Vitalii NAUMOV

OSZACOWANIE OPTYMALNEJ LICZBY AUTOBUSÓW DLA LINII KOMUNIKACJI MIEJSKIEJ NA PODSTAWIE SYMULACJI KOMPUTEROWYCH

W artykule przedstawiono podejście do oszacowania liczby pojazdów na linii komunikacji miejskiej, oparte o model symulacyjny procesu obsługi pasażerów na linii autobusowej. Zadanie ustalenia takiej liczby autobusów, która zapewnia minimalny koszt transportu przy maksymalnym poziomie obsługi pasażerów, jest zagadnieniem dość złożonym ze względu na stochastyczny charakter procesu transportowego oraz losowy charakter popytu mieszkańców miast na podróże. Autor przedstawia bibliotekę klas zrealizowanych za pomocą współczesnego języka programowania Python, na podstawie której opracowany został model symulacyjny procesu funkcjonowania linii komunikacji miejskiej. Wyniki eksperymentu symulacyjnego, zrealizowanego w oparciu na opracowane oprogramowanie, pozwoliły na ustalenie zależności funkcyjnej pomiędzy łącznym czasem oczekiwania przez pasażerów autobusów na przystankach a charakterystykami linii komunikacji miejskiej. Wykorzystując uzyskaną zależność, ustalono formułę dla oszacowania optymalnej liczby autobusów na linii jako argument, w którym funkcja łącznych kosztów podsystemu transportowego osiąga ekstremum minimalne.

WSTĘP

Jednym z podstawowych zagadnień przy planowaniu linii autobusowych jest ustalenie liczby pojazdów, które będą obsługiwały pasażerów. Liczba ta musi z jednej strony zabezpieczyć zapotrzebowania pasażerów w komfortowym (bez długiego oczekiwania na przystankach linii) przemieszczaniu się, a z drugiej strony – nie zwiększać istotnie koszty funkcjonowania linii autobusowej.

Problem określenia optymalnej liczby pojazdów, obsługujących linię komunikacji miejskiej, odnosi się do klasy zagadnień ustalania optymalnej ilości środków produkcji. W przypadku systemów transportu zbiorowego jest to problem szczególnie złożony, ponieważ proces funkcjonowania linii autobusowej jest procesem stochastycznym, charakteryzującym się dużą liczbą elementów losowych. Istnieją kilka zasadniczych podejść, stosowanych w celu rozwiązania tego problemu.

Najprostszym narzędziem do oszacowania liczby autobusów na linii jest wykorzystanie modeli analitycznych, pozwalających opisać rzeczywisty proces transportu w sposób niezbyt dokładny, a nawet bardzo ogólny [1]. Rezultaty estymacji uzyskiwane w wyniku stosowania najprostszych modeli analitycznych nie uwzględniają losowości popytu na usługi transportowe i stochastyczności procesu przewozowego, jednak modele te są używane powszechnie ze względu na ich dostępność obliczeniową.

W literaturze naukowej problem ustalenia liczby pojazdów na linii dość często formułuje się jako problem określenia optymalnej częstotliwości ruchu autobusów [2-5] w zagadnieniach planowania rozkładów jazdy. Wynika to z założenia o stałym interwale ruchu autobusów na linii, który zakłada się w rozkładzie jazdy. Inna tendencja polega na poszukiwaniu rozwiązań kompleksowych: wraz z liczbą pojazdów określa się rozkład jazdy [6-9]. Dla rozwiązania tych zagadnień organizacji ruchu na liniach komunikacji miejskiej proponuje się stosować bardziej zaawansowane narzędzia optymalizacyjne: programowanie nieliniowe [2], algorytmy genetyczne [3, 6, 8], algorytmy sieciowe [7, 9], i inne.

Jednak w najbardziej adekwatny sposób opisać proces obsługi pasażerów jako złożony system stochastyczny można na podstawie rozbudowanych modeli symulacyjnych. W segmencie rynku narzędzi informatycznych do planowania systemów transportowych obecnie proponowano dużo rozwiązań, wśród których najbardziej popularnymi są Aimsun [10] oraz PTV Visum [11]. Jednak narzędzia te, zdaniem autora, nie są wystarczająco elastyczne przy ich wykorzystaniu w eksperymentach naukowych. Chociaż zarówno Aimsun, jak i PTV Visum mają zaawansowane funkcje dla symulacji procesów przewozu pasażerów na linii komunikacji miejskiej, nie można za ich pomocą wygenerować losowe parametry procesów technologicznych i stochastyczne charakterystyki popytu, lub też w trakcie procedur symulacyjnych zmienić parametry linii autobusowej. Również bardzo uciążliwym staje się korzystanie z tych narzędzi w sytuacji wielokrotnej symulacji dla zmiennych zestawów danych i parametrów modelu: dane te dla każdej symulacji trzeba wprowadzać ręcznie.

Rozwiązaniem bardziej elastycznym, lecz wymagających pewnych kwalifikacji badacza, jest stworzenie specjalistycznego oprogramowania dla symulacji procesów transportowych. W przedstawianym badaniu proces funkcjonowania linii autobusowej został zamodelowany na podstawie biblioteki klas [12], opracowanych przez autora w języku Python.

1. MODEL MATEMATYCZNY LINII KOMUNIKACJI MIEJSKIEJ

Podstawą dla stworzenia odpowiedniej klasy (abstrakcji opisanej przy pomocy języka programowania) jest model matematyczny (abstrakcja opisana przy pomocy formuł matematycznych). Przy opracowaniu modelu matematycznego, będącego podstawą dla oprogramowania specjalistycznego, wygodnie jest wykorzystywać aparat matematyczny teorii zbiorów, ponieważ pozwala on na opis obiektów jako zestawów danych.

1.1. Podstawowe charakterystyki linii komunikacji miejskiej

Linia autobusowa jest elementem sieci komunikacji miejskiej, z punktu widzenia podejścia systemowego – jest podsystemem w systemie wyższego rzędu – systemu komunikacji miejskiej.

Jako elementy systemu linii Λ komunikacji miejskiej można wymienić: zbiór $\mathbf{L}$ odcinków trasy, z których ta linia się składa, zbiór $\mathbf{V}$

pojazdów obsługujących linię, oraz zbiór $\mathbf{D}$ pasażerów korzystających się z usług linii:

$$\mathbf{\Lambda} = \{\mathbf{L}, \mathbf{V}, \mathbf{D}\}. \quad (1)$$

Elementy zbioru $\mathbf{L}$ charakteryzują się punktami wejściowym i wyjściowym (przystankami na początku i końcu odcinka trasy) oraz wagą (długością odcinka trasy):

$$\ell_i = \{n_i, m_i, w_i\}, \ell_i \in \mathbf{L}, i = 1...N_L, \quad (2)$$

gdzie:

ℓ_i – *i*-ty odcinek trasy;

n_i – przystanek początkowy dla *i*-tego odcinka trasy;

m_i – przystanek końcowy dla *i*-tego odcinka trasy;

w_i – waga *i*-tego odcinka trasy, km;

N_L – liczba odcinków trasy na linii autobusowej.

Należy podkreślić, że zbiór $\mathbf{L}$ odcinków trasy jest zbiorem uporządkowanym:

$$\ell_i \prec \ell_{i+1} : m_i \equiv n_{i+1}, i = 1...(N_L - 1). \quad (3)$$

Długość linii autobusowej *L* określa się wtedy jako sumę wag wszystkich odcinków trasy:

$$L = \sum_{i=1}^{N_L} w_i. \quad (4)$$

Nietrudno zauważyć też, że zbiór $\mathbf{L}$ jest interpretacją zorientowanego grafu, w którym jako wierzchołki występują przystanki linii autobusowej, a jako łuki – odcinki trasy (model całej sieci komunikacji miejskiej może być oparty na takim grafie). W modelu (1) nie wyodrębniono zbiór $\mathbf{N}$ wszystkich przystanków linii autobusowej, ponieważ te obiekty włączone są do modelu (2) odcinków linii. W uproszczonej wersji modelu matematycznego charakterystyki $n \in \mathbf{N}$ oraz $m \in \mathbf{N}$ dla poszczególnych odcinków można zastąpić unikatowymi kodami numerycznymi przystanków linii autobusowej, dla wersji zaawansowanej – przedstawić jako zbiory parametrów, charakteryzujących przystanki linii komunikacji miejskiej.

Pojazd v_i jako element zbioru $\mathbf{V}$ ($v_i \in \mathbf{V}, i = 1...N_V$, gdzie N_V – liczba pojazdów obsługujących linię) w pierwszej kolejności charakteryzuje się pojemnością oraz rozkładem jazdy na linii:

$$v_i = \{c_i, s_i\}, \quad (5)$$

gdzie:

c_i – pojemność *i*-tego pojazdu (autobusu), pas.;

s_i – rozkład jazdy *i*-tego pojazdu.

Oprócz wymienionych podstawowych charakterystyk, pojazd jako element modelu matematycznego może charakteryzować się innymi właściwościami stosowanymi w trakcie symulacji procesu transportowego, np. bieżącym napełnieniem pojazdu, modelowym czasem, bieżącą pozycją w rozkładzie jazdy, listą obsłużonych pasażerów, itp.

Element (*j*-tą pozycję) rozkładu jazdy dla *i*-tego pojazdu na linii autobusowej można przedstawić jako krotkę $s_{ij} = \langle p_{ij}, t_{ij} \rangle$, dla której pierwszym składnikiem p_{ij} jest pozycja w rozkładzie jazdy (przystanek linii komunikacji miejskiej lub odpowiedni kod przystanku), a drugim składnikiem t_{ij} jest czas przybycia pojazdu na przystanek p_{ij}. Tak więc, rozkład jazdy s_i ruchu *i*-tego pojazdu jest zestawem krotek:

$$s_i = \bigcup_{j=1}^{N_{si}} s_{ij} = \bigcup_{j=1}^{N_{si}} \langle p_{ij}, t_{ij} \rangle, t_{ij} < t_{i(j+1)}, \quad (6)$$

gdzie:

N_{si} – liczba pozycji w sekwencji przystanków, przez które *i*-ty pojazd przejeżdża obsługując linię autobusową.

Model linii komunikacji miejskiej można dodatkowo uzupełnić przez inne parametry: czas postoju na przystankach końcowych, czas zatrzymywania się pojazdów na przystankach linii, prędkość poruszania się pojazdów, itp.

1.2. Model popytu na usługi linii autobusowej

Popyt na usługi linii komunikacji miejskiej można przedstawić jako zbiór elementów, które opisują pasażerów zamierzających skorzystać się z usług linii autobusowej. Każdy element tego zbioru można opisać na podstawie szeregu parametrów:

$$\pi_i = \{\eta_i, \mu_i, \tau_i\}, \pi_i \in \mathbf{D}, i = 1...N_D, \quad (7)$$

gdzie:

π_i – *i*-ty pasażer (klient komunikacji zbiorowej);

η_i – przystanek początkowy podróży *i*-tego pasażera, $\eta_i \in \mathbf{N}$;

μ_i – przystanek docelowy podróży *i*-tego pasażera, $\mu_i \in \mathbf{N}$;

τ_i – moment czasu, w którym *i*-ty pasażer pojawił się na przystanku η_i w celu wykonania podróży linią autobusową;

N_D – liczba wszystkich pasażerów linii autobusowej.

Należy podkreślić, że osobę podróżującą linią autobusową kilka razy w ciągu modelowanego okresu, w zbiorze $\mathbf{D}$ opisuje się jako kilka jego elementów (tak więc, w ujęciu transportowym, elementami zbioru $\mathbf{D}$ są wszystkie podróże osób korzystających z usług linii komunikacji miejskiej).

W celu symulacji popytu na usługi linii autobusowej dość wygodnym jest podział wszystkich elementów zbioru $\mathbf{D}$ na grupy według przystanków linii, od których podróże się rozpoczynają:

$$\mathbf{D} = \bigcup_{j=1}^{N_L+1} \mathbf{D}_j, \mathbf{D}_j \cap \mathbf{D}_k = \varnothing, j \neq k, \quad (8)$$

gdzie:

$\mathbf{D}_j$ – grupa pasażerów, podróże których rozpoczynają się od *j*-tego przystanku linii:

$$\mathbf{D}_j = \{\pi_i : \eta_i = j\}. \quad (9)$$

Interwał ξ_j dojścia pasażerów do *j*-tego przystanku jest zmienną losową [13] i w takim razie występuje w modelu jako charakterystyka przystanku. Wtedy dla każdej grupy $\mathbf{D}_j$ parametry τ_i poszczególnych elementów zbioru można określić na podstawie realizacji zmiennej losowej ξ_j interwałów między momentami pojawienia się pasażerów na *j*-tym przystanku:

$$\tau_i = \begin{cases} \tilde{\xi}_j, i = 1, \eta_i = j, \\ \tau_{i-1} + \tilde{\xi}_j, i > 1, \eta_i = j, \end{cases} \quad (10)$$

gdzie:

$\tilde{\xi}_j$ – realizacja zmiennej losowej interwału dojścia pasażerów do *j*-tego przystanku.

1.3. Kryterium efektywności procesu obsługi pasażerów na linii komunikacji miejskiej

Efektywność funkcjonowania linii autobusowej, pomijając kwestię oddziaływania na środowisko, może być rozważana pod względem interesów poszczególnych elementów systemu transportowego – klientów (pasażerów) oraz podmiotu świadczącego usługi (przedsiębiorstwa komunikacji miejskiej). W takim razie kryterium efektywności E można przedstawić jako sumę algebraiczną odpowiednich składników:

$$E = E_c + E_s, \quad (11)$$

gdzie:

E_c – łączne koszty korzystania z usług linii autobusowej dla pasażerów, zł.;

E_s – koszty przedsiębiorstwa komunikacji miejskiej związane z obsługą linii autobusowej, zł.

Dla pasażerów koszty przemieszczania się można warunkowo podzielić na koszty związane z opłatą za przejazd oraz koszty wynikające z oczekiwania autobusu na przystanku. Jest oczywistym, że pierwszy z wymienionych składników zależy nie od liczby autobusów na linii, lecz od innych parametrów – wartości przejazdu, czasu podróży, itp. Natomiast koszty oczekiwania bezpośrednio zależą od czasu oczekiwania, a na wskaźnik ten wpływa liczba pojazdów na linii: im większa częstotliwość ruchu na linii, tym krótszy jest czas oczekiwania. Tak więc składnik kryterium efektywności E_c można przedstawić jako następującą zależność funkcyjną:

$$E_c = E_T + c_w \cdot t_w, \quad (12)$$

gdzie:

E_T – koszty pasażerów związane z przejazdem komunikacją miejską, zł.;

c_w – straty jednostkowe pasażera, związane z oczekiwaniem autobusów na przystankach linii komunikacji miejskiej, zł./godz.;

t_w – łączny czas oczekiwania na przystankach jako funkcja liczby autobusów na linii, godz.

Ponieważ wartość t_w liniowo zależy od długości okresu czasu T_M, dla którego rozpatruje się proces funkcjonowania linii autobusowej, to warto zdefiniować ten wskaźnik w sposób odpowiedni:

$$t_w = T_M \cdot \theta_w, \quad (13)$$

gdzie:

θ_w – współczynnik, wskazujący na liczbę godzin straconych przez pasażerów z powodu oczekiwania na autobus na przystankach, które to godziny przypadają na jedną godzinę rozpatrywanego okresu czasu; jest oczywistym, że współczynnik ten zależy od liczby autobusów na linii $\theta_w = f(N_V)$.

W formie ogólnej, dla przedsiębiorstwa transportowego, koszt obsługi jako funkcja liczby autobusów jest zależnością liniową:

$$E_s = E_0 + c_v \cdot T_M \cdot N_V, \quad (14)$$

gdzie:

E_0 – koszt obsługi linii autobusowej, na które nie wpływa liczba pojazdów, zł.;

c_v – koszt jednostkowy funkcjonowania autobusu na linii komunikacji miejskiej, zł./godz.

Uwzględniając (12) – (14), zaproponowane kryterium efektywności można zapisać w sposób następujący:

$$E = E_T + E_0 + c_v \cdot T_M \cdot N_V + c_w \cdot T_M \cdot \theta_w. \quad (15)$$

Żeby umożliwić wykorzystanie kryterium (15) w celu oszacowania optymalnej liczby autobusów, obsługujących linię komunikacji miejskiej, koniecznym jest ustalenie zależności funkcyjnej $\theta_w = f(N_V)$.

2. BIBLIOTEKA KLAS DLA SYMULACJI PROCESÓW OBSŁUGI NA LINIACH KOMUNIKACJI MIEJSKIEJ

Opracowana biblioteka klas [12] dla symulacji procesów obsługi pasażerów na liniach komunikacji miejskiej mieści 6 klas podstawowych oraz jedną klasę pomocniczą. Do klas podstawowych należą:

- *Net* – jest abstrakcją sieci komunikacji miejskiej, pozwala na symulację procesu obsługi pasażerów na liniach autobusowych tworzących sieć;
- *Link* – jest modelem programowym odcinka linii autobusowej; klasa implementuje elementy zbioru $\mathbf{L}$, opisane w (2);
- *Node* – pozwala na stworzenie obiektów, opisujących przystanki linii autobusowej jako węzły sieci komunikacyjnej; klasa pozwala tworzyć obiekty, będące elementami zbioru $\mathbf{N}$;
- *Line* – opisuje linię komunikacji miejskiej oraz mieści narzędzia do kształtowania rozkładu jazdy i symulacji procesów transportu; za pomocą klasy tworzą się modele programowe zbioru (1);
- *Vehicle* – jest modelem programowym pojazdu jako elementu zbioru $\mathbf{V}$; klasa pozwala zaimplementować obiekty, opisane zbiorem (5);
- *Passenger* – jest abstrakcją pasażera linii autobusowej, implementuje elementy zbioru $\mathbf{D}$ w sensie (7).

Jako narzędzie pomocnicze w bibliotece została też zrealizowana klasa *Stochastic*, pozwalająca na generowanie wartości zmiennych losowych. Wersja podstawowa tej klasy mieści procedury generacji dla zmiennych z rozkładem równomiernym, normalnym oraz wykładniczym.

Symulacja procesu obsługi pasażerów uruchamia się za pomocą procedury *simulate* klasy *Net*: Metoda ta z kolei uruchamia procedurę generacji popytu *gen_demand*, dla każdej z linii autobusowych zdefiniowanych w sieci uruchamia się procedura kształtowania rozkładu jazdy (metoda *define_schedule* klasy *Line*), dalej dla każdej linii sieci z ustalonym krokiem czasu wywoływana jest metoda *run* klasy *Line*, sprawdzająca występowanie zmian w systemie obsługi, po czym obliczane są wyniki końcowe symulacji – łączny czas oczekiwania transportu, liczba obsłużonych pasażerów i inne wskaźniki.

Metoda *gen_demand* klasy *Net* pozwala wygenerować popyt na usługi linii autobusowej, wykorzystując zasadę (8): dla każdego przystanku na podstawie zmiennej losowej interwału dojścia pasażerów do przystanku (zrealizowanej jako obiekt klasy *Stochastic*) określa się modelowy czas pojawienia się pasażerów na przystanku, punkt docelowy podróży pasażera wybiera się losowo ze zbioru pozostałych przystanków w sieci.

Procedura *define_schedule* klasy *Line* kształtuje rozkład jazdy dla każdego pojazdu na linii, stosując zasadę równego interwału czasowego między kursami: interwał ten oblicza się jako stosunek czasu obrotu środków transportu na linii do liczby pojazdów. Zasada kształtowania rozkładu jazdy może być zdefiniowana w inny sposób: na przykład, interwały między kursami mogą być różne w zależności od godziny doby, lub też mogą być uwzględnione losowe odchylenia od zaplanowanych momentów przyjazdu autobusów na przystanki (interwały generowane są za pomocą obiektów klasy *Stochastic*); w takich przypadkach metodę *define_schedule* należy w odpowiedni sposób zaimplementować.

Metoda *run* klasy *Line* kolejno dla każdego pojazdu, obsługującego linię komunikacji miejskiej, wywołuje procedurę *move* klasy *Vehicle*. Procedura ta sprawdza bieżącą pozycję autobusu (według czasu modelowego i rozkładu jazdy) i w momencie przyjazdu autobusu na przystanek uruchamia metody klasy *get_passengers* i *set_passengers*, które są wykorzystywane w celu opisu procesu obsługi pasażerów na przystankach. Metoda *get_passengers* odpowiada za symulację procesu wsiadania pasażerów do pojazdu: jeśli w momencie przyjazdu autobusu na przystanku są pasażerowie, autobus jedzie w odpowiednim dla nich kierunku i ma wolne miejsca, to pasażerowie (obiekty klasy *Passenger*) są usuwani z listy nieobsłużonych pasażerów i dodawani do listy pasażerów znajdujących się w pojeździe. Metoda *set_passengers* odpowiada za wysiadanie pasażerów z autobusu: jeśli w momencie przyjazdu autobusu na przy-

stanek w pojeździe są pasażerowie, którzy zamierzają na tym przystanku wysiąść, to są oni usuwani z listy znajdujących się w pojeździe i dodawani do listy pasażerów obsłużonych.

3. WYNIKI SYMULACJI KOMPUTEROWYCH

Symulacje komputerowe przeprowadzono za pomocą opracowanego oprogramowania w celu ustalenia zależności funkcyjnej $\theta_w = f(N_V)$, na podstawie której szacuje się łączny czas oczekiwania przez pasażerów autobusów na przystankach linii komunikacji miejskiej.

Jako zmienne objaśniające wartość współczynnika θ_w, oprócz liczby autobusów N_V, w eksperymencie rozpatrzone zostały również: średni interwał ξ dojścia pasażerów do przystanku, liczba przystanków N_S na linii autobusowej, średnia długość λ odcinków trasy między przystankami oraz pojemność q pojazdów obsługujących linię komunikacji miejskiej. Wartości numeryczne poszczególnych zmiennych objaśniających, wykorzystane w trakcie przeprowadzenia symulacji, przedstawiono w tab. 1.

Tab. 1. *Granicy wartości zmiennych objaśniających w przeprowadzonym eksperymencie symulacyjnym*

Zmienna objaśniająca	Dolna granica	Górna granica	Krok zmiany
Liczba autobusów N_V, poj.	1	9	2
Średni interwał dojścia pasażerów ξ, min	1	9	2
Liczba przystanków N_S, jedn.	2	10	2
Średnia długość odcinków trasy λ, km	1	3	1
Pojemność pojazdów q, pas.	10	70	30

W seriach eksperymentu przyjmowano kolejno wartości zmiennych objaśniających z odpowiednim krokiem w taki sposób, że rozpatrzone zostały wszystkie możliwe kombinacji wartości parametrów wejściowych (tak więc, ogólna liczba serii eksperymentu wynosi 5×5×5×3×3=1125). W każdej serii eksperymentu uruchomiono po 100 symulacji procesu funkcjonowania linii autobusowej w ciągu 8 godzin (długość okresu symulacji) z dokładnością (krokiem sprawdzania nastąpienia w systemie nowych zdarzeń) do 1 minuty. Jako wartości deterministyczne w eksperymencie przyjęto czas postoju autobusów na pętlach linii autobusowej (5 min), czas zatrzymywania się pojazdów na przystankach (1 min) oraz prędkość techniczną autobusów (40 km/godz.).

Przy opracowaniu wyników symulacji sprawdzono cztery podstawowe hipotezy o zależności współczynnika θ_w od zmiennych objaśniających:

$$\begin{cases} H_1: \theta_w = a_0 + a_V \cdot N_V + a_\xi \cdot \xi + a_S \cdot N_S + a_\lambda \cdot \lambda + a_q \cdot q, \\ H_2: \theta_w = a_V \cdot N_V + a_\xi \cdot \xi + a_S \cdot N_S + a_\lambda \cdot \lambda + a_q \cdot q, \\ H_3: \theta_w = a_0 \cdot N_V^{a_V} \cdot \xi^{a_\xi} \cdot N_S^{a_S} \cdot \lambda^{a_\lambda} \cdot q^{a_q}, \\ H_4: \theta_w = N_V^{a_V} \cdot \xi^{a_\xi} \cdot N_S^{a_S} \cdot \lambda^{a_\lambda} \cdot q^{a_q}, \end{cases} \tag{16}$$

gdzie:

a_0, a_V, a_ξ, a_S, a_λ, a_q – współczynniki modeli regresji.

Za pomocą narzędzi MS Excel przeprowadzono analizę regresyjną dla zestawu hipotez (16). Wyniki analizy świadczą, że wszystkie zmienne objaśniające mają istotny wpływ na zmienną objaśnianą dla każdej ze sprawdzanych hipotez dla poziomu istotności 0,05. Wartości współczynników regresji oraz współczynnika determinacji dla hipotez z zestawu (16) przedstawiono w tab. 2.

Tab. 2. *Wyniki analizy regresyjnej*

Hipoteza	Współczynniki modeli regresyjnych						Współczynnik determinacji
	a_0	a_V	a_ξ	a_S	a_λ	a_q	
H_1	320,35	-26,15	-50,85	39,43	40,95	-3,27	0,283
H_2	-	-16,35	-41,04	51,20	88,02	-2,22	0,315
H_3	2,865	-1,100	-1,401	2,304	0,641	-0,367	0,926
H_4	-	-0,913	-1,214	2,725	0,880	0,053	0,944

Na podstawie wartości współczynnika determinacji można stwierdzić, że wśród uzyskanych modeli regresyjnych w sposób najbardziej dokładny wpływ zmiennych objaśniających na współczynnik θ_w wyjaśnia hipoteza H_4. Tak więc zależność funkcyjną $\theta_w = f(N_V)$ można przedstawić następująco:

$$\theta_w = \frac{N_S^{2,725} \cdot \lambda^{0,88} \cdot q^{0,053}}{N_V^{0,913} \cdot \xi^{1,214}}. \tag{17}$$

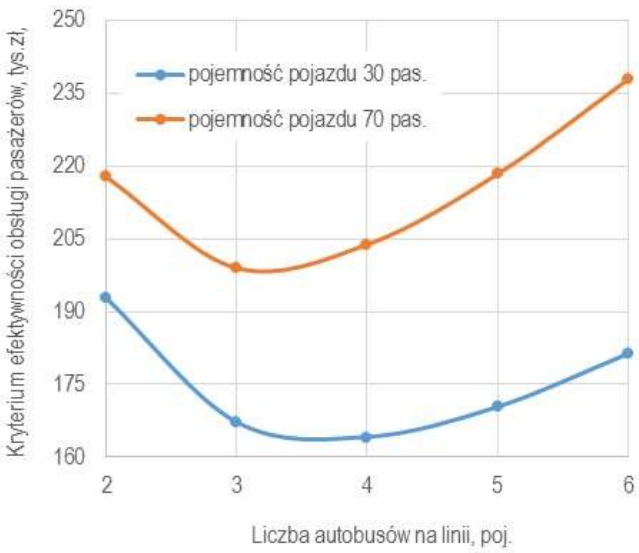
Uzyskaną zależność można wykorzystywać do analizy wpływu liczby pojazdów oraz innych zmiennych objaśniających na łączny czas oczekiwania pasażerów na przystankach linii autobusowej.

4. MODEL DLA OSZCOWANIA OPTYMALNEJ LICZBY POJAZDÓW NA LINII KOMUNIKACJI MIEJSKIEJ

Uwzględniając (17), kryterium efektywności procesu obsługi pasażerów na linii komunikacji miejskiej można zapisać w formie

$$E = E_T + E_0 + c_v \cdot T_M \cdot N_V + \frac{c_w \cdot T_M \cdot N_S^{2,725} \cdot \lambda^{0,88} \cdot q^{0,053}}{N_V^{0,913} \cdot \xi^{1,214}}. \tag{18}$$

Analizując zależność (18), można stwierdzić, że funkcja $E = f(N_V)$ ma ekstremum i przyjmuje w tym ekstremum wartość minimalną (rys. 1).



Rys. 1. *Zależność kryterium efektywności od liczby autobusów*

Wtedy optymalną liczbę autobusów na linii można oszacować rozwiązując następujące równanie:

$$\frac{\partial E}{\partial N_V} = 0. \tag{19}$$

Różniczkując kryterium efektywności według liczby pojazdów, dostajemy równanie:

$$c_v \cdot T_M - \frac{0{,}913 \cdot c_w \cdot T_M \cdot N_S^{2{,}725} \cdot \lambda^{0{,}88} \cdot q^{0{,}053}}{N_V^{1{,}913} \cdot \xi^{1{,}214}} = 0 \,. \qquad (20)$$

Rozwiązując równanie (20) względem liczby pojazdów, otrzymujemy formułę dla oszacowania optymalnej liczby N_V^* autobusów na linii komunikacji miejskiej:

$$N_V^* = 0{,}954 \cdot \frac{N_S^{1{,}424} \cdot \lambda^{0{,}46} \cdot q^{0{,}028}}{\xi^{0{,}635}} \cdot \left[\frac{c_w}{c_v}\right]^{0{,}523} \,. \qquad (21)$$

Warto zauważyć, że uzyskana formuła dla ustalenia optymalnej liczby autobusów na linii jest prawidłową dla interwałów wartości zmiennych objaśniających, przedstawionych w tab. 1. Należy to uwzględniać, oszacowując optymalną liczbę pojazdów dla parametrów technologicznych linii z wartościami poza wskazanym zakresem.

PODSUMOWANIE

Na opis procesu obsługi pasażerów na linii jako złożonego systemu stochastycznego w sposób adekwatny pozwalają rozbudowane modele symulacyjne. Istniejące na rynku narzędzia do symulacji systemów transportu publicznego są niewystarczająco elastyczne przy ich wykorzystaniu w eksperymentach naukowych. Zaproponowana biblioteka klas podstawowych pozwala rozbudowywać modele symulacyjne systemów transportu publicznego z poziomem szczegółowości, niezbędnym dla rozwiązywanych zadań, oraz automatyzować procesy symulacji w badaniach eksperymentalnych.

Efektywność funkcjonowania linii autobusowej proponuje się rozważać pod względem interesów poszczególnych elementów systemu transportowego – pasażerów jako klientów komunikacji miejskiej oraz przedsiębiorstwa komunikacji miejskiej jako podmiotu świadczącego usługi, na postawie łącznych kosztów funkcjonowania linii autobusowej.

Wyniki eksperymentu symulacyjnego, opartego na opracowanym oprogramowaniu, pozwoliły uzyskać zależność funkcyjną pomiędzy kryterium efektywności funkcjonowania linii autobusowej a liczbą pojazdów na linii. Ponieważ funkcja ta ma ekstremum minimalne, to optymalna liczba autobusów na linii jest wartością argumentu dla której funkcja osiąga minimum.

BIBLIOGRAFIA

1. Jansson, J.O. *A simple bus line model for optimization of service frequency and bus size*, "Journal of Transport Economics and Policy" 1980, vol. 14(1), p. 53–80.
2. Scheele, S. *A mathematical programming algorithm for optimal bus frequencies*, Linkoeping University 1977, 215 p.
3. Szeto, W.Y., Wu, Y. *A simultaneous bus route design and frequency setting problem for Tin Shui Wai, Hong Kong*, "European Journal of Operational Research" 2011, vol. 209, p. 141–155.
4. Kim, W., Son, B., Chung, J.-H., Kim, E. *Development of real-time optimal bus scheduling and headway control models*, "Transportation Research Record" 2009, vol. 2111, p. 33–41.
5. Wagale, M., Singh, A.P., Sarkar, A.K., Arkatkar, S. *Real-time optimal bus scheduling for a city using a DTR model*, "Procedia – Social and Behavioral Sciences" 2013, vol. 104, p. 845–854.
6. Yanga, C.-L., Huanga, R.-H. *Optimal number and scheduling of freeway bus fleet*, "Journal of Statistics and Management Systems" 2011, vol. 14(5), p. 949–964.
7. Bai, H.-J., Dong, R.-J., Zhang, M., Chen, Y.-K. *Optimization method of bus time based on synchronization diversity*, "Journal of Traffic and Transportation Engineering" 2013, vol. 13(3), p. 79–85.
8. Surapholchai, C., Reinelt, G., Bock, H.G. *Solving city bus scheduling problems in Bangkok by ELIGEN-algorithm*, "Modeling, Simulation and Optimization of Complex Processes", Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2008, p. 557–564.
9. Yan, S., Chen, H.-L. *A scheduling model and a solution algorithm for inter-city bus carriers*, "Transportation Research Part A" 2002, vol. 36, p. 805–825.
10. *PTV Group – The Mind of Movement. PTV Visum*, http: // vision-traffic.ptvgroup.com / en-uk / products / ptv-visum
11. *TTS – Transport Simulation Systems*, www.aimsun.com
12. Naumov V. *Python code for simulation of the public transport network*, https: // www.academia.edu / 28749786 / Python_Code_for_Simulation_of_the_Public_Transport_Network
13. Gong, H., Chen, X., Yu, L., Wu, L. *An application-oriented model of passenger waiting time based on bus departure time intervals*, "Transportation Planning and Technology" 2016, vol. 39(4), p. 424–437.

Estimating the optimal number of buses for the public transport line based on the computer simulations

The article presents an approach to estimate the number of vehicles on public transport line; this approach is based on a simulation model of the process of servicing the bus line passengers. The problem of determining such a number of buses, that provides the minimum cost of transport at the maximum level of passenger service, is quite a complex issue due to the stochastic nature of the transport process and the random nature of the demand for urban residents traveling. The author presents a class library implemented using modern programming language Python; on the basis of that library the simulation model the process of the public transport line functioning was developed. The results of the simulation experiment, based on the developed software, allowed to determine the functional dependence between the total waiting time for bus passengers at bus stops and the characteristics of the public transport line. Using the obtained dependence, a formula for estimating the optimal number of buses on the line was established as an argument, in which the function of the transport subsystem total cost reaches its extreme minimum.

Autor:

dr hab. inż. **Vitalii Naumov**, prof. PK – Politechnika Krakowska im. T. Kościuszki, Instytut Inżynierii Drogowej i Kolejowej, Zakład Systemów Komunikacyjnych; e-mail: vnaumov@pk.edu.pl