

Kazimierz Gdański

Statystyczna ocena bezpieczeństwa
niektórych typów ściskanych szupów żelbetowych.

PRACA DOKTORSKA

Promotor

Doc.dr inż. Janusz Murzewski

KRAKÓW, czerwiec 1965 r

Spis rzeczy

Rozdział 1.

W s t ę p.

- 1.1. Określenie problemu.
- 1.2. Cel pracy i zakres rozwiązania.

Rozdział 2.

Historia zagadnienia.

- 2.1. Wymiarowanie słupów żelbetowych w świetle norm.
- 2.2. Wyboczenie słupów żelbetowych.
- 2.3. Probabilistyczna teoria bezpieczeństwa.

Rozdział 3.

Zachowanie się słupów żelbetowych z uwzględnieniem odkształceń niesprężystych.

- 3.1. Założenia.
- 3.2. Model niesprężystego wyboczenia słupów żelbetowych.
- 3.3. Krzywa interakcji $F(P_k, e_k) = 0$.
- 3.4. Sztywność słupa K_k osiowo ściskanego siłą P_k .
- 3.5. Współczynnik stateczności słupa θ .
- 3.6. Kształt linii wygięcia słupa ściskanego osiowo siłą P_k .
- 3.7. Uwzględnienie błędów przyłożenia siły P_k oraz defektów technicznych wykonania słupa /czynnik T /.
- 3.8. Kompleksowy wzór na siłę krytyczną P_k .
- 3.9. Możliwości uogólnienia rozwiązania na inne schematy zamocowania końców słupa.

Rozdział 4.

Rozkłady statystyczne parametrów losowych.

- 4.1. Wstęp.
- 4.2. Odchyłki w wymiarach przekroju poprzecznego b, h .
- 4.3. Odchyłki w powierzchni armatury ΣF_a i w ułożeniu armatury δ .
- 4.4. Rozkład statystyczny wytrzymałości betonu R_b .
- 4.5. Rozkład statystyczny granicy plastyczności stali $Q_{r\alpha}$.
- 4.6. Mimośród e_0 przyłożenia siły P_k .
- 4.7. Nieznaczące wykrzywienie osi słupa e_1 .
- 4.8. Nieznaczące odchylenie osi słupa od pionu e_2 .
- 4.9. Niejednorodność materiałów oraz pozostałe wady wykonania e_3 .
- 4.10. Rozkłady statystyczne obciążeń P_g, P_r .
- 4.11. Błąd oceny C .

Rozdział 5.

Statystyczna weryfikacja teorii gięcia nie - Clapeyronowskiego.

- 5.1. Wstęp.
- 5.2. Przebieg analiz statystycznych i wyniki.
- 5.3. Ogólny wzór na krytyczną nośność słupa.

Rozdział 6.

Bezpieczeństwo słupów żelbetowych.

- 6.1. Kryterium bezpieczeństwa i konwencja struktury wzorów stanu granicznego.
- 6.2. Optymalizacja wartości granicznych dla ustalonych klas bezpieczeństwa.
- 6.3. Normalizacja^{zmiennych} losowych i spodziewane wartości parametrów bezpieczeństwa.
- 6.4. Linearyzacja warunku wytrzymałościowego.
- 6.5. Losowe błędy parametrów bezpieczeństwa.
- 6.6. Synteza.

* * *

Wykaz literatury

* * *

Załączniki: Spis oznaczeń, tablice, wykresy, obliczenia oraz przykłady w osobnym tomie i wg osobnego spisu.

Rozdział 1.

Wstęp.

1.1. Określenie problemu.

Sprawa obliczania słupów żelbetowych, obciążonych osiowo /w sposób techniczny/, stanowi jeszcze niezamknięty problem pomimo tego, że opracowano już wiele metod. Metody te mają różne wady, które zgrubsza biorąc, są dwojakiego rodzaju : albo zbyt mała dokładność wskutek wprowadzenia silnych uproszczeń w założeniach, albo nieprzydatność dla praktyki w wyniku daleko posuniętych komplikacji algorytmów. Niewątpliwie na przeszkodzie stoi tu znaczniejsza liczba parametrów o istotnym znaczeniu. Np. w porównaniu z czystym zginaniem dochodzą : moduły sprężystości materiałów, funkcja zmiany sztywności, smukłość słupa, mimośrodowość itd. i dlatego autorzy uproszczonych metod obliczania słupów są w pewnym stopniu usprawiedliwieni.

Analizy sformułowań na krytyczną nośność słupów żelbetowych wykazują, że odchylenia wartości obliczeniowych od wartości rzeczywistych /eksperymentalnych/ dochodzą do kilkudziesięciu a niekiedy i stu oraz więcej procent. Przeważnie odchylenia te są w kierunku korzystnym dla bezpieczeństwa, co przy większych odchyleniach daje znaczne rezerwy. Szczególnie niekorzystne parametry błędów formuł powszechnie stosowanych występują dla słupów smukłych, z betonów o wysokich wytrzymałościach i wyższych procentach uzbrojenia. Tylko nieliczne z dotychczas zaproponowanych metod, ustawionych z ambicją nowoczesnego ujęcia warunków pracy słupa, dają dobrą zgodność z doświadczeniami. Niestety są żmudne w zastosowaniu /metody numeryczne, kolejnych przybliżeń itd./ a czasami mają ograniczone zastosowanie wskutek empirycznego ujęcia niektórych zjawisk bez próby teoretycznego uzasadnienia. Trzeba przy tym podkreślić, że zagadnienie jest dość złożone oraz,

że danych doświadczalnych jest stosunkowo nie dużo. Pogarsza tu sprawę jeszcze ta okoliczność, że badania przeprowadzane były w różnych ośrodkach i na przestrzeni znacznego okresu czasu, przez co niejednokrotnie trudno znaleźć wspólny poziom odniesienia /dokładność badań/.

Drugim bodźcem do podjęcia tego tematu były nowe drogi, którymi kroczy współczesny rozwój nauki o bezpieczeństwie konstrukcji, a mianowicie: oparcie obliczeń na rachunku prawdopodobieństwa. Racja tezy probabilistycznej, jako nowego i jedynie obiektywnego sposobu określania pewności konstrukcji, była już niejednokrotnie udawana (por. np. [87], [106], [113], [124]). Ale - jak to często bywa - szybkie wprowadzenie nowości do praktyki napotyka zwykle na duże opory i trudności. Należą tu brak powszechnego przekonania co do słuszności nowego kierunku, oraz niewystarczający materiał statystyczny. To drugie związane jest z determinizmem jaki zaciążył na dotychczas stosowanych metodach obliczania konstrukcji budowlanych. Dlatego zachodzi potrzeba opracowania szeregu zagadnień od początku, a prócz tego dochodzą jeszcze zagadnienia nowe.

Wobec powyższego autor uważa, że podjęcie problemu obliczania skupów żelbetowych jest słuszne i aktualne.

1.2. Cel pracy i zakres rozwiązania.

Autor postanowił zająć się dwiema sprawami:

- "Uściśleniem" teorii wyboczenia smukłych skupów żelbetowych z uwzględnieniem najważniejszych odchyłek od schematu idealnego: nieznaczny mimośród przyłożenia siły, nieznaczne wykrzywienie osi skupa, nieznaczne odchylenie skupa od pionu oraz niejedno-równość materiału i inne wady wykonania.
- Wymiarowaniem skupów obciążonych "osiowo", na gruncie tezy probabilistycznej, tzn. przy założeniu, że poszczególne parametry są zmiennymi losowymi.

* * *

Charakterystyka rozważanych typów słupów.

- Słup jest pryzmatyczny o stałym, prostokątnym przekroju poprzecznym.
- Uzbrojenie słupa jest symetryczne i wiązane.
- Beton o wytrzymałości 100 - 400 kg/cm² w stanie ostatecznie stwardniałym.
- Procent uzbrojenia słupa w zakresie przewidywanym polskimi normami budowlanymi.
- Stal zwykłej jakości według norm polskich.
- Warunki zamocowania końców słupa : II przypadek Euler'a z możliwością uogólnienia rozwiązania na 5 podstawowych przypadków.

Rozdział 2.

Historia zagadnienia.

2.1. Wymiarowanie skupów w świetle norm.

2.1.1. Początkowo były w powszechnym użyciu sposoby wyprowadzone dla stanu sprężystego, na obciążenia normatywne. Ustaliły się one pod nazwą metody naprężeń dopuszczalnych /ND/. Współczynnik pewności w tej metodzie odnosi się do materiału - aczkolwiek nie można powiedzieć aby normatywne obciążenia nie były zaopatrzone pewnymi rezerwami - ot tak "dla pewności". Takie wymiarowanie nie daje żadnych informacji o bezpieczeństwie konstrukcji, z wyjątkiem niektórych prostych przypadków np. osiowego rozciągania. Pomimo tego metoda ta ma jeszcze swoich obrońców. Wadliwość tej metody polega na tym, /między innymi/ że nie jest związana z wyteżeniem materiału.

Później rozwinęły się metody, które mają na celu uwzględnienie stanu plastycznego. Określone są ogólnie nazwą metoda nośności granicznej /NG/ niekiedy zwane metodą równowagi granicznej lub metodą obciążeń niszczących /ON/. Jednakże w takiej formie /zrozumieniu/ w jakiej wprowadzono ją ~~do~~ do projektowania konstrukcji stalowych, w żelazobetonie nie znalazła zastosowania. Stosowany jest połowiczny sposób, znany pod nazwą odkształceń plastycznych /OP/, a polegający na tym, że ustrój oblicza się przy użyciu metod teorii sprężystości, zaś rozkład naprężeń przy obciążeniach niszczących wg teorii plastyczności. Współczynnik pewności w tej metodzie odnosi się do obciążenia.

Trzecia metoda, która znajduje coraz powszechniejsze zastosowanie, nazywa się metoda stanów granicznych /S.G./. Idea tej metody polega na tym, że uwzględnia się stan plastyczny konstrukcji, ale nie fikcyjny - jaki mógłby się zdarzyć w chwili katastrofy - lecz

rzeczywisty, na pewnym poziomie ufności, tj. przy granicznych wartościach obciążeń i innych niesprzyjających okolicznościach^[114] W zastosowaniu są tu więc 2 względnie 3 współczynniki: przeciążenia n , jednorodności materiałów k i^{ewentualnie} warunków pracy m . Wymiarowanie wg metody /S.G/ jest znacznie elastyczniejsze od metody /O N/, w której jeden współczynnik pewności nie może oddać dobrze różnych warunków pracy i zadań. Ale stosowanie tej metody w pełnym założeniu jest często niemożliwe, a przeszkodą jest brak sposobów obliczania różnych typów ustrojów na stan plastyczny. I tu zatem wypada niejednokrotnie stosować metody zapożyczone z teorii sprężystości, podobnie jak w metodzie O N.

Pierwsze sformułowania wg metody ON, OP pochodzą od Loleita, Stajermana i Gwozdiewa oraz równolegle od Empergera i Saligera. [61] , [36] , [28] , [110] . Natomiast metodę S.G zaproponował Strelecki [5] .

Metoda S.G. weszła w nowe przepisy ZSRR [35] , a także w projekt normy EWPG [105]. Obowiązujące jeszcze w Polsce normy: projektowania zwykłych konstrukcji żelbetowych [94] oraz żelbetowych konstrukcji mostowych [95] , opierają się : pierwsza - na metodzie ON, druga - na metodzie ND.

Metoda stanów granicznych nie jest jednak uwolniona od ~~arbitralności~~^{arbitralności}. Współczynniki n , k określone zostały na pewnych poziomach ufności, w oparciu o badania statystyczne, natomiast współczynnik m jest w ogólności słabo opracowany. Najwłaściwsze rozwiązanie może dać tylko teza probabilistyczna w połączeniu z odpowiednio sformułowanym warunkiem ekonomicznym [87] , [99] , [107] , [124] .

2.1.3. Metody normowe przewidują 2 schematy obliczeniowe dla skupów żelbetowych.

Schemat pierwszy : skup idealny, obciążony ściśle osiowo.

Schemat drugi : skup z przewidywanymi odchyleniami od modelu idealnego /mimośrodowe obciążenie/.

Drugi schemat jest znacznie logiczniejszy, gdyż: po pierwsze - schemat idealny prawie nigdy nie występuje, przez co traci właściwie sens i po drugie - przewidywanie odchyleń kompensuje różne niedokładności, co pozwala nadać współczynnikom bezpieczeństwa bardziej wiarogodne wartości.

* * *

W pierwszym schemacie maniera obliczeń, ze względów czysto praktycznych, sprowadzona została do wyznaczenia tzw. współczynnika wyboczenia γ /wzgl. jego odwrotności ω /. Przy takim ujęciu warunek wytrzymałościowy dla obciążeń krótkotrwałych brzmi : /cyt.za [95], [94], [35] /

$$(21) \left\{ \begin{array}{l} P_{norm} \leq P_{dop} = \gamma (F_b \cdot \sigma_{bdop} + \Sigma F_a \cdot \sigma_{adop}) \dots ND \\ sP_{norm} \leq P_n = \gamma (F_b \cdot R_{bs} + \Sigma F_a \cdot Q_{ra}) \dots ON \\ \Sigma P_{i, norm} \cdot n_i \leq P_n \cdot m = \gamma (F_b \cdot R_{bs} \cdot k_b + \Sigma F_a \cdot Q_{ra} \cdot k_a) m \cdot SG \end{array} \right.$$

W przepisach poszczególnych państw wartości współczynnika wyboczenia γ określone zostały przeważnie na drodze czystoempirycznej względnie półempirycznej. Bliżej o tym mówimy w pkt.2.2.2. Współczynnik γ uzależniony jest prawie zawsze wyłącznie od smukłości skupa $\lambda = L_w/i$ względnie od wyniosłości $\lambda_s = L_w/h$,

przez co staje się on uniwersalny dla wszystkich słupów niezależnie od wytrzymałości betonu i procentu uzbrojenia / o ile używa się parametru λ_s , a nie λ /.

Wartości współczynnika φ w polskich normach [94], [95] są takie same jak w dawnej normie radzieckiej NiTU-123-35. W najnowszej normie radzieckiej /opartej na metodzie S.G./ [35] wprowadzono pewne poprawki do wartości φ w oparciu o wyniki nowszych badań i eksperymentów.

W analizie zakresu wartości współczynnika φ , podanych w polskich normach zauważa się, że praktycznie nie dopuszczano stosowania elementów o smukłościach $\lambda > 104$, w przeciwieństwie np. do norm niemieckich DIN-1045, które przewidują także smukłości λ do 275, stwarzając w ten sposób lepsze możliwości dla prefabrykacji z betonów o wyższych wytrzymałościach.

Powyższy sposób wymiarowania /met.S.G./ jest bardzo prosty ale i wadliwy. Pominięcie wpływów o istotnym znaczeniu utrudnia dobór właściwego współczynnika bezpieczeństwa. Obliczenia są niepewne zwłaszcza w przypadku słupów o małych wymiarach przekroju poprzecznego. Wprowadzenie poprawki przy użyciu współczynnika η jest w tym przypadku niezadawalające i ma charakter arbitralny.

* * *

W drugim schemacie, wyznaczenie stanu równowagi granicznej związane jest z określeniem wielkości odkształceń słupa /wygięcia / w miejscu krytycznym (inaczej - miejscu zniszczenia). Rozwinęły się tu różne metody, ale w praktycznym zastosowaniu są te najprostsze, o charakterze półempirycznym. Szczegółowiej o poszczególnych metodach mówimy w pkt.2.2.3. Tutaj podajemy normowe sposoby przyjęte w przepisach polskich i radzieckich.

Metoda normowa polega na zastosowaniu współczynnika zwiększającego mimośród siły e_0 o udział wygięcia słupa f_k . Wymiarowanie przebiega zatem jak dla elementów ściskanych mimośrodowo, przy użyciu wzorów obowiązujących dla każdej z metod /ND, ON, SG./. Formuły na współczynnik zwiększający brzmią /cyt.wg [95], [94], [35]/

$$12.21 \quad \left[\begin{array}{l} e_k/e_0 = \left(1 - \frac{P_{dop}}{400 F_b \sigma_{brdop}} \lambda_s^2\right)^{-1} \quad \dots \quad ND \\ e_k/e_0 = \left(1 - \frac{s P_{norm}}{400 F_b R_{bzg}} \lambda_s^2\right)^{-1} \quad \dots \quad ON \\ e_k/e_0 = \left(1 - \frac{\sum P_i \pi_i}{c F_b R_{bzg} k_b} \lambda_s^2\right)^{-1} \quad \dots \quad SG \end{array} \right.$$

W ostatnim wzorze współczynnikowi c w normach radzieckich nadano zmienną wartość, usuwając w ten sposób znaczniejsze błędy dawniejszych wzorów / $c = 400$ /. Współczynnik c oblicza się z nast.wzoru empirycznego:

$$12.21' \quad c = \frac{66000}{R_{\phi 20 \text{ proj}} + 350} \left[\frac{1}{e_0/h + 0,16} + 200 \mu + 1 \right]$$

$$(e_0/h)_{max} \geq e_0/h \geq \lambda_s/600$$

$$\lambda_s \leq 10$$

Ograniczenie prawostronne oznacza, że przy mniejszych mimośrodkach początkowych, słup można liczyć jak osiowo ściskany, zaś ograniczenie lewostronne, że e_0/h nie podlega dalszej progresji (wg specjalnej tablicy)

Pomimo uściślenia /2.21', z uwagi na empiryczną budowę wzory mają ograniczone zastosowanie. W praktyce korzysta się z nich powszechnie, uogólniając formalnie na wszystkie przypadki i warunki.

2.2. Wyboczenie słupów żelbetowych.

2.2.1. W literaturze dość zgodnie dzieli się zagadnienia stateczności na 2 klasy.

Pierwszego rodzaju - podstawowym kryterium utraty ostateczności jest pojawienie się możliwości innych form deformacji /stanu równowagi/ i mówi się wtedy o krytycznym stanie i krytycznej sile w sensie Eulerowskim.

Drugiego rodzaju - forma deformacji jest niezmienna, a za stan krytyczny uznaje się taką deformację, przy której dalsze jej powiększenie może nastąpić bez zwiększenia obciążenia. Mówi się wtedy o stanie granicznym, albo o stanie granicznej równowagi i odpowiednio o statecznej wytrzymałości konstrukcji. Używa się tu także określeń: gięcie nie - Clapeyronowskie /dla określenia procesu obciążenia - odkształcenie/ i czasem nieliniowe gięcie podłużne.

Utożsamianie gięcia nie-Clapeyronowskiego z wyboczeniem budzi zawsze wątpliwości, gdyż w zdecydowanej większości przypadków proces zniszczenia związany jest ze sprężysto-plastycznymi własnościami materiału oraz z nieuniknionym występowaniem różnych defektów oraz początkowych mimośrodków. W szczególności nie podobna uniknąć:

- 1/ nieznacznego mimośrodu obciążenia,
- 2/ małych początkowych zakrzywień osi oraz odchyleń słupa od pionu,
- 3/ niejednorodności materiału oraz innych wad wykonania,

W konsekwencji powyższego wzory ustawione na podstawie kryterium pierwszego rodzaju są właściwie nieprzydatne dla praktyki, gdyż dają zbyt duże wartości na siłę krytyczną - obojętnie jaką teorią posłużono się przy ich wyprowadzaniu, tzn.: teorią modułu stycznego, czy modułu siecznego czy modułu zastępczego.

W klasyfikacji zagadnień występuje jeszcze jedno zastrzeżenie. Dla słupa doskonałego, wykonanego z materiału o idealnej charakterystyce sprężysto-plastycznej, w obszarze powstawania plastycznych odkształceń, o sile krytycznej nie może być właściwie mowy, bo odkształcenia te w miarę upływu czasu stale rosną. Wyboczenie plastyczne jest więc z natury rzeczy zjawiskiem niestatecznym. /Timoshenko [121]/. Jeśli jednak rozpatruje się proces doraźnego obciążenia, o tyle i tutaj termin siła krytyczna ma sens. Ale w samej rzeczy charakterystykę materiału traktuje się wtedy jako indikator własności nieliniowo-sprężystych i w konsekwencji można mówić o utracie stateczności w sensie eulerowskim.

Pomimo tego, że występują oczywiste różnice w istocie wymienionych klas zagadnień, także w żelazobetonie, który jest znacznie silniej niż metale narażony na różne niedokładności, rozwinęły się metody oparte na obu kryteriach.

Podajemy krótki przegląd znanych nam metod obliczania żelbetowych słupów obciążonych osiowo i mimośrodowo wraz z krytycznymi uwagami.

2.2.2. Osiowe ściskanie.

1. Pierwsze metody opracowano według rozwiązań znanych z teorii stateczności sprężystej /Formuły Eulera przy stałej sztywności słupa/. Dość szybko stwierdzono jednak, że betony zwłaszcza o niskich wytrzymałościach, znacznie odchylają się od prawa Hoocka i dlatego te metody mogą mieć zastosowanie jedynie do słupów wykonanych bardzo

dokładnie i posiadających dużą smukłość / $\lambda > 55$ /, oraz przede wszystkim do betonów o wysokiej wytrzymałości.

2. Wobec niedoskonałej znajomości procesu obciążenie-odkształcenie w betonie, poszukiwania dalsze skierowane zostały na drogę empiryczną z nastawieniem także na zakres plastyczny. W powszechnym zastosowaniu były 3 typy wzorów empirycznych : wzór liniowy Tetmajera, wzór paraboliczny Johnsona i hiperboliczny Rankin'a. Formuły te w większości przypadków określają zależność współczynnika wybooczenia φ od smukłości λ /wzgl. wyniosłości λ_s / przy użyciu 2 /wzgl. jednego/ parametrów empirycznych. Współczynniki empiryczne podawano w zastosowaniu do metody ND wzgl. ON.

Sformułowanie Tetmajera wyszło już właściwie z użycia, gdyż jedną linią prostą nie można było dobrze wyrazić całego zakresu φ . Wzór ten wprowadzany był np. w dawnych przepisach amerykańskich /por. [2], starszych przepisach angielskich (Brit.St.Code- wg [108]) z późniejszą ewolucją (C.P.114- wg dysk.do [108]) wyróżniającą 2 przedziały liniowe - osobno dla zakresu sprężystego i osobno dla plastycznego.

Wzory tego typu najlepiej zgadzają się z doświadczeniami dla $\lambda_s = 40$. Dla niższych λ_s , dają wartości φ zaniżone /do 50%/ i dlatego obecnie nie próbuje się bronić tego typu wzorów.

W nowszych propozycjach /np. do norm amerykańskich - por.ACI Com-318 [3]/ oparto się na formule Rankin'a. Ale ten typ wzoru proponowany był już wcześniej np. USA podali go Turneure i Maurer w r 1909 [108] zaś w Europie wszedł w przepisy szwajcarskie w r 1909 /na propozycję Rittera z r 1899/ oraz w przepisy niemieckie w r 1913 (na propozycję Bacha [108]). Zastosowano ją także w przepisach włoskich. W Code of Practice for Reinforced Concrete z r 1957, opracowanych przez British Standart Institution współczynnikiem empirycznym nadano sens teoretyczny w manierze metody ND [108].

W zastosowaniu do metody O N, S.G formuła Rankinóa może być uzasadniona teoretycznie w oparciu o wzór Eulera, wychodząc z liniowej zmiany modułu E w zależności od naprężenia /wg sformułowań Rittera-Mörscha, uogólnionych później przez E. Dischingera [25], [46]].

Empiryczne opracowania formuły Rankinóa jak również i budowy teoretyczne oparte na założeniach Dischingera, zakładają występowanie tzw. minimalnych smukłości, tzn. że jeśli $\lambda < \lambda_{min}$ to słup nie ulega wyboczeniu. Początkowo twierdzono /na podstawie starszych badań A. Kleinlogla w Wiedniu z r 1912 [116] i M. Rudeloffa w Stuttgarcie z r 1923 [116]], że niebezpieczeństwo wyboczenia nie zachodzi jeśli $\lambda \leq 60$ (II schemat Eulera). W nowszych badaniach wartości λ_{min} wypadły niższe /np.wg [1] - $\lambda_{smin} = 10$ /. Wartość $\lambda_{smin} = 10$ przyjęta jest np w najnowszych normach radzieckich [35]. W obowiązujących jeszcze przepisach polskich [94][95] $\lambda_{smin} \approx 15$.

Niektórzy badacze kwestionują słuszność ustalenia wyniosłości $\lambda_{smin} = 15$ wzgl. 10 jako granicznej. Np. badania J.W.H. Kinga (wg [116]) oraz F. Richarda - J. Draffina - R. Heitmana (wg [116]) wykazały zdecydowany spadek nośności przy $\lambda_s = 3,6 \div 10,6$.

Jest oczywiste, że jeśli współczynniki do wzoru Rankinóa zostają wyznaczone na drodze empirycznej, to ich wartości zależą od dokładności badań. Funkcja Rankinóa w zakresie niskich smukłości posiada płaskie ekstremum, które wobec istnienia rozrzutów w doświadczeniach nie może być wykazane jako punktowe. Uważamy, że łączy się to bezpośrednio z metodą określania tzw. technicznej wytrzymałości na czyste ściskanie R_{65} . Jeśli do wzorów wprowadzi się tę wielkość, a nie rzeczywistą /która jest większa /, to wypadnie posiłkować się konwencjonalną wartością λ_{smin} , która w pewien sposób aproksymuje błąd wyznaczenia R_{65} .

Przy utrzymaniu manieri związanej z λ_{smin} oraz utożsamieniem R_{65} z granicą plastyczności (tzn. ze $E(R_{65}) = 0$) wzór Rankin'ea przeszedł modyfikację i ostatecznie /por. C E B wg [75]/ zaproponowano budowę typu :

$$12.3.1 \dots \gamma = \frac{1}{1 + b(\lambda_s - \lambda_{smin})^n}$$

Na podstawie nowych badań i analiz austriacka delegacja do C E B zaproponowała : $b = 0,00017$; $\lambda_{smin} = 6$,
 $n = 2,3$ lub dla celów praktycznych : $b = 0,001$;
 $\lambda_{smin} = 6$; $n = 2$.

Tego samego sformułowania użył W.Gehler, który na podstawie badań przeprowadzonych w latach 1940-42 w Dreźnie ustalił [32], [116] :

% uzbrojenia 0,914 ; $b = 1/421$; $\lambda_{smin} = 18$; $n = 2$
 " " 2,8 ; $b = 1/834$, $\lambda_{smin} = 18$ $n = 2$

L.P Sàenz i J. Martin [108] na podstawie badań własnych i obcych zweryfikowali wzór /2.3/ i stwierdzili niezłą zgodność z doświadczeniami .Według B.Bromsa /dysk. do [108] / parametry błędu formuły wynoszą :

$\left\{ \bar{C} = P_k \text{ dośw} / P_{kobl} = 1,132, V_c = 0,163 \right\}$. B.Broms przeprowadził na ten temat jeszcze pewne analizy i korekty i wtedy otrzymał :

$\left\{ \bar{C} = 0,893 ; V_c = 0,121 \right\}$. Obliczeniowe wartości

P_k wykazują zatem pewne rezerwy dla $\lambda_s = 6 \div 43 \rightarrow$
 rezerwa = 0 \div 43 %.

3. Na odmiennych założeniach oparte są metody O.Baumanna [6], A.Habela [38], M.Roša [116] .

Autorzy wychodzą ze sformułowania Eulera przy użyciu teorii modułu zastępczego T.Kármána.

Rozwiązania podane są w formie graficznej jako gromada linii $\sigma_k - \lambda$

dla niektórych % uzbrojenia i wytrzymałości betonu.

Jak wykazały analizy K.E.Tala i E.A.Czistiakowa / por. [120]/ metody O.Baumanna i A.Habela w niektórych przypadkach mogą dać większe rozbieżności z wynikami badań doświadczalnych, ale na ogół dają dobre wyniki /dla skupów smukłych/. Przy średnich warunkach stosowalności rozrzuty wahają się w granicach od -18% do +27%.

* * *

4. W oparciu o sformułowanie Eulera i teorię modułu stycznego, przy założeniu stałej sztywności skupa wzdłuż długości /wygięcia skupa wskutek wyboczenia są nieskończone małe/ skonstruowana jest metoda B.Brömsa i J.M.Viesta [12] [13] Także i ta metoda daje niezłe wyniki. Rozrzuty między wartościami doświadczalnymi a obliczeniowymi wahają się na poziomie metod Baumanna i Habela /wg [120]/.

* * *

5. Teoria modułu siecznego /M.Broszko-por.[14] / do skupów żelbetowych nie znalazła zastosowania.

Sformułowanie R.Saligera /por.[110] / jest tylko podobne i uproszczone. R.Saliger /podobnie jak i Gornow-por [34]/ przyjmuje za moduł wyboczenia we wzorze Eulera najmniejszą wartość siecznego modułu, odpowiadającą wytrzymałości R_{ts} . Według niego E_{min} jest stały dla betonów wszystkich wytrzymałości. Rozwiązanie podane jest w manierze współczynnika ω .

$$/2.4/ \dots \omega = 1/\varphi = 1,7 \cdot 10^{-6} \cdot R_{ts} \cdot \lambda^2$$

A więc współczynnik wyboczenia uzależniony jest także od marki betonu, natomiast wpływ % uzbrojenia uwzględniony został w promieniu bezwładności przekroju.

Minimalna smukłość odpowiadająca $\varphi = 1$ wynosi tu :

12.4/ $\lambda_{min} = 770 / \sqrt{R_{bs}}$

* * *

6. Dokładniejsze metody opierają się na przyjęciu skończonych wartości wygięć słupa w chwili krytycznej. Znane rozwiązania idą dwiema drogami :

Uproszczoną - przy założeniu przybliżonej formy wygięcia słupa, i to zwykle według cosinusoidy.

"Ścisłą" - na podstawie dokładnej formy wygięcia, w oparciu o analizę stanu odkształcenia i naprężenia w poszczególnych przekrojach.

Należy tutaj podkreślić, że w metodach "ściśkich" z konieczności wprowadzono jednak pewne uproszczenia, odnośnie niektórych szczegółów, np. przy idealizowaniu charakterystyk materiałowych, determinowaniu wartości granicznych, pomijaniu pewnych wpływów itd., a więc o absolutnej ścisłości nie może być mowy.

Punktem wyjścia metod dokładniejszych są wyidealizowane charakterystyki materiałowe oraz kryteria wyznaczania wartości granicznych, tzn. krzywizny w przekroju krytycznym. Korzysta się tu z prawa Bernoulliego /płaskie przekroje/ i najczęściej parabolicznego rozkładu $\sigma_{\epsilon} - \epsilon_{\epsilon}$ w betonie.

* * *

Do grupy metod korzystających z przybliżonej formy wygięcia należą : A. Aas-Jacobsena [75], G. Ernsta [119], K. Gaede [31]. Jest jeszcze i szereg innych metod, nie mających określonej nazwy. Zajmujemy się bliżej metodą Aas-Jacobsena, gdyż pozostałe oparte są na podobnych założeniach.

Aas-Jacobsen wychodzi z parabolicznego rozkładu naprężeń w betonie i odrzuca dyssypację /założenia Kàrmàna/. W miejscu krytycznym formułuje warunek wytrzymałościowy przyjmując, że naprężenia w skrajnych włóknach strefy wklęsłej osiągają wartość R_{bs} . Otrzymał w ten sposób wzór:

12.5/ $P_k = N - K \frac{M_{\epsilon}}{h}$, $M_{\epsilon} = P_{\epsilon} \cdot e_{\epsilon}$



gdzie K jest pewnym współczynnikiem zależnym od % uzbrojenia, ułożenia armatury w przekroju oraz charakterystyk materiałowych. Przy stałej wartości $K / \approx 1,7$ wzór ma właściwie ograniczone zastosowanie - jedynie do przypadków gdy cały przekrój jest ściskany.

W zastosowaniu do wyboczenia autor wychodzi z przybliżonej formy wygięcia skupa wg cosinusoidy i określa krzywiznę w miejscu krytycznym z parabolicznego prawa $\bar{\sigma}_L - \varepsilon_L$. Po pewnych przekształceniach otrzymuje ostatecznie :

$$/2.6/ \dots e_L = (h/\sqrt{3})(R_{bS}/\bar{\sigma}_{kE}) \sqrt{1 - \bar{\sigma}_{kE}/R_{bS}}$$

Wzór powyższy w połączeniu z /2.5./ daje rozwiązanie. Dla celów praktycznych autor radzi przyjąć uproszczenie:

$$/2.6/' \dots e_L \approx 0,3 h (R_{bS}/\bar{\sigma}_{kE})$$

Wywody zostały sprawdzone na drodze statystycznej analizy doświadczeń: O.Baumanna, E.G.Thomasa, R.Hansona - S.Rosenströma, Rambella, W.Gehlera, G.Ernsta-K.Gaede, dla zakresu $\lambda = 40 \div 140$ /ogółem 143 eksperymenty/. Błąd formuły wynosi : $\left\{ \bar{C} = P_k \text{ dośw} / P_{\text{kobl}} = 1,16; v_c = 0,15 \right\}$. Przy założeniu reguły trzysignowej wartości graniczne błędu wynoszą - 30% ÷ +45%.

Uważamy, że stosunkowo mniej korzystne parametry błędu związane są z kryterium granicznych wartości odkształceń oraz z błędami metody wykorzystania przybliżonej formy wygięcia skupa. Na to zagadnienie zwróciliśmy uwagę w rozdz.3.

* * *

Do metod "ściślejszych" można zaliczyć propozycje W.F.Changa-P.M.Fergussona [23] oraz W.Zalewskiego [126], opartych na parabolicznym prawie $\bar{\sigma}_L - \varepsilon_L$ i ścisłej formie wygięcia skupa. Trzeba jednak powiedzieć, że sposoby rozwiązań są żmudne. W.Zalewski

rozwiązał to zagadnienie przy użyciu rachunku krakowianowego, metodą określoną przez niego jako "metoda sumarycznych krzywizn". Chang i Fergusson rozwiązują zagadnienie przy użyciu maszyny elektronicznej, korzystając z przetransformowanego równania różniczkowego linii wygięcia do równania całkowo-różniczkowego na kąty obrotu. Badania i analizy Changa-Fergussona miały na celu zbadanie skuteczności przybliżonego założenia wygięć cosinusoidalnych. Stwierdzili oni w oparciu o dobrze zrealizowaną serię własnych badań, że błąd jaki z tego powodu wynika w określeniu długości wolnej szypa L_w wynosi od $15,8 \div 31,5$ %.

~~.....~~
~~.....~~
~~.....~~. Uważamy, że cosinusoida może dobrze analogować /przybliżyć/ linię wygięcia szypa, a błędy jakie tkwią w metodach korzystających z tego przybliżenia zależą od sposobu wykorzystania przyjętej formy wygięcia. Bliżej wyjaśniamy to w rozdz.3.

Korzystanie z metody "ścislej" polega na przyjęciu, że stan zniszczenia wskutek wyboczenia jest równoznaczny z osiągnięciem na krawędziach odkształceń granicznych /związanych z osiągnięciem nośności granicznej/. Należy tu jednak podkreślić, że w metodzie Zalewskiego determinuje się wartość $\varepsilon_{bgr} = 30$ ‰ jako stałą, a jest wiadomym, iż są one zmienne. W szypach o nieznacznym wygięciu /szypy krępe/ wartości ε_{bgr} mogą być bliskie ε_{bpl} — odpowiadające wytrzymałości R_b . Zalewski korzysta z diagramu Jägera, a początkowy moduł sprężystości betonu ustala na poziomie pośrednim wartości normowych oraz wynikających z wzoru Roşa. Praktyczne obliczenie przebiega przy użyciu gotowych wykresów zależności krzywizny od momentu zginającego, przy różnych wartościach siły osiowej P_0 , różnych rodzajach betonu i % uzbrojenia. Na wykresach zaznaczone są miejsca gwałtownego wzrostu krzywizny, które określają wielkości krytyczne.

Metoda W. Zalewskiego jest ogólna i pozwala na rozwiązywanie zagadnień z różnymi warunkami brzegowymi i przy zmiennych przekrojach poprzecznych przez sprowadze-

nie rozwiązania do układu numerycznego. Słup podzielony zostaje na odcinki i kolejne wygięcia oblicza się dzięki znajomości krzywizn w poprzednich punktach.

Autor porównuje obliczenia przy uwzględnieniu pracy betonu w strefie rozciąganej z obliczeniami przy pominięciu naprężeń rozciągających i dochodzi do wniosku, że różnice są nieznaczne. Ale trzeba tu powiedzieć, że obliczenia dotyczą przekroju w rysie, a więc nie jest to współpraca betonu na rozciąganie w pojęciu W.J. Muraszowa.

Dużym udogodnieniem byłoby sprowadzenie obliczeń do manieri polegającej na korzystaniu z współczynnika φ , względnie kombinacji takich współczynników. Metodę Zalewskiego zaproponowano w projekcie normy RWPg (II redakcja).

Do metod ścisłych można zaliczyć także metodę B. Lewickiego /por. [77] / opracowaną dla słupów niezbrojonych. B. Lewicki opiera się na wykładniczej charakterystyce betonu i wartościach ϵ_{bgr} podanych przez R. Saligera /por. [110] /. Na drodze analizy numerycznej dochodzi do wniosku, że funkcję zmiany sztywności słupa można zlinearyzować, co w pewnym sensie stanowi uogólnienie ^{hipotezy W. Kuczynskiego o liniowej zmianie} sztywności od momentu zginającego /przy czystym zginaniu/.

2.2.3. Ścisłe rozwiązanie w zastosowaniu do wyoboczenia.

Ścisłe rozwiązanie zagadnienia w oparciu o dokładną linię wygięcia słupa niestety są jeszcze skomplikowane i poza metodami Changa-Fergussona [23] oraz W. Zalewskiego [126] opartych na metodach numerycznych, nie znaleziono innych sposobów względnie wygodnych do praktycznego zastosowania. Dlatego na uwagę zasługują metody uproszczone, oparte na przybliżonych kształtach linii wygięcia.

Wypracowane zostały tutaj 2 grupy wzorów praktycznych

pierwsza grupa - czysto teoretyczne, na podstawie idealnych założeń.

druga grupa - półempiryczne, tzn. wywody oparte są na ogólnych założeniach teoretycznych, zaś współczynniki opracowane na drodze doświadczalnej.

1.

Pierwsza grupa wzorów

Oparta jest na założeniu cosinusoidalnego wygięcia słupa. Opisane metody dla osiowego ściskania mogą tu być bez trudności adaptowane celem uwzględnienia mimośrodowość e_0 przyłożenia siły P_n .

Np. do metody ^{wprowadzonoj} Aas-Jacobsena [przyjęcie /por. [75] /], że moment niszczący w miejscu krytycznym jest jednoznaczna funkcją dla wszystkich kombinacji uzbrojenia i mimośrodków ~~.....~~:

$$/2.7./ \dots \dots M_n = 0,375 b h_1^2 R_{\phi 16}$$

Zaś wygięcie własne słupa f_n wg uproszczonego wzoru /2.6./'. Wobec tego warunek wytrzymałościowy brzmi :

$$/2.8./ \dots \dots P_n = \frac{M_n}{e_0 + f_n} = \frac{0,375 b h_1^2 R_{\phi 16}}{e_0 + 0,3 h \cdot (0,85 R_{\phi 16}) / \sigma_{kE}}$$

~~.....~~
Wytrzymałość betonu przy zginaniu przyjmuje się tam równą $0,85 R_{\phi 16}$.

Aas-Jacobsen w r 1961 /por. [75] / poprawił uproszczoną formułę /2.6./' podając inny wzór :

$$/2.9./'' \dots \dots f_n = \frac{(h + e_0) E_{b0}}{3300 \sigma_{kE}}$$

gdzie współczynnik 3300 związany jest z empiryczną, liniową zależnością między E_{b0} a R_{b0} .

W literaturze nie znaleźliśmy danych odnośnie zgodności powyższej metody z doświadczeniami. Należy się spodziewać, że parametry statystyczne błędu formuły są gorsze jak w przypadku osiowego ściskania /por.pkt 3.2.2.6/.

W analizie teoretycznej metody zauważamy, że

przyjęcie wzoru wytrzymałościowego /2.7./ kwalifikuje metodę raczej do przypadków kiedy zniszczenie następuje przy naprężeniach w armaturze rozciąganej równych granicy plastyczności. Dla innych przypadków zniszczenia należałoby wprowadzić inne formuły zamiast /2.7./ i określić zakres ważności. Poza tym przyjęty wzór na wygięcie słupa jest bardzo uproszczony. Pod tym względem metody zaproponowane przez naukowców radzieckich są znacznie dokładniejsze.

* * *

We wcześniejszej pracy [1] Aas-Jacobsen podał jeszcze inną metodę obliczania w manierze naprężeń dopuszczalnych, opierając się na pewnych sformułowaniach doświadczalnych E.Hognestada i W.C.Whitneya, wprowadzając do rachunku sprężysty wskaźnik wytrzymałości przekroju oraz pomocnicze współczynniki wybożenia ω .

* * *

2. Druga grupa wzorów

Innymi drogami poszli tutaj badacze radzieccy /M.G.Boriszański, A.A.Gwozdiew, W.Muraszew, K.B.Tal i E.A.Czistiakow/, a innymi naukowcy na Zachodzie /O.Baumann, A.Habel, K.Jäger/.

W ZSRR używa się wzorów na mimośrodowe ściskanie odpowiednio do fazy pracy przekroju żelbetowego z tym, że obliczony dla danego ustroju mimośród e_0 powiększa się o udział pochodzący od wygięcia słupa f_n , za pomocą współczynnika zwiększającego

M.G.Boriszański wychodzi ze wzoru znanego z teorii stateczności sprężystej, wyrażającego wpływ zmniejszenia siły krytycznej słupa wskutek wstępnego wygięcia e_1 :

$$/2.10/ \dots \dots \dots \frac{e_1 + f_n}{e_1} = \frac{1}{1 - P_n / P_{KE}}$$

Jeśli przyjmie się, że sztywność skupa wzdłuż długości jest stała, to po wprowadzeniu w /2.10/ Eulerowską wartość P_{KE} , otrzymuje się budowę /2.2/ z tym że współczynnikowi $\langle C \rangle$ nadano wartość empiryczną. Forma półempiryczna /2.2/ nosi nazwę wzoru Gwozdiewa i jako normowy dopuszczony został do przepisów ZSRR i norm polskich.

Współczynnik C wahał się w dość szerokich granicach i początkowe przyjęcie, że $c = 400 = \text{const}$ wywołało szereg sprzeciwów /cyt.za [98]/. Analiza statystyczna tego wzoru wykazała, że daje on wtedy znaczne zaniżenie obliczeniowych wartości. G.C.Krotowski [64] wykazał, że przy $\lambda_s = 20$ zaniżenie to wynosi 12% zaś przy $\lambda_s = 30$ około $12 \div 40\%$. Ścisłejsze analizy przeprowadzone przez K.E.Tala i B.A.Czistiakowa [119] wykazały, że różnice wynoszą od -40% do $+40\%$ przy wskaźniku zmienności $v = 19,6\%$.

Wzór normowy uległ rewizji-na podstawie nowych badań przeprowadzonych w CNIPS wprowadzono zmienną wartość współczynnika C według formuły empirycznej /2.2/ i w takiej formie wszedł w nowe przepisy ZSRR. Przeprowadziliśmy analizy statystyczne dla porównania z propozycjami podanymi w naszej pracy /por.rozdz.5 oraz Zał.dorozdz.5/

Na uwagę zasługuje tutaj możliwość poprawienia tego wzoru wychodząc z modelu gdy siła P_n przyłożona jest na pewnym mimośrodzie. Należałoby wtedy użyć " wzoru secansowego " /por. Naleszkiewicz [90]/, który po zlinearyzowaniu daje podobny wzór jak /2.2/ z tym, że zamiast $\langle \text{jedynki} \rangle$ w liczniku należy wprowadzić współczynnik 1,2. Takie przyjęcie byłoby słuszne gdyż w doświadczeniach używa się właśnie takiego modelu obciążania.

Propozycje W.J. Muraszowa [84] w końcowej budowie nie odbiegają od wzoru normowego z tym, że współczynnik C jest wyznaczony przy użyciu teorii zarysowania. Założenia Muraszowa obarczone były znacznie większymi niedokładnościami i badania nad skupami obciążonymi mimośrodowo w CNIPS /1951 ÷ 52 r/ nie potwierdziły tych założeń. Analizy K.B. Tala i E.A. Czistiakowa wykazały tu różnice od -26% do +35%.

K.B. Tal i E.A. Czistiakow [119] postanowili usunąć niedokładności założeń Muraszowa ale dokonali tego formułując zależności czysto empiryczne. Podają oni 2 sposoby wymiarowania: na stan plastyczny f_{pl} / i stan zniszczenia $f_n > f_{pl}$ /. Autorzy nie podają związku między f_{pl} i f_n szacując jedynie, że

$$f_n = 1,2 f_{pl}$$

Proponują w końcu metodę wymiarowania na stan zniszczenia. Wzory mają skłoną budowę i autorzy podali pomocnicze nomogramy ułatwiające obliczenia.

Metoda Tala - Czistiakowa posiada pewne wady polegające na niepożądaniu uogólnienia rozwiązania na schematy odbiegające od tych, które użyto w badaniach /empiryczne sformułowanie na wygięcie skupa/.

Dla tej metody obciążanie i fazy pracy przekroju /3 przypadek wytrzymałościowy/ zaproponowany sposób wykazuje dobrą zgodność z doświadczeniami. Parametry błędów wzorów wynoszą $\left\{ \bar{C} = P_{n\text{dosw}} / P_{n\text{obl}} = 1,046 ; \quad v_{\bar{C}} = 0,033 \right\}$.

Powyższe parametry wyprowadzone zostały z wyników badań nad 77 skupami obciążonymi mimośrodowo /badanie K.B. Tala, K.B. Tala-EA. Czistiakowa, M.G. Boriszańskiego,

Kuźniecowa, G.N.Nikitina, R.Hansona i S.Rosenströma,
O.Baumanna oraz G.Ernsta - J.Hromadika-A.Rivelandy/.

* * *

O.Baumann [6] A.Habel [39], K.Jäger [52] wychodzą z innego kryterium dla wyznaczenia siły krytycznej przy mimośrodowym ścisnaniu. Wychodzą z modelu słupa prostego obciążonego stałą siłą P . Szukają takiej wartości mimośrodu przyłożenia siły P /tj. e_0 /, przy której wygięcie słupa f w miejscu krytycznym wzrasta nieograniczenie /zachwianie równowagi między siłami zewnętrznymi i wewnętrznymi/. Zatem kryterium utraty stateczności brzmi :

$$/2.11./ \dots d[F(f, P) = e_0] / df = 0, \quad P = const.$$

Empiria rozwiązania polega tu na tym, że pary sprzężone e_{0k} , f_k ustalono na drodze doświadczalnej. Natomiast przynależną długość słupa ustala się z krzywej wygięcia. A, Habel zadanie to rozwiązuje na drodze numerycznej metodą różnic skończonych, posługując się teoretyczną zależnością między momentem zginającym a krzywizną. Przy obliczeniach korzysta z wyidealizowanych, krzywoliniowych charakterystyk materiałów i warunków równowagi sił wewnętrznych i zewnętrznych.

Rozwiązania Baumanna, Habela i Jägera podane są w formie wykresowej jako gromady linii $\sigma_k - \lambda$ dla niektórych parametrów $6e_0/h$, a Jäger podaje jeszcze wygodną w użyciu tablicę współczynników $\omega = 1/\varphi$.

Metody te w zastosowaniu do mimośrodowego ścisnania z wybočeniami okazały się mało dokładne. Analizy statystyczne przeprowadzone przez G.C.Krotowskiego [64] oraz K.E.Tala i E.A.Czistiakowa [119] wykazały, że stosunkowo najlepszą zgodność z doświadczeniami uzyskuje się przy wyniosłości słupa $\lambda = 30$ i mimośrodku $e_0 = 0$.

Ze zwiększaniem mimośrodów e , różnice rosną i sięgają 30 ÷ 40 % zaś przy niedużych smukłościach / $\lambda \approx 20$ / i większym mimośrodku e , różnice mogą wynosić od -20 do +150 %.

Pewne rozważania teoretyczne na ten temat przeprowadzamy w rozdz. 3.

W publikacji [115] zasygnalizowano, że met. Jägera przyjęta została w III red. proj. normy RWPG.

2.3. Probabilistyczna teoria bezpieczeństwa.

2.3.1. Pierwsze prace na ten temat pochodzą od W. Wierzbickiego i N.S. Streleckiego ale trzeba powiedzieć, że i w deterministycznych sposobach obliczania konstrukcji tkwią ukryte pojęcia prawdopodobieństwa. Probabilistyczna teoria znosi ograniczenie nieprzekraczania pewnych ustalonych i niczym nie popartych wartości stwarzając jako jedyną miarę bezpieczeństwa prawdopodobieństwo niezniszczenia.

Radykalne zmiany w teorii wywołały dużo niechęci związanych z różnymi problemami. Dlatego powstały rozwiązania kompromisowe jak metoda S.G., współczynników przeciążenia i inne. Ale w ślad za pracami Wierzbickiego i Streleckiego pojawiły się inne opracowania z probabilistycznej teorii bezpieczeństwa, m.in. A.R. Rżanicyna /np. [106] /, A.N. Freudenthala /np. [30] / R. Léviègo [76], M. Prota [99], E. Torroji (wg [27]) i J. Murzewskiego ^{oraz} wielu innych.

W. Wierzbicki wyjaśnia swoje poglądy w zbiorze prac [124]. Zmienne losowe określa rozkładami normalnymi. Za miarę bezpieczeństwa przyjmuje tzw. wskaźnik bezpieczeństwa, który ustala na pewnym poziomie ufności oraz proponuje weryfikować go przez porównanie z prawdopodobieństwem innych rodzajów katastrof, wyliczonych z danych statystycznych.

W pierwotnej, probabilistycznej teorii, bezpieczeństwo budowli jest wg niego zdarzeniem losowym z 2-ch

powodów : nieadekwatności obliczeń i losowej zmienności wytrzymałości materiałów. Natomiast obciążenie przyjmuje jako nielosowe. Wobec statystycznej niezależności zdarzeń, wskaźnik bezpieczeństwa wyraża się przez iloczyn 2 prawdopodobieństw : pierwszego - że naprężenie aktualne wywołane określonym obciążeniem nie przekroczy wartości granicznej i drugiego - że wytrzymałość materiału będzie większa od tej wartości granicznej. Z tablic funkcji błędu można obliczyć średnią wytrzymałość materiału i naprężenie aktualne, a stąd naprężeniowy współczynnik bezpieczeństwa.

Później Wierzbicki wprowadził uproszczenie deterministyczne /w maksymalnym wymiarze/ przyrostu naprężeń /mnożnik/ reprezentujące^o /nieuwzględnione w obliczeniu wpływy. W ten sposób powstała metoda pół-probabilistyczna, w której wielkością losową jest jedynie wytrzymałość materiału. Poszczególne przyrosty wyznaczone zostały na pewnych poziomach ufności, dla każdego wpływu z osobna. Aby zaś zachować postulat stałej miary bezpieczeństwa czyni Wierzbicki drugą część wskaźnika bezpieczeństwa stałym /0,8/, a weryfikację proponuje przeprowadzać przez porównanie oczekiwanych strat ekonomicznych z innych rodzaju katastrof.

W zastosowaniu do konstrukcji żelbetowych, prawdopodobieństwo, że wytrzymałość materiału nie przekroczy wartości granicznej zostaje rozłożone na 2 niezależne prawdopodobieństwa : że aktualna wytrzymałość betonu jest większa od naprężenia granicznego w betonie i że aktualna granica plastyczności stali zbrojeniowej większa od naprężenia granicznego w stali. Ponieważ zniszczenie konstrukcji następuje w chwili jednoczesnego przekroczenia wytrzymałości betonu i granicy plastyczności stali wobec tego wg Wierzbickiego nie ma powodu do przyjmowania różnych wartości na te prawdopodobieństwa.

N.S.Strelecki jako miarę bezpieczeństwa zaproponował prajając tzw. gwarancję bezpieczeństwa :

$$/212/ \dots \quad \Gamma = 1 - (1 - P_1)(1 - P_2)$$

gdzie P_1 - jest to prawdopodobieństwo, że obciążenie nie przekroczy wartości granicznej, zaś P_2 - że wytrzymałość materiału nie spadnie poniżej wartości granicznej.

Strelecki przeprowadził szereg analiz i stwierdził, że najważniejszą jest sprawa zachowania granicznych wartości. Według niego nie wszystkie parametry graniczne mogą być obliczane metodami statystycznymi /np. pewne obciążenia/. Wytrzymałość konstrukcji wprawdzie w całej populacji jest losowa ale dla konkretnego przedsięwzięcia jest w pełni określona, więc winna zostać przyjęta jako równa normom brakowym albo specjalnie sprawdzona.

Strelecki i inni /por. [63] / wprowadzili jeszcze współczynnik pracy, który ma uwzględniać inne niesprzyjające warunki np. pracę połączeń, wpływ montażu, utratę stateczności itd., nieuwzględnione w rozwiązaniach teorii plastyczności.

W ten sposób powstała metoda S G, która daje oszczędności z 2 powodów :

- a/ zróżnicowania współczynników przeciążenia, wykorzystując większe rezerwy tkwiące w konstrukcjach narażonych na przeważające obciążenie stałe;
- b/ zastosowania teorii plastyczności, przez co wykorzystane zostają zbędne rezerwy tkwiące w ustrojach hiperstatycznych. Współczynniki n, k, m wprawdzie ustalone są sztywno ale mają sens statystyczny. Ustalone przy użyciu rozkładów normalnych odpowiadają regule trzysigmowej, a więc stałemu prawdopodobieństwu danego zdarzenia losowego.

A.R. Rżanicyn przedstawia teorię opartą na ścisłym wzorze prawdopodobieństwa niezniszczenia π . Ale jako miarę bezpieczeństwa wprowadza tzw. charakterystykę bezpieczeństwa γ , która jest zresztą jednoznaczna u niego funkcją π . Rżanicyn przyjmuje, że tylko obciążenie i wytrzymałości są zmiennymi losowymi. Wskaźniki zmienności oblicza opierając się na informacjach autorów met. S.G., że wartości graniczne odpowiadają regule trzysigmowej.

W szeregu obliczeniach przeprowadzonych dla konstrukcji żelbetowych dochodzi do zbyt optymistycznych wniosków co do możliwości uzyskania oszczędności (wg [87])

Wynika to stąd, że w teorii Rżanicyna stany
 $\sigma < R$ uznane zostały za bezpieczne, choćby $R < R^{\text{d}}$

Rżanicyn dużą uwagę zwraca na warunek ekonomiczny. Ponadto zaproponował własną metodę linearyzacji do gotowych wzorów obliczeniowych przez co dał wygodny algorytm dla złożonych przypadków wytrzymałościowych.

R.Lévi wprowadza do ściślego wzoru na prawdopodobieństwo niezniszczenia rozkłady logarytmo-normalne i stosuje wzory wytrzymałościowe w konwencji iloczynowej. Dla rozkładów nienormalnych radzi przeprowadzać normalizację /przez porównanie dystrybuant/, a warunki wytrzymałościowe nieliniowe / w układzie zlogarytmowanym/ proponuje linearyzować przy użyciu odpowiedniego algorytmu przez co łatwiej można otrzymać efektywne rozwiązanie.

Linearyzacja w sensie Léwiego polega na zastąpienie hiperpowierzchni, będącej obszarem całkowania, hiperpłaszczyzną styczną w punkcie oczekiwanym.

Lévi uwzględnia nie tylko rozrzut obciążeń i wytrzymałości materiałów, ale i nieadekwatność obliczeń, wprowadzając współczynniki korekcyjne. W iloczynowej strukturze wzorów, oraz przy użyciu rozkładów log-norm, okazuje się to bardzo korzystne.

A.M. Freudenthal, R.A.Müller zajmują się zastosowaniem i przydatnością specjalnych rozkładów w ocenie bezpieczeństwa /Weibulla-Frecheta i Pearsona III rodzaju - wg [87])

E.Torroja i A.Páez przedstawiają graficzną metodę dla funkcji 2 zmiennych przez co można bazować na empirycznych /a nie teoretycznych/ rozkładach (wg [91]).

W.Moszyński [80],[87] wprowadził do teorii bezpieczeństwa także rozkłady log - norm /niezależnie od R.Léwiego/. W praktycznym zastosowaniu wyróżnia 9 klas bezpieczeństwa i podaje klucz do wyboru odpowiedniej klasy.

Teorię bezpieczeństwa zastosowuje do elementów narażonych na zmęczenie.

w.w. Boiotin [9] wprowadza do mechaniki metody statystyczne.

2.3.2. Teoria bezpieczeństwa w oparciu o postulat warunkowej pewności J. Murzewskiego [82],[83],[86],[87]. Jego wywody przytaczamy w skrócie.

Jako naczelną zasadę postawiono postulat tzw. warunkowej pewności bezpieczeństwa. Zasadnicze tezy i rozwinięcie podaje w w.wym.pracach. W myśl tej zasady pewność bezpieczeństwa nie dotyczy całej populacji lecz jej części spełniającej pewien warunek, mianowicie : zbiór projektowanych budowli dzieli się na 2 takie podzbiory, że w jednym z nich znajdują się budowle na pewno bezpieczne zaś w drugim budowle, które mogą zostać zniszczone w czasie eksploatacji, ale na co człowiek nie ma żadnego wpływu /np. ruchy tektoniczne, eksplozje powódzie itd/- a więc praktycznie rzecz biorąc nie można się przed tym zabezpieczyć silniejszą konstrukcją. Prawdopodobieństwo wystąpienie tych katastrof jest niezależne od założonej przez projektanta miary bezpieczeństwa i metody wymiarowania. Wobec tego Murzewski te przypadki pomija. Przy tym ograniczeniu, które wydaje się być ^{całkiem} ~~całkowicie~~ trafne, warunek zapewnienia bezpieczeństwa polega na zapewnieniu skutecznej kontroli i czujności ze strony jednostek odpowiedzialnych za bezpieczeństwo.

Dla umożliwienia realizacji skutecznej kontroli stawia autor drugą zasadę, polegającą na rozgraniczeniu odpowiedzialności, przez ustalenie dla każdej strony nieprzekraczalnych granicznych wartości parametrów bezpieczeństwa, za które dana jednostka jest odpowiedzialna. W ten sposób została zakatwiona trudna kwestia, podważająca zaufanie do tezy probabilistycznej, że prawdopodobieństwo niezniszczenia, jako jedyna miara bezpieczeństwa, jest nierealna, gdyż w przypadku zniszczenia konstrukcji trudno byłoby ustalić czy winny jest ten kto dał materiał o wytrzymałości mniejszej niż naprężenie wynikające na skutek obciążenia, czy ten kto dopuścił obciążenie większe od aktualnej wytrzymałości. Tradycja społecznej

gwarancji bezpieczeństwa wymaga zachowania tej zasady.

Murzewski powołuje się na ogólnie przyjęte poglądy i rozróżnia 3 grupy / tylko i zawsze trzy / czynników mających wpływ, a które można potraktować jako statystyczne niezależne.:

- 1/ Obciążenie /P/
- 2/ Błąd oceny /C/ - idealizacja schematów i niedokładności metod oceny bezpieczeństwa.
- 3/ Własności mechaniczne materiałów /N/ - umownie nazwane nośnością

W ten sposób odpowiedzialnymi są : użytkownik, projektant i wykonawca, a za kryterium bezpieczeństwa stawia się wartości graniczne parametrów bezpieczeństwa, które jeśli zostaną osiągnięte równocześnie to konstrukcja jest w stanie granicznym i wtedy przekroczenie któregokolwiek z nich może doprowadzić do katastrofy. Ale stan graniczny nie jest tożsamościowy z kryterium wartości granicznych, gdyż każda z wartości granicznych ma być zachowana oddzielnie, niezależnie od pozostałych. Odpada w ten sposób wszelka spekulacja poszczególnych jednostek. Np. wykonawcy nie wolno obniżyć wytrzymałości R^g licząc na ewentualne błędy projektanta wpływające korzystnie na bezpieczeństwo. Zasady tej nie należy rozciągać na podwykonawców, gdyż nie są oni bezpośrednio odpowiedzialni za bezpieczeństwo.

Rys. 2.1

Zastosowanie obciętych rozkładów parametrów bezpieczeństwa oraz założenia ich statystycznej niezależności pozwala wyrazić bezwarunkowe prawdopodobieństwo bezpieczeństwa przy użyciu tzw. uogólnionego wskaźnika bezpieczeństwa /Wierzbickiego/ następująco :

$$\begin{aligned} \Omega &= \mathcal{P}(P < P^g, C \leq C^g, N > N^g) = \\ &= \mathcal{P}(P < P^g) \cdot \mathcal{P}(C \leq C^g) \cdot \mathcal{P}(N > N^g) = \end{aligned}$$

$$|2.13./ \cdot \cdot \cdot \cdot \Omega = \Omega_P \cdot \Omega_C \cdot \Omega_N$$

$\Omega < 1$ oznacza, że tylko warunkowe prawdopodobieństwo równa się jedności. Indeks $\langle g \rangle$ markuje graniczne wartości poszczególnych parametrów. Znak \lesssim przy C^2 związany jest ze strukturą wzoru wytrzymałościowego. $1 - \Omega$ oznacza jaki odsetek projektowanych budowli zostanie niedopuszczony, lub wyłączony z eksploatacji, na skutek niespełnienia się kryterium bezpieczeństwa, ale wskutek czynników niezależnych od działalności ludzkiej.

Teoria J. Murzewskiego jest odmienna od teorii Léviiego, Rżanicyna i innych ale nie jest metodą Streleckiego, lecz tylko podobna. Jest na pewno teorią probabilistyczną. Wymiarowanie przeprowadza się w oparciu o klasyfikację konstrukcji, która przyporządkowuje poszczególnym obiektom wartości Ω , a współczynniki stanu granicznego oblicza się w każdej klasie w sensie optymalnym. Natomiast w met. S.G. współczynniki n, k, m są niezależne od klasy i mają charakter deterministyczny. Szersze rozwinięcie poglądów i zastosowanie w naszym zagadnieniu podajemy w rozdz. 6.

Rozdział 3.

Zachowanie się skupów żelbetowych z uwzględnieniem
odkształceń niesprężystych.3.1. Z a łoż e n i a.

Przyjęte założenia w większości przypadków są przyjmowane powszechnie w problemach żelazobetonu. Niektóre wymagały bliższych wyjaśnień. Prócz tego poczyniono jeszcze szereg szczegółowych przyjęć o charakterze hipotez, a źródłem ich były wnioski wyciągnięte w toku prowadzenia wywodów i analiz. W konkretnych przypadkach zamieszczono w tekście potrzebne wyjaśnienia.

3.1.1. Założenia ogólne.

- a/ Historia obciążenia jest proporcjonalna. ~~.....~~
~~.....~~
- b/ Obciążenie skupa jest statyczne. Czas obciążenia – krótki /próba doraźna/.
- c/ Pomija się wpływ skurczu betonu.
- d/ Przyjmuje się prawo płaskich przekrojów.
- e/ Krzywiznę zgięcia opisujemy uproszczoną, liniową relacją :

/3.0/

$$\kappa \approx d^2y/dx^2$$

gdzie: x, y oznaczają współrzędne linii wygięcia skupa.

3.1.2. Założenia odnośnie charakterystyk materiałowych.

- f/ Zależność naprężenie - odkształcenie $\sigma_b - \epsilon_b$ w przekroju betonowym, przy osiowym ściskaniu wyidealizowano funkcją :

rys.3.1.-a

$$/3.1/ \sigma_b/R_b = 1 - |1 - \epsilon_b/\epsilon_{bpl}|^{k_b}$$

R_b - wytrzymałość betonu na czyste ściskanie,

ε_{bpl} - ~~skrajne~~ graniczne odkształcenie, odpowiadające progowi płynięcia R_b ,

k_b - parametr determinowany wzorem /3.3/.

Przyjęcie funkcji typu /3.1/ pociąga za sobą następujące zależności :

Moduł styczny : (por. z rys. 3.1.-a)

$$/3.2/ \dots \left\{ \begin{array}{l} E_b = d\sigma_b / d\varepsilon_b = E_{bo} (1 - \varepsilon_b / \varepsilon_{bpl})^{k_b - 1} \\ E_b = E_{bo} (1 - \sigma_b / R_b)^{1 - 1/k_b} \\ E_b = k_b (R_b - \sigma_b) / (\varepsilon_{bpl} - \varepsilon_b) = k_b R_b^* / \varepsilon_{bpl}^* \\ 0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{bpl} \end{array} \right.$$

Początkowy moduł sprężystości :

$$/3.3/ \dots \dots E_{bo} = (d\sigma_b / d\varepsilon_b)_0 = k_b \cdot R_b / \varepsilon_{bpl}$$

g/ Stal zbrojeniowa zwykła.

rys.3.1-b

Zakładamy tu, że początkowy moduł sprężystości armatury E_{a0} pozostaje stały w zakresie naprężeń $0 \leq \sigma_a \leq \sim 0,8 Q_{ra}$ (Q_{ra} granica plastyczności). Przy wyższych naprężeniach, Eaokształtuje się w ogólności krzywoliniowo, czego bliżej nie określamy.

Zarówno E_{a0} jak i Q_{ra} przyjmujemy te same dla ściskania jak i rozciągania.

h/ Zależność σ - ε w żelazobetonie, pracującym na czyste ściskanie, opisujemy w sposób uproszczony, funkcją podobną jak dla betonu niezbrojonego :

rys.3.1-c

$$/3.4/ \dots \dots \sigma/R = 1 - |1 - \varepsilon/\varepsilon_{pl}|^k$$

R - wytrzymałość żelazobetonu na czyste ściskanie,

ϵ_{pl} - graniczne odkształcenia, odpowiadające progowi płynięcia R ,

k - parametr determinowany wzorem /3.6/.

Podobnie jak dla betonu niezbrojonego otrzymujemy:
(por. z rys. 3.1-c)

$$/3.5/ \dots \left\{ \begin{array}{l} E = d\sigma/d\epsilon = E_o (1 - \epsilon/\epsilon_{pl})^{k-1} \\ E = E_o (1 - \sigma/R)^{1-1/k} \\ E = k \cdot (R - \sigma) / (\epsilon_{pl} - \epsilon) = k \cdot R^* / \epsilon_{pl}^* \\ 0 \leq \epsilon \leq \epsilon_{pl} \end{array} \right.$$

$$/3.6/ \dots \dots \dots E_o = (d\sigma/d\epsilon)_o = k \cdot R / \epsilon_{pl}$$

Wielkości R , E_o , ϵ_{pl} , k określamy następująco.
Stojąc na gruncie teorii nośności granicznej jest :

$$/3.7/ \dots \dots R = R_b + 2F_a(Q_{ra} - R_b)/F_b$$

$2 F_a$ - powierzchnia przekroju armatury przy uzbrojeniu symetrycznym,

F_b - powierzchnia przekroju wewnątrz konturu zewnętrznego

Z założenia sprężystych stanów naprężeń i odkształceń otrzymujemy :

$$/3.8/ \dots \dots E_o = E_{bo} + 2F_a(E_{ao} - E_{bo})/F_b$$

We wzorach /3.7/ i /3.8/ uwzględniono wpływ zmniejszenia przekroju betonu o przekrój armatury.

Moduł E osiąga wartość zero przy odkształceniu $\epsilon = \epsilon_{pl}$.
Dla pośrednich wartości: $0 \leq \epsilon \leq \epsilon_{pl}$, związki /3.5/ dają wartości przybliżone. Będziemy się posilkowali także "dokładnymi" wartościami na moduł E .

Dokładną relację na E otrzymujemy przy dodatkowym założeniu doskonałej współpracy betonu i stali tj., że :

$$/3.9/ \dots \dots \epsilon = \epsilon_b, \quad \epsilon_{pl} = \epsilon_{bpl}$$

a poza tym zachowujemy ciągłość modelu przyjmując unownie iż :

$$13.9/' \dots \dots \dots \epsilon_{apl} = \epsilon_{pl}$$

granica plastyczności stali osiągnana jest zatem w naszych próbach przy odkształceniach innych niż te, które przyjmują się konwencjonalnie, np.

$$\left(\frac{\sigma_{ra}}{2100} \right)^0 / 00 \text{ zamiast } \left(\frac{\sigma_{ra}}{2100+2} \right)^0 / 00 \text{ /por.rys.3.1-b/}$$

Wobec 13.9/ i 13.9/' jest :

$$13.10/ \dots \dots \dots \sigma = \sigma_b + 2F_a(\sigma_a - \sigma_b)/F_b$$

$$13.11/ \dots \dots \dots d\sigma/d\epsilon = E = E_b + 2F_a(E_a - E_b)/F_b$$

$$13.12/ \dots \dots \dots k = k_b (E_0/E_{b0})(R_L/R)$$

3.1.3. Wyjaśnienia.

ad a/ i b/ - Obciążenia narastają jednostajnie w czasie. Czas obciążenia jest krótki ale obciążenie nie jest przy tym dynamiczne.

Zjawiskami dynamicznymi i reologią postanowiliśmy w niniejszej pracy nie zajmować się, gdyż rozszerzyłoby to znacznie zakres tematu. Zdajemy sobie oczywiście sprawę z tego, że powyższe zagadnienia mają istotne znaczenie dla praktyki. Obserwuje się np. w elementach ściskanych zjawisko obniżenia nośności długotrwałej nawet do 25% (por. W. Kuczyński [70]). Najnowsze prze -

pisy ZSRR /por. [35] / podają już metodę uwzględnienia tego wpływu ale w sposób jeszcze bardzo uproszczony.

Zakożenia poczynione pod a/1 b/ pozwalają na "stabilizację" charakterystyki naprężenie - odkształcenie w betonie. Przyjęta charakterystyka σ - ϵ może być traktowana jako indykatork własności nieliniowo-sprężystych. Pewne wątpliwości na ten temat w związku z problemem dyseypacji wyjaśniamy w pkt. 3.2., przy omawianiu sprawy modułu wyboczenia.

ad c- Wpływu skurczu betonu w żelbecie zwykle nie uwzględnia się w zagadnieniach nośności granicznej. Można przypuszczać, że w elementach uzbrojonych symetrycznie wpływ skurczu jest znacznie mniejszy niż w elementach zbrojonych jednostronnie, ze względu na symetryczne rozłożenie naprężeń wstępnych.

Według Saligera [110] naprężenia początkowe wywołane skurczem w bilansie sił wewnętrznych dają wypadkowe równe zero i w stanie uplastycznienia "wyrównują się" i dlatego mogą być pominięte.

Na uwagę zasługują tutaj nowsze dociekania /por. Br. Kopyciński [60], [62] / na temat wpływu skurczu na nośność. Według tych badań odgrywa on niepoślednie rolę i prawdopodobnie nieuwzględnienie go jest powodem większych rozbieżności między doświadczeniami, a teoriami powszechnie stosowanymi.

Praktycznie przeciwdziała się skurczowi przez pielęgnowanie betonu oraz przytrzymywanie go w deskowaniu do czasu gdy osiągnie odpowiednią wytrzymałość.

Stoi na stanowisku, że wpływ skurczu może być uwzględniony na drodze statystycznej /jako zjawisko o charakterze raczej przypadkowym/ przez wprowadzenie odpowiedniego współczynnika korekcyjnego, wyrażającego błąd systematyczny i przypadkowy funkcjonu ściskanej strefy betonu.

ad d - Prawo płaskich przekrojów jest kwestionowane. Cytujemy tu za pracą [91] : "W samym przekroju zniszczonym /zarysowanym/ założenie to pewnością jest niesłuszne, ponieważ są zakłócenia wywołane rysą w rozkładzie naprężeń. Jeżeli jednak weźmie się pewien segment belki w sąsiedztwie przekroju zarysowanego, to odkształcenia "średnie" mogą w mniejszym lub większym stopniu odpowiadać założeniu płaskich przekrojów, tzn. że przekroje odgraniczające segment pozostają płaskie". Nazdoświadczeń przeprowadzonych przez K. Salana [109] ~~można~~ wysnuć wniosek, że rzeczywiście - odkształcenia w rysie nie układają się liniowo w stanach bliskich zniszczenia.

W słupach, nawet o znaczniejszej smukłości, problem zarysowania nie jest tak zasadniczy jak w belkach zginanych. Według [119], [120] zarysowania wyraźne, tj. takie, które mogłyby być uchwycone aparatami pomiarowymi, występują bardzo rzadko i najczęściej w stanach bezpośrednio poprzedzających zniszczenie. Wiąże się to w dużym stopniu z przebiegiem procesu "wyboczenia" słupa. Jego nośność wyczerpywana jest w sposób nieco odmienny jak w elementach mimośrodowo-ściskanych, przy stałym mimośrodku.

Z drugiej strony istnieją poglądy, że sprawa słuszności czy niesłuszności prawa płaskich przekrojów dla materiałów niesprężystych jest nieporozumieniem, gdyż prawo to jest prawem czysto geometrycznym (por. np. Murzewski [85]).

W rozwiązaniach nad problemami statycznej wytrzymałościowymi trudno ominąć stosowania tego założenia. Ewentualna nieadekwatność spornego prawa może znaleźć rozwiązanie na drodze statystycznej we współczynniku korekcyjnym wyrażającym błąd teorii. Przy sposobności wyjaśnia się, że w statystycznym ujęciu błędu teorii mogą być uwzględnione jeszcze i inne niedokładności założeń np. efekt skali, efekt ściany itd.

ad e. Przyjęcie uproszczonej relacji na krzywiznę zgięcia jest poprawne, jeżeli kąty obrotu przekrojów poprzecznych nie przekraczają konwencjonalnie przyjętej wartości 5° (por. np. Naleszkiewicz [90]). Wtedy błąd w określaniu siły krytycznej stanowi ułamek procentu. Bez wdawanie się w szczegółowe analizy można w żelbecie założyć, że konwencjonalna wartość graniczna 5° nie jest przekraczana.

ad f. Kształt empirycznej charakterystyki betonu $\sigma_c - \epsilon_c$, przy jednoosiowym stanie naprężenia, zależy od wielu czynników - w ogólności od składu mieszanki, sposobu wykonania betonu, metody obciążania a także i kształtu badanego elementu. Badania ograniczały się przeważnie do prób doraźnych tj. "uwolnionych" od wpływu czasu.

Jeszcze do niedawna brak było zupełnie jakichkolwiek podstaw teoretycznych do analizy procesu obciążenie - odkształcenie w betonie i dlatego uwaga badaczy skierowana była na sformułowania empiryczne, w oparciu o wyidealizowane modele. Poza rany empiryczne wykraczają formuły J. Majera z r 1950 [79], który opracował wyniki doświadczeń Kàrmàna z r 1911. Niestety - aby uczynić wzory zgodnymi z doświadczeniami - odstąpił od budowy teoretycznej, przez co charakter formuł końcowych jest raczej półempiryczny.

W Polsce teorią odkształcenia i wyężenia ciała kruchego zajmował się J. Murzewski [85]. Podał on definicję modelu ośrodka quasi-jednorodnego, a do wywodów wprowadził metody fizyki statystycznej /prawdopodobieństwa uplastycznienia i spękania/. Między innymi podał wzór na zależność naprężenie-odkształcenie w procesie holonomicznym, jednoosiowym. Wykresy $\sigma_b - \epsilon_b$ i $E_b - \epsilon_b$ dla różnych marek betonu opracowane zostały numerycznie. Na uwagę zasługuje tutaj ich duża zgodność z doświadczeniami Chambaudà, który zależności te uzyskał na 2 odrębnych drogach.

Niezależnie od J. Murzewskiego statystyczną teorię odkształceń zajmował się w ZSRR S. D. Wołkow [125], który nie doprowadził, jednak wyników do konkretnych form zależności $\sigma - \epsilon$.

strukturą i wytrzymałością betonu zajmował się W. Lenkiewicz [74]

Formuły teoretyczne są bardzo skomplikowane, dlatego modele empiryczne, zwłaszcza te proste, są w zastosowaniu praktycznym. Modele wyidealizowane obarczone są jednak różnymi niedokładnościami, których źródło leży w tendencji upraszczenia sprawy oraz w niedoskonałości metod badawczych. Zasadnicze trudności tkwią w określeniu rzeczywistej wytrzymałości betonu, sprężystego zakresu procesu, w ujęciu własności plastycznych i ustalenia granicznych odkształceń.

Jak wiadomo wytrzymałości betonu i towarzyszące im odkształcenia, otrzymywane w toku realizacji prostej próby ściskania, z różnych powodów mogą nie reprezentować wartości rzeczywistych ciała próbnego oraz mogą być inne niż w elementach praktycznych. Ściskanie skupów żelbetowych nie dawało także informacji w pełnych granicach-zjawisko plastycznego płynięcia betonu zostało zauważone dopiero przy próbach zginania. Ogólnie się przy tym twierdzi, że beton odbiega znacznie od prawa Hooke'a zwłaszcza w obszarze dużych naprężeń - choć niektórzy np. Berthier /cyt.za [16] / są zdania, że beton aż do naprężeń równych R_p zachowuje się przeliniowo. Kwestia ta powstała według niego wskutek niewłaściwej interpretacji wyników eksperymentalnych oraz błędów w badaniach. Co do podziału wykresu $\sigma - \epsilon$ na część sprężystą i niesprężystą - brak dokładniejszych kryteriów. Wiadomo ogólnie, że plastyczne deformacje zmniejszają się ze wzrostem wytrzymałości R_p . Niektórzy zakres sprężysty szacują na 60% wytrzymałości skupowej (np. wg [15] / przy czym część liniowo-sprężysta często nie jest wyodrębniana.

Odnosnie formy wykresu naprężeń ścisających oraz wartości granicznych odkształceń, wysunięto ostatnio tezę, że istnieje analogia w zachowaniu się elementów ścisanych osiowo, mimośrodowo oraz pracujących wyłącznie na zginanie /wg [45], [6], [117]/. Tym samym twierdzi się, że naprężenie jest jedno-znaczną funkcją odkształcenia, niezależnie od stanu napięcia. Twierdzenie to napotyka na sprzeciw /por. np. Gwozdiew [37] i Br. Bukowski [17]/. Kwestia ta jest w dalszym ciągu otwarta.

Podajemy krótki przegląd znanych sformułowań empirycznych. Pierwsze sformułowanie Bacha z r 1905 [77] oparte jest na wzorze potęgowym. Poprawione zostało później przez Schüllego [85] ale i to okazało się niepoprawne i wyszło z użycia [47]. Określenie siły osiowej w skupach wymagało dokładniejszej znajomości modułu styczego. Badania Rittera /1899 r/, Baësä /1927/ i Mörscha /1929/ doprowadziły do liniowej zależności modułu od naprężenia (formuła Dischingera [25]). Lepszą jednak zdolność przystosowania do wyników doświadczalnych wykazuje wzór Ylinena [47] zwany inaczej wzorem Oniszczyka [77], posiadający także budowę asymptotyczną w wykresie $\sigma - \epsilon$. Umowna granica plastyczności występuje tu przy odkształceniach równych $\infty / E = 0 /$. Podobną budowę ma funkcja hiperboliczna, zaproponowana przez Frankego w r 1903 [85] i zmodyfikowana później przez Schreyera w r 1933 i w r 1939 [85]. Powstały także formuły dwuczłonowe, przez co autorzy starali się wykazać, że odkształcenie składa się z części sprężystej i nieliniowej-plastycznej - np. formuła Rosa-Fischingera z r 1925, ulepszona później przez Hallera w r 1948 [91]. Jednak te formuły nie przyjęły się. Najpopularniejsze idealizowanie stanowiło sformułowanie Dischingera, gdyż prowadziło do prostych rozwiązań.

Propozycje idealizowania asymptotycznego wynikły nie tylko z tendencji upraszczania sprawy, ale i wskutek niedoskonałości badań. Badania prowadzone w tym czasie wykazywały niższe wytrzymałości od rzeczywistych oraz skończone wartości modułów $E_L = d\sigma_L/d\epsilon_L$ w chwili zniszczenia na prasie. Dla poprawienia tego stanu Oniszczyk postanowił nie odróżniać wytrzymałości skupowej, wprowadzając za pośrednictwem współczynnika poprawkowego, umowną granicę plastyczności, odpowiadającą modułowi $E_L = 0$. Budowa wzoru pozostała bez zmiany.

Dokładniejsze badania skupów żelbetowych i elementów zginanych przeprowadzone w EMFA [85] i przez

Austriacką Komisję Żelbetową [wg 85], a później przez C. Whitney'a [wg 37] i Rüscha [104] wykazały, że moduł odkształcenia maleje w zależności liniowej nie od naprężenia, a raczej od odkształcenia. Stąd powstała propozycja parabolicznego prawa $\sigma_c - \epsilon_c$, które w samej rzeczy znane było już dawniej. Zaproponowali go niezależnie: Hartig - Ritter w 1893 r [85] oraz Turnehare - Maurer w 1909 r [85] z tym, że wtedy wytrzymałość skupową identyfikowano z maksymalnym punktem paraboli.

K. Jäger w r 1948 [53] zaproponował diagram $\sigma_c - \epsilon_c$ zbudowany syntetycznie z wyników badań Empergera, Brandzaega, Baumanna i Saligera, w sposób następujący: naprężenia dla $0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cpl}$ wzrastają wg paraboli 2-go stopnia, zaś dla $\epsilon_{cpl} < \epsilon_c \leq \epsilon_{cgr}$ naprężenia są stałe i dotyczą obszaru plastycznego. Odkształcenia graniczne ϵ_{cgr} mają wartość stałą, ale różną dla poszczególnych marek betonu. Na uwagę zasługuje tutaj przyjęcie długości pólki pływnięcia - jest znaczna dla betonów niższych wytrzymałości, zaś mniejsza lub równa zero w betonach o wysokich markach.

Podobnie przyjął R. Chambaud w swej pierwszej pracy z r 1949 (wg [85]) z tym, że zamiast paraboli przyjął sinusoidę. Ale w następnej [22] na podstawie wnikliwszej analizy dochodzi do wniosku, że w obszarze plastycznym, chcąc utrzymać stan niezniszczony, narastającym odkształceniem musi towarzyszyć lekkie opadanie naprężenia.

Po raz pierwszy obniżającą się część krzywej przy badaniu betonowych cylindrów na prasie o osiowo sztywnej konstrukcji wykazał C. Whitney /cyt.za [37]/. To samo uzyskał W. Tal [37] /zastosował on pomocnicze urządzenie odcinające/ i fakt ten potwierdziły nowsze badania Rüscha [101] [104] oraz eksperymenty Hwa-N. Lee z r 1953 /cyt.za [117]/. W ostatnich czasach Hognestad, Hanson i Mc. Henry [45] uzyskali ten typ krzywej, opracowując rezultaty badań elementów obciążonych mimośrodowo, w których moment i siłę regulowano tak, aby po jednej stronie przekroju odkształcenia zawsze równe były zero.

Na skutek udanych eksperymentów paraboliczne prawo $\bar{\sigma}_L - \varepsilon_L$, z opadającą częścią w strefie plastycznej, zyskało sobie ostatnio popularność i weszło w literaturę pod nazwą "parabola madrycka" /od czasu sesji CEB w Madrycie w r 1956-/por.np. F.Lévi [75], W.Kuczyński [69]. W uzasadnieniu "teoretycznym" wychodzi się z ogólnej zależności :

$$/3.13/ \dots \dots \sigma_L = A + B\varepsilon_L + C\varepsilon_L^2 + D\varepsilon_L^3$$

Z warunków brzegowych :

$$\sigma_L = 0, \varepsilon_L = 0, E_L = E_{L0}$$

$$\sigma = R_L, \varepsilon_L = \varepsilon_{Lpl}, E_L = 0$$

związek /3.13/ przechodzi w :

$$/3.14/ \quad \sigma/R_L = (E_{L0}/E_{Ls})(\varepsilon_L/\varepsilon_{Lpl}) + (3-2E_{L0}/E_{Ls})(\varepsilon_L/\varepsilon_{Lpl})^2 + \\ + (E_{L0}/E_{Ls}-2)(\varepsilon_L/\varepsilon_{Lpl})^3,$$

gdzie $E_{Ls} = R_L/\varepsilon_{Lpl}$. Na podstawie doświadczeń przyjęto, że $E_{L0}/E_{Ls} = 2$, i wobec tego związek /3.14/ upraszcza się do formy :

$$/3.15/ \dots \dots \sigma/R_L = 1 - (1 - \varepsilon_L/\varepsilon_{Lpl})^2.$$

Parabola 2 stopnia jednak nie charakteryzuje dobrze procesu obciążenie - odkształcenie betonów wszystkich wytrzymałości, a to z 3 powodów :

- 1 - Betony wyższych wytrzymałości znacznie mniej odbiegają od prawa Hooke'a i zachowują początkową wartość modułu E_{L0} w większym przedziale.
- 2 - Założenie $k_b = 2$ determinuje odkształcenie ε_{Lpl} , gdyż E_{L0} wyznaczone jest niezależnie. Ponieważ współcześnie badacze skłaniają się do przyjęcia, że ε_{Lpl} jest dla wszystkich betonów raczej stałe, wobec tego parabola

2 stopnia daje liniową zależność między wytrzymałością R_b , a początkowym modułem E_{t_0} . Natomiast zależność ta, wprowadzona na drodze empirycznej, jest raczej krzywoliniowa /por.np.wzory L'Herrita, Saligera, Grafa itd./.

3 - Relacja /3.15/ nie uwzględnia przesuwania się wierzchołka paraboli w związku z szybkością obciążenia. Zarówno ϵ_{bpl} jak i R_b zależą od tego parametru. Wartość modułu E_{t_0} jest niezmienna i charakteryzuje proces dynamiczny.

Osobne zagadnienie stanowią odkształcenia graniczne. W różnym czasie i w różnych ośrodkach próbowano doświadczalnie wyznaczyć ϵ_{bpl} i ϵ_{bgr} . Na ϵ_{bpl} podano szereg sformułowań empirycznych, które można podzielić na 2 grupy :

pierwsza - wg starszych badań ϵ_{bpl} jest zmienne, zależne od wytrzymałości R_b /lub R_{bs}, R_{fzo} /,

druga - wg nowszych badań ϵ_{bpl} jest stałe, niezależnie od marki betonu.

Najbardziej znane wzory z pierwszej grupy pochodzą od: Roša, Jürgera, Brandzaega, Schreyera, Saligera, Jensena Leonhardta, Empergera, Baumanna, Berthiera (cyt.za [91], [85]). Wymienione sformułowanie dają duże rozbieżności i są często sprzeczne /tzn.jedne przyjmują rosnący przebieg $\epsilon_{bpl}(R)$, a inne malejący/.

W drugiej grupie są takie znaczne różnice. Cytujemy za Rüschem [104] poglądy poszczególnych autorów: Granholm 4 ‰, Chambaud 2,8 ‰, Habel 2,5 ‰, Stüssi 2,1 ‰, Rüschi i Torroja 2 ‰, Bittner 1,75 ‰.

Odnosnie ~~odkształceń~~ odkształceń ϵ_{bgr} naukowcy wyrażają bardziej zgodne poglądy, zwłaszcza pochodzące z nowszych badań. Wartości te ustalono na elementach zginanych i mimośrodowo ściskanych. I tak (wg E.Hognestada [44], Rüscha [101], [104], Chambauda [22]) stwierdzono, że przy zginaniu ϵ_{bgr} jest niezależne od marki betonu i wynosi ok. 3,5 ÷ 3,8 ‰, natomiast w elementach mimośrodowo ściskanych jest zmienne i wynosi 2,8 ÷ 3,8 ‰.

Powyższe wyniki znalazły już zastosowanie w zaleceniach CEB /por[75]/, Komisji przy Institution of Civil Engineers w Anglii [49], w projekcie ameryk. normy żelbetowej wg Com.ACI-318 [3] i w projekcie normy RWFG [105]. Przyjęto tam zgodnie $\varepsilon_{bpl} = 2,5 \text{ }^{\circ}/\text{oo}$ i $\varepsilon_{bgr} = 3,5 \text{ }^{\circ}/\text{oo}$ (jako wartości stałe)

Idealizując związek $\sigma_c - \varepsilon_c$ wg /3.1/ staraliśmy się wprowadzić pewną elastyczność, wobec istnienia szeregu wątpliwości i rozbieżności w stanowiskach poszczególnych badaczy. Rozstrzygnięcia kwestii postanowiono dokonać na drodze analiz statystycznych.

Przyjęliśmy a priori, że krzywoliniowy przebieg $\sigma_c - \varepsilon_c$ jest słuszny dla próby doraźnej. Prawo paraboliczne jest wygodne w rozważaniach matematycznych. Niedogodności "paraboli madryckiej" częściowo zesunięto, wprowadzając ogólniejszy wykładnik potęgowy k_p , niekoniecznie równy 2.

Opadająca część wykresu $\sigma_c - \varepsilon_c$ stanowi przywiłej stanu giętnego w obszarze plastycznego przegubu /miejsce krytyczne/ i forma opadania jest właściwie obojętna dla wyznaczenia modułu wyboczenia. Jest oczywiście, że sposób opadania nie daje się (jak na razie) łączyć związkami teoretycznymi, zaś doświadczenia wykazują tutaj duże rozrzuty. Poza tym jest wątpliwe czy wyniki otrzymane z eksperymentowania na drodze pośredniej mogą być przeniesione na elementy zginane. Całość wymaga jeszcze wielu studiów i badań. Stoimy na stanowisku, że zjawisko to ma cechy zdarzeń przypadkowych, a więc procesy wytrzymałościowe związane z tą częścią wykresu winny być opisywane osobnym, dodatkowym, parametrem statystycznym. Bliżej zajęliśmy się tym w rozdz.5, natomiast w części teoretycznej rozdz.3 przyjęliśmy, celem uproszczenia rozważań, symetryczną formę opadania tej części wykresu.

W analizie zagadnienia związanego z określeniem wartości ε_{bpl} i ε_{bgr} doszliśmy do następujących wniosków. Wartości doświadczalne ε_{bpl} i ε_{bgr} należy uznać za mało pewne i wobec tego nie mogą być determinowane. Jedynie

stosunek "średniej" wartości $\max \epsilon_{bgr} \approx 3,5^0/00$ do "średniej" wartości $\epsilon_{bpl} = 2,5^0/00$, wynoszący 1,4, dość dobrze zgadza się z wartościami teoretycznymi. Nie można także bezkrytycznie odrzucać poglądu, że ϵ_{bpl} może w jakiś sposób zależeć od wytrzymałości betonu. Niektóre nowsze badania przeprowadzone w ZSRR /por.np.[4]/ sugerują, że na odkształceniach w betonie ciężcy w poważnym stopniu efekt skali. Wobec tego mechaniczne, przeniesienie wyników uzyskanych na ciążkach próbnych może spowodować wystąpienie błędów systematycznych i innych.

Odnosnie ϵ_{bpl} i ϵ_{bgr} postąpiliśmy zatem następująco: Do rozważań teoretycznych ϵ_{bpl} przyjęto jako wartość bliżej nieokreśloną. Stwierdzenia czy ona zależy wzgl. nięzależy od wytrzymałości dokonano drogą analizy regresji /rozd.5/. ~~.....~~ Odkształcenia graniczne ϵ_{bgr} określamy na drodze teoretycznej w oparciu o integralny warunek wytrzymałościowy w plastycznym przegubie. W tym ujęciu ϵ_{bgr} może przybierać różne wartości zależnie od stopnia udziału zginania obok ściskania. Dla czystego ściskania $\epsilon_{bgr} = \epsilon_{bpl}$, zaś dla czystego zginania $\epsilon_{bgr} = \max \epsilon_{bgr} = \epsilon_{bgrzg}$, która to wartość jest nieprzekraczalna.

Rozstrzygnięcie sprawy, czy w charakterystyce $\bar{\sigma}_k - \epsilon_k$ istnieje odcinek liniowej sprężystości /dla małych naprężeń $\bar{\sigma}_k$ / dokonano także na drodze statystycznej, w analizie wyników badań nad słupami o małych współczynnikach wybooczenia. ~~.....~~
~~.....~~
~~.....~~

ad g. Założenie upraszczające, że początek ~~.....~~ ^{potki} płynięcia armatury pokrywa się z progiem płynięcia betonu, ^($\epsilon_{apl} = \epsilon_{bpl}$) tylko w nieznacznym stopniu może wpłynąć na dokładność rozwiązań. Podobne założenie upraszczające, mające tło wyłącznie natury matematycznej, czynione były z powodzeniem np. przez Ylinena, który w zagadnieniu stateczności słupów stalowych przyjął zmianę modułu E_a wg wzoru :

$$13.16/ \dots E_a / E_{a0} = 1 - (\sigma_a / Q_{ra})^n$$

z czego wynika, że naprężenie Q_{ra} osiągnięte jest nie przy konwencjonalnie ustalonych odkształceniach, np. $(Q_{ra}/2100)^0/00$ - ale przy $\varepsilon = \infty$.

ad h Charakterystyka $\sigma - \varepsilon$ żelazobetonu jest podobna jak dla betonu niezbrojonego. Uważamy, że przyjęcie innej budowy byłoby niepotrzebną komplikacją. Na uzasadnienie podajemy jeszcze, że niewątpliwie charakterystyki poszczególnych materiałów ustalone z osobna, po zabetonowaniu ulegają pewnym zmianom, wskutek wzajemnego oddziaływania na siebie różnych materiałów i wpływu wiązania /strzemion/. W szczególności może to wpłynąć na poprawienie własności betonu /przedłużenie własności odkształceniowych/. Stwierdzono doświadczalnie, że beton zbrojony, zwłaszcza w skupach uzwojonych, wykazuje większą odkształcalność graniczną /Rüsch [103] /. Z braku badań porównawczych przyjęliśmy, że $\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{bpl}$ i w ten sposób parametr k został zdeteminowany. Na uwagę zasługuje tu, że różnice między k i k_0 są nieznaczne.

Żelbet pracujący na czyste ściskanie scharakteryzowano zatem nieco odmiennie od metod powszechnie stosowanych. Założono, że przy symetrycznym konturze i symetrycznym uzbrojeniu, zachowuje się jak materiał quasi-jednorodny, sprężysto-plastyczny, z własną charakterystyką odniesioną do powierzchni zajętej konturem przekroju.

* * *

3.2. Model niesprężystego wyboczenia skupów żelbetowych.

3.2.1. Na wstępie zaznaczamy, że nie rozpatrujemy wyboczenia jako zjawiska bifurkacji, ale jako efekt procesu gięcia nie - Clapeyronowskiego, niekiedy zwanego gięciem nieliniowym lub zginaniem podłużnym. Dlatego, jeśli będziemy używać terminu "wyboczenie", to w tym zrozumieniu, a nie dosłownym.

Idealny przypadek, gdy wszystkie niedokładności przyłożenia siły P , oraz wszystkie defekty skupa "dążą do zera", także nie utożsamiamy z wyboczeniem w ścisłym tego słowa znaczeniu, gdyż zakładamy, że skupy praktyczne, z prawdopodobieństwem równym prawie 1, wyginają się od samego początku obciążania. Wtedy, nawet przy bardzo małych niedokładnościach obciążania i wykonania, proces naprężenie - odkształcenie jest odmienny od procesów poprzedzających bifurkację. Dla uniknięcia nieporozumień, ten idealny w naszym sensie przypadek, opisujemy nieco inaczej niż się to powszechnie przeprowadza.

3.2.2. Rozważmy przypadek gięcia nie-Clapeyronowskiego od strony doświadczalnej na przykładzie skupa, posiadającym tylko jedną "niedokładność" tj. początkowy mimośród przyłożenia siły P , o wartości e_0 . Gięcie skupa wystąpi

rys.3.2.-a wtedy oczywiście od samego początku procesu obciążania, a jego przebieg jest nieliniowy. Można zbudować empiryczny wykres "obciążenie-wygięcie" lub "obciążenie-mimośród" w miejscu największego wygięcia:/por.rys.

3.2.-b/.

rys.3.2.-b /3.17/ $P = P(f) = P(e)$

W budowie takiego wykresu dostrzega się 3 charakterystyczne punkty : A, B, C, o następującym znaczeniu /podajemy za [33], [119], [120]/. Począwszy od pewnej wartości $P = P_{\max}$ i $e = e_k$, dalsze utrzymanie nie-zniszczonego stanu możliwe jest jedynie przy malejących

wartościach P . Jest to tzw. stan nadkrytyczny, który kończy się na punkcie C. Punktowi C $/ P = P_n$, $e = e_n$ / odpowiada stan zniszczenia tzn., że nawet dalsze zmniejszanie siły P nie daje już efektów. Natomiast część wykresu A-B w licznych doświadczeniach przedstawiała się jako odcinek linii prostej, poziomej. Nazwaliśmy ją więc "półką obciążenia". Długość półki była różna i w niektórych przypadkach równa była zero, tworząc - "pagórek obciążenia". Okazało się, że długość doświadczalnego odcinka A-B zależy w ogólności od wartości : początkowego mimośrod e_0 , smukłości słupa λ i procentu uzbrojenia słupa μ . Im wartości tych parametrów są większe, tym długość półki także większa. W słupach krępych, obciążonych prawie osiowo i o niskim procencie uzbrojenia powstaje pagórek.

Stwierdzono doświadczalnie, że współrzędne punktu A zależą od odkształceniowych własności betonu /i oczywiście od wartości początkowego mimośrod/, zaś współrzędne punktu B od progu płynięcia armatury. Cały mechanizm tworzenia się wykresu w zakresie A-B-C wygląda jak zjawisko plastycznego przegubu.

W świetle wyżej przedstawionych faktów doświadczalnych wynika, że z chwilą gdy w miejscu krytycznym utworzy się plastyczny przegub, nie daje się już praktycznie powiększyć obciążenia na słup. A więc ten stan można uznać za stan krytyczny, zaś siłę P_{max} odpowiadającą temu stanowi - siłę krytyczną P_k .

W tym ujęciu warunek na P_k brzmiał :

$$13.18/ \dots \quad dP(e)/de = 0, \quad P = max$$

Jeżeli dla tego samego słupa zmieniać się będzie wyłącznie e_0 , to za każdym razem otrzyma się inną wartość P_{max} . Przy malejącym ciągu $\{e_0\}$, ciąg $\{P_{max}\}$ jest rosnący /por. rys. 3.2.-c/.

3.2.3. Wykresy $P = P/e_0$, dla różnych początkowych mimośrodków e_0 , można uzyskać także na drodze analitycznej z równania:

rys. 3.3-a. /3.19/
$$d^2y/dx^2 + P(e_0 + y)/K = 0$$

znając funkcję sztywności słupa K dla każdego stanu naprężenia. Po scałkowaniu równania /3.19/, np. na drodze numerycznej, otrzymuje się dla każdej wartości P odpowiednią wartość wygięcia $f = y_{max}$, a tym samym mimośrodem $e = f + e_0$.

Ale wyniki całkowania /3.19/ można przedstawić jeszcze inaczej, przyjmując za parametr P a nie e_0 . Otrzymuje się wtedy gromadę linii $e_0 = e_0(f, P)$, względnie-odnosząc do mimośrodu e , gromadę $e_0 = e_0(e, P)$ /Por. rys. 3.3-b, / . Linie $e_0 = e_0(f, P)$ przyjęli za podstawę do analizy stateczności skupów: Baumann [6]; Habel [39]. W takim ujęciu, kryterium kiedy siła P jest siłą krytyczną, brzmi :

/3.20/ :
$$\begin{cases} d[e_0(f, P=const)]/df = 0, & e_0 = max \text{ lub} \\ d[e_0(e, P=const)]/de = 0, & e_0 = max \end{cases}$$

Dla materiałów nieliniowo-sprężystych relacje /3.18/ i /3.20/ dają wyniki identyczne, co jest zrozumiałe, gdyż obie gromady linii, tj. $P = P/e_0, e_0 = const./$ i $e_0 = e_0/f, P = const./$, pochodzą z tego samego równania różniczkowego. Natomiast dla materiałów elastoplastycznych w doświadczeniach można otrzymać wyniki różne - co związane jest z tym, że przy stałej sile P mogą zachodzić zjawiska dyssypacji, i że przy

Uważamy dalej, że nawet w ustrojach bardziej złożonych, jako graniczną wartość mimośrodów należy przyjmować e_k a nie e_n , gdyż redystrybucja sił krytycznych na poszczególne skupy zostanie prawie całkowicie zrealizowana podczas plastycznego płynięcia betonu, tj. na odcinku A-B.

Zakładamy, że lewostronna pochodna:

$$/3.21/ \dots \dots \dots (-dP/de)_k = 0$$

Wobec tego moment zginający przed osiągnięciem punktu krytycznego może być analizowany wyrażeniem:

$$/3.22/ \dots \dots \dots M = P_k e \quad \text{gdzie } P_k = \text{const}$$

Jeżeli przekrój został ściśnięty siłą P_k do i $\sigma_k = P_k / F_b$, to gięcie momentu M wg /3.22/ można rozpatrywać jako zginanie rys.3.4-a w przetransformowanym układzie o początku ε_k, σ_k (wg rys.3.4-a). Nową charakterystykę odnosimy do współrzędnych $\varepsilon^* = \varepsilon - \varepsilon_k, \sigma^* = \sigma - \sigma_k$. Związek między M a krzywizną przekroju:

$$/3.23/ \dots \dots \dots \rho e = (\varepsilon_g^* - \varepsilon_d^*) / h$$

brzmi:

rys.3.4-b

$$/3.24/ \dots \dots \dots \boxed{M = M(\rho e) = P_k \cdot e(\rho e)} \\ P_k = \text{const}$$

Jako kryterium dla ustalenia związku $P_k \leftrightarrow e_k$ przyjmujemy relację:

$$/3.25/ \dots \dots \dots \boxed{dM/d\rho e = 0 \rightarrow \max M}$$

Przenieszmy za tym następujące rozumowanie. Zakładamy, że działa $\max M$. Wobec tego jeśli odkształcenia skrajnych włókien będą dalej narastać, to M zmaleje. Na podstawie /3.24/ są 2 możliwości: albo e maleje - co przeczy narastaniu odkształceń, albo P maleje - co oznacza stan nadkrytyczny.

W świetle powyższego warunek /3.25/ określa graniczne odkształcenie towarzyszące stanowi krytycznemu. Z /3.24/ i /3.25/ otrzymuje się ogólny związek:

$$/3.26/ \dots \dots \dots \boxed{F(P_k, e_k) = 0}$$

Związek /3.26/ określa tzw. krzywą interakcji, która jest miejscem geometrycznym wszystkich punktów B na wykresach 3.2-C. Przedłużenie tej krzywej do osi P odcina na niej wartość N, która jest nośnością skupa na osiowe ściskanie bez wyboczenia /skup sztywny/. Oś e jest asymptotą, gdyż dla $P = 0 \rightarrow e = \infty$ - mamy wtedy przypadek czystego zginania.

Kryterium /3.25/ daje wartości granicznych odkształceń różne, zależne od stopnia udziału zginającego momentu. Najmniejsze wartości ε_{gr} wystąpią przy czystym ścisaniu $/P_k = N/i$ są równe $\varepsilon_{gr} = \varepsilon_{pl}$. Największe ε_{gr} odpowiadają czystemu zginaniu $/P = 0/$ i mają wartość $\varepsilon_{gr} = \varepsilon_{grz}$. Jest to wartość nieprzekraczalna.

Dla charakterystyki materiałowej $\sigma - \varepsilon$, zopadającą krzywą po przekroczeniu progu płynięcia, max M występuje w środku analizowanego przedziału $\varepsilon_c - \Delta\varepsilon$ do $\varepsilon_c + \Delta\varepsilon$. Jeśli by z jakichś powodów charakterystyka $\sigma - \varepsilon$ miała kres górny odkształceń, to może się zdarzyć, że ekstremum będzie na końcu przedziału ε i wtedy lewostronna pochodna $(dM/d\varepsilon)_k \neq 0$

Na uwagę zasługuje to, że najczęściej przy gięciu nie - Clapeyronowskim (M.T. Huber [47] używa określenia: "druga hipoteza o wyboczeniu mimośrodowym") opierano się na lokalnych, a nie integralnych, kryteriach wygięcia. Najpopularniejsze brzmi: "w chwili krytycznej, w skrajnych włóknach przekroju krytycznego naprężenia osiągają granicę plastyczności". Kryteria w oparciu o graniczne odkształcenia także miały lokalny charakter, wskutek determinowania wartości ε_{gr} , np w żelbecie w wielkości 3,5%, jako wartość stałą, dla wszystkich przypadków wyboczenia. Tymczasem doświadczenia wykazują, że są one zmienne.

Krzywa interakcji $F/P_k, e_k/ = 0$ w naszych rozwiązaniach potrzebna nam jest do określenia wpływu "technicznych niedokładności wykonania i przyłożenia sił", które powodują przesunięcie zagadnienia z klasy wyboczenia /bifurkacji/ do klasy gięcia nie-Clapeyronowskiego oraz potrzebna jest do określenia sztywności skupa.

* * *

W żelazobetonie wyróżnia się 3 przypadki wytężenia ze względu na pracę armatury po stronie mniej naprężonej /strona wypukła/.

Przypadek 1. - Cały przekrój jest ściskany. Odpowiada on małemu mimośrodkowi e_k . W strefie silniej naprężonej osiągnięte zostają ~~odkształcenia~~ odkształcenia graniczne $\epsilon_{b,pl}$. Może powstać "pagórek obciążenia".

Przypadek 2. - Przekrój jest częściowo ściskany i częściowo rozciągany, ale naprężenia w armaturze rozciąganej nie przekraczają granicy sprężystości /ściślej mówiąc $\sigma_a < Q_{ra}$ / . Stan ten odpowiada mimośrodkom e_k średnich wartości. Skrajne włókna strefy ściskanej osiągają ~~odkształcenia~~ odkształcenia graniczne $\epsilon_{b,pl}$. Może tu powstać pagórek lub krótka półka obciążenia w zależności od kombinacji parametrów e_0, λ, μ . Zgrubsza biorąc półka obciążenia wystąpi wtedy, gdy przekrój ulegnie zarysowaniu /mikrorysy !/.

Przypadek 3. - Naprężenia w armaturze rozciąganej osiągnęły granicę plastyczności Q_a . Powstaje półka obciążenia. Stan ten odpowiada dużym mimośrodkom e_k . Odkształcenia w skrajnych włóknach strefy ściskanej uzyskują wartości graniczne $\epsilon_{b,pl}$.

3.2.5. W pkt.3.2.2. wspomniano, że dla tego samego skłupa, ciąg wartości $\{P_{max}\}$ jest rosnący, gdy ciąg wartości początkowych mimośrodków $\{e_0\}$ jest malejący. W teorii stateczności dowodzi się, że kres górny ciągu $\{P_{max}\}$ osiąga eulerowską wartość P_{KE} . Wykres $P(e)$ przechodzi w prostą linię poziomą, w rozwiązaniu wg uproszczonej relacji /3.0/. /rys.3.2-c/.

Charakterystyczne tu jest, że wartości P_{KE} doświadczalnie nigdy nie uzyskiwano, ale co najwyżej zbliżano się do nich. Prawdopodobieństwo wystąpienia takiego stanu, z różnych przyczyn, jest niezwykle małe. Ale rozwiązania dla stanu idealnego / $e_0 = 0$ / są bardzo

cenne z uwagi na istnienie pewnej analogii między tym stanem a stanem rzeczywistym, wywołanym przez gięcie nie - Clapeyronowskie. / $e_0 \neq 0$ /.

Wyobraźmy sobie, że przy wyboczeniu /jako bifurkacja/ zniszczenie skupa nastąpi dopiero po osiągnięciu w krytycznym przekroju wartości $\varepsilon_{gr} < \infty$ /wg kryterium /3.25/ , to skup w tym momencie będzie miał wygiętą postać z wygięciem o wartościach skończonych. Znając kształt wygięcia skupa obciążonego siłą osiową P_{kE} i wartość P_{kE} , automatycznie znamy wartość siły $P_{max} = P_k$ dla przeliczalnego zbioru krótszych skupów, których długości rzeczywiste sprzężone są z początkowymi mimośrodkami e_0 przy pomocy wartości zredukowanych współrzędnych linii wygięcia /por.rys.3.5/.

Powyższe piszemy następująco :

$$/3.27/ \cdot \quad P_k(l_{rzecz}, e_0 \neq 0) \equiv P_{kE}(l_{zast}, e_0 = 0)$$

Innymi słowy : przedłużamy analitycznie linię wygięcia skupa rzeczywistego o długości l_{rzecz} i obciążonego siłą P_k na początkowym mimośrodku e_0 , poza długość l_{rzecz} , aż do przecięcia się z osią działania siły P_k . I teraz zamiast poszukiwać rozwiązania dla skupa o parametrach: l_{rzecz}, e_0, P_k korzystamy z rozwiązania dla skupa obciążonego osiowo siłą $P_{kE} = P_k$, ale o długości większej, równej - l_{zast} . Oczywiście wszystkie inne parametry charakteryzujące skup pozostają bez zmiany.

Zgodnie z rys.3.5 mamy :

$$/3.28/ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad \xi_0 = l_{rzecz} / l_{zast} = x_0 / l_{zast}$$

$$\eta_0 = e_0 / e_k = y_0 / y_k$$

Współrzędne /3.28/ charakteryzują linię wygięcia słupa po wyboczeniu w chwili zniszczenia i uzyskanie ich z równania /3.0/ jest właśnie możliwe w takiej formie, a nie w bezpośredniej tj.: $y = y/x$. Wartość wygięcia e_k otrzymany z krzywej interakcji /3.26/. Ponieważ /3.26/ może stanowić uwikłaną funkcję $(e_k/h, P_k/N)$, więc rachunki toczyć się będą metodą kolejnych przybliżeń.

Idea korzystania z pomocniczego stanu idealnego $/e_0 = 0/$ zasługuje na uwagę wobec uciążliwych w praktyce obliczeń, zwłaszcza w rozwiązaniach uwzględniających większą liczbę wpływów i parametrów. Większość rozwiązań graficznych podawanych przez różnych autorów, przedstawia się zwykle jako jednoparametrowe gronady linii $\tilde{e}_k - \lambda$, gdzie parametrem jest e_0/h lub e_0/k . W naszych rozwiązaniach kierowaliśmy się zasadą uwzględnienia większej liczby parametrów.

Opisany sposób może być rozszerzony na inne przypadki zamocowania końców słupa oraz na inne wpływy /tzw.techniczne niedokładności wykonania i przyłożenia sił/. Przy pewnych pow^{sze}chnie przyjmowanych uproszczeniach aproksymacyjnych, okazało się, że poszczególne wpływy mogą być sprowadzone do "wspólnego mianownika", co pozwala na zastosowanie zasady superpozycji wpływów bez specjalnego uszczerbku dla dokładności rozwiązania.

W dobieraniu analogicznych linii wygięcia należy pamiętać o tym, aby przekroje krytyczne pokrywały się, gdyż kryterium wyboczenia /vel zniszczenia/ związane jest z tworzeniem się przegubu plastycznego. Nadmieniamy, że tego istotnego naszym zdaniem warunku, często nie przestrzega się w teorii stateczności sprężystej i przez to uważamy, że niektóre rozwiązania obarczone są większymi błędami. Por.np.rozwiązanie w zakresie sprężystym dla obciążenia podłużnego i poprzecznego podane przez Wagnera /znajduje się w [90] str.69 i dalsze/.

3.2.6. Uogólnione rozwiązanie eulerowskie, dla słupów z materiałów elastoplastycznych, uwzględniają zwykle zjawisko dyssypacji oraz oparte są na założeniu, że astywność słupa jest stała wzdłuż jego długości.

Stałą sztywność przyjmowano na tej podstawie, że w momencie tuż przed wystąpieniem bifurkacji, wszystkie przekroje skupa zostały ściśnięte do stałego naprężenia σ_{kE} , a analizowane wygięcia skupa w chwilę po wyboczeniu są nieskończenie małe, co pozwoliło na przyjęcie liniowego rozkładu naprężeń w przekroju i przyrostów naprężeń nieskończenie małych. Są to założenia czysto teoretyczne, nie odpowiadające rzeczywistości i nawet w warunkach laboratoryjnych niemożliwe do zrealizowania przy stopniowym narastaniu siły P od zera do P_k . Dla naszych celów stan idealny potrzebny jest jako stan pomocniczy, a wyprowadzone wartości P_{kE} grają rolę parametru obliczeniowego. Musi być zatem zachowana ciągłość modelu fizycznego w gięciu nie-Clapeyronowskim, dla którego założenia Kàrmàna jak i Broszki są niesłuszne. Jedynie słuszne są tutaj założenia Engessera-Shanleya /moduł styczny/.

Wyobraźmy sobie stan bardzo bliski stanu idealnego przez założenie bardzo małego mimośrodowo początkowego d_0 . Rozważając tutaj utratę stateczności jako efekt gięcia nie-Clapeyronowskiego, zjawisko dyssypacji wskutek zmniejszania naprężeń właściwie nie ma miejsca. Jest to całkowicie pewne w miejscu przyłożenia siły P oraz w pewnym sąsiedztwie tego przekroju. Natomiast pewne wątpliwości nasuwają się dla przekroju krytycznego i jego otoczenia, gdyż w tych miejscach odkształcenia przy stanach bliskich P_k mogą narastać znacznie szybciej niż samo obciążenie. Najprościej jest w 2 i 3-cim przypadku wytrzymałościowym, gdyż beton po stronie rozciąganej pęka i pracuje armatura, dla której w tych przypadkach zakładanie dyssypacji jest fikcją. Drugi i trzeci przypadek wytrzymałościowy odpowiada skupom smukłym, które mają niskie wartości współczynnika wyboczenia i jest całkiem prawdopodobne, że dla tych przypadków krytyczne naprężenia pozostają w obszarze sprężystym. Dla pierwszego przypadku /cały przekrój ścisnany/ tylko przy bardzo wysokich naprężeniach krytycznych σ_k można by mieć jeszcze wątpliwości. Przeprowadziliśmy pewne teoretyczne wyliczenia przy tak rażących założeniach /tj. odnośnie ^{zjtomów} ~~naprężeń~~ w wykresie naprężeń/ i doszliśmy do wniosku, że ewentualne uwzględnienie

dyssypacji tylko nieznacznie wpływa przy założeniu warunku /3.25/ na stosunek sztywności w miejscu krytycznym do sztywności w miejscu przyłożenia siły P_k . Wobec tego uważamy, że i w tych przypadkach /bardzo wysokie $\bar{\sigma}_k$ / można z tym zjawiskiem nie liczyć się.

Nadmieniamy, że zjawisko dyssypacji w zagadnieniu bifurkacji było poważnie krytykowane przez Shanleya [111], [121] i Broszko [14]. Broszko wyraźnie podkreśla, że przyjmowanie jakiegś ^{zafomów} nieciągłości w wykresie naprężeń jest absolutnie nie do przyjęcia.

Wobec tego przyjmujemy, że dla stanu idealnego / $e_0 = 0$ / w miejscu przyłożenia siły P_k należy do obliczenia sztywności w tym przekroju przyjąć moduł styczny. Np. dla słupów niezbrojonych jest:

$$/3.29/ \quad \boxed{E_* = E_{*k} = (d\bar{\sigma}_k/d\varepsilon)_k}$$

Odnośnie sztywności słupa wzdłuż jego długości uważamy, że poważniejszym mankamentem metod powszechnie stosowanych jest zakładanie, że sztywność ta jest stała. Teoretyczne analizy przeprowadzone przez nas poniżej wykazują, że przy zastosowaniu kryterium /3.25/ sztywność słupa w miejscu krytycznym jest zawsze mniejsza od sztywności wyliczonej wg /3.29/ dla przekroju w miejscu przyłożenia siły P_k . Obowiązuje to przy wszystkich smukłościach λ , a zatem także dla słupów sztywnych, o współczynniku wyboczenia γ bliskim jedności.

Dla uproszczenia wywodów, które na tym miejscu mają znaczenie jedynie naświetlające, przyjmujemy stan naprężeń wg I przypadku wytrzymałościowego, przy charakterystyce $\bar{\sigma} - \varepsilon$ wg prawa parabolicznego / $k = 2$ /, dla przekroju niezbrojonego.

Rozkładamy działanie siły P_k na 2 etapy :

I - ściśnięcie osiowe siłą P_k do naprężenia $\bar{\sigma}_k$

II - gięcie momentem $M_k = P_k \cdot e$

Rozwiązanie w etapie I otrzymujemy przez przetransformowanie układu współrzędnych $\bar{\sigma}_i, \varepsilon_i$ do układu $\bar{\sigma}_i^*, \varepsilon_i^*$

Równanie charakterystyki w nowym układzie brzmi :
/por. rys. 3.4-a/

$$13.30/ \dots \sigma_b^* / R_b^* = 1 - (1 - \varepsilon_b^* / \varepsilon_{pl}^*)^2$$

$$13.31/ \dots E_{b0}^* = 2 R_b^* / \varepsilon_{pl}^* \equiv E_{bk} = (d\sigma_b / d\varepsilon_b)_k$$

Warunki równowagi dla samego zginania w przekroju krytycznym - brzmią :

$$13.32/ \left\{ \begin{array}{l} \int_{\varepsilon_{bd}^*}^{\varepsilon_{bg}^*} \sigma_b^* d\varepsilon_b^* = 0 \\ M(\varepsilon_{bg}^* - \varepsilon_{bd}^*)^2 / bh^2 = \int_{\varepsilon_{bd}^*}^{\varepsilon_{bg}^*} \sigma_b^* \varepsilon_b^* d\varepsilon_b^* \end{array} \right.$$

Po wykonaniu określonych operacji i wprowadzeniu współrzędnych zredukowanych :

$$13.32/ \bar{\varepsilon}_{bg}^* = \varepsilon_{bg}^* / \varepsilon_{pl}^* , \quad \bar{\varepsilon}_{bd}^* = \varepsilon_{bd}^* / \varepsilon_{pl}^* , \quad \bar{\alpha}^* = \bar{\varepsilon}_{bg}^* - \bar{\varepsilon}_{bd}^*$$

otrzymujemy układ równań :

$$13.33/ \left\{ \begin{array}{l} 3(\bar{\varepsilon}_{bg}^{*2} - \bar{\varepsilon}_{bd}^{*2}) - (\bar{\varepsilon}_{bg}^{*3} - \bar{\varepsilon}_{bd}^{*3}) = 0 \\ \alpha_b = \frac{M}{bh^2 R_b^*} = \frac{4(\bar{\varepsilon}_{bg}^{*3} - \bar{\varepsilon}_{bd}^{*3}) - 1,5(\bar{\varepsilon}_{bg}^{*4} - \bar{\varepsilon}_{bd}^{*4})}{6(\bar{\varepsilon}_{bg}^* - \bar{\varepsilon}_{bd}^*)^2} \end{array} \right.$$

Warunek max M wg /3.25/ brzmi :

$$13.33/ \dots \dots \dots d\alpha_b / d\bar{\alpha}^* = 0 \\ \alpha_b = \max$$

Powyższy układ warunków rozwiązaliśmy metodą Lagrange'a i otrzymaliśmy :

$$\bar{\varepsilon}_{6g}^* + \bar{\varepsilon}_{6d}^* = 2 - \sqrt{2} \quad , \quad \bar{\varepsilon}_{6g}^* - \bar{\varepsilon}_{6d}^* = \sqrt{12(2 - \sqrt{2}) - 3(2 - \sqrt{2})^2}$$

A stąd :

$$\bar{\varepsilon}_{6g}^* = 1,518 \quad , \quad \bar{\varepsilon}_{6d}^* = -0,932 \quad , \quad \bar{\alpha}^* = 2,45 \quad ; \quad \max \alpha_b = 0,29$$

Wobec tego :

$$\max M = R_G^* \cdot (0,29 b h^2)$$

Zaś sztywność w przekroju krytycznym :

$$K_{\mu k} = \max M / \alpha_k = \frac{R_G^* (0,29 b h^2)}{2,45 \cdot \varepsilon_{6\mu}^* / h} =$$

$$= \frac{2 R_G^*}{\varepsilon_{6\mu}^*} \cdot \frac{b h^3}{12} \cdot 0,707 = E_{60}^* J_G \cdot 0,707$$

Ale wobec /3.29/ można napisać :

$$K_{\mu k} = K_{0k} \cdot 0,707$$

A stąd, stosunek ν sztywności w miejscu krytycznym do sztywności w miejscu przyłożenia siły P_k

$$/3.34/ \dots \nu = 0,707 < 1$$

Ale odnośnie wartości siły P_k nie założyliśmy nic ponadto, że cały przekrój jest ściskany. Wobec tego, wniosek /3.34/ jest słuszny także dla słupów o współczynnikach wybożenia $\gamma = 1$ (dokładniej - różniących się o $\frac{1}{\gamma}$ od jedności). Wynik ten jest nieoczekiwany, gdyż a priori można by przypuszczać, że dla $\gamma = 1$ także $\nu = 1$, albowiem słupy bardzo sztywne wyginają się niezmiernie mało, a więc i sztywność wzdłuż długości powinna być stała.

Bliższa analiza wykazuje, że wynik rozważań /3.34/ jest całkowicie słuszny. Mogą tu zachodzić jedynie wątpliwości czy założenie integralnego warunku wyteżenia jest słuszne, ale w tym sensie, czy przypadkiem z różnych

przyczyn beton może nie wykazywać przyjętych własności odkształceniowych. Załóżmy wobec tego, że charakterystyka $\bar{\sigma}_c - \varepsilon_c$ kończy się na wartości $\varepsilon_{cgr} = \varepsilon_{cpl}$. /lokalny warunek wytężenia/. To wtedy, wg /3.33/ jest :

$$\bar{\varepsilon}_{69}^* = 1, \quad \bar{\varepsilon}_{60}^* = -0,733, \quad \bar{\varepsilon}^* = 1,733, \quad \alpha = 0,25$$

A stąd otrzymujemy :

$$\vartheta = 0,865 < 1$$

Okazuje się, że już samo założenie krzywoliniowego przebiegu charakterystyki $\bar{\sigma}_c - \varepsilon_c$ w gięciu nie-Clapeyronowskim pociąga za sobą zmniejszenie sztywności wzdłuż długości skupa. Odnosnie ubocznego wniosku, że ϑ pozostaje stałe w dość dużym zakresie $\bar{\sigma}_{6k}$, to związane to jest wyłącznie /przy zastosowaniu /3.25/ z symetryczną budową przyjętej charakterystyki $\bar{\sigma} - \varepsilon$. oraz paraboliczną zmianą $\bar{\sigma} - \varepsilon$.

Przyjmujemy zatem w naszych rozważaniach, że w stanie idealnym / $\varepsilon_0 = 0$ / sztywność skupa nie jest stała i najmniejsza w miejscu krytycznym. Charakterystyczny wskaźnik oznaczający stosunek sztywności nazwalimy "wskaźnikiem giętnego doplastycznienia przekroju" wg relacji :

$$/3.35/ \dots \vartheta \stackrel{df}{=} K_{plk} / K_{ok} < 1$$

Przyjęcie postulatu /3.29/ i wniosku /3.35/ w istotny sposób rzutuje na obliczeniowy parametr P_{KE} , który z powyższych powodów musi przyjmować mniejsze wartości od tych, jakie otrzymuje się przy założeniach Kármána lub Broszki. Po pierwsze dlatego, że $\vartheta < 1$ zmniejsza siłę krytyczną obliczoną przy założeniu $\vartheta = 1$, i po drugie, ϑ moduł styczny jest zawsze mniejszy od siecznego oraz mniejszy od zastępczego /Kármána/, z wyjątkiem banalnych przypadków gdy $\vartheta = 1$, gdyż wtedy jest równy.

rys 3.6.

Przy znanej funkcji zmiany sztywności K_k /por.rys. 3.6/, oraz wskaźnika ϑ , można wyznaczyć wartości tzw.

"współczynnika stateczności skupa" θ w rozwiązaniu Eulerowskim. (Określenie dla θ przyjęto za M. Życzkowskim por. [131]). Wzór na siłę krytyczną dla stanu idealnego $/e_0 = 0/$ brzmi :

$$13.36/ \dots \dots \boxed{P_{kE} = \theta(\vartheta) \frac{\pi^2 (d\sigma/d\varepsilon)_k J}{L_w^2}}$$

gdzie współczynnik θ jest funkcją wskaźnika ϑ oraz kształtu zmiany sztywności skupa, zaś $(d\sigma/d\varepsilon)_k = E_w$ jest modułem wybożenia, przyjęty jako moduł styczny /teoria Engessera - Shanleya/.

* * *

Dla uniknięcia nieporozumień związanych z terminologią o wybożeniu, nasuwa się myśl, aby dla skupów praktycznych, pomocniczy stan idealny nazwać nie ten, który jest związany z kryterium $e_0 \rightarrow 0$ ^[123] ale z kryterium słabszym $e_0 \rightarrow de_0$ /rys. 3.2-c/. Przyjęcie to ma na celu jedynie zamarkowanie tej ważnej okoliczności, że skupy praktyczne wyginają się od samego początku procesu obciążenia. Piszemy zatem że :

$$13.37/ \dots \dots \boxed{P_{kE} = \lim_{e_0 \rightarrow de_0} \{P_k(e_0, e_k)\}}$$

Przejdzie do granicy ma znaczenie czysto formalne i przy zachowaniu założeń ustalonych dla gięcia nie-Clapeyronowskiego, pozwala zastosować eulerowski sposób wyrowadzenia wzoru na P_{kE} , z równania różniczkowego problemu.

* * *

Z metody analogowania wyrażonej wzorami /3.27/, /3.28/, w nawiązaniu do wzoru /3.36/ wynika, że słup praktyczny, obciążony siłą P_k na mimośrodku początkowym e_0 , musi spełnić nast. zależność /II przypadek zamocowania słupa/

$$/3.36/' \quad P_k = \theta(\vartheta) \frac{\pi^2 (d\sigma/d\varepsilon)_k J}{(l_{rzecz}/\xi_0)^2} = \theta(\vartheta) \frac{\pi^2 (d\sigma/d\varepsilon)_k J}{l_{rzecz}^2} T$$

$$T = \xi_0^2 = T \left(\frac{e_0/h}{e_k/h} \right)$$

Jeżeli l_{rzecz} oznaczymy symbolem L_{wk} (tzn. konwencjonalna długość wolna słupa na wyboczenie) to mnożnik T , który jest < 1 , oznacza pomniejszenie siły krytycznej wskutek wystąpienia mimośrodu początkowego e_0 .

T jest funkcją $\frac{e_0/h}{e_k/h} = \frac{e_0}{e_k} = \eta$ (wielkość bezwymiarowa).

θ jest współczynnikiem stateczności uwzględniającymi zmniejszenie /oraz formę zmniejszania/ sztywności słupa zastępczego o długości $l_{zast} = l_{rzecz} \cdot \xi_0$

$(d\sigma/d\varepsilon)_k J$ oznacza sztywność słupa w miejscu przyłożenia siły osiowej P_k (słupa zastępczego) i jest funkcją naprężenia krytycznego σ_k .

3.2.7. Przyjęcie charakterystyki $\sigma - \varepsilon$ wg /3.4/ pociąga za sobą jeszcze inną konsekwencję. Z prostych rozważań wynika, że minimalna smukłość, przy której rozpoczyna się wyboczenie wynosi teoretycznie zero.

$$/3.38/ \quad \lambda_{min \text{ teor.}} = 0$$

Wynika to z wzoru /3.36/ po wprowadzeniu do niego zależności /3.2/ (z drugiego wiersza) oraz określenia $\varphi = \sigma_k/R$ (współczynnik wyboczenia). Otrzymuje się :

$$/3.38/ \quad G(\varphi) = \frac{\varphi}{(1-\varphi)^{1-1/\kappa}} = \theta \left(\frac{\pi^2 E_0 h^2}{12 R L_w^2} \right) = \theta \varphi_E$$

gdzie wyraz w nawiasie (γ_E) , oznacza tzw. eulerowską wartość współczynnika wybożenia słupa doskonale sprężystego. γ_E /jako parametr pomocniczy/ może przybierać wartości > 1 , a w szczególności dla $L_w = 0$, $\gamma_E \rightarrow \infty$

Kryterium minimalnej smukłości jest, że $\gamma \rightarrow 1$.
Ale wtedy wyrażenie $G(\gamma) \rightarrow \infty$, a więc musi być $L_w \rightarrow 0$

3.3. Krzywa interakcji $F(P_k, e_k) = 0$

3.3.1. W naszej pracy zajęliśmy się wyłącznie przekrojami prostokątnymi, zbrojonymi symetrycznie. Nic nie stoi oczywiście na przeszkodzie w uogólnieniu rozważań na przekroje bardziej złożone.

Celem rozwikłania równania /3.25/ rozważmy najpierw przekrój prostokątny niezbrojony. Z wyrażen /3.33/ oraz z określenia wielkości R_b^* wynika, że wzór na $\max M = P_k e_k$ brzmi :

$$/3.38/ \dots \dots P_k e_k = (R_b - \sigma_{bk}) (\alpha_{bmax} b h^2)$$

α_{bmax} odnosi się do betonu niezbrojonego.

Wobec tego, że :

$$/3.38/ \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} P_k = \sigma_{bk} b h \\ \sigma_{bk} / R_b \stackrel{df}{=} \gamma \end{array} \right.$$

otrzymujemy :

$$/3.39/ \dots \dots e_k / h = \alpha_{bmax} (R_b - \sigma_{bk}) / \sigma_{bk} = \alpha_{bmax} (1 - \gamma) / \gamma$$

Wyrażenie α_{bmax} oznacza stosunek plastycznego do sprężystego wskaźnika wytrzymałości przekroju. Z analiz przedstawionych uprzednio wypadko (przy pewnych założeniach), że $\alpha_{bmax} = \text{const}$, tj. niezależne od stanu naprężenia σ_{bk} . Dla paraboli 2^e ($k_b = 2$) wypadło: $\alpha_{bmax} = 0,290$. Takie same obliczenia przeprowadziliśmy dla $k_b = 4$ i wypadło $\alpha_{bmax} = 0,303$

Wyrażenie /3.39/ może być formalnie uogólnione na przekroje zbrojone i dla wszystkich przypadków wytrzymałościowych, a w tym także na przekroje zarysowane z tym, że uogólniany współczynnik α_{max} może przybierać zmienne wartości.

Zatem ogólne równanie interakcji $P_k \leftrightarrow e_k$ można napisać w formie: /opu-szczemy dla uproszczenia indeks max./

$$/3.40/ \cdot \cdot \cdot e_k/h = \alpha \frac{1-\rho}{\rho} = \alpha \frac{N-P_k}{P_k}$$

3.3.2. Pierwszy przypadek wytrzymałościowy gdy cały przekrój jest ściskany.

Teoretyczne rozważania przeprowadzamy na diagramie $\sigma_\epsilon - \epsilon_\epsilon$ wg paraboli k-tego stopnia /1.1/. Zgodnie z oznaczeniami na rys.3.7. piszemy warunki równowagi sił wewnętrznych.

rys.3.7.

$$/3.41/ \cdot \cdot \cdot \begin{cases} P_k e_k = \omega R_b \eta b h^2 + F_a (Q_{ra} - \sigma_a) (0,5 - \delta) h \\ P_k = \omega R_b b h + F_a (Q_{ra} + \sigma_a) \end{cases}$$

ω oznacza współczynnik wypełnienia bryły naprężeń w betonie, zaś η położenie środka ciężkości tej bryły względem osi geometrycznej przekroju.

Nośność przekroju na czyste ściskanie składa się z nośności betonu i nośności stali /pomijamy na razie nieznaczny wpływ zmniejszenia przekroju betonu przez powierzchnię zajętą przez armaturę/

$$/3.42/ \cdot \cdot \cdot N = N_b + 2 N_a = R_b b h + 2 F_a Q_{ra}$$

Odejmując od /3.42/ drugie wyrażenie w /3.41/ otrzymujemy :

$$/3.41/ \cdot \cdot \cdot N - P_k = (1 - \omega) R_b b h + F_a (Q_{ra} - \sigma_a)$$

Wprowadzamy następujące uproszczenie. Przyjmujemy, że naprężenie σ_a jest proporcjonalne do naprężenia w tym miejscu /podobnie jak to uczynił Aas-Jacobsen/ wg relacji:

$$/3.43a/ \dots \sigma_a = \sigma_b Q_{ra} / R_b$$

Dla przekroju niezbrojonego otrzymaliśmy w oparciu o warunek /3.25/, że względne wartości przyrostów odkształceń skrajnych włókien $\bar{\epsilon}_g^*$ i $\bar{\epsilon}_d^*$ są stałe, co oznacza, że "oś obojętna" zginania ma stałe położenie. /Jest to miejsce średnich naprężeń σ_{tk} /. Wobec tego, że związek /3.43a/ jest przybliżony, możemy dla obliczenia σ_b przyjąć, że także przekroje zbrojone mają ustabilizowane położenie "osi zginania". W ślad za tym piszemy :

$$/3.43 b/ \dots \sigma_b^* = \nu R_b^* = \nu (1-\omega) R_b$$

gdzie ν jest współczynnikiem proporcjonalności zależnym jedynie od położenia armatury i stopnia paraboli k

Mamy zatem :

$$/3.43c/ \dots \sigma_b = \omega R_b - \sigma_b^* = R_b (\omega - \nu + \nu \omega)$$

A stąd :

$$/3.43d/ \dots Q_{ra} - \sigma_a = (1-\omega)(1+\nu) Q_{ra}$$

Wstawiamy powyższe do /3.41/ i otrzymujemy :

$$/3.44/ \quad P_k e_k = \omega \eta R_b b h^2 + F_a Q_{ra} (1-\omega)(1+\nu)(0,5-\delta) h$$

Moment $M_k = P_k e_k$ składa się z 2 momentów pochodzących od sił wewnętrznych: w betonie i w stali :

$$/3.44/ \dots \begin{aligned} M_{bk} &= \omega \eta R_b b h^2 \\ M_{ak} &= F_a Q_{ra} (1-\omega)(1+\nu)(0,5-\delta) h \end{aligned}$$

Wykorzystując, że $R_b^* = 1 - \omega / R_b$ można napisać :

$$/3.45/ \dots \frac{M_{bkk}}{bh^2 R_b^*} = \frac{\omega \eta}{1 - \omega}$$

co wobec /3.39/ daje :

$$/3.45/ \dots \alpha_b = \frac{\omega \eta}{1 - \omega}$$

Zaznaczamy odrazu, że α_b w /3.45/ może mieć inną wartość niż α_b z wzoru /3.39/, gdyż dotyczy przekroju ~~nie~~ zbrojonego. Armatura może mieć wpływ /sądziwy, że nieznaczny/ na wartość granicznych odkształceń, a więc na położenie osi obojętnej zginania.

Powracając do /3.44/, można napisać :

$$/3.46/ \dots P_k e_k = (1 - \omega) [\alpha_b N_b + (1 + \nu)(0,5 - \delta) N_a] h$$

A wstawiając /3.43d/ do /3.41/ jest jeszcze :

$$/3.47/ \dots N - P_k = (1 - \omega) [N_b + (1 + \nu) N_a]$$

Wobec tego /3.46/ przechodzi w :

$$/3.46/ \dots \left(\frac{e_k}{h} \right)_I = \alpha_b \left[\frac{1 + (1 + \nu)(0,5 - \delta) \mu \beta_r / \alpha_b}{1 + (1 + \nu) \mu \beta_r} \right] \frac{N - P_k}{P_k}$$

gdzie : $\mu = F_a / bh$; $\beta_r = Q r a / R_b$;

Porównując z /3.40/ jest :

$$/3.48/ \dots \alpha_I = \alpha_b \left[\frac{1 + (1 + \nu)(0,5 - \delta) \mu \beta_r / \alpha_b}{1 + (1 + \nu) \mu \beta_r} \right] = \alpha_b \eta_a$$

Indeks I oznacza, że wzór ma zastosowanie do pierwszego przypadku wytrzymałościowego.

Teoretyczne wartości współczynnika proporcjonalności ν , wg naszych wyliczeń wynoszą (dla najczęściej spotykanego przypadku $\delta = 0,10$).

$$k_b = 2 \quad \dots \quad \nu = 1,845$$

$$k_b = 4 \quad \dots \quad \nu = 2,085$$

Wzory /3.46/' i /3.48/ można uściślić uwzględniając wpływ zmniejszenia przekroju betonu o przekrój wkładek zakładając, że równoważne to jest pomniejszeniu wytrzymałości stali $Q_{r\alpha}$ o R_b i zmniejszeniu naprężeń w armaturze σ_a o σ_b . Otrzymuje się w ten sposób dokładnie te same wzory z tym, że zamiast β_r należy wprowadzić $\beta_r - 1$.

W dalszym ciągu posługujemy się współczynnikiem mocy armatury η_R , wyprowadzonym wprost z wzoru /3.7/.

$$/3.7/' \dots \eta_R = R/R_b = 1 + 2\mu(\beta_r - 1)$$

Dla różnych wartości η_R współczynnik η_α /mnożnik do α_b / wynosi :

tabl. 3-I \longrightarrow 3-I Tablica współczynnika η_α oraz $\alpha_I = \alpha_b \eta_\alpha$

$k \backslash \eta_R$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	1,0 .290	1,048 .303	1,082 .314	1,112 .323	1,134 .329	1,158 .336	1,174 .341
4	1,0 .303	1,043 .317	1,077 .326	1,102 .333	1,124 .341	1,165 .353	1,182 .358
średnio	1,0 .297	1,045 .310	1,080 .320	1,107 .327	1,129 .335	1,171 .344	1,178 .350

3.3.3. Trzeci przypadek wytrzymałościowy - naprężenia w rozciąganej armaturze osiągają granicę plastyczności.

Opieramy się na charakterystyce $\sigma_b - \epsilon_b$ (opisanej parabolą k-tego stopnia) na prawie płaskich przekrojach oraz kryterium /3.25/.

Problem wytrzymałościowy przekroju ^{ściskowego} V w osiowo-symetrycznym uzbrojeniu, daje się sprowadzić do prostszego problemu czystego zginania, przy użyciu

Rys. 3.3

przekształcenia Pasternaka (por. np. [84]). Dla przekroju w rysie transformujemy siłę P_k do osi wkładek rozciąganych i rozpatrujemy przekrój zginany momentem zastępczym M_z i uzbrojony jednostronnie fikcyjną armaturą o powierzchni F_{afikc} .

$$/3.49/ \dots \left\{ \begin{array}{l} F_{afikc} = P_k / Q_{ra} \\ M_{zast} = P_k (e_k + 0,5h - a) - F_a Q_{ra} (h - 2a) \end{array} \right.$$

Warunki równowagi sił wewnętrznych bramią :
/przy oznaczeniach jak na rys. 3.3/

$$/3.49/' \dots \left\{ \begin{array}{l} Z = D_L = R_L \cdot b \cdot x_1 \cdot \omega_1 \\ M_{zast} = Z(h - a) - R_L \cdot b \cdot x_1^2 \cdot \omega_1 (1 - \eta_1) \end{array} \right.$$

Wprowadzamy oznaczenie :

$$/3.50/ \dots \dots \dots \epsilon_{bgr} / \epsilon_{bpl} = m_1$$

Dla paraboli 2 stopnia jest :

$$/3.50/' \dots \dots \omega_1 = m_1 \frac{3 - m_1}{3}$$

$$\omega_1 (1 - \eta_1) = m_1 \frac{4 - m_1}{12}$$

Warunek na max M_{zast} brami :

$$/3.51/ \dots \dots \frac{\partial M_{zast}}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial Z}{\partial m_1} - \frac{\partial M_{zast}}{\partial m_1} \cdot \frac{\partial Z}{\partial x_1} = 0$$

A stąd dla paraboli 2 stopnia otrzymuje się :

$$/3.50/''' \dots \dots m_1 = 3 - \sqrt{3} = 1,268 ; \omega_1 = 0,732 ; 1 - \eta_1 = 0,394$$

Wobec tego z /3.49/' otrzymujemy :

$$/3.51/' \dots \dots x_1 = 1,368 Z / R_L \cdot b$$

$$\max M_{zast} = Z (h - a - 0,538 Z / R_L \cdot b)$$

por. np. A. Lévi wg [91].

Z prostych przeliczeń wynika, że współczynnik 0,538 w /3.51/, który oznaczony przez Ψ wyraża się przez ω_1 i $1 - \eta_1$ następująco

$$/3.52/ \dots \dots \Psi = (1 - \eta_1) / \omega_1$$

Końcowych przeliczeń jak R. Lévi dokonaliśmy dla rozkładu naprężeń w betonie wg paraboli 4 stopnia i wypadło :

$$/3.52/' \dots \dots m_1 = 1,373 ; \omega_1 = 0,855 ; \Psi = 0,512$$

Korzystając z określenia Ψ oraz z tej okoliczności iż w naszym zadaniu $Z = P_k$ zamiast /3.51/' otrzymujemy :

$$/3.49/' \dots \dots M_{zast} = P_k (h - a - \Psi P_k / R_b b)$$

gdzie wyraz w nawiasie jest ramieniem sił wewnętrznych Z /por. z rys. 3.8/.

Wzór /3.49/' po wykorzystaniu /3.49/ można napisać w ostatecznej formie :

$$/3.53/ \dots \dots \left(\frac{e_k}{h}\right)_{III} = 0,5 + (1 - \eta_R^{-1})(0,5 - \delta) \varrho^{-1} - \Psi \varrho \eta_R$$

$$\varepsilon_a \gg \varepsilon_{ap1}$$

gdzie indeks III oznacza, że wzór ma zastosowanie do trzeciego przypadku wytrzymałościowego. W tym wzorze η_R nie uwzględnia wpływu zmniejszenia przekroju przez armaturę.

Odnosnie wartości współczynnika Ψ w polskiej normie [94] oraz radzieckiej [35] przyjęta jest wartość 0,5, co odpowiada prostokątnemu rozkładowi naprężeń. Norma amerykańska (cyt. za [3], [45]) przyjmuje $\Psi = 0,59$, która to wartość wyprowadzona została na nieco innym diagramie naprężeń.

Uważamy, że Ψ z różnych przyczyn, które teoretycznie nie dają się ująć, może przyjmować różne wartości. Jednakże pewna średnia wartość będzie odpowiadać idealnemu modelowi. W rozdz. 5 wyznaczaliśmy średnie $\bar{\Psi}$ na drodze statystycznej opracowując wzór /3.55/.

Wzór /3.53/ można uściślić, uwzględniając wpływ zmniejszenia przekroju w strefie ściśniętej przez

przekrój armatury F_a . Przy zastosowaniu pewnych prawie nieistotnych uproszczeń otrzymuje się :

$$/3.53/' \cdot \left(\frac{e_k}{h}\right)_{III} = 0,5 + \frac{(\eta_R - 1)(0,5 - d)}{\psi \eta_R} - \psi(\psi \eta_R + \mu)$$

w którym μ może być pominięte, a więc ostatecznie mamy /3.62/. Współczynnik η_R wyraża się $\frac{t_u}{t_s}$ za pomocą $\beta_T - 1$.

Piszemy dla porządku jeszcze wzór na α_{III} :

$$/3.52/' \cdot \alpha_{III} = \frac{0,5\psi + (1 - \eta_R^{-1})(0,5 - d) - \psi\psi^2\eta_R}{1 - \psi}$$

3.3.4. Drugi przypadek wytrzymałościowy - naprężenia w rozciąganej armaturze w granicach $0 \leq \varepsilon_a \leq \varepsilon_{apL}$

Przyjmujemy tutaj, że graniczne odkształcenia w strefie wklęsłej są takie same jak w trzecim przypadku /na podstawie pewnych stwierdzeń dokonanych nieco dalej - por. 3.4.2.2./

Wobec tego parametry charakteryzujące bryłę naprężeń ściskających w betonie oraz wyężenie są te same co w III przypadku i wynoszą teoretycznie :

$$k = 2 \quad \psi = 0,538 \quad m_1 = \varepsilon_{bgrzq} / \varepsilon_{bpl} = 1,268 \quad \omega_1 = 0,732$$

$$k = 4 \quad \psi = 0,512 \quad m_1 = 1,373 \quad \omega_1 = 0,855$$

rys.3.9 Współczynnik ω_1 odnosi się tu do powierzchni $b x_1$ / x_1 określa położenie osi obojętnej/.

Stosując znane przekształcenie Pasternaka można napisać :

$$/3.54/ \quad M_{zast} = P_k(e_k + 0,5h - a) - F_a Q_{ra}(h - 2a) = Z(h - a - \psi Z / \sigma R_{ct})$$

gdzie Z oznacza siłę w fikcyjnej armaturze zastępczego przekroju zbrojonego jednostronnie i zginanego tylko

momentem M_{zast} :

$$/3.54/' \dots Z = P_k - (Q_{ra}, -\sigma_a) F_a$$

Wyeliminowanie naprężenia σ_a możliwe jest przy użyciu założenia płaskich przekrojów. Istnieją takie próby empirycznych sformułowań /por. np. K. Salan [109]/. Stosownie do rys. 3.9. otrzymujemy :

$$/3.54/' \dots \sigma_a = E_a \varepsilon_{bgrzq} (1 - \xi_1 - \delta) / \xi_1$$

Położenie osi obojętnej określa wzór :

$$/3.54/' \dots x_1 = \xi_1 h = Z / \omega_1 b R_b$$

Z równań /3.54/' /3.54/' /3.54/' można uzyskać kwadratowe równanie na położenie osi obojętnej przy użyciu znanych oznaczeń :

$$/3.55/' \dots \xi_1^2 - \xi_1 \left[\frac{\varphi R}{\omega_1 R_b} - \frac{\mu \beta r}{\omega_1} \left(1 + m_1 \frac{\varepsilon_{bpl}}{\varepsilon_{apl}} \right) \right] - \frac{\mu \beta r}{\omega_1} m_1 \frac{\varepsilon_{bpl}}{\varepsilon_{apl}} (1 - \delta) = 0$$

Zaś wzór /3.54/ przechodzi w :

$$/3.55/' \left(\frac{e_k}{h} \right)_{II} = \frac{\omega_1 \frac{R_b}{R} \xi_1 (1 - \delta - \varphi \omega_1 \xi_1) + \mu \beta r (1 - 2\delta) \frac{R_b}{R}}{\varphi} - 0,5 + \delta$$

Można napisać także wzór na α_{II} , ale z niego nie będziemy korzystali.

Rys 310

Na rys. 3.10 podano przykładową krzywą interakcji dla $\delta = 0,10$, $\eta_r = 1,30$. wyznaczoną na drodze teoretycznej przy użyciu w.w. wzorów.

3.4. Sztywność słupa K_k osiowo ściskanego siłą P_k .

3.4.1. Sztywność początkowa K_{ok}

rys.3.11. Wyznaczamy ją na drodze teoretycznej z charakterystyk $\sigma_L - \varepsilon_L$, $\sigma_a - \varepsilon_a$, $\sigma - \varepsilon$. Wyidealizowany model gięcia momentem dM przedstawiają rys.3.11. Przy założeniu liniowych przyrostów odkształceń i naprężeń układamy warunki równowagi sił wewnętrznych i wykorzystujemy wzór na krzywiznę zgięcia :

$$13.56/ \dots \quad dM = K_{ok} \cdot 2d\varepsilon/h$$

$$dM = J_b 2d\sigma_L/h + E_a(1-2\delta)h(d\sigma_a - d\sigma_L)$$

$$J_b = F_b \cdot i_b^2$$

Ponieważ :

$$13.57/ \dots \quad d\varepsilon' = (1-2\delta)d\varepsilon, \quad d\sigma_L/d\varepsilon_L = d\sigma_L'/d\varepsilon_L' = E_{bk}$$

$$d\sigma_a/d\varepsilon_a = E_{ak}$$

Więc jest :

$$13.58/ \dots K_{ok} = E_{bk} J_b + 2F_a i_b^2 (h/i_b)^2 (0,5-\delta)^2 (E_{ak} - E_{bk})$$

Ale E_{bk} można eliminować przy użyciu związku β_{11} / otrzymujemy :

$$13.59/ \dots K_{ok} = J_b \left\{ E_k + \left[\left(\frac{h}{i_b} \right)^2 (0,5-\delta)^2 - 1 \right] (E_k - E_{bk}) \right\}$$

Wyraz w $\{ \dots \}$ oznacza moduł wybożenia przekroju żelbetowego. Oznaczany go przez E_w . Otrzymujemy (por.(3.29))

$$/3.60/ \cdot \cdot \cdot E_w = E_k \left\{ 1 + \left[\left(\frac{h}{i} \right)^2 (0,5 - \delta)^2 - 1 \right] \left(1 - E_{lk} / E_k \right) \right\}$$

gdzie wyraz w $\{ \dots \}$ ma następujące znaczenie :

Jeśli E_k oznacza moduł wybieczenia przekroju żelazobetonowego, w którym armatura rozmieszczona jest równomiernie, /materiał quasi-jednorodny/ to wyraz ten wyraża wpływ skoncentrowania armatury w pewnych miejscach. Współczynnik ten oznaczyliśmy przez η_J .

$$/3.60/' \cdot \cdot \cdot \cdot \eta_J = 1 + \left[\left(\frac{h}{i} \right)^2 (0,5 - \delta)^2 - 1 \right] \left(1 - E_{lk} / E_k \right)$$

Z /3.60/' wynika, że na η_J wpływają nie tylko cechy geometryczne przekroju, ale także naprężenia krytyczne

σ_{lk} , σ_k - co - na oko komplikuje zagadnienie.

Zauważmy jednak, że wartości η_J nie ulegają wahaniom godnym uwagi, przy różnych naprężeniach σ_k , a poza tym nie odbiegają wiele od jedności . Wobec tego, dla celów praktycznych można przyjąć wartość uproszczoną zakładając, że : $E_{lk} / E_k \approx const = E_{l_0} / E_0$. Piszemy zatem :

$$/3.61/ \cdot \cdot \cdot \cdot \eta_J \approx 1 + \left[\left(\frac{h}{i} \right)^2 (0,5 - \delta)^2 - 1 \right] \left(1 - E_{l_0} / E_0 \right)$$

Dla przekrojów prostokątnych :

$$/3.61/' \cdot \cdot \cdot \cdot \eta_J \approx 1 + \left[12(0,5 - \delta)^2 - 1 \right] \left(1 - E_{l_0} / E_0 \right)$$

Opierając się na wzorze /3.8/ oraz wprowadzając pomocnicze oznaczenie :

$$/3.62/' \cdot \cdot \cdot \cdot n_z = E_{a_0} / E_{l_0} - 1 = n - 1$$

jest :

$$/3.62/ \cdot \cdot \cdot \cdot$$

$$\eta_J \approx 1 + \left[12(0,5 - \delta)^2 - 1 \right] \frac{2\mu n_z}{1 + 2\mu n_z}$$

We wzorze /3.62/ E_{b0} zakładamy wg wzoru L'Hernita [66] stosując przeliczenie wytrzymałości kostkowej na walcową wg wzoru W. Kuczyńskiego [67]

$$/3.63/ \dots \left\{ \begin{array}{l} E_{b0} \approx 19250 \sqrt{R_{\phi 20}} \\ R_{\phi 20} \approx 1,17 R_{\phi 16} \approx \frac{R_{bs}}{0,8^2} \end{array} \right.$$

zaś E_{a0} przyjmujemy stałe 2100 000 kg/cm²

Dla najczęściej spotykanego przypadku $\delta = 0,10$ jest :

$$/3.62/' \dots \eta_J \approx 1 + 0,92 \frac{2\mu n_z}{1 + 2\mu n_z}$$

Zaś wprowadzając oznaczenie : (por.(3.8))

$$/3.64/ \dots E_0/E_{b0} = \eta_E = 1 + 2\mu \cdot n_z$$

można napisać :

$$/3.62/' \dots \eta_J \approx 1 + 0,92(1 - \eta_E^{-1})$$

W oparciu o wzór /3.5/ z drugiej pozycji oraz przy oznaczeniu :

$$/3.65/' \dots X_k = 1 - 1/k$$

mamy ostatecznie :

$$/3.65/ \dots \boxed{K_{ok} = (E_0 \eta_J)(1 - \varphi)^{X_k} J_b}$$

Powracamy jeszcze do początkowego modułu E_0 w relacji /3.65/. Podobnie jak dla współczynnika η_J można by zdeterminować tę wartość np. w oparciu o wzór L'Hernita lub inny, jednakże w tym przypadku postępujemy inaczej. Mamy na uwadze tę okoliczność, że sprawa modułu E_{b0} dla elementów rzeczywistych nie jest właściwie jeszcze wyjaśniona tzn. w tym sensie czy wyniki badań nad elementami próbnymi

mogą być na nie bez zastrzeżeń przeniesione. O ile wartość E_{L_0} w wyznaczeniu współczynnika n_z nie gra specjalnej roli, to dla wyznaczenia E_0 w K_{ok} ma duże znaczenie. Zakładamy zatem ogólną budowę dla E_0 , a współczynniki aproksymacji wyznaczamy na drodze analizy regresji (rozdz.5 - z ^{wyników} badań nad skupami). Upraszczamy przy tym nieco sprawę, traktując żelazobeton jak materiał quasi-jednorodny, o własnej charakterystyce $\sigma - \varepsilon$, i określamy E_0 od R podobnie jak 1. Hermiteale w ogólniejszej budowie (Walkera):

$$/3.66/ \dots \dots \dots \boxed{E_0 = k_E (R/100)^{X_E}}$$

Użycie 2 współczynników w aproksymacji poprawia nieco nieściśności przyjęcia.

Wielkość $\langle 100 \rangle$ oznacza porównawczą wytrzymałość żelazobetonu równą 100 kg/cm^2 . Wobec tego współczynnik k_E jest w wymiarze kg/cm^2 i oznacza początkowy moduł żelazobetonu o wytrzymałości 100 kg/cm^2 .

Różne postępowania przy określeniu E_0 w charakterystyce $\sigma - \varepsilon$ i E_0 do współczynnika n_z /wzór 3.62./ związane były z trudnościami w przeprowadzeniu analizy regresji w rozdz.5. Jak wspomnieliśmy nie ma to jednak specjalnego znaczenia i tylko w $\frac{1}{2}$ znacznym stopniu wpłynęło na błąd formuł.

3.4.2. Sztywność w miejscu krytycznym K_{plk}

Do tego celu potrzebna jest wartość wskaźnika ν /wzór /3.35/. Wartości ν analizowane były na drodze eksperymentalnej przez W. Kuczyńskiego [72], [75], [120] ale jedynie dla czystego zginania. Kuczyński stwierdził że dla belek prostokątnych o uzbrojeniu 1-2% stala o $Q_{ra} < 3000 \text{ kg/cm}^2$ oraz przy obciążeniu doraźnym, wskaźnik ν wyniósł :

betony marek	90 - 170	$\nu = 0,5 - 0,8$
"	" 200 - 400	$\nu = 0,3 - 0,6$

Można stąd wyciągnąć orientacyjny wniosek, że zmniejszenie sztywności początkowej EJ /dla czystego zginania w I fazie/ może wynosić do ok. 300 %.

W naszej pracy postąpiliśmy inaczej - wskaźnik ϱ postanowiono wyznaczyć na drodze teoretycznej. Możliwe to jest przez określenie krzywizny w miejscu krytycznym, na podstawie prawa płaskich przekrojów oraz w oparciu o wyniki analiz nad wytyczeniem według kryterium /3.25/.

Wstępne rozważania przeprowadzone w pkt. 3.2.6, doprowadziły nas do wniosku, że nawet przy "czystym ściskaniu" skupów bardzo sztywnych, jeżeli tylko istnieje możliwość już nieznacznego ich zgięcia - ϱ jest wyraźnie < 1 . Poza tym, dla założonej charakterystyki $\sigma - \varepsilon$ /parabola k-tego stopnia/ wypadło, że względne wartości przyrostów odkształceń w skrajnych włóknach /pochodzące od zgięcia/ są stałe, co oznacza, iż "oś obojętna zginania" ma stałe położenie. Wniosek ten wykorzystaliśmy już przy układaniu równania krzywej interakcji $\varphi \leftrightarrow e_1/h$.

Wniosek powyższy stawiamy jako ogólną hipotezę roboczą dla wyznaczenia krzywizny na drodze teoretycznej. Dla pierwszego przypadku wytrzymałościowego nie napotyka się na specjalne trudności. Natomiast w drugim i trzecim przypadku z uwagi na zarysowanie przekroju, należało przeprowadzić analizy przykładowe, dla wykazania możliwości zastosowania tej hipotezy.

Sprawdzeniem hipotezy, na drodze analizy statystycznej, zajęto się w rozdz. 5.

3.4.2.1. Krzywizna krytyczna w I przypadku wytrzymałościowym /cały przekrój ściskany/.

rys. 3.12-a Pomocnicza hipoteza robocza brzmi /por. rys. ^{3.7 i} 3.12-a/ :

/3.57/

$$\xi = x/h = const$$

$$m = \frac{E_{bgr} - E_{br}}{E_{bpl} - E_{bk}} = const$$

Krzywiznę przekroju można wyrazić następująco:

$$/3.68/ \dots (\alpha)_I = m (\varepsilon_{bpl} - \varepsilon_{bk}) / \xi h$$

Jeśli założymy, że charakterystykę /3.1/ można bez zastrzeżeń opisać stan naprężeń w zginanym przekroju krytycznym to korzystając z założeń /3.9/ i /3.9/' i w ślad za tym ze związków /3.5/ druga oraz trzecia relacja, związek /3.68/ daje się przekształcić do następującej postaci :

$$/3.69/ \dots (\alpha_k)_I = \frac{m}{\xi} \frac{\varepsilon_{bpl}}{h} (1 - \varphi)^{1/k}$$

Powyższe określa krzywiznę bez konieczności użycia nieznanych wartości granicznych odkształceń ε_{bgr} dzięki wprowadzenia przyjęcia /3.67/.

Przy pomocy $\langle m \rangle$ teoretyczne ε_{bgr} wyraża się następująco /por.rys.3.12-a/

$$/3.70/ \dots \varepsilon_{bgr} = (1 - m) \varepsilon_{bk} + m \varepsilon_{bpl}$$

Z powyższego widać, iż najmniejsze $\varepsilon_{bgr} = \varepsilon_{bpl}$ tj. przy czystym ściskaniu, gdyż wtedy $\varepsilon_{bk} = \varepsilon_{bpl}$.

Natomiast max ε_{bgr} wyznacza skrajne położenie, gdy naprężenia w betonie na jednej krawędzi równają się

rys.3.12-b zero /por.rys.3.12-b/. Jest wtedy :

$$/3.71/ \dots \varepsilon_{bk} = (1 - \xi)_{max} \varepsilon_{bgr}$$

Wstawiając powyższe do /3.70/ otrzymuje się :

$$/3.72/ \dots \frac{max \varepsilon_{bgr}}{\varepsilon_{bpl}} = \frac{m}{1 + (m-1)(1-\xi)}$$

Teoretyczne wartości wynoszą :

$$k_L = 2 \quad m = 1,518 \quad \xi = 0,620 \rightarrow max \varepsilon_{bgr} / \varepsilon_{bpl} = 1,268$$

$$k_L = 4 \quad m = 1,605 \quad \xi = 0,722 \rightarrow max \varepsilon_{bgr} / \varepsilon_{bpl} = 1,373$$

A więc otrzymaliśmy takie same wartości jak dla współczynnika $\eta_f = max \varepsilon_{bgr} \xi_g / \varepsilon_{bpl}$

dla III przypadku wytrzymałościowego. W ten sposób analogia między czystym zginaniem a niósrodowym

ściskaniem w świetle integralnego warunku wytrzymałościowego znajduje teoretyczne uzasadnienie. Równocześnie uzasadnienie zostało namże przytoczone a priori jako słuszne, odnośnie ε_{bgr} dla drugiego przypadku wytrzymałościowego /por. pkt 3.3.4/. Przyjęto tam tę samą wartość ε_{bgrz} w całym zakresie możliwości /jak dla trzeciego przypadku, gdyż w samej rzeczy trudno zakładać aby zachodziła jakaś zmienność ε_{bgr} skoro dla skrajnych położań $\varepsilon_a = \varepsilon_{a,pl}$ i $\varepsilon_a = 0$ wartości są te same.

W uzupełnieniu /3.72/ możemy więc jeszcze napisać, iż:

$$/3.72/' \dots \frac{\max \varepsilon_{bgr}}{\varepsilon_{b,pl}} = \frac{\max \varepsilon_{bgrz}}{\varepsilon_{b,pl}} = m_1 = \frac{m}{1 + (m-1)(2-\xi)}$$

Odnosząc analogii w zachowaniu się elementów ściskanych niosącowo i osiowo oraz pracujących wyłącznie na zginanie wspomnieliśmy już w pkt. 3.1.3.f, że twierdzenie to napotyka na sprzeczny [37], [17]. Charakterystyka $\delta_u - \varepsilon_u$ wyprowadzona z prostej próby ściskania może nie być identyczną z tą która występuje przy zginaniu, gdyż w grę wchodzi tutaj prękość narastania odkształceń w poszczególnych włókienach przekroju. Jednakże zagadnienie to nie zostało jeszcze wyjaśnione i nie pozostało nam nic innego jak przyjąć, że próbie doradziej analogia taka istnieje. Ponieważ wielkości $m, \xi, \varepsilon_{b,pl}, \psi$, które charakteryzują cały proces, nie determinujemy wg rozważań teoretycznych lecz przyjęliśmy takie jakie wypadną z analizy statystycznej. Wobec tego ewentualne błędy systematyczne zakłada zostaną usunięte, zaś błędy przypadkowe zostaną ujęte błędem teorii.

3.4.2.2. Krytyczna krzywizna w II i III przypadku wytrzymałościowym.

Rozpatrujemy najpierw zagadnienie w rysie z pominięciem naprężeń rozciągających w betonie.

Dla III przypadku wytrzymałość ciowego mamy zatem:

$$/3.73/ \dots \dots \xi_1 = x_1/h = \frac{\varphi}{\omega_1} \frac{R}{R_0}$$

Zaś krzywizna w rysie :

$$/3.74/ \dots (\alpha_k)_{\text{w rysie}} = m_1 \frac{\varepsilon_{bpl}}{h} \left(\frac{\varphi}{\omega_1} \frac{R}{R_0} \right)^{-1}$$

Ale z drugiej strony jeśli znane jest φ to z charakterystyki żelazobetonu $\sigma - \varepsilon$ wg /3.4/ można wyznaczyć wartość krytycznego odkształcenia ε_k i oś obojętną zginania $\xi = x/h$ pojmowaną jak w I przypadku. A zatem krzywiznę $(\alpha_k)_{\text{w rysie}}$ można obliczyć także przy użyciu wzoru /3.69/ z tym, że nie wiadomo jeszcze jaka jest wartość współczynnika m/ξ . Przeprowadzamy analizę numeryczną postępując odwrotnie - wyliczamy wartość α_k wg /3.74/, a następnie wartość m/ξ wg /3.69/ i porównujemy z teoretyczną wartością ustaloną dla I przypadku.

Analiza na przykładzie :

$$\delta = 0,10 \quad \mu\beta_r = 0,15 \quad R/R_0 = 1,30$$

$$\varepsilon_{bpl} = 2,5\% \quad \varepsilon_{apl} = 1,43\%$$

Dla I przypadku teoretyczne m/ξ wynosi :

$$k = 2 \quad \dots \quad m/\xi = 2,450$$

$$k = 4 \quad \dots \quad m/\xi = 2,23$$

Dla III przypadku jest :

$$k = 2 ; \quad \varepsilon_a = 1,43\% / \text{pogranicze II i III przypadku/}$$

$$\xi_1 = 0,620 ; \quad \varphi = 0,349 ; \quad \varepsilon_k/\varepsilon_{pl} = 0,193$$

$$\xi = 0,526 ; \quad m = 1,332 ; \quad m/\xi = 2,53$$

a zatem wartość zbliżona do 2,45 :

$$k = 4 ; \quad \varepsilon_a = 1,43 \text{ } ^\circ\text{/}\text{oo} \text{ /pogranicze II i III przypadku/}$$

$$\xi = 0,576 ; \quad m = 1,427 ; \quad m/\xi = 2,17$$

wartość także zbliżona do 2,23

Z powyższych przeliczeń można wysunąć dość prawdopodobny wniosek, że dla całego zakresu w II przypadku wytrzymałościowym, $(m/\xi)_{II}$ pozostaje stałe /tj. niezależne od φ / i w szczególności odpowiada wartości m/ξ /I tj. dla I przypadku.

Zamiast /3.74/ piszemy zatem :

$$/3.75/ \dots \quad (\sigma_k)_{II} = \frac{m}{\xi} \frac{\varepsilon_{pl}}{h} (1-\varphi)^{1/k}$$

Co do możliwości zastosowania tego wzoru także dla całego zakresu w III wzorze wytrzymałościowym, to można mieć już pewne wątpliwości, zwłaszcza dla dużych odkształceń w armaturze rozciąganej. Zwróćmy jednak uwagę na następującą okoliczność. Znaczne odkształcenia ε_a mogą powstać jedynie przy niskich współczynnikach wybooczenia

φ . W tych przypadkach, rzeczywisty mechanizm narastania odkształceń w obszarze plastycznym oraz związana z tym redystrybucja naprężeń kształtują się na podobieństwo tychże w przypadku czystego zginania. Bryła naprężeń ściskających w stanie zniszczenia ^{może tu być} właściwie inna niż w charakterystyce /3.1/ tzn. wyprowadzonej

rys.3.13 - z prostej próby ściskania/. Prawdopodobny kształt tej bryły podaje rysunek 3.13-a - bryła ta jest zbliżona do prostokąta i charakteryzuje się jeszcze tym, że wykres naprężeń w obszarze $0 < \varepsilon_b \leq \varepsilon_{bpl}$ "zacięra się". Takie wartości odkształceń granicznych ε_{bgr} , wyprowadzone z doświadczeń wg I przypadku wytrzymałościowego /gdą naprężenia na jednej krawędzi są równe zero/ są dla tego przypadku kwestionowane / o czym mówiliśmy już poprzednio/.

W sposób jednoznaczny wypowiada się na ten temat R. Saliger /110/, który przypisuje betonowi przy czystym zginaniu możliwość daleko większej odkształcalności niż $3,5 \text{ ‰}$ /np. $6 \div 8 \text{ ‰}$ /. W świetle powyższego funkcja zmiany momentu w zależności od krzywizny M/α dla czystego zginania oraz dla niósrodkowego ściskania /przy niskich współczynnikach γ / może się charakteryzować długim "wzmocnieniem", z ekstremum^m na końcu przedziału α /por. rys. 3.13-c/, który odpowiada stanowi zniszczenia α_n /. Można sobie jednak wyobrazić taki stan α_k /, poprzedzający α_n /, przy którym wprawdzie $\varepsilon_a > \varepsilon_{ap}$, ale wykres naprężeń σ_b odpowiada jeszcze charakterystyce /3.1/ przynajmniej w zakresie $0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{bp}$ /por. rys. 3.13-b/.

Na odcinku $\alpha_k - \alpha_n$ mamy do czynienia z częścią półki obciążenia wykresu P/e /por. rys. 3.2-c/. Utrzymanie stanu niezniszczonego na tym odcinku, przy stałej wartości siły P_k , jest możliwe wskutek zwiększenia się wartości współczynnika wypełnienia ω_1 . Dla obu stanów α_k , α_n zachodzi zatem następująca relacja :

$$/3.76/ \dots \xi_{1gr} \cdot \omega_{1gr} = \xi_{1k} \cdot \omega_{1k}$$

Wobec tego, że musi być :

$$/3.77/ \dots \xi_{1gr} < \xi_{1k}$$

pociąga to za sobą :

$$/3.78/ \dots \omega_{1gr} > \omega_{1k}$$

Dla określenia stanu krytycznego możliwe jest zatem poszukiwanie się stanem α_k , a nie α_n , który nota bene ma duży rozrzut i jest ~~duże~~ prawdopodobieństwo niewystąpienia tego stanu /przy wyboczeniu/. Poszukując się zatem stanem α_k przez przedłużenie w sposób teoretyczny wykresu $M(\alpha)$ w dół /rys. 3.13-c/ obcinamy rzeczywistą półkę obciążenia na wykresie 3.2-c/. Ale przyjęcie to wtedy będzie po-

prawne jeśli wzór wytrzymałościowy /3.62/ zostanie zweryfikowany w oparciu o doświadczalnie uzyskane wartości e_k/h odpowiadające stanowi α_k . Otóż co do tego nie mamy wątpliwości. Początek odcinka $\alpha_k - \alpha_n$ odpowiada tej chwili ^{badania} ~~badania~~, kiedy odkształcenia w armaturze przekroczyły ε_{ap1} i wygięcie skupa zaczęło narastać bardzo szybko. Wskutek tego odcinek ten nie został zarejestrowany. Początek szybkiego narastania odkształceń odpowiada kryterium stateczności.

W dalszym ciągu analizy przykładowej zakładamy, że $\varepsilon_a = 2,43 \text{ ‰} > \varepsilon_{ap1}$. Otrzymujemy :

$$\underline{k = 2} \quad \xi_1 = 0,508 \quad \varphi = 0,287 ; \quad \varepsilon_k / \varepsilon_{n1} = 0,156$$

$$\xi = 0,446 ; \quad m = 1,317 ; \quad m / \xi = 2,95 > 2,45$$

$$\underline{k = 4} \quad \xi = 0,488 ; \quad m = 1,413 ; \quad m / \xi = 2,89 > 2,23$$

Ale obliczenia powyższe dotyczą przekroju w rysie, tymczasem ze względu na cel poszukiwań istotny jest średni stan odkształceń na odcinku pomiędzy dwoma sąsiednimi rysami. Jak wiadomo wg Muraszowa [84] w idealnym /zastępczym/ przekroju niezarysowanym, średnia krzywizna jest mniejsza od krzywizny w rysie na skutek współpracy betonu na rozciąganie oraz wpływu przyczepności między stalą a betonem.

Nie będziemy się wdawać w szczegółowe analizy w oparciu o teorię zarysowania - zauważamy jedynie, że w skupach żelbetowych zagadnienie to nie występuje w tak rażącej formie jak przy czystym zginaniu. W doświadczalnictwie nad smukłymi skupami żelbetowymi, obciążonymi mimośrodowo, najczęściej zarysowania niedostrzegano tzn. w takiej wielkości, która mogłaby być uchwycona za pomocą aparatów pomiarowych. Zarysowania, jeśli występowały, to zwykle tuż przed zniszczeniem. Dzieje się tak dlatego, że na zmniejszenie wielkości rozwarcia poważnie wpływa siła ścisakająca - przesuwając oś obojętną ku dołowi, a poza tym stan α_k jest nieco wcześniejszy od α_n , który pomiarowo nie zostaje zwykle uchwycony /i odpowiada sile $P_n \leq P_k$ /.

Jeśli przyjmiemy szacunkowo, że przy $\varepsilon_a = 2,43 \text{ ‰}$ zmniejszenie krzywizny wynosi ok. 20% z tytułu korzystnego działania wymienionych wpływów to wtedy wartości m/ξ wyniosą :

$$\begin{aligned} k = 2 \quad m/\xi &= 2,36 \approx 2,45 \text{ jak dla I przypadku} \\ k = 4 \quad m/\xi &= 2,31 \approx 2,23 \quad - \text{ " } - \end{aligned}$$

Wnosimy stąd, że słuszne jest postawienie ogólnej hipotezy odnośnie krzywizny przekroju krytycznego - wspólnej dla całego zakresu współczynnika wyboczenia :

$$/3.79/ \dots \dots \dots \boxed{\alpha e_k = \frac{m}{\xi} \frac{\varepsilon_{pl}}{h} (1-\gamma)^{1/k}}$$

gdzie $\frac{m}{\xi} = \text{const}$ oznacza, że wartość ta jest niezależna od współczynnika wyboczenia γ , a jedynie może zależeć od cech charakterystycznych materiału.

3.4.2.3. Wskaźnik ϑ .

Wzór na ϑ można uzyskać przez porównanie wzoru /3.79/ ze wzorem :

$$/3.80/ \dots \dots \dots \alpha e_k = P_k e_k / \vartheta K_{ok}$$

Stąd otrzymujemy, korzystając z zależności :
/3.40/, /3.65/, /3.6/

$$/3.81/ \dots \dots \dots \boxed{\vartheta = 12 (\xi/m) \propto R (\varepsilon_{pl} E_0 \eta_{D})^{-1}}$$

A zatem ϑ teoretycznie zależy od własności materiałowych oraz w pewnym stopniu od współczynnika wyboczenia γ ; poprzez współczynnik plastycznego wskaźnika wytrzymałości przekroju \propto /z wzoru $W_{pl} = \alpha b h^2$ /.

Zauważmy tu jeszcze, że wyrażenie ξ/m teoretycznie waha się w małych granicach. Uważamy zatem, że współ-

czynnik ten można potraktować jako wielkość losową, opisując pewnym rozkładem statystycznym, wspólnym dla wszystkich słupów.

* * *

Pozostała tu jeszcze niewyjaśniona sprawa wartości $\varepsilon_{pl} / \text{vel } \varepsilon_{bpl} /$. (Por. pkt. 3.1.3.f)
Całkowite odrzucenie twierdzenia starszych badaczy, że ε_{bpl} zależy od wytrzymałości betonu, mogłoby być nieskuteczne. Zakładamy zatem hipotetyczną aproksymację :

$$/3.82/ \dots : \quad \varepsilon_{pl} \approx k_{\varepsilon} (R/100)^{x_{\varepsilon}}$$

gdzie $\langle 100 \rangle$ oznacza porównawczą wytrzymałość żelazobetonu 100 kg/cm^2

k_{ε} współczynnik określający ε_{pl} dla $R = 100$
W rozdz. 5 przy użyciu analizy regresji z wyników badań nad skupami żelbetowymi wyznaczono wartości współczynników $k_{\varepsilon}, x_{\varepsilon}$.

3.4.3. Funkcja zmiany sztywności słupa K_k wzdłuż jego długości.

Dla pośrednich przekrojów sztywność słupa określamy za pomocą parabolicznego prawa zmienności w zależności od momentu zginającego /hipoteza parabolicznej zmiany sztywności/ :

rys. 3.14

$$/3.83/ \dots : \quad K_k = K_{ok} \left[1 - (1 - \nu) \left| \frac{M}{M_k} \right|^m \right]$$

gdzie :

$$\nu = K_{plk} / K_{ok} \text{ określa wzór } /3.81/$$

m - doświadczalny współczynnik, którego na razie bliżej nie określamy.

$M = P_k e$ - moment w danym przekroju w chwili krytycznej.

Przyjęta powyżej formuła interpolacyjna wymaga objaśnień.

Próby określenia sztywności, w zależności od wysiłku, czynione były już od dawna. W zastosowaniu do konstrukcji żelbetowych autorzy koncentrowali uwagę głównie na przypadek czystego zginania. Natomiast dla ściskania mimośrodowego jest bardzo mało opracowań.



Znane metody dzielą się na grupy w zależności od sposobu ujęcia /a także dokładności/. Zauważamy przy tym, że w ogólności reprezentują one modele zbyt uproszczone / a przez to mało dokładne/ względnie odwrotnie - o skomplikowanych algorytmach /przez co, znowu są praktycznie mało przydatne. Wyazki z użycia metody opierające się na liniowo-sprężystej charakterystyce betonu /prawo Hoocha^e/ i jeśli tu i ówdzie jeszcze tkwią to w nawiązaniu do metody ND, natomiast przy stosowaniu metod OM i S.C. stosuje się wzory uwzględniające ^{elastoplastyczne} zmniejszenie sztywności.

Najprostsze z nich polegają na generalnym obniżeniu sztywności słupa na całej długości z uwagi na elastoplastyczne własności betonu oraz zarysowanie. Sztywność może tu być obliczona albo przez przyjęcie jakiegoś średniego modułu odkształcenia betonu albo z ustalonych uprzednio granicznych wartości odkształceń w betonie i stali /por. np. K.H. Benkert [7]/ względnie teorię zarysowania /np. ^{Muraszowa} [84]/.

Metoda skłowej zmiany sztywności /por. np. W. Kryłow [65]/ polega w najprostszym odmianie na zastosowaniu 2 sztywności /o wartościach stałych/ przed zarysowaniem i po zarysowaniu /por. ^{faktycznej} [19]/. Metoda ta jest uciążliwa w zastosowaniu i do słupów raczej nie znalazła zastosowania.

A. Baroz [13] [11] zaproponował metodę sprężysto-plastycznych zawieszów, w której całkowite wygięcie składa się z wygięcia sprężystego belki homogenicznej i wygięcia

spowodowanego obrotami sztywnych elementów w miejscach rozwarcia rys. Trudność stosowania tej metody polega na ustaleniu położenia i szerokości rozwarcia rys. Także i ta metoda do skupów nie znalazła zastosowania.

"Ścisłe" metody bazują na stanie odkształceń i naprężeń w oparciu odiagrany $\sigma - \varepsilon$. Tak np. postępuje Lempicki [79]  dla elementów wyłącznie zginanych oraz W.P.Chang - P.M.Fergusson [23] w zastosowaniu do skupów. Metody te są niestety żmudne i wymagają zastosowania ~~obliczeń~~ numerycznych wzgl. maszyn matematycznych. Na uwagę zasługuje tutaj sposób podany przez W.Zalewskiego [126]  w ujęciu krakowianowym mający tę zaletę, że jest ogólny /także dla elementów o zmiennym przekroju/. Wymienione metody opierają się na lokalnych warunkach wyężenia /determinują wartość granicznych odkształceń/ i pomijają wpływ naprężeń rozciągających w strefie zarysowanej.

Odnosnie pracy przekroju żelbetowego, to niejednokrotnie już podkreślano (por. np. W. Kuczyński [71], Borecz [11]), że znaczna ilość różnych przyczyn nie pozwala na to aby wszystkie wpływy mogły być uwzględnione w postaci parametrów w ramach jakiejś zamkniętej teorii, tym bardziej, że niektóre z nich mają charakter przypadkowy. Dlatego zagadnienie sztywności musi być potraktowane z konieczności częściowo w sposób empiryczny. Należy się skoncentrować na najważniejszych przyczynach uważając, że pozostałe mają charakter losowy. Znaną próbę takiego ujęcia zagadnienia jest metoda W. Kuczyńskiego, który postawił hipotezę liniowej zmiany sztywności zginanej belki żelbetowej w zależności od momentu zginającego (por. [68], [71]) i potwierdził ją doświadczalnie. W późniejszej pracy Kuczyński postawił nieco inną hipotezę, w której parametrem doświadczalnym jest wykładnik potęgowy (por. [72], [116]).

Obie hipotezy posiadają pewne luki. Pierwsza /liniowa zmiana sztywności/ nie uwzględnia tej ważnej okoliczności, że przy małych naprężeniach sztywność belki jest stała - co zostało potwierdzone niejedno-

krotnie na drodze eksperymentalnej /proporcjonalność ugięć do obciążeń/. W drugiej hipotezie sztywność przekroju przy $M = M_n$ /zniszczenie/ równa się zero i odkształcenia dążą do nieskończoności. Takie założenie jest możliwe jedynie dla materiałów o nieograniczonej płóce płynięcia w charakterystyce $\sigma - \varepsilon$, a w żelbecie występują jak wiadomo odkształcenia graniczne.

Postanowiliśmy usunąć te 2 niedokładności przez założenie 2 parametrów doświadczalnych / mnożnika i wykładnika potęgowego/. Poza tym powstała dodatkowa trudność jak uogólnić hipotezę na przekroje ściskane mimośrodowo. Wzór uogólniony skonstruowano w ten sposób, że wpływ siły osiowej P_k ujęty jest w początkowej sztywności K_{0k} , zaś wpływ momentu M na dalsze zmniejszenie tej sztywności w postaci mnożnika ≤ 1 będącego funkcją M/M_k . Sztywność początkową K_{0k} wyznacza się z warunku nieznacznego zgięcia momentem dM przekroju uprzednio ściśniętego siłą P_k . Takie podejście jest uzasadnione, gdyż ściśnięcie siłą P_k jest tożsamościowe z przesunięciem układu współrzędnych charakterystyki $\sigma - \varepsilon$ o wartości σ_k i ε_k , a wtedy zgięcie momentem M może być rozpatrywane jako ~~zginanie~~ zginanie w układzie przetransformowanym. Moduł $E_k = /d\sigma/d\varepsilon /_k$ stanowi tutaj w pewnym sensie początkowy moduł nowej charakterystyki przyjętej do zginania. Moment M_k w /3.83/ odnosi się oczywiście nie do pierwotnej charakterystyki $\sigma - \varepsilon$ ale przetransformowanej $\sigma^* - \varepsilon^*$ /por.np.rys.3.4-a/.

Założona budowa /3.83/ nie jest bynajmniej uwolniona od wszystkich słabości, których istnienie można wykazać na drodze teoretycznej. Autor zrezygnował na tym miejscu z przeprowadzania rozważań na ten temat uważając, że wprowadzenie 2 parametrów jest praktycznie już zupełnie wystarczające.

Z założonych 2 parametrów ν, m , jedynie ν udało się nam wyprowadzić na drodze teoretycznej, a to z tej prostej przyczyny, że do analizy wystarczy rozpatrywać tylko 2 stany : początkowy /po ściśnięciu siłą P_k / i końcowy /w chwili krytycznej/. Natomiast parametr n charaktery-

zuje stany pośrednie. Badania na temat m na drodze teoretycznej i numerycznej byłyby bardzo skomplikowane. Brak odpowiednich eksperymentów nie pozwala nam także na zdeterminowania tej wielkości *a priori*. Zagadnienie to jest o tyle skomplikowane, że m może się wahać w dość szerokich granicach.

Sprawa współczynnika m znalazła u nas rozwiązanie na innej drodze. Analizy wpływu parametrów ν , m , przeprowadzone w rozdz.3.5 wykazały, że współczynniki te wpływają przede wszystkim na wartość współczynnika stateczności /por.wzór /3.36/, natomiast mają nieznaczny wpływ na formę wygięcia skupa (we współrzędnych zredukowanych - por.wykres rys.3.5 oraz wzory /3.28/). Powyższe pozwoliło nam wartości współczynnika T /por.wzór /3.36/, ujmującego wpływy "technicznych niedokładności" skupa, uniezależnić od tych współczynników, natomiast ich wpływ na wartość θ został uwzględniony na drodze aproksymacji za pomocą 2 innych współczynników, sprawdzonych na drodze statystycznej. Szerzej o tym mówimy w pkt.3.5 i rozdz.5.

rys.3.15

3.5. Współczynnik stateczności skupa θ .

W układzie współrzędnych jak na rys.3.15. /I przypadek Eulera/, równanie różniczkowe problemu brzmi :

$$/3.84/ \dots \dots d^2y/dx^2 + P_k y/K_k = 0$$

Po wprowadzeniu podstawienia :

$$/3.85/ \dots \dots y = e_k \eta, \quad x = l \xi$$

oraz związku /3.83/ wykorzystując, że w tym przypadku:

$$/3.86/ \dots \dots M/M_k = y/e_k$$

otrzymujemy :

$$/3.87/ \dots \dots d^2\eta/d\xi^2 + l^2 P_k \eta / K_{ok} [1 - (1-\nu)|\eta|^m] = 0$$

Celem uproszczenia analiz teoretycznych zakładamy przykładowo, że $m = 2$.

Warunki brzegowe w miejscu utwierdzenia brzmią :

$$/3.88/ \dots \begin{cases} x=0 & y(0) = e_k & y''(0) = 0 \\ \xi=0 & \eta(0) = 1 & \eta'(0) = 0 \end{cases}$$

Rozwiązanie równania /3.87/ po dwukrotnym scałkowaniu:

$$/3.89/ \dots \int \sqrt{\frac{L^2 P_k}{K_{0k}}} = \int_0^1 \sqrt{\frac{1-\vartheta}{\ln|\frac{1}{\vartheta} - (\frac{1}{\vartheta}-1)\eta^2|}} d\eta$$

Warunek brzegowy w miejscu przyłożenia siły P_k

$$/3.88/ \dots \begin{cases} x=L & y(L) = 0 \\ \xi=1 & \eta(L) = 0 \end{cases}$$

Stąd otrzymujemy po wprowadzeniu wyrażenia $2L = L_w$

$$/3.90/ \dots P_k = \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^1 \sqrt{\frac{1-\vartheta}{\ln|\frac{1}{\vartheta} - (\frac{1}{\vartheta}-1)\eta^2|}} d\eta \right\}^2 \frac{\pi^2 K_{0k}}{L_w^2}$$

co wobec /3.36/ daje :

$$/3.91/ \dots \theta = \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^1 \sqrt{\frac{1-\vartheta}{\ln|\frac{1}{\vartheta} - (\frac{1}{\vartheta}-1)\eta^2|}} d\eta \right\}^2$$

Wartości θ wyliczono na drodze numerycznej i otrzymano :

tabl. 3-II \rightarrow 3-II-Tablica wartości $\theta(\vartheta)$

ϑ	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
θ	1	0,9202	0,8478	0,7714	0,6940	0,6139	0,5318	0,4463	0,3577	0,2691	0

rys.3.16

W świetle doświadczeń W.Kuczyńskiego nad wartościami ϑ /ale dla czystego zginania/ oraz w świetle wyników analiz teoretycznych w oparciu o kryterium/3.25/, należy się spodziewać, że praktyczny zakres wartości ϑ wynosi ok. $0,4 \div 0,80$. Na rys.3.16 pokazano przebieg funkcji ϑ / ϑ dla $m = 2$.

Wobec tego, że wartości współczynnika m nie udało się nam ustalić na innej drodze / z uwagi na brak doświadczeń/, nasze postępowanie jest następujące. Z przebiegu funkcji ϑ / ϑ można wnioskować, że może być aproksymowany dobrze związkiem typu :

$$/3.92/ \dots \dots \dots \boxed{\vartheta \approx k_{\vartheta} \vartheta^{x_{\vartheta}}}$$

Teoretycznie należałoby przyjąć $k_{\vartheta} = 1$, ale ponieważ zakres ϑ wynosi $0,4 \div 0,8$, więc lepiej jest niedeterminować wartości k_{ϑ} gdyż w ten sposób potrzebny zakres wartości ϑ będzie lepiej aproksymowany.

Wartości współczynników k_{ϑ} i x_{ϑ} wyznaczaliśmy na drodze analizy statystycznej wzoru na P_k ./por.rozdz.5/.

3.6. Kształt linii wygięcia skupa osiowo ściskanego siłą P_k .

Dla $m = 2$, że związku /3.89/ po uprzednim wyeliminowaniu wyrażenia $\sqrt{[2P_k/k_{\vartheta}]}$ poprzez wyrażenie /3.90/ otrzymujemy równanie linii wygięcia :

$$/3.93/ \quad \xi = \xi(r, \vartheta) = \frac{\int_0^1 \sqrt{\frac{1-\vartheta}{\ln|\frac{1}{2} - (\frac{1}{2}-\vartheta)\eta^2|}} d\eta}{\int_0^{\vartheta} \sqrt{\frac{1-\vartheta}{\ln|\frac{1}{2} - (\frac{1}{2}-\vartheta)\eta^2|}} d\eta}$$

tabl. 3-III
rys. 3.17.

Wyniki obliczeń, przeprowadzonych na drodze numerycznej, zestawiono w tabl. 3-III oraz w formie wykresowej na rys. 3.17. Z wykresów zbudowanych dla $\nu = 1; 0,5; 0,3; 0$, można wyciągnąć wniosek, że dla praktycznego zakresu $\nu = 0,4 \div 0,8$, wygięte postacie słupów są do siebie bardzo "podobne". Podobieństwo to dotyczy wartości rzędnych ξ, η , natomiast drugie pochodne /krzywizny/ mogą się różnić dość znacznie, zwłaszcza w bliskim sąsiedztwie przegubu plastycznego. Ale niezgodności odnośnie drugich pochodnych w naszym sposobie ujęcia nie grają żadnej roli, gdyż metoda ujmowania wpływów technicznych poprzez współczynnik T (por wzór /3.36/) polega na korzystaniu z rzędnych linii wygięcia a nie z krzywizny \mathcal{X} ~~.....~~
~~.....~~. Jest oczywiste, że jeśli się wyjdzie ze sztywności w przegubie plastycznym K_{pl} i założy linię wygięcia np. wg sinusoidy / $\nu = 1$ / to wskutek dwukrotnego całkowania równania różniczkowego, określona w ten sposób długość wolna L_w może być obarczona dużym błędem.

Wobec bardzo zbliżonych do siebie wartości współrzędnych ξ, η linii wygięcia dla $\nu = 0,8$ i $0,4$ przyjęliśmy /dla określenia wpływu T / uproszczenie, że wszystkie słupy mają tę samą postać wygiętą w chwili krytycznej. Za podstawę przyjęto kształt określony dla $\nu = 0,6$.

Odnośnie parametru m zauważamy, że wobec zbliżonych form wygięcia słupa, wahania tego parametru nie grają specjalnej roli na tę sprawę. Wobec tego dla tego zagadnienia można było przyjąć np $m = 2$.

3.7. Uwzględnienie błędów przyłożenia siły P_k
oraz technicznych defektów wykonania słupa
/czynnik T /.

3.7.1. Wprowadzamy następującą symbolikę :

$$/3.94/ \dots T_{0,1,2,3}$$

gdzie indeksy 0,1,2,3 oznaczają rodzaj wpływu.

- 0 wpływ początkowego mimośrod e_0 przyłożenia siły P_k ,
 1 Wpływ nieznacznego wykrzywienia słupa o wielkość e_1 ,
 2 Wpływ odchylenia słupa od pionu ^{pod} kątem α rad jako zastępczy mimośród e_2
 3 wpływ niejednorodności materiałów oraz pozostałych wad wykonania jako dodatkowy mimośród przyłożenia siły tj. e_3 .

3.7.2. Wpływ początkowego mimośrod e_0

Wartości T_0 otrzymujemy przez podniesienie do kwadratu ^{wyrazów} tablicy 3-III. Wyniki zestawiono w tablicy 3-IV. oraz częściowo przedstawiono wykreślnie na rys.3.18. dla $\varphi = 0,4$ i $0,8$.

tabl.3-IV

rys.3.18

Z wykresów można wyciągnąć wniosek, że uproszczenie zasygnalizowane w pkt.3.6 jest poprawne. Można mianowicie przyjąć, dla wszystkich słułów jeden zbiór wartości par. ξ, η , wyosrodkowanych dla średniej wartości $\varphi = 0,6$. Zestawiamy jeszcze raz te wartości.

tabl.3-V

Tabl.3-V. wartości η_0, T_0

η_0	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
T_0	1,0	0,869	0,716	0,631	0,523	0,421	0,325	0,235	0,151	0,072	0

Dla naszych celów pożądanym jest aby związek $T_0(\eta_0)$ mógł być przedstawiony wygodną formułą aproksymacyjną. Zaproponowaliśmy nast. aproksymację :

$$/3.95/ \dots \dots \dots T_0 = (1 - \eta_0)^{x_T}$$

rys.3.19-a,b Przeprowadziliśmy analizę tabl.3Y w układzie zlogarytmowanym i otrzymaliśmy, że ~~dotychczas~~^{dotychczas} dokładne wyniki można otrzymać przyjmując liniowy związek na x_T /por.rys.3.19-b/.

rys.3.19-b

$$/3.95/ \dots \dots \dots x_T = 1,3527 - 0,2188 \eta_0$$

Ale dla pewnych celów można także przyjąć pewną średnią wartość na x_T wynikającą z analizy regresji par-wartości wg tabl.3Y, Otrzymano :

rys.3.19-a

$$/3.95/ \dots \dots \dots x_T \approx 1,2$$

Dokładne wartości x_T wynoszą /wg tabl.3Y/

tabl.3-Ya

η_0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
x_T	1,3308	1,3310	1,2933	1,2692	1,2481	1,2257	1,2016	1,1754	1,1601

które naniesiono na rys 3.19-b

zaś aproksymację związkiem $/3.95/$ przedstawiono na rys.3.19-b.

Zauważmy jeszcze, że w układzie niezlogarytmowanym /por.rys.3.18/ można zastosować linearyzację związku $T_0(\eta_0)$ wykreślając prostą z punktu $\eta_0 = 0$ $T_0 = 1$ pod ~~średnim~~^{w średnim} kątem. Otrzymano ~~jeszcze~~^{w ten sposób} :

$$/3.96/ \dots \dots \dots T_0 \approx 1 - 1,17 \eta_0$$

Z powyższej aproksymacji skorzystamy później przy analizowaniu innych wpływów.

3.7.3. Wpływ wstępnego wygięcia słupa o wielkość e_1

Ścisłe rozwiązanie problemu przy założonej z góry formie wygięcia wstępnego byłoby w ogólności skomplikowane i mało celowe, gdyż w praktyce można mieć do czynienia z całym szeregiem różnych form wygięcia i praktycznie jest to niemożliwe do normowania. Zakładamy zatem taką formę wstępnego wygięcia, aby była wygodna do obliczeń. Jest nią krzywa podobna do ostatecznego wygięcia.

Piszemy :

rys.3.20. y_1 = wygięcie w stanie początkowym / $P = 0$ /
 y = wygięcie w stanie krytycznym / $P = P_k$ /
 $y - y_1$ = różnica wygięć powstała wskutek działania P_k
 $\frac{d^2(y-y_1)}{dx^2}$ = krzywizna wywołująca siły wewnętrzne.

Równania różniczkowe :

$$/3.97/ \cdot \cdot \frac{d^2(y-y_1)}{dx^2} + P_k y / K_k = 0$$

Ponieważ założyliśmy, że :

$$/3.98/ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ; y_1 = y e_1 / e_k$$

więc równanie /3.97/ przechodzi w :

$$/3.99/ \cdot \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} + \left(\frac{P_k}{1 - e_1 / e_k} \right) \frac{y}{K_k} = 0$$

Długość wolna słupa wynosi $L_w = 2 l$. Widzimy zatem, że wyrażenie w nawiasie oznacza pewną zastępczą /większą/ siłę krytyczną P_{kzast} słupa osiowo ściskanego.

Jest to wartość eulerowska. Jest zatem :

$$/3.100/ \cdot \cdot P_{kzast} = \frac{P_k}{1 - e_1 / e_k} = \vartheta \frac{\pi^2 K_{ok}}{L_w^2}$$

A stąd:

$$/3.101/ \dots P_k = \vartheta \frac{\pi^2 K_{ok}}{L_k^2} T_1$$

gdzie :

$$/3.102/ \dots \boxed{T_1 = 1 - e_1/e_k}$$

Wzór /3.102/ jest wprawdzie bardzo prosty ale ma odmienną budowę od /3.95/. Zważywszy na to, że wpływ wstępного wygięcia słupa ma na ogół mniejsze znaczenie uważamy, że można tu wprowadzić pewne przybliżenie, podciągając ten wpływ pod początkowy mimośród przyłożenia siły P_k , wprowadzając zastępczą wartość e_{1zast} jako dodatek do e_0 . Przeprowadzamy to w sposób następujący. Jeżeli chcielibyśmy wyrazić T_0 formą zlinearyzowaną /3.96/, to z porównania tej budowy i /3.102/ wynika, że wpływ początkowego mimośrodu e_0 można w przybliżeniu uwzględnić jako wpływ początkowego wygięcia o zastępczej wartości $e_{0zast} = 1,17 e_0$. Ponieważ jak wspomnieliśmy wpływ e_1 ma mniejsze znaczenie od e_0 wobec tego postępujemy odwrotnie ; zamiast e_1 wprowadzamy wartość $e_{1zast} = e_1/1,17 = 0,85 e_1$, i w związku z tym piszemy :

$$/3.103/ \dots \boxed{T_1 \approx (1 - 0,85 e_1/e_k)^{X_{T_1}}$$

Takie uproszczenie pozwala na zastosowanie zasady superpozycji wpływów z uwagi na ujednoczoną budowę wzorów.

3.7.4. Wpływ odchylenia słupa od pionu.

rys.3.21

W przypadku odchylenia osi słupa od pionu można siłę P_k rozłożyć na 2 składowe : V_k przyłożoną osiowo i H_k przyłożoną prostopadle.

Przy małym α można przyjąć uproszczenie $\cos \alpha \cong 1$ i $\sin \alpha \cong \alpha$. Wobec tego jest:

$$/3.104/ \dots V_k \approx P_k, \quad H_k = \alpha_{rad} P_k$$

Równanie różniczkowe /por.rys.3.20-a/

$$/3.105/ \dots \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P_k}{K_{ok}} \frac{y + \alpha(l-x)}{1 + (1-\nu) \left[\frac{y + \alpha(l-x)}{f_k + \alpha L} \right]^2} = 0$$

gdzie moment M w funkcji sztywności odniesiony został do $M_k = P_k / [f_k + \alpha L] = P_k \cdot e_k$, gdyż w tym miejscu / tj. utwierdzenia / tworzy się plastyczny przegub.

Kładziemy podstawienie :

$$/3.106/ \dots \begin{cases} x = \xi L, [y + \alpha(l-x)] / [f_k + \alpha L] = \eta \\ d^2 y / dx^2 = (d^2 \eta / d\xi^2) (f_k + \alpha L) / l^2 \end{cases}$$

Wobec tego /3.105/ przechodzi w :

$$/3.107/ \dots \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} + \frac{l^2 P_k}{K_{ok}} \frac{\eta}{1 - (1-\nu)\eta^2} = 0$$

Warunki brzegowe w miejscu utwierdzenia :

$$/3.108/ \dots \begin{cases} x=0 & y(0)=f_k & y'(0)=0 \\ \xi=0 & \eta(0)=1 & \eta'(0)=-\alpha / (f_k + \alpha L) \end{cases}$$

Po dwukrotnym scałkowaniu /3.107/ przechodzi w:

$$/3.109/ \quad \xi \sqrt{\frac{l^2 P_k}{K_{ok}}} = \int_{\eta}^1 \sqrt{\frac{1-\nu}{\ln \left| \frac{1}{\nu} - (1-\nu)\eta^2 \right| + (1-\nu) \left(\frac{\alpha}{e_k} \right)^2 \frac{K_{ok}}{P_k}}} d\eta$$

Szukamy rozwiązania w postaci :

$$/3.110/ \dots P_k = \theta \frac{\pi^2 K_{ok}}{L_w^2} T_2$$

Długość wolna skupa wynosi tutaj $L_w = 2 l$, gdyż wobec założenia, iż miejsce utwierdzenia jest krytyczne, przedłużenie analityczne linii wygięcia w dół /por.rys.3.20-a/ jest symetryczne.

Wykorzystując /3.110/, oraz ostatni warunek brzegowy:

$$/3.111/ \quad \begin{cases} x = l & y(l) = 0 \\ \xi = 1 & \eta(0) = 0 \end{cases}$$

otrzymujemy ostatecznie :

$$/3.112/ \quad \theta T_2 \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^1 \sqrt{\frac{1-\vartheta}{\ln \left| \frac{1}{\vartheta} - (\frac{1}{\vartheta} - 1)\eta^2 \right| + (1-\vartheta) \left(\frac{e_2}{e_k} \right)^2 \frac{4}{\pi^2}} d\eta} \right\}^2$$

θT_2 w powyższym wzorze nie jest identyczne z θ , które otrzymano w pkt.3.5, gdyż forma wygięcia skupa jest nieco inna. W granicy gdy $\alpha L = e_2 \rightarrow 0$, otrzymujemy θ wg /3.91/ i wtedy $T_2 = 1$. Wobec jednoznaczności rozwiązania dla θT_2 jako funkcji e_2/e_k , można formalnie przyjąć θ wg /3.91/ i stąd wyliczyć wartości T_2 jako funkcję ($\eta_2 = e_2/e_k$, ϑ).

Podobnie jak dla wpływu T_0 przypuszczamy, że T_2 będzie słabo uzależnione od ϑ . Można zatem obliczeń dokonać dla $\vartheta = 0,6$ i uzależnić T_2 wyłącznie od η_2 .

Obliczeń dokonano na drodze numerycznej i otrzymano :

rys.3.22. (por. także rys 3.22.)

tabl. 3-VI

Tabl.3-VI.

$\vartheta = 0,6$

η_2	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
T_2	1,0	0,94	0,85	0,77	0,68	0,57	0,47	0,36	0,24

Rys. 3.23.

Aby niekomplikować zagadnienia postąpiliśmy tutaj podobnie jak z wpływem e_7 , wyrażając wpływ e_2 zastępczym mimośrodem $e_{2 \text{ zast}}$ do wzoru /3.95/.

Linearyzacyjny współczynnik wynosi $B_2 = 0,88/1,17 \approx 0,75$

Jest zatem :

$$/3.113/ \dots \dots \dots T_2 \approx (1 - 0,75e_2/e_k)^{X_{T_2}}$$

3.7.5. Niejednorodność materiału oraz inne wady wykonania.

Zagadnienie to w ogólności jest bardzo trudne, ale dla celów praktycznych musi być ujęte w sposób możliwie jak najprostszy. Jeżeli wyobrazimy sobie najprościej, że niejednorodność ta będzie spowodowana niejednakową odkształcalnością włókien w przekroju poprzecznym słupa, to można ją w przybliżeniu wyrazić za pomocą pewnego przesunięcia osi geometrycznej przekroju. W ten sposób powstanie dodatkowy mimośród e_3 przyłożenia siły P_k .

A zatem powyższy wpływ może być podciągnięty bezpośrednio pod wpływ e_0 jako dodatkowy mimośród. A więc :

$$/3.114/ \dots \dots \dots T_3 = (1 - e_3/e_k)^{X_{T_3}}$$

3.8. Kompleksowy wzór na siłę krytyczną P_k

Poszczególne wpływy rozpatrywane w 3.7 ujmowano niezależnie od siebie. Mimośrodów /defekty/ ustawione zostały tak, że dany wpływ powoduje zmniejszenie siły P_{kE} . W rzeczywistości powstaje zawsze dość złożony układ szeregu przyczyn, zmniejszających względnie zwiększających P_{kE} /mimośrodów o przeciwnym znaku/. To zwiększenie /działające w kompleksie przyczyn/ wystąpi wtedy, gdy ogólne /wypadkowe/ wygięcie słupa będzie występowało w kierunku przeciwnym aniżeli to, które wynikłoby z działania danej przyczyny z osobna.

Wobec postawienia sprawy w ten sposób, że każdy z wpływów T_n opisany jest tym samym typem wzoru :

$$/3.115/ \dots T_n = (1 - B_n e_n / e_k)^{X_{Tn}}$$

to pomijając tu mało ważną zmienność wykładnika X_{Tn} , można zastosować zasadę superpozycji wpływów. Przy łącznym działaniu wszystkich wpływów e_n , wypadkowy czynnik T określi wzór :

$$/3.116/ \dots \boxed{T = (1 - |\Sigma B_n e_n / e_k|)^{X_T}}$$

$$X_T = 1,353 - 0,219 |\Sigma B_n e_n / e_k|$$

Znak bezwzględnej wartości do $\Sigma B_n e_n$ wynika stąd, że czynnik T zawsze < 1 i wobec przyjęcia, że e_k jest zawsze dodatnie. Współczynniki B_n linearyzują /podciągają/ dany wpływ e_n pod e_o tj. mimośród przyłożenia siły P_k , tzn. że $B_n e_n = e_{nzast}$ oznacza zastępczy mimośród przyłożenia siły P_k .

Kompleksowy wzór na siłę krytyczną brzmi :

$$/3.117/ \dots \boxed{P_k = \theta \cdot \frac{\pi^2 K_{sk}}{L_{wk}^2} \cdot T}$$

gdzie L_{wk} oznacza konwencjonalną długość wolną słupa na wyboczenie osiowo ścisłkanego /bez uwzględnienia wpływu T /. Dla T przypadku Eulera wynosi $2 \cdot l$ / l = długość słupa/.

Poszczególne wpływy zestawiono w następującej tabelicy :

Tabl. 3-VII

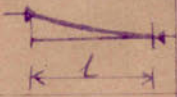




	Rodzaj wpływu i oznaczenie	Wzór "ściśły" T_n	Wzór uprosz- czony T_n
0	Początkowy mimośród przyłożenia siły P_k	$T_0 = (1 - e_0/e_k)^{X_T}$	$T_0 \approx (1 - e_0/e_k)^{1,20}$
	e_0	$X_T = 1,353 - 0,219 e_0/e_k$ lub wg tabl. 3-VI	$T_0 \approx 1 - 1,17 e_0/e_k$
1	Wstępne wygięcie słupa e_1	$T_1 = 1 - e_1/e_k$	$T_1 \approx (1 - 0,85 e_1/e_k)^{X_T}$ X_T wzór jak dla e_0
2	Nieznaczące odchylenie osi słupa od pionu pod kątem α [rad]	wg tabl. 3-VI	$T_2 \approx (1 - e_2/e_k)^{0,85}$
	$e_2 = \alpha L$		$T_2 \approx (1 - 0,75 e_2/e_k)^{X_T}$
3	Niejednorodność materia- łu oraz inne wady wyko- nania jako dodatkowy mimośród przyłożenia siły P_k e_3	jak e_0	jak e_0

3.9. Możliwości uogólnienia rozwiązania na inne schematy zamocowania końców słupa.

rys.3.15- Rozwiązanie dla I przypadku Eulera daje się uogólnić wprost na pozostałe cztery przypadki /por. rys.3.15/ z tym, że rozpatrywanie niektórych wpływów traci sens. W takich przypadkach odpowiedni wpływ $T_n = 1$, zaś w kompleksowym ujęciu na T , odpowiednio $e_n = 0$.

Poniżej podano tablicę współczynników do obliczenia konwencjonalnej długości wolnej L_{wk} oraz kolumny wpływów.

Tablica 3-VIII

Schemat Eulera	L_{wk}	Wpływy			
I 	$2L$	e_0	e_1	e_2	e_3
II 	L	e_0	e_1	-	e_3
III 	L	-	(e_1)	e_2	(e_3)
IV 	$0,5L$	-	(e_1)	-	(e_3)
V 	$\approx 0,7L$	(e_0)	(e_1)	-	e_3

Wyjaśnienie .

- Przyjęcie dla V schematu $L_{wk} \approx 0,7 L$ może budzić wątpliwości. Nie podajemy tutaj rozważań jakie prace prowadziliśmy na ten temat, aby nie rozszerzać sprawy. Stwierdziliśmy, że ujednoczenie tego współczynnika / $\approx 0,7$ / na wszystkie słupy ^{o tym schemacie zamocowania końców} jest zupełnie poprawne. Błędy jakie z tego powodu mogą wystąpić wynoszą ok. 1 %.

- W kolumnie wpływu ϵ_0 - rozpatrywanie takiego przypadku dla II i III schematu Eulera nie ma sensu, gdyż utwierdzenie końców skupa powoduje, że moment $M = P_k \cdot \epsilon_0$ przenosi się bezpośrednio na podpory. Natomiast nawias do ϵ_0 w V schemacie oznacza, że uogólnienie rozwiązania jest już nieco mniej dokładne, gdyż w istocie rzeczy wzór na T_1^V będzie odmienny od wzoru na T_1^I . Uważamy, że powyższe należy rozwiązać w ramach ogólniejszego problemu dla węzłów częściowo utwierdzonych w zastosowaniu do ogólnej teorii wyboczenia układów ramowych.
- W kolumnie wpływu ϵ_1 - dla III, IV i V schematu nawias do ϵ_1 oznacza, że zastosowany wzór ~~stanowi dość mocne przybliżenie~~ ale z korzyścią dla bezpieczeństwa. Wstępne wygięcie przebiega wg linii falowej zgodnie z ostatecznym kształtem.
- W kolumnie wpływu ϵ_2 - II, IV i V przypadek Eulera traci sens, gdyż składowa H_k przenosi się bezpośrednio na łożyska.
- W kolumnie wpływu ϵ_3 - dla III i IV przypadku, traktowanie wpływu niejednorodności materiału jako dodatek do ϵ_0 ma znaczenie czysto umowne /gdyż nota bene wpływ ϵ_0 nie uwzględnia się tu/. Takie potraktowanie sprawy jest możliwe, gdyż obliczeniowo skup rozkłada się na 2 oddzielne części podpadające pod I wzgl. II schemat.

Rozdział 4.

Rozkłady statystyczne parametrów losowych.

4.1. W kompleksowy warunek wytrzymałościowy wchodzi następujące parametry, jako jednowymiarowe, statystycznie niezależne, zmienne losowe : $b, h, \Sigma F_a, \delta, R_p, Q_{ra}, e_0, e_1, e_2, e_3, P_i, C_1, C_w, C_t$. ($i = 1, 2, \dots$)

W rozważaniach przeprowadzonych w rozdz.3 występują jeszcze $E_{bo}, E_{ao}, \epsilon_{px}, \alpha$, które właściwie są także losowe. Jednak rozrzuty tych parametrów postanowiliśmy podciągnąć pod błąd teorii C_t , z przyczyn, które podajemy w rozdz.5.

≠ ≠ ≠

Sprawa wymienionych rozkładów statystycznych stanowi właściwie zbiór odrębnych zagadnień i roztrząsanie ich na tym miejscu, poważnie rozszerzyłoby zakres pracy, nie mówiąc już o tym, że niektóre z nich jak na razie nie mają podstaw do ścisłego określenia, a tym bardziej do normowania. Potrzebne są tutaj jeszcze liczne studia i badania. Aby jednak mieć jakąś ogólną orientację dla umożliwienia konstruowania przykładów, zebrane dostępne dane i zamieszczono w syntetycznej formie w zał. 4 do rozdz.4. Na tym miejscu podano jedynie krótkie wyjaśnienia i materiały źródłowe.

4.2. Odchyłki w wymiarach przekroju poprzecznego b, h . Dla prefabrykatów podane tablicę opracowaną na podstawie analiz zamieszczonych w [51] z pewnymi zmianami odnośnie błędów systematycznych.

Dla elementów wykonywanych sposobem tradycyjnym oparto się na wzmiankach w pracach [43], [128], oraz na własnych przesliczeniach zamieszczonych w [88].

4.2.1. Odchyłki w powierzchni armatury ΣF_a i w utęśnieniu armatury δ .

Wykorzystano dane o tolerancjach wyrobów hutniczych wg [127] oraz własne przeliczenia z materiałów w [64],[109],[119],[120].

4.4. Rozkład statystyczny wytrzymałości betonu R_b .

Zagadnienie to odgrywa w skupach badające największą rolę w ogólnym rozrzucie nośności. Korzyści wynikające z pomniejszenia rozrzutów R_b są bezsporne (por.np. [21],[87],[102]). Jednakże zagadnienie to nie zostało dotychczas opracowane i ujęte tak aby nie było trudności przy przewidywaniu rozrzutów R_b w fazie projektowania i wątpliwe jest czy ta zmienność statystyczna może być normalizowana.

W rozważaniach na ten temat zakłada się zwykle że potrzebne są tutaj 2 parametry: wartość średnia normowej wytrzymałości na cięcie próbnym / \bar{R}_{bn} / oraz wskaźnik zmienności / V_{Rb} /. Uważamy, że dla prawidłowej oceny bezpieczeństwa przy projektowaniu powinny być wprowadzone jeszcze 2 dalsze parametry :

systematyczny błąd badań laboratoryjnych (estymator $\beta = \bar{R}_b / \bar{R}_{bn}$, gdzie R_b jest rzeczywistą wytrzymałością betonu) oraz systematyczny błąd wykonawcy (estymator

$$\beta_1 = R_{bn \text{ rzecz}} / R_{bn \text{ proj}})$$

Na podstawie prac [25],[77],[92]^{[110],[112]} doszliśmy do orientacyjnej tablicy na β zaś na podstawie publikacji [5],[8], określiliśmy bezpieczną wartość β_1 o ile projektant nie dysponuje dokładnymi wartościami $R_{bn \text{ rzecz}}$ dla danego wykonawcy.

Najtrudniejszą jest sprawa przewidywania rozrzutu V_{Rb} . Na ten temat nie ma ściśle sprecyzowanych wytycznych pomimo tego, że analizą rozrzutów R_{bn} zajmowano się bardzo wiele (por.np. [20],[59],[73],[91]). Na podstawie prac [5],[20],[24],[55],[56],[73],[91],[105], podano orientacyjną tablicę V_{Rb} w zależności od technologii wykonywania i skuteczności kontroli.

4.5. Rozkład statystyczny granicy plastyczności stali Qr₃.

Zagadnienie to jest znacznie prostsze od rozrzutów R_b i zarówno projektant jak i wykonawca konstrukcji nie ma na to żadnego wpływu. W oparciu o materiały zamieszczone w [81], [88], [97], oraz pewnych wniosków z publikacji [54] podano tablicę wskaźników zmienności niektórych gatunków stali.

4.6. Mimośród e_0 przyłożenia siły P_k .

W zasadzie rozpatrujemy przypadek osiowego /ale technicznego/ obciążenia szupa. Nic nie stoi na przeszkodzie aby uwzględnić mimośród przyłożenia siły P_k /jeśli jest np wyliczony wzgl. przyjęty w projekcie/ i uwzględnić jego rozrzut jako błąd wykonawstwa. Zagadnienie nie daje się w ogólności normalizować i należy rozpatrywać każdorazowo indywidualnie.

4.7. Nieznaczące wykrzywienie osi szupa e_1 . Z licznych na ten temat propozycji (por. np. [40], [90], [121], wybrano wzór K.Kordiny [40], dostosowując go do naszych celów wg reguły trzysignowej.

4.8. Nieznaczące odchylenie osi szupa od pionu e_2 .

Należy tu rozpatrywać odrębnie błędy dla szupów prefabrykowanych jako błędy montażu a osobno dla szupów wykonywanych sposobem tradycyjnym.

W oparciu o pracę [51] podano zbiór wartości dla niektórych przypadków w zależności od sposobu montażu i metod kontroli.

Dla szupów wykonywanych "na mokro" możnaby oprzeć się na przepisach odbioru stosując regułę trzysignową (por. także [77], [105]).

4.9. Niejednorodność materiału oraz pozostałe wady wykonania.

Zagadnienie^{to} jest bardzo trudne i uważamy, że od strony badawczej i teoretycznej nie zostało dotychczas właściwie postawione. Orientacyjnie /podobnie jak dla błędów e_1 / możnaby oprzeć się na sformułowaniu K.Kordiny [40].

Odnośnie współczynnika C_1 na razie nie pewnego nie można powiedzieć a jedynie oszacować .

Natomiast współczynnik C_w w rozpatrywanych 5 przypadkach Eulera znika /zgodnie z wynikami rozważań rozdz.3/. Wystąpi tylko wtedy gdy obliczany skup jest częścią jakiegoś ogólnego układu konstrukcyjnego. Można tu narazie jedynie przypuszczać, że metody obliczenia L_{wk} w oparciu o teorię sprężystości dają dobre wyniki /mały błąd C_w /.

Błąd C_t został w naszych rozwiązaniach wyznaczony na drodze statystycznej. Wpływ tego błędu na nośność charakterystyczną skupa N_k /nośność krytyczna/ jest zmienny i opracowaliśmy tablicę wartości tego wpływu na wypadkowy współczynnik korekcyjny C . Tablicę opracowano na podstawie wywodów przeprowadzonych w rozdz.6. (tabl. 6-V)

* * *

Rozdział 5.

Statystyczna weryfikacja teorii
gięcia nie-Clapeyronowskiego.5.1. Wstęp

5.1.1. W niniejszym rozdziale przeprowadzono statystyczną weryfikację teorii opracowanej w rozdz.3. Weryfikacja dotyczy słupów o przekroju prostokątnym i uzbrojeniu symetrycznym, obciążonych w pozycji pionowej siłą P narastająca stopniowo od wartości zero do wartości krytycznej wg II schematu Eulera. W badaniach występowała tylko jedna, świadomie zakładana, niedokładność technicznego przyłożenia siły P , tj. mimośród początkowy e_0 . Wystąpiły oczywiście jeszcze i błędy związane z ogólną niejednorodnością idealnego modelu.

Weryfikację przeprowadzono przy użyciu metody analizy regresji zakładając, że poszczególne zmienne mają wagi równe 1. Przyjęto, że hiperpowierzchnie regresji są hiperpłaszczyznami. Metodę analizy oparto na następn. literaturze [29], [26], [48] .

Analiz dokonano na podstawie wyników obcych badań laboratoryjnych.

5.1.2. W toku wstępnej analizy zebranego materiału, autor doszedł do następujących wniosków :

- a/ Badań nad słupami żelbetowymi jest stosunkowo nie wiele. Eksperymentów dokonano w przeróżnych ośrodkach i na przestrzeni znacznego okresu czasu,
- b/ Większość materiału właściwie nie odpowiada naszym potrzebom. Dotyczy to zwłaszcza wyników dawniejszych badań. Trudno jest znaleźć jakiś wspólny poziom porównawczy.

- c/ Tylko nieliczne materiały zamieszczone w poszczególnych publikacjach posiadają pełne dane w naszym ujęciu. Braki dotyczą głównie wartości krytycznych wygięć słupa, ale trzeba tu powiedzieć, że pomiarzenie tej wielkości związane jest z dużymi trudnościami technicznymi.

Dlatego udało się nam zebrać stosunkowo nieobszerny zbiór wyników badań, który pomimo tego, że posiada jeszcze pewne braki mógł jednak stanowić już jakąś podstawę do przeprowadzenia analiz statystycznych. Zbiór ten obejmuje wyłącznie słupy smukłe, obciążone mimośrodowo, i dlatego niniejszą weryfikację nie można uważać za ostateczną. Dotyczy wyłącznie słupów o niskich współczynnikach wybożenia / $\gamma = 0 \div 0,5$ /.

5.1.3. Wstępna analiza nastawiona pod kątem możliwości wykorzystania poszczególnych materiałów, dotyczyła następujących doświadczeń :

- a/ Badania O. Baumanną, nad słupami mimośrodowo i osiowo ściiskanymi, przeprowadzone w r 1934 w EMPA w Zurichu (na podst. publ. [63]). Z badań nie skorzystano z powodu braku pomiarowych wartości e_k .
- b/ Badania M.S. Boriszańskiego nad słupami mimośrodowo ściiskanymi, zrealizowane w latach 1935/36 w CNIPS (na podst. publ. [64]). Wyniki tych badań wskutek działań wojennych zachowały się jedynie w odpisach i w formie fragmentarycznej. Wytrzymałość betonu kontrolowana była na kostkach 20/20. Pominęliśmy te badania chcąc uniknąć m.inn. dodatkowych błędów związanych z korelacją między wytrzymałością kostkową a walcową. Poza tym nasunęły się nam pewne wątpliwości odnośnie wartości krytycznych wygięć e_k .
- c/ Doświadczenia Kuźniecowa z r 1939 przeprowadzone w CNIPS. Z przyczyn podobnych jak pod b/ badań tych nie uwzględniono. (dane zamieszcz. w publ. [64]).

- d/ Doświadczenia A.Habela nad skupami obciążonymi mimośrodowo (wg publ. [39], [116]). Doświadczenia są nieliczne i brak jest bliższych danych. W rozdz.3 podaliśmy uwagi krytyczne odnośnie teoretycznego modelu utraty stateczności, zaproponowanego przez A.Habela. Eksperymentów dokonano przy stałej sile P i regulowanym mimośrodku przyłożenia siły e_0 od wartości 0 do $e_{0 \max}$. Taki sposób prowadzenia doświadczeń może powodować znaczny błąd w określeniu krzywej interakcji P_k, e_k .
- e/ Doświadczenia W.P.Changa i P.M.Fergusona przeprowadzone w r 1961 w Uniw.Texas [23]. Badania te dotyczyły krótkiej serii skupów o stałych wymiarach i 1 % uzbrojenia. Stosowano tu także stałą siłę P i regulowany (narastający) mimośród e_0 . Doświadczenia te miały na celu raczej wyjaśnienie zjawisk pod względem jakościowym /forma wygięcia skupa/. Co do wartości ilościowych można mieć pewne zastrzeżenia, gdyż zastosowano zbyt małe przekroje i to kwadratowe, poza tym badania dokonano w pozycji leżącej. Obecnie tego w analizie statystycznej z badań powyższych nie skorzystano.
- f/ Doświadczenie L.P.Sáenza i J.Martina przeprowadzone w r 1956 na Uniw.w Hawanie (wg publ. [108]). Badano skupy osiowo ściskane i utwierdzone obustronnie. Nie pomierzono wartości mimośrodków e_k . Analiza materiału pozwala wysnuć wniosek, że pełnego utwierdzenia nie udało się zapewnić w czasie całego procesu obciążania i wskutek tego zachodzi trudność dokładnego wyznaczenia konwencjonalnej długości wolnej L_{wk} . Badania te pominięto.

- g/ Doświadczenia W.Gehlera nad skupami osiowo ściskanyimi, przeprowadzone w latach 1940/42 i 1951/52 w Dreźnie [wg 116]. Badań nie wykorzystano. Brak pomiarowych wartości e_k ; wytrzymałość betonu odniesiono do kostek 20.20.
- h/ Doświadczenia G.Ernsta, I.Hromadika, A.Rivelanda przeprowadzone w r 1952 Uniw.Nebraska [wg 119]. Z uwagi na brak wartości e_k badania pominięto.
- i/ Badania J.M.Viesta, R.C.Elstnera i E.Hognestada (wg publ.[122]) oraz badania E.Hognestada /wg publ. [45]/ przeprowadzone w r 1951 w Uniw. Illinois. Badania prowadzone były na licznych seriach krótkich skupów w pozycji leżącej i obciążonych mimośrodowo. Badania te miały na celu wyjaśnienie zjawisk czysto-wytrzymałościowych i nie nadają się do weryfikacji teorii wyboczenia.
- j/ Badania K.E.Tala i E.A.Czistiakowa przeprowadzone w r 1951/52 w CNIPS pod kierunkiem A.A.Gwozdiewa. Badano skupy obciążone osiowo (por.publ.[120]) oraz obciążone mimośrodowo (publ. [119]). Skorzystaliśmy jedynie z tych drugich badań, gdyż w publ.[120] brak jest pełnych danych pomiarowych, a w szczególności wygięcia skupów e_k .
- k/ W literaturze natrafiliśmy na szereg informacji oraz wzmianek odnośnie eksperymentów przeprowadzonych przez innych autorów. Jednakże brak bliższych danych wzgl.niekompletność publikacji uniemożliwił nam na przeprowadzenie analizy./Dośw.F.Empergera z 1930 r, F.E.Richarta z r.1929, O.Baumanna z 1933 r, F.G.Thomasa z r 1938, R.Hansona-S.Rosenströma z r 1946 i dośw.A.C.I.Uniw.Illinois/. Pominięto także badania starsze [redacted] /C.Bacha z r 1913, M.Rudeloffa z r 1907-1909 itd./,

*

*

*

Ostatecznie oparto się na badaniach K.E.Tala i E.A.Czistiakowa (wg publ. [119]) nad 47 skupami smukłymi, obciążonymi mimośrodowo. W powyższych badaniach uwzględniono dość szeroki zakres zmienności parametrów projektowych e_0 , μ , R_b , Q_{ra} , natomiast słabo zróżnicowane są wymiary skupa b , h , l i wskutek tego niemożliwe było przeanalizowanie wpływu efektów skali i ściany. Poza tym skupy mają dość dużą smukłość przez co analiza statystyczna ogranicza się do przypadków z niskimi współczynnikami wybożenia $\gamma = 0 \div 0,5$.

Dodatkowym brakiem analizowanego zbioru jest nieopublikowanie kompletnych obrazów związku P/e (por. wykresy 3.2.-b. rozdz.3) oraz osiowych skręceń skupa. Nie pozwoliło to na oddzielne przeanalizowanie początkowych modułów sprężystości i granicznych odkształceń w betonie lecz musieliśmy potraktować je globalnie razem z innymi sprawami. Nie dysponujemy także wynikami badań procesu obciążenia - odkształcenie na świadkach /krótkich skupkach/ i wskutek tego nie można było wyciągnąć ścisłych wniosków na temat korelacji między wytrzymałością skupową, a wytrzymałością rzeczywistą na ściskanie, oraz nie można było ujawnić ewentualnych błędów systematycznych, które mogą wystąpić w następstwie formalnego przenoszenia wyników z badań nad elementami próbnymi na elementy praktyczne.

Uważamy jednak, że cel pracy został w dużej mierze osiągnięty zarówno ze stanowiska naukowego jak i potrzeb praktyki. Na smukłe skupy żelbetowe zwrócono już dawniej uwagę zwłaszcza w prefabrykacji, albowiem można się tu spodziewać znaczniejszych oszczędności na materiałach.

5.1.4. Na podstawie opisu metody badań, zamieszczonego w [119] i [120] zakładamy, że analizowany zbiór danych doświadczalnych, charakteryzuje się następującymi własnościami:

- a/ Wymiary skupów, przekroje armatury i jej ułożenie w przekroju oraz wartości mimośrodków pomierzone zostały bezbłędnie.
- b/ Skupy wykonano bardzo starannie, używając odpowiednio dobranych materiałów. Wytrzymałości stali i betonu zostały każdorazowo sprawdzone, z tą samą dokładnością.
- c/ Skupy wypionowano przy użyciu precyzyjnych metod centrowania nie naruszając przy tym granicy sprężystości materiałów.
- d/ Wartości sił krytycznych pomierzono bezbłędnie.
- e/ Metoda badania /obciążania/ odpowiada teoretycznemu modelowi gięcia nie-Clapeyronowskiego, przyjętego w rozdz.3.

Dane wyjściowe do analizy zamieszczone są w Zał.Nr51.

5.1.5. Program weryfikacji statystycznej.

Obliczanie siły krytycznej w gięciu nie-Clapeyronowskim (wzór /3.117/) oparte jest na wartościach krytycznego mimośrodu e_k . W praktyce można się posilkować nie-doświadczalnymi lecz obliczeniowymi wartościami e_k , na podstawie odpowiedniego sformułowania /krzywa interakcji $P_k \leftrightarrow e_k$ /. Analizy statystyczne rozłożono zatem na 3 etapy :

I Etap - Sprawdzenie teorii gięcia nie-Clapeyronowskiego przy użyciu doświadczalnych wartości wygięcia e_k i wyciągnięcie wniosków.

II Etap - sprawdzenie wzoru wytrzymałościowego /krzywej interakcji $P_k \leftrightarrow e_k$ /.

III Etap - Powtórne sprawdzenie teorii gięcia jak w I Etapie, przy użyciu obliczeniowych /wyrównanych/ wartości wygięcia $e_{k\text{obl}}$. /z II Etapu/, z uwzględnieniem wniosków I etapu.

5.2. Przebieg analiz statystycznych i wyniki.

5.2.1. I Etap :

Wyjściowy wzór z rozdz.3 :

Typ sformułow.

$$/5.1/ \dots P_k = \theta \frac{\pi^2 K_{ok}}{L_{wk}} T \quad (3.117) \text{ teoretyczny}$$

Układ wzorów pomocniczych z rozdz.3 :

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 K_{ok} = E_o (1-\rho)^{x_k} J_k \eta_j \quad (3.65) \text{ teoretyczny} \\
 \theta = k_\theta \vartheta^{x_\theta} \quad (3.92) \text{ aproks. teor.} \\
 \vartheta = (12\xi/m) \alpha R (E_o \varepsilon_{pl} \eta_j)^{-1} \quad (3.81) \text{ teoretyczny} \\
 \alpha = (e_k/h) \gamma (1-\rho)^{-1} \quad (3.40) \text{ teoretyczny} \\
 E_o = k_E (R/100)^{x_E} \quad (3.66) \text{ aproks. empir} \\
 \varepsilon_{pl} = k_\xi (R/100)^{x_\xi} \quad (3.82) \text{ aproks. empir} \\
 T = (1-\eta_o)^{x_T} \quad (3.95) \text{ aproks. teoret} \\
 \eta_o = e_o/e_k \quad (3.28) \text{ definicja} \\
 x_T = 1,353 - 0,219 \eta_o \quad (3.95) \text{ aproks. teoret} \\
 \lambda_s = L_{wk}/h \quad \text{definicja}
 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

Po szeregu przekształceń wzór /5.1/ otrzymuje następującą budowę :

$$/5.3/ \dots \frac{y \lambda_s^2}{\eta_j T} = \left[\pi^2 \frac{k_e}{12} \left(12 \frac{z}{m} \right)^{x_e} \cdot \left(\frac{k_E}{100} \right)^{1-x_e} \cdot k_E^{-x_e} \right]^x \cdot \left(\frac{R}{100} \right)^{(x_E-1)(1-x_e)-x_E x_e} \cdot \left(\frac{\alpha}{\eta_j} \right)^{x_e} \cdot (1-y)^{x_k}$$

Wprowadzamy pomocnicze oznaczenia :

$$/5.4/ \dots \left\{ \begin{aligned} k_t &= \pi^2 \frac{k_e}{12} \left(12 \frac{z}{m} \right)^{x_e} \cdot \left(\frac{k_E}{100} \right)^{1-x_e} \cdot k_E^{-x_e} \\ x_R &= (x_E-1)(1-x_e)-x_E x_e \end{aligned} \right.$$

Wobec tego jest :

$$/5.5/ \dots \frac{y \lambda_s^2}{\eta_j T} = k_t \left(\frac{R}{100} \right)^{x_R} \cdot \left(\frac{\alpha}{\eta_j} \right)^{x_e} \cdot (1-y)^{x_k}$$

W świetle poprzedzonych założeń w pkt.5.1.4. wszystkie wielkości w relacji /5.5/, z wyjątkiem współczynnika k_t uważamy za bezkłonne /niezmienne/ jakkolwiek niektóre z nich są niestalone / x_R , x_e , x_k /. Wszystkie błędy teorii, aproksymacji i nieumiarzone małe błędy pomiarów grupują się wokół współczynnika k_t , który teoretycznie winien mieć wartość stałą. Załączamy, że k_t ma rozkład log-normal.

Wprowadzamy oznaczenie :

$$/5.6/ \dots \begin{aligned} Y_1 &= \ln \left| \frac{y \lambda_s^2}{\eta_j T_{dosw}} \right|, & Y_2 &= \ln \left| \frac{R}{100} \right| \\ Y_3 &= \ln \left| \frac{\alpha_{dosw}}{\eta_j} \right|, & Y_4 &= \ln |1-y| \\ Y_0 &= \ln k_t \end{aligned}$$

Otrzymujemy równanie hiperpłaszczyzny regresji :

$$/5.7/ \dots Y_1 = Y_0 + x_R Y_2 + x_e Y_3 + x_k Y_4$$

Marginesowo nadmieniamy, że przeprowadziliśmy wstępne analizy statystyczne przy teoretycznych wartościach :

$$/5.6/ \dots \quad X_T = 1,2 \quad X_E = 0,5 \quad X_{\epsilon} = 0$$

$$X_{\theta} = 0,7 \quad X_k = 1 - 1/k$$

i otrzymaliśmy znacznie większy błąd współczynnika k_t , wynoszący około $\nu_{kt} = 0,35$ w porównaniu do $\nu_{kt} \approx 0,15$ dla wyrażenia /5.7/, ze statystycznie ustalonymi współczynnikami. Analiza równania /5.7/ pozwoli wykazać czy x_k $x_k = 0$, tzn. czy żelazobeton w zakresie niskich naprężeń przy ciągłym ściskaniu zachowuje się liniowo sprężysto. Poza tym usunięte zostają wszystkie błędy systematyczne współczynników k_{θ} , ξ , m , k_E , k_{ϵ} .

Ponieważ Y_0 jest tutaj nieoznaczone wobec tego wariancję zmiennej losowej Y_0 obliczamy pośrednio obliczając wariancję fikcyjnej reszty :

$Y_1 - (Y_0^* + x_R^* Y_2 + x_{\theta}^* Y_3 + x_k^* Y_4)$, którą można przerzucić na Y_0 uwalniając Y_1 od tego błędu.

Potrzebne dane do obliczenia Y_1 , Y_2 , Y_3 , Y_4 zamieszczone są w Zał.5.2, zaś w Zał.5.3 dokonano obliczeń, wprowadzając jeszcze przekształcenie wg wzoru /3.40/ oraz wprowadzając pomocniczo wielkość $X_k' = X_k - X_{\theta}$

Otrzymano następujące wyniki :

$$/5.9/ \dots \quad X_R = -0,269203 \quad X_{\theta} = 0,351844$$

$$X_k = 0,011871$$

oraz :

wariancję reszty funkcji Y_1 :

$$/5.9/)' \dots \dots \dots \sigma'^2 = 0,022583$$

A stąd logarytmiczny wskaźnik zmienności współczynnika k_t :

$$/5.9/' \dots \nu_{kt} = \sigma^* = 0,150$$

Z powyższych wyników można wyciągnąć następujące wnioski:

- a/ Ponieważ $x_k \approx 0$ wobec tego jest całkiem prawdopodobne, że żelazobeton przy czystym ściskaniu w zakresie niskich naprężeń jest liniowo-sprężysty. Przy - puszczalny zakres liniowej sprężystości wynosi :

$$\sigma_k / R = 0 \div 0,6$$

Niestety przypuszczeń R.N.Berthiera (por. [16]), że beton przy próbie doraźnej, zachowuje się liniowo sprężyste w całym zakresie $0 < \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b,pl}$ nie mogliśmy sprawdzić, z powodu niedysponowania odpowiednimi danymi z badań na słupach o wysokich współczynnikach wybożenia.

- b/ Przypuszczenie, że $k_t \cong \text{const.}$ nie wydaje się być całkiem słuszne. Dokładniejsze wyniki można uzyskać jedynie w drodze eliminacji niektórych błędów związanych z aproksymacjami, czego nie mogliśmy przeprowadzić z powodu braków w opublikowanych badaniach.

Dlatego wartość $\nu_{kt} = 0,150$ nie wydaje się być zawyżoną skoro ujmie część rozrzutów E_0

/współczynnik k_E / rozrzuty ε_{μ} / k_{ε} /, rozrzuty β /t.j. R_L/R_{bS} / oraz rozrzuty ε_{a0} . Prócz tego dochodzą błędy aproksymacji. Dyskusję na ten temat rozkładu ν_{kt} na błędy częściowe przeprowadziliśmy w pkt.5.2.3. Nieznaczne zmniejszenie błędu ν_{kE} uzyskano w dalszych analizach statystycznych.

* * *

Wobec stwierdzenia, że $X_k \cong 0$ przeprowadzono drugą analizę regresji przy tym założeniu. Otrzymano :

$$/5.10/ \dots \begin{cases} X_R = -0,269218 & X_{\theta} = 0,353015 \\ \overline{Y}_0 = \overline{\ln k_t} = 6,9740 & \nu_{kt} = 0,146 \end{cases}$$

Parametry rozkładu statystycznego $\ln k_t$ otrzymano na drodze analizy diagramu częstości.

Analiza współczynników regresji :

- a/ Empiryczna wartość $X_{\theta} \approx 0.353$ jest znacznie mniejsza od wartości "teoretycznej" 0,7. Graficznie oznacza to, że wykres $\theta/\vartheta = k_{\theta}$. $\vartheta^{X_{\theta}}$ /por.rys.3.16. rozdz.3/ jest "podniesiony wypukłością ku górze". Przyjęta poglądowo wartość współczynnika $m = 2$ /por.wzór /3.83/ w rozdz.3/ jest raczej za mała. Nie jest wykluczone, że m jest zmienne wzdłuż długości skupa i na pewnym odcinku od miejsca przyłożenia siły osiowej $m = \infty$ /stała sztywność wskutek liniowo-sprężystej części charakterystyki $\sigma - \varepsilon$ /,
- b/ Współczynnik X_R , z uwagi na braki w badaniach opublikowanych, bez dodatkowych założeń nie daje się rozłożyć jednoznacznie na współczynniki $X_E, X_{\varepsilon}, X_{\theta}$

Dyskusja :

Założenie 1. $X_E = 1$ co oznacza liniową zależność E_{θ} od R /jak np. w "paraboli madryckiej" przy zdeteminowaniu $X_{\varepsilon} = 0$ tzn. $\varepsilon_{\mu} = \text{const}$ /. Z wzoru /5.4/ wypada $X_{\varepsilon} = 0,765$. Wynik jest mało prawdopodobny,

gdyż oznaczałoby to, że ε_{pl} bardzo silnie wzrasta ze wzrostem R. Np. jeśli dla $R = 100$

$$\varepsilon_{pl} = 2,5^{\circ}/\infty \text{ to dla } R = 300, \quad \varepsilon_{pl} = 5,81^{\circ}/\infty$$

Założenie 2. $\chi_{\varepsilon} = 0,5$ /podobnie jak we wzorze L'Hermités- por. [69]/. Jest wtedy $\chi_{\varepsilon} = -0,156$. Ten wynik jest także mało prawdopodobny, gdyż wartość ε_{pl} musiałaby maleć ze wzrostem wytrzymałości.

Założenie 3 $\chi_{\varepsilon} = 0$ czyli $\varepsilon_{pl} = \text{const}$ dla wszystkich betonów. W tym przypadku $\chi_{\varepsilon} = 0,584$ -wartość nieco większa od 0,5 co jest prawdopodobne z uwagi na wpływ armatury.

Wydaje się zatem, że wyprowadzone na modelach /ciałkach próbnych/ twierdzenie o stałej wartości ε_{pl} dla wszystkich betonów, jest także słuszne dla elementów praktycznych.

c/ Współczynnik $\tilde{k}_t \approx 1068,5 = e^{6,974}$

Założenia do dyskusji : $k_{\sigma} = 1$; $\frac{\xi}{m} = 0,62/1,50 = 0,413$; $k_{\varepsilon} = 0,0025 /2,5^{\circ}/\infty/$. Wg wzoru /5.4/ otrzymano $k_{\varepsilon} = 100\ 000 \text{ kg/cm}^2$. Wartość ta ma reprezentować początkowy moduł sprężystości żelazobetonu o wytrzymałości 100 kg/cm^2 . Dla $\chi_{\varepsilon} = 0,584$ (por pkt. 6/powyżej) aproksymacyjne wartości E_0 wynoszą :

R = 100	200	300	400	500
$E_0 = 100\ 000$	150 000	190 000	224000	256000

Są to wartości niższe od tych, które podają normy polskie [94], [95] dla czystego ściskania. Należy jednak podkreślić, że wobec przyjęcia, iż $\chi_{\kappa} = 0$, aproksymacyjne wartości E_0 mogą reprezentować średni moduł odkształcenia podłużnego /moduł sieczny/ w zakresie naprężeń $\tilde{\sigma}_{\kappa} = /0 \div 0,6/R$, a nie moduł początkowy, który jest większy. Poza tym jest całkiem możliwe, że odkształcalność elementów dłuższych jest większa od odkształcalności elementów krótszych przez co moduł może maleć. Wpływ efektu skali na odkształcenie osiowe

był już stwierdzony na drodze eksperymentalnej w ZSRR (por. [4][20]) ale w ogólności zagadnienie to nie zostało jeszcze opracowane.

- d/ Konfrontacja założenia $x_k = 0$ z hipotezą $\xi/m = \text{const.}$ Sprawa ta jest dlatego ważna, że hipotezę tę wyprowadzono dla parabolicznego prawa $\sigma - \varepsilon$ tzn. $x_k \neq 0$. Zanalizujemy zagadnienie na drodze numerycznej. Zakładamy $\varepsilon_{pl} = 2,5\%$. Dla aproksymacyjnych wartości E_0 (wg pkt. c) stopień paraboli $\langle k \rangle$ wynosi: (wg wzoru 3.6)

R =	100	200	300	400	500
k =	2,50	1,875	1,585	1,400	1,280

Malejące wartości $\langle k \rangle$ oznaczają, że charakterystyka $\sigma - \varepsilon$ zbliża coraz bardziej do linii prostej. Zgadzałoby się to nawet z doświadczeniami^[193]. Na rys. 5.1. pokazano przebieg związku $\sigma - \varepsilon$ dla $k = 1,5$ z którego wynika, że

rys.5.1. moduł styczny $E = d\sigma/d\varepsilon$ w dużym przedziale naprężeń jest prawie stały. Uważamy zatem, że błąd jaki się popełni nie uwzględniając zmiany modułu E na tym odcinku będzie nieznaczny.

Zauważmy dalej, że $\langle k \rangle$ jest funkcją $R/100$. Teoretycznie ξ/m , jest uzależnione od k - różnice dla różnych k są nieznaczne. Można zatem wprowadzić pewną aproksymację ξ/m w zależności od $R/100$.

$$/5.11/ \dots \quad \xi/m = k_{\xi} (R/100)^{x_{\xi}}$$

gdzie k_{ξ} jest wartością ξ/m dla porównawczej wytrzymałości $R = 100$. Wprowadzając /5.11/ do /5.3/ otrzymujemy ~~wzór~~ /5.5/ z tym, że zamiast /5.4/ jest :

$$/5.4/' \dots \quad \left\{ \begin{array}{l} k'_E = \pi^2 \frac{k_0}{12} (12 k_{\xi})^{x_0} \left(\frac{k_E}{100} \right)^{1-x_0} k_{\xi}^{-x_0} \\ x_R = (x_E - 1)(1 - x_0) - (x_E - x_{\xi}) x_0 \end{array} \right.$$

A zatem wyniki analizy regresji będą te same. Oczywiście rozkład współczynników regresji na składowe będzie nieco inny ale to jest już dalsza sprawa i właściwie w naszym rozwiązaniu nie odgrywa roli.

5.2.2. II etap.

Analizowany zbiór doświadczeń obejmuje te przypadki utraty stateczności, kiedy naprężenia w armaturze rozciąganej osiągnęły granicę plastyczności. Odpowiada to trzeciemu przypadkowi (wzór (3.53) w rozdz.3)

$$15.12/ \quad (e_w/h)_{III} = 0,5 + (1 - \eta_R^{-1})(0,5 - \delta) \psi^{-1} - \psi \eta_R$$

W powyższym wzorze η_R , ψ odniesione zostały do granicy plastyczności stali na ściskanie. Przyjęto zatem, że $Q_{ra} = Q_{ra}'$ pomimo tego, że w doświadczeniach wielkości te ^{niekiedy} różniły się między sobą. Podobnie i wartości δ przyjęto jako średnie z δ i δ' , zakładając tym samym ściśle symetryczne ułożenie armatury. Prócz tych błędów występują jeszcze inne, między innymi wskutek niedoskonałego określenia rzeczywistej wytrzymałości betonu / estymator $\beta = 1,1/$ i pominięcia rozrzutów wartości β . Wszystkie te błędy jako odchylenia od modelu idealnego podciągamy pod błąd teorii gdyż odrębne analizowanie tych błędów jest wprost prawie niemożliwe. ~~Wskazywanie na błędy~~

Teoretycznie ψ może się wahać od 0,5 /prostokątny rozkład naprężeń/ do 2/3 /rozkład trójkątny/. Zaś doświadczalne wartości ψ_{dosw} obliczone przy użyciu formuły /5.12/ przekraczają zakreślone granice wskutek wystąpienia wyż.wym.błędów. Ale średnia wartość $\bar{\psi}$ będzie estymatorem wartości dokładnej jakiegoś idealnego modelu /idealnego rozkładu naprężeń/. Jest pewna sprawa - czy $\bar{\psi}$ ma mieć wartość stałą czy też ma być uzależniona od innych parametrów. Teoretycznie,

przy założeniu różnych parabol k -tego stopnia, ψ waha się w nieznaczących granicach /por. rozdz. 3 pkt 3.4.21/. Ale teoretyczne obliczenia są niepewne wobec niestwierdzenia dotychczas jaka jest rzeczywista forma wykresu naprężeń w przegubie plastycznym.

Za przyjęciem stałej wartości $\bar{\psi}$ przemawiają względy praktyczne, mianowicie fakt, że wartość momentu niszczonego w belce jednostronnie zbrojonej jest słabo uzależniona od rozrzutów ψ . Tym należy tłumaczyć np. generalne uproszczenie Pasternaka [por 84] do wzorów Loleita polegające na przyjęciu $\bar{\psi} = 0,5$ jak dla prostokątnego rozkładu naprężeń.

W zał. nr 54. przeprowadzono obliczenia wartości $\psi_{dośw}$. Parametry statystyczne ψ wyniosły :

$$/5.13/ \dots \quad \bar{\psi} = 0,57 \quad ; \quad V_{\psi} = 0,258$$

~~.....~~ . W niniejszej analizie średnia $\bar{\psi}$ zbliżona jest do wartości 0,59 - przyjętej w proj. normy ACI. Com 318-56 [3]

Rozrzuty ψ są zatem znaczniejsze. Przeanalizowano zatem wpływ tych rozrzutów na obliczeniową wartość $(e_k/h)_{obl}$

Na drodze bezpośrednich obliczeń przy użyciu diagramu częstości współczynnika korekcyjnego C_e do $(e_k/h)_{obl}$ otrzymano : (założenie $\psi = \bar{\psi} = const$)

$$/5.13/ \dots \quad \bar{C}_e = \left(\frac{e_{k dośw}}{e_{k obl.}} \right) = 1,0085 \approx 1,0 \quad ; \quad V_{C_e} = 0,070$$

Jest to błąd stosunkowo nieduży, i jak się okazało z analiz w III etapie nie ma specjalnego znaczenia na ogólny błąd teorii. Dlatego poprzestaliśmy na przybliżonym założeniu, że $\psi = const$.

* * *

Marginesowo dodajemy, że ściślejsze opracowanie wzoru /5.12/ wymaga wprowadzenia empirycznych zależności na $\bar{\psi}$ ewentualnie uwzględnienie innych wpływów np. skurczu betonu (por. np. B. Kopyciński [60], [62]) lub wprowadzenia metod fizyki statystycznej (por. np. J. Murzewski [85]).

E. Hognestad w pracy [45] uzależnił parametry charakteryzujące bryłę naprężeń ściskanej strefy betonu od wytrzymałości walcowej przy użyciu związków empirycznych. Okazało się, że współczynnik wypełnienia ω_1 i położenie środka ciężkości τ_1 waha się w dość szerokich granicach.

Przeprowadziliśmy pewną próbę empirycznego określenia $\bar{\psi}$ zakładając /nie bez podstaw/ następującą budowę :

$$/5.12/' \dots \quad \psi = k_{\psi} \varphi^{b_1} (R/100)^{b_2}$$

Otrzymano w drodze analizy regresji :

$$k_{\psi} = 0,5 \quad b_1 = -0,34 \quad b_2 = -0,26$$

$$\check{C}_{\psi} = 1 \quad \nu_{C_{\psi}} = 0,165$$

Zaś wpływ błędu ψ na $|e_k/h|_{obl}$ w takim ujęciu wyniósł :

$$\bar{C}_e = \frac{\overline{(e_k \text{ dośw})}}{\overline{(e_k \text{ obl})}} = 0,9996 \approx 1 \quad \nu_{C_e} = 0,0368$$

Uzyskano zatem znaczne zmniejszenie błędu wzoru /5.12/ w porównaniu do wartości /5.13/ i błąd metody autora stał się mniejszy od błędów metod Tala-Czistiakowa i normowej.

W Zał. Nr 54, przeprowadzono porównawcze obliczenia parametrów błędu C_e dla metod: Tala-Czistiakowa i normowej SNiPI-w-1-62.

5.2.3. III etap.

W oparciu o wyniki analiz w I etapie przyjmujemy :

$$X_k = 0 \quad X_0 = 0,353045 \quad X_R = -0,269218$$

Analizujemy zatem formułę /5.5/ w następującej postaci :

$$/5.14/ \cdot k_t = \frac{\varphi \lambda_s^2}{\eta_{\tau} T_{obl}} \left(\frac{R}{100} \right)^{+0,269218} \left(\frac{\alpha_{obl}}{\eta_{\tau}} \right)^{-0,353045}$$

Wartości η_{obl} i α_{obl} uzyskujemy z wyrównanej formuły /5.12/ :

$$/5.14/ \left\{ \begin{array}{l} (e_k/h)_{obl} = 0,5 + (1 - \eta_R^{-1})(0,5 - \delta)\varphi^{-1} - 0,57\varphi\eta_R \\ \alpha_{obl} = (e_k/h)_{obl} \cdot \varphi(1 - \varphi)^{-1} \\ T_{obl} = (1 - \eta_{obl})^{X_{T_{obl}}} \\ X_{T_{obl}} = 1,353 - 0,219 \eta_{obl} \\ \eta_{obl} = e_0/e_{k_{obl}} \end{array} \right.$$

W zał.Nr55 podane są obliczenia współczynnika $\ln k_t$. W oparciu o diagram częstości wyznaczono parametry statystyczne współczynnika k_t . Wynoszą one :

$$/5.15/ \cdot \cdot \cdot \overline{\ln k_t} = 6,97305 \quad \checkmark_{k_t} = 1067,5 \quad \nu_{k_t} = 0,134$$

Z porównania danych /5.10/ i /5.15/ wynika, że różnice są nieznaczne pomimo tego, że wyrównana formuła /5.12/ obarczona jest błędem. Uzyskano nawet pewne zmniejszenie błędu ν_{k_t} ale do tego należy się odnieść

sceptycznie, gdy na wynikach obliczeń mogła zaciążyć metoda analizy oraz mała liczebność próby. Istotną sprawą jest fakt, że błąd ν_{kt} nie powiększył się pomimo tego, że formuła /5.12/ obciążona jest błędem. Jest to całkiem możliwe jeśli odstąpi się od założenia, iż doświadczalne wartości $e_{k\text{dosw}}$ są bezbłędne. Wiadomo, że uzyskanie ich w badaniach laboratoryjnych związane jest z dużymi trudnościami. I jeśli przyjąć, że odchylenia /tj. błędy pomiaru $e_{k\text{dosw}}$ / mogły być zarówno dodatnie, jak i ujemne to wyrównana wartość $\bar{\psi}$ jest estymatorem wartości rzeczywistej i w ten sposób wyrównana formuła /5.12/ może niwelować częściowo te błędy, dając wartości $e_{k\text{obl}}$ bardziej zbliżone do rzeczywistości.

*

*

*

Rozkład błędu ν_{kt} na składowe możemy przeprowadzić jedynie w przybliżeniu. Z grubsza biorąc mamy na podstawie wzoru /5.4/ :

$$\nu_{kt}^2 = \nu_0^2 + (X_0 \nu_g)^2 + [(1-X_0) \nu_E]^2 + (X_0 \nu_\epsilon)^2$$

Na podstawie reguły trzysignowej szacujemy :

$$\bar{X}/m = 0,32 \div 0,50 \text{ sr } 0,41 \rightarrow \nu_g \approx 0,073$$

$$\epsilon_{pl} = 1,80 \div 3,20\% \text{ sr } 2,5\% \rightarrow \nu_\epsilon \approx 0,093$$

$$E_0 \text{ zmienność w granicach } \pm 30\% \rightarrow \nu_E \approx 0,100$$

A stąd :

$$\nu_0^2 = 0,134^2 - (0,353 \cdot 0,073)^2 - (0,647 \cdot 0,1)^2 - (0,353 \cdot 0,093)^2 = 0,0127$$

$$\nu_0 \approx 0,110$$

Z powyższego wnosimy, że uproszczone sposoby aproksymowania E_0 i ε_{pL} za pomocą wzorów /3.66/ i /3.82/ nie wywołują większych błędów. Istotniejsze znaczenie mogą tu mieć inne aproksymacje, a w szczególności współczynników θ i β . Na ten temat potrzebne są jeszcze liczne badania i analizy, które pozwoliłyby na poprawne określenie krzywizny w przegubie plastycznym i rzeczywistej wytrzymałości betonu. Wydaje się nam, że nie bez pewnego wpływu jest także dokładność wyznaczenia pomiarowej wartości siły krytycznej zwłaszcza do tych skupów, które miały bardzo niskie współczynniki wybożenia.

≡ ≡ ≡

Dla uzupełnienia rozważań przeprowadziliśmy jeszcze próbę "dokładniejszego" aproksymowania E_0 i ε_{pL} w następujący sposób :

$$\begin{aligned} /3.66/' \dots E_0 &= E_{b0} \eta_E, & E_{b0} &= k_{Eb} (R_b/100)^{x_{Eb}} \\ & \eta_E = 1 + 2\mu(\eta - 1) \end{aligned}$$

$$/3.82/' \dots \dots \dots \varepsilon_{pL} = k_{\varepsilon b} (R_b/100)^{x_{\varepsilon b}}$$

Wrażenia /5.4/' i /5.5/ przyjmują wtedy postać :

$$\begin{aligned} /5.4/' \dots \left[\begin{aligned} k'' &= \pi^2 \frac{k_\theta}{12} (12 k_\gamma)^{x_\theta} \cdot \left(\frac{k_{Eb}}{100}\right)^{1-x_\theta} \cdot k_{Eb}^{-x_\theta} \\ x_{Rb} &= (x_{Eb} - 1)(1 - x_\theta) - (x_{Eb} - x_\gamma) x_\theta \end{aligned} \right. \\ /5.5/' \dots \frac{\varphi \lambda^2 \eta_R}{\eta_E \eta_J T} &= k_t \left(\frac{R_b}{100}\right)^{x_{Rb}} \left(\frac{\alpha \eta_R}{\eta_E \eta_J}\right)^{x_\theta} \cdot (1 - \varphi)^{x_k} \end{aligned}$$

Analiza regresji wykazała, że $X_k = 0,004278$ a więc wartość jeszcze bardziej bliska zeru. Błąd k_t jest prawie taki sam zaś wartości pozostałych współczynników regresji nie uległy specjalnej zmianie. Dokładność wzoru /5.5/' nie jest więc większa.

5.3. Ogólny wzór na krytyczną nośność skupa.

Dla celów praktycznych, w zakresie $\varphi = 0,1 \div 0,6$ można przyjąć:

$$\begin{array}{l} X_k = 0 \quad X_B = 0,3530 \quad X_R = -0,2692 \\ /5.16./ \quad \overline{\ln k_t} = 6,9731; \quad \rho_{kt} = 0,134 \quad \bar{\varphi} = 0,57 \end{array}$$

Po pewnych przekształceniach wzory /5.14/ i /5.14/' przyjmują następującą budowę :

$$\begin{array}{l} /5.17./ \quad \varphi (1-\varphi)^{0,546} = 10^{4,6807} \times \eta_D (R/100)^{-0,4167} \times (e_k/h)^{0,5456} \times \\ \quad \times \lambda_s^{-3,0913} \times (1-\eta_T)^{2,0912-0,4158\eta_T} \\ e_k/h = 0,5 + (1-\eta_T^{-1})(0,5-\delta) \varphi^{-1} - 0,57 \varphi \eta_R \\ \eta_T = |\Sigma B_n e_n| / e_k \end{array}$$

Wyrażenie $|\Sigma B_n e_n|$ oznacza /por.rozdz.3/ wartość następczego miłośrodu wyrażającego wpływ wszystkich technicznych niedokładności.

W rozdz.6 podano nomogram ułatwiający obliczenie spodziewanej wartości $\bar{\varphi}$ dla najczęściej spotykanego $\delta = 0,10$, oraz podano metodę uwzględnienia błędu ρ_{kt} na obliczeniową wartość krytycznej nośności N_k

* * *

Błąd teorii ujęty jest losowym współczynnikiem k_t [redacted]. Analiza regresji usunęła część systematyczną błędu i wobec [redacted] pozostały tylko błędy o charakterze "statystycznym" jako rozrzuty, $k_t + \bar{k}_t$

Dla porządku wymieniamy przyczyny składające się na wypadkowy błąd k_t . Są nimi :

- Przyczyny związane z niespełnieniem się teoretycznych założeń w rozdz.3 jak: pominięcie skurczu betonu, założenie płaskich przekrojów, uproszczona relacja na krzywiznę zgięcia, wyidealizowanie przebiegów charakterystyk $\sigma - \epsilon$, przyjęcie doskonałej współpracy stali i betonu, zupełne uwolnienie rozwiązań od efektu skali i ściany oraz od wpływu czasu.
- Przyczyny związane z wprowadzeniem do wywodów pewnych uproszczeń, interpolacji i aproksymacji oraz błędy pomocniczych hipotez roboczych. Należą tu rozrzuty wartości plastycznego wskaźnika wytrzymałości przekroju, niezgodność hipotezy określającej krzywiznę zgięcia, aproksymacja załamywania sztywności wzdłuż długości słupa, aproksymacja współczynnika stateczności słupa, aproksymacja linii wygięcia słupa, [redacted] [redacted], uproszczone [redacted] ^{wzięcie} wpływu lokacji armatury, na moduł wybożenia, użycie formuły L'Hermite'a na początkowy moduł sprężystości betonu, przyjęcie stałej wartości odkształceń granicznych ϵ_{bpl} , metoda ekstrapolowania wytrzymałości słupowej do wytrzymałości rzeczywistej przy użyciu stałego współczynnika korekcyjnego, rozrzuty wartości początkowego modułu armatury, nieuwzględnienie nieznacznego odchylenia od symetrii armatury, niewycelowana zmienność własności odkształceniowych betonu w przekroju i wzdłuż długości słupa, nieznaczące zmiany przekroju poprzecznego i geometrycznej osi słupa, pominięcie rozrzutów wytrzymałości betonu R_b , przez wzięcie średniej wartości pochodzącej z tego samego zarobku i szereg innych.

- Nieznaczące błędy pomiarów wielkości wprowadzonych do analiz statystycznych jako bezbłędnych.

Wszystkie wymienione wyżej przyczyny są nieznaczące ~~...~~ i jedynie słuszne jest potraktowanie ich globalnie. Błędy systematyczne usunięto przez przyjęcie empirycznej a nie teoretycznej wartości współczynnika k_t . W jaki sposób wpływa błąd k_t na rozrzut nośności krytycznej N_k przeanalizowaliśmy w rozdz.6. Okazało się, że wpływ ten we współczynniku korekcyjnym C wyraża się jeszcze mniejszą liczbą - około 0,07. A zatem wyniki możemy uznać za dobre. W Zał Nr 55 przeprowadzono porównawcze obliczenia parametrów błędów metod Tala-Czistiakowa i normowej SNi.P II-w-1-62 dla tego samego z biuro doświadczalnego. Porównanie to wypadło z korzyścią dla naszych propozycji.

* * *

Rozdział 6.

Bezpieczeństwo słupów żelbetowych.6.1. Kryterium bezpieczeństwa i konwencja struktury wzorów stanu granicznego.

6.1.1. Niniejsze opracowanie oparto na probabilistycznej teorii bezpieczeństwa podanej przez J. Murzewskiego w pracach [86], [87], [88], [89] oraz w polskim projekcie międzynarodowej normy J S O z 1964r- [50].

Punktem wyjścia w teorii J. Murzewskiego jest przyjęcie trzech uogólnionych parametrów bezpieczeństwa, z zasady traktowanych jako stochastycznie niezależne.

Są nimi :

- a/ Siły zewnętrzne, zmiany temperatury i inne działania fizyczne na budowlę, zwane umownie- obciążeniem budowli P .
- b/ Odchylenie od wielkości ustalonych w projekcie wskutek niespełnienia się różnych teoretycznych założeń /tzw. nieadekwatność teorii zachowania się konstrukcji pod obciążeniem/ i niedokładności rachunkowych, zwane - błędem obliczeń C .
- c/ Naprężenia lub siły niszczące właściwe dla danych materiałów względnie elementów konstrukcyjnych, z uwzględnieniem odchyłeń wymiarów i błędów wykonawstwa, zwane - nośnością charakterystyczną N .

Powyższe parametry odpowiadają trzem jednostkom odpowiedzialnym za bezpieczeństwo konstrukcji: użytkownik, projektant i wykonawca.

Bezpieczeństwo budowli jest zdefiniowane jako zdarzenie losowe, polegające na tym, że jednocześnie zachodzą trzy następujące nierówności :

$$/6.1/ \dots P^* < P^g, C^* \leq C^g, N^* > N^g$$

gdzie :

P^*, C^*, N^* są to aktualne wartości parametrów bezpieczeństwa, zaś

P^g, C^g, N^g - dopuszczalne granice.

W drugiej nierówności kierunek znaku zależy od struktury wzorów wytrzymałościowych i sposobu określenia błędu obliczeń.

Jeśli prawdopodobieństwo poszczególnych zdarzeń /6.1/ oznaczy się przez S_p, S_c, S_N , to prawdopodobieństwo bezpieczeństwa S wyraża się wzorem :

$$/6.2/ \dots S = S_p \cdot S_c \cdot S_N$$

i wzór ten jest ścisły jeśli poszczególne parametry są wzajemnie stochastycznie niezależne.

Prawdopodobieństwo bezpieczeństwa S jest silnie zależne od stopnia skuteczności kontroli i czujności odpowiedzialnych jednostek. Mieści się ono w przedziale:

$$/6.3/ \dots \Omega < S < 1$$

gdzie :

"1" jest kresem górnym, który "będzie" aktualny w przypadku doskonale skutecznej kontroli parametrów bezpieczeństwa, zaś " Ω " jest kresem dolnym, który byłby aktualny, gdyby nie było żadnej kontroli.

Ω jest prawdopodobieństwem globalnym tzn., że :

/6.4/ . . .

$$\Omega = \Omega_P \cdot \Omega_C \cdot \Omega_N$$

gdzie :

Ω_P , Ω_C , Ω_N , są to dolne kresy prawdopodobieństw, że obciążenie budowli P, błąd obliczeń C i nośność charakterystyczna N nie przekroczą odpowiednich granic dopuszczalnych.

Autor przyjmuje Ω jako wskaźnik bezpieczeństwa budowli i wobec tego miarą niebezpieczeństwa jest :

/6.5/ . . .

$$\omega = 1 - \Omega$$

Ponieważ ω jest małą liczbą, a więc jeśli oznaczy się :

/6.6/ . . .

$$\omega_P = 1 - \Omega_P, \quad \omega_C = 1 - \Omega_C, \quad \omega_N = 1 - \Omega_N$$

to :

/6.7/ . . .

$$\omega \approx \omega_P + \omega_C + \omega_N$$

Udowodniona została wyższość przyjętej definicji bezpieczeństwa nad innymi z uwagi na :

- historycznie ugruntowaną zasadę, że ktoś musi być odpowiedzialny za bezpieczeństwo budowli,
- konieczność wyłączenia z obszaru bezpiecznego stanów: $N > N^2$, $P < N$ i $N > P$, $P < P^2$, albowiem są to przypadki, które zazwyczaj dzięki kontroli nie zostają oddane do eksploatacji. Całkowanie prawdopodobieństw bezpieczeństwa po całej ^{pozi} płaszczyźnie $N > P$ prowadziłoby do przecenienia sukcesów budowlanych. (por. rys. 6.1)

Rys. 6.1.

Uzasadniono także sprawę ograniczenia liczby parametrów bezpieczeństwa do trzech. Powiększanie tej liczby prowadziłoby w rezultacie do anty-postępowych metod wymiarowania, gdyż powodowałoby zwiększanie

wymiarów budowli. Zaś sam fakt ustalenia liczby parametrów bezpieczeństwa pozwala na korzystanie także ze starej miary bezpieczeństwa jaką jest współczynnik bezpieczeństwa.

Ustalenie wskaźnika bezpieczeństwa Ω następuje przez zaklasyfikowanie budowli do jednej z 5 klas bezpieczeństwa. Normatywna wartość Ω wynosi tu od $1 \cdot 10^{-6}$ do $1 \cdot 10^{-2}$. Zaproponowano stosować optymalne /z ekonomicznego punktu widzenia/ wartości wskaźnika Ω w oparciu o wskaźnik kosztów katastrofy k wzgl. jego logarytm α . Określa go jako wskaźnik klasy bezpieczeństwa :

$$/6.8/ \dots \alpha = \log k = \log \frac{\beta K_0}{\Delta K}$$

gdzie :

β - ryzyko wykonawcy

K_0 - średni koszt awarii

ΔK - koszt materiałów budowlanych

Jednakże na obecnym etapie przeprowadzenie takich obliczeń jest nierealne.

Przystępując do projektu należy założyć pewną cyfrę α - wg życzeń inwestora. Cyfra α może być także znormalizowana. Zaliczenie obiektu do danej klasy może być pozostawione także do decyzji władz regionalnych wzgl. centralnych.

tabl.6-I

I jeszcze : bezpieczeństwo budowli w świetle teorii Murzewskiego rozważane jest z punktu widzenia awarii budowli w czasie jej eksploatacji. Ten punkt wyklucza :

- a/ wypadki charakteru nie - mechanicznego /pożar, zakażenie itd/,
- b/ wypadki poza ludzką kontrolą /trzęsienie ziemi, wojna itd./

- c/ Warunki, które pogarszają estetyczną lub użytkową wartość budowli, podwyższają jej koszty utrzymania, wywołuje pozorne uczucie zagrożenia. Jednakże w przypadkach, gdy wymienione efekty uznaje się za tak ważne, że spowodowałyby niedopuszczenie budowli do eksploatacji, pojęcie awarii należy rozciągnąć na te strony.

6.1.2. Struktura wzorów stanu granicznego.

Przyjmujemy konwencję moltiplicywną wzorów wytrzymałościowych służących do obliczania nośności. Współczynnik korekcyjny C interpretujemy jako błąd obliczenia nośności charakterystycznej N_k . Wobec tego warunek wytrzymałościowy brzmi : (por. rys. 6.1)

/6.9/ . . .

$$P \leq C N_k$$

gdzie :

N_k jest nośnością charakterystyczną uwzględniającą wyoboczenie czyli jest to tzw. nośność krytyczna.

Zgodnie z przyjętą strukturą /6.9/, w wyrażeniu /6.1/ jest :

/6.9/' . . .

$$C^* > C^g$$

Błąd obliczeniowy C^g posiada część systematyczną \check{c} /nie-losową/ i losową γ .

Kresy dolne prawdopodobieństw, że obciążenie budowli, błąd obliczeniowy i nośność charakterystyczna nie przekroczą odpowiednich granic dopuszczalnych, wynoszą :

$$/6.10/ \cdot \cdot \cdot \Omega_P = F_P(P^g), \Omega_C = 1 - F_C(C^g), \Omega_N = 1 - F_N(N_k^g)$$

gdzie :

$F_P(P^g)$, $F_C(C^g)$, $F_N(N_k^g)$ są naturalnymi /tzn. bez systematycznych ograniczeń wynikających z kontroli jakości/

dystrybuantami parametrów bezpieczeństwa. Dopuszczalne granice są więc kwantylami odpowiednich rozkładów prawdopodobieństw, dla wartości dystrybuanty $\Omega_P, \Omega_C, \Omega_N$. W przypadku rozkładów log-norm. jest :

$$\begin{aligned}
 /6.11/ \dots \quad P^g &= \check{P} \exp(+\lambda_P \cdot \nu_P) = \check{P} \cdot \alpha \\
 C^g &= \check{C} \exp(-\lambda_C \cdot \nu_C) = \check{C} \cdot \gamma \\
 N_k^g &= \check{N}_k \exp(-\lambda_N \cdot \nu_N) = \check{N}_k \cdot \beta
 \end{aligned}$$

Standaryzowane odchylenia graniczne $\lambda_P, \lambda_C, \lambda_N$, są zależne od odpowiednich prawdopodobieństw $\Omega_P, \Omega_C, \Omega_N$, w ten sposób, że $\Omega_{P,C,N}$ jest funkcją Laplacà od $\lambda_{P,C,N}$

$$\begin{aligned}
 /6.12/ \dots \quad \Omega_P &= 1/2 + \text{erf}(\lambda_P/\sqrt{2}) \\
 \Omega_C &= 1/2 + \text{erf}(\lambda_C/\sqrt{2}) \\
 \Omega_N &= 1/2 + \text{erf}(\lambda_N/\sqrt{2})
 \end{aligned}$$

Mając dany rozkład wskaźnika Ω na $\Omega_P, \Omega_C, \Omega_N$, /np. w sposób dowolny lub optymalny - por.pkt 6.2/ z wzoru /6.12/ oblicza się odpowiednie $\lambda_P, \lambda_C, \lambda_N$, a z wzorów /6.11/ wartości współczynników α, γ, β

6.2. Optymalizacja wartości granicznych dla ustalonych klas bezpieczeństwa.

J.Murzewski zaleca optymalny rozkład Ω na czynniki $\Omega_P, \Omega_C, \Omega_N$, wg kryterium minimum ilości materiałów. W oparciu o zagadnienie dwoiste, tj. max Ω dla ustalonych wymiarów uzyskał rozwiązanie, które zostało stabela-
tabl.6-II -ryzowane./por.tabl.6-II/. Tabele opracowane są tak, że ocena bezpieczeństwa budowli może być przeprowadzona w sposób tradycyjny, przy zastosowaniu tzw.globalnego współczynnika bezpieczeństwa s , pod warunkiem, że s jest określone z osobna dla każdego przypadku. Współczynniki stanu granicznego $\alpha, \check{C}\gamma, \beta$ /wzór /6.11/, zwane :

współczynnik przeciążenia, współczynnik korekcyjny i współczynnik redukcji nośności, związane są z częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa następująco :

$$\begin{aligned} \alpha &= s_p = P^g / \check{P} \\ /6.13/ \dots \gamma &= s_c^{-1} = C^g / \check{C} \\ \beta &= s_N^{-1} = N^g / \check{N} \end{aligned}$$

Zaś globalny współczynnik bezpieczeństwa :

$$/6.14/ \dots s = s_p \cdot s_c \cdot s_N$$

Jeśli na element budowlany działa kilka rodzajów obciążeń, to współczynnik przeciążenia wyznacza się ze względu na wypadkową i analogicznie - jeden współczynnik redukcji nośności stosuje się do całego elementu konstrukcyjnego nawet, jeśli jest on zespolony z różnych materiałów.

Częściowe współczynniki bezpieczeństwa wyrażają się wzorami /dla log-norm. rozkładów parametrów bezpieczeństwa/ :

$$\begin{aligned} /6.15/ \dots s_p &= \exp(\lambda_p \cdot \nu_p) \\ s_c &= \exp(\lambda_c \cdot \nu_c) \\ s_N &= \exp(\lambda_N \cdot \nu_N) \end{aligned}$$

Zaś globalny współczynnik bezpieczeństwa :

$$/6.16/ \dots s = \exp(\lambda_p \cdot \nu_p + \lambda_c \cdot \nu_c + \lambda_N \cdot \nu_N)$$

Tablica 6-II skonstruowana jest w ten sposób, że dla zadanej klasy bezpieczeństwa i logarytm. wskaźników zmienności ν_p , ν_s , ν_N , oblicza się wprost wartości częściowych współczynników bezpieczeństwa s_p , s_c , s_N .

Jeśli pewne wartości graniczne są zadane z góry, np. minimum brakarskie dla materiałów, N^* , to na ogół nie można stosować optymalizacji wg tej metody. Ustala się optymalne ω wg wzoru: /przy użyciu tabl.6-II/:

$$/6.17/ \dots \omega_{opt} = 1 - \Omega_{opt}$$

Następnie oblicza się :

$$/6.18/ \dots \omega_N^* = F_N(N_c^*)$$

oraz :

$$/6.19/ \dots \omega_P^* + \omega_C^* = \omega_{opt} - \omega_N^*$$

Następnie należy przyjąć ω_P i ω_C tak, aby spełnić to równanie, a więc np. powiększyć lub pomniejszyć proporcjonalnie w stosunku do wartości optymalnych :

$$/6.20/ \dots \omega_P^* = \omega_P \frac{\omega_{opt} - \omega_N^*}{\omega_P + \omega_C}$$

$$\omega_C^* = \omega_C \frac{\omega_{opt} - \omega_N^*}{\omega_P + \omega_C}$$

Następnie określa się λ_P , λ_C , λ_N , wg wzoru:

$$/6.21/ \lambda_{P,C,N} = \Psi(1 - \omega_{P,C,N}^*)$$

i częściowe współczynniki bezpieczeństwa wzorami /6.15/.

6.3. Normalizacja, zmiennych losowych.

6.3.1. Spodziewane wartości parametrów bezpieczeństwa.

Dla określenia dopuszczalnych granic potrzebne są szczegółowe funkcje rozkładów prawdopodobieństw poszcze-

gólnych parametrów projektowych. Zagadnienie to jest całkowicie odrębne i na ten temat jest już szereg propozycji i ustaleń. Ale do ostatecznego /ewentualnego/ znormalizowania tych wielkości jest jeszcze daleko i potrzeba tu jeszcze wielu badań oraz analiz statystycznych. W załączniku podano zbiór orientacyjnych wartości parametrów statystycznych poszczególnych wielkości losowych na podstawie dostępnej nam literatury i częściowo na podstawie własnych prac.

W pracach na temat probabilistycznej teorii bezpieczeństwa poświęcono wiele uwagi na temat najlepszego rozkładu prawdopodobieństw dla obciążeń, cech mechanicznych materiałów itd. J. Murzewski uważa, że z punktu widzenia wymiarowania konstrukcji, wobec innych niejasności i niepewności, ta sprawa nie jest tak ważna i najprostsze rozkłady - normalne i log-normalne uważa za najlepsze. Opierając się na opinii A. Halda [41], aż do wartości wskaźnika zmienności $V = 0,30$ różnica między tymi rozkładami jest znikoma z praktycznego punktu widzenia.

rys.6.2

Idziemy tutaj za propozycjami J. Murzewskiego [89] aby tym samym zmiennym losowym X_i , występującymi w obliczeniach statycznych, przypisywać zarówno rozkłady normalne jak i log-normalne, zależnie od tego jak wygodniej, zwłaszcza, że współczynniki zmienności bywają małe dla parametrów bezpieczeństwa. W ten sposób otrzymuje się proste wzory dla współczynników zmienności :

$$/6.22/ \dots \quad V_{\Sigma X}^2 = \sum_i (\alpha_i V_i)^2$$

$$\alpha_i = \bar{X}_i / \sum_i \bar{X}_i$$

$$/6.23/ \dots \quad V_{\Pi X}^2 = \sum_i V_i^2$$

Odpowiednio upraszczają się także wzory dla potęg i ułamków.

Natomiast ze wzorami dla sumy i iloczynu :

$$/6.24/ \dots \widetilde{\sum}_i X_i = \sum_i \widetilde{X}_i$$

$$/6.25/ \dots \overline{\prod}_i X_i = \prod \overline{X}_i$$

należy być ostrożnym, jeśli X_i nie są wzajemnie niezależne.

Wskaźnik zmienności dla rozkładów log-normalnych \mathcal{V}_i jest związany z normalnym wskaźnikiem zmienności wzorem :

$$/6.26/ \dots \nu_i^2 = \ln(1 + \nu_i^2) \approx \nu_i^2$$

Podobnie dla małych wartości ν_i , mediana równa się w przybliżeniu średniej :

$$/6.27/ \dots \widetilde{X}_i = \overline{X}_i / \sqrt{1 + \nu_i^2} \approx \overline{X}_i$$

6.3.2. We wzorze /6.9/, wielkość P jest sumą poszczególnych P_i , z których każda może mieć inny wskaźnik zmienności. Użyjemy zatem rozkładów normalnych. Obliczając średnią i wskaźnik zmienności wg /6.22/ możemy zamienić otrzymany rozkład normalny na log-normalny wg wzorów /6.26/ i /6.27/.

Odnośnie prawej strony wzoru /6.9/, budowa jego jest kombinowana. Zastosowaliśmy tutaj, celem obliczenia log-wskaźników zmienności, metodę linearyzacji w otoczeniu wartości spodziewanych /mediany/, zakładając że wszystkie zmienne losowe mają rozkłady log-normalne.

Parametrami losowymi są tutaj: $b, h, /0,5 - \delta/, \Sigma F_a, Q_a, R_b, L_{wk}, k_t, C_1, e_{ozast}$.
Wielkości $n = E_{a0} / E_{b0}$ nie traktujemy jako losowej,

gdyż rozrzuty E_{ao} i częściowo E_{bo} ujęte zostały błędem formuły k_t . Wielkość zredukowaną $Q_{razast} = Q_{ra} - R_b$ traktujemy dla uproszczenia jako statystycznie niezależną od innych wielkości i obliczamy ze znanych rozkładów normalnych Q_{ra} i R_b /jak dla sumy /.

Bliższych wyjaśnień wymaga rozkład wielkości $e_{ozast} = |\sum B_n e_n|$. Poszczególne mianośrody e_n mają normalne rozkłady. Wobec tego rozkład $B_n \cdot e_n$ jest także normalny o parametrach: $\{B_n \cdot \bar{e}_n, \sigma_{en}\}$. Obliczamy najpierw rozkład sumy $\sum B_n e_n$, a następnie

rys.6.3. tabl.6-III-norm. otrzymamy rozkład normalizujemy, zamieniając na log-
ordz w zatacznikach
podano tablicę 6-III przeliczeniową rozkładu $\{\sum B_n \bar{e}_n, \sigma_{\Sigma}\}$ na $\{|\sum B_n e_n|, \nu_{|x|}\}$ /rozkład $\{e_{ozast}, \nu_{eoz}\}$

6.3.3. Spodziewana wartość \check{N}_k :

$$/6.28/ \dots \quad \check{N}_k = N \check{y}$$

gdzie :

\check{N} jest spodziewaną wartością nośności skupa sztywnego, ściskanego osiowo. \check{N} jest sumą dwu statystycznie niezależnych nośności: nośności przekroju betonowego i nośności armatury.

$$/6.29/ \dots \quad \check{N} = (\check{N}_b + \check{N}_a) \approx \check{N}_b + \check{N}_a =$$

$$= \check{b} \check{h} \check{R}_b + \check{\Sigma} F_a \check{Q}_{raz}$$

Lub:

$$/6.29/ \dots \quad \check{N} = \check{b} \check{h} \check{R}_b \check{q}_R$$

Zaś medianę \check{y} możemy obliczyć z układu wzorów /5.17/ podanych w rozdz.5. Dla porządku przepisujemy te wzory:

$$/6.30/ \cdot \frac{\bar{y}(1-y)^{0,5460}}{(e_k/h)^{0,5460} \cdot (L_{wk}/h)^{-3,0317} \cdot (1-e_{02}/e_k)^{2,0912-0,4158 \cdot y_T}} = 10^{4,6807} \cdot \bar{y}_J (\bar{R}/100)^{-0,4161}$$

$$/6.31/ \quad (\overline{e_k/h}) = (0,5 + (1-\eta_R^{-1}) y^{-1} - 0,57 y \eta_R)$$

W powyższym wyrażeniu wielkość :

$$(\overline{1-y}) = \frac{1}{\sqrt{1+V_y^2}} - \bar{y} \approx 1 - \bar{y}$$

wobec tego, że V_y jest małą wielkością. Np. dla $V_y=0,15$ /co stanowi dużą wartość/ zamiast <jedynki> należałoby napisać 0,99, a zatem bez widocznego znaczenia.

Podobnie można postąpić z wyrażeniem :

$$(\overline{1-\eta_T}) = \frac{1}{\sqrt{1+V_{\eta_T}^2}} - \bar{\eta}_T \approx 1 - \bar{\eta}_T$$

przy czym zauważamy, iż przybliżona wartość jest mniejsza od dokładnej, co jest z korzyścią dla bezpieczeństwa.

Wyrażenie na medianę wytrzymałości \bar{R} :

$$/6.32/ \cdot \bar{R} = \bar{R}_0 \bar{\eta}_R \approx \bar{R}_0 (1 + 2\bar{\mu} \bar{\beta}_{rz}) = \bar{R}_0 + 2\bar{\mu} \bar{\alpha}_{raz}$$

dokładność przybliżonego sformułowania jest w zupełności wystarczająca. Np jeżeli przyjmiemy że : $2\bar{\mu} = 0,02$;

$$\bar{\beta}_{rz} = 16, \quad \bar{\nu}_E = 0,049 \quad \bar{\nu}_{\beta r} = 0,180$$

to wartość przybliżona $\tilde{\eta}_R$ wg powyższego wzoru wynosi : $\tilde{\eta}_R = 1,320$, zaś dokładna $\check{\eta}_R = 1,325$ a zatem różnica ok. 0,3% in minus, a więc z korzyścią dla bezpieczeństwa.

Z podobnych przyczyn jak wyżej można napisać wprost :

$$/6.33/ \cdot \cdot \eta_0 = 1 + [12 \overline{(0,5-\delta)^2} - 1] \frac{2\check{\mu}(\check{n}-1)}{1 + 2\check{\mu}(\check{n}-1)}$$

przy czym różnice między wartością dokładną a przybliżoną są tutaj jeszcze mniejsze.

Ścisłe wyrażenie na medianę $|e_k/h|$ jest dosyć skomplikowane. Napiżemy wzór na e_k/h w następującej postaci :

$$(X = e_k/h) = 0,5 + [X_1 = (1 - \eta_R^{-1})(0,5 - \delta) \check{y}^{-1}] - (X_2 = \check{\Psi} \check{y} \eta_R)$$

Wobec tego, pomijając nieznaczny wpływ wielkości $\sqrt{1 + V_{\eta_R}^2}$ można napisać :

$$\check{X} = \frac{0,5 + \check{X}_1 \sqrt{1 + V_{X_1}^2} - \check{X}_2 \sqrt{1 + V_{X_2}^2}}{\sqrt{1 + V_X^2}}$$

gdzie :

$$X_1 = \left(1 - \frac{\check{\eta}_R^{-1}}{\sqrt{1 + V_{\eta_R}^2}}\right) \overline{(0,5 - \delta)} \check{y}^{-1} \approx (1 - \check{\eta}_R^{-1}) \overline{(0,5 - \delta)} \check{y}^{-1}$$

$$\check{X}_2 = \check{\Psi} \check{y} \check{\eta}_R$$

Także i dla tego wyrażenia sądzimy, że przy małych wartościach V_{X_1}, V_{X_2}, V_X , nie popełni się godnego uwagi błędu jeśli przyjmie się uproszczoną formułę na $|e_k/h|$ z pominięciem wyrazów związanych ze wskaźnikami zmienności.

Nomogram 1.

Tabl. 6-IV

Opierając się na powyższych uproszczeniach skonstruowano nomogram ułatwiający obliczenie mediany współcz. wyb. \check{y} . Nomogram zamieszcz. na końcu nin. rozdz. oraz w "Załącznikach".

6.3.4. Spodziewana wartość obciążenia $\overline{\Sigma P_i}$.

Z zupełnie wystarczającą dla praktyki dokładnością można posłużyć się średnimi wartościami $\overline{P_i}$ /w przepisach występują jako wartości nominalne, normatywne/, a wypadkową obliczyć wg wzoru :

$$/6.35/ \quad \boxed{\overline{\Sigma P_i} \approx \overline{\Sigma P_i} = \Sigma \overline{P_i}}$$

Można wprowadzić mało istotną poprawkę zamieniając rozkład normalny na log-norm. wzorami /6.26/ i /6.27/.

6.3.5. Spodziewana wartość współczynnika korekcyjnego $\tilde{\sigma}$.

W rozdz.4 zasygnalizowano, że wypadkowy błąd $\tilde{\sigma}$ składa się z 3 błędów częściowych: C_1 , C_w , C_t . Statystyczna interpretacja błędów częściowych jest następująca:

/6.36/	$\{\tilde{C}_1 \neq 1, \nu_{c1}\}$	jako mnożnik do N_k
	$\{\tilde{C}_w = 1, \nu_{cw}\}$	jako mnożnik do N_k
	$\{\tilde{C}_t = 1, \nu_{ct}\}$	jako mnożnik do N_k

- $\tilde{C}_1 \neq 1$ - oznacza, że w ogólności projektanci popełniają pewien błąd systematyczny w zrutyinizowanej pracy Biur Projektowych i ~~zwykle~~ $C_1 > 1$, gdyż pomija się na ogół różne wpkywy dodatnie, zaniżając obliczeniową wartość nośności.
- $\tilde{C}_w \neq 1$ - oznacza ^{to by} systematyczny błąd teorii obliczenia ustroju na stateczność. ^{ponieważ} przy obliczaniu mediany L_{wk} zostaje on uwzględniony - wobec tego na medianę $\tilde{\sigma}$ nie ma wpływu. Wpływa jedynie część losowa C_w . Jeśli spełniony zostanie w sposób ścisły któryś z 5 przypadków Eulera to $C_w = 1$.
- $\tilde{C}_t = 1$ - oznacza, że systematyczne błędy teorii wyboczenia słupa zostały usunięte, pozostała do uwzględnienia jedynie część losowa.

Wobec tego jest :

$$/6.36/ \quad \dots \quad \boxed{\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}_1}$$

6.4. Linearyzacja warunku wytrzymałościowego.

Po szeregu przekształceniach układ formuł na krytyczną nośność słupa brzmi :

$$/6.37/ \dots N_k = b h R_b \eta_R \psi$$

$$/6.38/ \dots \left[\begin{array}{cccccc} \psi^{1-x_0} (1-\psi)^{x_0} e_k^{x_T-x_0} (e_k - e_{0z})^{-x_T} h^{x_0-2} \\ L_{wk}^2 R_b^{-x_R} \eta_R^{-x_R} \eta_J^{x_0-1} k_t^{-1} 100^{x_R} - 1 = 0 \end{array} \right.$$

$$/6.39/ \dots \eta_R - 1 - \Sigma F_a (bh)^{-1} Q_{raz} R_b^{-1} = 0$$

$$/6.40/ \dots \eta_J - 1 - [12(0,5-\delta)^2 - 1] \Sigma F_a (\bar{n}-1) [bh + \Sigma F_a (\bar{n}-1)]^{-1} = 0$$

$$/6.41/ \dots e_k - h [0,5 + (1-\eta_R^{-1})(0,5-\delta)\psi^{-1} - \check{\psi} \psi \eta_R] = 0$$

Szukamy błędu funkcji N_k w zależności od błędów losowych parametrów $b, h, 0,5 - \delta, \Sigma F_a, R_b, Q_{raz}, e_{0z}, k_t, L_{wk}$.

Wyrażenia reprezentujące błędy $b, h, 0,5 - \delta, \Sigma F_a, R_b, Q_{raz}$ oraz błędy mimośrodowo e_{0z} grupują błędy wykonawstwa, zaś błędy k_t i L_{wk} odnoszą się do błędu obliczeniowego.

Wszystkie wielkości losowe zostały znormalizowane. Obliczamy zatem logarytmiczną różniczkę zupełną wyrażenia /6.37/ eliminując przy użyciu wyrażen /6.38/ - /6.41/ różniczki zupełne logarytmiczne wielkości $\psi, e_k, \eta_R, \eta_J$

Ponieważ :

$$/6.42/ \dots d(\ln x) = \frac{dx}{x}$$

Wobec tego wyznaczamy różniczki zupełne zwykłe wyrażień /6.37/ do /6.41/, a następnie dzielimy i mnożymy każdą różniczkę przez wielkość różniczkowaną /podobnie jak w met. R.Léviiego por. [27][91]/.

Otrzymano :

$$/6.37/' \quad \frac{dN_k}{N_k} = \frac{db}{b} + \frac{dh}{h} + \frac{dR_b}{R_b} + \frac{d\eta_R}{\eta_R} + \frac{dy}{y}$$

$$/6.38/' \quad \left(1 - x_a - \frac{x_a \bar{y}}{1 - \bar{y}}\right) \frac{dy}{y} + (x_r - x_a) \frac{de_k}{e_k} -$$

$$- x_r \frac{d(e_k - e_{oz})}{e_k - e_{oz}} + (x_a - 1) \frac{dh}{h} + 2 \frac{dL_{wk}}{L_{wk}} -$$

$$- x_r \frac{dR_b}{R_b} - x_r \frac{d\eta_R}{\eta_R} + (x_a - 1) \frac{d\eta_D}{\eta_D} - \frac{dk_t}{k_t} = 0$$

$$/6.41/' \quad \frac{de_k}{e_k} - \frac{dh}{h} + \frac{(1 - \bar{\eta}_R^{-1})(0,5 - \delta) \bar{y}^{-1} + \bar{y} \bar{y} \bar{\eta}_R}{\bar{e}_k / \bar{h}} \left(\frac{dy}{y} + \frac{d\eta_R}{\eta_R} \right) -$$

$$- \frac{(1 - \bar{\eta}_R^{-1})(0,5 - \delta) \bar{y}^{-1}}{\bar{e}_k / \bar{h}} \left[(1 - \bar{\eta}_R^{-1})^{-1} \frac{d\eta_R}{\eta_R} + \frac{d(0,5 - \delta)}{0,5 - \delta} \right] = 0$$

$$\frac{d(e_k - e_{oz})}{e_k - e_{oz}} - \frac{\bar{e}_k}{\bar{e}_k - \bar{e}_{oz}} \frac{de_k}{e_k} + \frac{\bar{e}_{oz}}{\bar{e}_k - \bar{e}_{oz}} \frac{de_{oz}}{e_{oz}} = 0$$

$$/6.39/' \quad \frac{d\eta_R}{\eta_R} - (1 - \bar{\eta}_R^{-1}) \left[\frac{d\Sigma F_a}{\Sigma F_a} + \frac{dQ_{raz}}{Q_{raz}} - \frac{db}{b} - \frac{dh}{h} - \frac{dR_b}{R_b} \right] = 0$$

$$16.40/ \quad \frac{d\eta_3}{\eta_3} - (1 - \tilde{\eta}_3^{-1}) \left\{ \left[1 + 2\tilde{\mu}(\tilde{\eta} - 1) \right]^{-1} \left[\frac{d\Sigma F_a}{F_a} - \frac{db}{b} - \frac{dh}{h} \right] + \right. \\ \left. + \frac{24(0,5-\delta)^2}{12(0,5-\delta)^2 - 1} \cdot \frac{d(0,5-\delta)}{0,5-\delta} \right\} = 0$$

Po wyeliminowaniu wielkości de_k/e_k , $d\eta_R/\eta_R$, $d\eta_3/\eta_3$, dy/y i po uporządkowaniu otrzymamy:

$$16.43/ \quad \frac{dN_k}{N_k} = A_b \frac{db}{b} + A_h \frac{dh}{h} + A_{Fa} \frac{d\Sigma F_a}{\Sigma F_a} + A_\delta \frac{d(0,5-\delta)}{0,5-\delta} + A_{Rb} \frac{dR_b}{R_b} \\ + A_{Q_{ra}} \frac{dQ_{ra}}{Q_{ra}} + A_{eoz} \frac{de_{oz}}{e_{oz}} + A_{Lw} \frac{dL_{wk}}{L_{wk}} + A_{kt} \frac{dk_t}{k_t}$$

gdzie: $A_b = (W - W_1 - W_2) W^{-1}$

$$A_h = (W + 2 + W_3 - W_1 - W_2) W^{-1}$$

$$A_{Fa} = (W_1 + W_2) W^{-1}$$

$$A_\delta = [(X_a + W_3) X_1/X + (1 - X_a)(1 - \tilde{\eta}_J^{-1}) W_4] W^{-1}$$

$$A_{Rb} = (W - W_1 + X_R) W^{-1}$$

$$A_{Q_{ra}} = W_1 \cdot W^{-1}$$

$$A_{eoz} = -W_3 \cdot W^{-1}$$

$$A_{Lw} = -2 W^{-1}$$

$$A_{kt} = W^{-1}$$

$$W = 1 - X_a/(1-\tilde{y}) + (X_a + W_3)(X_1 + X_2)/X$$

$$W_1 = (1 - \tilde{\eta}_R^{-1})(1 - X_a/(1-\tilde{y}) + X_R) + (X_a + W_3) X_1/X$$

$$W_2 = (1 - X_a)(1 - \tilde{\eta}_J^{-1}) \tilde{\eta}_E^{-1}$$

$$W_3 = X_T \tilde{\eta}_T / (1 - \tilde{\eta}_T)$$

$$W_4 = 24(0,5-\delta)^2 / [12(0,5-\delta)^2 - 1]$$

$$X_1 = (1 - \tilde{\eta}_R^{-1})(0,5-\delta) \tilde{y}^{-1}$$

$$X_2 = \tilde{y} \tilde{y} \tilde{\eta}_R$$

$$X = \tilde{e}_k/\tilde{h} = 0,5 + X_1 - X_2$$

Wobec /6.4.2/ wyrażenie /6.4.3/ można napisać w postaci :

$$\begin{aligned}
 /6.43/' \dots d(\ln N_k) &= A_b \cdot d(\ln b) + A_h \cdot d(\ln h) + \\
 &A_{F_a} \cdot d(\ln \Sigma F_a) + A_{0,5-\delta} \cdot d[\ln(0,5-\delta)] + A_{R_b} \cdot \\
 &d(\ln R_b) + A_{Q_{raz}} \cdot d(\ln Q_{raz}) + A_{e_{oz}} \cdot d(\ln e_{oz}) + \\
 &A_{L_wk} \cdot d(\ln L_{wk}) + A_{k_t} \cdot d(\ln k_t)
 \end{aligned}$$

Ponieważ logarytmy poszczególnych zmiennych mają rozkłady normalne, o wskaźn.zm. ν , wobec tego można zastosować prawo geometrycznego sumowania wskaźników.

Zastosowana linearyzacja polega na zastąpieniu hyperpowierzchni $N/b, h, \Sigma F_a, \dots$ / hyperparaboloidą n - wymiarową, styczną w punkcie oczekiwanym :

$$\begin{aligned}
 /6.44/' \dots N_k &= k_0 \cdot b^{A_b} \cdot h^{A_h} \cdot (\Sigma F_a)^{A_{F_a}} \cdot (0,5-\delta)^{A_{0,5-\delta}} \cdot \\
 &R_b^{A_{R_b}} \cdot Q_{raz}^{A_{Q_{raz}}} \cdot e_{oz}^{A_{e_{oz}}} \cdot L_{wk}^{A_{L_wk}} \cdot k_t^{A_{k_t}}
 \end{aligned}$$

Powyższe wyrażenie otrzymujemy z /6.43/' po obustronnym scałkowaniu i exponensowaniu.

Rys.6.4. Na rys.6.4 przedstawiono geometryczną interpretację przyjętej linearyzacji na przykładzie 2 zmiennych. W układzie zlogarytmowanym parabola styczna ulega transformacji na prostą styczną.

Dla różnych wartości $\bar{\gamma}$, $\bar{\eta}_R$, $\bar{\eta}_T$, oraz dla najczęściej spotykanej wartości $\bar{\delta} = 0,10$ obliczono wartości współczynników $A \dots$ i zestawiono w tabl.6- V
 tabl.6- V /zob."Załączniki" II./, Wprowadzono przy tym pewne uproszczenie /z korzyścią dla bezpieczeństwa/ polegające na tym, że W_2 w A_b i A_h ustalono na najniższym poziomie, zaś w A_{Fa} na najwyższym. Uniezależniono się w ten sposób od $\bar{\eta}_E$.
 Uproszczenie to nie ma specjalnego znaczenia dla dokładności obliczeń.

6.5. Losowe błędy parametrów bezpieczeństwa.

W oparciu o zlinearyzowany wzór na nośność krytyczną N_k można łatwo obliczyć wskaźniki zmienności trzech parametrów bezpieczeństwa: ν_P /obciążenie ΣP /, ν_C /współczynnika korekcyjnego C /, ν_{Nk} /nośności krytycznej N_k /.

$$/6.45/ \dots \nu_P^2 = \sum_i (\nu_{P_i} P_i / \Sigma P)^2 \approx \nu_P^2$$

$$/6.46/ \dots \nu_C^2 = \nu_{C1}^2 + (A_{LW} \nu_{LW})^2 + (A_{Kt} \nu_{Kt})^2$$

$$/6.47/ \dots \nu_{Nk}^2 = (A_b \nu_b)^2 + (A_h \nu_h)^2 + (A_{Fa} \nu_{Fa})^2 + \\ + (A_{\sigma s \cdot \delta} \nu_{\sigma s \cdot \delta})^2 + (A_{Rb} \nu_{Rb})^2 + (A_{\sigma ra} \nu_{\sigma ra})^2 + \\ + (A_{eoz} \cdot \nu_{eoz})^2$$

We wzorze /6.47/ wskaźniki zmienności można ułożyć w 2 grupy: pierwsza grupa - dotycząca bezpośredniego wykonawcy słupa, zaś druga - dotycząca dostawcę armatury:

$$16.47/ \dots \left\{ \begin{aligned} \nu_{NK1}^2 &= (A_b \cdot \nu_b)^2 + (A_h \cdot \nu_h)^2 + (A_{0,5-\delta} \cdot \nu_{0,5-\delta})^2 + \\ &\quad + (A_{Rb} \cdot \nu_{Rb})^2 + (A_{eoz} \cdot \nu_{eoz})^2 \\ \nu_{NK2}^2 &= (A_{Fa} \cdot \nu_{Fa})^2 + (A_{Gra} \cdot \nu_{Gra})^2 \end{aligned} \right.$$

6.6. Synteza

Ogólny schemat obliczania skupów żelbetowych obciążonych osiowo w sposób techniczny przebiega wg naszych propozycji w sposób następujący :

Dane

- bezwymiarowe parametry skupa $\tilde{\lambda}_s, \tilde{z}_k, \tilde{\delta}$
- charakterystyki materiałów $\tilde{R}_b, \tilde{\beta}_r, \tilde{n}$
- stosunek obciążenia ruchomego do stałego \bar{P}/\bar{G} ,
względnie ogólna proporcja poszczególnych rodzajów obciążeń $P_1 : P_2 : \dots : P_n : G_1 : G_2 : \dots : G_m$
- mimosrody $\bar{e}_0, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ reprezentujące niedokładności wykonania skupa i przyłożenia siły ΣP
- systematyczny błąd obliczeń \tilde{c}
- wskaźniki zmienności poszczególnych zmiennych losowych $\nu_b, \nu_h, \nu_{0,5-\delta}, \nu_{Rb}, \nu_{eoz}, \nu_{Fa}, \nu_{Gra}, \nu_{Pi}, \nu_{o1}, \nu_{lw}, \nu_{kt}$

Tok obliczenia

- Przy użyciu tablic 3-VIII, 3-VII, 6-III oblicza się parametry rozkładu log-norm. zastępczego mimosrodu $\{ \tilde{e}_{oz}, \nu_{eoz} \}$
- Przy pomocy nomogramu 1 i zamieszczonych tam wzorów wyznacza się medianę współczynnika wybożenia \tilde{y} oraz medianę mimosrodowości statystycznej $\tilde{\eta}_T = \tilde{e}_{oz} / \bar{e}_k$.
- Przy pomocy tablicy 6-V otrzymujemy współczynnik A.... zlinearyzowanego wzoru wytrzymałościowego.

- Przy pomocy wzorów zamieszczonych na końcu tablicy 6-V oblicza się logarytmiczne zmienności: nośności krytycznej ν_{Nk} , błędów obliczeń ν_c , obciążenia ν_p .
- Według tablicy 6-I klasyfikuje się szupa do jednej z klas bezpieczeństwa /wzgl. określa wskaźnik bezpieczeństwa na podstawie innych przesłanek/.
- Według tablicy 6-II oblicza się częściowe współczynniki bezpieczeństwa s_p , s_c , s_{Nk} oraz globalny współczynnik bezpieczeństwa :

$$s = s_p \cdot s_c \cdot s_{Nk}$$

- Ostatecznie dobiera się wymiary szupa \check{b} , \check{h} , tak aby spełniona była nierówność :

$$s_p \cdot \overline{\Sigma P} \ll \left(\frac{\check{c}}{s_c} \right) \cdot \left(\frac{\check{N}_k}{s_{Nk}} \right)$$

względnie prościej :

$$\overline{\Sigma P} \ll \check{c} \check{N}_k / s$$

gdzie :

$$\check{N}_k = \check{b} \cdot \check{h} \cdot \check{R} \cdot \check{y}$$

UWAGA: Przy dobieraniu wymiarów może się okazać, że obliczone \check{h} może odbiegać znacznie od tej wartości, którą przyjęto wstępnie do określenia wynieskości $\check{\lambda}_s$.

Wobec tego rachunek należy powtórzyć od początku przy poprawionej wartości $\check{\lambda}_s$.

Metodę wyznaczania zilustrowano na przykładach zamieszczonych w "Zakładkach".

* * *

Tablica 3-VII

Współczynniki B_n do wyznaczenia zastępczego mimosrodu przyłożenia siły P

$$\overline{\Sigma B_n e_n}$$

Oznaczn.	Rodzaj wpływu	B_n
e_0	początkowy mimosród przyłożenia siły P_k	1,00
e_1	wstępne wygięcie stupa	0,85
e_2	odchylenie stupa od pionu pod kątem α rad.	0,75
e_3	niejednorodność materiałów	1,00

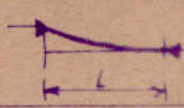




Tablica 6-III

równowaznych rozkładów $N(\overline{\Sigma B_n e_n}, \sigma_\Sigma)$ i $\{e_{0z}, \nu_{e0z}\}$

$\overline{\Sigma B_n e_n} / \sigma_\Sigma$	0	0,5	1	2	3	5	> 5
ν_Σ	∞	2	1	0,5	0,3	0,2	< 0,2
$\check{e}_{0z} / \sigma_\Sigma$	0,638	0,718	0,957	1,820	2,86	4,9	$\overline{\Sigma B_n e_n} / \sigma_\Sigma$
ν_{e0z}	0,703	0,660	0,619	0,453	0,323	0,2	ν_Σ

Tablica 3-VIII

5 schematów Eulera - współczynniki do obliczenia długości konw. L_{wk} oraz kolumny przyporządkowanych wpływów e_n

Schemat Eulera	L_{wk}	Wpływy			
I 	2L	e_0	e_1	e_2	e_3
II 	L	e_0	e_1	-	e_3
III 	L	-	e_1	e_2	e_3
IV 	0,5L	-	e_1	-	e_3
V 	$\approx 0,7L$	e_0	e_1	-	e_3

Nomogram do obliczenia mediany współczynnika wyboczenia $\tilde{\psi}$

$$[\tilde{\psi}(1-\tilde{\psi})^{0,546} (\tilde{e}_c/h)^{-0,546}] = [10^{4,6807} \tilde{\lambda}_s^{-3,0913}] [\tilde{\eta}_z (\tilde{R}/100)^{-0,4161}] [1-\tilde{\eta}_r]^{2,0912-0,4168 \tilde{\eta}_r} \tilde{e}_c/h = 0,5 + \frac{(\tilde{\eta}_z - 1)(0,5 - \delta)}{\tilde{\eta}_z \tilde{\psi}} - 0,57 \tilde{\psi} \tilde{\eta}_z$$

$$2\tilde{e} = \frac{2\tilde{F}_a}{Gh} \quad \beta_{rz} = \frac{\tilde{a}_{rw} - \tilde{R}_v}{\tilde{R}_v}$$

$$\tilde{\eta}_z = 1 + 2\tilde{e} \beta_{rz} \quad \tilde{R} = \tilde{R}_v \cdot \tilde{\eta}_z$$

$$\tilde{e}_{w0} \approx 19250 \sqrt{R_{\phi 20}} \quad \tilde{n}_z = \frac{\tilde{E}_{w0} - \tilde{E}_w}{\tilde{E}_w}$$

$$\tilde{\eta}_z = 1 + 0,92 \frac{2\tilde{e} \tilde{n}_z}{1 + 2\tilde{e} \tilde{n}_z}$$

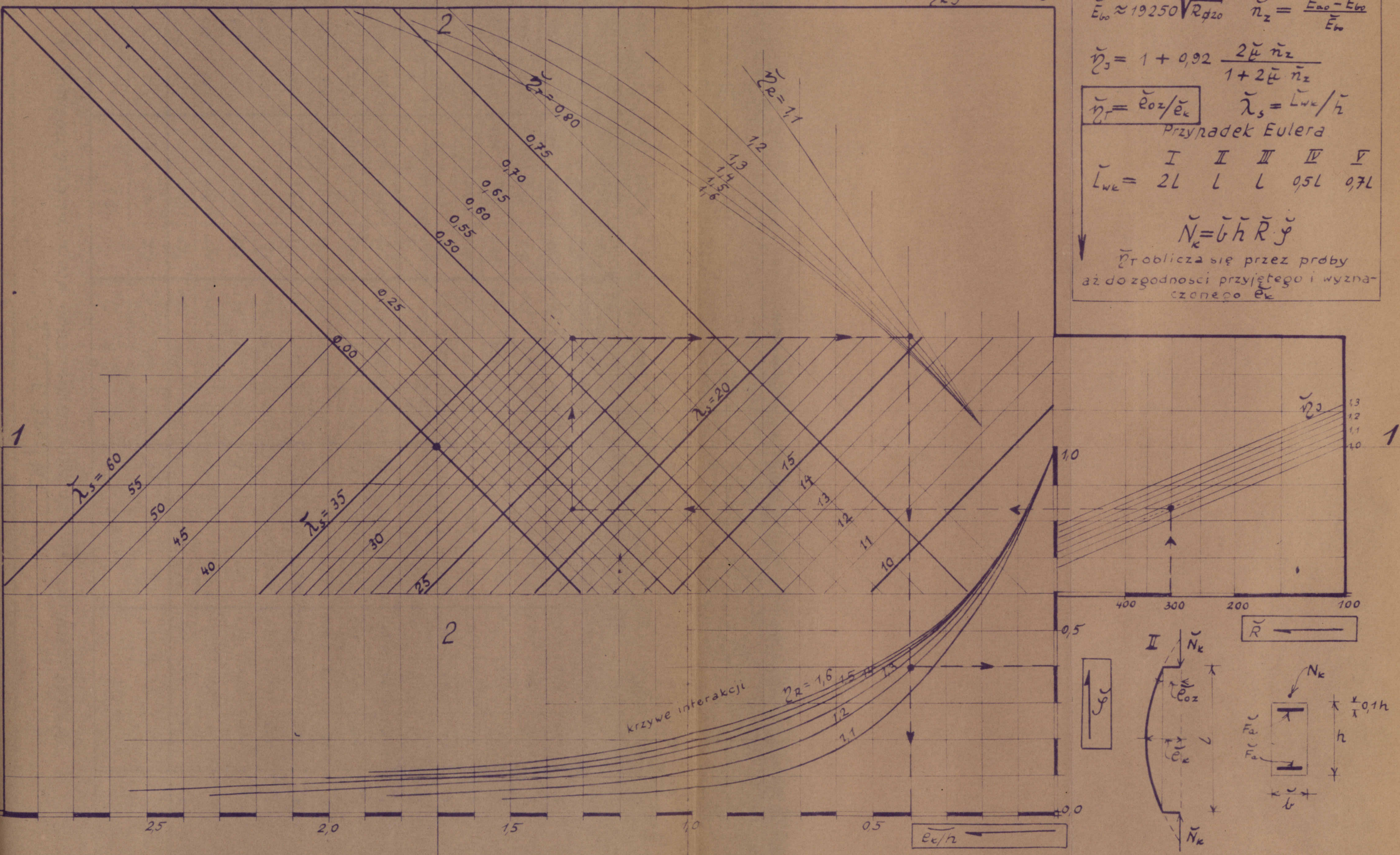
$\tilde{\eta}_r = \tilde{e}_{oz} / \tilde{e}_c$ $\tilde{\lambda}_s = \tilde{L}_{wk} / \tilde{h}$

Przyrządek Eulera

	I	II	III	IV	V
$\tilde{L}_{wk} =$	2L	L	L	0,5L	0,7L

$\tilde{N}_k = G h \tilde{R} \tilde{\psi}$

$\tilde{\eta}_r$ oblicza się przez próby aż do zgodności przyjętego i wyznaczonego \tilde{e}_c



Współczynniki A... do zlinearyzowanego wzoru na kryt. nośność N_k
Tablica 6-V

$\beta =$	0,1			0,2			0,3			0,4			0,5		
	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6
β_T	.638	.542	.468	.883	.782	.514	.715	.614	.549	.705	.648	.637	.770	.688	.702
A_k	3.005	2.802	2.693	3.200	2.945	2.825	3.261	3.000	2.848	3.535	2.950	2.800	3.088	2.750	2.578
A_{Rk}	.360	.294	.254	.389	.323	.278	.412	.353	.315	.473	.396	.415	.498	.463	.509
A_{Fa}	.392	.481	.537	.349	.442	.503	.317	.409	.468	.331	.375	.380	.259	.333	.315
A_{Qa}	.327	.402	.448	.233	.359	.412	.241	.325	.377	.245	.294	.293	.190	.261	.239
A_{Lw}	2.370	2.262	2.213	2.515	2.364	2.310	2.546	2.386	2.296	2.834	2.296	2.164	2.316	2.060	1.876
A_{Qs-s}	.491	.688	.807	.464	.674	.707	.442	.668	.792	.495	.650	.722	.412	.614	.653
A_{kt}	1.185	1.132	1.107	1.258	1.182	1.155	1.273	1.193	1.148	1.417	1.148	1.082	1.158	1.030	.938
A_{eoz}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A_G	.526	.434	.381	.598	.493	.435	.655	.502	.494	.705	.608	.558	.748	.668	.627
A_h	2.770	2.479	2.355	2.820	2.590	2.460	2.860	2.565	2.405	2.700	2.400	2.222	2.420	2.168	1.928
A_{Rk}	.306	.243	.208	.367	.295	.257	.433	.363	.327	.505	.440	.408	.582	.532	.512
A_{Fa}	.498	.584	.628	.427	.524	.578	.369	.465	.518	.317	.407	.453	.268	.346	.381
A_{Qa}	.442	.522	.562	.367	.462	.508	.312	.404	.453	.267	.353	.395	.225	.301	.336
A_{Lw}	1.882	1.754	1.696	1.970	1.810	1.740	1.826	1.730	1.640	1.714	1.544	1.432	1.436	1.254	1.120
A_{Qs-s}	.575	.745	.835	.517	.702	.807	.465	.653	.752	.412	.592	.629	.366	.517	.583
A_{Rk}	.947	.877	.848	.985	.905	.870	.948	.865	.820	.857	.772	.716	.718	.627	.560
A_{eoz}	.308	.288	.278	.323	.296	.285	.310	.283	.268	.281	.252	.235	.235	.205	.183

0,0

0,2

d.c. tabl. 6-V.

$\bar{y} =$	0,7			0,2			0,3			0,4			0,5		
	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6
$\bar{y}_R =$	419	338	294	518	418	369	598	502	457	675	581	505	738	655	618
A_L	2427	2168	2054	2590	2280	2134	2508	2210	2050	2462	2015	1852	2005	1748	1585
A_{RL}	253	196	167	347	275	241	440	369	335	540	480	440	633	572	547
A_{Fa}	597	675	716	499	543	641	413	512	558	340	429	472	273	252	387
A_{q_2}	555	630	667	456	547	591	372	468	513	305	394	434	246	325	360
A_{Lw}	1420	1296	1246	1470	1316	1250	1354	1210	1132	1156	1018	932	898	774	686
A_{05-d}	657	793	867	568	723	805	482	643	720	472	552	619	334	457	572
A_{KE}	710	648	623	735	658	625	677	605	566	407	509	466	449	387	343
A_{eoz}	598	547	525	620	555	527	569	510	478	487	428	393	379	326	289
A_G	319	246	210	443	350	307	559	459	415	655	562	519	730	648	612
A_h	2130	1900	1788	2318	2005	1866	2230	1926	1775	2002	1740	1590	1732	1508	1368
A_{RL}	206	151	126	327	255	223	457	345	342	572	494	462	668	599	572
A_{Fa}	693	763	788	569	660	701	452	524	592	353	446	486	277	357	392
A_{q_2}	665	733	755	539	629	667	426	522	563	332	424	463	261	341	376
A_{Lw}	266	864	823	288	866	814	874	766	710	702	616	560	524	448	394
A_{05-d}	733	842	888	615	745	807	496	632	692	294	520	574	313	418	463
A_{KE}	483	432	412	494	433	407	437	383	355	351	308	280	262	224	197
A_{eoz}	885	792	753	905	792	744	800	700	648	642	563	511	479	408	361

0,4

0,6

d.c. tabl. 6-V

\tilde{y}	0,1			0,2			0,3			0,4			0,5		
	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6
\tilde{y}_T															
\tilde{y}_R															
A_G	.207	.756	.730	.268	.299	.250	.578	.422	.382	.637	.543	.721	.723	.640	.607
A_h	1.888	1.628	1.465	2.065	1.718	1.598	1.960	.166	1.528	1.745	1.502	1.960	1.515	1.310	1.195
A_{RL}	.148	.108	.090	.309	.253	.209	.468	.381	.348	.598	.572	.683	.696	.618	.588
A_{Fa}	.799	.848	.832	.642	.705	.752	.487	.572	.621	.367	.460	.712	.279	.360	.396
$A_{G_{10}}$.785	.833	.817	.627	.690	.737	.473	.569	.607	.357	.451	.697	.272	.344	.389
A_{LW}	.500	.438	.398	.576	.422	.402	.430	.370	.340	.530	.286	.368	.236	.200	.176
A_{δ}	.820	.890	.882	.664	.746	.803	.508	.623	.668	.386	.494	.570	.296	.388	.417
A_{Lk}	.250	.219	.199	.253	.211	.201	.215	.185	.170	.165	.143	.184	.118	.100	.088
A_{eoz}	1.178	1.028	.832	1.187	.995	.943	1.012	.872	.800	.777	.672	.867	.557	.468	.412

0,8

Logarytm. zmienność nośności krytycznej

$$V_{Nk} = \sqrt{(A_G \cdot V_G)^2 + (A_h \cdot V_h)^2 + (A_{RL} \cdot V_{RL})^2 + (A_{Fa} \cdot V_{Fa})^2 + (A_{G_{10}} \cdot V_{G_{10}})^2 + (A_{LW} \cdot V_{LW})^2 + (A_{\delta} \cdot V_{\delta})^2 + (A_{Lk} \cdot V_{Lk})^2 + (A_{eoz} \cdot V_{eoz})^2}$$

Logarytm. zmienność błędu obliczeń

$$V_c = \sqrt{V_{ct}^2 + (A_{LW} \cdot V_{LW})^2 + (A_{Lk} \cdot V_{Lk})^2}$$

Wskaźnik zmienności obciążenia

$$V_P = \sqrt{\sum_L (V_{P_L} R / \Sigma P)^2} \approx V_P$$

Tabl. 6-I Klasy bezpieczeństwa

Wskaźnik kosztów katastrofy	k	1	10	100	1000	10000	
Wskaźnik klasy bezpieczeństwa	α	0	1	2	3	4	
Nr klasy wg projektu normy ISO		V	IV	III	II	I	
Wskaźnik niebezpiecz. wg ISO od - do	ω	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶
Nieobowiązujące zaklasyfikowanie obiektów		drugorzędne elementy budowli należących do innych klas bezp.	magazyny, schrony, rusztowania, konstr. wsporcze linii energ.	domy mieszkalne, bud. przemysłowe z wyjątk. tych, które wymagają specjalnego zabezpiec.	mosty kolejowe i drogowe, dworce, teatry, audytoria, itd.	Zapory wodne oraz obiekty, których awaria mogłaby spowodować niezwyczajnie poważne szkody.	

Tabl. 6-II

Optymalne wartości częściowych współczynników bezpiecz. S...
dla rozkładów log-norm i optymalne wartości wskaźników ω...

Klasa bezp.		$\nu_{...} = 0,05$	$\nu_{...} = 0,10$	$\nu_{...} = 0,15$	$\nu_{...} = 0,20$
α	Nr				
4	I	1,26 1,0 · 10 ⁻⁶	1,58 2,1 · 10 ⁻⁶	1,95 3,2 · 10 ⁻⁶	2,43 4,3 · 10 ⁻⁶
3	II	1,23 1,1 · 10 ⁻⁵	1,49 2,3 · 10 ⁻⁵	1,82 3,6 · 10 ⁻⁵	2,16 4,8 · 10 ⁻⁵
2	III	1,20 1,3 · 10 ⁻⁴	1,40 2,7 · 10 ⁻⁴	1,65 4,2 · 10 ⁻⁴	1,91 5,7 · 10 ⁻⁴
1	IV	1,15 1,5 · 10 ⁻³	1,31 3,3 · 10 ⁻³	1,46 5,2 · 10 ⁻³	1,62 7,3 · 10 ⁻³
0	V	1,10 2,1 · 10 ⁻²	1,17 4,8 · 10 ⁻²	1,22 9,0 · 10 ⁻²	1,25 13,0 · 10 ⁻²

Wykaz literatury.

1. Aas -Jacobsen A. - Bemessungsverfahren im Beton-und Stahlbetonbau, B.u St. 1/1955
2. Institute
ACI Com-318 - Building Code Requirements for Reinforced Concrete /ACI Com-318-56/, J. of the ACI, Proc.v.52, No 9 May 1956.
3. - " - - Proposed Revision of Building Code Requirements for Reinforced Concrete, /ACI Com 318-56/, J.of the ACI, Feb. 1962, Sept.1962, Nov.1962, Dec.1962.
4. Aleksandrowskij C.B.- Wzlijaniu masztabnogo faktora na wzraznostnyje dieformacii bletona, NII BiŻ-wyp.23, Gosstrojizdat Moskwa 1961.
5. Bałdin W.A.
Goldienbkat J.J.
i inni
/red.W.M.Kiełdysz/ - Rasczet stroitielnych konstrukcji po priedielnym sostojanijam, Gosstrojizdat, Moskwa-Leningrad 1951 /tkum. polskie, B.i A.,Warszawa 1955/.
6. Baumann O. - Die Knickung der Eisenbetonsäulen, EMPA Bericht Nr 89/1934, Zürich.
7. Benkert K.H. - Kilka uwag na temat stateczności konstrukcji żelbetowych, J i B.Nr 2/1965.
8. Blaut H. - Zur statistischen Güteprüfung von Beton, Die Bautechnik Nr 2/1961.
9. Bokotin W.W. - Statisticeskije metody w stroitielnoj miechanike, Gosstrojizdat, Moskwa 1961.
10. Borcz A. - Obliczanie ugięć statycznie wyznaczalnych płyt żelbetowych, I i B.Nr 6/1960.
11. - " - - Obliczanie walcowo zginanych płyt żelbetowych metodą sprężystych zawiasów, I.i B. Nr 2/1961.
12. Broms B.
Viest I.M. - Ultimate Strength Analysis of Long Hinged Reinforced Concrete Columns, J.of the Struct.Div.,v.84 N. St 1/1958.
13. - " - - Design of Long Reinforced Concrete Columns, Proc ASCE v.84, N.ST 4 July 1958.

14. Broszko M. - O niesprężystym wyboczeniu prętów przyrzmatycznych, Arch.Mech.Stos. T VII Zesz.1, Warszawa 1955.
15. Bukowski B. - Konstrukcje żelbetowe, Warszawa 1953
16. - " - - Problemy teorii żelbetu, J.i B. Nr 2/1956.
17. - " - - Przegląd podstaw doświadczalnych teorii żelbetu, Arch.Inż.Ląd., T VII. Zesz.3, Warszawa 1961.
18. Bułgakow B.C. - O wlijanii massztaba na niesuszczuju sposobnost i dieformacii żeliezobietonnych, wniecentremu szatich elementow priamougolnogo seczenija. NIIBiZ, Gosstrojizdat Moskwa 1961.
19. Comité Européen du Béton CEB - Projekt przepisów żelbetowych. Zalecenia praktyczne dla konstruktorów, Wyd.TNEB w Polsce/tłum.z franc./, Warszawa 1961
20. Cementbulletin - Über Unregelmässigkeiten der Betondruckfestigkeit, Cementbulletin Nr 22 Okt.1957.
21. - " - - Über die Beeinflussung der Betonfestigkeit, Cementbulletin Nr 15/1961.
22. Chambaud M.R. - Théorie élasto-plastique de la flexion dans les pontres en béton armé, Paris, Béton armé Nr 10/1950.
23. Chang W.F. Fergusson P.M. - Long Hinged Reinforced Concrete Columns, J.of the ACI Nr 1/1963 Proc. v.60 oraz Disc.Nr 9/1963 Proc.v.60.
24. Gordon W. - Proposed Recommended Practice for Evaluation of Compression, Test Result of Field Concrete, J.of the A.C, Dec.1956.
25. Dischinger E. - Massivbau. Taschenbuch für Bauingenieure, II Aufl., Berlin 1949.
26. Dlin A.M. - Matematicheskaja statistika w tiechnike, Sovietskaja nauka, Moskwa 1958.
27. Einer Cz. - Podstawy teorii bezpieczeństwa konstrukcji, Rozpr.Inż.Zesz.1/1963.
28. Empesger F. - Dritter Bericht des Unterausschusses für Säulen, Mitteilg. d. Vers. Öst. Eisenbeton-Ausschuss, H.12, Wien 1931.
29. Fisz M. - Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna, wyd II, PWN, Warszawa 1958.

30. Freudenthal A.M. - Safety and the Probability of Structural Failure, Transactions ASCE v.121/1956.
31. Gaede K. - Knicken von Stahlbetonsäulen unter Kurz- und Langzeitbelastung, Deutscher Ausschuss f. Stahlbetonbau, H.129/1958.
32. Gehler W.
Hütter A. - Knickversuche mit Stahlbetonsäulen, Deutscher Ausschuss f. Stahlbetonbau, H.113/1954.
33. Gemmerling A.W. - Woprosy procznosti i ustoicziwosti stroitielnych konstrukcji, GNIICK, Gosstrojizdat Moskwa 1961.
34. Gornow W.H. - Procznost i ustoicziwost bietonnych konstrukcji, Inst. po Stroitelstwu i architektуре, Gossisdat Moskwa 1957.
35. GOS Komitet
Sowieta Ministrow
SSSR po Diekam
Stroitelstwa. - SNiP II-w-1-62, Bietonnyje i żeliezobietonnyje konstrukcji. Normy projektirowanija, Moskwa 1962.
36. Gwozdiew A.A. - Rasczet niesuszczej sposobnosti konstrukcji po metodu predielnogo rawnowiesija, Strojizdat Moskwa 1949
37. - " - - Niekotoryje mechaniczeskije swoistwa bietona suszczestwiennno waźnyje dla stroitelnoj mechaniki żeliezobietonnych konstrukcji, NIIBi2-Wyp 4 Moskwa 1959.
38. Habel A. - Die Tragfähigkeit der mittig belasteten Stahlbetonsäulen, B.u.St.Nr 7/1953.
39. - " - - Die Tragfähigkeit der ausmittig gedrückten Stahlbetonsäulen, B.u. St. Nr 8/1953.
40. - " - - Der Einfluss verschiedener Annahmen für den unvermeidbaren Fehlerhebel auf die Knicklasten der mittig gedrückten Säulen, B.u.St.Nr 2/1958.
41. Hald A. - Statistical Theory with Engineering Applications, New York-London 1952.
42. Hansen H. - Partial coefficients based on Probability methods. Contribution to the meeting in Paris Oct.1962, CIB Working Commission W23 /Norwegian Building Research Institute/.

43. Hansen H. - Application of the Probability Theories to the Problems of Safety of Building Structures, CIB/W23, Garston 1963.
44. Hognestad E. - Inelastic Behavior in Tests of Eccentrically Loaded Short Reinforced Concrete Columns. J.of the ACI Oct.1952.
45. Hognestad E.
Hanson N.W.
Henry O. - Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design, J.of the ACI XII nr 4 v.27/1955 oraz Proc.v.52.
46. Huber M.T. - Mechanika techniczna ciał stałych. Podręcznik Inżynierii T.I., Warszawa 1948.
47. - " - - Stereomechanika techniczna /Wytrzymałość materiałów/, Warszawa 1951.
48. Indan Fr.
Platt Cz. - Zbiór zadań z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej oraz metody ich rozwiązywania, wyd.III, Łódź-Warszawa 1962 r.
49. Institution
Research
Committee
IRC - Report of the Institution Research Committee on the Ultimate Load Design of Concrete Structures, Proc. of the Inst.of Civ.Eng., London, Feb.1962.
50. International
Organization for
Standartization
ISO - Zasady oceny bezpieczeństwa konstrukcji budowlanych, ISO/TC98/SC2, Warszawa 1964.
51. Janicki S. - Tolerancje wymiarów i pasowanie w budownictwie, Arkady 1958.
52. Jüger K. - Die Bemessung schlanker Stahlbetonsäulen auf ausmittigen Druck, B.u.St. Nr 3/1955.
53. - " - - Festigkeits-nachweis im Stahlbetonbau, Wien 1948,
54. Jeżewski M.
Oderfeld J. - O rozkładach parametrów wytrzymałości. Zastos.Matem., II/1954/Nr 1.
55. Julian O.C. - Synopsis of First Progress Report of Safety, J.of the Struct.Div., Proc. ASCE v.83/1957/No St 4.
56. Kajfasz St. - Charakterystyka wytrzymałościowa betonu sprężonego w Polsce, I.i B. Nr 6/1960.

57. Klepikow S.R.
Tierleckij Z.Je. - Statistischeskoje issledowanije
mlechaniczeskich swojstw stalnych
trub primieniejernih dla magistral-
nych truboprowodów, NIISK-Wyp 14,
Gosstrojizdat USSR, Kijew 1962.
58. Konorski B. - Nomografia, Warszawa 1937
59. Kopyciński B. - Weryfikacja doświadczalna cech
mechanicznych betonu i stali,
Referaty przeglądowe opracowane na
konferencję Stałej Komisji RIEM
w Warszawie, wrzesień 1963.
60. Kopyciński B. - Udźwig belki żelbetowej /Nowa propo-
zycja/, Wyd.Min.Bud.Nr 37, Materiały
na Zjazd Naukowy PZITB 1949 r.
61. Kopyciński B. - Nowe metody obliczania belek żelbe-
towych w świetle doświadczeń, -
Wyd.Min.Bud.Nr 37, Materiały na
Zjazd Naukowy PZITB 1949 r.
62. Kopyciński B. - Współpraca strefy rozciąganej belki
żelbetowej w przenoszeniu momentu
zamiącego, - Czas.Techn.Nr 9/1964.
63. Kozłow W.
Dychowicznyj A. - Rasczet żeliezobietonnych konstruk-
cji, Gosstrojizdat USSR, Kiew 1963.
64. Kretowski G.C. - Eksperymentalnoje issledowanie
żestkosti wniecentrennosżatych
żeliezobietonnych elementow,
NIIB i Ž - Wyp 4, 1959.
65. Kryżow W. - Pierieraspiedielenie usilja w sta-
ticheski nieopriedielienych żeliezo-
bietonnych konstrukcjach.
Teoria i rasczot konstr.żeliezo-
biet., Moskwa 1958.
66. Kuczyński W. - W sprawie wartości współczynników
sprężystości betonu w normach
polskich, I.i B.Nr 3/1953.
67. Kuczyński W. - Korelacja wytrzymałości walcowych
i kostkowych betonu, I.i B.Nr 8/1952
68. Kuczyński W. - Z badań nad sztywnością belki żelbe-
towej, I.i B. Nr 12/1955.
69. Kuczyński W. - Parabola madrycka, I.i B.Nr 3/1961.
70. Kuczyński W. - Niektóre problemy wytrzymałości
żelbetu w świetle zjawisk reologicz-
nych, I.i B. Nr 8/1960.

71. Kuczyński W. - Podstawy hipotezy liniowych zmian sztywności belki żelbetowej podczas jej obciążania, Arch.Inż.Ląd. t.VII. Zesz.1/1961, Warszawa PAN.
72. Kuczyński W. - Obliczanie przemieszczeń belek żelbetowych z uwzględnieniem uplastycznienia i zarysowania betonu, I.i B. Nr 11/1962.
73. Kuczyński W. - Wskaźnik jednorodności betonu i dolna wytrzymałość graniczna. Betony Konstrukcyjne, Bud.i Arch.
74. Lenkiewicz W. - Kryteria wytrzymałości betonu, Wyd. TNEB w Polsce, Warszawa 1962.
75. Lévi F. - Work of the European Concrete Committee, J.of the ACI, March 1961.
76. Lévi R. - La sécurité dans les constructions, Travaux 1956, No 262.
77. Lewicki B. - Nośność konstrukcji betonowych w przypadku technicznego obciążenia osiowego. Studia z zakresu budownictwa, PWN, Warszawa 1960.
78. Łempicki J. - Teoria zginania belki żelbetowej, statycznie wyznaczalnej, Arch.Inż. Ląd. Nr 3/1956.
79. Hajer J. - Beitrag zu den dreiachsigen Spannungsdehnungs Beziehungen fester Stoffe, Ostt. Ing-Archiv, Band IV Nr 2/1950.
80. Noszyński W. - O rozkładach logarytm-normalnych i możliwościach ich zastosowań technicznych, Wiad.PKN Nr 4/1952.
81. Mulin N.M.
Koczełow A.J. - Statistickéské danýje o chímickéskom sostawie i procnostnych charakteristikach goriaczekatanoj armatury periodičeskogo profila iz stali marki St.5, NIIZB-wyp 23, Gosstrojizdat Moskwa 1961.
82. Muller R.A. - K woprosu opriedielenija koeficientów odnorodnosti i pieregruczki po statističeskim dannym, Sbornik Statiej ANIIPS, Gosstrojizdat, Moskwa 1952.
83. Muller R.A. - Opriedielenije kriwych raspriedielenija procnosti matieriałow i intensiwnosti nagruzok, Sbornik statiej CNIPS, Gosstrojizdat, Moskwa 1954.

84. Muraszow W.J. - Treszczynoustoicziznost, zestkost i procznost żeliezobietona, Masstrojizdat 1950.
85. Murzewski J. - Podstawy teorii odkształcenia i wytrzymałości ciała kruchego, dysert.dokt.na Polit.Krak. z 1954.
86. Murzewski J. - Probabilistyczna teoria bezpieczeństwa budowli oparta o koncepcję warunkowej pewności. VIII Konf.nauk.KN PZITB i KIL PAN, Krynica 1962.
87. Murzewski J. - Wprowadzenie do teorii bezpieczeństwa konstrukcji, Międzyuczelniany Zakład Podstawowych Problemów Architektury, Urbanistyki i Budownictwa M.Sz.W., PWN Ser.3, Zesz.1, Warszawa 1963.
88. Murzewski J. - Cechy wytrzymałościowe betonu i stali z punktu widzenia probabilistycznej teorii bezpieczeństwa konstrukcji. Praca w maszynopisie -grudzień 1963, Kraków.
89. Murzewski J. - Nowa probabilistyczna metoda oceny bezpieczeństwa konstrukcji budowlanych, Praca w maszynopisie, Kraków grudzień 1964.
90. Naleszkiewicz J.- Zagadnienia stateczności sprężystej, Warszawa 1958.
91. Olszak W.
Kaufman S.
Einer Cz.
Bachawski Z. - Teoria konstrukcji sprężonych, PWN, Warszawa 1961.
92. Oniszczuk W.N. - Osobliwosti roboty kamiennych konstrukcji pod nagruzkoj w stadii razruszenija. Issledowanija po kamiennych konstrukcijam, Strojizdat 1949.
93. Pisanko P.H. - Procznost i dieformatiwnost wieokoprocnych bietonow pri szati, B.i Z, Nr 3/1960.
94. Polski Komitet Normalizacyjny PKN - PN-56/B-03260. Konstrukcje żelbetowe. Obliczenia statyczne i projektowanie, Wydawnictwa normalizacyjne, Warszawa.
95. -"- - PN-58/B-03261. Betonowe i żelbetowe konstrukcje mostowe. Obliczenia statyczne i projektowanie, Wydawnictwa normalizacyjne, Warszawa.

96. Polski Komitet Normalizacyjny PKN - PN-56/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie, Wydawnictwa Normalizacyjne, Warszawa.
97. -"- - Rzeczywiste własności stali stosowanych w budownictwie, Wydział Studiów PKN, Normalizacja Nr 4/1956 oraz dysk.Nr 5/1956.
98. Poniż W. Borsuk K. - Ugięcie prętów żelbetowych obciążonych mimośrodowo. Przegląd metod obliczeniowych, I.i B. Nr 9/1958.
99. Prot M. - Théorie probabiliste de sécurité, *Revue Générale de Chemins de Fer*.VI. 1951.
100. Ritsch H. - Der Einfluss des Sicherheitsbegriffes auf die technischen Regeln für vorgespannten Beton, *Schweiz Arch.* 1954 Nr 1.
101. -"- - Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, H.120, Berlin 1955.
102. -"- - Über die Zweckmässigste Art der Güteprüfung und ihren Einfluss auf die Baukosten, B.u.St.Nr 3/1958.
103. -"- - Der Einfluss der Deformations-Eigenschaften des Betons auf den Spannungsverlauf, *Schweiz.Bauztg.*,Nr 9/1959.
104. -"- - Researches Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete, *J.of the ACI*, July 1960.
105. R W P G - Projekt normy RWP G /druga redakcja/. Konstrukcje z betonu.Zasady obliczania i projektowania,marzec 1963.
106. Szaniocyn A.R. - Opređielenije zapasa procznosti sooruzenij, *Stroitel'naja promyslennost*, Nr 8/1947.
107. -"- - Opređielenije charakteristiki biezoopasnosti i koeficientow zapasa iz skonomiczeskich soobrazenij, *Trudy Inst. CHISSK-wyp.4, Gosstrojizdat Moskwa* 1961.
108. Sáenz R.F, Martin J. - Test of Reinforced Concrete Columns with High Slenderness Ratios, *J.of the ACI*, 1960, v.66, May Nr 5,1963.
109. Salan R. - Ku razrabotke procznosti centralno i wniescentralno szatyoh żeliezobetonnych kerstlich elementow, *Hiłbił, Gosstrojizdat* 1961.

110. Saliger R. - Nowa teoria żelbetu na podstawie odkształceń plastycznych przy złamaniu. /tłum.z niem./, Warszawa 1952.
111. Shanley F.R. - Teoria nieuprężonej kołony, Sbornik pieriewodow <Mechanika>, Nr 2/1951.
112. Siemienczew S.A.- Proczność i ustoisliwość krupnopanelnych Kamiejko W.A. konstrukcji, ONIISK-wyp.15, Moskwa 1962.
113. Streleckij N.S.- Osnovy statističeskogo uczeta koefficienta zapasa proczności sooruženija, Strojzdat 1947.
114. Suwalski L. - Zagadnienie bezpieczeństwa w projekcie Dąbrowski K. nowej normy: <Konstrukcje z betonu>, J.i.B. Nr 11/1963
115. Suwalski L. - Wpływ smukłości na nośność żelbetowych Dąbrowski K. elementów mimośrodowo ściskanych w świetle normy : <Konstrukcje z betonu>, J.i.B. Stachurski W. Nr 7/1964.
116. Suwalski L. - Teoria betonu i żelbetu. Budownictwo i inni betonowe I II, KIL PAN, wyd. Arkady, Warszawa 1964.
117. Szulczyński T - Stan badań doświadczalnych w dziedzinie teorii stanów granicznych konstrukcji żelbetowych, Referat na Stałą Komisję RILEM w Warszawie, wrzesień 1963.
118. Siegal W.I. - Piatiznacnyje matematičeskie tablicy, Siemiendjajew K.A. Izdatiełstwo Ak.Nauk SSSR, Moskwa-Leningrad 1950.
119. Tal K.B. - Issledowanije niesuszczej sposobnosti Czistiakow E.A. gibkich żeliezobetonnych kołoni, rabotajuszczich po pierwomu szuczaju wniecentriennogo szatija, NIIBiŻ-wyp.23, Gosstrojzdat, Moskwa 1961.
120. -"- - Eksperimentalnyje issledowanija niesuszczej sposobnosti gibkich, żeliezobetonnych szierznej, Sbornik Statiej NIIBiŻ, Gosstrojzdat, Moskwa 1963.
121. Timoshenko S.R.- Theory of Elastic Stability, Gere J.M. /tłum.polskie/ Wyd.Arkady z wyd.II, New York-Toronto-London 1961.
122. Viest J.M. - Sustained Load Strength of Eccentrically Elstner R.C. Loaded Short Reinforced Concrete Columns, Hognestad E. J.of the ACI, v.27, Nr 7/1956.
123. Wierzbicki W. - O powstawaniu wyboczenia prętów prostych, Rozpr.Inż.XII, Warszawa 1959.

124. Wierzbicki W. - Obiektywne metody oceny bezpieczeństwa konstrukcji budowlanych, PWN, Warszawa 1961.
125. Wołkow S.D. - Statisticheskaja teorija prochnosti, GNTIIL, Moskwa-Leningrad-Swierdłowski 1960.
126. Zalewski W. - Uogólniona metoda określenia stanów odkształceń i sił wewnętrznych w przyrządowych elementach z betonu, BS i PTBR- Warszawa 1961.
127. Zjednoczenie Hutnictwa "CENTROSTAL" - Program produkcji polskich hut żelaza i stali, Wyd.Górn.Hutn. Katowice 1961.
128. Zsutty Th.C. - Reliability Statistics for Reinforced Concrete Beams, San Jose State College, Techn.Rep.No ST-1-63, January 1963.
129. -"- - Ultimate Strength Behavior Study by Regression Analysis of Beam Test Data, J.of the ACI, No 5/1963, Proc v.60.
130. -"- - A Reliability Model for Flexural Strength, San Jose State College, San-Jose - California.
131. Życzkowski M. - Wyboczenie sprężysto-plastyczne niektórych prętów przyrządowych, Rozpr.Inż.XXII, PWN 1954.



x

x

x

Kraków, VI 1965 Rydausk.