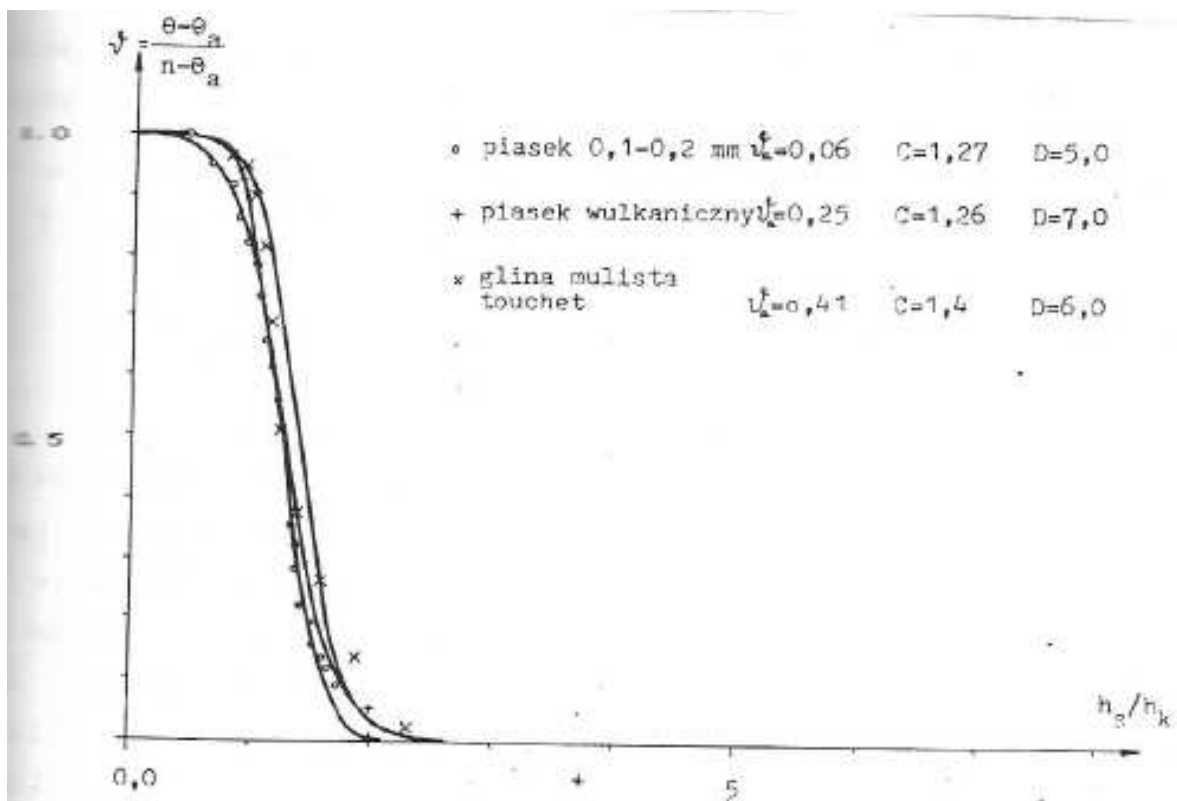
Badania eksperymentalne wykazują nadspodziewanie dobrą zgodność wzoru (4.22) z rzeczywistością. Jest on ważny oczywiście tylko dla dodatnich wartości wysokości ssania h_s .

4.3.4.2. Wzory empiryczne

Jak wynika ze wzoru (4.17) wielkość θ_a zmienia się bardzo wolno. Jedynie w gruntach bardzo drobnoziarnistych wilgotność adhezyjna może zmieniać się w szerszym zakresie i decydować o ogólnej wilgotności. Dla innych gruntów adhezja ma znaczący wpływ na wilgotność tylko przy małych nasyceniach, a więc przy dużych wysokościach ssania. Nie popelnia się wtedy dużego błędu, zakładając stałość θ_a . Wzór (4.21) można zatem zapisać w postaci :

$$\theta = \vartheta (n - \theta_a) + \theta_a \quad (4.23)$$

gdzie : $\vartheta = \frac{\theta - \theta_a}{n - \theta_a} = \frac{\theta_k}{n}$ – stopień nasycenia gruntu.



rys. 4.3 Bezwymiarowa charakterystyka wilgotnościowa

Jeśli ponadto wprowadzić w miejsce wysokości ssania wielkość bezwymiarową $\psi = h_s / h_k$, to jak widać z rysunku 4.3, funkcja $\vartheta(\psi)$ będzie dla wszystkich gruntów bardzo zbliżona. Ponieważ wzór na ϑ w postaci wynikającej z (4.19) jest dość skomplikowany, w praktyce stosuje się jego różne uproszczenia. Sprowadzają się one do wyrażenia stopnia nasycenia bądź funkcją potęgową, bądź eksponencjalną.

Najogólniejszym i równocześnie najbardziej dokładnym wzorem potęgowym jest formuła van Genuchtena [97] w postaci :

$$\vartheta = \frac{1}{\left[1 + \left(C \frac{h_s}{h_k}\right)^D\right]^m}, \quad (4.24)$$

gdzie : $m = 1 - \frac{1}{D}$,

C, D – parametry zależne od rodzaju gruntu i kierunku zmian wilgotności.

Dla gruntów piaszczystych $C=0.8, D=7$. Wzór jest ważny dla $h_s > 0$. Przy założeniu, że $m=1$ (bez wpływu na D), otrzymuje się prostszą wersję wzoru użytą w pracy Momii [61] i dającą niemal identyczną krzywą.

Dla dużych wartości h_s wzór (4.24) upraszcza się do postaci Coreya [18] :

$$\vartheta = \left(\frac{h_k}{h_s}\right)^C. \quad (4.25)$$

Stosować go można tylko dla $h_s > h_k$, dla wyższych ciśnień ($h_s < h_k$) przyjmuje się $\vartheta=1$. Parametr C przybiera wartości od 1.8 dla gliny pylastej, do 7.3 dla szklanych kulek [65]. Dla gruntów ciężkich wzór nie daje dobrych wyników, ze względu na nietypowy kształt krzywej [18].

Jako uogólnienie wzorów eksponencjalnych przyjęto w tej pracy nie stosowany dotąd w literaturze przedmiotu wzór na krzywą logistyczną:

$$\vartheta = \frac{1}{1 + \exp\left[D\left(\frac{h_s}{h_k} - C\right)\right]}, \quad (4.26)$$

gdzie : $C = h_s (\vartheta=0.5) / h_k$ – parametr decydujący o położeniu krzywej,

D – parametr decydujący o nachyleniu krzywej.

Dla piasku drobnego 0.1÷0.2 mm [108] $C=1.3, D=5$, dla gliny mulistej touchet [18] $C=1.4, D=6$. Wzór (4.26) jest w prostszej wersji wykorzystywany w fizyce do opisu bariery potencjału. Ma on jedną bardzo ważną zaletę w porównaniu ze wszystkimi innymi opisami charakterystyki wilgotności – można go stosować dla wszystkich wartości h_s , zarówno dodatnich jak i ujemnych (strefa saturacji).

Pewną modyfikacją, a równocześnie uproszczeniem wzoru (4.26), jest funkcja zastosowana w pracy Awierjanowa [5] :

$$\vartheta = \exp\left[-C\left(\frac{h_s}{h_k}\right)^D\right]. \quad (4.27)$$

Wzór jest prawdziwy dla $h_s > 0$, dla gruntów mineralnych parametry przyjmują wartości : $C=0.2, D=5.2$.

Wzór jest prawdziwy dla $h_s \geq 0$, dla gruntów mineralnych parametry przyjmują wartości: $C \cong 0.2, D \cong 5.2$.

Wielu autorów [3, 80] stosuje jeszcze inne funkcje, pozwalające możliwie najdokładniej opisać konkretną pomierzoną charakterystykę wilgotności, ich postać jest jednak dobierana metodami empirycznymi. Przedstawione tu wzory opisują tylko główne – graniczne krzywe pętli histerezy i nie uwzględniają uwięzienia powietrza. Krzywe skanujące dają się jednak łatwo opisać, zwłaszcza wzorami (4.24) i (4.26), przy zmianie parametru C , oraz wielkości n i θ we wzorze (4.23) w taki sposób, by odpowiednie ramię krzywej przechodziło przez punkt zwrotny wilgotności [43]. Uwięzione powietrze można uwzględnić, podstawiając we wzorze (4.23) w miejsce porowatości n wielkość:

$$\theta_n = n - \theta_p. \quad (4.28)$$

4.3.4.3. Zmiany wilgotności wywołane ściśliwością

W dotychczasowych rozważaniach przyjmowano, że zarówno ciężar właściwy wody γ jak i porowatość n są wielkościami stałymi. Wpływ zmienności tych parametrów na wilgotność gruntu jest zanedbywalny w zakresie ciśnień spotykanych w strefie aeracji. Nabiera on dopiero znaczenia w strefie saturacji, gdzie stanowi o zmianach retencji przy pełnym nasyceniu. Przy podwyższonym ciśnieniu wody zwiększa się porowatość gruntu (wzór 4.10), rośnie również, ze względu na ściśliwość, masa wody zawarta w tej samej objętości. Tak więc rzeczywista, sprowadzona do warunków normalnych, objętość wody wyniesie :

$$\theta_r = \theta \frac{n(p) \gamma}{n_r \gamma_r}, \quad (4.29)$$

Zmniejszenie objętości wody V_w wyrazić można następująco [113] :

$$\frac{\Delta V_w}{V_w} = -\kappa \Delta p, \quad (4.30)$$

gdzie : κ – współczynnik ściśliwości wody $\kappa = 4.55 \cdot 10^{-10}$ [Pa⁻¹].

Ponieważ :

$$\frac{\Delta \gamma}{\gamma} = -\frac{\Delta V_w}{V_w}, \quad (4.31)$$

więc [57] :

$$\gamma = \gamma(1 + \kappa \Delta p), \quad (4.32)$$

Po podstawieniu (4.10) i (4.32) do (4.29), uzyskuje się :

$$\theta_r = \theta + \eta \frac{\theta \Delta p}{n_r \gamma_r} + \left(\frac{1 - n_r}{n_r} \right) \kappa_s \kappa (\Delta p)^2, \quad (4.33)$$

gdzie [103] :

$$\eta = \left(\kappa + \kappa_s \frac{1 - n_r}{n_r} \right) \gamma_r n_r, \quad (4.34)$$

oznacza współczynnik pojemności sprężystej gruntu [m-1] [57]. Z porównania wielkości poszczególnych składników wzoru :

$$\begin{aligned} \theta &\geq 10, \\ \eta \frac{\theta \Delta p}{n_r \gamma_r} &\sim 10^{-7}, \end{aligned}$$

$$\frac{1-n_r}{n_r} \kappa_s \kappa (\Delta\rho)^2 \sim 10^{-12},$$

a także roli poszczególnych składników w kształtowaniu retencji, wynika możliwość uproszczenia wzoru. Do wyznaczania wartości wilgotności wystarczy pierwszy składnik. Przy wyznaczaniu zmian nasycenia w strefie saturacji, gdzie $\theta = \text{const}$, zaczyna odgrywać rolę drugi. Trzeci składnik można swobodnie pominąć. Ponieważ ciśnienie normalne odpowiada ciśnieniu atmosferycznemu, zatem przyrost ciśnienia można zastąpić wysokością ssania h_s , otrzymując zależność:

$$\theta_r = \theta \left(1 - \frac{\eta h_s}{n_r} \right). \quad (4.35)$$

4.3.5. Charakterystyka przewodnościowa

Współczynnik przewodności wodnej gruntu przybiera w strefie aeracji wartości mniejsze od współczynnika filtracji. Wiąże się to ze zmniejszeniem powierzchni przekroju strumienia na skutek spadku wilgotności oraz z wydłużeniem drogi filtracji przez wzrost krętości, wywołany opróżnieniem części największych porów. W efekcie, zmiany współczynnika przewodności zachodzą w podobny sposób jak zmiany wilgotności, przy czym wzrost krętości powoduje, że prędkość maleje szybciej.

4.3.5.1. Zależność wilgotnościowa

Zależność współczynnika przewodności wodnej gruntu k od wilgotności nosi nazwę charakterystyki przewodnościowej. Jak wynika z fizycznej interpretacji tej charakterystyki, winna być ona funkcją jednoznaczną, jako że przekrój porów i długość drogi filtracji będą zależały tylko od wilgotności. W rzeczywistości niewielka histereza jednak istnieje [9,64]. Powoduje ją obecność wody kapilarnej stykowej i zawieszanej, związanej z mikroniejednorodnościami gruntu.

Różny jest udział w filtracji wody kapilarnej i błonkowej. Opory ruchu tej drugiej są znacznie wyższe, część cząsteczek wody jest wręcz unieruchomiona przez siły adhezyjne. Mimo to wilgotność nie spada do zera przy małych wilgotnościach θ_z , gdyż dużą rolę zaczyna wtedy odgrywać transport pary wodnej (zob. rozdz. 4.2.1). Jednak wartość minimalna współczynnika przewodności jest o kilka rzędów wielkości niższa niż przy pełnym nasyceniu i w praktyce może być pominięta.

Podobnie jak wilgotność, również przewodność daje się dobrze objaśnić modelem wiązki kapilarnej [45]. Jednakże uzyskana tą drogą zależność jest dość skomplikowana i uwikłana tak, że nie nadaje się do praktycznego stosowania. Pewnym jej przybliżeniem jest wzór Irmeya-Awierjanowa [4,40,65] (rys. 4.4) :

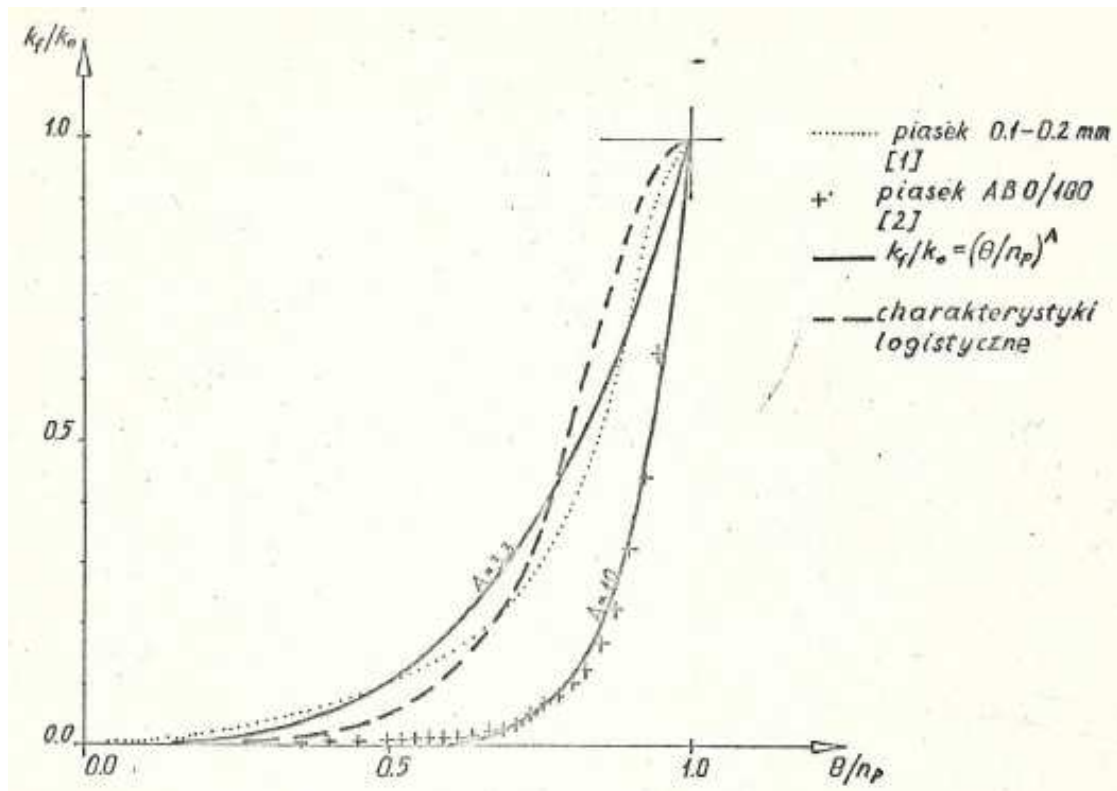
$$\frac{k}{k_o} = \left(\frac{\theta - \theta_z}{n - \theta_z} \right)^m, \quad (4.36)$$

gdzie parametr m przyjmuje wartości od 3.27 dla szklanych kulek do 3.87 i więcej dla gruntów spoistych [8,45,65] (dla glin ciężkich nawet około 25). Jak wykazał Mualem [65], wykładnik potęgowy jest funkcją energii potrzebnej do osuszenia porów E_s :

$$E_s = \gamma \int_{\theta_a}^n h_s d\theta \cong \gamma (n - \theta_a) C h_k, \quad (4.37)$$

gdzie $C h_k$ oznacza wysokość ssania w punkcie przecięcia charakterystyki wilgotności zgodnie ze wzorem (4.26). Przy zastosowaniu zależności :

$$m = 1.5 \cdot 10^{-4} [\text{m}^2 \text{N}^{-1}] E_s + 3.0, \quad (4.38)$$



rys. 4.4 Zależność pomiędzy przewodnością a wilgotnością gruntu

wzór (4.36) daje dobrą zgodność z doświadczeniem, szczególnie dla gruntów drobnoziarnistych, w których znaczną rolę odgrywa wilgotność błonkowa. W rzeczywistości wykres przestaje być wtedy gładki i wyraźnie dzieli się na dwie części – adhezyjną dla niższych i kapilarną dla wyższych wilgotności [45]. Jednak mimo pominięcia tego faktu, formuła w wersji Mualema jest jednym z najlepszych opisów charakterystyki przewodności. Wilgotność rezydualna θ_z , przy której przewodność praktycznie zanika, w modelu wiązki kapilarnej wyznaczona jest wzorem [45] :

$$\theta_z = \frac{E \alpha (1 - n)}{4 \gamma D_h \text{grad} H} \quad (4.39)$$

Zależny od temperatury parametr E przyjmuje dla 10°C wartość $E=0.04156$ [Pa] zgodnie z formułą [45] :

$$E = 7.36 \cdot 10^{-2} \text{ [Pa]} \exp(-4.6 \cdot 10^{-2} \text{ [K}^{-1}] [T - 273 \text{ [K]]}) - 4.9 \cdot 10^{-3} \text{ [Pa]} \quad (4.40)$$

W rzeczywistości wilgotności rezydualne są znacznie niższe zmieniając się w przedziale $\theta_z \in (0.01, 0.28)$. Przeciętna wartość $\theta_z=0.05$ jest na tyle niska, że często przyjmuje się $\theta_z=0$.

4.3.5.2. Zależność ciśnieniowa

Ze względu na fakt, że prędkość filtracji jest zależna od gradientu wysokości hydraulicznej, często dla wygody dokonuje się zamiany zmiennych w charakterystyce przewodności, podstawiając pod wilgotność wyliczoną z charakterystyki wilgotnościowej wysokość ssania. Prędkość staje się wtedy funkcją wyłącznie ciśnienia wody. Podstawienie takie wprowadza jednak do zależności $k_f(h_s)$ histerzę, spotęgowaną faktem nieliniowej zależności przewodności od wilgotności. Maksymalna wartość współczynnika $k_f(h_s=0)$ dla nawilżania wynosi zaledwie 0.4 ± 0.6 współczynnika filtracji k [9,18]. Również wysokość ssania przy wtargnięciu powietrza jest około dwukrotnie wyższa niż przy wtargnięciu wody [11]. Niemniej zależność ciśnieniowa jest stosowana dość często w praktyce.

Model wiązki kapilarnej daje wzór na charakterystykę przewodnościową w postaci [45] :

$$\frac{k}{k_o} = 1 - \exp\left(-\frac{1.56h_k^2}{h_s^2}\right) \left\{ \frac{1.22h_k^4}{h_s^4} + \left[1 - 4.30 \cdot 10^{-3} [\text{m}^{-1.5}] \frac{h_k^2}{\sqrt{h_s}} \left(\frac{1-n}{n} \right) \right] \left(\frac{1.56h_k^2}{h_s^2} + 1 \right) \right\} \quad (4.41)$$

Znaczny stopień skomplikowania wzoru sprzyja stosowaniu prostszych formuł empirycznych. Ze względu na podobieństwo do charakterystyki wilgotnościowej, wykorzystywane są w zasadzie te same zależności, co podane już wcześniej dla stopnia nasycenia ϑ (wzory 4.24 do 4.27), tyle że z zastosowaniem innych parametrów. Ze względu na małą wartość przewodności minimalnej nie używa się tu podstawienia analogicznego do (4.23), a bezwymiarową formę charakterystyki przewodnościowej przedstawia się w prostszej postaci :

$$\frac{k}{k_o} = f\left(\frac{h_s}{h_k}\right). \quad (4.42)$$

Wyniki pomiarów empirycznych wykazują, że funkcja $f(h_s/h_k)$ jest bardzo podobna dla wszystkich rodzajów gruntu [18].

Najbardziej rozbudowany wzór potęgowy został wprowadzony przez Gardnera [30] :

$$\frac{k}{k_o} = \frac{1}{1 + \left(A \frac{h_s}{h_k} \right)^B} \quad (4.43)$$

i można go stosować dla $h_s > 0$ [9,45,54,61]. Dla $B=5$ parametr $A=1.2$ [9,80]. Wielu autorów stosuje niższe wartości B dla gruntów drobnoziarnistych i spoistych, co wpływa również na drugi parametr. I tak przykładowo [9] dla piasku pylastego $A=2.3$, $B=3$, a dla gliny $A=5$, $B=2$. Dla piasków gruboziarnistych parametr B może sięgać 21 przy $A=1$.

Uproszczoną wersją wzoru (4.43) jest formuła Wesselinga [18,45,65], której zakres stosowalności, podobnie jak (4.25), ogranicza się do $h_s > h_k$:

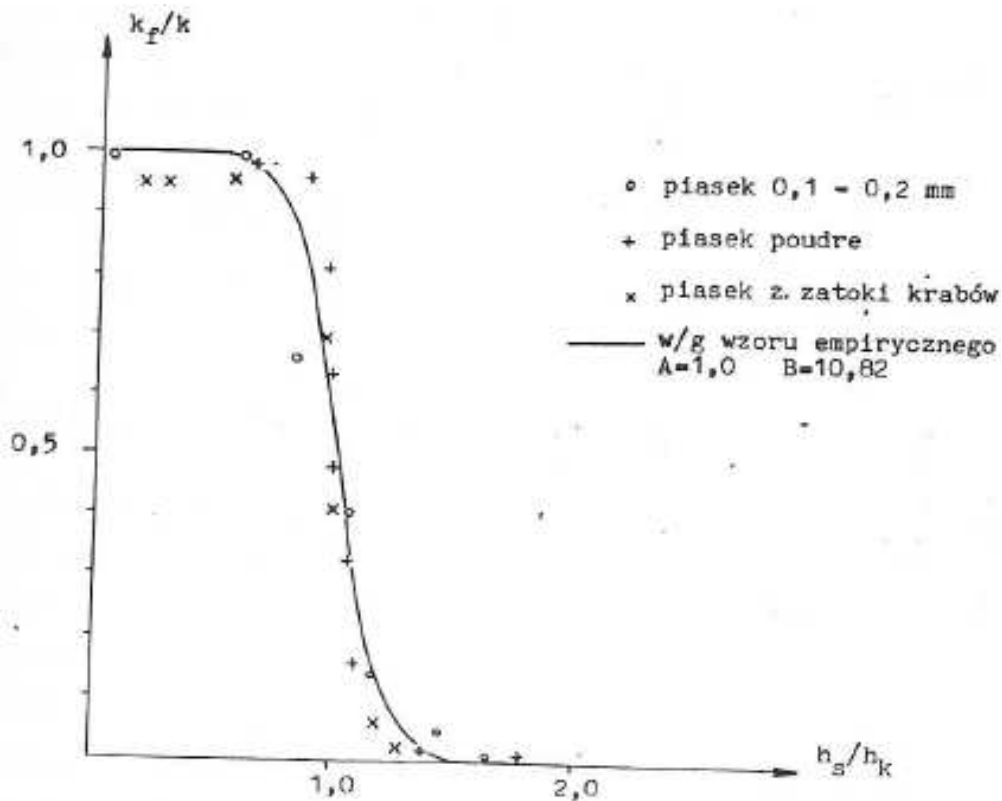
$$\frac{k}{k_o} = \left(\frac{h_k}{h_s} \right)^B, \quad (4.44)$$

natomiast dla $h_s < h_k$ przewodność odpowiada współczynnikowi filtracji ($k_f=k$). Jak wykazano w pracy Coreyów i Brooksa [18], parametr B można połączyć z parametrem C charakterystyki wilgotnościowej (4.25) związkiem :

$$B = 2 + 3 C. \quad (4.45)$$

Odpowiednikiem wzoru (4.26) jest, charakteryzująca się identycznymi jak on własnościami, formuła (rys. 4.5) :

$$\frac{k}{k_o} = \frac{1}{1 + \exp\left[B \left(\frac{h_s}{h_k} - A \right) \right]}, \quad (4.46)$$



rys. 4.5 Charakterystyka przewodnościowa gruntów

również wprowadzona po raz pierwszy w tej pracy. Parametr B wynosi w przybliżeniu 11, ale może sięgać nawet 30, natomiast, zgodnie z zależnością (4.14), parametr $A=1$. Pojawiające się odchylenia w wartościach A wiążą się zwykle z opisem krzywej nawilżania bądź wspomnianymi już nieregularnościami charakterystyki dla gruntów droбноziarnistych. Wzór (4.46) jest najdokładniejszy z wymienionych tu wzorów empirycznych.

Uproszczeniem funkcji logistycznej jest zarówno wzór analogiczny do (4.27) [5,99] :

$$\frac{k}{k_0} = \exp \left[-A \left(\frac{h_s}{h_k} \right)^B \right], \quad (4.47)$$

stosowany dla $h_s > 0$ ($A=1$, $B=50$), jak i formuła Rijtema [45,75,108,]ż:

$$\frac{k}{k_0} = \exp \left[-B \left(\frac{h_s}{h_k} - A \right) \right], \quad (4.48)$$

użyteczna tylko dla $h_s > h_k$. W tej ostatniej orientacyjna wartość parametrów wynosi : $A=1$, $B=4$.

Istnieje też szereg formuł eksponencjalnych bardziej rozbudowanych jak na przykład formuła Kinga czy poszerzona reguła Rijtema [45,75,108]. Ze względu na dużą stromość charakterystyki przewodności, stosowana jest też czasem najprostsza funkcja schodkowa :

$$\frac{k}{k_0} = \text{He}(h_k - h_s), \quad (4.49)$$

gdzie : $\text{He}(x)$ – funkcja Heaviside'a ($\text{He}(x < 0) = 0$, $\text{He}(x > 0) = 1$).

4.4. Równania ruchu wód gruntowych

Ze względu na bardzo małą prędkość występującą w ruchu wód gruntowych, w jego opisie można pominąć siły bezwładności. Matematyczny zapis ruchu można zatem sformułować w oparciu o dwie zasady zachowania – zasadę zachowania masy i zasadę zachowania energii. Pierwszej z nich odpowiada równanie ciągłości przepływu, drugiej – właściwa filtracji formuła opisująca straty energii – wzór Buckingham-Darcy'ego.

4.4.1. Założenia upraszczające

Jak wynika z rozdziału 4.1 i następnych, fizyczny obraz ruchu wody w gruncie jest dość skomplikowany. Powstaje stąd duża trudność przy próbach otrzymania pełnego opisu matematycznego. Dlatego też, dla celów praktycznych, dokonuje się w opisie szeregu, często daleko idących, uproszczeń. Nie oznacza to, że pełny opis jest niemożliwy. Problematyczne jest jednak samo określenie pełny, gdyż ilość uwzględnionych czynników zmienia się wraz z postępem badań. Poza tym, szeroko rozbudowany opis byłby mało przydatny w praktyce i trudny w użyciu. Uzasadnia to większość zastosowanych poniżej uproszczeń.

Przepływ w strefie aeracji jest w rzeczywistości przepływem wielofazowym. W ruchu bierze udział zarówno woda, jak i para wodna wraz z powietrzem, a także cząstki szkieletu gruntowego. Zazwyczaj przyjmuje się, że ziarna gruntu nie zmieniają swych właściwości i kształtów, a także, że mają ustabilizowane położenie. Nie zawsze tak jednak będzie. Przede wszystkim możliwe jest przemieszczanie ziaren i związane z tym zjawiska osiadania, kolmatacji, sufozji czy upłynnienia gruntu (kurzawka). W modelu omawianym w niniejszej pracy pominięto wpływ kolmatacji, zjawiska pęcznienia i powstawania szczelin w wyniku zmian wilgotności w gruntach spoistych [98]. Powstała w latach siedemdziesiątych teoria przepływu w gruntach pęczniących [71,85] korzysta zresztą z identycznych równań ruchu jak przedstawione w niniejszej pracy, a zmienione zostają jedynie współrzędne, które przyjmują charakter współrzędnych materiałowych. W gruntach ilastych mogą zachodzić jeszcze bardziej skomplikowane procesy, związane z przepływem wód agresywnych chemicznie (np. słonych). Dochodzi wtedy do zmian lub nawet zniszczenia struktury. I to zjawisko zostało w dalszych rozważaniach zaniedbane. Dla przepływu wody istotne znaczenie ma niejednorodność rozkładu porów gruntowych, wywołująca zmiany oporów ruchu. W przedstawionym modelu uwzględniona została jedynie blokowa niejednorodność, objawiająca się różnicami wartości współczynnika filtracji w poszczególnych warstwach gruntu. Anizotropię pominięto, gdyż wprowadzenie tensora współczynnika przewodności znacznie skomplikowałoby obliczenia. Uwzględniona została natomiast, w zakresie przedstawionym w rozdziale 4.3.1, ściśliwość szkieletu gruntowego pod wpływem ciśnienia wody.

W normalnych warunkach, występujących w przeciętnym gruncie, wpływ powietrza, jak o tym już wspomniano, może zostać pominięty bez spowodowania większych błędów. Istnieją również modele uwzględniające przepływ gazu [55], lecz w zwykłych warunkach prowadzą one, mimo innych założeń, do tych samych równań i parametrów co modele tego przepływu nie uwzględniające [63]. Dlatego też zrezygnowano z opisu bardziej skomplikowanego, zyskując przez to na pogładowości modelu. Transport pary wodnej ma zazwyczaj większe znaczenie, zwłaszcza w pobliżu czoła fali zwilżania. Ponieważ jednak ciśnienie pary wodnej pozostaje w równowadze z ciśnieniem kapilarnym wody, a prawa rządzące dyfuzją pary są podobne do praw filtracji, dlatego, przy stosowaniu empirycznie wyznaczonych charakterystyk przewodnościowych, zawierających już faktycznie poprawkę na przepływ pary, również pominięcie tego czynnika jest dopuszczalne.

Założeniem umożliwiającym zastosowanie równania ciągłości przepływu jest teza o łączności wszystkich napełnionych wodą kapilar w obrębie całego gruntu (również w strefie aeracji).

łączność ta jest realizowana poprzez wodę błonkową, która otacza każde ziarno szkieletu gruntowego. Dlatego też istotne znaczenie ma fakt, że czynnikiem filtrującym jest również woda. W przypadku innych czynników, takich jak powietrze czy węglowodory, podobne założenie w warunkach naturalnego gruntu, gdzie warstwa błonkowa jest utworzona z wody a nie z któregoś z wymienionych tu mediów prowadziłoby do dużych nieścisłości.

Ścisłość wody została wzięta pod uwagę dla przepływu w strefie saturacji. Brak w tym obszarze retencji kapilarnej Powoduje, że znaczną rolę odgrywa właśnie retencja sprężysta. Nieuwzględnienie ścisłości w strefie aeracji wynika bezpośrednio z analizy wielkości przeprowadzonej w rozdziale 4.3.4.

Poważnie upraszcza model również pominięcie histerezy charakterystyk. Zdecydowano się na to uproszczenie pomimo sygnałów [67,77], że w pewnych wypadkach Powoduje to znaczne błędy. Pominięcie histerezy Powoduje zwiększenie inercyjności (retencyjności) modelu w porównaniu z rzeczywistością [5]. Problem jednakże można ominąć, zakładając monotoniczne zmiany wilgotności i wykorzystując odpowiednie gałęzie głównej pętli. Takie podejście pozwala na uzyskanie dobrych przybliżeń dla wilgotności, choć wartości ciśnień obarczone są znacznymi błędami [43]. Czynnikiem zmniejszającym rozbieżności w takich sytuacjach jest stosowanie warunków początkowych w wersji wilgotnościowej, warunków brzegowych w postaci wydajności i niejednorodnego gruntu. W związku z powyższym, zdecydowano w dalszych rozważaniach nie brać pod uwagę zjawiska histerezy. Pozwoliło to na znaczne uproszczenie, a przez to i uzyskanie większej przejrzystości modelu, niewiele ujmując z jego ogólności. Niemniej ogólny model filtracji z uwzględnieniem zjawiska histerezy też jest możliwy.

W przypadku dużych spadków hydraulicznych, które mogą mieć miejsce zwłaszcza w pierwszych chwilach po zatopieniu powierzchni gruntu, w rzeczywistych przepływach występują odstępstwa od liniowego wzoru Darcy'ego. Może dojść do pojawienia się fluacji czyli filtracji turbulentnej. W modelu zjawisko to pominięto.

Uwzględnianie roli systemu korzeniowego roślin staje się zbędnym, jeśli rozpatrując parowanie jako warunek brzegowy na powierzchni gruntu, stosuje się wyniki pomiarów ewapotranspiracji. Badania wykazały, że udział roślin w drenowaniu powierzchniowej warstwy gleby jest zanedbywalnie mały i mieści się w obszarze błędu związanego z niedokładnością pomiaru charakterystyk filtracyjnych i polowych pomiarów wilgotności [52]. O ile więc użyteczny może być model uwzględniający wpływ systemu korzeniowego w badaniach biologicznych, to dla celów hydrotechnicznych (wyznaczanie wilgotności i ciśnienia wody w gruncie) można ten aspekt zupełnie pominąć.

Przy wszystkich wymienionych wyżej założeniach zastosowany został w dalszym toku rozważań model deterministyczny, jako najbardziej odpowiadający wymogom projektowania inżynierskiego i najbardziej powszechny. Warto jednak przypomnieć, że istnieją również inne modele filtracji jak np. stochastyczny [89] czy oparty na równaniu fali kinematycznej [102].

4.4.2. Równanie ciągłości przepływu

Jak już wspomniano podstawę do wyprowadzenia równania ruchu stanowi, oprócz równania dynamicznego, którego rolę spełnia wzór Darcy'ego-Buckinghamama, również bilans wody. Składają się na niego dwa elementy – dywergencja przepływu i retencja. W ujęciu różniczkowym, dla nieskończonej małej objętości, dywergencja przepływu sprowadzona zostaje do Źródłowości pola prędkości, znanej z równania ciągłości stosowanego w klasycznej hydromechanice przepływów swobodnych. Podejście takie jest możliwe dzięki zastosowaniu tzw. hipotezy kontinuum. Zakłada ona, że zjawiska przepływu zachodzą w takiej skali, przy której wymiary porów i ziaren gruntu są zanedbywalnie małe. Pole prędkości może być wtedy traktowane jako ciągłe w przestrzeni, choć w rzeczywistości wodę prowadzi tylko część przekroju nie wypełniona przez szkielet gruntowy. Dzięki temu, w miejsce rzeczywistej prędkości wody w porach, można brać pod uwagę fikcyjną

prędkość filtracji. Wynika stąd definicja tej prędkości jako przepływu przypadającego na jednostkę powierzchni całkowitego przekroju poprzecznego, co zresztą zakłada już wzór Darcy'ego.

Retencja jest to szybkość zmian objętości wody zawartej w jednostkowej objętości gruntu, jej wymiarem jest zatem $[s^{-1}]$. Zjawisko retencjonowania wody w gruncie jest wywołane kilkoma przyczynami. Objętość retencjonującą stanowią w tym wypadku pory gruntu, a miarą retencji jest pochodna $\partial\theta/\partial t$. Zmiany zawartości wody w porach stanowią właśnie wielkość retencji. Ilość wody może się w nich zmieniać na skutek częściowego opróżniania, poprzez sprężyste powiększanie się porów i na skutek wzrostu gęstości wody pod wpływem ciśnienia. Dwie ostatnie przyczyny zwykle są ze sobą związane.

Częściowe opróżnianie porów zachodzić może tylko w strefie aeracji i związane jest ze spadkiem wilgotności. W strefie saturacji, przy pełnym nasyceniu, grunt osiąga wilgotność odpowiadającą porowatości $\theta = n$.

Zmiana objętości porów, jeśli nie jest wywołana czynnikami zewnętrznymi (obciążenie powierzchni), może przybierać znaczące wartości wyłącznie w strefie saturacji, gdyż związana jest ze wzrostem ciśnienia wody gruntowej. Ciśnienie wody w porach powoduje z jednej strony sprężyste zmniejszenie objętości szkieletu gruntowego, zaś z drugiej wytwarza wypór obniżający efektywny ciężar gruntu, a zatem wywołuje jego odprężenie, którego efektem jest często zauważalny wzrost porowatości.

Wzrost ciśnienia powoduje również, na skutek ściśliwości, wzrost gęstości wody, a zatem przyrost jej masy w tej samej objętości porów.

Jak wynika z równania (4.35), które uwzględnia wszystkie te czynniki, wielkość retencji wynosi [66] :

$$\frac{\partial\theta_r}{\partial t} = \left(1 - \frac{\eta h_s}{n_r}\right) \frac{\partial\theta}{\partial t} - \frac{\eta\theta}{n_r} \frac{\partial h_s}{\partial t} \equiv \frac{\partial\theta}{\partial t} - \frac{\eta\theta}{n_r} \frac{\partial h_s}{\partial t}, \quad (4.50)$$

W strefie aeracji zanedbywalny będzie drugi składnik, ze względu na bardzo małą wartość η . Przy pełnym nasyceniu znika składnik pierwszy, zaś drugi upraszcza się do klasycznej postaci retencji sprężystej [57] :

$$\frac{\partial\theta_r}{\partial t} = -\eta \frac{\partial h_s}{\partial t} = -\eta \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (4.51)$$

Porównując ze sobą, przy dokonywaniu bilansu wody dla elementarnej objętości, dywergencję przepływu i retencję, uzyskuje się równanie ciągłości [16,67] :

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{\partial\theta}{\partial t} - \frac{\eta\theta}{n_r} \frac{\partial h_s}{\partial t}, \quad (4.52)$$

4.4.3. Równania filtracji

Formuła Darcy'ego-Buckinghamama operuje gradientem wysokości hydraulicznej H , który jest wektorem w trójwymiarowej przestrzeni. Z równania (4.4) można zatem wyznaczyć składowe prędkości filtracji, w postaci zaproponowanej przez Slichtera [83] :

$$\bar{v}(v_x, v_y, v_z) = \begin{cases} v_x = -k \frac{\partial H}{\partial x} \\ v_y = -k \frac{\partial H}{\partial y} \\ v_z = -k \frac{\partial H}{\partial z} \end{cases} \quad (4.53)$$

Po podstawieniu do równania ciągłości, otrzymuje się równanie ruchu [9] :

$$\bar{\nabla} \cdot (k \bar{\nabla} H) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial H}{\partial z} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.54)$$

Zostało ono wyprowadzone przez Richardsa [74] (bez członu retencji sprężystej), dając precyzyjny opis izotermicznej filtracji dla obu stref nasycenia [87]. Nie można go jednak rozwiązać bezpośrednio, gdyż występują w nim dwie nieznanne wielkości: wysokość hydrauliczna H i wilgotność θ . Są one ze sobą związane przez charakterystykę wilgotnościową, jako że $H = z - h_s$ i dlatego rozwiązanie można uzyskać podstawiając pod jedną z nich funkcje drugiej: $H = H(\theta)$ lub $\theta = \theta(H)$. Uzyskuje się w ten sposób uogólnione równanie filtracji (równanie przewodnictwa) lub równanie dyfuzji wilgoci.

4.4.3.1. Ujęcie wilgotnościowe i ciśnieniowe równania Richardsa

Ograniczając swe zainteresowanie tylko do strefy aeracji, można zastąpić wzór (4.53) formułą na dyfuzję wilgoci (4.7) :

$$-\bar{\nabla} \cdot \bar{v} = -\bar{\nabla} \cdot (D \bar{\nabla} \theta + k \bar{e}_z) = \frac{\partial \theta}{\partial t}. \quad (4.55)$$

Uzyskane równanie nosi nazwę równania Buckinghama [9,15] lub, poprzez porównanie do równania dyfuzji molekularnej, Fokkera-Plancka [46,47,59] i jest przedstawiane najczęściej w postaci :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial k(\theta)}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial t}, \quad (4.56)$$

znanej z wielu opracowań na temat strefy aeracji [23,24,104 iżin.]. W odróżnieniu od wersji wyjściowej (4.54), równanie dyfuzji jest niesymetryczne, ze względu na dodatkowy człon w kierunku z . W strefie saturacji równanie staje się bezużyteczne, ze względu na nieoznaczoność współczynnika dyfuzji D_w . Szereg innych wad i zalet wynika bezpośrednio z przedstawionej już charakterystyki dyfuzyjnej formuły ruchu. Najistotniejszą spośród wad jest trudność opisu filtracji w gruncie niejednorodnym.

Alternatywne podejście polega na zastąpieniu prawej strony równania Richardsa (4.54), czyli członu retencyjnego, funkcją wysokości hydraulicznej H . Można tego dokonać traktując wilgotność θ jako funkcję złożoną :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial h_s} \frac{\partial h_s}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial h_s} \frac{\partial (z - H)}{\partial t} = - \frac{\partial \theta}{\partial h_s} \frac{\partial H}{\partial t} = c(h_s) \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (4.57)$$

gdzie: $c(h_s) = -d\theta/dh_s$ – różniczkowa retencyjność wilgoci w gruncie, będąca faktycznie pochodną po h_s charakterystyki wilgotnościowej. Taki kształt członu retencyjnego wprowadzony został już

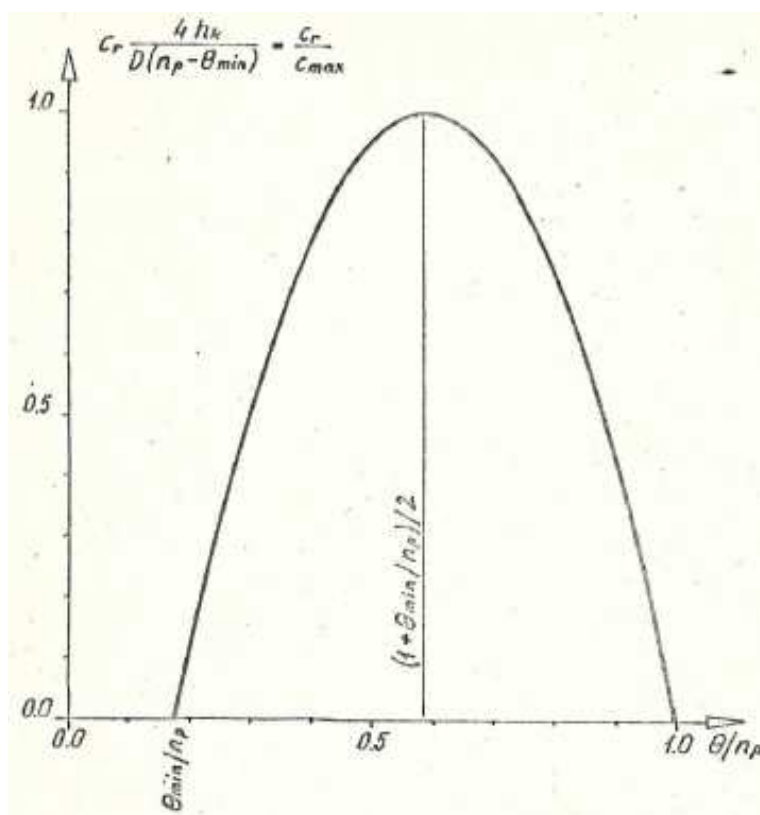
przez samego Richardsa [74]. Parametr c można uogólnić na strefę saturacji, nadając mu w niej wartość wynikającą zformuły (4.50) :

$$c(h_s < 0) = \eta \tag{4.58}$$

W ten sposób równanie ruchu przybiera postać [5,27,41,43,79] :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial H}{\partial z} \right) = c \frac{\partial H}{\partial t} \tag{4.59}$$

Identyczne równanie opisuje przewodnictwo cieplne, stąd nadawane wzorowi (4.59) określenie *równanie przewodnictwa* [46,59]. Stosowana czasem nazwa równanie Richardsa [98], została już użyta w odniesieniu do wzoru (4.54), co wydaje się bardziej prawidłowe. Widoczne jest wyraźne podobieństwo do równania filtracji sprężystej i równania Boussinesq'a. Pozwala to na zastosowanie w stosunku do wzoru (4.59) nazwy *uogólnione równanie filtracji*, jako że opisuje on ruch w obu strefach nasycenia, a zatem i w dziedzinie wymienionych równań. W odróżnieniu jednak od rozwiązań klasycznych, tutaj parametr c nie jest, przynajmniej w strefie aeracji, wielkością stałą.



rys. 4.6 Współczynnik różniczkowej retencyjności wilgoci w gruncie

Jeśli wilgotność θ opisać krzywą logistyczną (4.26), parametr ten przyjmie postać :

$$c(h_s) = \frac{(n - \theta_a) D \exp[D (h_s/h_k - C)]}{h_k \{1 + \exp[D (h_s/h_k - C)]\}} \tag{4.60}$$

Wykres $c(h_s)$ będzie mieć kształt krzywej dzwonowej z maksimum o wartości :

$$c_{\max} = \frac{(n - \theta_a) D}{4h_k} \tag{4.61}$$

w punkcie $h_s = C h_k$. Ponownie wykorzystując wzór (4.26), można wyznaczyć wartość c w funkcji wilgotności :

$$c(\theta) = \frac{D(n-\theta)(\theta-\theta_a)}{h_k(n-\theta_a)} = \frac{D[-\theta^2 + (n+\theta_a)\theta - n\theta_a]}{h_k(n-\theta_a)}. \quad (4.62)$$

Jak widać, również na rys. 4.6, jest to po prostu fragment paraboli, a więc opis jest bardzo prosty. Maksimum o wartości podanej wzorem (4.61) wystąpi dla $\theta = (n + \theta_a)/2$, zaś dla skrajnych wilgotności θ_a i n współczynnik retencyjności wyniesie zero. Średnią wartość można wyliczyć z całki :

$$\underline{c} = \frac{1}{n} \int_{\theta_a}^n c(\theta) d\theta = \frac{D(n-\theta_a)}{6h_k}. \quad (4.63)$$

4.4.3.2. Uproszczenia równania przewodnictwa

Operowanie równaniem ruchu w przestrzeni trójwymiarowej jest trudne i niepraktyczne, wskutek konieczności późniejszego przedstawienia trójwymiarowego pola rozwiązań i dlatego powszechne zastosowanie znajduje metoda reprezentatywnych przekrojów hydrogeologicznych. Całkowita jednak rezygnacja z jednego kierunku niesie ze sobą liczne uproszczenia. W tej sytuacji najkorzystniej jest zastosować założenie odpowiadające założeniu Dupuita – prędkość filtracji, a co za tym idzie gradienty wysokości hydraulicznej H , są w kierunku poziomym prostopadłym do głównego kierunku filtracji pomijalnie małe. W efekcie przestrzenny przepływ w gruncie jest reprezentowany przez przepływ w przekroju pionowym, opartym na wybranej linii prądu. Szerokość pasa gruntu B_p przyporządkowana przekrojowi nie musi być jednak stała czy jednostkowa, ale może być dowolna : $B_p = B_p(x)$. Dzięki temu, równanie przestrzenne ruchu może zostać scałkowane po tej szerokości :

$$\int_0^{B_p(x)} \nabla \cdot (k_f \nabla H) dy = \int_0^{B_p(x)} c \frac{\partial H}{\partial t} dy, \quad (4.64)$$

co prowadzi do równania :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_f B_p \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_f B_p \frac{\partial H}{\partial z} \right) + w = c B_p \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (4.65)$$

gdzie : $w = w(x, z, t)$ – dopływ boczny do przekroju reprezentatywnego. Można je wykorzystać np. w opisie ruchu osiowo-symetrycznego, gdy $B_p(x)$ jest liniową funkcją x . Dla równoległych linii prądu szerokość B_p jest stała i całe równanie można przez nią podzielić, uzyskując zwykłe uproszczenie (4.59) do dwóch wymiarów :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_f \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_f \frac{\partial H}{\partial z} \right) + w = c \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (4.66)$$

W dalszych rozważaniach będzie brana pod uwagę tylko ta postać równania, stanowiąca podstawę modelu numerycznego.

Z równania przewodnictwa (4.59) można wyprowadzić wszystkie równania, używane w opisie klasycznym. Zwykle zastosowanie wzoru (4.58) na współczynnik retencyjności w strefie saturacji, przy uwzględnieniu występującej tam wartości k_r , pozwala uzyskać równanie filtracji pod ciśnieniem [57] :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_f \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_f \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_f \frac{\partial H}{\partial z} \right) = \eta \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (4.67)$$

Aby uzyskać równanie Laplace'a, należy ponadto założyć jednorodność gruntu i stacjonarny charakter ruchu. W ten sposób równanie uogólnione (4.59) przybiera postać :

$$\bar{\nabla} \cdot (k_f \bar{\nabla} H) = k \bar{\nabla} \cdot \bar{\nabla} H = k \nabla^2 H = 0, \quad (4.68)$$

zaś po obustronnym podzieleniu przez k , uzyskuje klasyczny kształt Laplace'a. Podstawa wyprowadzenia równania Boussinesq'a jest założenie Dupuita [21,22,25,83], dotyczące zaniedbywalności przepływów pionowych w obrębie strefy saturacji. Z kolei w strefie aeracji podścielonej strefą nasyconą dominować będą przepływy pionowe. Wynika to z samej analizy oporów ruchu. W przepływie poziomym obie strefy działają jak opory równoległe, a więc silnie przewodząca strefa saturacji "bocznkuje" słabo przewodzącą strefę aeracji. Natomiast w ruchu pionowym połączenie oporów ma charakter szeregowy, a więc przepływ przez obie strefy musi być jednakowy, przy czym z założenia Dupuita wynika, że dla nasyconej jest zaniedbywalny. Można zatem scałkować równanie uogólnione (4.59) po miąższości geologicznej warstwy wodonośnej $m(x,y)$:

$$\int_0^m \bar{\nabla} \cdot (k_f \bar{\nabla} H) dz = \int_0^m c \frac{\partial H}{\partial t} dz. \quad (4.69)$$

Po rozbiciu na strefę saturacji o miąższości hydrodynamicznej m_h oraz strefę aeracji o miąższości $m - m_h$ otrzymuje się:

$$\int_0^{m_h} \bar{\nabla} \cdot (k_f \bar{\nabla} H) dz + \int_{m_h}^m \bar{\nabla} \cdot (k_f \bar{\nabla} H) dz = \int_0^{m_h} c \frac{\partial H}{\partial t} dz + \int_{m_h}^m c \frac{\partial H}{\partial t} dz. \quad (4.70)$$

Ponieważ jednak dla pełnego nasycenia $c \approx 0$ i $dH/dz \approx 0$ (założenie Dupuita), zaś w strefie nienasyconej dominuje filtracja pionowa ($dH/dx = dH/dy = 0$), zatem:

$$\bar{\nabla}_{xy} \cdot \int_0^{m_h} (k_f \bar{\nabla}_{xy} H) dz + \int_{m_h}^m \frac{\partial}{\partial z} \left(k_f \frac{\partial H}{\partial z} \right) dz = 0 + \frac{\partial H}{\partial t} \int_{m_h}^m c dz. \quad (4.71)$$

W pierwszym składniku wielkości k i H nie zależą od z , można je zatem wyłączyć spod całki. Składnik drugi to suma Źródłowości prędkości pionowych w strefie aeracji, a więc wielkość infiltracji (lub parowania) w . Natomiast wartość prawej strony można wyliczyć stosując zamianę zmiennych:

$$\int_{m_h}^m c dz = \int_{m_h}^m \frac{\partial \theta}{\partial h_s} dz = - \int_n^{\theta_o} d\theta = n - \theta_o = \mu \quad (4.72)$$

gdzie: μ – współczynnik odszczalności,

θ_o – wilgotność polowa w górnej części strefy aeracji.

Po podstawieniu tych wielkości do (4.71), uzyskuje się równanie Boussinesq'a [100]:

$$\bar{\nabla}_{xy} \cdot (k_f \bar{\nabla}_{xy} H) + w = \mu \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (4.73)$$

4.4.4. Pole i warunki jednoznaczności Rozwiązania

Uogólnione równanie filtracji jest to kwaziliniowe równanie różniczkowe cząstkowe rzędu drugiego typu parabolicznego [117,122]. Funkcja wysokości hydraulicznej H wyznaczona przez równanie jest określona w całym kompleksie geologicznym przepuszczalnym dla wody, a nie tylko w warstwie wodonośnej, jak to ma miejsce w klasycznej teorii filtracji. Kompleks taki może być niejednorodny (opory łożyska, warstwa półprzepuszczalna), a więc parametry gruntu mogą zmieniać się w przestrzeni w sposób ciągły lub skokowy. W podobny sposób zmieniać się będzie wilgotność, natomiast wysokość hydrauliczna, będąca funkcją ciśnienia jest, zgodnie z prawem Eulera, funkcją ciągłą.

Na warunki jednoznaczności rozwiązania równania parabolicznego składają się warunki brzegowe i warunek początkowy. W rozpatrywanym schemacie hydrogeologicznym jako warunek początkowy można przyjąć przepływ ustalony przy suchym stawie infiltracyjnym i zadanej depresji w studniach bariery.

Warunki brzegowe można podzielić na trzy rodzaje. Pierwszy rodzaj (I), nazywany warunkiem typu Dirichleta, ciśnieniowym lub potencjału, oznacza zadanie na brzegu wartości wysokości hydraulicznej H . Rodzaj drugi (II), inaczej typu Neumana, warunek na wydajność lub warunek na pochodną, zadaje wartość przepływu przez powierzchnię tworzącą brzeg pola. Warunek trzeciego rodzaju (III) lub warunek typu Robina [114] jest warunkiem mieszanym, w którym na brzegu zadawana jest funkcja wysokości hydraulicznej i przepływu. Na spągu warstwy przepuszczalnej spodziewać się należy wystąpienia warunku brzegowego drugiego rodzaju w postaci zerowego przepływu. Uwzględnienie parowania i infiltracji wód opadowych daje warunek trzeciego rodzaju. Przy intensywności zasilania nie przekraczającej transportowych możliwości gruntu (zob. rozdz. 5.1 i 5.3), na brzegu zadany będzie przepływ o wysokości odpowiadającej tej intensywności. Jeśli jednak wielkość wydajności będzie wyższa, tylko jej część zostanie wchłonięta przez grunt, zaś reszta wody będzie się gromadzić na powierzchni (piętrzenie) lub, w sprzyjających warunkach terenowych, wytworzy spływ powierzchniowy. W tej sytuacji na brzegu zadana zostanie wysokość hydrauliczna H , odpowiadająca poziomowi zwierciadła wody na powierzchni.

5. PROSTE ROZWIĄZANIA ANALITYCZNE

Równanie (4.66) nie ma oczywiście rozwiązań ogólnych [98,55]. Nie ma również, przy sprecyzowanych powyżej warunkach jednoznaczności, rozwiązań szczegółowych. Istnieją jednak rozwiązania zagadnień prostszych, a przy tym podobnych do przedstawionego, stanowiących jak gdyby jego wydzielony w czasie i przestrzeni "fragment". Takie rozwiązania analityczne są niezwykle przydatne w praktyce, pozwalają bowiem prawidłowo ocenić przebieg procesu infiltracji, bez potrzeby stosowania drogiej w końcu i nie zawsze dostępnej techniki numerycznej. Podają one wzory na konkretne wielkości fizyczne, takie jak prędkość infiltracji, zmiany położenia frontu zwilżania czy profil wilgotności i to zarówno dla jednego, dwóch i trzech wymiarów przestrzennych. Oczywiście rozwiązania bardziej ogólne muszą dawać bardziej skomplikowane wzory, często ze stabilizowanymi współczynnikami lub funkcjami, czasem wymagające stosowania obliczeń iteracyjnych. Niestety, zyskując w ten sposób na dokładności, łatwo zagubić sens fizyczny wykonywanych obliczeń. Dlatego cenne są również tzw. modele hydrauliczne, dające spójny, choć bardzo uproszczony, bo jednowymiarowy, obraz ruchu. Z ich pomocą można nie tylko wykonywać (choć z mniejszą dokładnością) standartowe obliczenia bez konieczności sięgania do literatury, ale także proste przekształcenia w celu otrzymania wielkości, których ze standartowych wzorów wyliczyć się nie da. Sens fizyczny modelu hydraulicznego jest zwykle bardzo jasny.

5.1. Uproszczenia stosowane przy rozwiązaniach analitycznych

Podstawowym sposobem uproszczenia opisu procesu jest jego podział w czasie na takie etapy, w obrębie których ruch wykazuje znaczne podobieństwo jakościowe, a zmiany mają charakter wyłącznie ilościowy. Taki wyidealizowany obraz można teraz opisać przy użyciu aparatu matematycznego o różnym stopniu trudności. Najczęściej wymaga to jednak dalszych uproszczeń, tym razem w opisie charakterystyk gruntowych. Powstają w ten sposób różne metody rozwiązań.

5.1.1. *Etapy rozwoju infiltracji*

Przebieg infiltracji wody w głąb warstwy wodonośnej można podzielić na kilka prostych etapów. Po rozpoczęciu zatapiania powierzchni, niezależnie od tego, czy woda będzie piętrzona od razu, czy dopiero po odpowiednim nasyceniu gruntu, w gruncie wykształca się front zwilżania, postępujący w dół strefy aeracji. Nie ma on kontaktu hydraulicznego ze strefą nasyconą i dlatego kształtuje się wyłącznie pod wpływem warunku początkowego i warunku brzegowego na powierzchni. W tej sytuacji profil wilgotnościowy frontu wykazuje tylko niewielką zmienność i z pewnym uproszczeniem można założyć, że jest stały w czasie, mimo iż ruch jest nieustalony. Jest to tzw. etap infiltracji swobodnej.

W pewnym momencie jednak front zwilżania dociera do zwierciadła wód gruntowych (a właściwie do ich strefy kapilarnej), dzięki czemu zostaje nawiązany kontakt hydrauliczny basenem infiltracyjnym a warstwą wodonośną. Infiltrująca woda zaczyna zasilać przepływ poziomy w strefie saturacji, dzięki czemu ustalone dotąd swobodne zwierciadło zaczyna się gwałtownie zmieniać. Pod dnem stawu tworzy się kopuła wód gruntowych, a jej szczyt podnosi się coraz wyżej, by w sprzyjających warunkach osiągnąć dno stawu. Przy jednorodnym gruncie i zatopieniu dna sytuacja taka powstaje już w momencie nawiązania kontaktu hydraulicznego. Jeśli jednak ma miejsce szybka kolmatacja lub pod dnem stawu występuje warstwa o niższej przepuszczalności, to przy głębszym zaleganiu strefy nasyconej do podparcia zbiornika nie dojdzie wcale. Ale nawet, gdy front zwilżania rozwija pełny profil wilgotności, tak że po nawiązaniu kontaktu hydraulicznego

zwierciadło wód podziemnych od razu sięgnie dna basenu, zmiany będą trwały dalej. Będą one polegały na stopniowym wyrównywaniu spadków hydraulicznych, a przez to poszerzaniu kopuły wód gruntowych. Będzie to etap nieustalanej infiltracji podpartej. Ostatnim etapem jest ustalony lub raczej, ze względu na kolmatację, kwaziustalony przebieg filtracji ze zbiornika do warstwy wodonośnej. Tu z kolei można wydzielić fragment obszaru pod dnem stawu, w którym będzie dominował ruch pionowy i pozostałą część strumienia podziemnego z przewagą przepływu poziomego.

5.1.2. Rodzaje rozwiązań analitycznych

Poszczególne etapy ruchu dadzą się opisać przy pomocy rozwiązań uzyskanych w różny sposób. Dla pewnych prostych warunków granicznych i wąskiej klasy uproszczonych charakterystyk można uzyskać dokładne rozwiązania analityczne. Noszą one nazwę automodelowych [52]. Niestety zakres ich stosowalności jest zwykle bardzo wąski. Uproszczenia (np. linearyzacja) charakterystyk gruntowych powodują, że mimo dużej dokładności, rozwiązania te rozmijają się z rzeczywistością, która jest zwykle nieliniowa i nieustalona.

Drugą grupę rozwiązań stanowią tzw. rozwiązania kwazianalityczne, przedstawiające poszukiwaną wielkość w postaci rozwinięcia w szereg. Pierwsze, najbardziej znaczące człony tego szeregu pozwalają zwykle dość dobrze ocenić przebieg procesu. Niemniej, uzyskiwane wzory współczynników szeregu są na ogół dość skomplikowane i często zawierają nowozdefiniowane i mało precyzyjne parametry (np. sorbcyjność [24]). Ponadto brak jest na ogół dowodów na zbieżność szeregu (w pewnych warunkach rozwiązania mogą być wręcz rozbieżne) i trudno jest ocenić błąd przybliżenia [52].

Trzecią grupę rozwiązań analitycznych stanowią formuły empiryczne, które zostały przetestowane dzięki podstawieniu do równań ruchu, przy różnych upraszczających założeniach lub porównane z istniejącymi rozwiązaniami z dwóch pierwszych grup. Uzyskuje się w ten sposób wyrażenia na poszczególne parametry, występujące we wzorach oraz wyrażenia oceniające błąd przybliżenia. Często dla podwyższenia dokładności stosuje się ciąg iteracji (bywa, że dość długi).

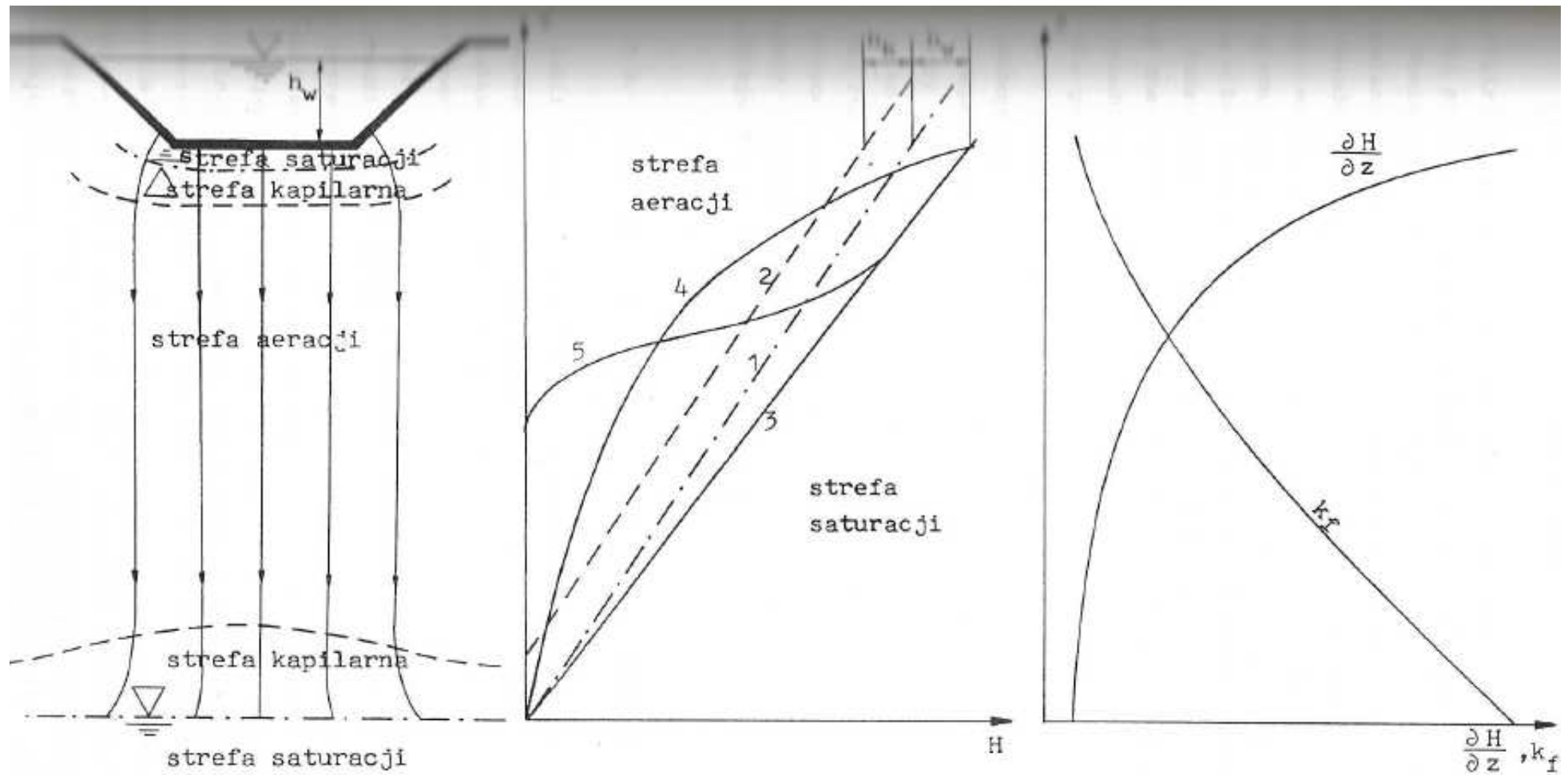
Założenia upraszczające mogą być w tym wypadku różne. Tam gdzie to możliwe, wykorzystuje się klasyczne Rozwiązania dla strefy pełnego nasycenia zakładając tylko pewne poprawki na ruch w strefie aeracji. Dzięki temu uzyskuje się rozwiązania wielowymiarowe, bazujące np. na metodzie odwzorowań konforemnych itp. Do testowania stosuje się również, spełniające rolę rozwiązań analitycznych, wyniki niektórych badań analogowych.

Innym sposobem uproszczenia jest obniżenie wymiarowości rozpatrywanego procesu, aż do jednowymiarowego modelu hydraulicznego. Odchylenia związane z przestrzennym charakterem rzeczywistego ruchu ocenia się wtedy przy użyciu odrębnych wzorów.

5.2. Warunki wystąpienia niepełnego nasycenia pod powierzchnią gruntu

W procesie infiltracji wody przez strefę aeracji do zwierciadła wód gruntowych, wyraźnie dominuje przepływ pionowy. Pozwala to, przy znanych już warunkach hydrogeologicznych, ocenić teoretycznie możliwość wystąpienia pod powierzchnią gruntu przesączania przez strefę aeracji.

Rozpatrywany jest zatem przepływ w pionowej kolumnie gruntu, ograniczonej od góry powierzchnią, a od dołu zwierciadłem wód gruntowych w warunkach stacjonarnych (rys. 5.1). Obydwa warunki brzegowe zapewniają pełne nasycenie gruntu – na górnym brzegu $H = z + h_w > z$, gdzie h_w to głębokość wody na powierzchni, na dolnym brzegu $H = z$. A zatem, w przypadku liniowej zmienności $H(z)$, co ma miejsce przy ustalonej filtracji strumieniem ciągłym w gruncie jednorodnym, cała kolumna gruntu należałaby do strefy saturacji.



Rys. 5.1 Warunki wystąpienia przesączania przez strefę aeracji pod dnem stawu infiltracyjnego
 1 – prosta $H = z$ opisująca swobodne zwierciadło, 2 – granica strefy kapilarnej
 $H = z - h_k$, 3 – liniowa funkcja $H(z)$, 4 – funkcja $H(z)$ umożliwiająca wstąpienie strefy
 aeracji w ruhu ustalonym, 5 – funkcja $H(z)$ dla ruchu nieustalonego

Aby wewnątrz kolumny mogła wystąpić strefa aeracji, wysokość hydrauliczna H musi zmieniać się w sposób nieliniowy, osiągając w górnej części kolumny większe spadki niż w dolnej. Pochodna dH/dz , odpowiadająca zgodnie ze wzorem Darcy'ego (4.53) ilorazowi $dH/dz = -v/k$, musi zatem być funkcją rosnącą wraz z rzędną z . Sytuacja taka może powstać w dwóch przypadkach :

- gdy prędkość filtracji pionowej v jest również funkcją rosnącą lub
- gdy współczynnik przewodności k jest malejącą funkcją rzędnej z .

Z prawa zachowania ciągłości przepływu wynika, że w ruchu ustalonym prędkość filtracji może maleć w dół kolumny tylko przy występowaniu strat wody na długości strumienia. W praktyce zjawisko takie zachodzi tylko przy dużym parowaniu z powierzchni swobodnego zwierciadła i jest w naszych warunkach klimatycznych mało prawdopodobne.

W pozostałych przypadkach ruchu ustalonego prędkość filtracji będzie praktycznie stała w całej kolumnie. Może ona natomiast uzyskać wymaganą zmienność w ruchu nieustalonym, dla przypadku zalewania kolumny od góry. Warto zauważyć, że współczynnik przewodności w tym przypadku będzie również funkcją rosnącą wraz z z .

Ponieważ nieustalony przepływ w górę kolumny gruntu przy omawianych warunkach granicznych nie zachodzi, zatem współczynnik przewodności k może być funkcją malejącą tylko w wyniku odpowiedniej zmienności współczynnika filtracji, a więc dla gruntu niejednorodnego. Niejednorodność ta może być ciągła lub skokowa, ale niżej zalegający grunt powinien być bardziej przepuszczalny.

Podsumowując: wystąpienie przesączania przez strefę aeracji pod dnem stawu infiltracyjnego może mieć miejsce tylko w trzech przypadkach :

- dla gruntu niejednorodnego, przy rosnącej w dół przewodności – co można zrealizować w formie infiltracji przez słaboprzepuszczalną warstwę powierzchniową lub półprzepuszczalną warstwę zalegającą pod powierzchnią (niekoniecznie bezpośrednio),
- przy silnym parowaniu wody gruntowej – co może mieć miejsce tylko w warunkach pustynnych lub
- dla ruchu nieustalonego – co zachodzi tylko przez krótki czas po zatopieniu powierzchni.

Należy spodziewać się, że tylko pierwszy przypadek może być wykorzystany w realizacji technicznej.

5.3. Swobodna infiltracja przy zatopieniu powierzchni gruntu

Jeśli grunt ma charakter jednorodny, a kolmatacja nie odgrywa większej roli, po zatopieniu powierzchni gruntu wykształca się zawieszona, rozprzestrzeniająca się w dół, strefa pełnego nasycenia. Po nawiązaniu kontaktu hydraulicznego z warstwą wodonośną, infiltracja odbywać się będzie za pośrednictwem strefy saturacji, sięgającej powierzchni. Taki proces nosi nazwę nawadniania.

W pierwszym momencie po zalaniu wielkość infiltracji jest niewielka, lecz szybko wzrasta w miarę nasycania powierzchni gruntu, tak że woda znika z powierzchni, wsiąkając szybciej, niż jest dostarczana. Jeśli dopływ jest dostatecznie duży, to po osiągnięciu pełnego nasycenia powierzchni, rozpoczyna się piętrzenie wody. Narastające ciśnienie słupa wody powoduje dalszy wzrost wielkości infiltracji.

5.3.1. Rozwiązania płaskie w przekroju pionowym

Istniejące rozwiązania, pozwalające opisać przedstawiony proces w płaskim przekroju pionowym, bazują na założeniu o nieistotności ruchu w strefie nienasyconej. Opracowali je w latach trzydziestych Kożeny i Wjedjernikow korzystając z metod odwzorowań (hodografu

i odwzorowań konforemnych) [25,9]. Stopień skomplikowania tych rozwiązań jest jednak znaczny – uzyskane wzory bazują na nieskończonych szeregach – i dlatego do praktycznych zastosowań nadają się jedynie otrzymane na ich podstawie wykresy i nomogramy. Zakres wyników uzyskiwanych z wykresów jest ograniczony przez dobór rodzaju i przedziału ilustrowanych wielkości. Przykładowo, Bouwer w swej pracy [9] podaje wykres sumarycznej objętości infiltrującej wody w zależności od czasu, parametrów gruntu, napełnienia i geometrii zbiornika, ale przy założeniu braku strefy kapilarnej ($h_k = 0$). Przyjęcie takie jest dopuszczalne przy szerokości zwierciadła w zbiorniku $B > 25 h_k$ [45]. Założone stałe napełnienie zbiornika i pominięcie strefy aeracji implikuje nieskończenie dużą początkową prędkość infiltracji.

5.3.2. Rozwiązanie kwazianalityczne Philipa

Przejsie do jednowymiarowego opisu przepływu w głąb pionowej kolumny gruntu pozwala już na uzyskanie rozwiązań opartych na pełnym modelu, obejmującym obie strefy nasycenia. Rozwiązań takich uzyskano kilka [58,88]. Najbardziej znanym jest opracowane przez Philipa [24] rozwiązanie kwazianalityczne (dla stałej wilgotności początkowej θ_0) w postaci szeregu :

$$x(\theta, t) = \sum_{i=1}^{\infty} f_i(\theta) t^{i/2}, \quad (5.1)$$

gdzie : x – współrzędna (tutaj pionowa) punktu o wilgotności θ w chwili t , liczona od zatopionej (górnjej) krawędzi kolumny [m],

$f_i(\theta)$ – parametr i -tego wyrazu szeregu, będący funkcją wilgotności i zależny od rodzaju gruntu i warunków granicznych.

Funkcje $f_i(\theta)$ wyznacza się zazwyczaj numerycznie, w oparciu o empiryczną charakterystykę wilgotnościową i przewodnościową [72].

Całkując formułę (5.1) po wilgotności, można uzyskać wzory na objętość J i prędkość w infiltracji :

$$J = \int_{\theta_0}^{\theta_b} x \, d\theta + k(\theta_0) t = \sum_{i=1}^{\infty} F_i t^{i/2} + k(\theta_0) t, \quad (5.2)$$

$$w = \frac{dJ}{dt} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{2} F_i t^{(i/2-1)} + k(\theta_0), \quad (5.3)$$

gdzie : $F_i = \int_{\theta_0}^{\theta_b} f_i(\theta) \, d\theta$ – parametr stały i -tego wyrazu szeregu [$\text{m s}^{-i/2}$],

θ_b – brzegowa wartość wilgotności (tu dla napełnionego stawu $\theta_b = \theta_n$).

Szereg (5.1) wykazuje dla małych czasów bardzo dobrą zbieżność, ale przy $t \rightarrow \infty$ staje się rozbieżny. Wartość liczbowa parametrów F_i bardzo szybko spada ze wzrostem i , więc dla małych t dobre przybliżenie uzyskuje się już dla dwóch pierwszych wyrazów szeregu. Wzór (5.3) przybiera wówczas postać analogiczną do wzoru Smitha [84]:

$$w = bt^{-m} + w_{\infty} = \frac{F_1}{2\sqrt{t}} + [F_2 + k(\theta_0)], \quad (5.4)$$

gdzie : w_{∞} – prędkość infiltracji po czasie nieskończenie długim [m s^{-1}].

Parametr F_1 nazywany jest sorbcyjnością gruntu i można go wyznaczyć empirycznie. Jego wartość waha się od $5.8 \cdot 10^{-4}$ [$\text{m s}^{-1/2}$] dla iłów i glin do $4 \cdot 10^{-3}$ [$\text{m s}^{-1/2}$] dla średnioziarnistych piasków [9]. W przybliżeniu wielkość sorbcyjności można opisać wzorem:

$$F_i \cong \sqrt{\frac{2k_n(h_w - h_k)}{\theta_n - \theta_o}}, \quad (5.5)$$

gdzie : $k_n = k(\theta_n) \cong 0.5 k_o$ – maksymalna przewodność przy nawilżaniu [62]. Wielkość F_2 można ocenić następująco [98] :

$$F_2 \cong \frac{k_n}{3} - k(\theta_o). \quad (5.6)$$

Dla dużych wartości czasu wzór (5.6) winien, zgodnie z doświadczeniem, przyjmować wartości bliskie k_n . Rozwiązanie Philipa ma z praktycznego punktu widzenia, podobnie jak większość empirycznych wzorów na infiltrację, charakter fenomenalistyczny. Wzory te dostarczają wyników nawet dość precyzyjnych (zob. porównanie różnych równań infiltracji w pracy Swartzendrubera [88]), ale przez swą znaczną złożoność nie dają wyraźnego obrazu przyczyn procesu. Stąd też wynika pewna lakoniczność przedstawionego tu opisu.

5.3.3. Model Greena-Ampta

Wyprowadzanie przedstawionych dotąd rozwiązań wymagało dość wysokiego poziomu wiedzy matematycznej i przeprowadzania skomplikowanych obliczeń. W efekcie takie metody przegrywają porównanie z metodami numerycznymi, serwującymi gotowe, działające algorytmy uniwersalne o równej, a często lepszej dokładności. Jediną konkurencją może być tutaj model hydrauliczny. Daje on co prawda mniejszą dokładność obliczeń, ale kompensuje to klarownością teorii i prostotą wyprowadzeń. Znajomość modelu pozwala łatwo zrozumieć przyczyny zachodzących procesów, co w praktyce okazuje się korzystniejsze od znajomości najbardziej wyszukanych formuł.

Rozwiązanie, które zostanie tu przedstawione, ma w swej istocie właściwości modelu hydraulicznego. Zostało ono opracowane w początkach wieku przez Greena i Ampta [32], ale dotąd budzi niesłabnące zainteresowanie. Cytowane jest w literaturze pod nazwą modelu Greena-Ampta. Podstawą rozwiązania jest założenie znacznej stromości frontu zwilżania (duża wartość $d\theta/dz$), dzięki czemu nasycanie gruntu odbywa się na zasadzie tłoka. Oznacza to, że po przekroczeniu pewnej krytycznej wysokości ssania h_f , wilgotność niemal skokowo zmienia wartość z początkowej θ_o na maksymalną θ_{max} . Wielkość h_f jest różnie określana i oceniana przez różnych autorów [28,45,74,98]. Przeprowadzone przez Freyberga [28] porównanie modelu Greena-Ampta z rozwiązaniem Philipa pozwoliło określić słabą zależność h_f od czasu, rodzaju gruntu i warunków granicznych. Można jednak przyjąć nie popełniając dużego błędu, że wielkość ta odpowiada wysokości kapilarnego podciągania h_k [9,45,74]. We wszystkich dalszych wyprowadzeniach przyjęto właśnie taką wartość. Powyższe przybliżenie obarczone jest największym błędem dla wczesnych stadiów infiltracji, gdy grunt na powierzchni nie osiąga jeszcze pełnego nasycenia θ_n . Dlatego też Parlange proponuje nieco inne podstawienie [98]:

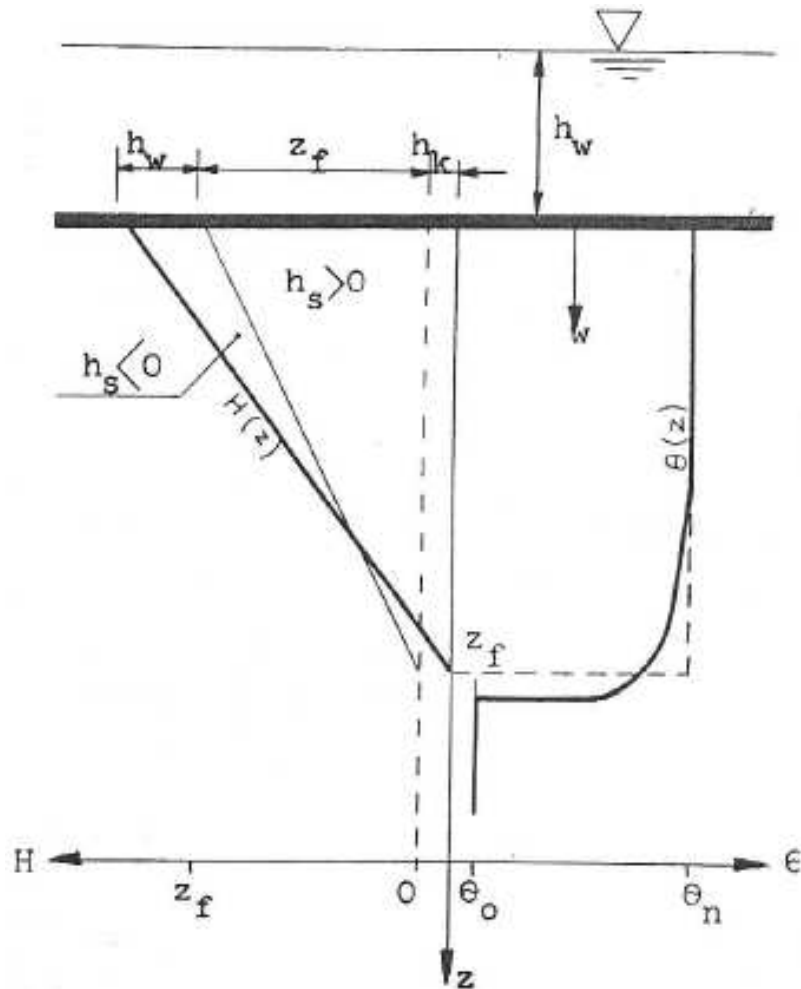
$$h_f = \frac{1}{2} \int_0^{h_s(\theta_o)} \frac{k}{k_o} \left(1 + \frac{\theta - \theta_o}{\theta_n - \theta_o} \right) dh_s = \frac{1}{2} \left(h_k + \frac{1}{k_o} \int_0^{h_s(\theta_o)} k \frac{\theta - \theta_o}{\theta_n - \theta_o} dh_s \right). \quad (5.7)$$

Jeśli przyjąć, że front zwilżania znajduje się na głębokości Z_f pod powierzchnią (rys. 5.2), na której głębokość wody wynosi h_w , to spadek hydrauliczny w infiltrującym strumieniu wyniesie :

$$-\frac{dH}{dz} = \frac{h_w + Z_f + h_k}{Z_f}. \quad (5.8)$$

Ponieważ po przejściu frontu bardzo szybko osiągnięta zostaje wilgotność nasycenia θ_n , a więc taka jak na zatopionej powierzchni, zatem i współczynnik przewodności k będzie miał wartość stałą k_n . Teraz już ze wzoru Darcy'ego (4.53) można wyznaczyć prędkość infiltracji :

$$w = k_n \left(1 + \frac{h_w + h_k}{z_f} \right). \quad (5.9)$$



rys. 5.2 Schemat obliczeń hydraulicznych infiltracji pionowej

Jak widać, spadek będzie malał wraz ze wzrostem głębokości frontu i dla dużych czasów będzie zbliżony do jedności, zaś prędkość osiągnie wartość współczynnika przewodności.

Prędkość ruchu frontu v_f wynika z bilansu wody przestrzeni ograniczonej frontem :

$$w_f = \frac{k_n \left(1 + \frac{h_w + h_k}{z_f} \right) - k(\theta_o) \frac{dH_o}{dz}}{\theta_n - \theta_o}, \quad (5.10)$$

gdzie: H_o – początkowa wysokość hydrauliczna w profilu pionowym, a zatem $k(\theta_o) \frac{dH_o}{dz}$ oznacza początkową prędkość infiltracji. Wzór (5.10) pozwala, dzięki zależności:

$$v_f = \frac{dz_f}{dt}, \quad (5.11)$$

wyznaczyć położenie frontu w czasie, przez scałkowanie równania powstałego z podstawienia (5.11) do (5.10) :

$$\int_0^t dt = (\theta_n - \theta_o) \int_0^{z_f} \frac{dt}{k_n \left(1 + \frac{h_w + h_k}{z_f} \right) - k(\theta_o) \frac{dH_o}{dz}}. \quad (5.12)$$

Wynik ma postać uwikłaną [9]:

$$t = \frac{\theta_n - \theta_o}{k_n - k(\theta_o) \frac{dH_o}{dz}} \left[z_f + 1 - \frac{k(\theta_o)}{k_n} \frac{dH_o}{dz} (h_w + h_k) \ln \left(\frac{h_w + h_k}{h_w + h_k + z_f + 1 - \frac{k(\theta_o) dH_o}{dz}} \right) \right] \quad (5.13)$$

Prędkość infiltracji ma w chwili początkowej, jak to wynika ze wzoru (5.9), wartość nieskończenie dużą, co oczywiście jest praktycznie niemożliwe. Zawsze przecież do zbiornika dostarczana jest jakaś określona ilość wody r . Jeśli r przekracza wartość $k(\theta)$, dla zapewnienia prędkości infiltracji $w = r$ konieczna jest różnica ciśnień:

$$\Delta h = z_f \left(\frac{r}{k(\theta)} - 1 \right) > 0. \quad (5.15)$$

Oznacza to, że dla $r > k_n$ wilgotność na powierzchni musi odpowiadać maksymalnemu nasyceniu θ_n . Jest to oczywiście przybliżenie związane z "tłokowym" charakterem modelu – w rzeczywistości przyrost wilgotności na powierzchni nie jest skokowy. Wielkość strefy zwilżonej przy stałej prędkości infiltracji $w = r$ można określić wzorem:

$$z_f = \frac{r - k(\theta_o) \frac{dH_o}{dz}}{\theta_n - \theta_o} t. \quad (5.16)$$

ze wzoru (5.9) wynika, że przy prędkości zasilania r , woda pojawi się na powierzchni ($h_w = 0$) w momencie, gdy front znajdzie się na głębokości:

$$z_f = h_k \frac{k_n \left[-k(\theta_o) \frac{dH_o}{dz} \right]}{r - k_n}. \quad (5.17)$$

Teraz łatwo już wyznaczyć moment, w którym to nastąpi :

$$t = h_k \frac{k_n \left[-k(\theta_o) \frac{dH_o}{dz} \right] (\theta - \theta_n)}{\left(r - k(\theta_o) \frac{dH_o}{dz} \right) (r - k_n)}. \quad (5.18)$$

Przedstawione wzory mogą być stosowane tylko dla stałej w pionie wilgotności początkowej. W przypadku innego warunku początkowego (np. hydrostatycznego) obliczenia muszą być przeprowadzane metodą dyskretną, dla niewielkich odcinków Δz [9]. W podobny sposób wykonuje się obliczenia dla gruntu niejednorodnego, gdy przewodność maleje z głębokością [9]. Gdy niżej leżące przewarstwienie jest bardziej przepuszczalne, model Greena-Ampta nie może być stosowany, gdyż bezpośredni kontakt hydrauliczny zostaje zerwany. Sytuacja taka rozważana jest w rozdziale następnym.

Przedstawiono tu najprostszą wersję modelu Greena-Ampta. Daje ona dobre wyniki dla suchych gruntów gruboziarnistych [98]. Wielu autorów [2,28,53,58,62] rozwijało ten model w różnych kierunkach, uzyskując wyniki znacznie dokładniejsze, uwzględniając różne czynniki, takie jak wypieranie czy dyfuzja powietrza, ale odbywało się to kosztem znacznej komplikacji uzyskiwanych wzorów. Traciła na tym, tak ważna w praktycznym zastosowaniu, przejrzystość modelu.

5.3.4. Geometria strumienia infiltracji

Rozwiązania jednowymiarowe nie mogą oddać kształtu strumienia infiltracji, na ogół nie dają tych informacji również standartowe tablice i wykresy rozwiązań płaskich. Założenie o jednowymiarowości ruchu jest tylko przybliżeniem, w rzeczywistości występuje również wywołana siłami kapilarnymi dyspersja w kierunku poprzecznym. Przejawia się ona przede wszystkim w poszerzeniu infiltrującego strumienia w stosunku do obwodu zwilżonego basenu, ale także przez nawilżanie gruntu na skarpach zbiornika, powyżej zwierciadła wody. Szerokość strumienia B_f zmienia się na jego długości i w czasie. Rozwiązania płaskie – wykazują, że po dłuższej infiltracji szerokość strumienia ustala się. Będzie ona mniejsza w jego górnej części, gdyż w pobliżu skarpy występuje zakrzywienie strug, niżej zaś powiększa się, zbliżając asymptotycznie do wartości [45] :

$$B_f = 2 B_o, \quad (5.19)$$

gdzie B_o – szerokość strumienia na poziomie zwierciadła wody w stawie. Wielkość B_o zależy przede wszystkim od wysokości kapilarnego podciągania h_k . Jeśli jednak szerokość B_w zwierciadła w zbiorniku przekracza wartość $25 h_k$, można ten wpływ zaniedbać, przyjmując $B_o = B_w$. Na ogół jest to dopuszczalne dla większości stawów infiltracyjnych. Dla stawów małych i kanałów można stosować przybliżenie :

$$B_o \cong B_w \left[1 + 1.35 \sqrt[4]{\left(\frac{h_k}{B_w}\right)^3} \right], \quad (5.20)$$

oparte na rozwiązaniu metodą odwzorowań konforemnych [45].

Wzór (5.19) podaje jedynie graniczną wartość szerokości B_f dla stosunkowo dużej głębokości frontu. Ze względu na znaczną na ogół powierzchnię dna stawu, taka szerokość strumienia zwykle nie zdąży się wykształcić przed nawiązaniem kontaktu z warstwą wodonośną. Rzeczywistą szerokość można ocenić w przybliżeniu, na podstawie geometrii linii prądu, które wykazują podobieństwo do tangensoidy, zgodnie z formułą :

$$B_f = B_o \left\{ 1 + \frac{2}{\pi} \arctg \left[\frac{\pi (z + h_w) \operatorname{tg} \omega}{B_o} \right] \right\}, \quad (5.21)$$

gdzie : ω – kąt nachylenia skarpy względem poziomu.

Szybkość rozprzestrzeniania się wilgoci w górę skarpy w_v można ocenić przy pomocy modelu hydraulicznego. Podmakanie gruntu na skarpie stawu będzie trwało aż do uzyskania stanu równowagi, gdy front zwilżania wzniesie się ponad zwierciadło stawu na wysokość podciągania kapilarnego h_k , czyli do poziomu $z_f = h_w + h_k$. Prędkość wznosu można określić ze wzoru [45] :

$$w_v = k_n \frac{h_w + h_k - z_f}{z_f}. \quad (5.22)$$

Położenie frontu na skarpie wyznacza się z formuły uzyskanej przez scałkowanie (5.22) w czasie :

$$t = \frac{\theta_n - \theta_o}{k_n} \left[(h_w + h_k) \ln \left(\frac{h_w + h_k}{h_w + h_k - z_f} \right) \right] - z_f, \quad (5.23)$$

który ma formę analogiczną do (5.13).

Ponieważ, jak wynika z formuły (5.20), szerokość początkowa strumienia B_o jest funkcją wznosu kapilarnego h_k , zatem i B_o będzie zmieniać się w czasie, zanim wznos wykształci się w pełni. Zależność $B_o(t)$ można wyznaczyć wyliczając z (5.23) wielkość $z_f(t)$ (odpowiadającą

wykszałconej w danej chwili wysokości podsiąkania) i podstawiając ją do wzoru (5.20) w miejsce h_k .

Zróznicowana w pionie szerokość strumienia infiltracji powoduje, że zmienny jest również spadek, a co za tym idzie prędkość, jaka panuje na danej głębokości z . Węższemu strumieniowi odpowiada większa prędkość. Zatem, przy zastosowaniu wzoru (5.9) na prędkość infiltracji, można przyjąć szerokość strumienia równą szerokości zwierciadła B_w w stawie infiltracyjnym. Rzeczywista szerokość strumienia B_f pozwala ocenić lokalną prędkość filtracji. Jak wynika z powyższego, wzór (5.13) daje zaniżone wyniki – szerszy w rzeczywistości front porusza się wolniej. Korzystne jest więc prowadzenie obliczeń wspomnianą już wcześniej metodą dyskretną dla przyrostów głębokości frontu Δz .

Przedstawiony tu dwuwymiarowy opis strumienia infiltracji, jako oparty na rozwiązaniach klasycznych, daje tylko schematyczny obraz ruchu. O ile bowiem założenie o ostrym – skokowym charakterze frontu zwilżania jest bliskie prawdy przy dużym spadku hydraulicznym ($dH/dz \geq 1$), o tyle dla spadków mniejszych, jakie występują na bocznych i górnych granicach strumienia, profil frontu jest znacznie łagodniejszy. Wszak siłę motoryczną ruchu w tych wypadkach stanowi jedynie gradient wilgotności. Znany jest kształt frontu dla spadku zerowego (stan hydrostatyczny) – stanowi on odbicie charakterystyki wilgotności. W rozdziale 5.4.3. wyznaczono profil wilgotności przy spadku jednostkowym. Należy się zatem spodziewać dla pośrednich gradientów hydraulicznych również pośrednich przebiegów $\theta(z)$. Badania [82] wykazują następującą zależność pomiędzy kształtem frontu w ruchu poziomym i w pionowej infiltracji :

$$\frac{x(\theta)}{x_f} \cong \left[\frac{z(\theta)}{z_f} \right]^2, \quad (5.24)$$

gdzie : $x(\theta)$ i $z(\theta)$ – współrzędne punktu o wilgotności θ odpowiednio w ruchu poziomym i pionowym,

x_f – pozioma współrzędna frontu zwilżania.

5.4. Swobodna infiltracja ze zbiornika zasilającego

Jeśli podaż wody przez dno stawu jest w jakiś sposób ograniczona i przy tym niższa niż możliwości transportowe gruntu ($r < k_n$ o czym dalej), wtedy pełne jego nasycenie nie nastąpi. Front zwilżania w takiej sytuacji nie rozwinie pełnego profilu i po jego przejściu wykształci się pewna pośrednia wilgotność θ_{\max} odpowiadająca przepływowi jednostajnemu. Tak więc, nawet po dotarciu frontu do strefy kapilarnej wód gruntowych, nie nastąpi nawiązanie bezpośredniego kontaktu hydraulicznego pomiędzy nimi a basenem infiltracyjnym. Oznacza to, że stan zwierciadła wody podziemnej nie wywiera żadnego wpływu na wielkość i przebieg infiltracji. Staw infiltracyjny pracujący w takich warunkach nosi nazwę zasilającego [100].

5.4.1. Przyczyny ograniczenia podaży wody

Wielkość infiltracji może być limitowana na skutek odpowiedniego sterowania tym procesem, bądź dzięki własnościom kompleksu wodonośnego. Przy napełnianiu basenu infiltracyjnego woda dostarczana jest zazwyczaj z jakąś stałą wydajnością Q . Przy znacznych przewodnościach gruntu i niewielkiej kolmatacji dna, już po krótkim czasie może okazać się, że wielkość infiltracji w pełni równoważy dopływ i cała woda wsiąka natychmiast w dno stawu. Zazwyczaj zwiększenie wydajności jest niemożliwe lub niecelowe, np. ze względu na niebezpieczeństwo rozmycia podłoża. Wydajność infiltracji Q jest zatem narzucona przez sterowanie, a więc prędkości infiltracji jest stała i wynosi :

$$w = r = \frac{Q}{B_d L_d} \quad (5.25)$$

Ograniczenie dopływu wody do gruntu może wystąpić również w przypadku, gdy pod powierzchnią zalega warstwa o mniejszej przepuszczalności. Może to być warstwa zakolmatowana – łożysko zbiornika lub przewarstwienie litologiczne, położone niekoniecznie bezpośrednio pod powierzchnią. Ilość wody r , przepuszczana przez warstwę o mniejszym współczynniku przewodności, może nie wystarczyć do całkowitego nasycenia pozostałej części warstwy wodonośnej, co staje się przyczyną zerwania bezpośredniego kontaktu hydraulicznego. Współczynnik przewodności wodnej słabo przepuszczalnego przewarstwienia o zatopionej powierzchni górnej wynosi :

$$k_r = k(\theta_n) \cong 0.5 k, \quad (5.26)$$

przy czym wartości θ_n i k we wzorze odnoszą się do tego przewarstwienia. Wysokość hydrauliczna na jego stropie, nawet gdy nie jest to powierzchnia dna, odpowiada wysokości zwierciadła w stawie ponad górną powierzchnią warstwy oporowej. Zatem, przy istnieniu znacznej różnicy przewodności pomiędzy przewarstwieniem i resztą gruntu, można przyjąć [9]:

$$r = k_r \frac{h_w + h_k + m_r}{m_r}, \quad (5.27)$$

gdzie : m_r – miąższość słaboprzepuszczalnego przewarstwienia.

W sytuacji gdy wartość m_r jest bardzo mała, np. dla kilkucentymetrowej warstwy osadu na dnie, korzystnie jest wprowadzić pojęcie oporu warstwy lub łożyska:

$$R = \frac{m_r}{k_r}, \quad (5.28)$$

mierzonego w [s]. Wzór (5.27) przybierze wtedy postać [9]:

$$r = k_r \frac{h_w + h_k}{R}. \quad (5.29)$$

Znając prędkość infiltracji $w=r$, można wyznaczyć wielkość wydajności, wymaganej dla utrzymania stałego poziomu wody w zbiorniku. Przy nieubezpieczonych skarpach wyniesie ona [9] :

$$q = \frac{L_d}{R} \left[(h_w + h_k) B_d + (h_w + 2 h_k) \frac{h_w}{\sin \omega} \right]. \quad (5.30)$$

Jeśli różnica przewodności pomiędzy warstwą słaboprzepuszczalną a warstwą wodonośną jest niezbyt duża, nie można już zakładać, że na dolnej powierzchni przewarstwienia wystąpi wysokość ssania równa h_k . Wysokość tę można wyznaczyć z charakterystyki wilgotnościowej dla wilgotności równowagi θ_{\max} , jaka wystąpi pod przewarstwieniem. Ponieważ θ_{\max} jest z kolei funkcją w (zob. rozdz. 5.4.3), wartość $h_s(\theta_{\max})$, która zastąpi we wzorach (5.27) do (5.30) wielkość h_k , należałoby wyznaczyć drogą iteracji.

5.4.2. Rozwiązania kwazianalityczne

Jeśli dopływ wody do gruntu jest limitowany, wykształca się niepełny profil wilgotności tzn. taki, w którym maksymalna wilgotność θ_{\max} jest mniejsza od θ_n . Przy znanej wartości θ_{\max} można wykorzystać rozwiązanie Philipa (wzory 5.2 i 5.3). Niestety, tę wartość również trzeba wyznaczyć, gdyż wilgotność na powierzchni wzrasta w trakcie infiltracji od wartości początkowej θ_0 dochodząc do θ_{\max} w sposób asymptotyczny dopiero po pewnym czasie. W pełni problem ten został

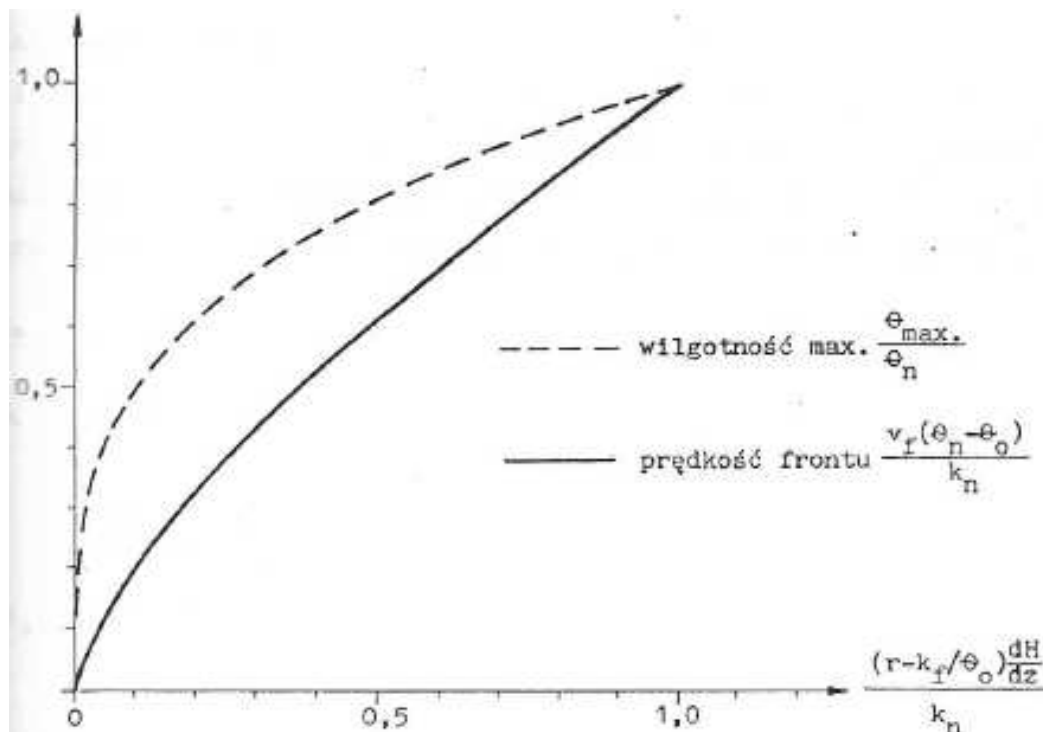
rozwiązany przez Parlange'a [69], jednakże uzyskane przezeń wzory mogą stać się co najwyżej podstawą algorytmu numerycznego, bo stopień ich komplikacji czyni bezpośrednie zastosowanie wysoce niepraktycznym.

Rozwiązania pozwalające opisać cały proces infiltracji przedstawiono również w wielu innych pracach [3,14,73,107], zakładają one jednak duże uproszczenia w opisie ruchu i przebiegu charakterystyk gruntowych. I w nich otrzymywane wzory są skomplikowane, często wymagają również pracochłonnych iteracji. Niektóre rozwiązania mają charakter wzorów empirycznych i często bazują (np. rozwiązanie Hillela i Gardnera [38]) na modelu Greena-Ampta, wprowadzając do obliczeń opór bardziej zwężłej, powierzchniowej warstwy gleby.

5.4.3. Model hydrauliczny infiltracji przez strefę nienasyconą

Sprężenie zwrotne zachodzące pomiędzy wilgotnością a przewodnością gruntu (zob. wzór 4.36) Powoduje, że w trakcie infiltracji wody w głąb pionowej kolumny, w krótkim czasie po przejściu frontu zwilżania, wykształca się stała wilgotność θ_{\max} . Potwierdzają to zresztą badania empiryczne [14,86,105]. Niezmienna wartość wilgotności wydaje się oczywista dla zalanej powierzchni gruntu. Natomiast w sytuacji gdy zasilanie jest ograniczone, stałość wilgotności wynika z równowagi przepływów w profilu pionowym. Gdyby, przy założeniu stałej wartości zasilania r , w którymś miejscu za frontem zwilżania pojawiło się zaburzenie w postaci gradientu wilgotności, spowodowałoby ono równoczesne powstanie gradientu przewodności. Ponieważ jednak zależność współczynnika przewodności od wilgotności jest znacznie silniejsza niż analogiczna zależność wysokości ssania, w końcowym efekcie powstałby gradient przepływu kompensujący spadek zawartości wody. Z ciągłości przepływu (4.52) wynika zależność :

$$v = k(\theta_{\max}) \frac{dH}{dz} = k(\theta_{\max}) \left(1 - \frac{dh_s}{dz} \right) = r - \frac{d\theta}{dt}. \quad (5.31)$$



rys. 5.3 Zależność maksymalnej wilgotności (θ_{\max}) i prędkości ruchu frontu (v_f) od wielkości zasilania (r) w infiltracji pionowej

Stałość wilgotności w pionie, przy $\theta_{\max} < \theta_n$, implikuje stałość wysokości ssania ($dh_s/dz = 0$), zaś ze stałego przepływu wynika brak retencji ($d\theta/dt = 0$). Zatem równanie (5.31) przybierze postać warunku [9,10,14,52]:

$$k_f(\theta_{\max}) = r, \quad (5.32)$$

z którego łatwo wyliczyć maksymalną wilgotność θ_{\max} , korzystając z charakterystyki przewodności (4.36). Front zwilżania będzie się przy tym poruszał z prędkością :

$$v_f = \frac{r - k(\theta_o) \frac{dH_o}{dz}}{\theta_{\max} - \theta_o}. \quad (5.33)$$

zależności (5.32 i 5.33) przedstawia rys. 5.3.

Dla stałej wilgotności początkowej i stałego zasilania prędkość frontu jest stała, a zatem położenie frontu jest liniową funkcją czasu :

$$z_f = \frac{r - k(\theta_o)}{\theta_{\max} - \theta_o} t. \quad (5.34)$$

W przypadku zmiennej w pionie wilgotności θ_o , bądź przy niestacjonarnym zasilaniu r , zachodzi konieczność dokonywania obliczeń dyskretnych dla okresów czasu Δt , w których r oraz θ_o w obszarze przemieszczenia frontu Δz_f pozostają stałe. Podobnie postępuje się, gdy grunt pod powierzchnią terenu jest uwarstwiony. Należy przy tym zwrócić szczególną uwagę na sytuację, w której niższa warstwa jest słabiej przepuszczalna. Przy znacznej różnicy przewodności może nastąpić spiętrzenie wody w wyższych warstwach, niezbędne dla wytworzenia odpowiedniego spadku w strefie zwiększonego oporu. Przepływ w słaboprzepuszczalnym przewarstwieniu należy wtedy obliczać według wzoru Greena-Ampta (5.9).

5.4.4. Profil wilgotnościowy frontu zwilżania

Model "tłokowy" stanowi oczywiście tylko przybliżenie rzeczywistości, choć jak wykazuje praktyka, dość dobre, mimo bardzo prostych założeń. Rzeczywisty kształt frontu jest, zwłaszcza w gruntach piaszczystych, dość zbliżony do prostokąta. W każdym razie wilgotność narasta bardzo gwałtownie, szczególnie w początkowej fazie zwilżania, gdy grunt jest jeszcze stosunkowo suchy [68]. Co ważniejsze, za wyjątkiem bardzo wczesnych stadiów infiltracji (gdy $\theta(z=0) < \theta_{\max}$), pionowy profil wilgotności niemal nie zmienia swej formy podczas przemieszczania się w dół [14]. Można założyć, że w układzie współrzędnych bezwymiarowych:

$$\zeta = \frac{z}{z_f}, \quad (5.35)$$

kształt frontu pozostaje stały.

Dla ruchu jednowymiarowego równanie ciągłości (4.52) można zapisać w postaci :

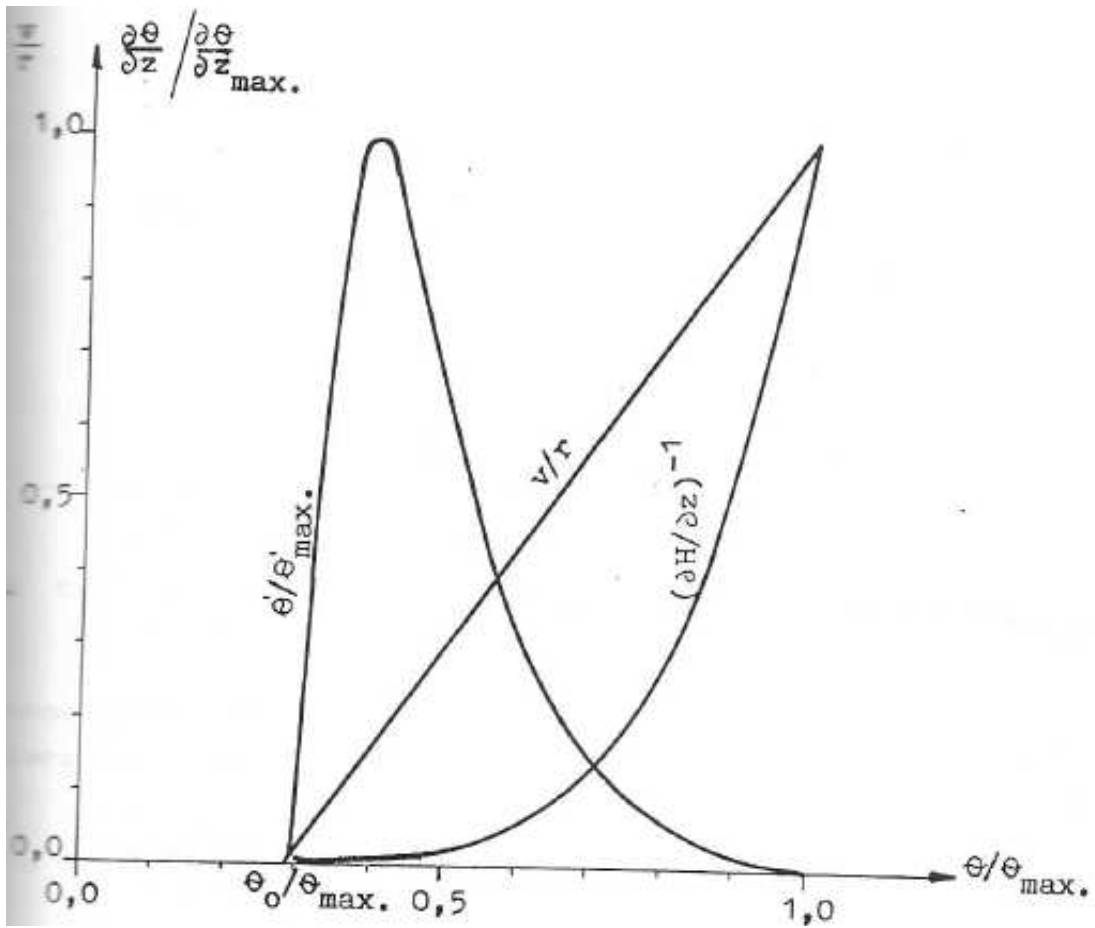
$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial v}{\partial z}. \quad (5.36)$$

Dokonując w nim zamiany zmiennych :

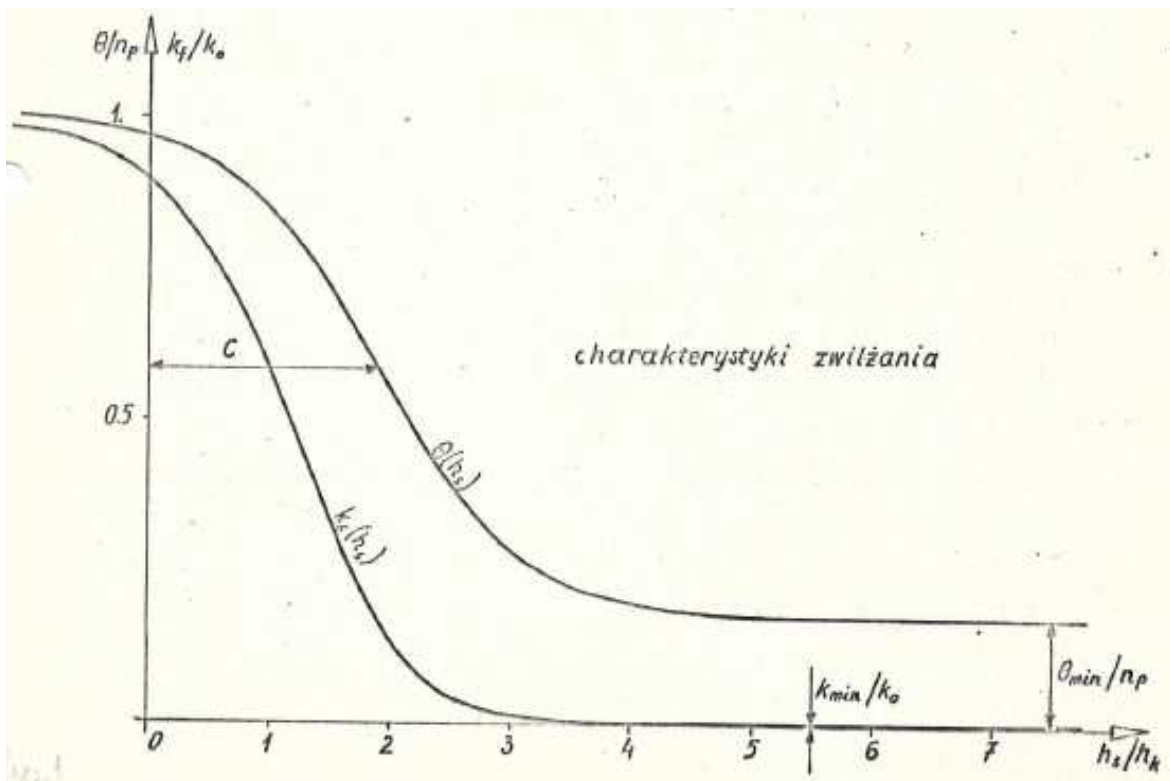
$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = v_f \frac{\partial \theta}{\partial z}, \quad (5.37)$$

otrzymuje się wzór :

$$v_f \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z}. \quad (5.38)$$



rys. 5.4 Zależność prędkości filtracji (v), spadku hydraulicznego ($\partial H/\partial z$) i stromości frontu zwilżania ($\partial\theta/\partial z$) od wilgotności w infiltracji pionowej



rys. 5.5 Charakterystyki gruntowe użyte do wyznaczenia profilu frontu

Obustronne scałkowanie po głębokości z , przy prędkości filtracji na powierzchni $v(z=0) = r$, daje:

$$r - v = -v_f \int_0^z \frac{\partial \theta}{\partial z} dz = -v_f \int_{\theta_{\max}}^{\theta} d\theta = v_f (\theta_{\max} - \theta). \quad (5.39)$$

Po podstawieniu wzoru (5.33), można wyznaczyć prędkość filtracji w dowolnym punkcie, jako funkcję lokalnej wilgotności (rys. 5.4) :

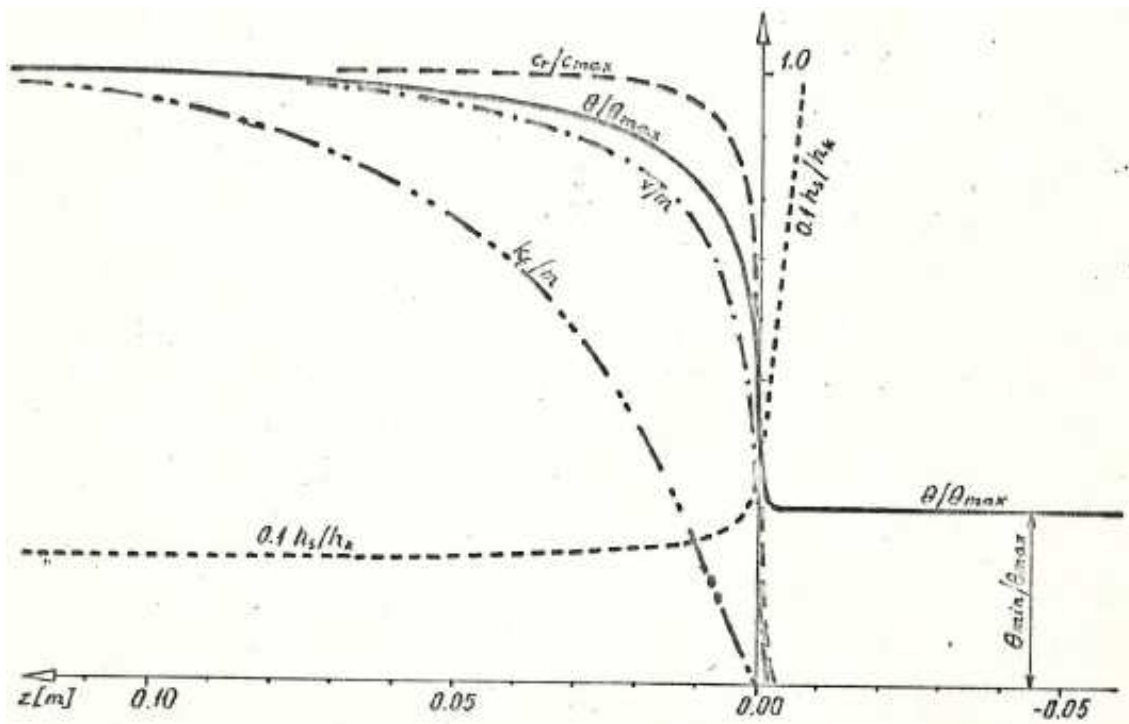
$$v = \left(r - k(\theta_o) \frac{dH_o}{dz} \right) \left(1 - \frac{\theta_{\max} - \theta}{\theta_{\max} - \theta_o} \right). \quad (5.40)$$

Wzór Darcy'ego (4.53) pozwala teraz na obliczenie spadku hydraulicznego :

$$\frac{dH}{dz} = - \frac{v}{k(\theta)} \frac{r - k(\theta_o) \frac{dH_o}{dz}}{k(\theta)} \frac{\theta - \theta_o}{\theta_{\max} - \theta_o}, \quad (5.41)$$

a stąd także spadku wilgotności (rys. 5.4) :

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{d\theta}{dh_s} \frac{dh_s}{dz} = -c(\theta) \left(1 - \frac{dH}{dz} \right) = c(\theta) \left[\frac{r - k(\theta_o) \frac{dH_o}{dz}}{k(\theta)} \frac{\theta - \theta_o}{\theta_{\max} - \theta_o} - 1 \right]. \quad (5.42)$$



rys. 5.6 Profil frontu zwilżania w/g wzoru (5.42)

Ponieważ zależności $c(\theta)$ i $k_f(\theta)$ są znane z wzorów (4.60) i (4.36), zatem poprzez scałkowanie wzoru (5.42) po współrzędnej pionowej, można wyznaczyć profil wilgotności. Ze względu na zawłość funkcji podcałkowej, wygodniej jest dokonać tego metodą numeryczną dla skończonych przyrostów Δz i $\Delta \theta$ [51]. Wyniki takiego całkowania dla drobnoziarnistego piasku (rechowot sand [77,80]) przedstawia rys. 5.6. Użyte charakterystyki gruntu podane zostały na rys. 5.5. Strefa frontowa jest tu bardzo wąska i przyrost wilgotności do poziomu 99 % θ_{\max} zachodzi na odcinku zaledwie około 9 [cm], przy czym już po jednym centymetrze przyrost ten osiąga 82 %. Front jest więc stosunkowo ostry i rozmycie dla małych wilgotności, zgodnie z oczekiwaniami, nie

występuje. Rys. 5.6 pokazuje też przebieg wysokości ssania h_s , przewodności k_f , prędkości filtracji v i współczynnika retencji c .

5.5. Przepływ w warstwie wodonośnej zasilanej przez staw infiltracyjny

Przedstawione dotychczas rozwiązania analityczne zakładały brak wpływu stanu wód gruntowych na geometrię i wydajność infiltrującego strumienia. Taka sytuacja może wystąpić nawet po nawiązaniu kontaktu hydraulicznego między basenem infiltracyjnym a warstwą wodonośną, jeśli tylko ta ostatnia zalega wystarczająco głęboko. W przeciwnym wypadku infiltrująca woda zostaje podparta przez spiętrzone lustro wód podziemnych, co powoduje dławienie infiltracji.

5.5.1. Rozwiązania analityczne dla ruchu płaskiego

Infiltrujący strumień, po dotarciu do strefy kapilarnej wód gruntowych, gwałtownie zmienia kierunek z pionowego na poziomy. Siatka hydrodynamiczna obejmująca fragment warstwy wodonośnej, położony w obrębie obszaru przykrytego stawem infiltracyjnym, ma więc charakter przestrzenny. Na rozkład strat hydraulicznych w tej strefie, a więc pośrednio na przebieg swobodnego zwierciadła, największy wpływ wywiera stosunek poszczególnych składowych wektora prędkości filtracji. Im bardziej są do siebie zbliżone wartości prędkości pionowych i poziomych, tym mniejsze możliwości opisu ruchu przy użyciu modelu hydraulicznego. W związku z tym obszar, w którym przepływ ma charakter wyraźnie dwuwymiarowy, jest wydzielany i modelowany odrębnie, zazwyczaj przy pomocy klasycznej teorii filtracji. Układ linii prądu ma tu przebieg zbliżony do tego, który opisuje przepływ potencjalny w narożniku prostokątnym, utworzonym przez płaszczyznę symetrii stawu infiltracyjnego i powierzchnię spągową warstwy wodonośnej. Górną granicę wydzielonego obszaru stanowi swobodne zwierciadło bądź, w przypadku basenu nawadniającego, najniższy przekrój poziomy, w którym ruch ma już charakter zdecydowanie wertykalny. W praktyce będzie to poziom wody gruntowej w sąsiedztwie infiltrującego strumienia. Podobnie ustala się drugą granicę w poziomie. Będzie to najbliższy przekrój pionowy, w którym ruch ma charakter zdecydowanie horyzontalny. Najczęściej przyjmuje się, że dla stawów dużych ($B_0 \geq \frac{4}{3} m_g$ [45], gdzie m_g – miąższość warstwy wodonośnej pod dnem stawu) wydzielony obszar winien odpowiadać szerokości infiltrującego strumienia $B \approx B_0$, zaś dla małych ($B_0 < \frac{4}{3} m_g$), podwójnej wartości tej szerokości ($2 B_0$).

Dla przypadku stawu nawadniającego istnieje szereg klasycznych rozwiązań analitycznych (Wjedjernikowa, Ernsta i in.) [1,12,45], popartych wynikami badań analogowych [9] i eksperymentalnych (Dachler) [12]. Pozwalają one na wyznaczenie wielkości infiltracji w warunkach ruchu nieustalonego, a także po ustaleniu, Pozwalają też na wyznaczenie przebiegu swobodnego zwierciadła [1]. W opisie rozwiązań wykorzystuje się w szerokim zakresie wykresy wielkości bezwymiarowych lub stabelaryzowane funkcje (zwykle funkcja prawdopodobieństwa błędów erf). Mimo to procedury obliczeń są skomplikowane i trudne do sprawdzenia, wskutek swej małej pogłębności.

Podobnie wygląda sytuacja przy pośrednim kontakcie hydraulicznym basenu zasilającego z warstwą wodonośną. Poza przepływem i stanem wód gruntowych często też wyznacza się w tym przypadku profil wilgotności w strumieniu infiltracyjnym [14]. Jeśli chodzi o kształt swobodnego zwierciadła pod stawem, godne polecenia są prace Hantusha [9,36]. Przytoczone w nich Rozwiązania w postaci stabelaryzowanych funkcji pozwalają wyznaczyć położenie lustra wody w każdym punkcie pod prostokątnym i kołowym stawem infiltracyjnym. Badania te wykazały, że przy stosunku wymiarów stawu prostokątnego $L_d/B_d > 4$, obraz ruchu jest w zasadzie dwuwymiarowy, co pozwala na zastosowanie metody reprezentatywnych przekrojów

hydrogeologicznych w odniesieniu do większości praktycznych rozwiązań. Wymienione pracę pozwalają również wyznaczyć przebieg procesu po przerwaniu zasilania (po osuszeniu stawu).

5.5.2. Model hydrauliczny infiltracji podpartej

Po dotarciu frontu zwilżania do strefy kapilarnej warstwy wodonośnej, następuje na skutek znacznej wilgotności w tej strefie szybkie wyrównanie spadków hydraulicznych w całym infiltrującym strumieniu. Front zanika, traci więc moc założenie o wysokości ssania panującej na tej ruchomej granicy. Strumień pionowy o niepełnym nasyceniu ($\theta < \theta_n < n$) napotyka na poziomy przepływ w strefie pełnej saturacji, w którym wysokość hydrauliczna odpowiada wysokości zwierciadła. Dla przepływu wywołanego głównie przez siłę ciężkości (przesączenie przez strefę aeracji), fakt ten nie będzie miał większego znaczenia, gdyż tu spadek hydrauliczny mniejszy od jedności już być nie może. Natomiast przy bezpośrednim kontakcie hydraulicznym prędkość infiltracji, w porównaniu z wyliczoną ze wzoru Greena-Amptę (5.10), wyraźnie spadnie [29]:

$$w_f = k_n \left(1 + \frac{h_w}{m_a} \right) \quad (5.43)$$

gdzie: m_a – miąższość warstwy pomiędzy dnem stawu a zwierciadłem wód podziemnych. Infiltracyjne zasilanie przepływu w warstwie wodonośnej spowoduje stopniowy wzrost ciśnienia wody, aż do momentu gdy przyrost odpływu poziomego, wywołany zwiększeniem miąższości hydrodynamicznej i spadku, zrównoważy infiltrację. Równocześnie spadać będzie wydajność zasilania, choć w mniejszym stopniu, niż to przewiduje klasyczna teoria filtracji, jako że, dzięki dyfuzji powietrza, wzrastać będzie stopień nasycenia infiltrującego strumienia ($\theta \rightarrow n$). Wzór (5.43) nie oddaje tej sytuacji w pełni, dlatego należałoby przyjąć uproszczenie, zgodnie z którym wielkość infiltracji wyznaczona przy pomocy wzoru pozostaje stała. We wspomnianym już przypadku, gdy $B_o > \frac{4}{3} m_g$ można, po ustaleniu się przepływu, całkowicie zaniedbać straty wynikające z pionowych składowych prędkości. W tej sytuacji obliczenia przepływu poziomego prowadzi się tak, jakby basen nawadniający miał charakter dogłębiony (zupelny), czyli dno na spągu warstwy wodonośnej [45]. Oznacza to zmniejszenie infiltracji.

Dość podobnie przebiega proces przy przesączeniu przez strefę niepełnego nasycenia. Dopóki zwierciadło wody gruntowej jest położone poniżej warstwy oporowej (zob. rozdz. 5.4.1), wytwarzającej ten typ infiltracji, wielkość zasilania pozostaje stała. Jeśli jednak spąg tej warstwy zostanie podtopiony, a panujące na nim ciśnienie przyjmie wartość h mierzoną słupem wody, wzór (5.27) przybierze postać:

$$w = k_r \frac{h_w + m_r - h}{m_r} \quad (5.44)$$

Każdy przyrost wysokości h powodować będzie spadek wielkości infiltracji. Niezależnie od tego wartość infiltracji będzie powoli rosła na skutek stopniowego wzrostu wilgotności ($\theta_n \rightarrow n$), a co za tym idzie przewodności ($k_n \rightarrow k$) słaboprzepuszczalnego przewarstwienia aż do uzyskania pełnego nasycenia porów.

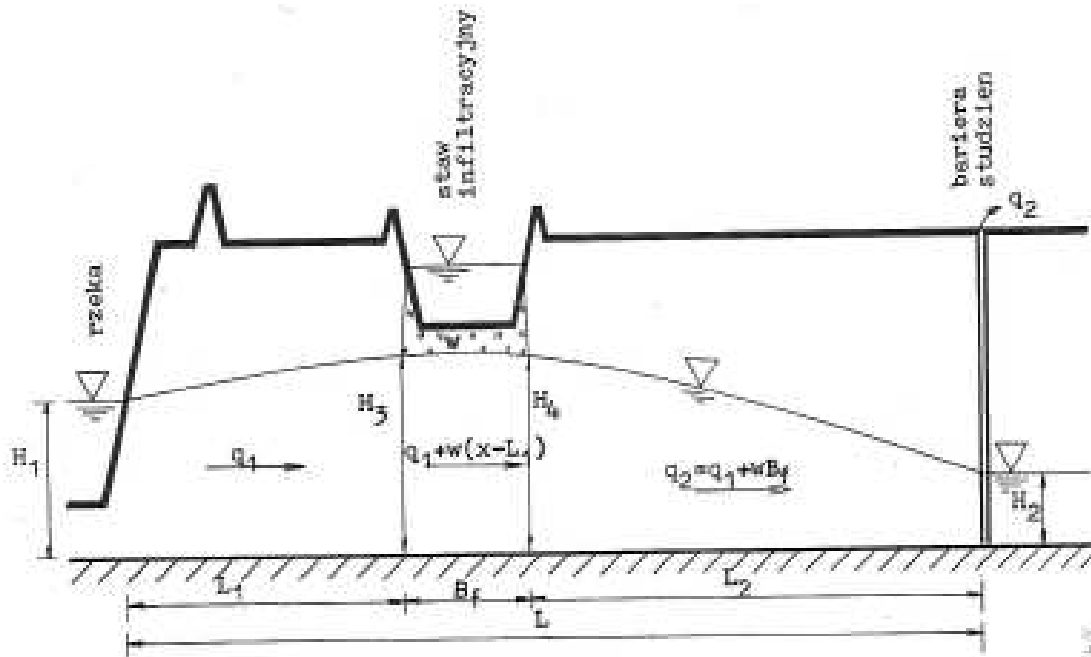
5.5.3. Model hydrauliczny filtracji w warstwie wodonośnej z zasilaniem powierzchniowym

Hydrauliczny model przepływu poziomego zakładać musi, wynikającą z przybliżenia Dupuita, jednowymiarowość ruchu. Uproszczenie obejmuje oczywiście wszystkie wymiary, w tym czas, gdyż istnieją i modele niestacjonarne jednowymiarowe w przestrzeni. Zakładają one dodatkowo stałość przewodności warstwy. Znane są rozwiązania niustalonej infiltracji, wywołanej nagłym lub stopniowym napełnianiem dogłębionego kanału [45]. Można je zastosować również do oceny tempa zmian zachodzących po nawiązaniu pełnego kontaktu stawu nawadniającego z warstwą wodonośną. W niniejszej pracy temat ten nie będzie rozwijany. Przedstawiony poniżej model jest

stacjonarny i dla uproszczenia zakłada poziomą spąg warstwy wodonośnej. Schemat rozwiązywanego zagadnienia przedstawia rys. 5.7. Strumień infiltracji został tu podzielony na trzy odcinki :

- odcinek L_1 pomiędzy rzeką a stawem infiltracyjnym, o przepływie q_1 ,
- odcinek B_f pod stawem infiltracyjnym, o przepływie zmieniającym się na skutek zasilania infiltracyjnego $q = q_1 + w(x - L_1)$,
- odcinek L_2 pomiędzy stawem infiltracyjnym a barierą studzien, o zwiększonym przez infiltrację przepływie $q = q_1 + w B_f$

Znane są warunki brzegowe, zadane jako stan wody w cieku H_1 i poziom utrzymywany w studniach czerpnych bariery H_2 . Na granicach odcinków muszą być z kolei zachowane warunki ciągłości przepływu i stanu wody.



rys. 5.7 Schemat obliczeniowy dla modelu hydraulicznego filtracji poziomej w warstwie wodonośnej

Zgodnie z formułą Darcy'ego (4.53), przepływ na jednostkę szerokości warstwy wodonośnej można opisać wzorem :

$$q = -k H \frac{dh}{dx}. \quad (5.45)$$

Zapis taki jest możliwy przy założeniu, że poziomy spąg warstwy stanowi równocześnie poziom odniesienia dla rzędnej zwierciadła H , dzięki czemu odpowiada ona miąższości hydrodynamicznej m_h (zob. równanie Boussinesqa 4.73). Równanie (5.45) można rozwiązać, całkując je po rozdzieleniu zmiennych w granicach zadanych przez warunki brzegowe. Dla pierwszego odcinka uzyskuje się całkę :

$$q \int_0^x dx = -k \int_{H_1}^H H dh, \quad (5.46)$$

która po rozwiązaniu daje wzór na krzywą depresji :

$$H = \sqrt{H_1^2 - \frac{2q_1}{k} x}, \quad x \in [0, L_1] \quad (5.47)$$

Podstawienie odległości L_1 , umożliwia wyznaczenie poziomu zwierciadła H_3 na styku odcinka pierwszego i drugiego :

$$H_3 = H(L_1) = \sqrt{H_1^2 - \frac{2 q_1}{k} L_1} . \quad (5.48)$$

Dla odcinka B_f , w wyniku identycznego całkowania w granicach od H_3 do $H(x)$, otrzymuje się wzór :

$$H = \sqrt{H_3^2 - \frac{2 q_1}{k} (x - L_1) - \frac{2 w}{k} \left(\frac{x^2}{2} - L_1 x + \frac{L_1^2}{2} \right)}, \quad x \in [L_1, L_1 + B_f], \quad (5.49)$$

który pozwala wyznaczyć również stan na styku odcinka B_f i L_2 :

$$H_4 = h(L_1 + B_f) = \sqrt{H_3^2 - \frac{2 q_1}{k} B_f - \frac{2 w B_f^2}{k}} . \quad (5.50)$$

I wreszcie dla odcinka L_2 otrzymuje się równanie depresji :

$$H = \sqrt{H_4^2 - \frac{2 (q_1 + w B_f)}{k} (x - L_1 - B_f)}, \quad x \in (L_1 + B_f, L_2), \quad (5.51)$$

które ma postać identyczną jak (5.47), tyle że dla większego przepływu. Ponieważ wartość $H(L) = H_2$ jest znana, podstawienie takie pozwala wyliczyć z równania (5.51) wielkość przepływu q_1 :

$$q_1 = \frac{k}{2 L_2} (H_4^2 - H_2^2) - w B_f . \quad (5.52)$$

Wzory (5.57) do (5.52) stanowią układ sześciu równań z niewiadomymi q_1 , H_3 , H_4 oraz $H(x)$ dla każdego z trzech odcinków. Przez eliminacje można wszystkie te wielkości wyznaczyć w postaci funkcji geometrii i warunków brzegowych :

$$q_1 = \frac{k}{2 L} (H_1^2 - H_2^2) + \frac{2 w x}{k L} \left(\frac{B_f}{2} + L_2 \right), \quad (5.53)$$

$$H = \sqrt{H_1^2 - \frac{x}{L} (H_1^2 - H_2^2) + \frac{2 w x}{k L} \left(\frac{B_f^2}{2} + B_f L_2 \right)}, \quad x \in [0, L_1], \quad (5.54)$$

$$H = \sqrt{H_1^2 - \frac{x}{L} (H_1^2 - H_2^2) + \frac{2 w x}{k L} \left(\frac{B_f^2}{2} + B_f L_2 \right) - \frac{2 w}{k} \left(\frac{x^2}{2} - x L_1 - \frac{L_1^2}{2} \right)}, \quad x \in [L_1, L_1 + B_f], \quad (5.55)$$

$$H = \sqrt{H_1^2 - \frac{x}{L} (H_1^2 - H_2^2) + \frac{2 w x}{k L} \left(\frac{B_f^2}{2} + B_f L_2 \right) - \frac{2 w B_f}{k} \left(x - L_1 - \frac{B_f}{2} \right)}, \quad x \in [L_1 + B_f, L_2] \quad (5.56)$$

Wielkości H_3 i H_4 otrzymuje się ze wzorów (5.54) i (5.55) lub (5.55) i (5.56) dla odpowiednich wartości x . Wartość przepływu na odcinku L_2 można wyznaczyć z bilansu wody :

$$q_2 = q_1 - w B_f = \frac{k}{2L} (H_1^2 - H_2^2) + \frac{w B_f}{L} \left(\frac{B_f}{2} + L_1 \right). \quad (5.57)$$

Wielkość q_2 stanowi równocześnie dopływ wody do bariery studzien.

Wzory (5.53) – (5.57) wraz z wartością infiltracji, wyznaczoną w rozdziale 5.5.1 lub 5.5.2 (np. wzory 5.43 lub 5.44), Pozwalają w pełni opisać przepływ wody, jaki ustali się po dłuższym czasie dla ustabilizowanej lub niezbyt intensywnej kolmatacji. W tym drugim przypadku ruch będzie miał charakter kwaziustalony i obliczenia prowadzi się dla kolejnych, coraz mniejszych wartości zasilania w . Znając współczynnik β_2 we wzorze (3.6), można z porównania składników formuły (5.57) określić moment, w którym konieczne jest przeprowadzenie oczyszczania dna stawu. Wielkość najniższego dopuszczalnego wzbogacenia dopływu do studni (opisywanego przez drugi składnik) określa się z rachunku ekonomicznego.

6. MODEL NUMERYCZNY (METODA RÓŻNIC SKOŃCZONYCH)

Opis analityczny, sformułowany w postaci równania różniczkowego cząstkowego o zmiennych współczynnikach, trudno jest zastosować do praktycznych obliczeń. Wymaga to rozbudowanego aparatu i wiedzy matematycznej, dając zresztą tylko rozwiązania najprostsze, często trywialne. W tej sytuacji jedyną praktyczną możliwością stają się obliczenia numeryczne przy pomocy algorytmu dyskretnego. Przedstawione poniżej rozwiązanie tego typu oparte zostało na metodzie różnic skończonych (MRS). Jest to metoda najprostsza, najstarsza i chyba jeszcze w dalszym ciągu najbardziej popularna, mimo coraz szerszego stosowania metod bardziej zaawansowanych, takich jak metoda elementów skończonych (MES) czy metoda elementów brzegowych (MEB) [56]. Wybór MRS był podyktowany przede wszystkim jej prostotą, która pozwala na jasne i pogładowe przedstawienie obliczeń. Stosunkowo prosta geometria warstwy wodonośnej w rozważanym problemie nie wymagała stosowania siatki nieregularnej, co również stanowi argument na korzyść przyjętej metody. W związku z powyższym, inne metody numeryczne nie będą omawiane w niniejszej pracy. Zwięzłe opisy MES zawarte są w licznych publikacjach [42,55,103,106,112].

6.1. Schematyzacja pola filtracji

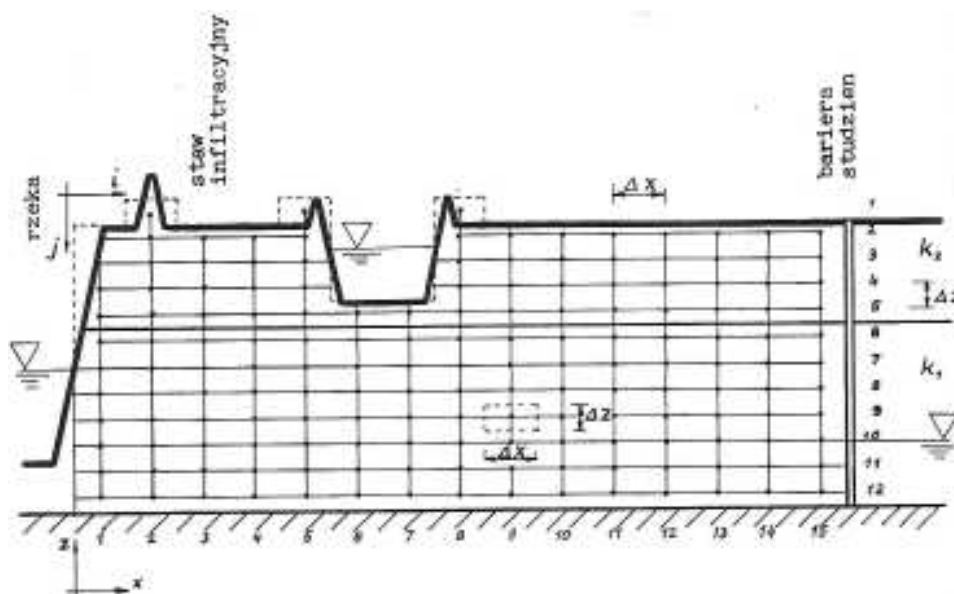
Model numeryczny został oparty na uogólnionym równaniu filtracji dla ruchu płaskiego w przekroju pionowym (4.66). Modelowy przekrój hydrogeologiczny poprowadzono w płaszczyźnie symetrii stawu infiltracyjnego prostopadłej do jego dłuższego boku, ciekłu i bariery studzien (rys 3.1). Warstwa wodonośna w tym przekroju jest w pionie ograniczona od góry powierzchnią gruntu (ewentualnie spągami nieprzepuszczalnego nadkładu), zaś od dołu stropem nieprzepuszczalnego podłoża. Natomiast granice w poziomie stanowi z jednej strony kraweź zlewni podziemnej (oś ciekłu lub oś wododziału), z drugiej – bariera studzien czerpnych. Ograniczenia w pionie (spąg i strop) mogą mieć nieregularny przebieg z dowolnym spadkiem. Zakłada się przy tym, że warstwa wodonośna może być zbudowana z kilku warstw geologicznych o różnych parametrach filtracyjnych lub też może być niejednorodna w sposób nieregularny.

6.1.1. Dyskretyzacja warstwy wodonośnej

W modelu dyskretnym ciągły obszar filtracji zastąpiono układem punktów zwanych węzłami, tworzących siatkę prostokątną (rys. 6.1). Każdemu węzłowi zostaje przyporządkowany pewien obszar, leżący wokół niego, zwany blokiem, który będzie reprezentowany przez węzeł. Wymiary bloków, tak jak i oczek siatki, wynoszą $\Delta x \cdot \Delta z$, przy ich jednostkowej szerokości w kierunku prostopadłym do płaszczyzny przekroju. Zastosowana tutaj siatka ma charakter jednorodny, anizotropowy, ortogonalny i ortotropowy, co oznacza, że wymiary bloków (oczek) są jednakowe, bloki są prostokątne ($\Delta x \neq \Delta z$), zaś osie siatki są zorientowane we wzajemnie prostopadłych kierunkach – poziomym i pionowym. Pojemność pamięci urządzenia liczącego narzuca ograniczenie ilości węzłów siatki. Model zastosowany w rozdziale 7 korzysta np. z siatki o 180 węzłach. Ponieważ ilość obliczeń narasta w przybliżeniu proporcjonalnie do kwadratu ilości węzłów, zalecana jest tu daleko idąca oszczędność.

Rozciągłość warstwy wodonośnej w wybranych tu kierunkach przestrzeni znacznie się różni. Podczas gdy miąższość warstwy nie przekracza zazwyczaj kilkudziesięciu metrów (a w dolinach rzek podgórskich nawet kilku), jej wymiary poziome są rzędu setek metrów. Powoduje to wystąpienie w trakcie infiltracji z basenu infiltracyjnego między innymi znacznych różnic w wartościach spadków hydraulicznych w pionie i w poziomie. Dlatego też zdecydowano się

zastosować siatkę o stosunkowo dużej anizotropii. Stosunek $\Delta x/\Delta z$ zwykle przekracza 10. Ponieważ jednak iloraz międzywęzłowych oporów filtracyjnych jest proporcjonalny do $(\Delta x/\Delta z)^2$, wielkość anizotropii nie powinna być zbyt duża. Konkretna wartość ograniczenia wynika z ilości miejsc dziesiętnych, jaką operuje maszyna licząca. Ze względu na to, że zastosowana siatka węzłów jest jednorodna, wszelkie nieregularności geometrii warstwy wodonośnej mogą być odwzorowane z dokładnością do $+\Delta x/2$ w poziomie i $+\Delta z/2$ w pionie. W praktyce węzeł reprezentujący blok, którego większa część jest wyłączona z obszaru filtracji (np. obejmuje fragment wykopu), zostaje w całości wyłączony z siatki. MRS nie pozwala zatem na dokładne odwzorowanie skarp i stoków powierzchni granicznych. Zostają one zastąpione powierzchniami pionowymi, poziomymi lub schodkowymi.



rys. 6.1 Schemat siatki węzłów modelu numerycznego

Przedstawiona tu siatka dyskretna ma dwa wymiary przestrzenne. W rzeczywistości należy jednak operować trzema wymiarami, gdyż dyskretyzacji ulega również zmienna czasowa. W omawianym modelu, z powodów, które zostaną wyszczególnione w dalszej części pracy, krok czasowy Δt zmienia się w czasie trwania procesu. Ponieważ rozwiązania uzyskuje się sekwencyjnie (krok po kroku), korzystając przy tym jedynie z wyników kroku poprzedniego, ilość kroków czasowych nie jest w zasadzie ograniczona. W praktyce ilość ta wynika z czasu dla którego prowadzona jest symulacja i konieczności ograniczenia rzeczywistego czasu obliczeń. Dopuszczalna wielkość kroku czasowego jest określona przez warunki poprawności rozwiązania (rozd. 6.4). Podobnie jak przestrzeń, również przebieg procesu w czasie może być w modelu dyskretnym odwzorowany jedynie z dokładnością do $+\Delta t/2$, jednak ze względu na możliwość zmian kroku czasowego, ograniczenie to ma mniejsze znaczenie. Funkcje ciągłe w czasie mogą zatem zostać odwzorowane jako jednowartościowe lub schodkowe.

6.1.2. Węzeł siatki dyskretnej

W MRS wszystkie lokalne własności ośrodka i wielkości charakteryzujące pole filtracji zostają skupione w skończonej ilości punktów węzłowych. Zmienne ciągłe przybierają charakter dyskretny. Oznacza to, że wartość zmiennej, charakterystyczna dla danego węzła siatki, reprezentuje przebieg tej zmiennej w pewnym otoczeniu węzła – bloku dyskretnym. Musi być zatem dokonana synteza tej wielkości w obrębie bloku, określana najczęściej jako uśrednienie. Charakteryzująca węzeł wartość zmiennej nie będzie zatem wartością lokalną w punkcie o współrzędnych węzła, lecz wartością średnią tej zmiennej w przedziale całego bloku. Zapominanie o tym przy modelowaniu strefy aeracji prowadzi do konieczności stosowania w strefie frontu bardzo gęstej siatki, gdyż w przeciwnym razie rozwiązania stają się niestabilne [55]. Ponieważ w pojęciu bloku mieści się

również jego rozciągłość w czasie, należy pamiętać, że średnia dotyczyć będzie obszaru o wymiarach $\Delta x \cdot \Delta z \cdot \Delta t$.

Zgodnie z tym, co powiedziano wyżej, współrzędne ciągłe punktów pola filtracji x, z, t można zastąpić dyskretnymi współrzędnymi węzłów i, j, l . Przy znanych krokach dyskretyzacji $\Delta x, \Delta z, \Delta t$ współrzędne ciągłe, ustalające położenie węzłów, określić można w sposób następujący :

$$x_i = x_1 + (i - 1) \Delta x \quad (6.1)$$

i analogicznie dla z (współrzędne te są zdyskretyzowane jednorodnie) oraz :

$$t_l = t_0 + \sum_{l=1}^l \Delta t_l, \quad (6.2)$$

gdzie x_1, z_1, t_0 – współrzędne lokalnego układu odniesienia (czyli węzła o współrzędnych dyskretnych 1,1,0).

Węzłowi i, j, l będzie odpowiadał obszar pola filtracji o współrzędnych :

$$x \in [x_1 + (i - 3/2) \Delta x, x_1 + (i - 1/2) \Delta x], \quad (6.3)$$

$$z \in [z_1 + (j - 3/2) \Delta z, z_1 + (j - 1/2) \Delta z] \quad (6.4)$$

i odcinek czasu :

$$t \in \left[t_0 + \frac{\Delta t_l}{2} + \sum_{l=1}^{l-1} \Delta t_l, t_0 + \frac{\Delta t_{l+1}}{2} + \sum_{l=1}^l \Delta t_l \right]. \quad (6.5)$$

Inna sytuacja wystąpi przy dyskretyzacji zmiennych zależnych, które w obszarze objętym blokiem i, j, l mogą zmieniać się w sposób nieliniowy. Co więcej, przebieg tych funkcji nie jest znany z góry, a model operuje wyłącznie wielkościami średnimi. Ze względu na złożony charakter modelu wykorzystywanych jest w nim, jak to wykazano w rozdziale 4.4, kilka niezależnych od siebie, poszukiwanych wielkości. Niestety dla dwóch różnych funkcji f_1 i f_2 najczęściej spełniona jest nierówność :

$$\underline{f}_1(\underline{f}_2) \neq \underline{f}_1(\underline{f}_2), \quad (6.6)$$

gdzie \underline{f} – średnia wartość funkcji f .

Należy również pamiętać o tym, że rozwiązanie powinno przedstawiać przebieg wartości lokalnych niewiadomej, a nie jej wartości średnich. Problem rozbieżności pomiędzy wartością lokalną a średnią w węzle można pominąć w strefie nasyconej i dla małych kroków odległościowych $\Delta x, \Delta z$. Przy pełnej saturacji wilgotność i przewodność są stałe, zaś wysokość hydrauliczna H , będąca funkcją dwóch poprzednich, zmienia się w sposób bliski liniowemu, a więc wolno. Przy dużej gęstości przestrzennej siatki dyskretniej, również w strefie aeracji zmiany wartości H , θ i k_f będą niewielkie. Trzeba jednak pamiętać, że przy niepełnym nasyceniu zmiany, zwłaszcza wilgotności i przewodności, mają charakter frontu o stosunkowo ostrej krawędzi (zob. rozdz. 5.4.4). Jeśli więc rozmiar oczka siatki jest większy niż rozmycie frontu, to na przykład w zakresie wilgotności pojawienie się w węzle wartości innej niż θ_0 lub θ_{\max} jest mało prawdopodobne. Natomiast wielkość wilgotności średniej w bloku zmienia się liniowo w miarę postępu frontu zwilżania. Graniczna wartość kroku odległościowego jest niewielka, szczególnie dla gruntów gruboziarnistych, gdzie wynosi kilka centymetrów. W takich warunkach zastępowanie wartości średniej lokalną jest w modelach przygotowywanych dla celów inżynierskich, to jest operujących dużymi skalami, niedopuszczalne, gdyż prowadzi do znacznych błędów.

Problem wyznaczania wartości średniej w węzle jest dla różnych zmiennych i rozmaitych celów rozwiązywany na wiele sposobów [66], mają one jednak charakter arbitralny. Skuteczną, a przy tym

dość dobrze uzasadnioną teoretycznie metodę uśredniania parametrów w modelu dyskretnym przedstawiono również w rozdziale następnym.

Dodatkowym aspektem dyskretyzacji jest wygładzenie przebiegu parametrów gruntowych. Ponieważ wartość w węźle ma charakter średniej, nie sposób odzwierciedlić w niej zmiany parametrów zachodzącej wewnątrz bloku. Uzyskana wartość znajduje się zawsze gdzieś między maksimum a minimum osiąganym przez badaną wielkość w tym obszarze. Jeśli więc przebieg parametrów nie ma charakteru nagłej, lokalnej zmiany na granicy bloków, jego zniekształcenie będzie tym większe, im dłuższy przyjęto krok odległościowy.

6.1.3 Uśrednienie parametrów

Mimo że przebieg lokalnych wartości poszukiwanych funkcji nie jest w obrębie bloku znany, pewne przesłanki o jego kształcie można wysnuć na podstawie własności samych funkcji. W modelu opartym na równaniu przewodnictwa (4.66) zmienną uzyskiwaną bezpośrednio z rozwiązania jest średnia w bloku wysokość hydrauliczna H . Wilgotność jest w tym ujęciu funkcją wysokości hydraulicznej, a przewodność z kolei funkcją wilgotności. Dla uzyskania rozwiązania konieczna jest znajomość wszystkich tych wielkości. Mimo że przebieg każdej z nich ma w strefie nienasyconej charakter frontu zwilżania, kształt profilu jest za każdym razem inny. Dla wysokości hydraulicznej H jest to jedynie obszar podwyższonego spadku, podczas gdy dla drugiej skrajności – wilgotności – zmiana wartości jest bardzo gwałtowna i zachodzi niemal wyłącznie w wąskiej strefie frontu. Oddanie rzeczywistego przebiegu wszystkich niewiadomych w obrębie bloku mija się z celem, gdyż prowadzi wprost do rozwiązania ciągłego. W przedstawionej tu metodzie uśredniania założono, że wysokość hydrauliczna H (dla której rzeczywiste zmiany są najmniej gwałtowne) ma w obrębie bloku przebieg liniowy, to znaczy że funkcja $H(x,z)$ odpowiada w tym obszarze równaniu płaszczyzny. W tej sytuacji wartość lokalna w węźle jest identyczna z wartością średnią w bloku. Założenie takie nie daje niestety ciągłości między węzłami – płaszczyzny dla sąsiednich bloków nie muszą się pokrywać. Pozwala ono jednak przeprowadzić przybliżoną interpolację wysokości hydraulicznej między nimi.

6.1.3.1. Wilgotność Średnia

Znajomość charakteru zmian wysokości hydraulicznej nie oznacza poznania jej przebiegu. Nie można więc wyznaczyć wilgotności lokalnej jako funkcji wartości H interpolowanej między węzłami. Podobne założenie prowadziłoby do wielu nieprawidłowości, takich jak niezerowe położenie frontu zwilżania w chwili początkowej czy blokada ruchu przy wyższych gradientach. Wynikają one wprost z własności interpolacji liniowej. Wilgotność nie jest bezpośrednią funkcją wysokości hydraulicznej, lecz wysokości ssania, która z tą pierwszą powiązana jest zależnością : $h_s = z - H$. Ponieważ przebieg współrzędnej z jest znany (wzór 6.4), można zatem ocenić zakres zmienności h_s :

$$h_s \in \left[z_j - H_{i,j} - \frac{\Delta z}{2}, z_j - H_{i,j} + \frac{\Delta z}{2} \right]. \quad (6.7)$$

Przy liniowej zmienności zarówno współrzędnej z , jak i wysokości hydraulicznej H , liniowy będzie też przebieg wysokości ssania h_s . Średnią wilgotność w bloku można zatem określić wzorem :

$$\underline{\theta}_{i,j} = \frac{1}{\Delta z} \int_0^{\Delta z} \theta(z) dz = \frac{1}{\Delta z} \int_{h_{s1}}^{h_{s2}} \theta(h_s) dh_s, \quad (6.8)$$

gdzie h_{s1}, h_{s2} – graniczne wartości wysokości ssania podane wzorem (6.7).

Jeśli charakterystykę zwilżania opisać formułą krzywej logistycznej (4.26), Średnia wilgotność przybierze wartość [50] :

$$\underline{\theta}_{i,j} = (n - \theta_a) \left(1 + \frac{h_k}{D \Delta z} \ln \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} \right) + \theta_a, \quad (6.9)$$

gdzie ϑ_1, ϑ_2 – skrajne stopnie nasycenia w bloku, odpowiadające wartościom h_{s1} i h_{s2} .

6.1.3.2. Przewodność zastępcza

Zupełnie innej metody wymaga wyznaczanie dyskretnej wartości przewodności gruntu. Przed wszystkim nie jest tu istotna średnia wartość parametru w przestrzeni, ale wartość, która zapewnia identyczny przepływ, nazywana wartością zastępczą. Ponadto przewodność nie charakteryzuje bloku gruntu, ale oddziaływanie pomiędzy dwoma sąsiednimi blokami. Całkowanie przestrzenne nie jest więc metodą właściwą. W literaturze spotyka się szereg arbitralnych rozwiązań tej kwestii poprzez uśrednienie lokalnej przewodności w węzłach. Stosuje się przy tym średnią arytmetyczną, harmoniczną, geometryczną lub ważoną, osiągając różne efekty w zależności od zagadnienia [66]. Tego rodzaju rozwiązania nie spełniają jednak warunku podobieństwa przepływu. Wymiana wody między dwoma blokami w warunkach zróżnicowanej przewodności przebiega w specyficzny sposób. Gdy przyczyną tego zróżnicowania jest niejednorodność gruntu, o przepływie decyduje przewodność bloku o mniejszej przepuszczalności. Wynik ten jest oczywisty z hydraulicznego punktu widzenia. Natomiast gdy przewodność zmienia się na skutek zmian wilgotności, decydować będzie wilgotność w bloku zasilającym. Trzeba bowiem pamiętać, że w warunkach propagacji frontu zwilżania, wymiana wody rozpocznie się dopiero wtedy, gdy wilgotność bloku zasilającego zbliży się do maksymalnej (θ_{max}) dla danego przepływu, co oznacza że front dotarł do granicy bloków. Następnie wymiana szybko wzrasta, a po przejściu frontu przez granicę współczynnik przewodności stabilizuje się w pobliżu wartości $k_f(\theta_{max})$. Równocześnie wilgotność w bloku zasilanym będzie stopniowo wzrastać. Powyższe warunki spełnia jedynie zastępczy współczynnik przewodności, obliczany wzorem :

$$\underline{k}_f = \min[k_{f1}(\underline{\theta}_1), k_{f2}(\underline{\theta}_1)], \quad (6.10)$$

gdzie: $\underline{\theta}_1$ – wilgotność średnia bloku zasilającego (w którym wystąpi wyższa wartość H),
 k_{f1}, k_{f2} – charakterystyki przewodności dla gruntów sąsiadujących bloków.

6.1.3.3. Ekstrapolacja parametrów w czasie

Średnia wilgotność i średnia wysokość hydrauliczna charakteryzują stan węzła w danym momencie t_l . Przewodność zastępcza \underline{k}_f , podobnie zresztą jak i spadek hydrauliczny między węzłami, winny odpowiadać średniemu w czasie przepływowi między nimi. W momencie t_l można wyznaczyć jedynie parametry odpowiadające chwilowemu stanowi węzła, gdyż dalszy ich przebieg zależy od nieznanego rozwiązania dla momentu t_{l+1} . Z kolei rozwiązania nie sposób uzyskać bez znajomości parametrów. Z twierdzenia o wartości średniej [117] wynika, że w przedziale czasu Δt_{l+1} istnieje taki moment i odpowiadająca mu wartość wysokości hydraulicznej $H_{l+1/2}$, dla której dany parametr przyjmuje wartość równą średniej w tym przedziale. W zapisie matematycznym stwierdzenie to przyjmuje postać następująca :

$$H_{l+1/2} = H_l + \delta \Delta H_{l+1} = H_l + \delta (H_{l+1} - H_l), \quad (6.11)$$

gdzie $\delta \in [0,1]$ – waga wyznaczająca rzeczywiste położenie wartości średniej $H_{l+1/2}$.

Jeśli zarówno wysokość H , jak i rozpatrywany parametr zmieniają się liniowo, waga δ przyjmuje wartość 0.5 (jest to tak zwany schemat Cranka-Nicholsona [52]). Nawet jednak przy znanej wartości δ rozwiązanie H_{l+1} pozostaje nadal nieznanne. Problem ten rozwiązać można dwoma metodami – jawną i niejawną.

Metoda jawna lub ekstrapolacyjna polega na wyznaczeniu dalszego przebiegu danego parametru w oparciu o przebieg dotychczasowy. Przyjmując liniowy charakter zmian i ekstrapolując znany przyrost na następny krok Δt_{l+1} , można wyznaczyć wysokość hydrauliczną w dowolnym momencie tego kroku czasowego :

$$H_{l+\frac{1}{2}} = H_l + \delta \frac{dH}{dt} \Delta t_{l+1} \cong H_l + \delta \frac{H_l - H_{l-1}}{\Delta t_l} \Delta t_{l+1} \quad (6.12)$$

Dla tak określonej wartości w węźle oblicza się teraz kolejno średnią wilgotność i przewodność. Jeśli zmiany zachodzące w czasie jednego kroku czasowego są niewielkie, można zrezygnować z ekstrapolacji, przyjmując niezmiennosc parametrów w tym okresie ($\delta=0$). Warunki jakie winny być spełnione, by to przybliżenie było dopuszczalne, można ocenić dzięki wyprowadzeniu analogicznemu do (6.12), lecz przeprowadzonemu dla danego parametru. Dla współczynnika przewodności uzyskuje się formułę :

$$\underline{k}_f = \underline{k}_f(\underline{\theta}_l) + \delta \Delta \underline{k}_f = \underline{k}_f(\underline{\theta}_l) + \delta \frac{\partial \underline{k}_f}{\partial \underline{\theta}} \Delta \underline{\theta}_{l+1}, \quad (6.13)$$

gdzie: \underline{k}_f – uśredniona w czasie wielkość przewodności zastępczej.

Ekstrapolacja nieznanego przyrostu wilgotności $\Delta \theta_{l+1}$ ze znanej wartości $\Delta \theta_l$ pozwala wyznaczyć wartość \underline{k}_f w praktyce (przyjęto tu zależność 4.36, przy $\theta_z=0$) :

$$\underline{k}_f = \underline{k}_f(\underline{\theta}_l) + \delta \frac{\partial \underline{k}_f}{\partial \underline{\theta}} \Delta \underline{\theta}_{l+1} \frac{\Delta t_{l+1}}{\Delta t_l} = \underline{k}_f(\underline{\theta}_l) + \left[1 + \delta \frac{m(\theta_l - \theta_{l-1}) \Delta t_{l+1}}{\theta_l \Delta t_l} \right]. \quad (6.14)$$

Jak widać, w przypadku niewielkiego przyrostu wilgotności w stosunku do wartości pierwotnej θ_l , mało zmiennego kroku czasowego i niskiego parametru m można dokonać linearyzacji współczynnika. Mimo niespełnienia przedstawionych tu warunków, rozwiązanie takie przyjęto w realizowanym modelu. Pozwoliło to na znaczne jego uproszczenie, nic nie Ujmując z ogólności rozważań.

6.1.3.4. Interpolacja parametrów w czasie

Metoda niejawna, inaczej schemat predyktor-korektor, oparta jest na wcześniejszym obliczeniu rozwiązania dla kroku $\Delta t = \delta \Delta t_{l+1}$, w oparciu o parametry w chwili t_l . Następnie, po wyznaczeniu współczynników :

$$\underline{k}_f = \underline{k}_f(H(t_l + \delta \Delta t_{l+1})), \quad (6.15)$$

wylicza się poszukiwane rozwiązanie dla kroku Δt_{l+1} [52]. Ten sposób pozwala uzyskać dużą dokładność modelu, choć dwukrotnie wzrasta przy tym ilość wykonywanych obliczeń. W przypadku silnej nieliniowości równania może zająć konieczność wielokrotnego, iteracyjnego wyliczania predyktora. Taki schemat obliczeń nosi nazwę iteracyjnego i choć znacznie zwiększa czas obliczeń, to jednak pozwala uzyskać bardzo dużą dokładność. Podobnie jak w metodzie ekstrapolacyjnej, Przyjęcie $\delta=0$ prowadzi do linearyzacji równania, natomiast najczęściej stosowana jest wartość z zakresu : $\delta \in [0.5, 1]$ (porównaj rozdz. 6.2.1).

Przytoczone tu wzory na zastępczy współczynnik przewodności \underline{k}_f mają charakter półempiryczny, podobnie jak stosowane średnie różnego rodzaju. Pewną informację o rzeczywistych zależnościach tej wielkości od rozwiązania przynoszą rozważania przeprowadzone dalej w rozdziale 6.2.3, a odnoszące się do bilansu bloku dyskretnego.

Metoda uśrednienia parametrów i zmiennych modelu numerycznego niewątpliwie wpływa na kształt, poprawność i dokładność rozwiązania. Niezależnie jednak od tego, że istnieje wiele różnych

mniej lub bardziej efektywnych sposobów przeprowadzenia tej operacji, ogólna postać uzyskanego wzoru numerycznego będzie jednakowa, dzięki wprowadzeniu jednolitego oznaczenia wartości zastępczej.

6.2. Operator różnicowy

Dyskretnym odpowiednikiem równania różniczkowego jest wzór różnicowy, pozwalający wyznaczyć wartości poszukiwanej zmiennej w węzłach siatki, na podstawie parametrów bloków i warunków granicznych (początkowego i brzegowych). Formuła ta będzie dalej nazywana *operatorem różnicowym*, ze względu na analogie do operatora różniczkowego, stanowiącego podstawową część równania różniczkowego. Istnieją dwa sposoby wyprowadzenia operatora różnicowego i odpowiednio dwie wersje MRS. Klasyczna MRS bazuje na wyprowadzeniu przeprowadzonym drogą odwrotną niż przy wyprowadzaniu równania różniczkowego, czyli od wzoru dla różnic nieskończenie małych (różniczek) do wzoru dla przyrostów skończonych. Druga metoda, nazywana *Całkową Metodą Różnic Skończonych* [66] (CMRS), polega na wyprowadzeniu operatora różnicowego bezpośrednio z praw ruchu (dynamiki) i zachowania (ciągłości) zastosowanych do bloku gruntu. Stąd też spotykana czasem nazwa – metoda bilansowa. Każda z metod prowadzi do wyników podobnych, ale różniących się w szczegółach. Jednak prawidłowość bilansu masy zapewnia jedynie (zgodnie z nazwą) metoda Całkowa.

6.2.1. Jawny i niejawny schemat numeryczny

Przy omawianiu w rozdziale 4.4.2 bilansu masy wody w elementarnej objętości gruntu stwierdzono, że składa się na niego retencja i dywergencja prędkości. Retencja jest wielkością związaną z objętością elementu gruntowego i można ją przypisać węzłowi. Natomiast dywergencja prędkości wiąże się z wymianą masy między elementami sąsiednimi, a więc musi być przypisana do dwóch węzłów. Zgodnie ze wzorem Darcy'ego-Buckinghama (4.53) prędkość filtracji stanowi iloczyn współczynnika przewodności i spadku hydraulicznego. Kwestia wyznaczania zastępczej wartości współczynnika k_f została już omówiona w rozdziale 6.1.3. Natomiast spadek hydrauliczny nie wymaga uśrednienia w przestrzeni, gdyż opisywany jest różnica wysokości hydraulicznych między sąsiednimi węzłami, co już stanowi takie uśrednienie. Wymaga on jednak uśrednienia w przedziale czasowym Δt_i . Zgodnie ze wzorem (6.11), różnica wysokości hydraulicznych między węzłami wynosi :

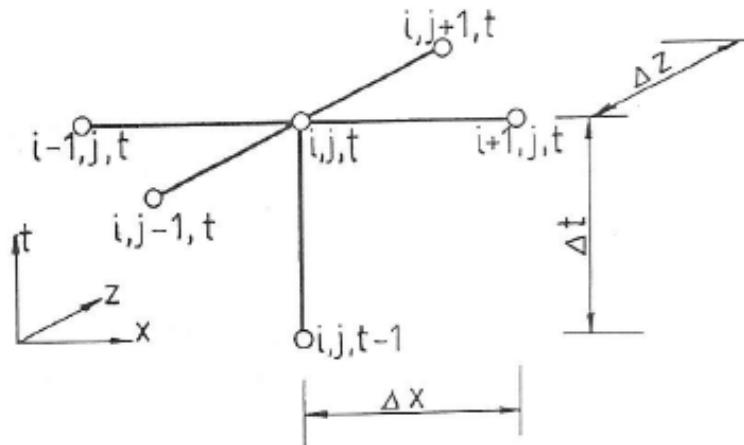
$$\Delta H_{i+1/2} = (1 - \delta) (H_{i+1,l} - H_{i,l}) + \delta (H_{i+1,l+1} - H_{i,l+1}) . \quad (6.16)$$

W przyjętej tu i w dalszej części pracy konwencji, symbol $f_{i+1/2}$ stanowi uproszczony zapis wielkości, opisującej wymianę między węzłami i oraz $i+1$.

W obliczeniach bilansu węzła i,j,l biorą udział jego czterej sąsiedzi. Ponieważ wielkości $H_{i,l+1}$ oraz $H_{i+1,l+1}$ stanowią poszukiwane w chwili t_i rozwiązanie, a operator numeryczny musi zawierać wzór (6.16), uzyskane równanie węzła będzie zawierało kilka niewiadomych. W obu poziomach czasowych daje to łącznie 10 punktów, z czego 5 zawiera wielkości wymagające obliczenia (rys. 6.2). Taki ogólny schemat obliczeń, zawierający wagę δ , nosi nazwę *schematu wagowego*. Dla $\delta > 0$ ma on oczywiście charakter niejawny (implicite). Oznacza to, że rozwiązanie można uzyskać tylko dla układu równań obejmującego całą siatkę węzłów.

Stosowanie zmiennych wag jest niewygodne w praktyce, tym bardziej że ustalenie ich wartości wymaga żmudnych badań, porównujących wyniki modelu z rzeczywistością, zaś waga okazuje się zwykle złożoną funkcją wielu zmiennych. Dlatego też najczęściej wartość δ dobiera się arbitralnie, kierując się poprawnością uzyskiwanych wyników. Najbardziej oczywiste wartości wagi $\delta : 0, 0.5$ i 1 , określają trzy najbardziej popularne schematy obliczeniowe.

części siatki stosuje się dalej schemat jawny. Uzyskuje się w ten sposób znaczne oszczędności czasu obliczeń, jako że ich ilość jest w metodzie jawnej proporcjonalna do ilości węzłów N , zaś w niejawnej w przybliżeniu do N^2 .



rys. 6.4 Schemat niejawnny pięciopunktowy

6.2.2. Klasyczne wyprowadzenie operatora różniczkowego

Równanie (4.66), stanowiące podstawę modelu numerycznego, zawiera po lewej stronie pochodne z iloczynu. Po wykonaniu różniczkowania otrzymuje się alternatywną wersję równania :

$$\frac{\partial k_f}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial k_f}{\partial z} \frac{\partial H}{\partial z} + k_f \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right) + w = c \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (6.17)$$

Każda z wersji może posłużyć jako podstawa do wyprowadzenia operatora różnicowego. Okazuje się jednak, że mimo matematycznej równoważności obu równań, uzyskuje się operatory różniące się między sobą.

6.2.2.1. Dyskretyzacja pochodnych

W ujęciu dyskretnym zamiast dowolnej funkcji ciągłej i wszystkich jej pochodnych znane są jedynie odpowiednie wartości w skończonej liczbie punktów – węzłach. Wyrażeniem, które zastępuje w operatorze różnicowym pochodną, jest tzw. iloraz różnicowy. Zgodnie z analogią istnieją zatem ilorazy rzędu pierwszego, drugiego itd. Wyprowadza się je przez rozwinięcie pochodnej w szereg Taylora [117] (mniej popularną metodą jest aproksymacja wielomianami [31]). Sposób ten pozwala równocześnie ocenić dokładność uzyskanego wzoru.

Pochodna rzędu pierwszego można aproksymować trzema sposobami [112]. Stosując dodatni przyrost Δx , otrzymuje się tzw. iloraz różnicowy *w przód* :

$$\frac{\partial f(x_i)}{\partial x} = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2} \frac{\partial^2 f(x_i + \Delta x)}{\partial x^2} \cong \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}. \quad (6.18)$$

Składnik zawierający drugą pochodną to reszta wzoru Taylora, pozwalająca ocenić błąd przybliżenia. Zmniejszenie odciętej x funkcji o wielkość Δx pozwala obliczyć analogiczny iloraz *wstecz* :

$$\frac{\partial f(x_i)}{\partial x} = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2} \frac{\partial^2 f(x_i - \Delta x)}{\partial x^2} \cong \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}. \quad (6.19)$$

W obydwu wzorach w trakcie aproksymacji pomija się resztkę rzędu drugiego. Kombinacja liniowa wzoru (6.18) i (6.19) pozwala otrzymać iloraz *symetryczny* o reszcie rzędu trzeciego :

$$\frac{\partial f(x_i)}{\partial x} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{\Delta x} - \frac{(\Delta x)^2}{6} \frac{\partial^3 f(x_{i-1} + 2 \delta \Delta x)}{\partial x^3} \cong \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2 \Delta x}. \quad (6.20)$$

Podobnie otrzymuje się iloraz różnicowy rzędu drugiego o jeszcze wyższej dokładności (reszta rzędu czwartego) :

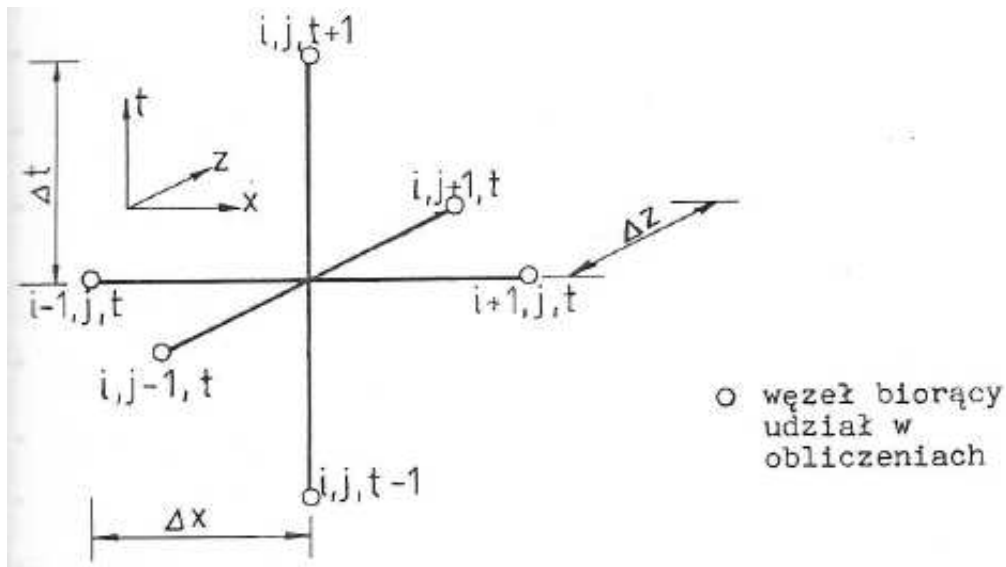
$$\frac{\partial^2 f(x_i)}{\partial x^2} = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2} - \frac{(\Delta x)^2}{12} \frac{\partial^4 f(x_{i-1} + 2 \delta \Delta x)}{\partial x^4} \cong \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2}. \quad (6.21)$$

Przy schemacie obliczeniowym obejmującym jedynie węzeł i,j,l i jego najbliższych sąsiadów (tzn. takich, których jedna ze współrzędnych dyskretnych różni się o ± 1), wzory (6.18) do (6.21) są prawdziwe również dla funkcji wielu zmiennych.

6.2.2.2. Klasyczny operator różnicowy

Stosując wzory na pochodne do poszczególnych zmiennych (k_f , H , θ) i podstawiając uzyskane wyrażenia do równania (4.66), otrzymuje się po lewej stronie :

$$k_{f_{i+1,j,l}} \frac{H_{i+1,j,l} - H_{i,j,l}}{2(\Delta x)^2} - k_{f_{i-1,j,l}} \frac{H_{i,j,l} - H_{i-1,j,l}}{2(\Delta x)^2} + k_{f_{i,j+1,l}} \frac{H_{i,j+1,l} - H_{i,j,l}}{2(\Delta z)^2} - k_{f_{i,j-1,l}} \frac{H_{i,j,l} - H_{i,j-1,l}}{2(\Delta z)^2} + w_{i,j,l} \quad (6.22)$$



rys. 6.5 Schemat jawny Duforta-Frankla

zaś po prawej w zależności od użytego ilorazu :

$$c_{i,j,l} \frac{H_{i,j,l+1} - H_{i,j,l}}{\Delta t_{l+1}} \quad \text{lub} \quad (6.23)$$

$$c_{i,j,l} \frac{H_{i,j,l} - H_{i,j,l-1}}{\Delta t_l} \quad \text{lub} \quad (6.24)$$

$$C_{i,j,l} \frac{H_{i,j,l+1} - H_{i,j,l-1}}{\Delta t_l + \Delta t_{l+1}}. \quad (6.25)$$

Zastosowanie wzoru (6.23) prowadzi do klasycznego schematu jawnego, natomiast wzoru (6.24) do klasycznego niejawnego. Wzór (6.25) jest podstawą schematu jawnego Duforta-Frankla [118] (rys. 6.5), który jednak ze względu na pewne dodatkowe założenia nie będzie tu omawiany. W tym rozdziale pominięto również schemat wagowy operujący kombinacją liniową wyżej wymienionych wzorów różnicowych, zastosowanych dla kilku sąsiednich węzłów [31]. Natomiast uproszczona wersja tego schematu zostanie przedstawiona w opisie CMRS (rozdz. 6.2.3).

Dla celów numerycznych najkorzystniej jest rozwiązać równanie węzła ze względu na wysokość hydrauliczną w węźle centralnym w następnym, nieznanym kroku czasowym. Dla schematu jawnego uzyskuje się wtedy wzór :

$$H_{i,j,l+1} = (W_1 H_{i+1,j,l} + W_2 H_{i-1,j,l} + W_3 H_{i,j+1,l} + W_4 H_{i,j-1,l} + W_5 H_{i,j,l} + W_0) / W_6, \quad (6.26)$$

gdzie :

$$W_1 = k_{f,i+1,j,l} \frac{\Delta z}{2 \Delta x}, \quad (6.27)$$

$$W_2 = k_{f,i-1,j,l} \frac{\Delta z}{2 \Delta x}, \quad (6.28)$$

$$W_3 = k_{f,i,j+1,l} \frac{\Delta x}{2 \Delta z}, \quad (6.29)$$

$$W_4 = k_{f,i,j-1,l} \frac{\Delta x}{2 \Delta z}, \quad (6.30)$$

$$W_6 = C_{i,j,l} \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta t_{l+1}}, \quad (6.31)$$

$$W_5 = W_6 - W_1 - W_2 - W_3 - W_4, \quad (6.32)$$

$$W_0 = w_{i,j,l} \Delta x \Delta z. \quad (6.33)$$

Jak widać, podstawienie zawiera wyłącznie wielkości znane w chwili t_l , więc uzyskanie rozwiązania nie nastrecza żadnych trudności. W schemacie niejawnym poszukuje się rozwiązania w chwili t_l , przy znanych wartościach dla t_{l-1} :

$$H = (W_1 H_{i+1,j,l} + W_2 H_{i-1,j,l} + W_3 H_{i,j+1,l} + W_4 H_{i,j-1,l} + W_5 H_{i,j,l-1} + W_0) / W_6. \quad (6.34)$$

Zmianie ulegają jedynie dwa współczynniki – W_5 i W_6 :

$$W_5 = C_{i,j,l} \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta t_l}, \quad (6.35)$$

$$W_6 = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5. \quad (6.36)$$

Fakt, że wszystkie wielkości po prawej stronie wzoru (6.34), z wyjątkiem $H_{i,j,l-1}$, przyjmują wartości odpowiadające chwili t_l powoduje, że bezpośrednie rozwiązanie nie jest możliwe. Dopiero układ równań w tej postaci, zestawiony dla wszystkich węzłów sieci, zawiera zrównoważoną ilość równań i niewiadomych, a więc daje się rozwiązać. Wszystkie równania układu są jednak silnie

nieliniowe, ze względu na zależność parametrów k_f i c od rozwiązania. Konieczne jest więc zastosowanie iteracji. Innym, uproszczonym sposobem jest dokonanie linearyzacji równania, czyli założenie, że wartość współczynników w chwili t_l jest taka jak w chwili t_{l-1} , a więc znana. Rozwiązanie uzyskanego tą drogą układu liniowych równań algebraicznych nie nastrocza problemów merytorycznych. Mogą się jedynie pojawić trudności techniczne, związane z wielkością układu (zwykle kilkaset równań).

6.2.2.3. Operator różnicowy dla równania z wykonanym różniczkowaniem

W analogiczny sposób można wyprowadzić operator różnicowy dla równania (6.17). Lewa jego strona może być zastąpiona wzorem :

$$\begin{aligned} & \frac{k_{f\ i+1,j,l} - k_{f\ i-1,j,l}}{2\ \Delta x} \frac{H_{i+1,j,l} - H_{i,j,l}}{2\ \Delta x} + \frac{k_{f\ i,j+1,l} - k_{f\ i,j-1,l}}{2\ \Delta z} \frac{H_{i,j+1,l} - H_{i,j,l}}{2\ \Delta z} + \\ & + k_{f\ i,j,l} \left[\frac{H_{i+1,j,l} - 2\ H_{i,j,l} + H_{i-1,j,l}}{(\Delta x)^2} + \frac{H_{i,j+1,l} - 2\ H_{i,j,l} + H_{i,j-1,l}}{(\Delta z)^2} \right] + w_{i,j,l} \end{aligned} \quad (6.37)$$

natomiast prawa pozostaje bez zmian. W zależności od użytego rozwinięcia prawej strony uzyskuje się wzór w postaci jawnej (6.26) lub niejawnej (6.34), w którym zmianie ulegną jedynie wartości współczynników :

$$W_1 = k_{f\ i,j,l} \frac{\Delta z}{\Delta x} + (k_{f\ i+1,j,l} - k_{f\ i-1,j,l}) \frac{\Delta z}{4\ \Delta x}, \quad (6.38)$$

$$W_2 = k_{f\ i,j,l} \frac{\Delta z}{\Delta x} - (k_{f\ i+1,j,l} - k_{f\ i-1,j,l}) \frac{\Delta z}{4\ \Delta x}, \quad (6.39)$$

$$W_3 = k_{f\ i,j,l} \frac{\Delta x}{\Delta z} + (k_{f\ i,j+1,l} - k_{f\ i,j-1,l}) \frac{\Delta x}{4\ \Delta z}, \quad (6.40)$$

$$W_4 = k_{f\ i,j,l} \frac{\Delta x}{\Delta z} - (k_{f\ i,j+1,l} - k_{f\ i,j-1,l}) \frac{\Delta x}{4\ \Delta z}, \quad (6.41)$$

Porównanie wzorów od (6.38) do (6.41) z ich odpowiednikami dla równania bez wyliczonych pochodnych (6.27 do 6.30) wykazuje, że nowy operator zawiera dodatkowo człony pochodnych współczynnika przewodności. Jednak bardziej może istotną różnicą jest fakt, że współczynniki W_1 do W_4 mogą teraz przybierać wartości ujemne, co poważnie ogranicza zakres rozwiązań stabilnych (zob. rozdz. 6.4.2).

6.2.3. Całkowy operator różnicowy

W Całkowej Metodzie Różnic Skończonych wyprowadzenie operatora różnicowego oparte jest na bilansie wody w bloku gruntu o rozmiarach $\Delta x \cdot \Delta z$ w przedziale czasu Δt . Bilans jest zamknięty, jeśli suma dopływu przez ścianki prostopadłościanu $\Delta x \cdot \Delta z \cdot 1$ jest równa zmianie zawartości wody w jego wnętrzu :

$$\Delta t_{l+1} \sum_{i=1}^6 Q_{l+1} = \Delta x \Delta z (\theta_{i,j,l+1} - \theta_{i,j,l}). \quad (6.42)$$

Sumę dopływu przez ścianę l_1 można wyliczyć, całkując po jej powierzchni i w przedziale Δt chwilowe i lokalne prędkości filtracji. Na przykład od strony bloku $i+1, j, l$ będzie to wielkość :

$$Q_1 \Delta t_{l+1} = \int_{\Delta t} \int_{\Delta z} v_x \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, z, t \right) dz dt \quad .. \quad (6.43)$$

Po podstawieniu prędkości wyliczonej z formuły Darcy'ego- -Buckingham'a (4.53), wzór przybierze postać :

$$Q_1 \Delta t_{l+1} = \iint_{\Delta t \Delta z} k_f \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, z, t \right) \frac{\partial H \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, z, t \right)}{\partial x} dz dt. \quad (6.44)$$

Wyznaczenie dokładnej wartości ze wzoru (6.44) wymaga znajomości przebiegu funkcji $H \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, z, t \right)$ we wszystkich punktach ściany, czego oczywiście model dyskretny nie może zagwarantować. Jeśli zatem założyć, że istnieje pewna prędkość średnia stała dla tej powierzchni :

$$v_x \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, z, t \right) = \text{const} \quad \text{dla } z, t \in [\Delta z, \Delta t], \quad (6.45)$$

można przyjąć również za stały iloczyn pod całką :

$$k_f \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, z, t \right) \frac{\partial H \left(x_i + \frac{\Delta x}{2}, z, t \right)}{\partial x} = \underline{k}_f \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{\Delta x} = \text{const} . \quad (6.46)$$

W tej sytuacji sumę dopływu przez ścianę można zapisać następująco :

$$Q_1 \Delta t_{l+1} = \underline{k}_f \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{\Delta x} \Delta x \Delta t_{l+1} . \quad (6.47)$$

W ostatnich dwóch wzorach nie określono momentu pomiaru średniego spadku, stąd brak wskaźnika l przy zmiennej H . Ustala się go w zależności od przyjętego schematu obliczeń, a spadek wyznaczony w chwili odpowiadającej wskaźnikowi stanowi punkt odniesienia dla ustalenia średniej \underline{k}_f . Analogicznie wyznacza się dopływ przez pozostałe trzy ściany prostopadłe do płaszczyzny modelu. By zaznaczyć obszar uśrednienia przewodności zastępczej, stosowana będzie wspomniana już notacja uproszczona. Przykładowo dla Q_1 :

$$\underline{k}_f = k_{f \ i+1/2, j, l} . \quad (6.48)$$

Przepływ przez ściany równoległe do płaszczyzny modelu ujęty jest łącznie w wyrazie Źródłowości :

$$Q_5 + Q_6 = w_{i, j, l+1/2} \Delta x \Delta z . \quad (6.49)$$

Po prawej stronie równania (6.42) Występują jako niewiadome średnie wilgotności θ , zaś po lewej (jak wynika ze wzoru 6.47) wysokości hydrauliczne H . W celu ujednoczenia zmiennych wprowadza się, podobnie jak przy wyprowadzaniu równania przewodnictwa (4.59), pojęcie różnicowego współczynnika retencyjności gruntu :

$$c_{i, j, l+1/2} = \frac{\theta_{i, j, l+1} - \theta_{i, j, l}}{H_{i, j, l+1} - H_{i, j, l}} . \quad (6.50)$$

Dzięki temu człon retencji przyjmuje postać :

$$\Delta x \Delta z (\underline{\theta}_{i,j,l+1} - \underline{\theta}_{i,j,l}) = \Delta x \Delta z c_{i,j,l+1/2} (H_{i,j,l+1} - H_{i,j,l}). \quad (6.51)$$

Po zestawieniu wszystkich elementów bilansu można otrzymać następujące równanie węzła :

$$\begin{aligned} & k_{f_{i+\frac{1}{2},j,l+\frac{1}{2}}} \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{\Delta x} \Delta z + k_{f_{i-\frac{1}{2},j,l+\frac{1}{2}}} \frac{H_{i-1,j} - H_{i,j}}{\Delta x} \Delta z + k_{f_{i,j+\frac{1}{2},l+\frac{1}{2}}} \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j}}{\Delta z} \Delta x + \\ & + k_{f_{i,j-\frac{1}{2},l+\frac{1}{2}}} \frac{H_{i,j-1} - H_{i,j}}{\Delta z} \Delta x + w_{i,j,l+\frac{1}{2}} \Delta x \Delta z = c_{i,j,l+\frac{1}{2}} \frac{H_{i,j,l+1} - H_{i,j,l}}{\Delta t_{l+1}} \Delta x \Delta z \end{aligned} \quad (6.52)$$

W powyższej, *surowej* postaci nie pozwala ono jeszcze uzyskać rozwiązań, ze względu na niezdefiniowanie momentu pomiaru spadków (brak wskaźnika l). Konieczne jest podjęcie decyzji co do stosowanego schematu obliczeniowego. W przypadku najbardziej ogólnego schematu wagowego, spadki hydrauliczne między węzłami wyznacza się w oparciu o wzór wagowy (6.16). Po uporządkowaniu wszystkich elementów równania, uzyskuje się następujący operator różnicowy :

$$\begin{aligned} H_{i,j,l+1} = \{ & W_1 [(1 - \delta) H_{i+1,j,l} + \delta H_{i+1,j,l+1}] + W_2 [(1 - \delta) H_{i-1,j,l} + \delta H_{i-1,j,l+1}] + W_3 [(1 - \delta) H_{i,j+1,l} + \\ & + \delta H_{i,j+1,l+1}] + W_4 [(1 - \delta) H_{i,j-1,l} + \delta H_{i,j-1,l+1}] + W_5 H_{i,j,l} + W_0 \} / W_6, \end{aligned} \quad (6.53)$$

gdzie :

$$W_1 = k_{f_{i+\frac{1}{2},j,l+\frac{1}{2}}} \frac{\Delta z}{\Delta x}, \quad (6.54)$$

$$W_2 = k_{f_{i-\frac{1}{2},j,l+\frac{1}{2}}} \frac{\Delta z}{\Delta x}, \quad (6.55)$$

$$W_3 = k_{f_{i,j+\frac{1}{2},l+\frac{1}{2}}} \frac{\Delta x}{\Delta z}, \quad (6.56)$$

$$W_4 = k_{f_{i,j-\frac{1}{2},l+\frac{1}{2}}} \frac{\Delta x}{\Delta z}, \quad (6.57)$$

$$W_5 = c_{i,j,l+\frac{1}{2}} \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta t_{l+1}} + (1 - \delta) (W_1 + W_2 + W_3 + W_4), \quad (6.58)$$

$$W_6 = c_{i,j,l+\frac{1}{2}} \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta t_{l+1}} + (1 - \delta) (W_1 + W_2 + W_3 + W_4), \quad (6.59)$$

$$W_0 = w_{i+\frac{1}{2},j,l+\frac{1}{2}} \Delta x \Delta z. \quad (6.60)$$

Ze względu na obecność po prawej stronie operatora nieznanymi wartościami H_{l+1} , ma on charakter niejawny. Ponadto jest kwaziliniowy na skutek zależności od rozwiązania współczynników k_f i c . Stosowane sposoby ich wyznaczania, takie jak linearyzacja, ekstrapolacja, schemat predyktor-korektor i iteracyjny zostały już omówione w rozdziale 6.1.3. Pewne dodatkowe problemy związane ze współczynnikiem retencji przedstawia rozdział następny. Natomiast sposób rozwiązania samego układu równań w postaci (6.53) dla wszystkich węzłów sieci zależy od wartości wagi δ . Dla $\delta = 0$ uzyskuje się klasyczny schemat jawny, dla $\delta = 1$ – klasyczny schemat niejawny, zaś dla wartości pośredniej $\delta = 0.5$ – schemat niejawny Cranka-Nicholsona [52,118].

6.2.4. Współczynnik retencji gruntowej

Parametr c jest, podobnie jak k_f , uzależniony od rozwiązania, lecz jego wpływ na rozwiązanie jest znacznie większy. O ile więc przy wyznaczaniu przewodności częste są różnego rodzaju uproszczenia, o tyle zastosowanie ich do retencji może prowadzić do znacznych nieprawidłowości w opisie ruchu. Współczynnik retencji decyduje bowiem o odpowiedzi bloku na zasilanie z bloków sąsiednich. Dopóki rozkład wilgotności w bloku, a co za tym idzie i współczynnika c , jest równomierny, można użyć zależności lokalnej :

$$c_{i,j,l} = c(z_{ij} - H_{i,j,l}) . \quad (6.61)$$

Sposób ten jest powszechnie stosowany [66] i dla małych kroków $\Delta x, \Delta z, \Delta t$, a także dla strefy saturacji, jest poprawny. Problem komplikuje się w przypadku większej skali modelu. Jak wykazano w rozdziale 5.4.4, profil wilgotnościowy frontu zwilżania jest stosunkowo ostry, szczególnie w gruntach gruboziarnistych. Jeśli więc krok odległościowy jest większy niż strefa zmian wilgotności na froncie lub krok czasowy dłuższy niż czas przemieszczania się tej strefy przez dany punkt, rozkład wilgotności nie może być już traktowany jako równomierny. Przyrostowi średniej wysokości ssania w węźle jedynie przy wartościach bliskich h_k (dokładniej $C h_k$) towarzyszy szybka zmiana wilgotności. Dla wartości mniejszych ustali się stała wilgotność równowagi $\theta_{\max} < n$, zaś dla większych – również bardzo słabo zmienna wilgotność θ_a (lub θ_o). Zmianom lokalnej wilgotności odpowiada krótkotrwałe pojawienie się większych wartości c . Z kolei szybkość zmian ciśnienia (i ruchu frontu) jest odwrotnie proporcjonalna do wartości współczynnika retencji. Otrzymany obraz ruchu będzie więc bardzo zniekształcony – ruch frontu będzie na ogół bardzo szybki, nieomal odpowiadający fali sprężystej ($c \cong \eta$). Tylko w sytuacji, gdy węzeł znajdzie się w momencie wyznaczania współczynnika retencji w strefie frontu, szybkość zmian gwałtownie spadnie. W efekcie więc front zwilżania będzie przemieszczał się skokowo trzymając się w pobliżu węzłów, a unikając odcinków międzywęzłowych [50]. Ucierpi na tym również bilans wody w węźle. Rzeczywisty przebieg procesu jest niemal jednostajny (wolnozmienny). W literaturze spotkać można dwa sposoby rozwiązania tego problemu. Pierwszy z nich polega na arbitralnym przyjęciu stałej wartości c [54], na przykład :

$$c = \frac{\theta_n - \theta_o}{\Delta z} . \quad (6.62)$$

Takie podejście powoduje jednak opóźnienie zmian ciśnienia po przejściu frontu i zwiększa jego rozmycie. Powoduje ono również duże błędy, w przypadku gdy maksymalna zmiana wilgotności jest różna w różnych punktach pola (np. θ_{\max} w strumieniu infiltrującym i θ_n w piętrzym strumieniu poziomym). Bardziej prawidłowa, choć znacznie trudniejsza w realizacji, jest metoda druga, polegająca na zagęszczeniu siatki w sąsiedztwie frontu zwilżania [55]. Sposób ten wymaga znacznej rozbudowy modelu i jest zwykle realizowany w połączeniu z MES.

W rzeczywistości współczynnik retencji $c_{i,j,l}$ zależy przede wszystkim od wielkości sumarycznego dopływu do bloku. Dla stałej początkowej lub końcowej wilgotności jest stały i zwykle niewielki (wzór 4.62). Jego wzrost rozpoczyna się w momencie wkraczania strefy frontu zwilżania w obręb bloku i trwa aż do jej całkowitego przejścia przez ścianę. Następnie współczynnik c pozostaje stały, gdyż front przesuwają się wewnątrz bloku z jednostajną prędkością. I wreszcie po dotarciu strefy frontu do przeciwległej granicy retencja zaczyna spadać, rosnąc równocześnie w bloku następnym. Ten typ zmienności daje się łatwo opisać przy pomocy wzoru różnicowego (różnicowy współczynnik retencyjności 6.50), przy wykorzystaniu średnich w bloku wilgotności (wzór 6.9). Wzory te zapewniają zarówno równomierny ruch frontu, jak i zależność jego szybkości od wilgotności maksymalnej, bez potrzeby dokonywania przekształceń samej siatki. Przy wyznaczaniu współczynnika retencji $c_{i,j,l}$ należy pamiętać, że tylko podstawienie do wzoru (6.50) rzeczywistej wilgotności $\theta_{i,j,l+1}$ (nieznanej w chwili t_l) zapewni zachowanie bilansu wody

w bloku. Przy szybkich zmianach c , związanych z przekraczaniem przez front zwilżania granic bloku, konieczne jest zatem stosowanie metod iteracyjnych.

6.2.5. Porównanie klasycznego i całkowego operatora Metody Różnic Skończonych

Równania węzła, uzyskane przez rozwinięcie równania różniczkowego przy pomocy szeregu Taylora i pominięcie wyrazów wyższego rzędu, mimo formalnej poprawności wyprowadzenia, różnią się dość istotnie od operatorów wyliczonych z bilansu bloku. W skrajnym przypadku wzoru (6.26) dochodzi do zmniejszenia przepływu wody o połowę. Jest to wynik niejednoznaczności przyporządkowania ilorazu różnicowego nieparzystego (tu pierwszego) rzędu konkretnemu węzłowi. Dla uwydatnienia tego faktu, przy wyprowadzeniu wzoru zastosowano do obliczenia różnicy prędkości raz iloraz *wstecz*, a drugi raz *w przód*. Uzyskany operator numeryczny jest dzięki temu symetryczny. Oczywiście pomijając względy estetyczne i przyjmując ilorazy tego samego typu, uzyska się poprawny bilans przepływów niezależnie od założonego ukierunkowania przyrostów. Wynika stąd jednak wyraźnie, że punkt, w którym wyznaczana jest przewodność na danym odcinku Δx (lub Δz), nie ma żadnego znaczenia. Może być to zarówno wartość $k_{f,i+1}$ jak i $k_{f,i}$. Przybliżenie takie jest dopuszczalne tylko dla bardzo małej zmienności parametru, co zresztą jest zrozumiałe, jeśli wziąć pod uwagę założenia wzoru Taylora. Nieco lepiej wygląda dokładność operatora (6.37) uzyskanego z równania, w którym dokonano różniczkowania wewnątrz nawiasów. Ze wzorów na współczynniki W_1 do W_4 (6.38 do 6.41) wynika, że przewodność między węzłami została tu uśredniona zgodnie z formułą :

$$k_{f,i+\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{4} k_{f,i+1} + k_{f,i} - \frac{1}{4} k_{f,i-1} \right), \quad (6.63)$$

która przy liniowej zmienności k_f odpowiada średniej arytmetycznej :

$$k_{f,i+\frac{1}{2}} = \frac{k_{f,i+1} + k_{f,i}}{2}. \quad (6.64)$$

Niezgodność podstawienia (6.63) ze średnią przy silnej nieliniowości zmian przewodności jest źródłem bardzo silnej niestabilności rozwiązań uzyskiwanych przy użyciu operatora (6.37).

Ujmując rzecz ogólnie należy stwierdzić, że w klasycznej MRS korzysta się jedynie z parametrów lokalnych i to często przy niezbyt precyzyjnej ich lokalizacji. O niebezpieczeństwach, jakie się z tym wiążą, wspomniano już w rozdziale 6.1.3.2 odnośnie przewodności i 6.2.4 odnośnie retencji. Metoda klasyczna musi więc zawieść w przypadku dużej skali modelu, gdy założenie o liniowości zmian wartości funkcji między węzłami nie da się utrzymać. Należy zatem polecać do powszechnego stosowania CMRS, tym bardziej że przy wyprowadzaniu operatorów klasycznych właśnie ona stanowi intuicyjnie przyjmowany punkt odniesienia.

6.2.6. Ograniczenia numeryczne przy operacjach na małych liczbach

Obliczenia numeryczne prowadzone są na liczbach skończonych, istnieją więc maksymalne (A_{mx}) i minimalne (A_{mn}) liczby, którymi można operować na danym typie komputera [115]. Ograniczenie to dotyczy nie tylko wielkości wprowadzanych w postaci danych czy stałych w programie, ale także wyników operacji arytmetycznych. W związku z tym, może zaistnieć konieczność wprowadzenia dużo ostrzejszych ograniczeń na argumenty wykonywanych operacji. Zagadnieniem pokrewnym, choć właściwym nie tylko obliczeniom numerycznym, jest wyznaczanie wartości granicznych ilorazu, zbiegającego się w granicy do symbolu nieoznaczonego 0/0 lub o mianowniku zmierzającym do zera. Właściwie przygotowany program winien zawierać zabezpieczenia, pozwalające kontynuować obliczenia w takich sytuacjach. Jest to zestaw

dotychczasowych wzorów, umożliwiającą obliczenie danej zmiennej w sytuacji granicznej lub też zapewniającą dokonanie tego obliczenia z wymaganą dokładnością.

Przykładem ograniczenia wartości argumentu funkcji może być problem granicznej wartości wysokości ssania przy wyznaczaniu wilgotności. Po przekroczeniu przez wysokość ssania granicznej wartości h_{mx} , wartość funkcji eksponencjalnej, Występującej we wzorze na charakterystykę wilgotnościowa (4.26) (lub potęgowej w innych typach wzorów), przekracza A_{mx} . Powoduje to niemożność wyliczenia wilgotności. Zabezpieczenie w tym wypadku jest proste i polega na wyznaczeniu minimalnej wartości wilgotności :

$$\theta(h_s > h_{mx}) = \theta_{mn} . \quad (6.65)$$

Dla zapewnienia ciągłości charakterystyki winna ona być wyliczana następująco :

$$\theta_{mn} = (n - \theta_a) \vartheta(h_{mx}) + \theta_a \cong \theta_a . \quad (6.66)$$

Analogiczne ograniczenie wystąpi dla małych (ujemnych) wartości h_s , dając granicę maksymalną :

$$\theta_{mx} = (n - \theta_a) \vartheta(h_{mn}) + \theta_a = n . \quad (6.67)$$

Podobne zabezpieczenie może również być konieczne w przypadku charakterystyki przewodności, nawet przy stosowaniu zależności wilgotnościowej $k_f(\theta)$, ze względu na błąd obciążenia, sugerowany we wzorach (6.66) i (6.67) równością przybliżoną.

Wzór (6.9) na wilgotność średnią zawiera różnice logarytmów wilgotności względnych : $\ln(\vartheta_2/\vartheta_1) = \ln \vartheta_2 - \ln \vartheta_1$. Dla wilgotności bardzo małych ich wartości stają się dużymi co do bezwzględnej wartości liczbami ujemnymi. W czasie obliczeń numerycznych, operujących stałą ilością miejsc znaczących, odejmowanie dużych, bliskich sobie liczb daje, po przekroczeniu przez nie pewnych wartości, wynik zerowy, mimo że naprawdę różnica ma wartość znaczącą [115]. We wzorze (6.9) problem pojawi się w momencie, gdy jednostka w mianowniku wzoru (4.26) na charakterystykę wilgotnościowa zostanie przy dodawaniu pominięta przez błąd obciążenia :

$$\vartheta = \frac{1}{1 + \exp\left[D\left(\frac{h_s}{h_k} - C\right)\right]} \Big|_{h_s \geq h_e} \cong \exp\left[D\left(\frac{h_s}{h_k} - C\right)\right]. \quad (6.68)$$

Przy bezpośrednim podstawieniu wilgotności uzyskuje się wtedy wyniki błędne. Dopiero zastosowanie podstawienia (6.68) pozwala poprawnie wyznaczyć wilgotność średnią :

$$\underline{\theta} = \frac{h_k}{D \Delta z} (\theta_1 - \theta_2) + \theta_a, \quad (6.69)$$

gdzie : $\theta_1 = \theta(h_{s,ij} - \Delta z/2)$, $\theta_2 = \theta(h_{s,ij} + \Delta z/2)$.

Wartość wysokości ssania, przy której przybliżenie (6.68) jest dopuszczalne, oznaczono przez h_e .

Przyjęcie stałej wartości wilgotności poza przedziałem wysokości ssania (h_{mn} , h_{mx}) powoduje, że nie można tam wyliczyć również wilgotności średniej $\underline{\theta}$, jako że wzór (6.9) zakładał nieskończony przebieg asymptotyczny. Po osiągnięciu dolnej wartości granicznej przez obie skrajne wilgotności θ_1 i θ_2 , również wilgotność średnia przyjmuje wartość θ_{mn} . Jeśli jednak granice te osiągnie tylko wilgotność θ_2 , dla zachowania ciągłości wilgotność średnia musi być wyznaczona przez uśrednienie w dwóch przedziałach : dla $h_s < h_{mx}$ ze wzoru (6.69) i dla $h_s > h_{mx}$ przy wartości θ_{mn} :

$$\underline{\theta} = \frac{h_k}{D \Delta z} (\theta_1 - \theta_2) + \theta_{mn} \left(\frac{1}{2} - \frac{h_{mx} - h_e}{\Delta z} \right). \quad (6.70)$$

Różnicowy charakter ilorazu (6.50) powoduje, że przy stałej lub bardzo wolno zmiennej w czasie wysokości hydraulicznej w węźle, nie można obliczyć współczynnika retencji, ze względu na bliską zera wartość mianownika. Ponieważ iloraz różnicowy przechodzi w granicy w pochodną, graniczna wartość współczynnika retencji można wyliczyć upochodniając względem H wzór (6.9) :

$$c_{i,j} \xrightarrow{\Delta H \rightarrow 0} \frac{d\theta_{i,j}}{dH} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\Delta z}. \quad (6.71)$$

Wartość współczynnika dla granicznych wartości θ_{mn} i θ_{mx} musi być (podobnie jak wilgotność i przewodność średnia) wyznaczona w inny sposób, gdyż przy stałej wilgotności byłaby zerowa. Minimalna wartość c dla małych wilgotności ($\theta \rightarrow \theta_a$) wyznaczyć można ze wzoru (6.71) jako wartość dla $\theta_2 = \theta_{mn}$:

$$c_{i,j} = \frac{\theta(h_{mx} - \Delta z) - \theta_{mn}}{\Delta z}. \quad (6.72)$$

Natomiast dla dużych wilgotności współczynnik retencji nie może spaść poniżej wartości retencji sprężystej :

$$c \xrightarrow{\theta \rightarrow \eta} \eta. \quad (6.73)$$

6.3. Warunki jednoznaczności rozwiązania

Jak wynika z ilości niewiadomych występujących w operatorze całkowym (6.53), podobnie jak w jego wersjach klasycznych (6.26) i (6.34), dla zapewnienia rozwiązywalności układu takich operatorów, zestawionego dla dowolnej siatki węzłów, konieczna jest znajomość warunku początkowego $H_{i,j,0}$ we wszystkich węzłach i warunków brzegowych dla węzłów skrajnych. Sposób zadawania warunków brzegowych zależy od sposobu schematyzacji. W wersji najprostszej bloki skrajne obcięte zostają w ten sposób, aby ich węzły znalazły się na zewnętrznych powierzchniach modelu. W wyniku powyższej operacji węzły te znajdują się na ścianie lub w narożniku swego bloku, którego objętość zmniejsza się do połowy lub nawet do 1/4 w porównaniu z blokiem wewnętrznym siatki. Takie położenie węzłów granicznych umożliwia zadanie warunku brzegowego wprost w postaci stanu w węźle. Nie jest to jednak rozwiązanie prawidłowe, jako że zgodnie z założeniami modelu stan ten winien odpowiadać wartości średniej w bloku, co oznacza skokową zmianę ilości zawartej w nim wody już w momencie zmiany warunku. W niniejszej pracy zastosowany został inny wariant, w którym warunek brzegowy zadawany jest na ścianie skrajnego bloku. Dzięki temu, skokowa zmiana warunku powoduje w pierwszej chwili tylko zmianę dopływu, a nie ilości wody w gruncie. Dodatkową zaletą jest tu jednakowa wielkość bloków, co ułatwia obliczenia.

6.3.1. Warunek początkowy

Choć sposób zadania warunku początkowego jest w modelu dyskretnym ułatwiony dzięki skończonej liczbie punktów, w których ma on być wyznaczony, osobnym problemem pozostaje charakter przepływu, jaki warunek ten ma przedstawiać. Jeśli modelowana jest kontynuacja jakiegoś pomierzonego (lub np. wcześniej wymodelowanego) ruchu, pozostaje zadać w węzłach wartości, które wystąpiły tam w momencie t_0 . W przypadku, gdy są one obciążone dużym błędem warto pamiętać, że korzystniej jest zadać warunek w postaci wilgotności niż stanów, a także przecenić jego wartość niż niedocenić. Warunek początkowy w postaci wilgotności pozwala uniknąć błędu związanego z histerezą. Natomiast przy wyższych wilgotnościach zarówno szybsze

tempo ruchu w dół niż w górę, jak i większe współczynniki przewodności sprzyjają szybszemu wygasaniu wpływu warunku początkowego [52]. Najczęściej jednak brak jest odpowiednich danych lub dane o stanach wody w gruncie są niepełne (np. dotyczą tylko położenia zwierciadła). Zachodzi wtedy konieczność odtworzenia warunku początkowego. Najdogodniej jest użyć w tym celu stanów dla przepływu ustalonego.

Odtworzenie ustalonej filtracji wody w obszarze objętym modelowaniem wymaga rozwiązania stacjonarnej wersji modelu. Wersje te uzyskuje się poprzez dokonanie w operatorze podstawienia :

$$H_{i,j,l+1} = H_{i,j,l} = H_{i,j,0}, \quad (6.74)$$

dzięki czemu powstaje różnica $W_6 - W_5$, w której ulegają redukcji wszystkie człony zależne od czasu. Operator (6.53) przyjmuje wtedy postać :

$$H = (W_1 H_{i+1,j,0} + W_2 H_{i-1,j,0} + W_3 H_{i,j+1,0} + W_4 H_{i,j-1,0} + W_0) / (W_6 - W_5), \quad (6.75)$$

gdzie : $W_6 - W_5 = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$.

Ze względu na obecność po prawej stronie wzoru niewiadomych, rozwiązanie uzyskuje się w sposób odpowiadający schematowi niejawnemu. Jak wynika ze wzoru (6.75), do rozwiązania niezbędne są warunki brzegowe. Będą to warunki odpowiadające stanowi sprzed wprowadzenia zaburzenia wywołującego zmiany ruchu w czasie, jak na przykład napełnienie stawu infiltracyjnego. W zależności od zastosowanych stacjonarnych warunków początkowych, w gruncie pojawi się stan hydrostatyczny lub przepływ wód gruntowych. W modelu stawu infiltracyjnego pierwszy przypadek oznacza staw zlokalizowany nad zbiornikiem, drugi nad strumieniem wód podziemnych. Dla modelu jednowymiarowego (kolumna pionowa) będzie to odpowiednio warunek $H_0(z)=const$ i $\theta_0(z)=const$.

6.3.2. Warunek brzegowy typu Dirichleta

Ze względu na sposób zadawania warunków brzegowych (przedstawiony w poprzednim rozdziale), równanie węzła brzegowego różni się nieco od przedstawionych wcześniej operatorów. Zmiany obejmują jednak tylko człon kierunkowy, odpowiadający przepływowi przez daną granicę i dla różnych typów warunków są różne. Podobnie jak w modelu ciągłym, również w modelu dyskretnym można wyróżnić trzy typy warunków.

Warunek brzegowy pierwszego rodzaju (Dirichleta) polega na zadaniu na granicy, a więc w rzeczywistości na ściance bloku, stanu wody (wysokości hydraulicznej H_b). Ponieważ odległość pomiędzy ścianką a węzłem bloku jest o połowę mniejsza niż odległość między sąsiednimi węzłami, zatem wartość odpowiedniego współczynnika W (W_1 , W_2 , W_3 lub W_4), oznaczającego w rzeczywistości przewodność międzywęzłową, dwukrotnie wzrośnie. Występująca przy tym współczynniki wartość wysokości hydraulicznej H w sąsiednim węźle zostanie zastąpiona wartością warunku brzegowego H_b , np. :

$$W_1 [(1 - \delta) H_{i+1,j,l} + \delta H_{i+1,j,l+1}] \rightarrow 2 W_1 [(1 - \delta) H_{b,l} + \delta H_{b,l+1}]. \quad (6.76)$$

Ponieważ wartości $H_{b,l}$ i $H_{b,l+1}$ są zadane, ich wprowadzenie obniża ilość niewiadomych występujących w operatorze niejawnym. Ważną czynnością dodatkową przy zadawaniu warunku brzegowego pierwszego rodzaju jest sprawdzenie, czy zaistniała sytuacja umożliwiająca jego wystąpienie, a więc czy rozpatrywana ścianka bloku rzeczywiście znajduje się poniżej zwierciadła wody w cieku lub w studni wytwarzającej ten warunek. W przeciwnym wypadku, to znaczy gdy :

$$z_{i,j+j_1} - j_1 \frac{\Delta z}{2} > H_b, \quad (6.77)$$

gdzie j_1 przyjmuje wartość ± 1 dla warunków na granicy poziomej, odpowiednio górnej lub dolnej, zaś wartość 0 na granicy pionowej, warunek pierwszego rodzaju musi być zastąpiony przez warunek drugiego rodzaju – przepływ przez powierzchnię gruntu.

6.3.3. Warunek brzegowy typu Neumanna

W przypadku gdy na granicy zadany jest dopływ (odpływ) wody do gruntu, zmiany w operatorze sięgają głębiej. We wzorze (6.52) wymieniony musi być cały składnik wyznaczający dopływ do węzła ze strony granicy i zastąpiony wartością dopływu granicznego q_b . Zwykle zadana jest intensywność dopływu na metr bieżący granicy (prędkość) r i wymiana składnika może być zapisana zgodnie ze schematem :

$$k_{f_{i+\frac{1}{2},j,l+\frac{1}{2}}} \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{\Delta x} \Delta z \rightarrow r \Delta z = q_b, \quad (6.78)$$

dla granicy położonej od strony węzła $i+1,j$ i podobnie dla pozostałych kierunków. W wyniku takiej zamiany w operatorze (6.53), nie dość że cały odpowiedni człon kierunkowy przyjmie wartość :

$$W_1 [(1 - \delta) H_{i+1,j,l} + \delta H_{i+1,j,l+1}] \rightarrow q_{b,l+1/2} \quad (6.79)$$

i analogicznie w przypadku pozostałych kierunków, ale również wyzerowany zostanie odpowiedni składnik W (tu W_1) we wzorach na W_5 i W_6 (6.58 i 6.59). Również w tym wypadku konieczne jest sprawdzenie, czy warunek brzegowy może być zrealizowany w rzeczywistości. Można sobie co prawda wyobrazić, że dopływ jest wymuszany niezależnie od sytuacji, ale może to wymagać znacznych ciśnień. Natomiast wymuszenie odpływu bywa wręcz fizycznie niemożliwe, jeśli przekracza podaż wody z gruntu. Gdy zatem wysokość hydrauliczna na brzegu wywołana przepływem q_b przekroczy wartość graniczną H_b , np. :

$$H_{i,j} + \frac{q_b \Delta x}{2 \Delta z k_{f_{i+\frac{1}{2},j,l+\frac{1}{2}}}} \geq H_b \quad (6.80)$$

dla dopływu lub :

$$H_{i,j} + \frac{q_b \Delta x}{2 \Delta z k_{f_{i+\frac{1}{2},j,l+\frac{1}{2}}}} \leq H_b \quad (6.81)$$

dla odpływu ($q_b < 0$), należy przejść na warunek pierwszego rodzaju. Wartością graniczną w przypadku pierwszym jest zazwyczaj pojawienie się wody na powierzchni gruntu :

$$H_b = z_{i,j+j_1} - j_1 \frac{\Delta z}{2}. \quad (6.82)$$

Odpływ przez granicę najczęściej wywołany jest ewapotranspiracją, którą ogranicza zbyt duża wilgotność powietrza przy powierzchni gruntu. Wartość H_b wynika zatem z odpowiadającej tej wilgotności wysokości ssania h_s :

$$H_b = z_{i,j+j_1} - j_1 \frac{\Delta z}{2} - h_s. \quad (6.83)$$

Warunek mieszany (trzeciego rodzaju) w czystej postaci nie został uwzględniony w modelu numerycznym. Ukrytą jego formę stanowią jednak warunki dwóch pierwszych typów, wymieniające się nawzajem w pewnych przedziałach zmienności, jak to wynika z ograniczeń (6.77) i od (6.80) do (6.83).

6.3.4. Kolmatacja gruntu

Zmiany parametrów gruntu nie stanowią warunku brzegowego, wpływają jednak bezpośrednio na rozwiązanie, można je zatem zaliczyć do warunków jednoznaczności. W przedstawionym tu modelu numerycznym uwzględnione zostały zmiany przewodności gruntu wywołane kolmatacją. Jak wspomniano w rozdziale 4.4.1, sposób opisu tego procesu został maksymalnie uproszczony. Uproszczenie polega na przyjęciu stałego spadku przewodności warstwy gruntu sąsiadującej z dnem stawu infiltracyjnego, bez uwzględnienia przyczyn procesu. Dla modelu wielkoskalowego, w którym rozmiary oczek siatki Δx i Δz przekraczają 1 metr, można założyć, że kolmatacji ulega tylko pierwsza, sąsiadująca ze stawem warstwa bloków dyskretnych i to głównie w części między węzłem a dnem. Ponieważ liczące się zmiany obejmują głównie kilkucentymetrową warstwę na i pod powierzchnią gruntu, spadek porowatości w skali bloku jest niewielki i może być pominięty. W tej sytuacji redukcji ulega jedynie zastępczy współczynnik przewodności na kierunku granica – węzeł. Przyjmując zależność (3.6) można wyliczyć współczynnik e_r redukujący przewodność W_4 (lub inną, odpowiadającą położeniu węzła względem granicy) :

$$W_4 = k_{f i, j+1, l+\frac{1}{2}} e_r \frac{\Delta x}{\Delta z}, \quad (6.84)$$

zgodnie ze wzorem :

$$e_r = \exp(-\beta_2 t). \quad (6.85)$$

W ten sposób infiltracja odbywa się zgodnie ze schematem zasilania przez łożysko zbiornika, użytym we wzorze (5.27).

6.4. Warunki poprawności rozwiązania

Operatory numeryczne nie narzucały żadnych ograniczeń na występujące w nich parametry. Ujęcie dyskretne stanowi jednak tylko przybliżenie równania ruchu, tak jak ilorazy różnicowe są przybliżeniem pochodnych. Popętniany błąd można określić przy pomocy reszty wzoru Taylora, po rozwinięciu danej wielkości w szereg. Jak wynika ze wzorów (6.18) do (6.21), reszty te są proporcjonalne do zastosowanego kroku dyskretyzacji (często nawet do jego potęgi) i do pochodnych wyższych rzędów. Zatem, przy modelowaniu przebiegu bardziej złożonych funkcji (wyższego rzędu), użycie dłuższych kroków powodować może znaczne błędy. Dlatego też uzyskiwane rozwiązania dyskretne będą się różniły od analogicznych rozwiązań ciągłych. Różnice te mogą mieć charakter niewielkich, lecz kumulujących się odchyłeń. Mowi się wtedy o braku zbieżności rozwiązania numerycznego do rozwiązania analitycznego. W niektórych sytuacjach, często zupełnie nieoczekiwanie, błędy narastają tak gwałtownie, że rozwiązanie przybiera charakter wielkoamplitudowych oscylacji, zacierających zupełnie rzeczywisty obraz ruchu. Takie zjawisko nosi nazwę niestabilności. Aby więc uzyskać rozwiązania poprawne, zgodne z rzeczywistością, należy spełnić szereg warunków zbieżności i stabilności.

6.4.1. Teoria stabilności

Rozwiązanie nazywa się stabilnym, jeśli niewielkie zmiany parametrów i warunków granicznych wywołują również małe, mające charakter ilościowy, zmiany wyników [52,112]. W praktyce cechą charakterystyczną niestabilności jest niezgodność wyników z prawem zachowania energii. Dla filtracji, w której inercja ruchu jest zanedbywalnie mała, oznacza to, że uzyskana w wyniku rozwiązania wysokość hydrauliczna przekracza granice zakreślone przez warunki początkowe i brzegowe dla rozpatrywanego węzła. Tak więc rozwiązanie dyskretne jest stabilne, jeśli :

$$\min(H_{i,j,l}, H_{i+1,j,l+1}, H_{i-1,j,l+1}, H_{i,j+1,l+1}, H_{i,j-1,l+1}) < H_{i,j,l+1} < \max(H_{i,j,l}, H_{i+1,j,l+1}, H_{i-1,j,l+1}, H_{i,j+1,l+1}, H_{i,j-1,l+1}) \quad (6.86)$$

(dla uproszczenia warunek ułożono tylko dla klasycznego schematu niejawnego). Jak wykazuje praktyka, niestabilność jest cechą przede wszystkim schematów jawnych, ale również, choć w mniejszym zakresie, niektórych schematów niejawnych. Powoduje ona ograniczenie długości kroków czasowych, jakie można stosować przy obliczeniach, czasem ogranicza też inne parametry.

Najstarszą i najpewniejszą zarazem metodą zapewnienia stabilności modelu jest empiryczna metoda prób i błędów [104,105]. Jest ona jednak pracochłonna i nie pozwala na maksymalne wykorzystanie czasu maszyny cyfrowej choćby dlatego, że ograniczenia nie są znane z góry. Problem ten starają się rozwiązać prace teoretyczne. Matematyczna teoria stabilności numerycznej oparta jest na porównaniu rozwiązania analitycznego, rozwiniętego w szereg Fouriera, z rozwiązaniem numerycznym ujętym w tej samej formie [119,120]. Różnica między nimi stanowi błąd rozwiązania numerycznego, który winien zmierzać do zera ze wzrostem ilości kroków czasowych. Takie, zupełnie formalne założenia teorii pozwalają, po dość żmudnych obliczeniach (szczególnie w przypadku równań wielowymiarowych), wyznaczyć warunki stabilności ograniczające długość kroku czasowego. Dobre wyniki uzyskuje się dla równań liniowych. W przypadku równań kwaziliniowych czy nieliniowych teoria pozwala jedynie ocenić stabilny krok czasowy w oparciu o ekstremalne wartości parametrów równania.

W niniejszej pracy przedstawiona i zastosowana została inna, prostsza metoda kontroli stabilności. Opiera się ona na fizycznej interpretacji przyczyn niestabilności i może być stosowana do równań filtracji, ze względu na brak w nich członu inercyjnego. Przyczyną niestabilności jest złamanie zasady zachowania energii, dającej się przedstawić dla operatora numerycznego w postaci (6.86). Z drugiej strony operator numeryczny można sformułować w kształcie średniej ważonej, co zostało dokonane w rozdziałach 6.2.2 i 6.2.3. Wielkościami uśrednianymi są wysokości hydrauliczne, odpowiadające warunkom granicznym (brzegowym i początkowemu) dla danego węzła, zaś wagami – współczynniki W , przy założeniu, że $W_0=0$. Średnia ważona spełnia warunek (6.86), jeśli tylko wartości wag są dodatnie. Zatem warunkiem stabilności rozwiązania jest dodatnia wartość wszystkich współczynników W operatora numerycznego (z wyjątkiem W_0).

Przedstawiona metoda jest bardzo prosta i pozwala wyznaczyć dokładne warunki stabilności również przy zmieniających się parametrach równania, a więc dla wzoru kwaziliniowego. Przy tym dostarcza ich dla wszystkich parametrów operatora, a nie tylko dla Δt , jeśli tylko zaistnieją. Dla równań liniowych i prostych operatorów uzyskuje się wyniki identyczne jak w klasycznej teorii stabilności. Prawidłowość uzyskanych wyników potwierdzają również doświadczenia numeryczne.

6.4.2. Warunki stabilności operatorów różnicowych

Przedstawioną w poprzednim rozdziale metodę wyznaczania stabilności, opartą na fizyce zjawiska, zastosowano do omówionych wcześniej operatorów numerycznych.

Jawny operator numeryczny (6.26), uzyskany bezpośrednio z równania przewodnictwa, zawiera jeden współczynnik, który może przyjmować wartości ujemne – W_5 . Zabezpieczenie przed niestabilnością polega zatem na takim doborze kroków dyskretyzacji, by był on zawsze dodatni. W ten sposób warunek stabilności może przybierać kształt ograniczenia któregośkolwiek kroku. Ze względu jednak na konieczność zachowania stacjonarnej przestrzennej siatki węzłów, nadaje się mu formę warunku na krok czasowy :

$$\Delta t_{t+1} \leq \frac{2 c_{i,j,l}}{\frac{1}{(\Delta x)^2} (k_{f_{i+1,j,l}} + k_{f_{i-1,j,l}}) + \frac{1}{(\Delta z)^2} (k_{f_{i,j+1,l}} + k_{f_{i,j-1,l}})} \quad (6.87)$$

W przypadku zastosowania w operatorze jednakowych ilorazów różnicowych przy obliczaniu różnicy prędkości, graniczna wartość kroku czasowego obniży się o połowę. Nie ma to jednak większego znaczenia wobec decydującego wpływu współczynnika retencji. Ponieważ przewodność nie może rosnać w nieskończoność, najostrejsze ograniczenia kroku czasowego wystąpią dla bardzo wysokich wilgotności gruntu, kiedy to wartość $c_{i,j,l}$ spada przy $k_f \cong k$. Dla wilgotności niskich ograniczenie łagodnieje, ze względu na znacznie szybszy spadek przewodności niż retencji. Ponieważ krok czasowy musi być jednakowy dla całego obszaru filtracji, o jego długości decydować będzie maksymalna w danym momencie wilgotność gruntu. Jeśli więc model obejmuje strefę saturacji, uzyska się ograniczenie najostrejsze [66] :

$$\Delta t_{h+1} \leq \frac{\eta}{k \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2} \right]}. \quad (6.88)$$

Jak widać, graniczna wartość kroku czasowego rośnie z kwadratem długości kroków odległościowych. Dla Δx i Δz rzędu metra uzyska się kroki rzędu 0.01 sekundy, a więc bardzo małe. Uniemożliwia to w praktyce stosowanie schematu jawnego w modelach obejmujących obie strefy gruntu. Stąd też powszechne wykorzystanie niejawnego schematu obliczeń (6.34), który takich ograniczeń nie posiada. Wszystkie współczynniki tego operatora są dodatnie w każdych warunkach.

W operatorze numerycznym opartym na równaniu (6.17), w którym zróżniczkowano prędkości filtracji, poza występującym dla schematu jawnego ograniczeniem (6.87), pojawia się dodatkowe ograniczenie zmienności współczynnika przewodności. Co gorsza, dotyczy ono również schematu niejawnego. Zapewnienie dodatnich wartości wszystkim współczynnikom od W_1 do W_4 (wzory 6.38 do 6.41) wymaga ograniczenia zmian przewodności na odcinku $i-1 \div i+1$ czy $j-1 \div j+1$ zgodnie ze wzorem :

$$|\Delta k_f| < 4 k_f. \quad (6.89)$$

Ta restrykcja potęguje się z kolei w strefie aeracji, gdzie zmiany współczynnika k_f mogą sięgać wielu rzędów wielkości. Spełnienie tego warunku wymaga więc znacznego ograniczenia kroków odległościowych również dla schematu niejawnego. Warunek typu (6.89) powoduje, że ogólnie nie zaleca się wykonywania różniczkowania wewnątrz członu dywergencji przed dokonaniem jego dyskretyzacji i to również w równaniach klasycznej teorii filtracji. Z tego też względu operatory w formie (6.37) nie są stosowane w praktyce.

Stabilność rozwiązań uzyskiwanych za pomocą operatora całkowego (6.53) jest uzależniona od wartości stosowanej wagi δ . Wzór na stabilny krok czasowy jest uogólnieniem formuły (6.87) :

$$\Delta t_{h+1} \leq \frac{c_{i,j,l+\frac{1}{2}}}{(1-\delta) \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} \left(k_{f i+\frac{1}{2},j,h+\frac{1}{2}} + k_{f i-\frac{1}{2},j,h+\frac{1}{2}} \right) + \frac{1}{(\Delta z)^2} \left(k_{f i,j+\frac{1}{2},h+\frac{1}{2}} + k_{f i,j-\frac{1}{2},h+\frac{1}{2}} \right) \right]}. \quad (6.90)$$

Ograniczenie dotyczy więc wszystkich schematów obliczeniowych, z wyjątkiem klasycznego schematu niejawnego ($\delta=1$), dla którego prawa strona nierówności osiąga wartość nieskończenie dużą. Jednak restrykcyjność warunku daje się regulować doбором wag δ i jest tym większa im schemat bliższy jawnego [52]. Rzeczywista wartość granicznego kroku czasowego może być oceniona tak, jak tego dokonano wcześniej dla operatora klasycznego. Jeśli chodzi o inne wspomniane tu schematy numeryczne, mają one również ograniczoną stabilność. Schemat Cranka-Nicholsona jest po prostu przypadkiem szczególnym o wadze $\delta=0.5$. Stabilność metody Duforta-Frankla również jest ograniczona do kroków czasowych, określonych wzorem typu (6.87). Wzmiankowana czasami w literaturze [118] bezwzględna stabilność tych schematów wynika ze stosunkowo niewielkiej i nie narastającej amplitudy oscylacji występujących w rozwiązaniach.

Warunki stabilności operatora nie dają właściwie żadnego wyboru w przypadku modelowania filtracji w obu strefach nasycenia. Uwzględniając dodatkowo wady klasycznej formy MRS, w dalszej części pracy zastosowano operator Całkowy (6.53) w klasycznym schemacie niejawnym, to jest przy $\delta = 1$.

6.4.3. Warunki zbieżności dla operatora różnicowego

Poza możliwością utraty stabilności, która jest efektem rozminięcia się operatora różnicowego z prawami fizyki, rozwiązanie numeryczne, będąc merytorycznie poprawnym, może ilościowo nie odpowiadać rozwiązaniu ciągłemu, ze względu na kumulację błędów numerycznych. Powodów takiego stanu rzeczy może być wiele. Część z nich wiąże się z własnościami zastosowanego operatora czy charakterem użytych warunków brzegowych. Inne wynikają z nieliniowego przebiegu parametrów i rozwiązań w poszczególnych węzłach siatki.

Prawidłowo zbudowany operator różnicowy powinien dla malejących kroków dyskretyzacji zbiegać się w granicy do równania różniczkowego, opisującego ten sam co on proces [120]. Taki operator dyskretny nazywany jest uzgodnionym lub konsystentnym [122]. Łatwo wykazać, zarówno w przypadku operatorów klasycznych jak i operatora CMRS, że są one konsystentne.

Aby w całym obszarze filtracji spełniona była zasada zachowania masy, operator musi być zachowawczy (konserwatywny). Oznacza to wzajemną redukcję odpowiednich członów transportu w równaniach sąsiednich węzłów. Przykładowo, składnikowi opisującemu przepływ z węzła i do $i+1$:

$$k_{f\ i+\frac{1}{2},j,h\frac{1}{2}} \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{\Delta x} \Delta z, \quad (6.91)$$

odpowiada składnik opisujący przepływ z węzła $i+1$ do i :

$$k_{f\ i-\frac{1}{2},j,h\frac{1}{2}} \frac{H_{i-1,j} - H_{i,j}}{\Delta x} \Delta z = -k_{f\ i+\frac{1}{2},j,h\frac{1}{2}} \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{\Delta x} \Delta z, \quad (6.92)$$

a ich suma wynosi zero. Po zsumowaniu operatorów różnicowych dla wszystkich węzłów sieci, winna pozostać tylko suma retencji i dopływów brzegowych [122]. Również te cechę posiadają wszystkie wymienione poprzednio operatory.

O zbieżności uzyskiwanych rozwiązań decyduje w głównej mierze charakter sprzężeń zwrotnych pomiędzy warunkami brzegowymi a wynikiem (wejściem i wyjściem modelu). Dobrą zbieżność gwarantują tylko takie modele, w których sprzężenie to jest ujemne (kompensujące) i powoduje zanikanie z czasem oddziaływania błędu w wartościach rozwiązania. Przykładowo : błędny wzrost stanu w danym węźle spowoduje zwiększenie gradientów odpływu i zmniejszenie gradientów dopływu, a zatem przywracający równowagę spadek ciśnienia. Cecha taka nazywana jest autokompensacyjnością modelu [52]. Warunki brzegowe pierwszego rodzaju wzmagają, a drugiego rodzaju osłabiają autokompensacyjność. Dlatego w dobrze sformułowanym zadaniu winny dominować warunki brzegowe typu Dirichleta.

6.4.4. Lokalne warunki zbieżności

W modelu dyskretnym zmienne w czasie i przestrzeni współczynniki zostają zastąpione stałymi wartościami średnimi lub zastępczymi. Jeśli więc zmienność danego parametru jest duża, jego wartość w danym punkcie czasoprzestrzeni może na tyle odbiegać od średniej, że spowoduje to pojawienie się błędu w obliczeniu bilansu wody w węźle. To zaś jest przyczyną *dryfu* rozwiązań – narastania odchyłeń od rzeczywistości. W procesie infiltracji przez strefę aeracji nieliniową zależnością od współrzędnych cechują się współczynniki k_f i c oraz wysokość hydrauliczna H , jednakże jakość reprezentujących te wielkości średnich nie jest jednakowa. Współczynnik retencji c

jest uśredniony zarówno w przestrzeni (wzór 6.9) jak i, poprzez ujęcie różnicowe, w czasie (wzór 6.50). Dodatkowo jego wartość jest uściślana w procesie iteracyjnym (zob. rozdz. 6.2.4). Wszystko to pozwala w pełni uwzględnić nieliniowość parametru. Natomiast przewodność i spadek hydrauliczny, występujące w członach transportu, są w zasadzie uśrednione tylko w przestrzeni – k_f przy pomocy wzoru na wielkość zastępczą (6.10), spadek dzięki ujęciu różnicowemu. Na skutek braku uśrednienia tych wielkości w czasie, zastosowanie dłuższych kroków czasowych powoduje narastanie błędów przy obliczaniu przepływu, a zatem i w bilansie wody. Im większy przyrost danej wielkości, tym większa różnica pomiędzy rzeczywistym przebiegiem nieliniowej funkcji f a jej liniową ekstrapolacją. Chcąc zatem zminimalizować *dryf* rozwiązania, należy ograniczyć do rozsądnej wartości przyrosty poszukiwanej wielkości, wyliczane na bazie stałych parametrów, a więc w czasie jednego kroku Δt . W modelach filtracji klasycznej, gdzie wielkością niewiadomą jest wysokość hydrauliczna H , ograniczenie to przyjmuje postać warunku :

$$|H(t+\Delta t) - H(t)| = |H_{t+1} - H_t| < \varepsilon(H), \quad (6.93)$$

wprowadzonego przez Kadena [57], gdzie $\varepsilon(f)$ oznacza dopuszczalny błąd bezwzględny funkcji f . Ponieważ jedynym zmiennym parametrem w tych modelach jest miąższość hydrodynamiczna, będąca liniową funkcją H , postać warunku jest w pełni uzasadniona. W przypadku filtracji obejmującej również strefę nienasyconą, gdy parametr nieliniowy k_f jest bezpośrednią funkcją wilgotności, sytuacja ulega zmianie. Biorąc pod uwagę większe znaczenie wilgotności (θ) w takim modelu (zob. rozdz. 6.3.1) i istnienie zależności $H(\theta)$, wydaje się naturalnym zastosowanie warunku zbieżności w postaci wilgotnościowej :

$$|\theta_{t+1} - \theta_t| < \varepsilon(\theta). \quad (6.94)$$

Ograniczenie przyrostu zmiennej typu (6.93) czy (6.94) stanowi w rzeczywistości warunek na dopuszczalną długość kroku czasowego Δt_{t+1} , bowiem monotoniczny przebieg procesu w obrębie tego kroku czyni przyrosty funkcji wprost proporcjonalnymi do jego długości. Jednakże wyznaczenie konkretnej wartości dopuszczalnej wymaga, wobec braku prostej zależności rozwiązania H_{t+1} lub θ_{t+1} od długości kroku czasowego, zastosowania metody prób i błędów. Kierunek poprawek można ocenić w oparciu o wzór Talesa :

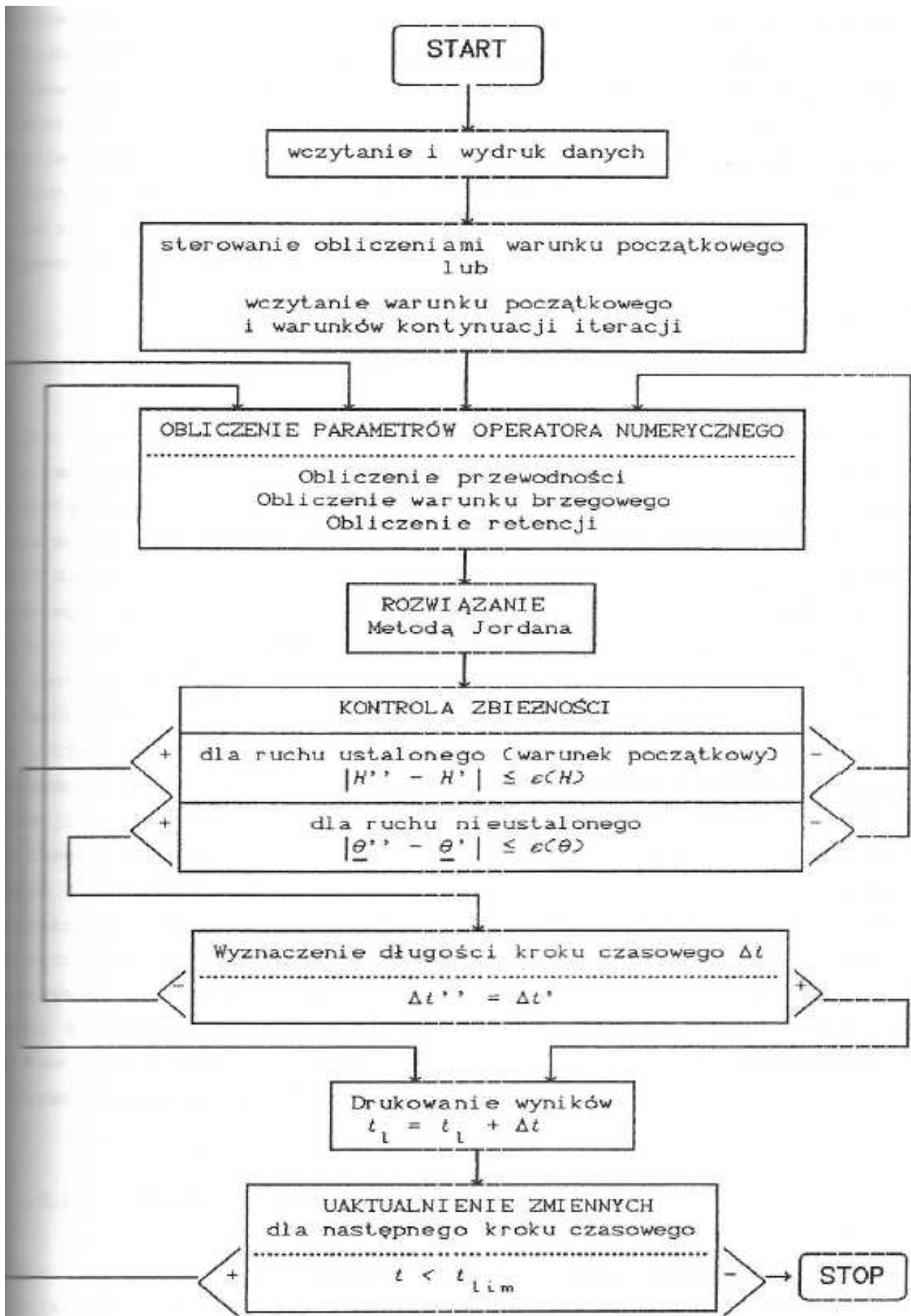
$$\Delta t'' \cong \Delta t' \frac{\varepsilon(H)}{|H'_{t+1} - H_t|} \cong \Delta t' \frac{\varepsilon(\theta)}{|\theta'_{t+1} - \theta_t|}, \quad (6.95)$$

gdzie f' , f'' oznaczają kolejne przybliżenia funkcji f . Ze względów ekonomicznych poszukiwana jest oczywiście maksymalna długość kroku czasowego. Z tego samego powodu proces iteracji przerywa się jednak przed osiągnięciem równości w warunku (6.94), Jeśli spodziewany przyrost Δt_{t+1} nie kompensuje strat związanych z kontynuacją iteracji.

6.5. Program obliczeniowy

W oparciu o przedstawiony w poprzednich rozdziałach model dyskretny, opracowany został program obliczeniowy w języku FORTRAN 77 dla komputera IBM PC. Program ten o nazwie FZZ39 zbudowany jest z części głównej FZZPG i pięciu podprogramów :

- funkcji WGF służącej do obliczania charakterystyki wilgotności $\theta(h_s)$, zgodnie ze wzorem (4.26),
- funkcji XKF służącej do obliczania charakterystyki przewodności $k_f(\theta)$, zgodnie ze wzorem (4.46),
- funkcji WGZ służącej do obliczania wilgotności średniej w bloku $\theta_{i,j}$, zgodnie ze wzorem (6.9),



Rys. 6.6 Schemat blokowy programu głównego

- procedury JORDAN służącej do obliczania rozwiązywania układu algebraicznych równań liniowych metodą skończoną Jordana oraz
- procedury PISZ kreującej wydruki dla kolejnych wyznaczonych terminów.

Funkcje nie będą dalej omawiane, ze względu na swą prostotę i zgodność z wcześniej przytoczonymi wzorami analitycznymi. Natomiast procedury zostaną opisane wraz z odpowiadającym im fragmentem programu głównego.

6.5.1. Schemat blokowy programu

Dla lepszej orientacji co do roli poszczególnych elementów programu głównego, które omówione zostaną poniżej, na rys. 6.6 przedstawiony został jego schemat blokowy. W części wstępnej, poza deklaracjami zmiennych i macierzy, następuje wczytanie i wydruk śladu danych oraz przygotowanie warunku początkowego. W pierwszym przebiegu warunek początkowy jest obliczany z wykorzystaniem części centralnej programu, zaś przy kontynuacji obliczeń warunek ten jest wczytywany wraz z parametrami przerwanej iteracji.

Centralna część programu stanowi obliczenie kolejnych przybliżeń rozwiązania. Zastosowanie metody iteracyjnej było konieczne, z uwagi na przybliżony sposób wyznaczania współczynnika retencji i długości kroku czasowego. W skład tej części wchodzi obliczenie parametrów operatora numerycznego, rozwiązanie układu równań i obliczenie optymalnej długości kroku czasowego. W razie niespełnienia warunku zbieżności iteracji, a następnie w przypadku konieczności dokonania zmiany Δt , pętla jest zamykana i obliczenie wykonywane ponownie. W przeciwnym razie następuje przejście do części końcowej programu. Część ta zawiera instrukcje drukowania wyników oraz powoduje uaktualnienie zmiennych w celu umożliwienia obliczeń następnego kroku czasowego.

6.5.2. Wczytanie danych

Dla uruchomienia programu konieczne jest wczytanie danych sterujących, danych dotyczących geometrii pola, warunków brzegowych, parametrów gruntu, warunków początkowych i ewentualnie parametrów przerwanej iteracji. Dane sterujące, wczytywane z klawiatury, określają dopuszczalną ilość iteracji, zakres wydruków kontrolnych, ilość drukowanych wielkości, a także rodzaj przebiegu. W zależności od potrzeb realizowany może być przebieg ze stacjonarnym warunkiem początkowym, bez zapewnienia ciągłości w przypadku przerwania lub z jej zapewnieniem, kontynuacja przebiegu po przerwaniu dokonanym w trakcie obliczeń warunku początkowego lub danego kroku czasowego i wreszcie kontynuacja obliczeń z cofnięciem się do pierwszej iteracji dla danego kroku Δt .

Pozostałe dane wczytywane są ze zbiorów. Geometria pola jest określana przy pomocy tablicy sterującej MST o wymiarze siatki węzłów. Wartość $MST(i,j)$ dla danego węzła i,j określa jego przynależność do siatki i typ gruntu w obszarze przyporządkowanego bloku. $MST(i,j)=0$ oznacza wyłączenie węzła z obliczeń, $MST=1$ lub $MST=2$ – odpowiednio grunt typu I lub II. Wcześniejsze podanie rozmiarów siatki i kroków dyskretnych daje wyczerpujący opis geometrii pola, zaś podanie siedmiu parametrów : k, n, h_k, A, B, C i D dla każdego typu gruntu – wyczerpującą charakterystykę ośrodka.

Warunki jednoznaczności rozwiązania zadane są w postaci trzech warunków granicznych pierwszego rodzaju – stanu w cieku, w studniach bariery i w stawie infiltracyjnym, warunku początkowego oraz współczynnika kolmatacji β_2 (na stropie i spągu warstwy wodonośnej zadano zerowy dopływ). Warunek początkowy określany jest w drodze obliczeń ustalonego przepływu pomiędzy rzeką a barierą studzien przy stawie suchym. Wykorzystywany jest do tego celu ten sam co w ruchu nieustalonym operator numeryczny, tyle że z zerową retencją i iterowaną przewodnością gruntu. W modelu jednowymiarowym zadawane są odpowiednio dwa warunki

brzegowe (pierwszego i drugiego rodzaju w różnych kombinacjach) i warunek początkowy w postaci stałej wilgotności lub hydrostatycznego rozkładu ciśnień.

Program umożliwia przerwanie obliczeń w dowolnym ich momencie i kontynuowanie ich po dowolnej przerwie. W tym celu dane dotyczące ostatniego kroku czasowego i ostatniej iteracji są systematycznie kopiowane na zbiór pomocniczy, który następnie dostarcza informacji umożliwiających kontynuację obliczeń.

6.5.3. Obliczenie kolejnych kroków czasowych

Centralna część programu głównego stanowi obliczenie parametrów operatora dyskretnego. Współczynniki W_1 do W_4 są obliczane dla wszystkich węzłów wewnętrznych, przy wykorzystaniu wzoru (6.10) na przewodność zastępczą. W przypadku węzłów brzegowych odpowiedni współczynnik zostaje wyzerowany, natomiast do współczynnika określającego wyraz wolny równania węzła dodane zostaje wyrażenie wynikające z warunku brzegowego, zgodnie z opisem w rozdziale 6.3.2 do 6.3.4. I wreszcie na podstawie poprzedniego przybliżenia wartości $H_{i,j,l+1}$ wyliczony zostaje współczynnik retencji $c_{i,j,l+1/2}$. Umożliwia to wyznaczenie współczynników W_5 i W_6 . Określone tą drogą dla każdego węzła siatki operatory numeryczne tworzą układ równań algebraicznych, rozwiązywany następnie przy użyciu procedury JORDAN. Szczegóły rozwiązania omówione zostaną w rozdziale następnym.

Po otrzymaniu rozwiązania dla danej długości kroku czasowego, kontrolowany jest warunek zbieżności (6.94) i wyznaczana przybliżona długość optymalnego kroku czasowego Δt (wzór 6.95). Dopuszcza się przy tym tylko takie jego wartości, które zapewniają osiągnięcie najbliższego terminu wydruku (zob. rozdz. 6.5.5) przy pomocy całkowitej ilości kroków. Zmiana długości Δt następuje zawsze, gdy warunek zbieżności wymaga kroku krótszego. W przypadku przeciwnym za oplacalne uznano wydłużenie kroku co najmniej o 50 %. Jeśli zmiany takiej dokonano, obliczenie jest ponawiane dla nowego kroku czasowego, Jeśli nie – przystępuje się do drukowania wyników i program przechodzi do następnego kroku czasowego.

6.5.4. Metoda rozwiązania

Po wyznaczeniu parametrów operatora dla każdego węzła należącego do siatki, otrzymuje się układ równań algebraicznych. Dla siatki o rozmiarach $N_x \cdot N_z \cong N$ (znak przybliżenia wynika z możliwości wyeliminowania pewnych węzłów we wnętrzu pola) będzie on zawierał N równań w postaci :

$$W_1 H_{i+1,j,l+1} + W_2 H_{i-1,j,l+1} + W_3 H_{i,j+1,l+1} + W_4 H_{i,j-1,l+1} - W_6 H_{i,j,l+1} = -W_5 H_{i,j,l} - W_0 \quad (6.96)$$

Współczynniki równań W_1 do W_4 (wzory 6.54 do 6.57) i W_0 (wzór 6.60) są stałe wobec zlinearyzowania parametru k_f (wzór 6.10). Natomiast współczynniki W_5 i W_6 :

$$W_5 = c_{i,j,l+1/2} \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta t_{l+1}}, \quad (6.97)$$

$$W_6 = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 \quad (6.98)$$

są nieliniowe dzięki zależności współczynnika retencji $c_{i,j,l+1/2}$ od rozwiązania (wzór 6.50). Równanie (6.96) ma zatem charakter kwaziliniowy (tj. liniowy ze zmiennymi współczynnikami). Zagadnienie to można rozwiązać wykorzystując szeroko rozbudowaną teorię rozwiązywania układów równań liniowych, a rzeczywistą wartość parametru $c_{i,j,l+1/2}$ ustalając metodą kolejnych przybliżeń. Układ równań (6.96) można wtedy zapisać w formie wektorowej :

$$\mathbf{W} \mathbf{H} = \mathbf{W}_o, \quad (6.99)$$

gdzie : $\mathbf{H} = \{ H_{ij} \}$ – wektor niewiadomych,

$li = (i - 1) N_z + j$ – kolejny numer węzła (równania),

$\mathbf{W} = \{ W_{li,lj} \}$ – macierz współczynników przy kolejnych niewiadomych li ,
w kolejnych równaniach lj ,

$\mathbf{W}_o = \{ -W_{5,li} - W_{o,lj} \}$ – wektor wyrazów wolnych równania lj .

Macierz \mathbf{W} ma wymiar $N \cdot N$, a więc jest bardzo duża ($N \sim 200$), jest jednak macierzą rzadką, pasmową. Wszak w każdym równaniu tylko pięć współczynników $W_{li,lj}$ jest różnych od zera :

$$W_{li,li+Nz} = W_1, \quad (6.100)$$

$$W_{li,li-Nz} = W_2, \quad (6.101)$$

$$W_{li,li+1} = W_3, \quad (6.102)$$

$$W_{li,li-1} = W_4 \quad (6.103)$$

$$i \quad W_{li,li} = W_6. \quad (6.104)$$

Jak wynika z powyższych wzorów, macierz \mathbf{W} nie jest macierzą trójdiagonalną, nie można więc wykorzystać ogólnych metod opracowanych dla tego typu macierzy [26].

Układ algebraicznych równań liniowych można rozwiązać stosując metody skończone (dokładne) lub iteracyjne [112]. Różnica pomiędzy tymi grupami metod polega na określeniu ilości przeprowadzonych operacji. W metodach skończonych jest to ilość ograniczona i znana z góry, zaś w metodach iteracyjnych ilość operacji zależy od zbieżności metody i kryterium zakończenia iteracji (kryterium stopu). Natomiast dokładność uzyskiwanych wyników może być porównywalna.

Przy silnie anizotropowej siatce węzłów (zob. rozdz. 6.1.1) metody iteracyjne są mało skuteczne, a w każdym razie wymagają wprowadzenia znacznych zmian w klasycznych algorytmach. Na skutek dysproporcji pomiędzy współczynnikami dla różnych kierunków (W_1 i W_2 naprzeciw W_3 i W_4), dopuszczalne błędy w kierunku o wartościach mniejszych (tu w poziomie) są znacznie niższe niż w kierunku prostopadłym. Powszechnie stosowane kryterium zakończenia iteracji w chwili, gdy :

$$|H'' - H'| < \varepsilon(H), \quad \text{zzzz}(6.105)$$

jest izotropowe. W efekcie iteracyjne poprawianie wartości rozwiązań niemal nie zachodzi w kierunku dyskryminowanym. Powoduje to bardzo wysokie błędy, w szczególności w centralnych partiach siatki. Dlatego też zrezygnowano z tej grupy metod w rozwiązaniu użytym w programie.

Spośród metod skończonych najbardziej znana jest metoda odwracania macierzy oraz metody eliminacji Gaussa i Jordana. Istotna różnica między nimi polega na ilości wykonywanych działań, która przy odwracaniu macierzy (metoda Cramera) jest rzędu $N!$, zaś w metodach eliminacji rzędu N^3 [26]. Przy N w okolicy 200 różnica jest istotna, gdyż $N! = 10^{375}$, zaś $N^3 = 8\,000\,000$. Metoda Gaussa jest 1.5 raza szybsza od metody Jordana, ta ostatnia pozwala jednak na oszczędniejsze wykorzystanie pamięci operacyjnej maszyny, co przy dużych wartościach N ma pierwszorzędne znaczenie. Dlatego też w omawianym programie zastosowano właśnie metodę Jordana.

Klasyczny algorytm rozwiązywania operuje wielkimi macierzami współczynników (dla $N = 200$ będzie to liczba 40 000), większość z nich jednak ma wartość zerowa. Dzięki zastosowaniu odpowiedniej organizacji pamięci można jej wymaganą pojemność znacznie zredukować. W opracowanej dla potrzeb omawianego programu procedurze JORDAN wykorzystano metodę

zmiany adresów poszczególnych współczynników. Pozwoliło to na maksymalne ograniczenie wielkości macierzy aż do rozmiarów $N \cdot (N_z + 3)$, co przy N_z rzędu 15 daje liczbę 3600 elementów, a więc przeszło dziesięciokrotnie niższą niż w klasycznej wersji metody. Ilość obliczeń zwiększa się przy tym w stopniu na tyle małym, że w efekcie czas uzyskania rozwiązania obniża się o około 40 %.

Metoda Jordana dostarcza jedynie rozwiązania modelu o współczynnikach liniowych. Wyznaczone wartości $H_{i,j,l+1}$ pozwalają określić wartość współczynnika retencji $C_{i,j,l+1/2}$. Różni się ona od rzeczywistej tym bardziej, im mniej pokrywa się z wartością wziętą do obliczeń współczynników W_5 i W_6 . Bezpośrednie użycie tak wyliczonego parametru w kolejnym przybliżeniu prowadzi bardzo szybko, ze względu na silną jego nieliniowość, do powstania tak zwanego dwucyklu, czyli sytuacji, w której wynik co drugiej iteracji będzie identyczny. Proces staje się zatem niezbieżny. Aby temu zapobiec i mając na względzie prostotę obliczeń, wykorzystano metodę typu podrelaksacji :

$$C''_{i,j,l+1/2} = (1 - \delta) C'_{i,j,l+1/2} + \delta C_{i,j,l+1/2} (H'_{i,j,l+1}), \quad (6.106)$$

w której wartość wagi δ maleje odwrotnie proporcjonalnie do liczby iteracji. Pozwala to uzyskać rozwiązanie zwykle już po kilku przybliżeniach.

Dla określenia momentu zakończenia procesu iteracyjnego przyjęto tu kryterium stopu w postaci :

$$|\theta''_{i,j,l+1} - \theta'_{i,j,l+1}| < \varepsilon(\theta), \quad \text{żżżż(6.107)}$$

ze względu na decydujący wpływ wilgotności na wartość współczynnika retencji. Jedynie przy wyznaczaniu stacjonarnego warunku początkowego, w którym retencja nie występuje, użyto kryterium (6.105). Pozwoliło to uzyskać poprawny rozkład wysokości ssania w profilu pionowym także poza strefą oddziaływania swobodnego zwierciadła, a więc tam, gdzie wilgotności zmieniają się tylko nieznacznie.

6.5.5. Drukowanie wyników obliczeń

Ponieważ w opisywanym tu algorytmie użyty został zmienny krok czasowy Δt_i , aby uzyskać wydruki odpowiadające regularnym odstępom czasu, należało zastosować system sterowania wydrukami. Został on tak zorganizowany, że wydruki uzyskuje się tylko w zadanych momentach modelowanego procesu. Było to możliwe dzięki odpowiedniemu doborowi kroków czasowych (zob. rozdz. 6.5.3). W programie istnieje możliwość zadania dowolnej ilości cykli czasowych o dowolnej długości, w których wydruki emitowane są w stałych odstępach mierzonych czasem trwania procesu. Organizacja algorytmu pozwala ponadto na wyznaczanie terminów wydruków na bieżąco w dowolnym momencie obliczeń.

Procedura PISZ umożliwia drukowanie wartości czterech zmiennych dla każdego węzła sieci. Są to : wysokość hydrauliczna, średnia wilgotność, współczynnik przewodności i współczynnik retencji. W zależności od potrzeb można drukować ich mniejszą ilość. Ponadto wydruk zawiera numer i długość aktualnego kroku czasowego, czas trwania procesu w dobach, godzinach, minutach i sekundach, sumaryczną ilość iteracji i dopływ do cieku.

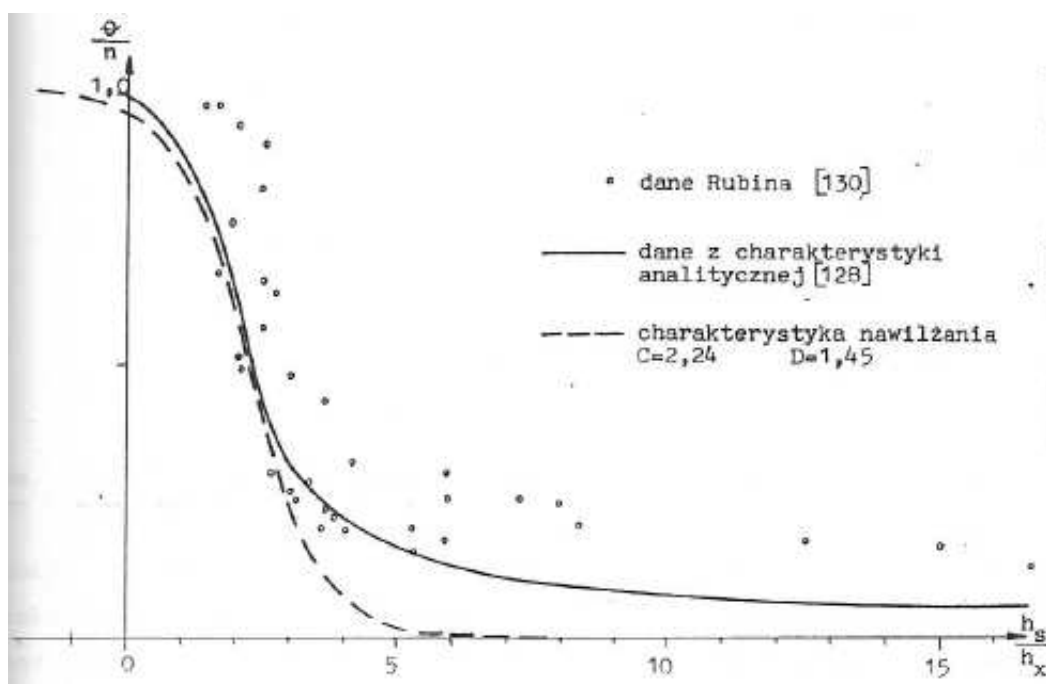
Ostatnim elementem programu głównego jest ciąg instrukcji umożliwiających uaktualnienie zmiennych do następnego kroku czasowego, a więc wysokości hydraulicznej $H_{i,j,l}$, wilgotności średniej $\theta_{i,j,l}$ i czasu t_i .

6.6. Weryfikacja algorytmu na danych empirycznych

Wiele założeń, na których oparty został przedstawiony powyżej model dyskretny, ma charakter teoretyczny, choć poparte one zostały licznymi testami numerycznymi. W tej sytuacji jedyną metodą sprawdzenia uzyskanego algorytmu jest jego weryfikacja w oparciu o zapis przebiegu procesu uznany za wzorcowy. Pozwala to również określić wrażliwość modelu na błędy poszczególnych parametrów.

6.6.1. Przebieg wzorcowy

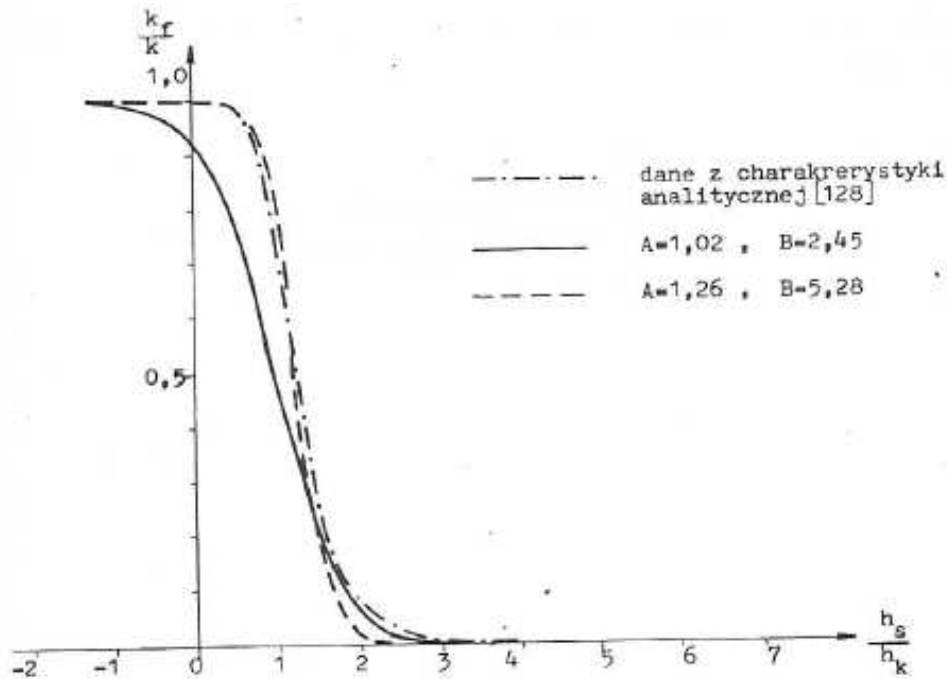
Aby możliwym było precyzyjne sformułowanie wniosków wynikających z weryfikacji, przebieg wzorcowy powinien spełniać szereg warunków. Przede wszystkim obraz ruchu i warunki brzegowe winny być stosunkowo proste, aby interpretacja wpływu poszczególnych czynników na wynik modelowania nie nasuwała wątpliwości. Dane dotyczące gruntu winny zawierać kompletny opis charakterystyki wilgotnościowej i przewodnościowej. Jest to wymóg o tyle trudny do spełnienia, że tego typu pomiary nie wchodzą w zakres standardowych badań hydrogeologicznych. Dodatkowym problemem są zastosowane w modelu uproszczenia. Użycie wyników pomiarów laboratoryjnych utrudnia odróżnienie odchyleń wywołanych błędami modelowania od tych, które wynikają z uproszczeń opisu ruchu. W związku z tym korzystniej jest oprzeć się na wynikach przetestowanych już na innym modelu numerycznym o podobnych założeniach upraszczających. W ten sposób do weryfikacji nie zostaną użyte bezpośrednio wielkości pomierzone empirycznie lecz dopiero *przefiltrowane* przez zweryfikowany model, co pozwala wykluczyć efekty uboczne zastosowanych założeń upraszczających. Aby uniknąć konwergencji błędów między modelem wzorcowym a weryfikowanym, lepiej aby oparte one były na różnych równaniach ruchu (4.56 albo 4.59).



Rys. 6.7 Charakterystyka wilgotnościowa piasku *rehovot sand*

W oparciu o dostępną literaturę zakwalifikowano do dalszych badań wyniki Zaradnego [105] i Rubina [80]. Obydwa modele oparte są na równaniu Buckinghama (4.56), a więc innym niż model prezentowany w niniejszej pracy. Rozwiązania dotyczą infiltracji w głąb pionowej kolumny gruntu, zawierającej piasek o niskiej wilgotności. Pracę obu autorów podają wyczerpujące informacje na temat charakterystyk hydraulicznych użytych gruntów. Ponadto w obu przypadkach dokonano tych samych najważniejszych uproszczeń – pominięto histerezę i rolę powietrza. Wyniki wzorcowych

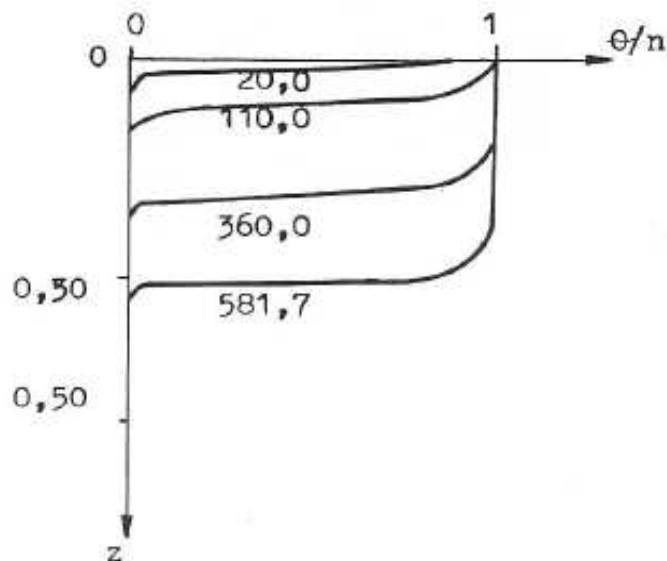
rozwiązań numerycznych zostały zweryfikowane w trakcie badań laboratoryjnych przeprowadzonych albo przez samego autora [105] albo przez współpracowników [35] i wykazały bardzo dobrą zgodność z doświadczeniem. Ponieważ jednak Rubin rozważa bardziej różnorodne warunki brzegowe i ściślej definiuje przyjęty w swym modelu kształt charakterystyk, jego właśnie wynikami posłużono się przy weryfikacji.



Rys. 6.8 Charakterystyka przewodnościowa piasku *rehovot sand*

Rubin [78,80] rozpatruje filtrację w pionowej kolumnie o wysokości około 60 cm wypełnionej drobnoziarnistym piaskiem *rehovot sand*. Grunt ten charakteryzują następujące parametry [80]:

- maksymalna wilgotność przy nawilżaniu $\theta_n = 0.397$,
- wysokość wznosu kapilarnego $h_k = 0.12$ [m],
- maksymalny współczynnik przewodności przy nawilżaniu $k_n = 1.33 \cdot 10^{-4}$ [m/s].



Rys. 6.9 Wyniki Rubina dla zasilania zapewniającego zatopienie powierzchni $r = 1.995 \cdot 10^{-4}$ m/s

Analityczny opis krzywej nawilżania podany został w postaci skomplikowanej funkcji eksponencjalno-potęgowej, a charakterystyki przewodnościowej w formie wzoru Gardnera (4.43).

W innej pracy [77] przedstawiony został pełny, empiryczny opis charakterystyki wilgotnościowej z uwzględnieniem histerezy. Przebieg charakterystyk przedstawiają rysunki 6.7 i 6.8. W stanie początkowym piasek był całkowicie wysuszony, tak że wilgotność była wyłącznie efektem adsorpcji : $\theta_o = \theta_a = 0.005$. Stąd wynikał również stały rozkład wilgotności w kolumnie.

Górna powierzchnia kolumny była zasilana ze stałą wydajnością, przy czym nie dopuszczano do pętrzenia wody. Badano infiltrację dla trzech wartości zasilania :

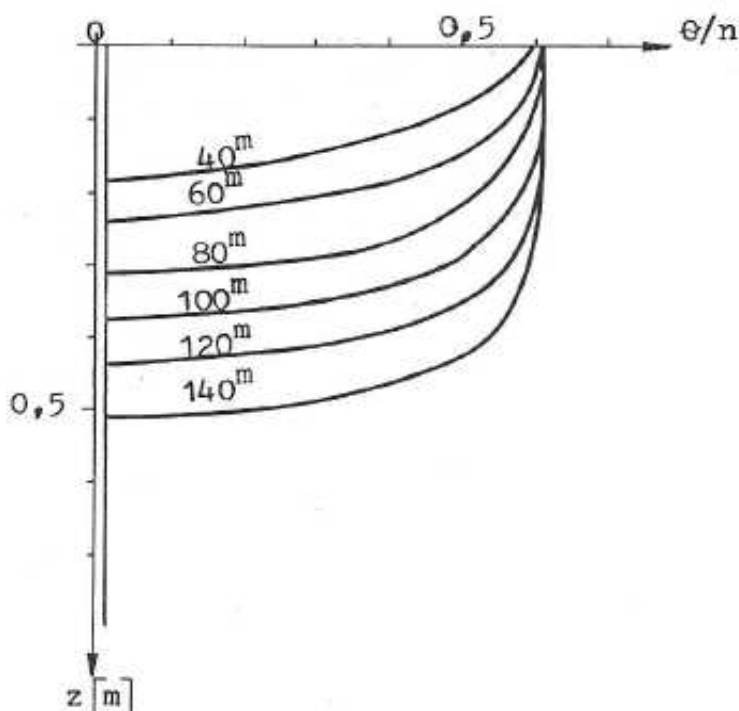
$$\left. \begin{array}{l} -r = 3.528 \cdot 10^{-6} \text{ [m/a]} \\ -r = 1.306 \cdot 10^{-5} \text{ [m/s]} \end{array} \right\} \text{ w całości wchłaniane przez grunt,}$$

$$-r = 1.995 \cdot 10^{-4} \text{ [m/s]} \text{ zapewniające zatopienie powierzchni.}$$

Przebieg procesu dla każdego przypadku przedstawiają rysunki 6.9, 6.10 i 6.11.

6.6.2. Przebieg uzyskany na modelu

W testowanym modelu numerycznym symulowano jednowymiarowy przepływ w kolumnie pionowej o wysokości 0.5 m. Użyta została siatka dyskretna o skoku $\Delta z = 1$ cm, co odpowiada 50 węzłom. Założono dopuszczalną wartość błędu wilgotności, wynoszącą 5 % θ_r . Charakterystyki gruntowe odtworzone zostały przy użyciu opisu logistycznego (4.26 i 4.46). W charakterystyce wilgotnościowej przyjęto dla uproszczenia $\theta_a = 0$. W związku z tym przy parametrach $C = 2.24$ i $D = 1.45$ uzyskano dobrą zgodność z krzywą wzorcową jedynie dla h_s od 6 do 30 cm (rys. 6.7). Charakterystyka przewodnościowa odtworzona została dokładniej. Dla wysokości ssania większych od 18 cm przyjęto $A = 1.02$ i $B = 2.45$, natomiast dla mniejszych – $A = 1.26$ i $B = 5.28$ (rys. 6.8).

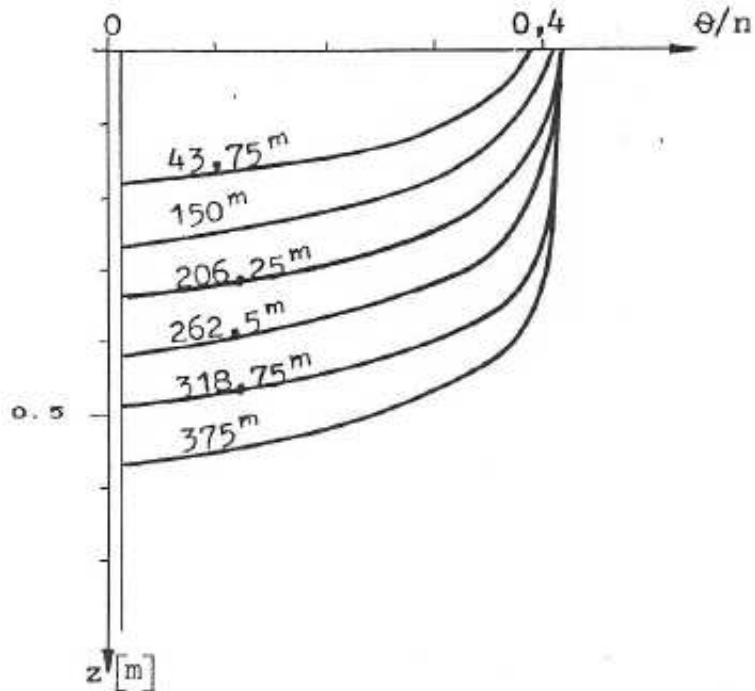


Rys. 6.10 Wyniki Rubina dla zasilania $r = 1.306 \cdot 10^{-5}$ m/s

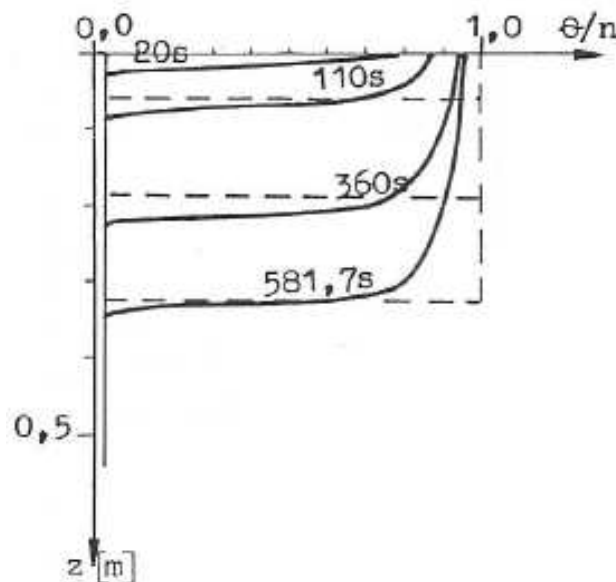
W efekcie zastosowania uproszczonej charakterystyki wilgotnościowej warunkowi początkowemu odpowiadał pewien niewielki przepływ, stanowiący zarazem dolny warunek brzegowy. Dla niższych wartości zasilania wynosił on $4.217 \cdot 10^{-9}$ m/s, a dla zatopienia powierzchni $9.52 \cdot 10^{-14}$ m/s. Wyniki symulacji numerycznej przedstawiają rysunki 6.12, 6.13 i 6.14.

Na wymienionych rysunkach linią przerywaną przedstawiony został również przebieg procesu, wyznaczony przy użyciu modelu hydraulicznego. W przypadku zasilania $r = 3.528 \cdot 10^{-6}$

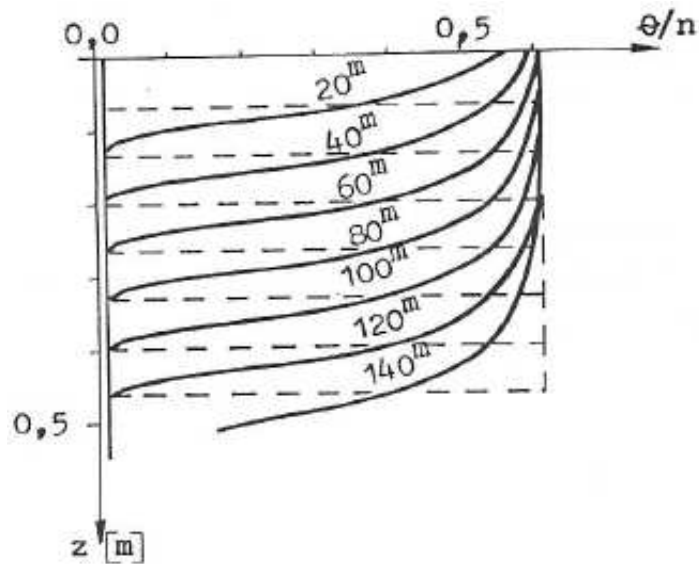
i $r = 1.306 \cdot 10^{-5}$ m/s dla wyznaczenia wilgotności maksymalnej θ_{\max} zastosowano zależność (5.32), zaś wzór (5.34) pozwolił określić położenie frontu. Natomiast w przypadku zasilania $r = 1.995 \cdot 10^{-4}$ m/s zadanie było bardziej złożone. Początkowo infiltracja odbywała się ze stałą wydajnością zgodnie ze wzorem (5.16) aż do osiągnięcia zatopienia gruntu w chwili, gdy front znajdował się na głębokości 24 cm (wzór 5.17). Odtąd przepływ stopniowo spadał, a położenie frontu określano przy użyciu formuły (5.13)



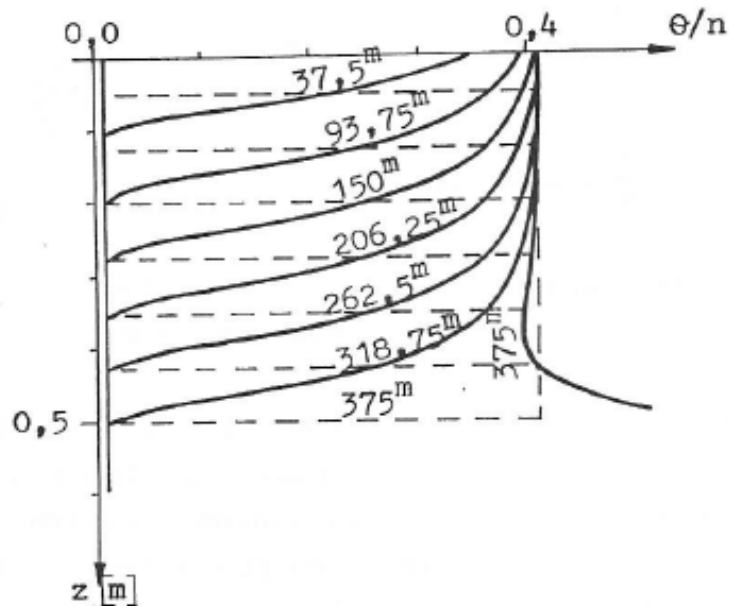
Rys. 6.11 Wyniki Rubina dla zasilania $r = 3.528 \cdot 10^{-6}$ m/s



Rys. 6.12 Symulacja numeryczna dla zasilania zapewniającego zatopienie powierzchni $r = 1.995 \cdot 10^{-4}$ m/s



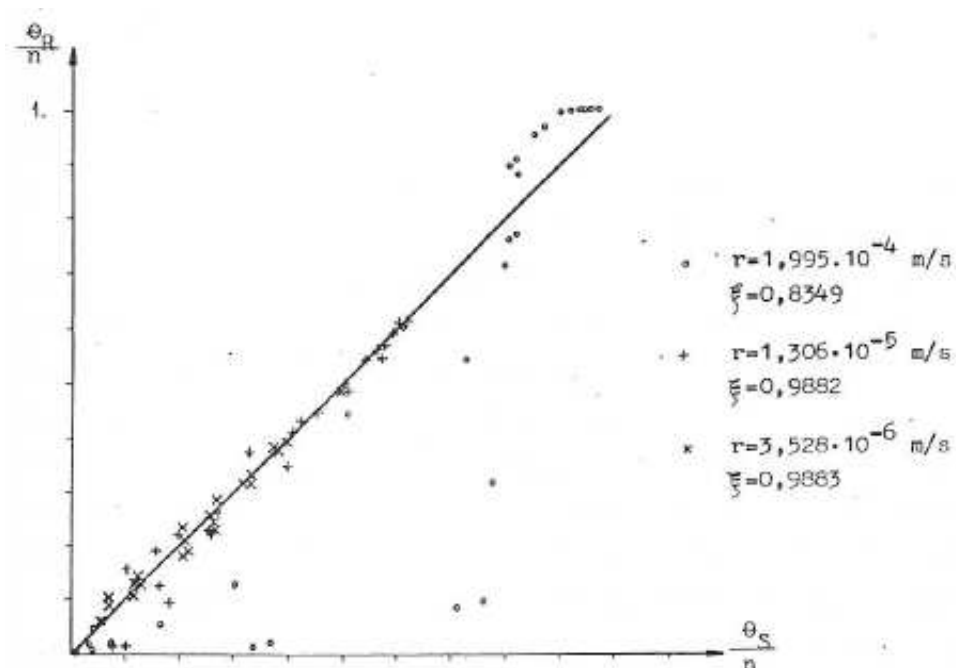
Rys. 6.13 Symulacja numeryczna dla zasilania zapewniającego zatopienie powierzchni $r = 1.306 \cdot 10^{-5}$ m/s



Rys. 6.14 Symulacja numeryczna dla zasilania zapewniającego zatopienie powierzchni $r = 3.528 \cdot 10^{-5}$ m/s

6.6.3. Porównanie przebiegów

Już zwykle porównanie rysunków, przedstawiających wyniki Rubina i uzyskane dzięki zastosowaniu omawianego tu modelu, pozwalają zauważyć wyraźne podobieństwo lub nawet identyczność odpowiadających sobie wykresów. W sposób wymierny przedstawia to rys. 6.15, gdzie porównano ze sobą wilgotności uzyskane przez Rubina (θ_R) i w wyniku symulacji (θ_S) dla około stu punktów, wziętych ze wszystkich przebiegów, o identycznych współrzędnych z i t .



Rys. 6.15 Korelacja pomiędzy wynikami Rubina(θ_R) i w wynikami symulacji numerycznej (θ_S)

Przy zasilaniu $r = 3.528 \cdot 10^{-6}$ m/s korelacja jest najlepsza, a współczynnik korelacji [121] osiąga wartość $\xi = 0.9883$. Wartość tę uzyskano dzięki pominięciu danych dla ostatniego terminu $t = 375$ minut. Zupełnie odmienny kształt profilu wilgotności w tym momencie w porównaniu z wynikami Rubina jest efektem użycia krótszej kolumny gruntu. Bardzo mały stały odpływ przez jej dno spowodował, że po dojściu frontu zwilżania do podstawy, kolumna zaczęła się napełniać wodą. W dłuższej kolumnie Rubina nie miało to oczywiście miejsca.

W przypadku zasilania $r = 1.306 \cdot 10^{-5}$ m/s front również osiągnął dno kolumny, ale nastąpiło to na tyle późno, że ograniczony odpływ nie zdążył jeszcze spowodować spiętrzenia wody i dla $t = 140$ minut profil zilżania jest nieznacznie tylko odkształcony. Współczynnik korelacji dla tego przebiegu jest również wysoki, $\xi = 0.9882$, mimo uwzględnienia w obliczeniach ostatniego profilu.

Natomiast znacznie gorszy wynik osiągnięto dla zatopienia powierzchni, choć korelacja w dalszym ciągu jest zadowalająca – $\xi = 0.8349$. Wyraźnie widoczne jest tu zmniejszenie wartości θ_{\max} , a co za tym idzie przyspieszenie ruchu frontu. Jest to efekt złego dopasowania charakterystyki wilgotności dla niskich wysokości ssania. Dla przyjętych parametrów C i D , zerowej wysokości ssania odpowiada wilgotność równa w przybliżeniu tej, która osiągnięto na modelu (θ_{\max}), podczas gdy charakterystyka wzorcowa wykazuje dla tego punktu nasycenie wyższe (θ_n). Wypływa stąd wyraźny wniosek co do wpływu dokładności odwzorowania charakterystyk na rozwiązanie modelowe. Mało istotna jest jak widać precyzja przy wyznaczaniu niskich wilgotności, dla których przewodność gruntu jest minimalna. Natomiast w pobliżu stanu nasycenia, gdzie współczynnik $k_f(\theta)$ osiąga znaczne wartości, przebieg nawilżania jest bardzo silnie uzależniony od kształtu charakterystyki $\theta(h_s)$.

Ogólnie można stwierdzić, że opracowany model numeryczny dobrze oddaje rzeczywistość, przynajmniej w zakresie wynikającym z założeń upraszczających. Dzieje się tak pomimo wprowadzenia uśrednienia współczynników przewodności i retencji, co oznacza że zostało ono dokonane poprawnie. Pozytywne wyniki weryfikacji modelu, uzyskane mimo jego stosunkowo prostej budowy, Pozwalają wykorzystać go do prognozowania przepływów podziemnych dla różnego stopnia nasycenia gruntu.

Rysunki 6.12 do 6.14 wskazują również na dużą dokładność omawianego w rozdziale 5 modelu hydraulicznego. Pominięto tu możliwość wyznaczenia kształtu frontu (wzór 5.42), ze względu na

większy nakład obliczeń niż w pozostałych wzorach analitycznych. Jednakże zarówno wartość maksymalna θ_{\max} jak i średnie położenie frontu zwilżania $Z_f(t)$ zostały wyznaczone z bardzo dobrą dokładnością. W przypadku zatopienia powierzchni wynik (przynajmniej w zakresie tych dwóch wielkości) jest nawet lepszy niż uzyskany w wyniku symulacji numerycznej. Daje to z kolei podstawy do szerokiego zastosowania modelu hydraulicznego w praktyce.

7. PRZYKŁADY ROZWIĄZAŃ

Przedstawiony w poprzednim rozdziale model numeryczny pozwala prześledzić procesy filtracji zachodzące pod dnem stawu infiltracyjnego w czasie jego eksploatacji. Ich znajomość jest konieczna przy projektowaniu i ocenie wydajności tego obiektu. Symulacja cyfrowa umożliwia zarówno określenie rozmiarów czy stopnia nasycenia strefy przesączania, jak i wielkości równoczesnego wzbogacenia w wodę warstwy wodonośnej, decydującego o wydajności ujęcia. Poniżej przytoczono wyniki obliczeń przeprowadzonych dla kilku typowych przypadków stawu nawadniającego i zasilającego. Porównanie rozwiązań uzyskanych przy braku kolmatacji dna zbiornika, z odpowiadającymi im rozwiązaniami uwzględniającymi ten proces, pozwoliło ocenić wpływ, jaki ma kolmatacja na przebieg zasilania warstwy wodonośnej. Tam, gdzie było to możliwe wyniki symulacji numerycznej zestawiono z wynikami obliczeń opartych na modelu hydraulicznym.

7.1. Opis modelowanego obiektu

Modelowane ujęcie infiltracyjne wzorowane jest na tym, które pracuje na stacji wodociągowej *Bielany* w Krakowie, przy czym dane zostały w pewnym stopniu zgeneralizowane. Bariera studni chłonnych jest tam zlokalizowana równolegle do koryta Wisły, w odległości około 300 metrów od niego. Między rzeką a barierą, w odległości około 100 metrów od tej pierwszej, ciągnie się zespół stawów infiltracyjnych (dawne stawy rybne), zasilanych wodą z Wisły i pobliskiej Sanki [7]. Zbiorniki te mają szerokość 30 do 60 m i długość w kierunku równoległym do Wisły 60 do 250 m.

Warstwę wodonośną stanowią piaski i żwiry czwartorzędowe o miąższości około 10 m, przykryte kilkumetrowym nadkładem słabo przepuszczalnych glin pylastych [111]. Pokrycie gliniaste jest nieciągłe i miejscami warstwa wodonośna kontaktuje się z powierzchnią. Spąg warstwy wodonośnej stanowią nieprzepuszczalne ility miocenske. Stany wód gruntowych kształtują się pod wpływem poziomu wody w Wiśle.

7.1.1. Parametry modelu dyskretnego

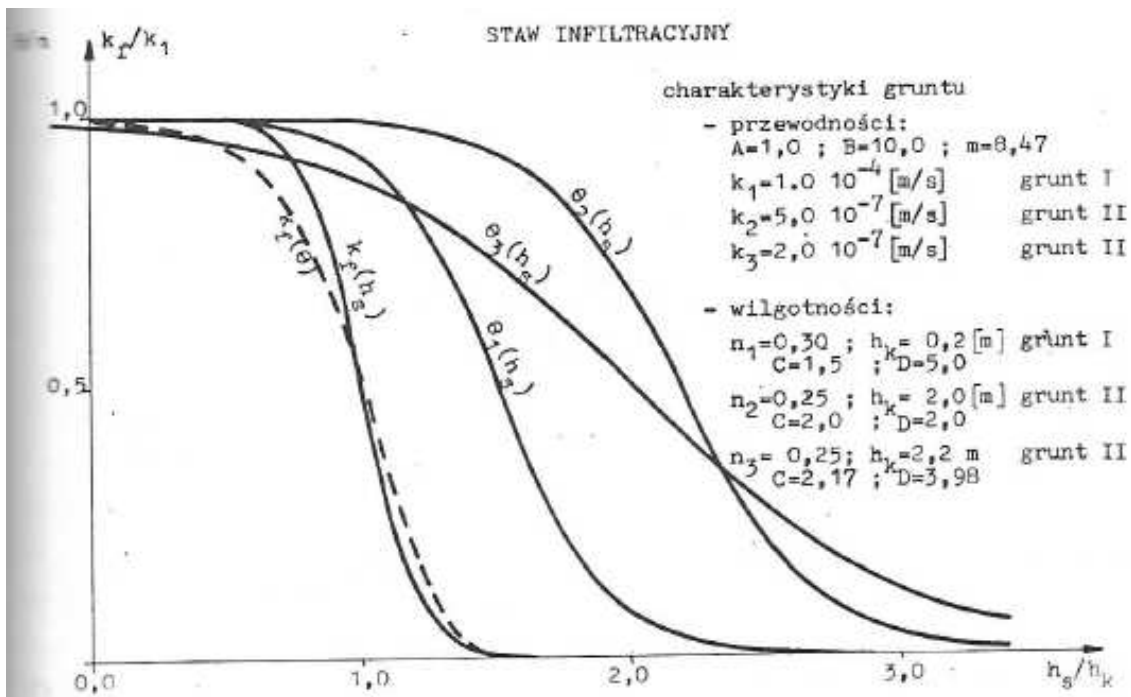
Na modelu przyjęto szerokość stawu infiltracyjnego na poziomie zwierciadła (B_w) wynoszącą 40 m, przy nachyleniu skarp 1:2. Odległość L_1 pomiędzy stawem a rzeką (rys. 5.7) wynosi 100 m, odległość L_2 pomiędzy stawem a barierą studzien – 160 m. Przy rzędnej terenu 203 m n.p.m. poziom zwierciadła w stawie przyjęto na wysokości 202 m, poziom dna na 200 m. Poziomy spąg warstwy wodonośnej zalega na rzędnej 192 m (rys. 7.5). W modelu stawu zasilającego przyjęto istnienie pomiędzy powierzchnią terenu a rzędną 199 m (rys. 7.8) warstwy słabo przepuszczalnej. Tak więc miąższość tej warstwy pod dnem stawu wynosi 1 metr.

Cały obszar filtracji został zdyskretyzowany przy pomocy jednorodnej siatki prostokątnej o oczkach $\Delta x \cdot \Delta z = 20 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}$ (rys. 6.1). W tej sytuacji rozmiary siatki wynoszą 15×12 węzłów co po dostosowaniu do geometrii warstwy daje 171 węzłów należących do modelu.

Parametry gruntu ocenione zostały na podstawie danych petrograficznych. Dla warstwy wodonośnej przyjęto współczynnik filtracji $k_1 = 10^{-4} \text{ m/s}$, współczynnik porowatości $n_1 = 30 \%$ i wysokość podciągania kapilarnego $h_{k1} = 20 \text{ cm}$ (grunt I). Parametry warstwy słaboprzepuszczalnej (grunt II) różniły się w różnych wersjach modelu stawu zasilającego i wynosiły :

– $k_2 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$, $n_2 = 25 \%$, $h_{k2} = 2 \text{ m}$ (staw podtopiony),

– $k_3 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$, $n_3 = 25 \%$, $h_{k3} = 2.2 \text{ m}$ (staw nie podtopiony).



Rys. 7.1 Charakterystyki gruntowe wykorzystane w modelu

Zgodnie z założeniami modelu pominięto histerezę charakterystyk, zakładając ich jednoznaczny charakter. Kształt charakterystyk dla poszczególnych gruntów przedstawia rys. 7.1.

Przed rozpoczęciem eksploatacji stawu infiltracyjnego założono ustalony przepływ wody pomiędzy rzeką a barierą studzien. Przy nawadnianiu przyjęto przy tym rzędną wody w rzece 197.5 m n.p.m. i rzędną zwierciadła wody w studniach – 194.5 m n.p.m.. Natomiast przy zasilaniu poprzez warstwę słabo przepuszczalną odpowiednie wysokości wynosiły 196.5 i 193.5 m. Takie obniżenie poziomu zwierciadła wód gruntowych pozwoliło wyraźniej zobrazować przebieg procesu w strefie aeracji, której miąższość dzięki temu była większa.

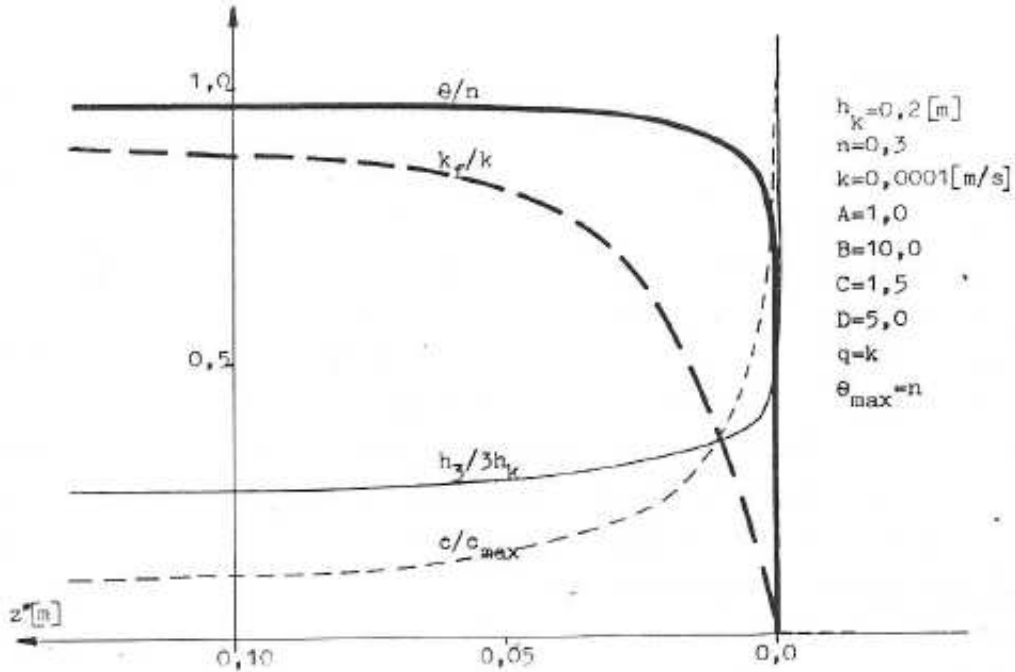
W następnych rozdziałach przedstawiono sześć przykładów rozwiązań numerycznych :

- staw nawadniający bez uwzględnienia kolmatacji dna,
- szczegółowe rozwiązania filtracji pod dnem stawu nawadniającego,
- staw zasilający bez uwzględnienia kolmatacji i bez podtopienia dna,
- staw zasilający bez uwzględnienia kolmatacji, z podtopieniem dna przez spiętrzone zwierciadło wody gruntowej,
- staw nawadniający z dnem ulegającym kolmatacji,
- staw zasilający z dnem ulegającym kolmatacji.

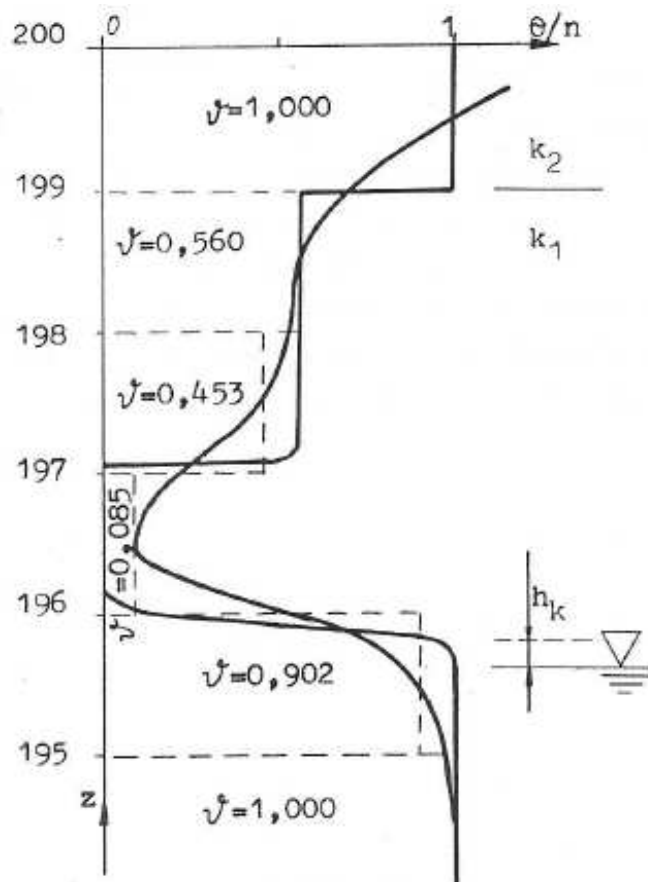
7.1.2. Opracowanie wyników symulacji numerycznej

Ze względu na duże rozmiary oczka siatki, nieco uwagi trzeba poświęcić kwestii opracowania i przedstawienia obliczeń. Model numeryczny pozwala wyznaczyć jedynie średnie wartości wilgotności i wysokości hydraulicznej w bloku. Jest to informacja wystarczająca przy małej skali modelu (zobacz rozdz. 6.6.2). Przy dużej skali uzyskuje się jednak dla wilgotności mało precyzyjny wykres schodkowy (rys. 7.3, linia przerywana). Interpretacja takiego wykresu wymaga pewnego rozeznania w rozpatrywanym zagadnieniu. Niepełne nasycenie gruntu może pojawić się zarówno w przypadku, gdy w bloku, po przejściu przezeń frontu zwilżania, wystąpi wilgotność θ_{max} (blok 198.5 m na rys 7.3), w sytuacji gdy w obszarze bloku znajdzie się swobodne zwierciadło (blok 195.5 m) czy wreszcie wtedy, gdy zawiera on w danej chwili front zwilżania (blok 197.5 m). Wilgotność średnia może też być wynikiem wspomnianego już w rozdziale 6.1.2 rozmycia

(wygładzenia) przebiegu wartości średnich w porównaniu z lokalnymi. Potraktowanie wartości θ_j jako wartości lokalnych $\theta(z_j)$ w węzłach siatki i wyznaczenie profilu drogą interpolacji (cienka linia ciągła na rys. 7.3) daje tu jedynie *grube* przybliżenie – nie jest poprawna średnia wilgotność w węźle, nie zostaje też zachowany prawidłowy profil wilgotności. W efekcie na przykład porównanie wyników modelu numerycznego i hydraulicznego byłoby mało precyzyjne i przez to bezcelowe.



Rys. 7.2 Profil zwilżania w przepływie pionowym dla stawu nawadniającego



Rys. 7.3 Schemat opracowania wyników modelowania

Dlatego też zdecydowano się w określonych przypadkach, w których istniały przesłanki dotyczące rzeczywistego profilu wilgotności, opracować wyniki w taki sposób, by odpowiadały one rzeczywistemu przebiegowi wilgotności lokalnych (gruba linia ciągła na rys. 7.3). Najprostszym przypadkiem jest hydrostatyczny rozkład ciśnień, jaki panuje przed nawiązaniem kontaktu hydraulicznego ze stawem w profilu pionowym strumienia poziomego. W przypadku tym kształt profilu odpowiada bezpośrednio charakterystyce wilgotności: $\theta(z-z_w) = \theta(h_s)$, gdzie z_w stanowi rzędną zwierciadła wód gruntowych, którą można wyznaczyć zarówno na podstawie średniej wysokości hydraulicznej jak i średniej wilgotności w bloku.

W sytuacji gdy infiltrujący strumień jest nienasycony i front zwilżania znajduje się w obrębie bloku (o czym świadczą znaczne zmiany wilgotności w czasie), konieczne jest wyznaczenie wilgotności θ_{\max} . Najprostszym sposobem jest tu obserwacja wilgotności w blokach, przez które front już przeszedł (blok 198.5 m na rys. 7.3). Zakładając teraz niemal prostokątny kształt frontu zwilżania, można wyznaczyć jego położenie w bloku ze wzoru:

$$z_f = z_j + \left(\frac{1}{2} - \frac{\theta_j - \theta_o}{\theta_{\max} - \theta_o} \right) \Delta z, \quad (7.1)$$

gdzie j – kolejny numer węzła liczony w kierunku pionowym (porównaj rys. 6.1). Rzeczywisty kształt frontu można określić dla danej wilgotności θ_{\max} ze wzoru (5.42), przy zastosowaniu zależności (5.32) do wyznaczenia wielkości zasilania (dla strumienia nawadniającego przedstawia go rys. 7.2).

Pewne trudności występują również przy wyznaczaniu położenia swobodnego zwierciadła (czy w ogóle linii równych ciśnień), o czym wspomiano już w rozdziale 6.1.3. Ponieważ odchylenia rzeczywistego rozkładu potencjałów H od funkcji liniowej są proporcjonalne do oporów między węzłami, uwzględnienie faktu, że błąd interpolacji w poziomie jest przy zadanej anizotropii siatki wielokrotnie większy od błędu w pionie (stosunek oporów: $k_f \Delta x / \Delta z \div k_f \Delta z / \Delta x = 1 \div 400$), pozwala już na poprawne wyznaczenie przebiegu izopiez.

7.2. Staw nawadniający

W przypadku znacznej jednorodności i dość wysokiej przewodności warstwy wodonośnej, zalegającej pod dnem stawu infiltracyjnego, kolmatacja dna zaczyna odgrywać rolę dopiero po dłuższym czasie. Nawet przy najwyższym współczynniku kolmatacji β_2 (zob. wzór 3.6), wynoszącym 10^{-4} [s⁻¹], wyraźniejsze obniżenie przepływów zachodzi dopiero po kilkunastu godzinach pracy stawu, tak że w gruntach piaszczystych początkową fazę procesu można badać z pominięciem kolmatacji. Tak właśnie zrobiono w przedstawionym poniżej rozwiązaniu. Pozwoliło to również, przez porównanie z rozwiązaniem kolmatację uwzględniającym, określić rolę jaką ona spełnia w procesie zasilania warstwy wodonośnej.

Cały proces oddziaływania pomiędzy stawem infiltracyjnym a warstwą wodonośną daje się wyraźnie podzielić (rys. 7.5) na dwa etapy – swobodną infiltrację w głąb strefy aeracji i (po nawiązaniu kontaktu hydraulicznego) nawadnianie warstwy wodonośnej przez staw.

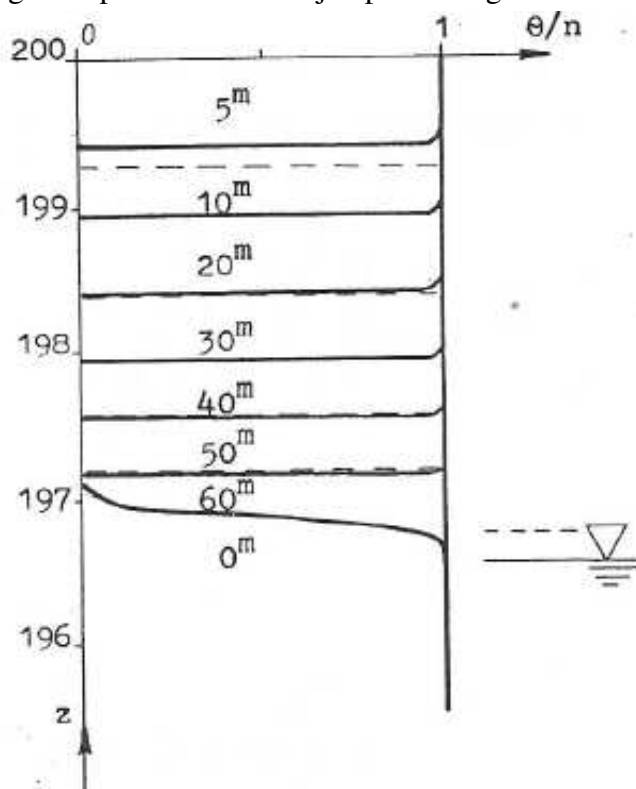
Model dyskretny o stosunkowo rzadkiej siatce węzłów (zgodnie z danymi z rozdz. 7.1.1) nie pozwala ściśle określić kształtu swobodnego zwierciadła w bezpośrednim sąsiedztwie stawu. Szerokość stawu $B_w = 2 \Delta x$ jest odwzorowana z dokładnością do $+\Delta x/2$, a więc rzędu 25 %. Trudno zatem wymagać dokładnego wyznaczenia poprzecznych rozmiarów infiltrującego strumienia. Z tego względu model ogólny uzupełniono modelem szczegółowym, obejmującym jedynie 7 i 8 kolumnę węzłów tego pierwszego. Umożliwiło to zmniejszenie wartości Δx do 2.857 m, dzięki czemu błąd szerokości strumienia mógł być niższy od 4 % B_w . Rozwiązanie to przedstawiono na rys. 7.6. Jak widać krok Δx został dobrany w ten sposób, by węzłom kolumn 7 i 8

modelu ogólnego odpowiadały węzły kolumn 4 i 11 w modelu szczegółowym. Zastosowanie stałych warunków brzegowych nie pozwoliło oczywiście uzyskać pełnej zgodności między modelami w drugim etapie ruchu, założony cel został jednak osiągnięty.

7.2.1. Infiltracja swobodna

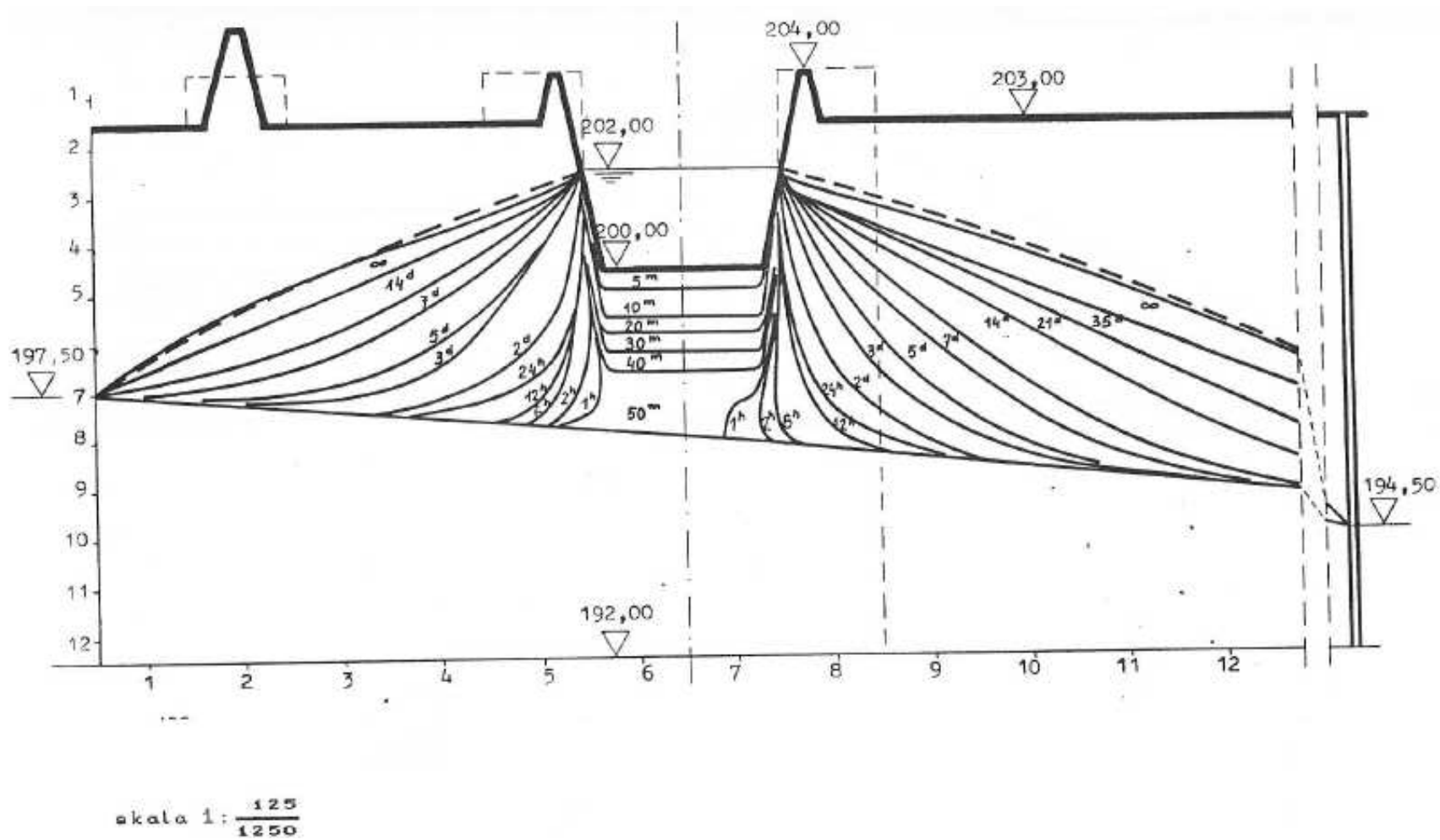
Zwierciadło wód gruntowych, odpowiadające ustalonemu przepływowi pomiędzy rzeką a barierą studzien, położone jest na głębokości około 3.5 m pod dnem stawu infiltracyjnego. Jeśli uwzględnić strefę kapilarną, daje to w osi stawu 3.15 m strefy aeracji, w której minimalna wilgotność utrzymywana jest tylko siłami adsorpcji (θ_a). W modelu założono, że napełnienie stawu następuje w jednej chwili i od tego momentu utrzymywane jest na stałym poziomie. Jest to pewne uproszczenie, które jednak nie powoduje większych błędów, za wyjątkiem może najwcześniejszej fazy ruchu, gdy spadek hydrauliczny jest bliski nieskończoności. Średnia wydajność w ciągu pierwszych 5 minut nie przekracza jednak 24 l/m²/s, co jest zupełnie realne i odpowiada zasilaniu stawu o długości 60 m przy pomocy rurociągu $\varnothing 500$ mm. Oczywiście samo napełnienie stawu wymagałoby co najmniej godziny. Pominięcie tego zagadnienia nie wynikało z założeń modelu, a dokonane zostało jedynie w celu maksymalnego uproszczenia obliczeń.

Brak ograniczeń w zasilaniu wodą powoduje, że pod dnem stawu rozwija się pełny profil wilgotności o kształcie niemal prostokątnym (porównaj rys. 7.2). Zgodnie z przewidywaniami modelu hydraulicznego (rozdz. 5.4.3) tempo ruchu frontu stopniowo maleje od 12 do 3.7 cm/min. na skutek wydłużania się drogi filtracji przy stałej różnicy ciśnień. Pozwala to osiągnąć pełne nasycenie całej kolumny gruntu pod dnem stawu już po około godzinie trwania procesu (rys. 7.4).

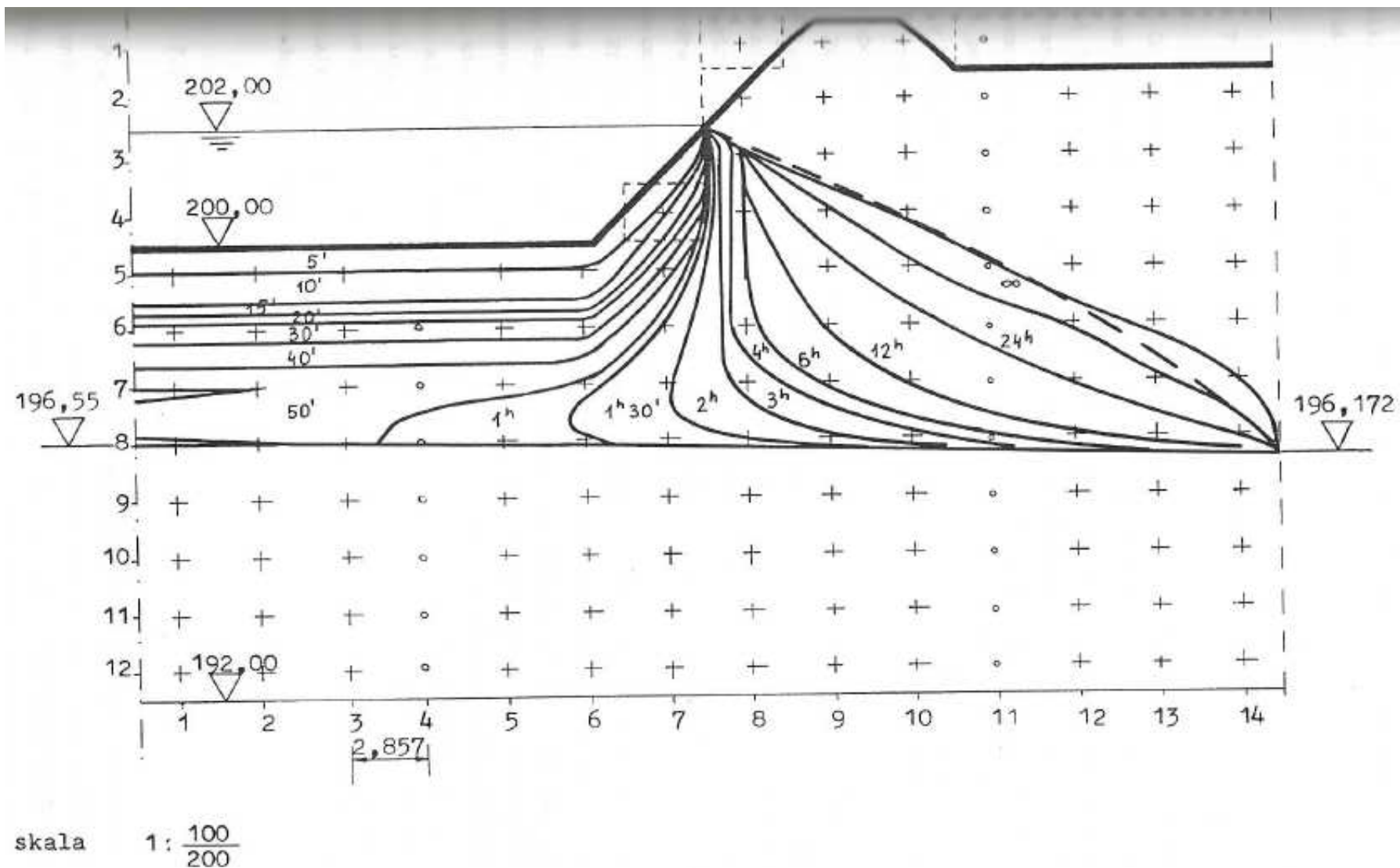


Rys. 7.4 Przebieg nawilżania gruntu pod dnem stawu nawadniającego

Rozkład ciśnień nie zmienia się w tak prosty sposób, ze względu na istnienie strefy kapilarnej i liniowy charakter interpolacji silnie nieliniowej w rzeczywistości funkcji H (rys 7.5). Stąd też pewne niewielkie opóźnienie przebiegu swobodnego zwierciadła w stosunku do frontu zwilżania w pierwszej fazie infiltracji i pozorny skok prędkości w okresie nawiązywania kontaktu ze strumieniem poziomym. Opierając się na wartościach ciśnienia w sąsiednich węzłach i zakładając liniowy charakter interpolacji, nie sposób wszak stwierdzić istnienia depresji na odcinku



Rys. 7.5 Zmiany zwierciadła wód gruntowych w czasie pracy stawu nawadniającego



Rys. 7.6 Szczegółowy obraz zmian zwierciadła wód podziemnych w bezpośrednim otoczeniu stawu nawadniającego

międzywęzłowym. Ponadto, po dotarciu frontu do strefy kapilarnej strumienia poziomego, wyrównanie ciśnień następuje bardzo szybko, jako że przy pełnym nasyceniu retencja gwałtownie spada. Obraz ruchu przedstawiony na rys. 7.5 należy więc uznać za poprawny. Pewna asymetria w końcowej fazie infiltracji swobodnej wywołana jest różnicami miąższości wypełnianej strefy aeracji, związanymi z istnieniem spadku zwierciadła gruntowego. Jak wynika z rysunku 7.6, na tym etapie procesu infiltrujący strumień praktycznie nie ulega dywergencji, ale prędkość infiltracji na skarpach stawu jest tylko niewiele mniejsza niż pod jego dnem, co należy przypisać właśnie wymianie poziomej.

7.2.2. Nawadnianie warstwy wodonośnej

Od momentu nawiązania kontaktu hydraulicznego stawu z warstwą wodonośną, w otoczeniu infiltrującego strumienia zaczyna wytwarzać się kopuła wód gruntowych. W miarę jednak jak zasięg piętrzenia wzrasta, rośnie obszar, w którym obserwowane są zmiany stanów. Równocześnie stopniowo wyrównują się spadki zwierciadła. Wszystko to powoduje powolne zmniejszanie się ilości infiltrującej wody i w końcowym efekcie obniżanie prędkości zachodzących zmian. Przyrosty ciśnienia w danym punkcie będą więc zanikać z czasem w sposób eksponencjalny.

Ze względu na niesymetryczne położenie stawu infiltracyjnego względem pionowych granic warstwy wodonośnej, a także wskutek istnienia spadku zwierciadła wód podziemnych, asymetria w obrazie piętrzenia, powstała w momencie nawiązania kontaktu hydraulicznego, utrzymuje się nadal. Jej przejawem jest szybszy wzrost stanów od strony rzeki.

Efektom tej asymetrii jest także różny w każdej części warstwy czas ustalania się ruchu. Teoretycznie ustalenie następuje dopiero po okresie nieskończenie długim, w praktyce jednak od pewnego momentu zmiany stają się już bardzo niewielkie. W części warstwy od strony rzeki moment taki ma miejsce po około dwóch tygodniach, od strony przeciwnej po około miesiącu od napełnienia stawu. Zmiany, choć niemal niezauważalne, zachodzą jeszcze przez długi czas, dając w efekcie ponad półmetrowy przyrost stanów. Po ustaleniu się przepływów wydajność bariery studzien jest przeszło siedem razy większa niż przed rozpoczęciem nawadniania.

7.2.3. Model hydrauliczny

Położenie frontu zwilżania w etapie infiltracji swobodnej można wyznaczyć przy pomocy modelu Greena-Ampta, to jest wzoru (5.13). Ponieważ poszukiwana jest wartość z_f dla wyznaczonych wartości czasu t , obliczenia przeprowadza się drogą kolejnych przybliżeń. Wyniki obliczeń naniesiono na rysunku 7.4 linią przerywaną. Jak widać, zgodność z modelem numerycznym jest bardzo dobra, mimo pewnych różnic w pierwszych pięciu minutach. W odróżnieniu od modelu hydraulicznego, w modelu numerycznym nie pojawi się nieskończenie duża początkowa prędkość infiltracji, mimo zastosowania dość krótkiego kroku czasowego ($\Delta t = 20$ s). Przeciętne prędkości wyrównują się jednak już po około dziesięciu minutach i dalej oba modele dają niemal identyczne wyniki. W efekcie czas nawiązania kontaktu hydraulicznego, wynoszący w modelu Greena-Ampta 59 minut i 45 sekund, pokrywa się z oceną uzyskaną z modelu numerycznego.

Innym elementem dającym się wyliczyć przy pomocy modelu hydraulicznego jest kształt zwierciadła wód gruntowych, jaki ustali się po dłuższym czasie trwania procesu. Ponieważ stosunek $B_0/m_g = 41.02/4.55 = 9.01 \gg 4/3$ i można zaniedbać straty w ruchu pionowym, do wyznaczenia linii depresji wykorzystano wzór (5.54), zastosowany niezależnie do odcinków L_1 i L_2 . Ponieważ na tych odcinkach nie występuje infiltracja ($w = 0$), trzeci składnik pod pierwiastkiem zostanie wyzerowany, natomiast wartości H_1 i H_2 będą odpowiadały warunkom granicznym (dla $L = L_1$ $H_1 = 5.5$ m, $H_2 = 10$ m; dla $L = L_2$ $H_1 = 10$ m, $H_2 = 2.5$ m). Uzyskany wynik przedstawiono na rysunku 7.5 linią przerywaną. Zgodność z wynikami modelu numerycznego jest dość dobra, choć widać również pewne różnice. W pobliżu stawu model hydrauliczny daje stany zawyżone

o kilkanaście centymetrów, co odpowiada właśnie pominiętym stratom hydraulicznym w ruchu pionowym pomiędzy stawem a warstwą wodonośną. Natomiast przy zewnętrznych granicach modelu wyniki są nieco zaniżone. Wyraźniej widać to na rysunku 7.6, gdzie różnica jest większa. Jest ona efektem pominięcia w modelu hydraulicznym roli strefy kapilarnej, ale również w pewnym stopniu sposobu zadania warunku brzegowego dla tej strefy w modelu numerycznym. Warunek ten zakłada bowiem, że filtr studni obejmuje tylko jej część zatopioną, a więc występuje pewien zeskok hydrauliczny, pominięty w obliczeniach analitycznych. Błąd maleje przy mniejszych spadkach zwierciadła i na ogół można go zaniedbać.

7.3. Staw zasilający nie podtopiony

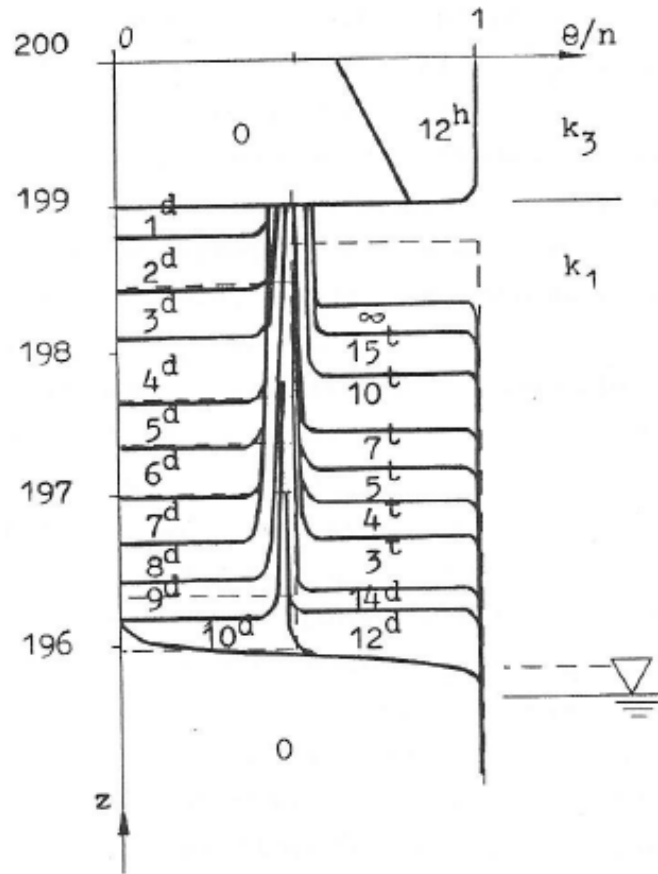
W przypadku wystąpienia pod dnem stawu warstwy słabo przepuszczalnej, nie dochodzi do nawiązania bezpośredniego kontaktu z warstwą wodonośną. O wielkości zasilania decyduje przewodność półprzepuszczalnego przewarstwienia. Warstwa wodonośna oddziałuje jednak w pewnym stopniu na wielkość infiltracji, wytwarzając na spągu przewarstwienia ciśnienie dławiące przepływ. Rola tego ciśnienia jest na ogół dość duża, jeśli tylko wartość zasilania w sposób istotny wpływa na stopień nasycenia infiltrującego strumienia. W miarę wzrostu wilgotności strumienia zasilanie spada, gdyż równocześnie maleje odpowiadająca tej wilgotności wysokość ssania (rośnie ciśnienie dławiące). Po pewnym czasie ustala się wreszcie stan równowagi pomiędzy wydajnością zasilania r i wilgotnością θ_{\max} na spągu warstwy słabo przepuszczalnej. Od tego momentu wielkość zasilania nie ulega zmianie. Może się jednak zdarzyć, że jest ona na tyle duża, iż po pewnym czasie spiętrzone zwierciadło wód gruntowych sięgnie stropu warstwy wodonośnej. Strefa aeracji zaniknie, zaś zasilanie będzie dławione tym bardziej, im wyższe ciśnienie piezometryczne wytworzy się na spągu półprzepuszczalnego przewarstwienia. Stan taki nosi nazwę zasilania podtopionego. Ponieważ sprzężenie zwrotne pomiędzy zależnymi od siebie wielkościami jest tu ujemne (kompensujące), dalsze zmiany prowadzą do dość szybkiego ustalenia przepływu w całym kompleksie. W niniejszym rozdziale parametry warstwy półprzepuszczalnej zostały tak dobrane, aby podtopienie nie wystąpiło. Oznacza to, że warstwa wodonośna może odprowadzać wodę z intensywnością większą niż wielkość zasilania limitowana przez słabo przepuszczalne przewarstwienie.

Na ten dość złożony obraz ruchu wody, w naturze nakłada się jeszcze postępująca kolmatacja. W omawianym przykładzie, podobnie jak w przykładzie poprzednim, proces ten pominięto, co pozwoliło na łatwiejszą interpretację uzyskanych wyników. I tu wydzielono dwa etapy ruchu : etap infiltracji swobodnej i etap zasilania warstwy wodonośnej.

7.3.1. Infiltracja swobodna

Warstwa gliniasta, dzieląca staw infiltracyjny od warstwy wodonośnej, nie jest w chwili początkowej całkowicie osuszona. Wiąże się to z własnościami gruntów gliniastych. O ile przy wysokości ssania rzędu trzech metrów, panującej na granicy warstw, wilgotność piasku odpowiada stanowi powietrzno-suchemu (θ_a), o tyle glina, charakteryzująca się znaczną wysokością kapilarną h_k , będzie w tych warunkach zawierała znaczne ilości wody (porównaj rys. 7.1 : $\theta_1(h_s = 15 h_k) < \theta_2(h_s = 1.5 h_k)$). Czynnikiem dodatkowo zwiększającym wilgotność będzie fakt, że nawet w ruchu ustalonym rozkład ciśnień w profilu pionowym nie jest w takim kompleksie hydrostatyczny, choć odchylenia nie są duże. Przy podanej wysokości ssania przewodność piasku jest praktycznie zerowa, podczas gdy przewodność gliny jest znaczna, mimo niższego współczynnika filtracji ($k_2 \ll k_1$, $k_{f2} \gg k_{f1}$). W tej sytuacji woda, która pod wpływem sił kapilarnych zostanie zaadsorbowana w warstwie gliny, ulegnie w niej równomiernej dystrybucji w poziomie, co odpowiada stałej wysokości ssania. Natomiast w warstwie wodonośnej wysokość ta rośnie

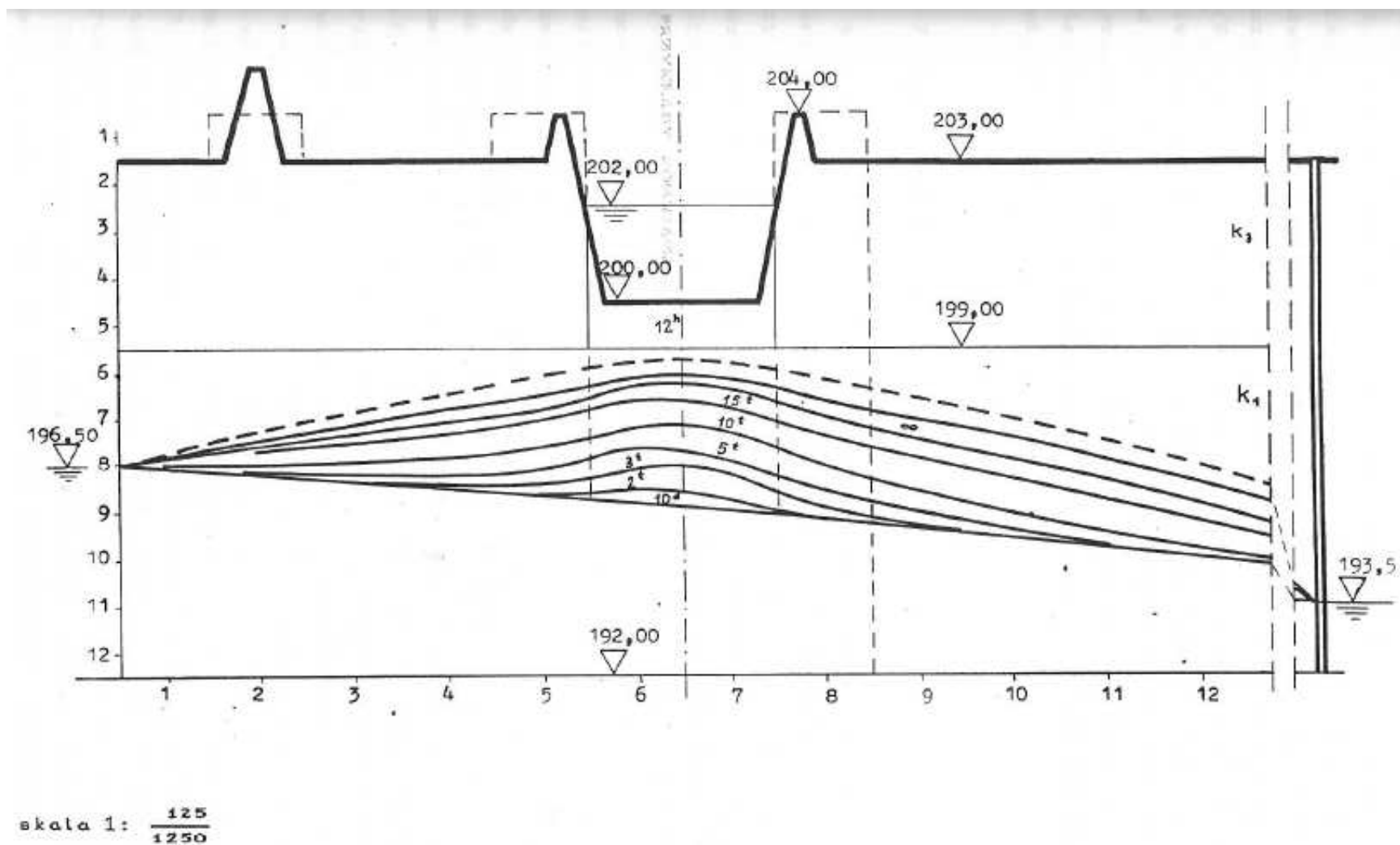
w poziomie wraz ze spadkiem zwierciadła wód podziemnych. Narastające szybko wraz z wysokością ssania opory ruchu dla wymiany międzywarstwowej utrwalają stan, w którym wilgotność gliny cechuje się pewną nadwyżką w stosunku do stanu hydrostatycznego. W omawianym tu przypadku średnia wilgotność warstwy półprzepuszczalnej pod dnem stawu wynosi 17.9 % (rys. 7.7), podczas gdy stanowi hydrostatycznemu odpowiadałaby wilgotność $\theta_0 = 13.2\%$.



Rys. 7.7 Przebieg nawilżania gruntu pod dnem nie podtopionego stawu zasilającego

Mimo braku równowagi między warstwami, w każdej z osobna rozkład wilgotności jest hydrostatyczny. Przy wspomnianym już obniżeniu warunków brzegowych o jeden metr i jednometrowej miąższości przewarstwienia, daje to średnią wysokość strefy aeracji pod dnem stawu $m_a = 3.1$ m.

Znaczna wilgotność początkowa powoduje, że warstwa słaboprzepuszczalna zostaje nasycona względnie szybko – już po około 10 godzinach (kilkaset razy niższy współczynnik filtracji odpowiednio obniża tempo propagacji w porównaniu z przykładem poprzednim). Wraz z rozpoczęciem nasycania warstwy piaszczystej następuje omówiony wcześniej spadek zasilania. Początkowo zmiany są szybkie, w miarę jednak dochodzenia do równowagi ulegają spowolnieniu, tak że wilgotność maksymalna θ_{ma} , która w pierwszych godzinach wynosiła około 12 %, przed nawiązaniem kontaktu hydraulicznego dochodzi do 14 %. Wraz z wilgotnością ustala się wydajność infiltracji, osiągając pod koniec etapu wartość $r = 4$ cm/dobę. W tych warunkach prędkość propagacji frontu ulega niewielkim zmianom (rys. 7.7), obniżając się z początkowych 37 do 26 cm/dobę w końcowej fazie infiltracji swobodnej (przeciętnie około 31 cm/dobę). Kontakt hydrauliczny zostaje nawiązany po około 9.8 dnia.



Rys. 7.8 Zmiany zwierciadła wód gruntowych w czasie pracy niepodtopionego stawu zasilającego

7.3.2. Zasilanie warstwy wodonośnej

Ze względu na niski stopień nasycenia, strumień infiltracji zasilający warstwę wodonośną nie ulega niemal poprzecznej dywergencji. Po nawiązaniu pośredniego kontaktu hydraulicznego między stawem infiltracyjnym a warstwą, w strefie infiltracji B_f rozpoczyna się pietrzenie wód gruntowych. Powstająca kopuła narasta w górę, rozplywając się równocześnie na boki i w ten sposób powiększając obszar objęty zmianami. W tej sytuacji, przy stałym zasilaniu, prędkość zmian stopniowo się obniża. Zatem i w tym przypadku ruch będzie ustalał się nieskończenie długo, choć po przekroczeniu pewnego czasu zmiany będą już bardzo powolne. Jak wynika z rysunku 7.8, moment taki nastąpi po około 3.5 miesiąca (15 tygodni), a więc w kilkakrotnie dłuższym czasie niż w przykładzie poprzednim. Ze względu na istnienie retencji, zmiany stanów będą zachodziły najdłużej nie bezpośrednio pod stawem, ale w strefie przyległej do niego, gdzie wilgotność początkowa nie jest podwyższona przez infiltrujący strumień ($\alpha(\theta_o) > \alpha(\theta_{max})$). Dlatego też najsilniejsze w stosunku do otoczenia spiętrzenie pod dnem stawu wystąpi w początkowej fazie zasilania, zaś w ruchu ustalonym obszar ten wyodrębni się stosunkowo nieznacznie. Maksymalna wydajność ujęcia ukształtuje się po ustaleniu stanów i przekroczy wartość pierwotną (sprzed nawiązania kontaktu hydraulicznego ze stawem) 3.6 raza.

7.3.3. Model hydrauliczny

W pierwszej fazie infiltracji, gdy nasycana jest warstwa gliniasta, obliczenia przeprowadza się, podobnie jak w poprzednim przykładzie, przy pomocy wzoru (5.13), z tym że obecnie poszukiwany jest czas osiągnięcia głębokości $z_f = 1$ m. Dla wilgotności początkowej $\theta_o = 17.9\%$ front osiąga granice między warstwami po 10 godzinach i 36 minutach, a więc podobnie jak w modelu numerycznym. Po ustaleniu się równowagi pomiędzy zasilaniem a wilgotnością strumienia w warstwie o wyższej przepuszczalności (obliczenia iteracyjne w/g wzorów 5.27 i 5.32), wydajność obniża się niemal trzykrotnie do wartości 5.7 cm/dobę. Z obliczenia wynika wyższa infiltracja niż z symulacji numerycznej. Wilgotność maksymalna wyniesie w tych warunkach 14.6 %, a prędkość infiltracji około 36 cm/dobę. Widać zatem wyraźnie, że różnica w stosunku do modelu numerycznego jest efektem stopniowego, a nie skokowego, kształtowania się równowagi $r \leftrightarrow \theta_{max}$ w rzeczywistości. Dlatego też położenie frontu wyliczone z modelu hydraulicznego jest początkowo zgodne z wynikami symulacji, później jednak uzyskuje się wartości zawyżone (rys. 7.7, linia przerywana). Czas nawiązania kontaktu jest w związku z tym nieco krótszy – 9.1 dnia, tym bardziej że uwzględniono tu skrócenie strefy nawilżanej dla niższych wilgotności ($\theta_{max} < n$).

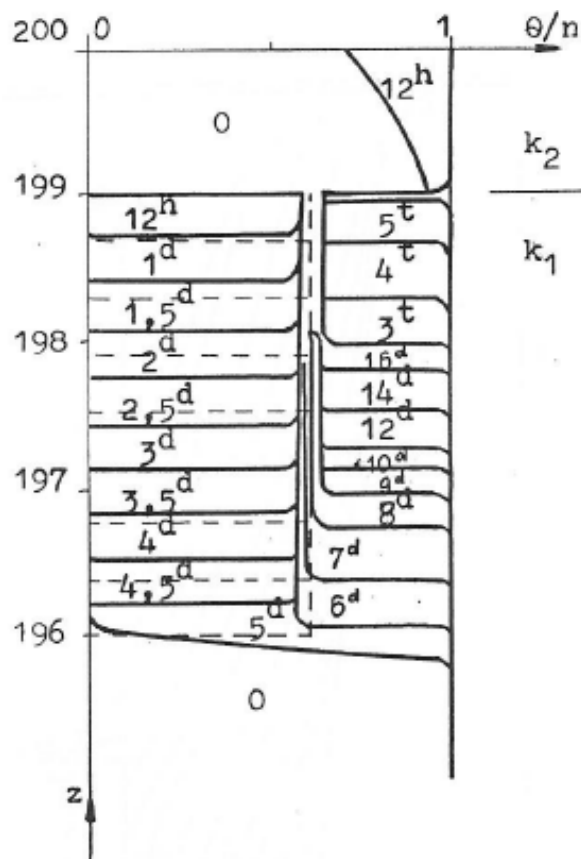
Poziom zwierciadła w ruchu ustalonym został wyliczony przy pomocy wzorów (5.54) do (5.56) dla wyznaczonej wcześniej wartości zasialnia, a zatem również jego położenie jest wyższe niż to wynika z symulacji numerycznej (rys. 7.8, linia przerywana). Występują też niewielkie różnice w kształcie krzywej depresji. Model hydrauliczny nie uwzględnia strat energii w ruchu pionowym, stąd brak jest w wyliczonej krzywej charakterystycznego wypiętrzenia zwierciadła w strefie zasilanej przez staw.

7.4. Staw zasilający podtopiony

Przykład przedstawiony w tym rozdziale różni się od poprzedniego jednym tylko elementem – grunt słabo przepuszczalnego przewarstwienia ma około dwukrotnie wyższą przewodność. Wszystkie pozostałe różnice są konsekwencją tego faktu. Najistotniejszą z nich jest pojawiające się po dłuższym czasie zatopienie strumienia infiltracji przez spiętrzone wody gruntowe.

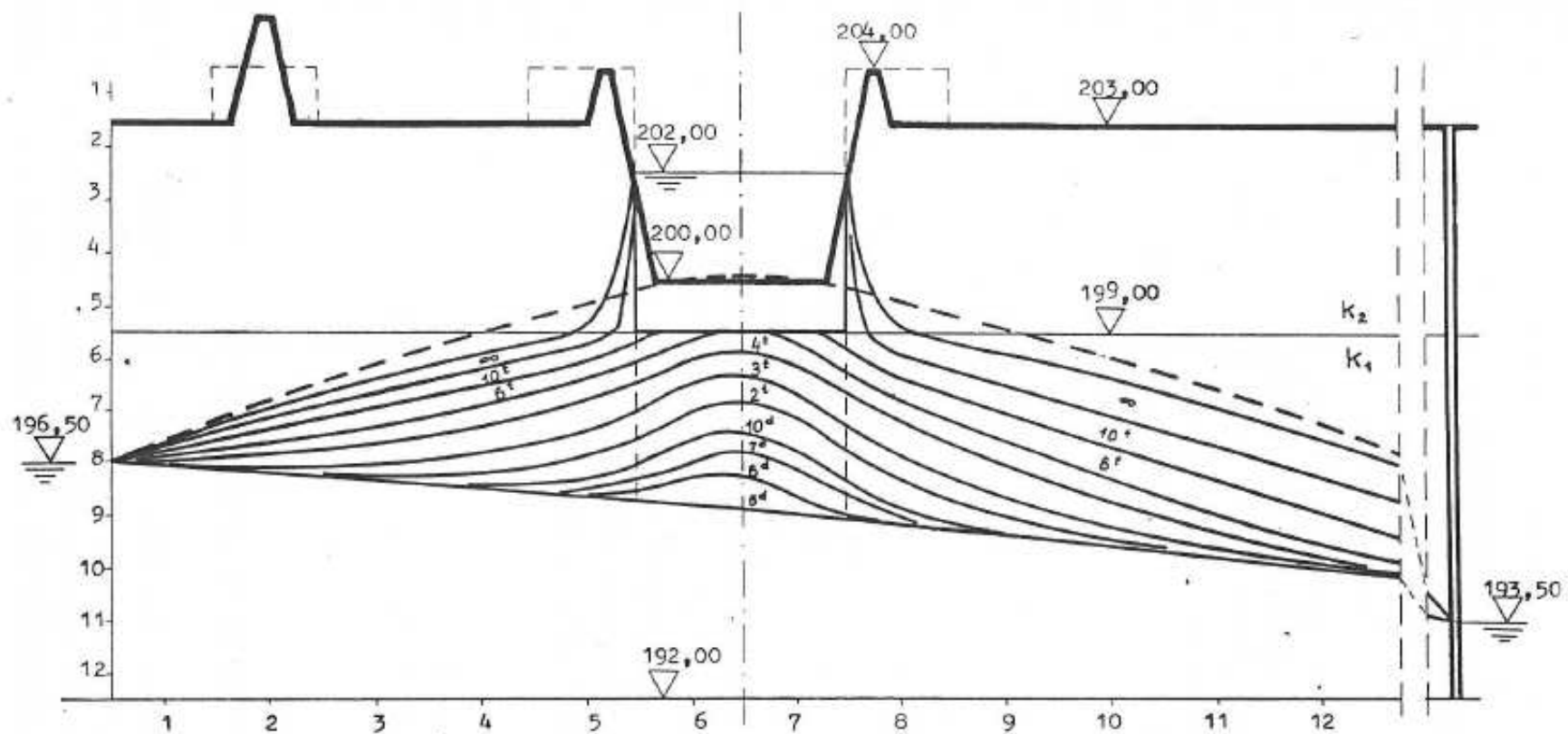
7.4.1. Symulacja numeryczna

Podobnie jak w poprzednim przykładzie, wilgotność warstwy gliniastej zalegającej pod dnem stawu infiltracyjnego jest znacznie wyższa niż położonego niżej piasku i w tym wypadku wynosi 21.1 %. Wyższa wilgotność początkowa i przewodność powodują, że czas przejścia frontu zwilżania przez warstwę oporową jest znacznie krótszy – około 1.2 godziny. Po rozpoczęciu nawilżania warstwy piaszczystej stan równowagi pomiędzy zasilaniem a wilgotnością maksymalną ustala się dość szybko na poziomie $r = 11$ cm/dobę, $\theta_{\max} = 17.4$ %, przy czym zdławienie infiltracji jest, ze względu na wyższą wartość θ_{\max} , odpowiednio większe (7.5 raza). W tej sytuacji prędkość ruchu frontu jest niemal stała i wynosi 63 cm/dobę. Nawiązanie pośredniego kontaktu hydraulicznego następuje po 4.9 dnia, a więc również w czasie o połowę krótszym niż w przykładzie poprzednim (rys. 7.9).



Rys. 7.9 Przebieg nawilżania gruntu pod dnem podtopionego stawu zasilającego

W związku z wcześniejszym rozpoczęciem zasilania warstwy wodonośnej i wyższą wydajnością tego procesu, tempo piętrzenia wód gruntowych jest w tym przykładzie parokrotnie szybsze, zaś warstwa wodonośna nie jest w stanie odprowadzić dostarczonej ilości wody. Powoduje to już po 4 tygodniach (rys. 7.10) taki przyrost poziomu zwierciadła, że strefa aeracji pod dnem stawu zanika, a spąg warstwy półprzepuszczalnej zostaje podtopiony. Związany z tym gwałtowny wzrost ciśnienia zasilania powoduje dość szybkie (po około 2.5 miesiąca od napełnienia stawu) ustalenie się ruchu. Podparcie infiltrującego strumienia jest powodem jego poszerzenia, które w ruchu ustalonym osiąga aż 50 % pierwotnej szerokości B_w . Na granicy ośrodków pojawia się charakterystyczne zalamanie krzywej depresji, przy czym zgodnie z zasadą ciągłości ruchu spadek w ośrodku o niższej przepuszczalności jest większy.



skala 1: $\frac{125}{1250}$

Rys. 7.10 Zmiany zwierciadła wód gruntowych w czasie pracy podtopionego stawu zasilającego

7.4.2. Model hydrauliczny

Czas wymagany dla pełnego nasycenia wodą słabo przepuszczalnego przewarstwienia pod dnem stawu infiltracyjnego, wyliczony z modelu Greena-Ampta (wzór 5.13), wynosi 1 godzinę 58 minut i jest prawie dwukrotnie dłuższy, niż uzyskany w wyniku symulacji numerycznej. Ten ostatni może być jednak obarczony znacznym błędem, gdyż został oceniony na podstawie położenia frontu po 12 godzinach trwania procesu (program nie był nastawiony na bezpośrednie drukowanie tej wielkości). Pozostające w równowadze wartości zasilania i maksymalnej wilgotności w warstwie piaszczystej wynoszą odpowiednio 14 cm/dobę i 18.3 %, więc nieco różnią się od przedstawionych w poprzednim rozdziale. W efekcie prędkość ruchu frontu jest o około 20 % wyższa ($v_f = 77$ cm/dobę), co powoduje, że jego położenie obliczone analitycznie coraz bardziej wyprzedza położenie otrzymane z symulacji numerycznej (rys. 7.9, linia przerywana). O dwadzieścia godzin wcześniej następuje w związku z tym nawiązanie pośredniego kontaktu hydraulicznego (po 4 dniach).

Ze względu na podtopienie spągu warstwy słabo przepuszczalnej, konieczne jest ustalenie wielkości zdławionego zasilania warstwy przez staw infiltracyjny. Dokonano tego metodą iteracyjną, wyznaczając zasilanie ze wzoru (5.54), a na jego podstawie wysokość $h = H - z_p$ ze wzoru (5.55). Uzyskana wartość zasilania wynosi około 8 cm/dobę, kształt zwierciadła w tym wypadku przedstawiono na rysunku 7.10 linią przerywaną. W obliczeniu nie wzięto pod uwagę pojawienia się w środkowej części warstwy reżimu napiętego (a więc miąższości niższej od założonej) i dlatego wyliczone zwierciadło leży o około 40 cm wyżej niż to wynika z modelu numerycznego. Uproszczenie takie nie było konieczne, jednak dokładne obliczenie wymagałoby wyprowadzenia dodatkowych wzorów dla modelu hydraulicznego. Zaniechano tego ze względu na niewielką w stosunku do nakładu pracy spodziewaną poprawę dokładności. Obszar filtracji wymagałby podziału aż na pięć fragmentów (strefy reżimu swobodnego i napiętego na każdym ze skrzydeł + napięta strefa zasilania), co znacznie komplikuje rachunki.

7.5. Wpływ kolmatacji dna na pracę stawu nawadniającego

W dwu poniższych przykładach przedstawiono pracę stawów nawadniającego i zasilającego, w których dno ulega stopniowej kolmatacji. Przypadek stawu nawadniającego odpowiada dokładnie przykładowi pierwszemu (rozd. 7.2), co Pozwoliło określić przez porównanie rolę jaką odgrywa kolmatacja. Spadająca przewodność łożyska stawu powoduje stopniowe obniżanie wydajności zasilania warstwy wodonośnej, a więc i stopniowe opadanie zwierciadła wód gruntowych. Tak więc końcowy stan ustalony, odpowiadający pełnej hydraulicznej izolacji stawu, będzie identyczny z warunkiem początkowym, który wystąpił przed napełnieniem zbiornika. W tej sytuacji nie można oczekiwać poprawnych rezultatów obliczeń stanów w kolejnych etapach kolmatacji, uzyskanych z modelu hydraulicznego. Model ten opisuje wszak tylko procesy stacjonarne, a postęp kolmatacji (jak to pokazano dalej) jest zbyt szybki, aby umożliwić ustalenie się przepływu na danym etapie jej rozwoju. Niemniej uzyskane wyniki obliczeń stanów ustalonych naniesiono na rysunki, co pozwoliło ocenić rolę, jaką odgrywa retencja przy określonych tu warunkach pracy ujęcia infiltracyjnego.

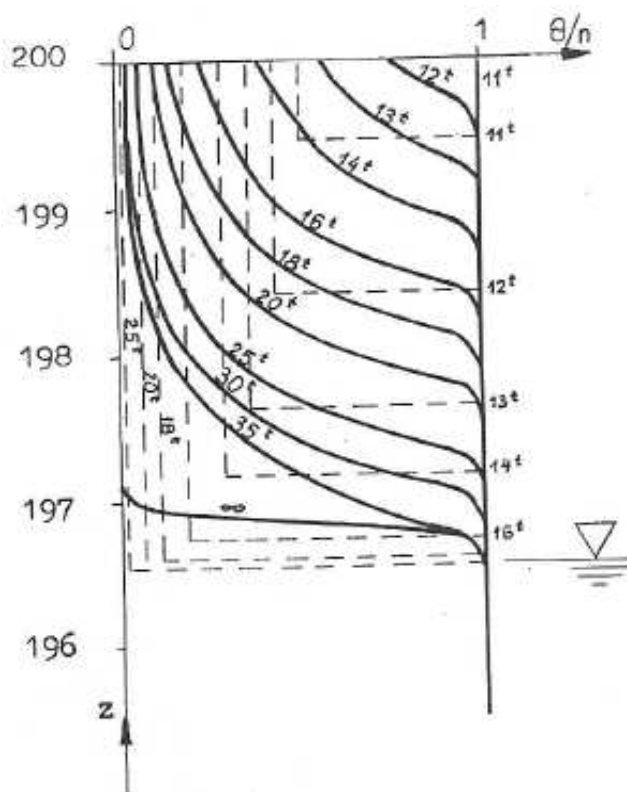
7.5.1. Obliczenie kolmatacji łożyska stawu

Zgodnie z założeniami przyjętymi w rozdziałach 3.3.2 i 6.3.4, kolmatację łożyska stawu uwzględniono poprzez eksponencjalną redukcję w czasie współczynnika filtracji w około polmetrowej warstwie gruntu przyległej do dna zbiornika (wzory 6.84 i 6.85). W obliczeniach przyjęto stosunkowo niską wartość współczynnika regresji czasowej $\beta_2 = 10^{-6}$ [s⁻¹], odpowiadającą redukcji przewodności do połowy w ciągu 8 dni pracy stawu. Pozwoliło to na oddzielenie etapu

nawiazywania łączności hydraulicznej, w którym w takich warunkach kolmatacja nie odgrywa większej roli, od etapu regresji zwierciadła wód gruntowych, gdzie kolmatacja ma znaczenie decydujące. Dzięki temu opis etapu pierwszego pokrywa się dość dobrze z wynikami przedstawionymi w rozdziale 7.2 i może być tu pominięty. Natomiast etap drugi, w którym poziom zwierciadła wód gruntowych systematycznie opada, również daje się przedstawić na jednym rysunku (rys. 7.12).

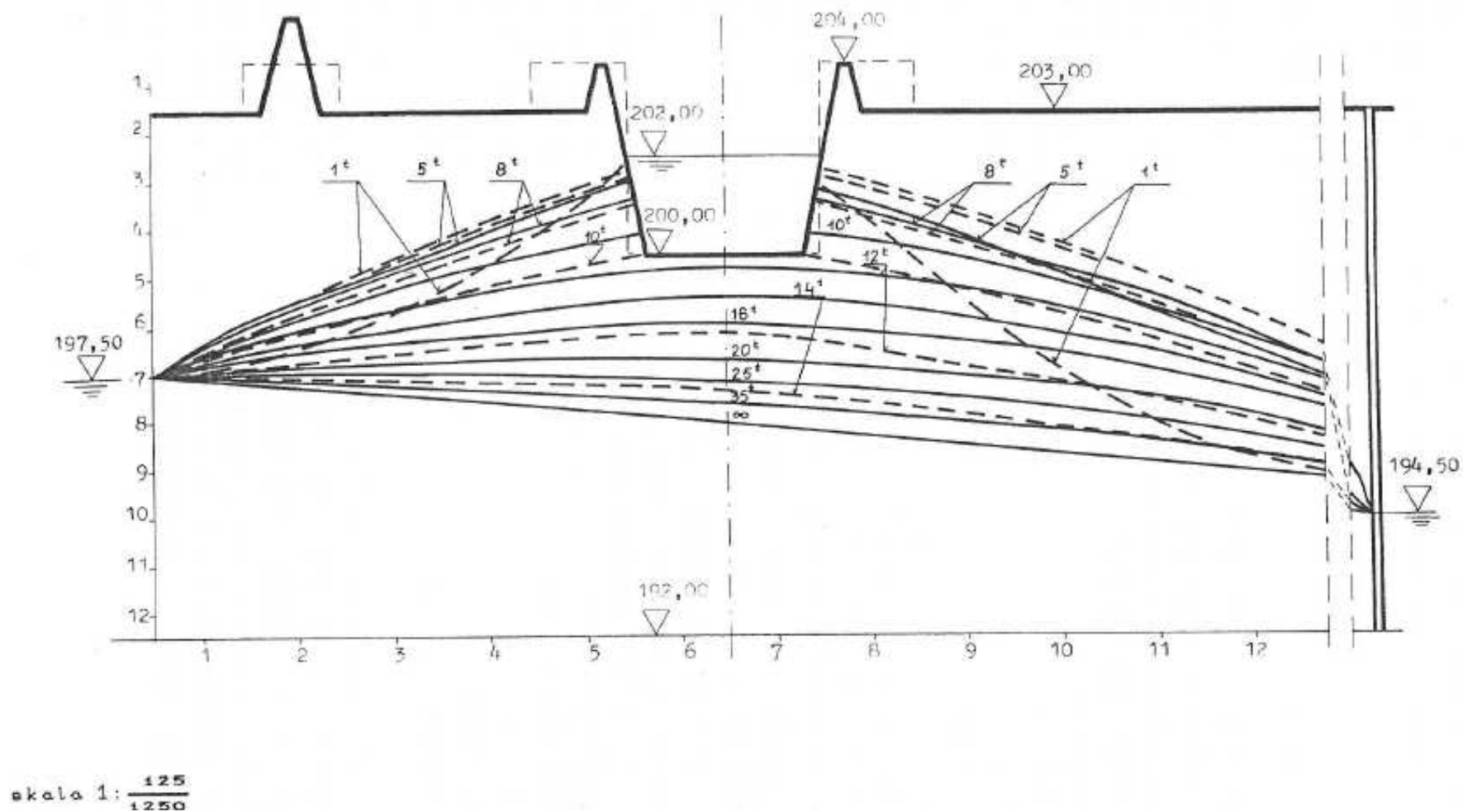
Obniżenie przewodności łożyska stawu powoduje automatycznie spadek wydajności nawadniania, choć zależność ta nie jest bynajmniej liniowa. Obniżanie wydajności jest przyczyną zmniejszania się ciśnienia wody w warstwie nie ulegającej kolmatacji, co z kolei podnosi gradient hydrauliczny w obszarze zakolmatowanym. W ten sposób każda zmiana ilości infiltrującej wody jest silnie kompensowana przez powstałe sprzężenie zwrotne. Początkowa regresja wydajności jest więc bardzo powolna i dopiero po zerwaniu bezpośredniego kontaktu hydraulicznego obu warstw, dalszy spadek zależy od oporu łożyska już w sposób liniowy. Jest to zgodne z podanymi wcześniej wzorami (3.3) i (3.6), w których współczynnik β dla wydajności jest niższy od współczynnika β_2 dla przewodności.

7.5.2. Przebieg zmian stanów wód gruntowych



Rys. 7.11 Przebieg osuszania gruntu pod dnem stawu nawadniającego wywołany kolmatacją

W pierwszym okresie pracy stawu infiltracyjnego przebieg zmian pola filtracji pod jego dnem tylko w nieznacznym stopniu kształtowany jest przez kolmatację. Do momentu nawiązania kontaktu hydraulicznego z warstwą wodonośną opór łożyska stawu wzrasta zaledwie o około 8 %, zatem swobodna infiltracja zachodzi niemal identycznie jak to przedstawia przykład zamieszczony w rozdziale 7.2.1. Również przez dłuższy czas po nawiązaniu kontaktu, który następuje po około godzinie od napełnienia stawu, wpływ kolmatacji jest niewielki. Wyraźniejsze odchylenia w obrazie ruchu powstają dopiero po około 5 tygodniach (rys 7.12). W tym czasie następuje niemal pełne ustabilizowanie zwierciadła na poziomie odpowiadającym w przybliżeniu ruchowi ustalonemu, mimo spadku przewodności łożyska stawu do około 5 % pierwotnej wartości i podobnej redukcji infiltracji przez dno w stosunku do pierwszego przykładu. Natomiast na dopływ



Rys. 7.12 Zmiany zwierciadła wód gruntowych w czasie pracy stawu nawadniającego wywołane kolmatacją jego dna

do bariery studzien kolmatacja w dalszym ciągu nie oddziałuje, tak że, podobnie jak w przykładzie pierwszym, następuje jego prawie pięciokrotny wzrost. Dalszy postęp kolmatacji powoduje opadanie swobodnego zwierciadła wód gruntowych w sąsiedztwie stawu. Mimo to, dzięki bezwładności systemu, wydajność studzien rośnie aż do końca drugiego miesiąca (9 tygodni) pracy, osiągając wartość prawie sześć razy wyższą od pierwotnej (80 % wartości maksymalnej jaka wystąpiła przy braku kolmatacji). Dopóki infiltracja ma charakter podtopiony, na skutek wspomnianego już sprzężenia zwrotnego pomiędzy jej wydajnością a ciśnieniem wody pod dnem stawu, obniżanie się tej pierwszej jest bardzo powolne (rys. 7.15). Wystarczy powiedzieć, że w ciągu kolejnych 6 tygodni, pomimo prawie 40-krotnego spadku przewodności łóżyska, spadek wydajności infiltracji jest zaledwie około trzykrotny (z 12 do 4 cm/dobę).

Po około 12 tygodniach od napełnienia stawu bezpośredni kontakt hydrauliczny z warstwą zostaje zerwany i pod dnem zaczyna rozwijać się strefa niepełnego nasycenia. Od tego momentu wielkość infiltracji zmienia się niemal wyłącznie pod wpływem redukcji przewodności łóżyska. Powoduje to opadanie zwierciadła, a także spadek wilgotności gruntu pod dnem stawu (rys. 7.11). Jak wykazuje porównanie z obliczonymi dla kolejnych wartości zasilania ustalonymi stanami pola filtracji, tempo obniżania się wód podziemnych dyktowane jest przede wszystkim przez retencję związaną z osuszaniem warstwy. Wpływa ona również w sposób wyraźny na kształt profilu wilgotności (rys. 7.11), który dzięki niej ma przebieg stosunkowo łagodny.

W miarę zbliżania się krzywej depresji do położenia zajmowanego przed napełnieniem stawu (stacjonarnego), tempo zmian obniża się, z uwagi na powolną stabilizację dopływu do studzien. Po około 8 miesiącach (35 tyg.) od rozpoczęcia pracy stawu poziom zwierciadła jest wyższy od pierwotnego już nie więcej niż o 40 cm, a wilgotność pod dnem wynosi poniżej 1 %, przy praktycznie zerowej infiltracji ze stawu ($r = 3.64 \cdot 10^{-8}$ m/dobę). Mimo to wydajność bariery jest jeszcze o ponad 50 % wyższa od pierwotnej. Całkowitego ustabilizowania wydajności na poziomie początkowym można się spodziewać dopiero po około rocznym cyklu pracy.

7.5.3. Model hydrauliczny

Jak już wspomniano wyżej, model hydrauliczny, który opisuje stany ustalone, nie może w sposób poprawny oddawać ruchu o charakterze niestalonym, jaki pojawia się w przypadku regresji zwierciadła wód gruntowych wywołanej kolmatacją dna stawu. Jak widać z rysunku 7.12, na którym linią przerywaną naniesiono stacjonarne poziomy wód podziemnych, wyliczone przy zasilaniu zredukowanym przez kolmatację, różnice w stosunku do modelu numerycznego są dość znaczne. Pominięta w modelu hydraulicznym retencja wyraźnie opóźnia rzeczywisty przebieg zmian. Początkowo objawia się to niższymi od ustalonych stanami wody. Obraz ruchu zbliżony do ustalonego otrzymuje się przejściowo dopiero po około 8 tygodniach trwania procesu. W okresie końcowym odpływ nagromadzonej w gruncie wody opóźnia przebieg zmian około dwukrotnie, tak że stany wyliczone z modelu hydraulicznego są ponownie coraz bardziej zaniżone. Podobnie wygląda ocena wilgotności gruntu pod dnem stawu. Fakt, że czas pojawienia się tam powietrza jest w obu modelach porównywalny (około 11 tyg.), jest raczej wynikiem zbiegu okoliczności, a konkretnie przyjętej wartości β_2 , niż zbieżności modeli. Uzyskane wilgotności są silnie zaniżone (rys. 7.11), choć odchylenia są w górnej części profilu wyraźnie mniejsze. Należało się zresztą tego spodziewać, jako że przepływ uwalnianej wody ulega kumulacji w kierunku jej przemieszczania.

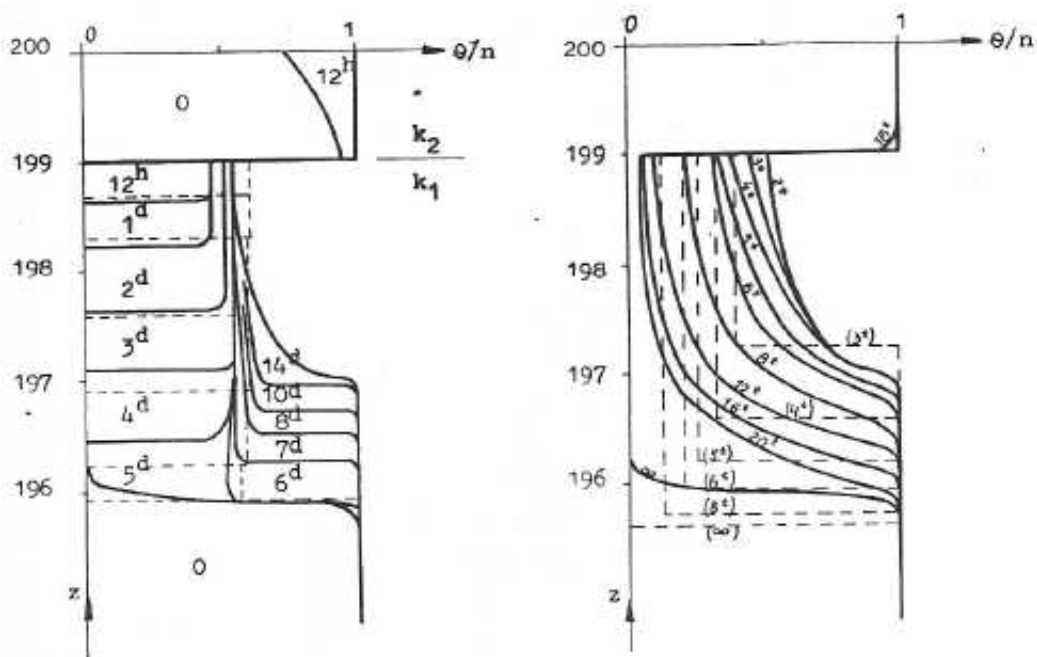
Z przedstawionego porównania wynika wyraźnie, że modelu hydraulicznego nie można stosować do obliczania stanów wody w gruncie nawet w przypadku powolnej kolmatacji i wysokich współczynników filtracji. Wyjątkiem jest jedynie wyznaczanie przepływu pierwotnego i końcowego w warstwie wodonośnej. Dobrych wyników można się natomiast spodziewać przy opisie infiltracji swobodnej.

7.6. Wpływ kolmatacji na pracę stawu zasilającego

Ostatni przykład przedstawia wpływ kolmatacji dna na pracę stawu opisanego w rozdziale 7.4. Zalegającą pod dnem stawu warstwę słabo przepuszczalną tworzy grunt gliniasty, którego charakterystyki oznaczono numerem 2 (rys. 7.1). Geometrię pola filtracji i warunki brzegowe przedstawia rysunek 7.14. Sposób modelowania kolmatacji, jak i wartość współczynnika regresji czasowej β_2 , przyjęto w tym przykładzie zgodnie z opisem zamieszczonym w rozdziale 7.5.1. Dzięki temu proces filtracji przebiegał w początkowym okresie bardzo podobnie jak przy braku kolmatacji i dopiero w miarę jej narastania pojawiły się większe różnice. W odróżnieniu jednak od przykładu poprzedniego, tu oddziaływanie kolmatacji na stan wód gruntowych daje się zauważyć od samego początku pracy zbiornika. Jest to wynikiem braku podtopienia infiltrującego strumienia, które w poprzednim przykładzie tak wyraźnie stabilizowało proces. Natomiast, ze względu na te same parametry gruntu tworzącej warstwę wodonośną, opóźniające oddziaływanie retencji w warstwie było podobne.

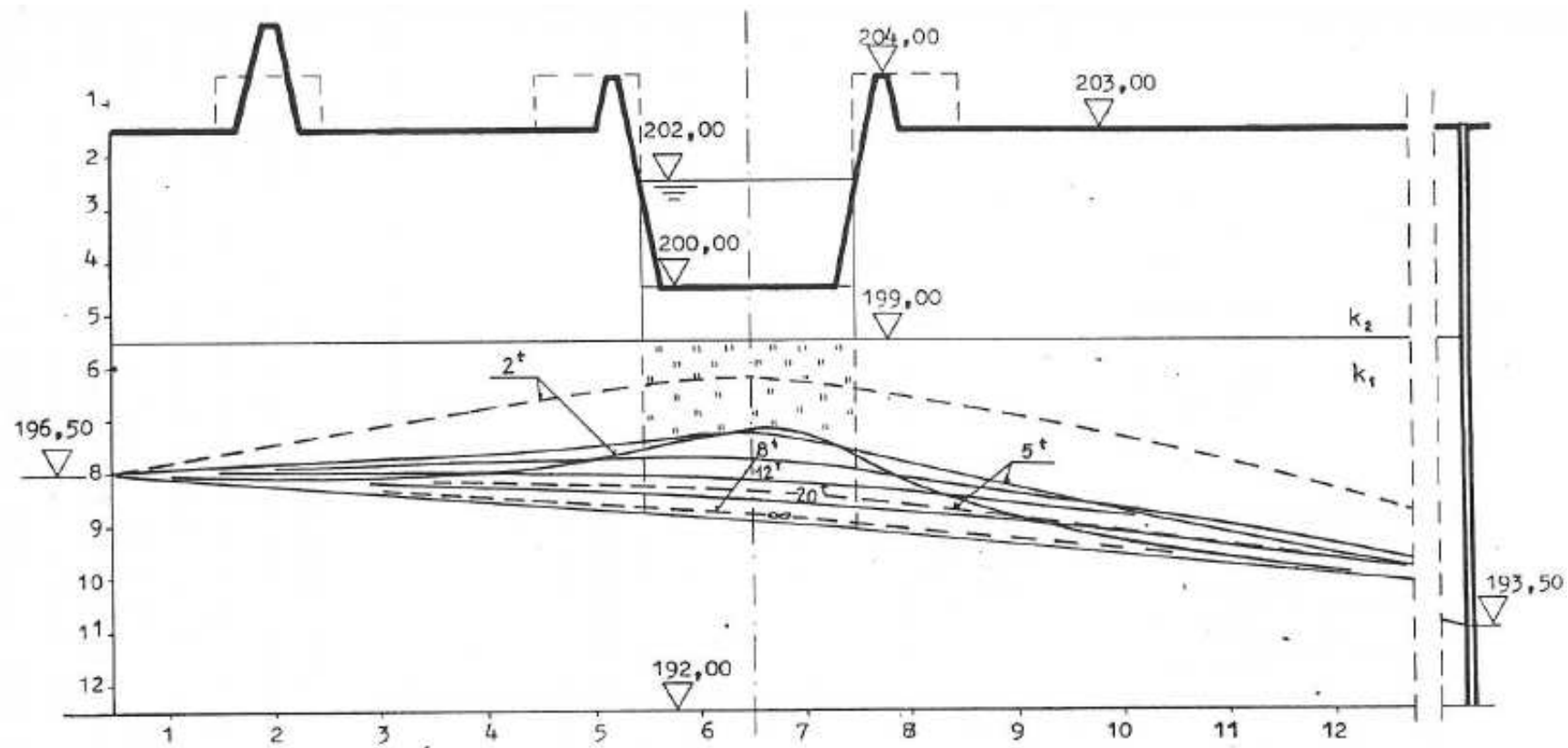
7.6.1. Symulacja numeryczna

Dławienie zasilania przez warstwę słabo przepuszczalną powoduje, że okres infiltracji swobodnej jest w przypadku stawu zasilającego wielokrotnie dłuższy niż przy nawadnianiu. W tym czasie postęp kolmatacji łożyska jest już znaczny (rys. 7.15), a więc rozwój profilu wilgotności pod dnem stawu nie jest już identyczny jak w przypadku braku kolmatacji (rozd. 7.4), choć różnice nie są duże (porównaj rys. 7.13 i 7.9). Pełne nasycenie warstwy słabo przepuszczalnej Występuje w tym samym czasie, ale spadające systematycznie zasilanie (od 11 cm/dobę do 9 po pięciu dniach) powoduje, że przeciętna wilgotność maksymalna jest niższa i wynosi 16.7 %. W efekcie czas nawiązania kontaktu hydraulicznego wydłuża się do 5 dni.



Rys. 7.13 Przebieg osuszania gruntu pod dnem stawu zasilającego przy uwzględnieniu kolmatacji

Po rozpoczęciu zasilania warstwy wodonośnej różnice pomiędzy przypadkami o różnym tempie kolmatacji narastają coraz bardziej. Po dwóch tygodniach pracy stawu szczyt kopuły wód gruntowych przestaje się podnosić (rys. 7.14), przy czym jego poziom jest już wtedy o przeszło 30 cm niższy niż przy braku kolmatacji. Ustabilizowana sytuacja pod dnem stawu utrzymuje się przez kilka kolejnych tygodni. Równocześnie oddziaływanie piętzenia rozszerza się w kierunku granic

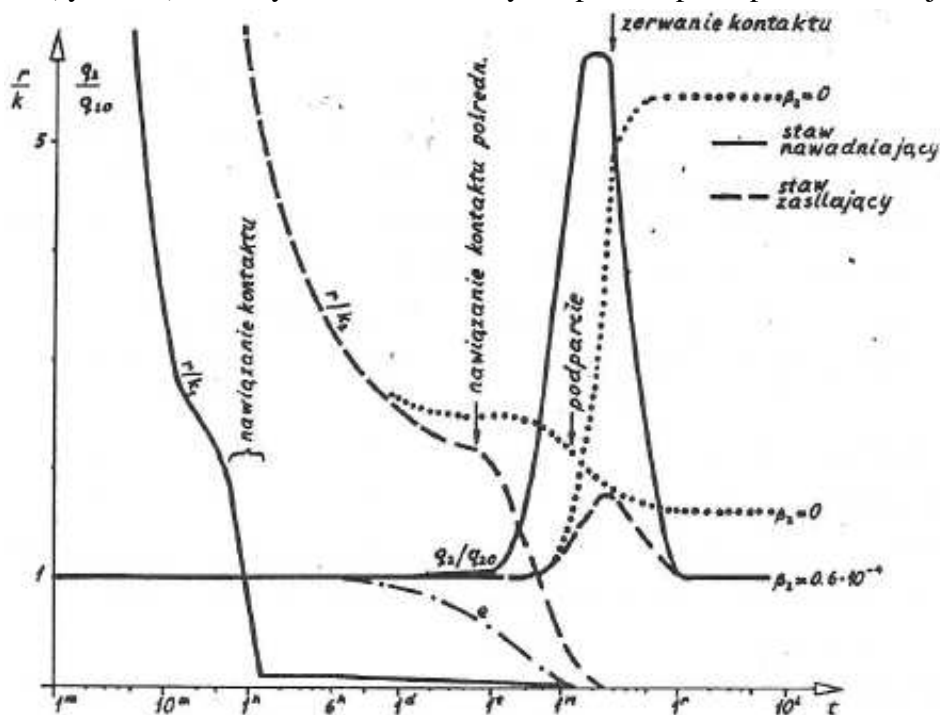


skala 1: $\frac{125}{1250}$

Rys. 7.14 Zmiany zwierciadła wód gruntowych w czasie pracy stawu zasilającego przy uwzględnieniu kolmatacyjnego dna

warstwy wodonośnej. Dzięki temu, po około jedenastu tygodniach od napełnienia stawu, wydajność bariery studzien osiąga maksimum, przekraczając wartość początkową o około 80 % (33 % wydajności maksymalnej przy braku kolmatacji). Najniższe jest wtedy zasilanie warstwy przez rzekę.

Dwudziestokrotny spadek przewodności łożyska stawu, jaki ma miejsce w tym czasie, powoduje jednak ograniczenie prędkości infiltracji do około 1.5 cm/dobę (przy wilgotności rzędu 10 %), co nie pozwala już utrzymać istniejącego poziomu wód gruntowych. Zaczyna on systematycznie opadać, przy czym studnie bariery szcerpują głównie wodę uwalnianą na skutek retencji. Po 4.5 miesiąca trwania cyklu krzywa depresji zbliża się do położenia pierwotnego (stan sprzed napełnienia stawu) w takim stopniu, że spiętrzenie nie przekracza 40 cm. Na skutek spadku przewodności łożyska do wartości przeszło sto tysięcy razy mniejszej od początkowej, infiltracja praktycznie zanika. Wilgotność strefy aeracji pod dnem stawu nie przekracza kilku procent i jest wywołana wyłącznie przez wodę opuszczającą wyższe poziomy gruntu. Wydajność bariery studzien w tych warunkach znacznie się obniża, ale przewyższa w dalszym ciągu pierwotną o przeszło 50 % (rys. 7.15). Nadwyżka ta zostanie wyczerpana dopiero po całorocznej pracy stawu.



Rys. 7.15 Zmiany w czasie infiltracji ze stawu (r) i dopływu do bariery studzien (q_2)

7.6.2. Model hydrauliczny

Obliczenia analityczne, uwzględniające kolmatację łożyska stawu, wymagają większego nakładu pracy. Ze względu na zmniejszającą się przewodność warstwy słabo przepuszczalnej, wielkość zasilania systematycznie spada i równowaga pomiędzy zasilaniem a wilgotnością θ_{\max} w strefie przesączania jest ciągle naruszana. Obliczenia muszą być więc przeprowadzane dla dość krótkich przedziałów czasowych, w których warunki zasilania zmieniają się tylko w niewielkim stopniu. Wzór Greena-Ampta (5.13) pozwala wyliczyć czas nasycenia warstwy oporowej. Podobnie jak w przykładzie 7.4.2 nie pokrywa się on z wynikiem uzyskanym z symulacji numerycznej i wynosi 2 godziny i 1 minutę. W początkowej fazie penetracji wody w głąb drugiej warstwy ustala się prędkość infiltracji rzędu 14 cm/dobę, przy wilgotności maksymalnej $\theta_{\max} = 18.2\%$. Narastająca kolmatacja stopniowo obniża obie te wielkości, tak że po czterech dniach osiągają one wartości: $r = 12$ cm/dobę i $\theta_{\max} = 17.7\%$. W efekcie model przewiduje nawiązanie kontaktu hydraulicznego po czterech dniach i 13 godzinach. Jak widać z rysunku 7.13, gdzie wyniki modelu hydraulicznego

naniesiono linią przerywaną, zgodność z modelem numerycznym jest dość dobra, choć prędkość frontu jest nieco wyższa.

Zasilania warstwy wodonośnej nie można niestety modelować tą metodą. Jak wynika z rysunku 7.14 (linie przerywane), na tym etapie ruchu retencja musi być uwzględniona. Model hydrauliczny daje zatem początkowo wyniki silnie zawyżone, a potem zaniżone zależnie od tego, czy rzeczywisty poziom wód gruntowych rośnie, czy maleje. Efekty retencji widoczne są też w profilu wilgotności, który w okresie regresji staje się łagodniejszy dzięki wodzie opuszczającej wyższe partie gruntu i zwiększającej wilgotność niższych. Nasuwają się zatem wnioski identyczne jak w przykładzie poprzednim – model hydrauliczny może być stosowany tylko na etapie infiltracji swobodnej lub do wyznaczania stanów ustalonych w sposób nie budzący wątpliwości.

8. WNIOSKI

Materiał przedstawiony w niniejszej pracy pozwolił na zebranie szeregu doświadczeń, wynikających bezpośrednio z przeprowadzonych eksperymentów numerycznych i obliczeń analitycznych. Studia literaturowe umożliwiły z kolei zestawienie wiążących się z tytułowym problemem wyników prac innych autorów. Sformułowane na tej podstawie wnioski dotyczą przede wszystkim projektowania i eksploatacji stawów infiltracyjnych i związanych z nimi ujęć wód podziemnych. Przygotowany model numeryczny, a także opracowana metodyka obliczeń analitycznych, mogą być jednak wykorzystane w szerszym zakresie. Część wniosków dotyczyła zatem innych zastosowań praktycznych uzyskanych wyników.

8.1. Wskazania dotyczące projektowania stawów infiltracyjnych

Infiltracyjne ujęcia wód podziemnych, współpracujące z basenami infiltracyjnymi, stanowią zespół kilku budowli, w którego skład, poza wspomnianymi stawami, wchodzi ujęcie wód powierzchniowych, pompownia, osadniki, zespół studzien czerpnych, często również stacje uzdatniania dla wody surowej i wstępnie oczyszczonej przez infiltrację, studnie zbiorcze, zbiorniki wyrównawcze, przyrządy kontrolno pomiarowe itp. Wszystkie te urządzenia ściśle ze sobą współdziałają i wpływają wzajemnie na swe działanie. Zatem obserwacja procesów zachodzących w gruncie może być źródłem wniosków dotyczących innych części zespołu, choć praca nie zajmuje się nimi bezpośrednio.

Projektowanie tak złożonego obiektu również przebiega na kilku poziomach. Podstawowym celem ujęcia jest dostarczanie wody. Jej jakość jest jednak istotna dla efektywności pracy ujęcia. Tak więc poza technologią wzbogacania zasobów wód podziemnych eksploatowanych przez ujęcie, projekt powinien przedstawiać także technologie uzdatniania wody, które zachodzi pomiędzy jej poborem z rzeki a ponownym pozyskaniem przez barierę studzien czerpnych oraz konkretne rozwiązania poszczególnych elementów instalacji. Na każdą z tych części projektu mogą w większym lub w mniejszym stopniu wpływać procesy zachodzące w gruncie.

8.1.1. Wnioski ogólne dotyczące jakości pozyskiwanej wody

Jak wynika z rozdziału 3.4, podstawowy wpływ na jakość wody uzyskiwanej z ujęcia infiltracyjnego ma ilość tlenu zawarta w niej w trakcie infiltracji. Tak więc głównym problemem jest tu maksymalne napowietrzenie infiltrującego strumienia. Uzyskać je można w sposób następujący :

1. Woda wprowadzana do stawu infiltracyjnego winna być maksymalnie natleniona mechanicznie. Umożliwia to rozwój mikroorganizmów, których działalność życiowa oczyszcza wodę.
2. Nie należy skracać ponad niezbędną potrzebę czasu pozostawiania wody w stawie infiltracyjnym, gdyż w ten sposób obniża się biologiczne napowietrzenie wody wywołane przez glony.
3. Należy zapewnić warunki dla powstania pod dnem stawu strefy aeracji o tym większym zasięgu, im większe jest zanieczyszczenie i mniejsze napowietrzenie infiltrującego strumienia. Pozwoli to, dzięki pojawieniu się dodatkowego źródła powietrza, przedłużyć czas trwania procesów oczyszczania.
4. Nie jest wskazane nadmierne wstępne usuwanie z wody składników nietoksycznych, stanowiących pożywkę dla mikroorganizmów, gdyż może to doprowadzić do spadku efektywności biologicznego oczyszczania ze składników o wysokiej toksyczności. Przyczyną

jest zanik grzybów glebowych odpowiedzialnych za odtworzenie własności adsorbcyjnych gruntu i rozkład wielu zanieczyszczeń.

5. Należy zapewnić dostatecznie długi czas przebywania w gruncie infiltrującej wody (około stu dni), aby nabrała ona cech wody gruntowej. Uzyskuje się to przez zaprojektowanie bariery studzien w odpowiedniej odległości od stawu infiltracyjnego.

8.1.2. Wnioski ogólne dotyczące ilości pozyskiwanej wody

Wydajność bariery studzien czerpnych zależy przede wszystkim od zasobów wody w warstwie wodonośnej. Część z nich ma charakter naturalny, w przypadku ujęcia infiltracyjnego większe znaczenie ma jednak wielkość sztucznego wzbogacania tych zasobów. Będzie ona oczywiście proporcjonalna do ilości wody infiltrującej ze zbiornika, ale w niekorzystnych warunkach hydrogeologicznych straty wywołane odpływem w kierunku innych odbiorników mogą spowodować znaczne obniżenie opłacalności takiego przedsięwzięcia. Maksymalna wydajność ujęcia można zatem uzyskać dzięki następującym działaniom :

1. Warstwa wodonośna, z której czerpie wodę ujęcie, winna być stosunkowo jednorodna, dobrze przepuszczalna i posiadać dość dużą miąższość. W szczególności należy unikać słabo przepuszczalnych przewarstwień przy stropie, które mogłyby obniżać wydajność infiltracji (poprzez podparcie dna) oraz wzmacniać kolmatację wgłębną poza zasięgiem wymiennej warstwy kolmatacyjnej (porównaj rozdz. 3.3.2).
2. Kontakt warstwy wodonośnej z dnem stawu infiltracyjnego winien być bezpośredni albo poprzez dość cienką warstwę słabo przepuszczalną o wystarczającej przewodności (pyły lub gliny piaszczyste). Miąższość warstwy oporowej obniża bowiem wydajność stawu i wymiary strefy aeracji.
3. Należy unikać szybkiej mechanicznej i biologicznej kolmatacji dna stawu stosując osadniki wstępne, ale nie przedłużając nadmiernie czasu pozostawania wody w zbiornikach, gdyż następuje tam intensywny rozwój glonów.
4. Należy zapewnić warunki dla powstania w warstwie wodonośnej swobodnego zwierciadła wód gruntowych, przy czym odległość pomiędzy nim a dnem stawu winna być jak największa. Pozwala to uzyskać wysokie piętrzenia, a zatem i znaczny przyrost wydajności ujęcia. Występujące w takich warunkach duże opóźnienie w nawiązaniu kontaktu hydraulicznego nie jest, jak się często sady, niekorzystne, gdyż pojawia się tylko przy pierwszym zatopieniu stawu. Bezwładność (retencja) warstwy wodonośnej jest zwykle tak wysoka, że w czasie przeprowadzania regeneracji dna stawu (około 2 tyg.) wydajność studni zmniejsza się tylko w niewielkim stopniu, a depresja zwierciadła pod dnem nieznacznie tylko zwiększa miąższość strefy aeracji. Czas nawiązania kontaktu hydraulicznego jest więc przy cyklicznej pracy stawu znacznie krótszy.
5. Staw infiltracyjny powinien być tak zlokalizowany względem potencjalnych odbiorników wody, aby wielkość jej strat była jak najmniejsza. Najkorzystniejszy układ powstaje w sytuacji, gdy zwierciadło wody w stawie położone jest nie wyżej niż w rzece. W przeciwnym wypadku korzystnie jest zaprojektować ujęcie pomiędzy rzeka a stawem lub w postaci bariery otaczającej staw.

8.1.3. Zalecenia techniczne dotyczące projektowania

Wnioski ogólne mające na celu maksymalizację ilości i jakości wody uzyskiwanej z ujęcia infiltracyjnego są często sprzeczne. Przede wszystkim jednak wskazują one optymalny przebieg procesów, nie precyzując sposobu uzyskania takiego przebiegu. Natomiast na podstawie tych wniosków formułuje się zalecenia techniczne, które proponują konkretne rozwiązania poszczególnych problemów już w sposób możliwie optymalny. Wymienione poniżej zalecenia zostały uszeregowane zgodnie z przebiegiem procesu technologicznego.

1. Czas przetrzymywania wody w osadniku wstępnym należy optymalizować, biorąc pod uwagę tempo osiadania zawiesiny i szybkość rozwoju glonów. Zbyt krótki czas wzmaga kolmatację mechaniczną dna stawu, zbyt długi – kolmatację biologiczną. Ze względu na zależność rozwoju glonów od warunków atmosferycznych, optimum jest ruchome, a więc należy przewidzieć możliwość sterowania prędkością przepływu w osadniku. Bardzo dobrym rozwiązaniem zastępczym jest przepływ wody cienką warstwą przez trawiaste poletka. Oczyszczenie następuje wtedy szybko, woda zostaje dobrze napowietrzona, a rozwój glonów jest minimalny.
2. Doprowadzenie wody do stawu infiltracyjnego powinno mieć maksymalnie rozproszony charakter. Ma to na celu przede wszystkim uniknięcie rozmyć i związanej z nimi przyspieszonej kolmatacji powierzchniowej. Optymalnym rozwiązaniem byłoby zraszanie dna (lub po napełnieniu – zwierciadła wody). Sposób ten powodowałby dodatkowe napowietrzenie wody, a w stawach nawadniających umożliwiałby utrzymanie pod dnem strefy aeracji również w początkowym okresie, gdy opór łożyska jest jeszcze niski.
3. Najkorzystniejsza dla lokalizacji stawu infiltracyjnego sytuacja hydrogeologiczna występuje w przypadku, gdy warstwa wodonośna sięga powierzchni terenu lub przykryta jest jedynie dość cienką warstwą słabo przepuszczalną, której miąższość pod dnem projektowanego stawu będzie rzędu metra. Poziom wód gruntowych po rozpoczęciu pracy bariery studzien powinien znajdować się dość głęboko. Umożliwia to wytworzenie po rozpoczęciu infiltracji znacznego piętrzenia, przy równoczesnej obecności strefy aeracji i możliwości łatwego osuszania dna stawu.
4. Istnienie pod dnem stawu strefy nienasyconej można zagwarantować jedynie przez ograniczenie dopływu wody do warstwy wodonośnej. W przypadku wystąpienia na stopie półprzepuszczalnego nadkładu (staw zasilający) ograniczenie takie powstaje samoczynnie. W stawie nawadniającym podobna sytuacja może powstać dopiero po dłuższym czasie dzięki kolmatacji, która stopniowo wytwarza półprzepuszczalne łożysko. Natomiast w początkowym okresie pracy konieczne jest sterowanie dopływem. W efekcie przez dłuższy okres dno stawu pracuje jako poletko infiltracyjne, a dostarczana woda natychmiast wsiąka. W przypadkach skrajnych (wysoka przewodność, niewielka miąższość) staw infiltracyjny może być zastąpiony przez poletko w sposób trwały.
5. Po napełnieniu stawu należy utrzymywać w nim niewielką stałą głębokość wody rzędu 10 do 30 cm w lecie i 80 do 120 cm w okresie jesienno-wiosennym. Ciśnienie na dnie jest wtedy wystarczające dla utrzymania wymaganej wydajności, natomiast tempo wymiany wody nie dopuszcza do nadmiernego rozrostu glonów w basenie, co znacznie ogranicza kolmatację biologiczną.
6. Wielkość i stopień nasycenia występującej pod dnem stawu strefy aeracji mogą być kontrolowane tylko dzięki wyznaczeniu odpowiedniej wartości zasilania stawu. Decyduje ona z jednej strony o wilgotności równowagi θ_{\max} w strumieniu infiltracji, z drugiej zaś o wysokości spiętrzenia wód gruntowych. Obydwie wielkości można na tym etapie z powodzeniem wyznaczać przy użyciu modelu hydraulicznego. Jeśli jednak w projekcie określone zostało spodziewane tempo kolmatacji, dobór optymalnego sposobu sterowania zasilaniem wymaga zastosowania do wyznaczania poziomu piętrzenia dokładniejszego modelu numerycznego.
7. Bez znajomości szybkości kolmatacji w projektowanym basenie możliwa jest tylko ocena maksymalnej wydajności bariery studzien. Wystarczający jest wtedy model hydrauliczny. Chcąc jednak zaprojektować również przebieg tej wydajności w czasie, a zatem i cykl pracy stawu infiltracyjnego, trzeba znać parametry kolmatacji. Konieczne jest wtedy użycie modelu numerycznego. Należy przy tym pamiętać, że dla okresu opadania zwierciadła właściwa jest charakterystyka wilgotności odpowiadająca krzywej osuszania, a nie nawilżania jak w czasie piętrzenia wód gruntowych.

8.2. Wskazania dotyczące zasad eksploatacji stawów infiltracyjnych

Przedstawiona w pracy metodyka może być z powodzeniem zastosowana do sterowania eksploatacją ujęć infiltracyjnych, szczególnie zaś samego stawu infiltracyjnego. Modele matematyczne umożliwiają przede wszystkim ocenę warunków panujących w danym momencie w warstwie wodonośnej pod zbiornikiem. Ta informacja jest z kolei podstawą sterowania dopływem wody do stawu. Natomiast uwzględniając warunki ekonomiczne pracy ujęcia, można na podstawie prognozy stanów wód gruntowych określić również optymalny termin rozpoczęcia regeneracji warstwy kolmatacyjnej na dnie stawu.

8.2.1. Ocena stanu wód gruntowych pod dnem stawu infiltracyjnego

Infiltracyjne ujęcia wody na ogół nie są wyposażone w wystarczającą ilość urządzeń kontrolno-pomiarowych, pozwalających na monitorowanie warunków istniejących w warstwie wodonośnej. Zazwyczaj jedynymi dostępnymi pomiarami są wydajności ujęcia i stawu infiltracyjnego oraz stany wody w obu tych obiektach i w rzece. Taka skąpa informacja, wykorzystana w matematycznym modelu filtracji, pozwala jednak w pewnym stopniu ocenić sytuację w gruncie. Oczywiście większej dokładności oczekiwać można tylko od prognozy numerycznej. Jednak model hydrauliczny operujący obliczeniami, które łatwo wykonać nawet na podręcznym kalkulatorze, również może dostarczyć wielu cennych danych o stanie ujęcia. Przy znajomości charakterystyk filtracyjnych gruntu możliwa jest zatem ocena następujących parametrów :

1. Przed rozpoczęciem zasilania stawu wodą można przy pomocy modelu hydraulicznego ocenić aktualny stan zwierciadła podziemnego, nawet jeśli ma ono charakter nieustalony (po ostatnim cyklu pracy). Wykorzystuje się wtedy fakt, że przebieg zwierciadła nieustalonego, przy zredukowanym przez kolmatację zasilaniu, jest podobny do przebiegu zwierciadła ustalonego z zasilaniem przez staw (porównaj rys. 7.12 i 7.14). Zatem na podstawie znanych stanów w rzece i barierze studzien (H_1 i H_2) oraz wydajności tej ostatniej (q_2), łatwo wyliczyć przy użyciu wzoru (5.57) wartość fikcyjnego zasilania, a następnie z pomocą wzorów (5.54) do (5.56) przebieg zwierciadła wód gruntowych.
2. Znając położenie zwierciadła wód gruntowych pod dnem stawu można dokonać oceny czasu nawiązania kontaktu hydraulicznego przy danej wartości zasilania r . O ile jednak w warstwie wodonośnej można założyć istnienie w strefie aeracji hydrostatycznego w przybliżeniu rozkładu ciśnień i stąd ocenić wilgotności, o tyle dla słabo przepuszczalnej warstwy oporowej należy się raczej opierać na pomiarze wilgotności. Jak wykazano w rozdziale 7.3, warstwa ta jest dość dobrze izolowana od pozostałej części kompleksu i oceny przybliżone mogą być obarczone znacznym błędem. Niezależnie od sposobu wyznaczenia θ_o , można w oparciu o tę wielkość, wykorzystując wzory z rozdziałów 5.3.3 i 5.4.3, wyznaczyć przybliżoną wartość czasu kontaktu.
3. Obserwacja wydajności koniecznej dla utrzymania poziomu zwierciadła (lub obserwacja tempa obniżania się zwierciadła) po napełnieniu stawu, pozwala określić przede wszystkim wartość współczynnika regresji wydajności β (a za pośrednictwem modelu hydraulicznego także β_2) oraz pośrednio etap rozwoju filtracji. Nagłe ustabilizowanie się regularnie opadającej dotąd wydajności świadczy o podparciu strumienia infiltracji i zaniku strefy aeracji. Natomiast w przypadku stawu zasilającego, nagły spadek infiltracji może być wywołany osiągnięciem przez strumień granicy warstw. Oceny jednak trzeba dokonywać ostrożnie, gdyż w gruntach spoistych mogą wystąpić silne efekty związane z pęcznieniem gruntu (spadek wydajności) i rozpuszczaniem zablokowanego powietrza ($\theta_n \rightarrow n$, wzrost wydajności), które nakładają się na wspomniany efekt hydrauliczny.
4. Na podstawie znajomości wielkości infiltracji i tempa kolmatacji można dokonać oceny maksymalnej wydajności bariery. Model hydrauliczny pozwala uzyskać zadowalające wyniki

jedynie w przypadku, gdy kolmatacja jest na tyle powolna, że wykształca się stan kwaziustalony. W przeciwnym razie konieczne jest zastosowanie modelu numerycznego.

5. Modele matematyczne pozwalają opracować prognozę zmian stanów wód gruntowych w czasie pracy stawu. Ze względu na decydujący wpływ retencji na kształtowanie się tych stanów, precyzyjne wyniki można uzyskać tylko dzięki modelowi numerycznemu. Jednakże na podstawie aktualnej wydajności ujęcia i ocenionych drogą ekstrapolacji jej dalszych zmian, można opracować dla okresu recesji kolmatacyjnej uproszczoną prognozę stanów również za pomocą modelu hydraulicznego. Postępuje się wtedy tak jak w punkcie 1. Do ekstrapolacji wykorzystuje się wyznaczony wcześniej współczynnik regresji wydajności studzien.

8.2.2. Wskazania przy sterowaniu dopływem zasilającym staw infiltracyjny

W czasie pracy ujęcia infiltracyjnego tempo infiltracji przez dno stawu zmienia się w wyniku postępu filtracji i kolmatacji. Powstaje wobec tego konieczność regulowania dopływu wody do stawu. W ten sposób dąży się do osiągnięcia kilku celów, takich jak zachowanie stałego poziomu wody w stawie, utrzymanie pod dnem stawu strefy aeracji czy wreszcie zapewnienie odpowiedniego czasu pozostawania w nim wody. Zebrane w pracy informacje na temat kolmatacji i procesów filtracyjnych pozwalają sformułować następujące wskazówki :

1. Ze względu na podobne procesy zachodzące w stawie infiltracyjnym i osadniku wstępnym, czasy przetrzymywania wody w obu zbiornikach, regulowane ich napełnieniem, muszą być ściśle skorelowane i zoptymalizowane. Przy optymalizacji bierze się pod uwagę steżenie zawiesiny i zanieczyszczeń chemicznych docierających z cieką oraz tempo rozwoju glonów. Ze względu na zawiesinę czas pobytu wody w osadniku powinien być jak najdłuższy, gdyż w ten sposób obniża się kolmatację mechaniczną dna stawu. Z uwagi na rozwój glonów łączny czas przetrzymywania wody w obu zbiornikach winien być możliwie krótki, jednak całkowite zahamowanie wzrostu alg nie jest wskazane, gdyż może spowodować niedobór tlenu. Stąd też nie zaleca się również stosowania algicydów. Natomiast minimalizacja steżenia zanieczyszczeń chemicznych i mechanicznych wymaga aktywnego sterowania dopływem w zależności od aktualnej sytuacji w cieku.
2. Utrzymanie pod dnem stawu infiltracyjnego strefy niepełnego nasycenia wymaga, szczególnie w przypadku stawu nawadniającego, dynamicznego sterowania zasilaniem w zależności od sytuacji w gruncie. Przede wszystkim prędkość zasilania r musi być wyraźnie niższa od współczynnika filtracji k warstwy wodonośnej, Jeśli nawet staw nie będzie się napełniał przy wartościach znacznie wyższych. Tylko wtedy bowiem może być zapewnione odpowiednie napowietrzenie gruntu. Nadmierne pietrzenie wód gruntowych może spowodować konieczność jeszcze silniejszego ograniczenia infiltracji. Ponieważ nie można dopuścić do zatopienia strefy aeracji, tempo odprowadzania wody przez warstwę w kierunku odbiorników musi być wyższe od wydajności zasilania. W praktyce prędkości infiltracji dla stawów nawadniających sięgają 2 m/dobę, zaś dla stawów zasilających są kilkakrotnie mniejsze [100].
3. Jeśli przy dopuszczalnej prędkości zasilania staw zaczyna się napełniać należy w nim utrzymywać stały poziom zgodny z wymogami dotyczącymi czasu wymiany wody w zbiorniku (punkt 1). Niedopuszczalne jest dokonywanie ciągłych zmian napełnienia, a w szczególności jego podwyższanie, gdyż wywołuje to konsolidację osadu i szybko obniża wydajność stawu.

8.2.3. Zalecenia dotyczące regeneracji warstwy kolmatacyjnej

Obserwacje wydajności stawu infiltracyjnego i ujęcia, uzupełnione wynikami matematycznego modelowania filtracji, mogą stać się podstawą optymalnych z ekonomicznego punktu widzenia decyzji o przerwaniu pracy stawu i wymianie warstwy kolmatacyjnej. W podobny sposób wyznacza się termin ponownego uruchomienia sekcji zasilającej ujęcia, a zatem i czas trwania cyklu pracy.

Natomiast znajomość przebiegu procesu kolmatacji pozwala wnioskować o optymalnych sposobach regeneracji dna zbiornika. W omówionym zakresie można przedstawić następujące zalecenia :

1. W celu przywrócenia przepuszczalności dna stawu zalecane jest okresowe dokonywanie wymiany lub usuwanie warstwy kolmatacyjnej. W przypadku basenów nawadniających grunt podlega wymianie zależnie od uziarnienia do głębokości od kilkudziesięciu (dla piasku) do około stu centymetrów (dla żwirów, porównaj rozdz. 3.3.2). W basenach zasilających (o dnie gliniastym) usuwa się tylko nagromadzony osad, gdyż przy takiej granulacji kolmatacja wgłębna praktycznie nie zachodzi. W okresie wzmożonego rozwoju glonów (lato) warstwy kolmatacyjnej nie wymienia się w każdym cyklu, gdyż dominuje wtedy biologiczna kolmatacja powierzchniowa. Dla zniszczenia powstałej słabo przepuszczalnej membrany zazwyczaj wystarczy wysuszyć osad aż do pojawienia się spękania, ewentualnie zabronować dno [7].
2. Długość trwania pełnego cyklu pracy stawu infiltracyjnego ustala się tak, by ekonomiczne efekty pracy ujęcia były najwyższe. Oznacza to, że różnica pomiędzy wartością pozyskanej wody a kosztami regeneracji dna stawu powinna osiągać wartość maksymalną. Przy stałych warunkach eksploatacji czas trwania cyklu wyznacza się w praktyce. Zazwyczaj wynosi on 100 do 180 dni dla stawu nawadniającego i 200 do 300 dni dla zasilającego [100]. Przy warunkach zmiennych korzystne jest przeprowadzenie symulacji numerycznej, która pozwoli przewidzieć regresję wydajności ujęcia.
3. Decyzję o osuszeniu stawu należy podejmować na podstawie wyliczonej długości cyklu pracy i przewidywanego zakresu prac regeneracyjnych. Przy ustalonych warunkach sygnałem do osuszenia jest obniżenie się szybkości infiltracji poniżej ustalonej doświadczalnie wartości granicznej. Model numeryczny pozwala ocenić tę wartość w przypadku, gdy brak odpowiednich doświadczeń (np. na nowym ujęciu).

8.3. Inne zastosowania przedstawionej metodyki

Założenia, które towarzyszyły konstruowaniu przedstawionych w rozdziale 5 i 6 modeli matematycznych, nie ograniczają ich zastosowania wyłącznie do opisu filtracji w otoczeniu stawu infiltracyjnego. Model numeryczny jest na tyle ogólny, że umożliwia przeprowadzenie symulacji w każdej sytuacji z zakresu izotermicznej filtracji wody w gruntach nie ulegających deformacji. Zastosowanie modelu hydraulicznego jest nieco węższe i ogranicza się do opisu infiltracji jednostajnej i ruchu ustalonego w strefie saturacji. Możliwe jest też rozwinięcie obu modeli, o czym w tekście pracy wspomniano wielokrotnie. Dotyczy to szczególnie modelu numerycznego. Wymienione modele mogą być zatem wykorzystane w szerokim zakresie, który obejmuje między innymi :

1. Zastosowanie modelu numerycznego do modelowania filtracji wody w dużej skali, a więc w otoczeniu dużych budowli wodnych. Może tu być brany pod uwagę ruch wody w korpusie zapory ziemnej wywołany zmianami poziomu piętrzenia, symulacja pracy innych niż staw urządzeń infiltracyjnych (poletka, dreny, deszczownie, poldery) czy wreszcie opracowanie zasad regulacji stosunków wodnych w gruntach użytkowanych rolniczo.
2. Użycie modelu hydraulicznego jako podstawowego narzędzia opisującego w sposób uproszczony filtrację w strefie aeracji dla celów dydaktycznych i wstępnego rozpoznania. Taki uproszczony opis może być bardzo przydatny przy opracowywaniu modeli, w których infiltracja jest tylko jednym z licznych procesów wpływających na rozwiązanie. Przykładem może być hydrodynamiczny model zlewni, model sieci melioracyjnej czy wreszcie model poletek utylizacyjnych (rolnicze wykorzystanie ścieków).
3. Wykorzystanie rozwiązań opracowanych w przedstawionym tu modelu numerycznym przy konstrukcji modeli pokrewnych i bardziej zaawansowanych. Do pierwszej grupy będą należały modele małoskalowe, w których zagadnienie wartości średnich i zastępczych dla poszczególnych

zmiennych traci na znaczeniu (porównaj rozdz. 6.6). Niewielkim nakładem pracy można również rozszerzyć możliwości modelu dzięki zastosowaniu siatki przestrzennej o zmiennym kroku (zagęszczanej w obszarach intensywnego przepływu) czy chociażby wprowadzeniu bardziej skomplikowanego opisu charakterystyki wilgotnościowej, uwzględniającego histerezę. Istniejący algorytm numeryczny może być również podstawą modeli biorących pod uwagę ruch powietrza czy pęcznienie gruntu.

9. LITERATURA

9.1. Cytowana literatura zrodlowa

- [1] M.J. Abdulrazzak, H.J. Morel-Seytoux / Recharge from an ephemeral stream following wetting front arrival to water table – *Water Resour. Res.* 1983, 19, 1: 194-200.
- [2] S. Aggelides, E.G. Youngs / The dependence of the parameters in the Green and Ampt infiltration equation on the initial water content in draining and wetting states – *Water Resour. Res.* 1978, 14, 5: 857-862.
- [3] L.R. Ahuja / A numerical and similarity analysis of infiltration into crusted soils – *Water Resour. Res.* 1973, 9, 4: 987-994.
- [4] S.F. Averjanov / About permeability of subsurface soils in case of incomplete saturation – *Eng. Collect* 1950, 7.
- [5] С.Ф. Аверьянов, А. И. Голованов, Ж.К. Николский / Расчеты водного режима мелиорируемых земель – *Гздротехника и Мелиорация* 1974, 3: 34-41.
- [6] J. Bear, D. Zaslavsky, S. Irmay / Physical principles of water percolation and seepage; Paris: UNESCO, 1968.
- [7] M. Błażejowski / Sztuczna infiltracja w uzdatnianiu wód powierzchniowych; Warszawa: ZW IKŚ, 1982.
- [8] M. Boreli, G. Vachaud / Certain problems of infiltration in unsaturated porous media – *Transactions / Institut za Vodoprivredu Jaroslav Černi* 1966, XIII, 39: 75-90;
- [9] H. Bouwer / Groundwater hydrology; N. York: McGraw-Hill, 1978.
- [10] H. Bouwer / Infiltration into increasingly permeable soils – *J. Irrig. Drain. Div., Am. Soc. Civ. Eng.* 1976, 102, IR1: 127-136.
- [11] H. Bouwer / Rapid field measurement of air-entry value and hydraulic conductivity of soil as significant parameters in flow system analysis – *Water Resour. Res.* 1966, 2, 4: 729-738.
- [12] H. Bouwer / Theory of seepage from open channels – *Advan. Hydrosci.* 1969, 5: 121-172.
- [13] H. Bouwer, R.C. Rice / Effect of water depth in groundwater recharge basins on infiltration – *J. Irrig. and Drain. Eng.* 1989, 115, 4: 556-567.
- [14] C. Braester / Moisture variation at the soil surface and the advance of the wetting front during infiltration at constant fluż – *Water Resour. Res.* 1973, 3: 687-694.
- [15] E. Buckingham / Studies on the movement of a soil moisture – *USDA Bureau of Soils Bull.* 1907, 38.
- [16] Э. Чайлдс / Физические основы гидрологии почв; Гидрометеоиздат: Ленинград, 1973.
- [17] E.C. Childs, N. Collis-George / Movement of moisture in unsaturated soils – *4th ISSS Congres*, Amsterdam, 1950.
- [18] G.L. Corey, A.T. Corey, R.H. Brooks / Similitude for nonsteady drainage of partially saturated soils – *Hydrology Papers Colorado State Univ.* No. 9; Fort Collins, 1965.
- [19] H. Darcy / Les fontaines publiques de la ville de Dijon; Paris: Dalmont, 1856.
- [20] R. De Wiest / Flow through porous media; N. York: Academic Press, 1969.
- [21] R.J.M. De Wiest / History of the Dupuit-Forchheimer assumption in groundwater hydraulics – *Trans. Am. Soc. Agric. Eng.* 1965, 8: 508-509.
- [22] J. Dupuit / Etudes théoretiques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et á travers les terrains permeables; 2d ed.; Paris: Dunod, 1863.
- [23] P.S. Eagleson / Hydrologia dynamiczna; Warszawa: PWN, 1978

- [24] Дж.Р. Филип / Теория инфильтрации – *Изотермическое передвижение влаги в зоне аэрации* / С.Ф. Аверьянов; Гидрометеиздат: Ленинград, 1972: 6-81.
- [25] P. Forchheimer / *Hydraulik*; Leipzig: B.G. Teubner, 1901. (Encyklopadie der Mathematischen Wissenschaften 4).
- [26] Z. Fortuna, B. Macukow, J. Wąsowski / *Metody numeryczne*; Warszawa: WN-T, 1982; (Podreczniki Akademickie: Elektronika Informatyka Telekomunikacja).
- [27] R.A. Freeze / Influence of the unsaturated flow domain on seepage through earth dams – *Water Resour. Res.* 1971, 7, 4: 929.
- [28] D.L. Freyberg, J.W. Reeder, J.B. Franzini, I. Remson / Application of the Green and Ampt model to infiltration under time-dependent surface water depth – *Water Resour. Res.* 1980, 16, 3: 517-518.
- [29] T. Gabryszewski / *Wodociagi : Zapotrzebowanie – ujęcie – dostarczanie – gromadzenie – rozprowadzanie wody*. Wyd. 2 poprawione i uzupełnione; Warszawa: PWN, 1973.
- [30] W.R. Gardner / Some steady state solutions of the unsaturated moisture flow equations with application to evaporation from water table – *Soil Sci.*, 1958, 85: 228-232.
- [31] W.G. Gray / Comparison of finite difference and finite elements methods – *Fundamentals of transport phenomena in porous media* / ed. J. Bear, M.Y. Corapcioglu; Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers, 1984: 901-952. [32] W.H. Green, G.A. Ampt / Studies on soil physics: 1. The flow of air and water through soils – *J. Agr. Sci.* 1911, 4: 1-24.
- [33] В.М. Григорьев / О влиянии заиления речных русел на производительность береговых инфильтрационных водозаборов – *Водоснаб. и Санит. Техн.* 1957, 6: 13-17.
- [34] C.S. Gupta, W.E. Larson / Estimating soil water retention characteristics for particle size distribution, organic matter percent and bulk density – *Water Resour. Res.* 1979, 15: 1633-1635.
- [35] A. Hadas / *Evaporation and drying process in layered soils: praca doktorska*; Rehovot: Hebreu Univ., 1967.
- [36] M.S. Hantush / Growth and decay of groundwater-mounds in response to uniform percolation – *Water Resour. Res.* 1967, 3: 227-234.
- [37] R. Haverkamp, J.Y. Parlange / Predicting water retention curves for particle size distributions – *Soil Sci.* 1982.
- [38] D. Hillel, W.R. Gardner / Transient infiltration into crust-topped profiles – *Soil Sci.* 1970, 109: 69-76.
- [39] L. Huisman / *Slow sandfilter*; Delft: Delft Univ. of Technology, 1982.
- [40] S. Irmay / On the hydraulic conductivity of unsaturated soils – *Eos Transactions of AGU*, 1954, 35, 1: 437-445.
- [41] Е.Г. Янгс, А.Дж. Пек / Изменение профиля влажности и сжатие воздуха при впитывании влаги в ограниченные пористые тела – *Изотермическое передвижение влаги в зоне аэрации* / С.Ф. Аверьянов; Гидрометеиздат: Ленинград, 1972: 82-88.
- [42] I. Javandel, P.A. Whitherspoon / Application of the finite element method to transient flow in porous media – *Soc. Pet. Eng. J.* 1968, 8: 241-252.
- [43] J.J. Kaluarachchi, J.C. Parker / Effects of hysteresis with air entrapment on flow in the unsaturated zone – *Water Resour. Res.* 1987, 23, 10: 1967-1976.
- [44] B. Kordas, P. Jeż, Z. Król, W. Książczyński / *Prace badawcze na дренаżowym ujęciu wody z rzeki Raby dla Walcowni Blach Transformatorowych w Bochni. Praca badawcza, maszynopis*; Kraków: IiGW PK, 1978.
- [45] G. Kovács / *Seepage hydraulics*; Budapest: Akadémiai Kiadó, 1981.

- [46] P. Kowalik / Otwarcie seminarium i referat wprowadzający w tematykę sesji – *Badania i modelowanie przepływów w ośrodkach wielofazowych ze szczególnym uwzględnieniem strefy aeracji*, Seminarium Naukowe podsekcji PIGS, Wola Zręczycza 1-3 stycznia 1987 r.
- [47] P. Kowalik, A. Miler / Teoria ruchu wody glebowej – *Arch. Hydrot.* 1979, 26, 4: 619-637.
- [48] P. Kowalik, H. Zaradny / Potencjał wody glebowej – *Arch. Hydrot.* 1970, 4: 607-613.
- [49] J. Kožený / *Hydraulik*; Wien: Springer, 1953.
- [50] K. Książczyński / Retencja gruntowa w dyskretnych modelach filtracji i przesączania – *Mechanika Płynów : IX Konferencja Krajowa*; Kraków: ZG PK, 1990: 157-163.
- [51] K. Książczyński / Uproszczony opis infiltracji wody przez strefę aeracji – *Gosp. Wodn.* 1990, 50, 4: 85-88.
- [52] В. Я. Кулик / Прикладные расчеты на ЭЦВМ влагопереноса в зоне аэрации; Недра: Москва 1979.
- [53] M. Kutilek, R. Haverkamp, J.-Y. Parlange / Čtyřparametrická rovnice infiltrace výtopou řešení Haverkampa a Parlange – *Vodohosp. Čas.* 1989, 37, 6: 650-663.
- [54] L.Lam, D.G. Fredlund / Saturated-unsaturated transient finite element seepage model for geotechnical engineering – *Adv. Water Resour.* 1984, 7, 3: 132-136.
- [55] R.W. Lewis, P.M. Roberts / The finite element method in porous media flow – *Fundamentals of transport phenomena in porous media* / ed. J. Bear, M.Y. Corapcioglu; Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers, 1984: 805-897.
- [56] J.A. Liggett, P.L.F. Liu / The boundary integral equation method for porous media flow; London: Allen & Unwin, 1983.
- [57] Л. Лукнер, В.М. Шестаков / Моделирование геофильтрации; Недра: Москва, 1976.
- [58] R.G. Main, C.L. Larson / Modelling infiltration during a steady rain – *Water Resour. Res.* 1973, 9, 2: 384-394.
- [59] Matematyczne modelowanie ujęć wody podziemnej: Streszczenia referatów, VII Konferencja Naukowa Janowice: ZG PK, 1988.
- [60] D.B. McWhorter, A.T. Corey, K.M. Adam / The elimination of trapped gas from porous media by diffusion – *Soil Sci.* 1973, 116, 1: 18-25.
- [61] K. Momii, K. Jinno, T. Ueda, A. Kodama / Study on the infiltration rate from drainage facilities – *Interaction between groundwater and surface water*, Proc. Int. Symposium (red. P. Dahlblom, G. Lindh); Ystad: Lund Univ., 1988.
- [62] H.J. Morel-Seytoux, J. Khanji / Derivation of an equation of infiltration – *Water Resour. Res.* 1974, 10, 4: 795-800.
- [63] H.J. Morel-Seytoux, A. Noblanc / Infiltration predictions by a moving strained coordinates method – *Symposium on Soil Water Physics and Technology* Int. Soc. Soil Sci., Rehovot (Israel) Aug. 1971.
- [64] J. Mualem / Extension of the similarity hypothesis used for modelling the soil water characteristics – *Water Resour. Res.* 1977, 13, 4: 773-780.
- [65] Y. Mualem / Hydraulic conductivity of unsaturated porous media: Generalized macroscopic approach – *Water Resour. Res.* 1978, 14, 2: 325-334.
- [66] T.N. Narasimhan / Formulation of numerical equations – *Fundamentals of transport phenomena in porous media* / ed. J. Bear, M.Y. Corapcioglu; Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers, 1984: 773-804.
- [67] С.В. Нерпин, А.Ф. Чудновский / Физика почвы; Москва: Наука, 1967.
- [68] A. Olajossy, J. Siemek, J. Stopa / Badanie przepływów dwufazowych z udziałem wody w ośrodkach porowatych z zastosowaniem techniki mikrofalowej – *Mechanika Płynów : IX Konferencja Krajowa*: 251-260; Kraków: ZG PK, 1990.

- [69] J.Y. Parlange / Theory of water movement in soils: 8. One-dimensional infiltration with constant flux in the surface – *Soil Sci.* 1971, 111: 170-174.
- [70] J.R. Philip / Absorbtion and infiltration in two and three dimensional systems – *Proc. UNESCO Netherlands Symp. Water Unsaturated Zone, Wageningen* 1966, 1: 503-525.
- [71] J.R. Philip / Hydrostatics and hydrodynamics in swelling soils – *Water Resour. Res.* 1969, 5: 1070-1077.
- [72] J.R. Philip / Numerical solution of equations of the diffusion type with diffusivity concentration-depend: 2 – *Australian J. Phys.* 1957, 10: 29-42.
- [73] J.R. Philip, J.H. Knight / On solving the unsaturated flow equation: 3. New quasi-analytical technique – *Soil Sci.* 1974, 117: 1-13.
- [74] L.A. Richards / Capillary conduction of liquids through porous media – *Physics*, November 1931, 1: 318-333.
- [75] P.E. Rijtema / An analysis of actual evapotranspiration – *Agr. Res. Rep.* 659; Wageningen: Center for Agr. Publ. and Doc., 1965.
- [76] D.P. Ripley, Z.A. Saleem / Clogging in simulated glacial aquifers due to artificial recharge – *Water Resour. Res.* 1973, 9, 4: 1047-1057.
- [77] Дж. Рубин / Анализ перераспределения почвенной влаги после инфильтрации – Изотермическое передвижение влаги в зоне аэрации / С.Ф. Аверьянов; Гидрометеоиздат: Ленинград, 1972: 130-148.
- [78] Дж. Рубин/ Поглощение дождевых вод почвами исходно более сухими, чем их полевая влагоёмкость – Изотермическое передвижение влаги в зоне аэрации / С.Ф. Аверьянов; Гидрометеоиздат: Ленинград, 1972: 113-129.
- [79] Дж. Рубин / Теоретический анализ двухмерного неустановившегося потока влаги в ненасыщенной и частично насыщенной почвах – Изотермическое передвижение влаги в зоне аэрации / С.Ф. Аверьянов; Гидрометеоиздат: Ленинград, 1972: 149-167.
- [80] Дж. Рубин, Р. Штейнгардт / Почвенная влага в период инфильтрации дождевых вод – Изотермическое передвижение влаги в зоне аэрации / С.Ф. Аверьянов; Гидрометеоиздат: Ленинград, 1972: 103-112.
- [81] В.Е. Сергутин, Б.Ф. Турутин / Экспериментальное исследование на модели инфильтрационного водозабора – *Водоснабжение и Санитарная Техника* 1969, 5: 7-10.
- [82] B.L. Shawhney, J.-Y. Parlange / Two-dimensional infiltration from a trench in unsaturated soils – *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* 1974, 38, 6: 867-871.
- [83] Ch. S. Slichter / Theoretical investigation of the motion of groundwaters; 1897.
- [84] R.E. Smith / The infiltration envelope: Results from a theoretical infiltrometer – *J. Hydrol.* 1972, 17: 2-21.
- [85] G. Sposito / On the differential equations for the equilibrium moisture profil in swelling soil – *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.* 1975, 39: 1053-1056.
- [86] У.Д. Стейпл, Р.П. Гупта / Инфильтрация в однородных и слоистых колонках агрегированных почв – Изотермическое передвижение влаги в зоне аэрации / С.Ф. Аверьянов; Гидрометеоиздат: Ленинград, 1972: 89-102.
- [89] М.И. Швидлер / Статистическая гидродинамика пористых сред; Недра: Москва, 1985.
- [87] D. Swartzendruber / A quasi-solution of Richards' equation for the downward infiltration of water into soil – *Water Resour. Res.* 1987, 23, 5: 809-817.
- [88] D. Swartzendruber, F.R. Clague / An inclusive infiltration equation for downward water entry into soil – *Water Resour. Res.* 1989, 25, 4: 619-626.
- [90] A. Trzaska / The distribution of pressure during the flow with colmatage through heterogeneous porous media – *Arch. Górn.* 1986, 31, 1.

- [91] A. Trzaska / The effect of colmatage on the porosity of heterogeneous porous media – *Arch. Gór.* 1983, 28, 1.
- [93] Б.Ф.Турутин / Расчет дебита подрусовых дрен инфильтрационных водозаборов с учётом кольматации русел – *Изв. Вузов СССР: Энергетика* 1977, 10: 113-118.
- [92] Б.Ф.Турутин / Влияние кольматации на фильтрационные свойства руслового аллювия в зоне горизонтального дренажа – *Изв. Вузов СССР: Энергетика* 1976, 12: 102-106.
- [94] Б.Ф. Турутин, Б.Е. Сергутин / Фильтрационный расход каналов при кольматации – *Изв. Вузов СССР: Энергетика* 1986, 5: 97-101.
- [95] E.D. Udoeka / Optimal artificial research of groundwater using infiltration ponds: *Rozprawa doktorska*; Warszawa: Politechnika Warszawska, 1990.
- [96] G. Vachaud, M. Vauclin, D. Khanji, M. Wakil / Effects of air pressure on water flow in a unsaturated stratified vertical column of sand – *Water Resour. Res.* 1973, 9, 1: 160-173.
- [97] M. Th. van Genuchten / A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils – *Soil Sci. Soc. Am. J.* 1980, 44: 892-898.
- [98] M. Vauclin / Infiltration in unsaturated soils – *Fundamentals of transport phenomena in porous media* / ed. J. Bear, M.Y. Corapcioglu; Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers, 1984: 257-313.
- [99] G.J. Weir / Steady infiltration from small shallow circular ponds – *Water Resour. Res.* 1987, 23, 4: 733-736.
- [100] A. Więczyński / *Hydrogeologia inżynierska*; Warszawa: PWN, 1970.
- [101] L. G. Wilson / Sediment removal from flood water – *Trans. Am. Soc. Agric. Eng.* 1967, 10: 35-37.
- [102] T. Yameda, M. Kobayashi / Kinematic wave characteristics and new equations of unsaturated infiltration – *J. Hydrol.* 1988, 102, 1-4: 257-266.
- [103] H. Zaradny / *Matematyczne metody opisu i rozwiązań zagadnień przepływu wody w nienasyconych i nasyconych gruntach i glebach*; Gdańsk: PAN, 1990; (Prace IBW PAN).
- [104] H. Zaradny / *Matematyczne modelowanie przepływu wód gruntowych w strefie niepełnego nasycenia*; Praca doktorska; Gdańsk: IBW PAN, 1974.
- [105] H. Zaradny / *Modelowanie przepływu wody w strefie niepełnego nasycenia – Rozprawy Hydrot.* 1977, 37: 83-131. [106] H. Zaradny, R.A. Feddes / Calculation of non-steady flow towards a drain in saturated-unsaturated soil by finite elements – *Agricult. Water Managem.* 1979, 2: 37-53.
- [107] H. Zaradny, P. Kowalik / Rozwiązanie równań pionowego przepływu wody w gruntach i glebach nienasyconych – *Arch. Hydrot.* 1971, 3: 487-504.
- [108] H. Zaradny, P. Kowalik / Współczynnik przewodności gleb i gruntów nienasyconych – *Arch. Hydrot.* 1972, Nr 3: 319-332.
- [109] K. Zima / Kolmace říčních koryt a její stanovení – *Vodohosp. Čas.* 1985, 35, 2: 179-192.

9.2. Cytowana literatura pomocnicza

- [110] J.R. Dojlido / *Chemia wody*; Warszawa: Arkady, 1987.
- [111] Dokumentacja geologiczno-inżynierska do projektu technicznego stopnia wodnego *Kościuszko* na rzece Wiśle w Krakowie; Kraków: Przedsiębiorstwo Geologiczne Budownictwa Wodnego *Hydrogeo*, 1977; materiały poufne.
- [112] M. Dryja, J. i M. Jankowscy / *Przegląd metod i algorytmów numerycznych*: Cz. 2; Warszawa: WN-T, 1982.

- [113] Encyklopedia fizyki: 3. P-Ż; Warszawa: PWN, 1972.
- [114] K.E. Gustafson / Introduction to partial differential equations and Hilbert space methods; 2nd ed.; New York: John Wiley & Sons, 1987.
- [115] R.W. Hamming / Numerical methods for science and engineers; New York: McGraw-Hill Book Co., 1973; (International Series in Pure and Applied Mathematics).
- [116] J. Litwiniszyn / The phenomenon of colmatage – *Arch. Mech. Stos.* 1966, 18, 4, 479-496.
- [117] Poradnik inżyniera: Matematyka; Warszawa: WN-T, 1971.
- [118] D. Potter / Metody obliczeniowe fizyki; Warszawa: PWN, 1977.
- [119] Р. Рихмаер, К. Мортон / Разностные методы решения краевых задач; Мир: Москва, 1972.
- [120] А.А. Самарский, И.В. Фрязинов / О сходимости однородных разностных схем для уравнения теплопроводности с разрывными коэффициентами; *Ж. Вычисл. Мат. И Мат. Физ.* 1961, 1, 5: 806-824.
- [121] A. Strzalkowski, A. Śliżynski / Matematyczne metody opracowywania wyników pomiarów; Warszawa: PWN, 1973.
- [122] R. Wit / Numeryczne metody rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych: Wstęp; Kraków: UJ, 1982; (Skrypty Uczelniane Nr 424).

9.3. Bibliografia zagadnienia obejmująca ważniejsze publikacje nie wykorzystane w pracy

- M.J. Abdulrazzak / Aquifer recharge from an ephemeral stream and resulting evolution of water table – *HYDROWAR Program Report*; Fort Collins: Colorado State Univ., April 1982.
- L.R. Ahuja / Application of Green-Ampt approach to water infiltration through surface crust – *Soil Sci.* 1974, 118, 15: 283-286.
- L.R. Ahuja, B.B. Barnes, D.K. Cassel, R.R. Bruce, D.L. Nofziger / Effect of assumed unit gradient during drainage on the determination of unsaturated hydraulic conductivity and infiltration parameters – *Soil Sci.* 1988, 145, 4-c: 235-243.
- K. Akai, J. Ohnishi, M. Nishigaki / Finite element analysis of three-dimensional flows in saturated-unsaturated soils – *Numer. Meth. Geomech. Proc. 3rd Int. Conf. Aachen 1979*, 1: 227-239; Rotterdam: 1979.
- C.A. Amar / Theory of groundwater recharge of a strip basin – *Groundwater* 1975, 13, 3: 282-292.
- J. Andersson, A.M. Shapiro / Stochastic analysis of one-dimensional steady state unsaturated flow: A comparison of Monte Carlo and perturbations methods – *Water Resour. Res.* 1983, 19, 1: 121-133.
- М.М. Арипов, Д.Ш. Ешматов / О конечной скорости распространения в задаче нестационарной фильтрации при неполном насыщении – Докл. АН УзССР 1986, 8: 15-17.
- С.В. Аверьянов / Фильтрационные потери из ирригационных каналов – Гидрот. и Мелиор. 1950, 9-10.
- R.J. Bally / Suction movement of water through unsaturated soils – *Groundwater Eff. Geotechn. Eng.: Proc. 9th Eur. Conf. Soil Mech. and Found. Eng.*, Dublin 31 Aug – 3 Sept. 1987, 2; Rotterdam, Boston: 1987: 541-544.
- R. Battacharya, V. Gupta, G. Sposito / On the stochastic foundations of the theory of water flow through unsaturated soil – *Water Resour. Res.* 1976, 12, 3: 503-512.
- J. Bear / Dynamics of fluids in porous media; New York: American Elsevier Publ. Comp., 1972.

- J.J. Behnke / Clogging in surface spreading operations for artificial ground-water recharge – *Water Resour. Res.* 1969, 5: 870-876.
- K. Beven / Infiltration into a class of vertically nonuniform soils – *Hydrol. Sci. J.* 1984, 29, 4: 425-434.
- T. Błaszczyk / Koncepcja zasilania wód podziemnych; Warszawa: Instytut Kształtowania Środowiska, 1977.
- M. Boreli, G. Vachaud / Note sur la détermination de la teneur en eau résiduelle et sur la variation de la perméabilité relative dans les sols non saturés – *C. R. de'Ac. des Sc.*; Paris: Gaithier-Villars 1966, 236: 698-701.
- H. Bouwer / Groundwater recharge design for renovating waste water – *J. Sanit. Eng. Div.* 1970, 96, SA1: 59-74.
- H. Bouwer / Infiltration of water into nonuniform soil – *J. Irrig. Drain. Div. Am. Soc. Civ. Eng.* 1969, 95, IR1: 153-170.
- H. Bouwer / Theoretical aspects of seepage from open channels – *J. Hydraul. Div.* 1965, 91, HY3: 37-59.
- R. Bowen / Ground water; London: Applied Science Publishers Ltd, 1980.
- C. Braester, G. Dagan, S. Newman, D. Zaslavsky / A survey of equations and solutions of unsaturated flow in porous media – *Rep.*, Haifa 1971, 1: 45.
- P. Broadbridge, I. White / Constant rate rainfall infiltration: A versatile nonlinear model. 1. Analytic solution; 2. Applications of solutions – *Water Resour. Res.* 1988, 24, 1: 145-162.
- K.M. Brown / Computer oriented algorithms for solving systems of simultaneous nonlinear algebraic equations; Praca finansowana przez National Science Foundation under Grant GJ-32552 i University Computer Center of the Univ. of Minnesota (tłumaczenie w posiadaniu autora).
- А.И. Будаговский / Впитывание воды в почву; Москва: Издат. АН СССР, 1955.
- Т.В. Бурчак, И.В. Проценко / Расчет работы инфильтрационного бассейна при постоянной скорости фильтрации и изменяющейся во времени мутности воды – *Гидравл. и Гидромех.* (Киев) 1985, 4: 28-35.
- E.C. Childs / Soil moisture theory – *Adv. in Hydrosoci.* 1967, 4: 73-117.
- И.Б. Циприс, В.И. Лычагин / Влияние формы представления гидрофизических характеристик на решение уравнения влагопереноса – *Мелиор. Земель Калинингр. Обл.*; Ленинград 1981: 64-68.
- R.E. Collins / Flow of fluids through porous materials; New York: Reinhold, 1961.
- J. Cushman, D. Kirkham / A two-dimensional linearized view of one-dimensional unsaturated-saturated flow – *Water Resour. Res.* 1978, 14, 2: 319-323.
- Б.П. Дармограй / Закономерности инфильтрации из водоёма при неполном насыщении грунта – *Гидравл. и Расчеты Гидросооруж.* 1984: 68-73.
- St. Davis, R. De Wiest / Hydrogeology; New York: John Wiley & Sons, Inc., 1967.
- Л.И. Демченко, И.И. Ляшко, О.Б. Стеля / К расчету влагопереноса в насыщенно-ненасыщенных пористых средах – *5-й Всес. Сезд по Теор. и приклад. Мех. Алма-Ата, 27 мая – 3 июня 1981: Аннот. Докл.*; Алма-Ата: 1981.
- Р. де Вист / Гидрогеология с основами гидрологии суши; Москва: Мир, 1969.
- R. De Wiest / Geohydrology; New York: John Wiley & Sons, Inc., 1965.
- P.J. Dillon, J.A. Liggett / An ephemeral stream-aquifer interaction model – *Water Resour. Res.* 1983, 19, 3: 621-626.
- Flow and transport in porous media: Proceedings of Euromech Colloquia 143, Delft 2-4 Sept. 1981 / ed. A. Verruijt, F.B.J. Barendsa; Rotterdam: A.A. Balkema, 1981.
- Flow through porous media / ed. J.M.R. De Wiest; New York: Academic Press, 1969.

- Y. Fok / Derivation of Lewis-Kostiakov intake equation – *J. Irrig. and Drain. Eng.* 1986, 112, 2: 164-171.
- R.A. Freeze, J.A. Cherry / Groundwater; Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc., 1979.
- M.A. Gill / A layered infiltration model for homogeneous soils – *J. Hydrol.* 1978, 36, 1/2: 121-131.
- R.W. Gillham, A. Klute, D.F. Heerman / Measurement and numerical simulation of hysteretic flow in a heterogeneous porous medium – *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 1979, 43, 6: 1061-1067.
- W.G. Gray, K. O'Neil / On the general equations for flow in porous media and their reduction to Darcy's law – *Water Resour. Res.* 1976, 12, 2: 148-154.
- А.М. Глобус / Экспериментальная гидрофизика почв: методы определения потенциала и коэффициентов переноса почвенной влаги; Гидрометеиздат: Ленинград, 1969.
- J.M. Golden / Percolation theory and models of unsaturated porous media – *Water Resour. Res.* 1980, 16, 1: 201-209.
- R.A. Greenkorn / Flow phenomena in porous media: Fundamentals and application in petroleum, water and food production; New York: Marcel Dekker, Inc., 1983.
- В.М. Григорев / Теоретические основы расчета инфильтрационных водозаборов с учётом заиления речных русел – *Водоснабжение и Санитарная Техника* 1960, 6.
- Е.М. Гусев / Проблемы теории переноса жидкости в ненасыщенных пористых средах – *Физ. Почв. Вод* 1981: 123-143.
- F.R. Hall, A.F. Moench / Application of the convolution equation to stream aquifer relationships – *Water Resour. Res.* 1972, 8, 2: 487-493.
- M.E. Harr / Groundwater and seepage; New York: McGraw-Hill Book Co., Inc., 1962.
- R.Haverkamp, M. Vauclin / A note on estimating finite difference interblock hydraulic conductivity values for transient unsaturated flow problems – *Water Resour. Res.* 1979, 15, 1: 181-187.
- D. Hillel, W.R. Gardner / Steady infiltration into crust-topped profiles – *Soli Sci.* 1969, 108: 137-142.
- G.M. Hornberger, I.Remson, A.A. Fungaroli / Numerical studies of a composite soil moisture ground-water system – *Water Resour. Res.* 1969, 5: 797-802.
- P.S. Huyakorn, E.P. Springer, V. Guvanasen, T.D. Wadsworth / A three-dimensional finite-element model for simulating water flow in variably saturated porous media – *Water Resour. Res.* 1986, 22, 13: 1790-1808.
- S. Irmay / Solutions of the non linear diffusion equation with a gravity term in hydrology – *VIASH Symposium on Water in the Unsaturated Zone*, Wageningen, 19-25 VI 1966: 1-27.
- P. Jeż / Analogowe badania infiltracji z rzek i kanałów przy zastosowaniu metody Hele-Shaw; Praca doktorska; Kraków, 1978.
- P. Jeż, A. Kowalik, K. Książczyński / Zespolony model filtracji dla strefy aeracji i saturacji – *Matematyczne Modelowanie Ujęć Wody Podziemnej: II Konferencja*, Janowice, 16-19 września 1980.
- Г.И. Юзефович, В.А. Йангарбер, Н.В. Пэригина / О решении нелинейного уравнения влагопереноса методом сеток – *Тр. Агрофиз. Ин-та* 1967, 14: 13-23.
- Ю.И. Калугин, В.С. Сирый / К расчету дренажа двухстороннего регулирования на основе квазистационарной математической модели влагообмена зоны аэрации с грунтовыми водами – *Гидромеханика (Киев)* 1985, 52: 19-24.
- S.V. Kameswara Sarma / Moisture movement under partially saturated conditions – *J. Sci. and Ind. Res.* 1972, 31, 11: 546-549.
- В.С. Кермез / Численное решение задачи о фильтрации воды в неоднородно-слоистых пластах с учётом влагопереноса в зоне аэрации – *Гидромеханика (Киев)* 1986, 53: 76-80.
- В.С. Кермез / Об одном случае фильтрации из канала в не полностью насыщенный грунт – *Гидромеханика (Киев)* 1989, 60: 60-63.

- A. Klute / A numerical method for solving the flow equation for water in unsaturated materials – *Soil Sci.* 1952, 73: 105-116.
- Р.Е. Коллинз / Течение жидкости через пористые среды; Москва: Мир, 1964.
- J.B. Kool, J.C. Parker / Development and evaluation of closed-form expressions for hysteretic soil hydraulic properties – *Water Resour. Res.* 1987, 23, 1: 105-114.
- J.B. Kool, J.C. Parker, M.Th. van Genuchten / Parameter estimation for unsaturated flow and transport models: A review – *J. Hydrol* 1987, 91, 3-4: 255-293.
- Р.Ковалик / Podstawy teoretyczne pomiarów potencjału wody glebowej; Wrocław: Ossolineum, 1976; (Problemy Agrofizyki Nr 2).
- Р. Ковалик, Н. Зарадны / Потенціал воды glebowej – *Arch. Hydrot.* 1969, 4: 607-613.
- Р. Ковалик, Н. Зарадны / Рównanie ruchu воды glebowej – *Arch. Hydrot.* 1970, 17, 4: 615-621.
- И.И. Крамаровская / О некоторых гидрологических параметрах грунта – *Изв. АН УзССР: Сер. Техн. Н.* 1986, 1: 49-53.
- В.С. Кремер et al. / Некоторые вопросы расчетов фильтрации и влагопереноса в зоне аэрации – *Вод. Рес.* 1985, 3: 158-161.
- К. Książczyński, Z. Krol, P. Jeż / Źródłowość punktowa w dyskretnym modelu pola filtracji – Materiały IV Konferencji *Modelowanie Zagadnień Brzegowych*, Jabłonna 26-29 czerwca 1978 r.: 165-171; Warszawa.
- R.I. Kunze, G. Uehara, K. Graham / Factors important in the calculation of hydraulic conductivity – *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* 1968, 32: 760-765.
- М. Kutílek, T. Vogel, M. Císlerova / Teorie lineárních půd – *Vodohosp. Čas.* 1985, 33, 5: 558-569.
- И.Н. Лалыкин, Н.В. Лалыкин / Пространственная модель инфильтрации – *Метеорол., Климатол. и Гидрол. (Киев)*: Одесса 1989, 25: 101-107.
- L. Lapidus, G.F. Pinder / Numerical solution of partial differential equations in science and engineering; New York: John Wiley & Sons, 1982.
- С.А. Лавров, Т.И. Прокофьева, И.М. Химин / Роль гистерезиса основной гидрофизической характеристики в процессе влагопереноса в зоне аэрации – *Сб. Науч. Тр. Ленингр. Гидрометеорол. Ин-та* 1987, 98: 71-76.
- L. Lukner, G. Peschke, G. Schreiber / Digitale Simulation der Strömungsvorgänge in der Aerationzone – *Acta Hydrophys.* 1978, 23, 4: 249-289.
- К.П. Лундин, В.М. Гончарик, Папкевич / Исследование влагопроводности ненасыщенной почвы – *Тр. Белорус. Науч. Иссл. Инст. Мелиор. Вод. Хозяй.* 1973, 21: 96-119.
- T. Macioszczyk, V.M. Szestakow / Dynamika wód podziemnych: Metody obliczeń; Warszawa: Wydawn. Geologiczne, 1983.
- R.G. Main, C.L. Larson / Modelling of the infiltration component of the rainfall-runoff process – *Bull.* 43; Minneapolis: Water Resour. Res. Center Univ. of Minn., 1971.
- M.A. Mariño / Artificial groundwater recharge: I. Circular recharging area – *J. Hydrol.* 1975, 25: 201-208.
- M.A. Mariño / Artificial groundwater recharge: II. Rectangular recharging area – *J. Hydrol.* 1975, 26: 29-37.
- M.A. Mariño, J.N. Luthin / Seepage and groundwater; Amsterdam: Elsevier, 1982.
- R.G. Mein, D.E. Farrel / Determination of wetting front suction in the Green-Ampt equation – *Proc. Soil Sci. Soc. Am.* 1974, 38: 872-876.
- Методы расчета влагопереноса в зоне аэрации: Методические указания / состав. В.А. Злотник, В.Я. Кулик, М.Г. Мурашко; Издат. ЦНИИКИВР: Минск, 1974.
- Б.Н. Мичурин / Энергетика почвенной влаги; Гидрометеиздат: Ленинград, 1975.
- J. Mls / Formulace a řešení základních úloh pro vertikální infiltraci – *Vodohosp. Čas.* 1982, 30, 3: 304-313.

- H.J. Morel-Seytoux / From excess infiltration to aquifer recharge: a derivation based on the theory of flow in unsaturated soils – *Water Resour. Res.* 1984, 20, 5: 1230-1240.
- H.J. Morel-Seytoux / Two-phase flows in porous media – *Advan. Hydrosci.* 1973, 9: 119-202.
- H.P. Morel-Seytoux, J.A. Billica / A two-phase numerical model for prediction of infiltration: Case of impervious bottom – *Water Resour. Res.* 1985, 21, 9: 1389-1396.
- T.N. Narasimhan, P.A. Whitherspoon / Numerical model for saturated-unsaturated flow in deformable porous media – *Water Resour. Res.* 1977, 13, 3: 657-664; 1978, 14, 2: 255-261; 6: 1017-1034.
- S.P. Neuman / Wetting front pressure head in the infiltration model of Green and Ampt – *Water Resour. Res.* 1976, 12: 564-566.
- Ya.A. Pachepsky, R.A. Scherbakov / Determination of capillary hydraulic conductivity of soil and its dependence on suction – *J. Hydrol.* 1984, 69, 1/4: 287-296.
- J.Y. Parlange / Theory of water movement in soils: 1. One dimensional steady absorption – *Soil Sci.* 1970, 111: 134-137.
- J.Y. Parlange / Theory of water movement in soils: 2. One dimensional steady infiltration – *Soil Sci.* 1970, 111: 170-174.
- J.Y. Parlange / Theory of water movement in soils: 3. Two and three dimensional steady absorption – *Soil Sci.* 1971, 112: 313-317.
- J.Y. Parlange / Theory of water movement in soils: 4. Two and three dimensional steady infiltration – *Soil Sci.* 1972, 113, 2: 96-101.
- Н.Н. Павловский / Свободная инфильтрация из каналов – *Изв. ВНИИГ* 1936, 19.
- K.M. Perroux, D.E. Smiles, I. White / Water movement in uniform soils during constant-flux infiltration – *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 1981, 45, 2: 237-240.
- J.R. Philip / Flow through porous media – *Ann. Rev. Fluid Mechan.* 1970, 2: 177-204.
- J. R. Philip / Steady infiltration from circular cylindrical cavities – *Soil Sci. Soc. Am. J.* 1984, 48: 270-278.
- M.F. Pikul et al. / A numerical model based on coupled one-dimensional Richards and Boussinesq equation – *Water Resour. Res.* 1974, 10, 2: 295-302.
- П.И. Полубаринова-Кочина / Математические методы в вопросах орошения; Наука: Москва, 1969.
- П.Я. Полубаринова-Кочина / Теория движения грунтовых вод; ГИТТЛ: Москва, 1952.
- А.Ф. Порядин / Из опыта эксплуатации инфильтрационных водозаборов – *Водоснабж. и Сан. Тех.* 1962, 11.
- Димитър Потев / Искусствено инфильтрационно подхранване на подземните води – *Хидротехн. и Мелиор.* 1982, 26, 9: 25-29.
- Proceedings of the NWWA Conference on Characterisation and Monitoring of the Vadose (Unsaturated) Zone, Denver, Colo., Nov. 19-21 1985; Warthinton (Ohio): 1986.
- E.A. Reisenauer / Methods for solving problems of multidimensional partially saturated steady flow in soils – *J. Geophys. Res.* 1963, 68: 5725-5733.
- I. Remson, R.L. Drake, S.S. McNeary / Vertical drainage of an unsaturated soil – *ASCE J. Hydraulics Division* 1965, 91, HY1: 55-74.
- I. Remson, G.M. Hornberger, F.J. Molz / Numerical methods in subsurface hydrology; New York: J. Wiley & Sons, 1971.
- С.Т. Рибаква, В.К. Сабинин / Задача неустановившейся насыщенно-ненасыщенной фильтрации к горизонтальным дренам – *Изв. АН СССР: Мех. Жидкости и Газа* 1981, 5: 81-87.
- А. Роде / Почвенная влага: Izdat. АН СССР, 1952.
- A. Rode / Woda w glebie; Warszawa: PWRiL, 1956.

- M. Sakellariou-Makrantonaki, C. Tzimopoulos, D. Gouliaras / Analysis of a closed form analytical model to predict the hydraulic conductivity function – *J. Hydrol* 1987, 92, 3-4: 289-300.
- K. Sato / Stochastic model of nonsaturated flow through porous media – *Proc. 3rd Int. Symp. Stochastic Hydraul.*, Tokyo 1980: 433-443.
- G. Schmitz, M. Vauclin, G.J. Sens / A time variant computational mesh technique to simulation a large scale ponding test – *Finite Elements Water Resources Proc.: 5th Int. Conf.* Burlington, vt, June 1984; Berlin e.a. : 1984: 495-508.
- H.M. Selim, D. Kirkham / Unsaturated two-dimensional flow of water in unsaturated soil above an impervious barrier – *Proc. Soil Sci. Soc. Am.* 1973, 37: 489-495.
- V.P. Singh, Y. He, F. Yu / 1-D, 2-D and 3-D infiltration for irrigation – *J. Irrig. and Drain. Eng.* 1987, 113, 2: 266-278.
- M. Šir, M. Císlarová, T. Vogel / Numerická simulace pohybu kapaliny v pórovitém materiálu – *Vodohosp. Čas.* 1986, 34, 2: 190-204.
- M. Šir, T. Vogel, M. Císlarová / Analytické vyjádření retenční křivky a hydraulické vodivosti porovitého materiálu – *Vodohosp. Čas.* 1985, 33, 1: 74-85.
- А.Б. Ситников / Динамика воды в ненасыщенных и насыщенных грунтах зоны аэрации; Наукова Думка: Киев, 1978.
- W.O. Smith / Infiltration in sands and its relation to groundwater recharge – *Water Resour. Res.* 1967, 3: 539-555.
- J. Sonu, H.J. Morel-Seytoux / Water and air movement in a bounded deep homogeneous soil – *J. Hydrol.* 1971, 29, 1/2: 23-42.
- G. Sposito / The statistical mechanical theory of water transport through unsaturated soil – *Water Resour. Res.* 1978, 14, 3: 474-484.
- Л.Р. Шредер / Применение ЭЦВМ при расчетах влагопереноса в зоне аэрации – *Инж. Изыскания в Строит.* 1973, 2, 20: 40-43.
- R.W. Stallman / Flow in the zone of aeration – *Adv. in Hydrosci.* 1967, 4: 151-195.
- D.B. Stephens, S.P. Neuman / Free surface and saturated-unsaturated analyses of borehole infiltration tests above the water table – *Adv. Water Resour.* 1982, 5, 2: 111-116.
- M. Stopa / Badanie infiltracyjnych przepływów wody w strefie aeracji w gruntach piaszczystych – *Arch. Hydrot.* 1977, 24, 2: 237-251.
- M. Stopa / Weryfikacja modelu matematycznego infiltracyjnych przepływów wody w strefie aeracji w gruntach piaszczystych – *Arch. Hydrot.* 1977, 24, 3: 351-369.
- O.D.L. Strack / Groundwater mechanics; New Jersey: Prentice-Hall Englewood Cliffs, 1987.
- A. Styczek, J. Pyzik / Numeryczne Rozwiązanie równań przepływu wody w gruntach i glebach nienasyconych – *Arch. Hydrot.* 1972, 4: 477-482.
- И.И. Судницын / Закономерности передвижения почвенной влаги: исследования передвижения влаги методом термодинамического потенциала переноса; Наука: Москва, 1964.
- J. Šútor / Vyskum pohybu vody v systéme atmosféra – nenasytená zona – podzemná voda – *Vodohosp. Čas.* 1979, 27, 6: 601-623.
- D.S. Swartzendruber / Infiltration of constant flux rainfall into soil as analyzed by the approach of Green and Ampt – *Soil Sci.* 1974, 117: 272-281.
- D.S. Swartzendruber / The flow of water in unsaturated soils – *Flow through porous media / ed. R. De Wiest; New York: Academic Press, 1969: 215-292.*
- M. Todsen / Numerical studies of two-dimensional saturated-unsaturated drainage models – *J. Hydrol* 1973, 20, 4: 311-326.
- J.C. Tracy, M.A. Mariño / Seepage into variable saturated porous medium – *J. Irrig. and Drain. Eng.* 1987, 113, 2: 198-212.

- A. Trzaska, K. Sobowska / Phenomenon of colmatage during flow with free surface of liquid – *Arch. Gorn.* 1990, 35, 4.
- C. Tzimopoulos / Finite elements solution of unsaturated porous media flow – *Finite Elem. Water Resour. Proc.: 2nd Int. Conf.*, London 1978; London-Plymouth: 1978: 1.37-1.49.
- А.Ф. Вадюнина / Методы определения физических свойств почв и грунтов; Москва: Высшая Школа, 1961; (В Поле і в Лаборатории).
- C.J. van Duyn / Nonstationary filtration in partially saturated porous media: Continuity of the free boundary – *Arch. Ration. Mech. and Anal.* 1982, 79, 3:261-265.
- C.J. van Duyn, L.A. Peletier / Nonstationary filtration in partially saturated porous media – *Arch. Ration. and Anal.* 1982, 78, 2: 173-198.
- M. Vauclin, R. Haverkamp, G. Vachaud / Résolution numérique d'une équation de diffusion non linéaire: Application à l'infiltration de l'eau dans les sols non saturés; Grenoble: Presses Universitaires de Grenoble, 1979.
- M. Vauclin, D. Khanji, G. Vachaud / Etude expérimentale et numérique du drainage et de la recharge des nappes à surface libre avec prise en compte de la zone non saturée – *J. Méc.* 1976, 15, 2: 307-348.
- M. Vauclin, G. Vachaud / Drainage de nappe bidimensionnelle en régime non permanent avec prise en compte de la zone non saturée – *C. R. Acad. Sci.* 1974, B279, 10: 231-233.
- M. Vauclin, G. Vachaud, J. Khanji / Two dimensional numerical analysis of transient water transfer in saturated-unsaturated soils – *Computer Simulation of Water Resources Systems* / ed. G.C. Vansteenkiste; Amsterdam: North-Holland P.C., 1975.
- В.В. Ведерников / Фильтрация из каналов трехугольной и трапецеидной формы – *Научн. Зап. Моск. Гидромелиор. Инст.*, 1936, 2: 248-288.
- A. Verruijt / Theory of groundwater flow; London: MacMillan and Co., 1970.
- Е.С. Волошкина / К определению фильтрационных расходов открытых дренажных каналов – *Мелиор. и Вод. Хоз-во (Киев)* 1985, 62: 30-33.
- M. Wacławski / Analiza procesu kolmatacji utworów piaszczystych w świetle badań laboratoryjnych: Praca doktorska; Kraków: Wyd. Budownictwa Wodnego Politechniki Krakowskiej, 1970.
- J.W. Warner, D. Molden, M. Chahata, D.K. Sunada / Mathematical analysis of aquifer recharge from basins – *Water Res. Bull.* 1989, 25, 2: 401-411.
- K.K. Watson / Profile characteristics during extended gravity drainage under falling water table conditions – *Water Resour. Res.* 1988, 24, 1: 178-182.
- L.G. Wells, A.D. Ward, I.D. Moore, R.E. Philips / Comparison of four infiltration models in characterizing infiltration through surface mine profiles – *Trans. ASME* 1986, 29, 3: 785-793.
- J. Wesseling / Principles of unsaturated flow and their application to the penetration of moisture into soil – *Techn. Bull. Inst Land and Water Res., Wageningen* 1961, 23.
- G. Wind, W. Doorne / A numerical model for the simulation of unsaturated vertical flow of moisture in soils – *J. Hydrol.* 1975, 24, 1-2: 1-20.
- G.P. Wind, A.N. Mazee / An electronic analog for unsaturated flow and accumulation of moisture in soils – *J. Hydrol.* 1979, 41, 1, 1-2: 69-83.
- K. Yamagami, M. Kurashige / Infiltration of fluid into a dry poroclastic body – *Trans. ASME J. Appl. Mech.* 1981, 48, 2: 259-264.
- E.G. Youngs / Two- and three-dimensional infiltration seepage from irrigation channels and infiltrometer rings – *J. Hydrol.* 1972, 15: 301-315.
- H. Zaradny / Badanie przepływu wody w nienasyconych ośrodkach porowatych – *Rozpr. Hydrot.* 1973, 32: 187-196.

- H. Zaradny / Boundary conditions in modeling water flow in unsaturated soils – *Soil Sci.* 1978, 125, 2: 75-82.
- H. Zaradny / Wpływ zasilania powierzchniowego na położenie zwierciadła wód gruntowych – *Prace Naukowe Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej*, 1986, 21, 49: 357-362.
- H. Zaradny / Wyznaczanie przewodności gruntów o niepełnym nasyceniu – *III Symposium Filtracji*, Gdańsk 21-22 XI 1969: 141-153.
- H. Zaradny, P. Kowalik / Rozwiązanie równań poziomego przepływu wody w gruntach i glebach nienasyconych – *Arch. Hydrot.* 1971, 3: 327-347.
- Л. Л. Журавлева, В.Я. Кулик / Упрощенный метод определения основной гидрофизической характеристики почв – *Метеорол. і Гидрол.* 1977, 10: 40-50.
- G. Zyvoloski, J.C. Bruch jr., J.M. Sloss / Solution of equation for two-dimensional infiltration problems – *Soil Sci.* 1976, 122: 65-70.

STRESZCZENIA

Matematyczne modelowanie filtracji w sąsiedztwie stawu infiltracyjnego

Rozprawa doktorska miała na celu opracowanie metod symulacji działania stawu infiltracyjnego stosowanego do wstępnego uzdatniania wody dla celów wodociągowych. Przedstawiono w niej szczegółowe zasady eksploatacji stawu i warunki w jakich zachodzi infiltracja dostarczanej do niego wody surowej do warstwy wodonośnej zasilającej studnię czerpne. Proces ten zapewnia odfiltrowanie z wody rumowiska unoszonego i usunięcie większości zanieczyszczeń biologicznych i chemii rolnej. W jego toku zachodzi kolmatacja gruntu pod dnem stawu, w wyniku czego natężenie infiltracji stopniowo maleje zmniejszając efektywność instalacji. Konieczne staje się okresowe usuwanie nagromadzonego osadu. Określenia konieczności wprowadzenia takiej przerwy eksploatacyjnej dokonano na podstawie analizy procesu infiltracji ze stawu do warstwy wodonośnej. Szczegółowo zostały przedstawione warunki infiltracji i metody ich opisu. Do symulacji zmian w tym procesie zastosowano dwie metody. Pierwszą z nich jest metoda analityczna oparta na hydraulicznym modelu infiltracji Greena i Ampta. Pozwala ona w prosty sposób uzyskać przybliżoną ocenę zmian natężenia infiltracji w czasie. Dokładne wyniki wymagają jednak zastosowania modelu symulacyjnego opartego na metodach nieciągłych.

W tym opracowaniu zastosowana została Całkowa Metoda Różnic Skończonych. Wykorzystanie jej do opisu przepływu wody w gruncie przy zmiennym nasyceniu, jakie pojawia się w trakcie infiltracji wymagało opracowania jednolitego modelu procesu zachodzącego w tych warunkach i szczegółowego określenia zmian poszczególnych parametrów gruntowych zachodzących w jego toku. Szczególnie istotnym dla przebiegu symulacji okazało się wyznaczenie przewodności gruntu pomiędzy węzłami siatki dyskretnej w warunkach niepełnego nasycenia. Samo rozwiązanie uzyskanego układu równań wymagało też doboru metody odpowiedniej przy znacznych różnicach wielkości występujących w nich współczynników.

Model zastosowano do symulacji infiltracji w różnych warunkach działania stawu – jako nawadniającego warstwę wodonośną, zasilającego ją w warunkach braku podtopienia i po wystąpieniu podtopienia stawu. Uwzględniono też wpływ na działanie stawu procesu kolmatacji jego dna. We wszystkich przypadkach porównano wyniki uzyskane z modelu nieciągłego i obliczone metodą analityczną, co pozwoliło określić zakres, w jakim ta ostatnia jest wystarczająco skuteczna. Na podstawie przeprowadzonych symulacji opracowano szczegółowe wnioski dotyczące zasad projektowania i eksploatacji stawu. Oceniono również możliwości wykorzystania opracowanego modelu do innych celów.

Mathematical modeling of filtration in the vicinity of an infiltration pond

The aim of the doctoral dissertation was to develop methods for simulating the operation of an infiltration pond used for preliminary water treatment for water supply purposes. It presents the detailed principles of pond operation and the conditions under which the raw water supplied to it infiltrates into the aquifer feeding the intake wells. This process filters the suspended sediment from the water and removes most of the biological contamination and agricultural chemicals. In its course, the soil under the pond bottom becomes clogged, as a result of which the infiltration intensity gradually decreases, reducing the efficiency of the installation. It becomes necessary to periodically remove the accumulated sediment. The necessity to introduce such an operational break was determined on the basis of the analysis of the infiltration process from the pond to the aquifer. The conditions of infiltration and methods of their description were presented in detail. Two methods were used to simulate changes in this process. The first is an analytical method based on the hydraulic infiltration model of Green and Ampt. It allows you to easily obtain an approximate assessment of changes in the intensity of infiltration over time. However, accurate results require the use of a simulation model based on discontinuous methods.

In this study, the Integral Finite Difference Method was used. Using it to describe the flow of water in the ground with variable saturation that occurs during infiltration required the development of a uniform model of the process taking place under these conditions and a detailed determination of changes in individual soil parameters occurring in its course. Determination of the soil conductivity between the discrete mesh nodes under the conditions of incomplete saturation turned out to be of particular importance for the course of the simulation. The very solution of the obtained system of equations also required the selection of an appropriate method with significant differences in the values of the coefficients present in them.

The model was used to simulate infiltration under various conditions of the pond operation – as an irrigation system for the aquifer, feeding it in the absence of flooding and after the pond flooding. The influence of the clogging of its bottom on the activity of the pond was also taken into account. In all cases, the results obtained from the discontinuous model and those calculated by the analytical method were compared, which allowed to determine the extent to which the latter is sufficiently effective. On the basis of the simulations carried out, detailed conclusions concerning the principles of pond design and operation were developed. The possibilities of using the developed model for other purposes were also assessed.

Mathematische Modellierung der Filtration in der Nähe eines Infiltrationsteichs

Ziel der Dissertation war es, Methoden zur Simulation des Betriebs eines Infiltrationsteichs zu entwickeln, der zur vorläufigen Wasseraufbereitung zur Wasserversorgung dient. Es enthält detaillierte Regeln für den Betrieb des Teichs und die Bedingungen, unter denen das ihm zugeführte Rohwasser in den Grundwasserleiter eindringt, der die Einlassbrunnen speist. Dieser Prozess filtert das suspendierte Sediment aus dem Wasser heraus und entfernt die meisten biologischen und landwirtschaftlichen Chemikalien. In seinem Verlauf wird der Boden unter dem Teichboden verstopft, wodurch die Infiltrationsintensität allmählich abnimmt, was die Effizienz der Anlage verringert. Das angesammelte Sediment muss regelmäßig entfernt werden. Die Notwendigkeit einer solchen Betriebsunterbrechung wurde anhand der Analyse des Infiltrationsprozesses vom Teich zum Grundwasserleiter ermittelt. Die Infiltrationsbedingungen und Methoden ihrer Beschreibung werden detailliert dargestellt. Zwei Methoden wurden verwendet, um Änderungen in diesem Prozess zu simulieren. Die erste ist die Analysemethode, die auf dem hydraulischen Infiltrationsmodell von Green und Ampt basiert. Auf diese Weise können Sie auf einfache Weise eine ungefähre Einschätzung der Änderungen der Infiltrationsintensität im Laufe der Zeit erhalten. Für genaue Ergebnisse ist jedoch die Verwendung eines Simulationsmodells erforderlich, das auf diskontinuierlichen Methoden basiert.

In dieser Studie wurde die Integral Finite Difference Method verwendet. Die Beschreibung des Wasserflusses im Boden mit variabler Sättigung während der Infiltration erforderte die Entwicklung eines einheitlichen Modells des unter diesen Bedingungen stattfindenden Prozesses und eine detaillierte Bestimmung der Änderungen der einzelnen Bodenparameter, die in seinem Verlauf auftreten. Die Bestimmung der Bodenleitfähigkeit zwischen den diskreten Netzknoten unter Bedingungen unvollständiger Sättigung erwies sich für die Simulation als besonders wichtig. Die Lösung des erhaltenen Gleichungssystems erforderte auch die Auswahl eines geeigneten Verfahrens mit signifikanten Unterschieden in den Werten der darin vorhandenen Koeffizienten.

Das Modell wurde verwendet, um die Infiltration unter verschiedenen Bedingungen des Teichbetriebs zu simulieren – als Bewässerungssystem für den Grundwasserleiter, das ohne Überschwemmungen und nach einer Teichüberflutung gespeist wird. Der Einfluss des Verstopfungsprozesses des Teichbodens wurde ebenfalls berücksichtigt. In allen Fällen wurden die Ergebnisse des diskontinuierlichen Modells und die mit der Analysemethode berechneten verglichen, wodurch festgestellt werden konnte, inwieweit letzteres ausreichend wirksam ist. Auf der Grundlage der durchgeführten Simulationen wurden detaillierte Schlussfolgerungen zu den Grundsätzen für die Planung und den Betrieb des Teichs entwickelt. Die Möglichkeiten, das entwickelte Modell für andere Zwecke zu verwenden, wurden ebenfalls bewertet.

Математическое моделирование фильтрации в районе инфильтрационного пруда.

Целью докторской диссертации была разработка методов моделирования работы инфильтрационного пруда, используемого для предварительной очистки воды для целей водоснабжения. В нем подробно представлены принципы работы пруда и условия, в которых подаваемая в него неочищенная вода просачивается в водоносный горизонт, питающий водозаборные скважины. Этот процесс отфильтровывает взвешенный осадок из воды и удаляет большую часть биологических и сельскохозяйственных химикатов. При этом грунт под дном пруда забивается, в результате чего интенсивность инфильтрации постепенно снижается, снижая эффективность установки. Возникает необходимость периодически удалять скопившийся осадок. Необходимость введения такого оперативного перерыва была определена на основании анализа процесса инфильтрации от пруда до водоносного горизонта. Подробно представлены условия инфильтрации и способы их описания. Для моделирования изменений в этом процессе использовались два метода. Первый - это аналитический метод, основанный на модели гидравлической инфильтрации Грина и Ампта. Это позволяет легко получить приблизительную оценку изменений интенсивности инфильтрации с течением времени. Однако для получения точных результатов необходимо использовать симуляционную модель, основанную на прерывных методах.

В этом исследовании использовался метод интегральных конечных разностей. Использование его для описания потока воды в грунте с переменным насыщением, возникающего при инфильтрации, потребовало разработки единой модели процесса, происходящего в этих условиях, и детального определения изменений отдельных параметров почвы, происходящих в его ходе. Особое значение при моделировании оказало определение проводимости грунта между узлами дискретной сетки в условиях неполного насыщения. Решение полученной системы уравнений также потребовало выбора подходящего метода с существенными различиями в значениях коэффициентов, присутствующих в них.

Модель использовалась для моделирования инфильтрации в различных условиях эксплуатации водоема – как система орошения водоносного горизонта, подпитка его при отсутствии затопления и после затопления водоема. Также учитывалось влияние засорения его дна на деятельность водоема. Во всех случаях результаты, полученные по разрывной модели, и результаты, рассчитанные аналитическим методом, сравнивались, что позволяло определить, в какой степени последний достаточно эффективен. На основе проведенного моделирования были сделаны подробные выводы относительно принципов проектирования и эксплуатации водоемов. Также были оценены возможности использования разработанной модели для других целей.