

Krzysztof TOMCZYK, Marek SIEJAPOLITECHNIKA KRAKOWSKA
ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków**Hierarchie dynamicznej dokładności systemów pomiarowych dla błędu całkowo-kwadratowego****Dr inż. Krzysztof TOMCZYK**

Uzyskał stopień naukowy mgr z zakresu elektrotechniki w 1998 roku, a następnie dr nauk technicznych w 2006 roku na Wydziale Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej Politechniki Krakowskiej. Obecnie pracuje na stanowisku adiunkta w Katedrze Metrologii Elektrycznej Politechniki Krakowskiej. Jego zakres zainteresowań obejmuje matematyczne modelowanie systemów pomiarowych, pomiary wielkości nieelektrycznych oraz miernictwo dynamiczne.



e-mail: k.tomczyk@cyfronet.pl

Mgr inż. Marek SIEJA

Uzyskał stopień naukowy mgr z zakresu elektrotechniki, specjalność inżynieria komputerowa na Wydziale Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej Politechniki Krakowskiej. Od 2001 roku do chwili obecnej pracuje na stanowisku asystenta, kolejno w Katedrze Informatyki Technicznej oraz w Katedrze Metrologii Elektrycznej Politechniki Krakowskiej. Jego zakres zainteresowań obejmuje problematykę sztucznej inteligencji oraz oprogramowania systemów pomiarowych.



e-mail: m.sieja@cyfronet.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono zastosowanie teorii błędów maksymalnych do wyznaczania hierarchii dynamicznej dokładności systemów pomiarowych dla przypadku kryterium całkowo-kwadratowego. Przedstawiono procedurę wyznaczania sygnałów maksymalizujących powyższe kryterium z wykorzystaniem algorytmu genetycznego i w odniesieniu do wzorca realizującego transformację nieznieskształcającą. Ograniczenia nałożone na sygnały maksymalizujące dotyczą amplitudy i prędkości narastania. W [1] zamieszczono wyniki badań dolnoprzepustowych układów czwartego rzędu dla przypadku dziedziny czasu ciągłego, natomiast poniższy artykuł przedstawia rozwiązania dotyczące układów trzeciego rzędu uzyskane dla przypadku czasu dyskretnego w oparciu o relacje omówione szczegółowo w [2].

Słowa kluczowe: błąd dynamiczny, hierarchia dokładności, algorytm genetyczny.

Dynamic accuracy hierarchies of measuring systems for the integral-square error**Abstract**

The paper presents an application of maximum error theory for determining the dynamic accuracy hierarchies of measurement systems in case of the integral-square criterion. The calibration procedure presented by means of the maximum errors is independent of the input signal shape in such a sense that a signal of any shape which could appear at the investigated system input can generate the error which will always be less than this maximum value or, at most, equal to it. In such a way, the values of maximum errors can create the basis for the dynamic accuracy hierarchy, just like class indexes create the basis for hierarchies of accuracy of the instruments applied for static measurements. The constraints imposed on the input signal refer to the magnitude as well as maximum rate of a signal change. For the considered error criterion, no analytic solution referring to the maximizing signal shape has been found so far, because the space of possible solutions is infinite and of infinite dimension. For that reason the solution of this problem presented in the paper is based on application of the genetic algorithm method. The dynamic accuracy hierarchies are presented as a result of research of low-pass measuring systems by means of a computer program implemented in MatLab.

Keywords: dynamic error, hierarchy of accuracy, genetic algorithm.

1. Wstęp

W pomiarach statycznych miarę jakości uzyskanych wyników stanowi pewien przedział liczbowy, określany klasą dokładności. Dla tego typu pomiarów zagadnienie dokładności oraz wszelkie kwestie dotyczące procedur wzorcowania zostały dawno rozwiązane i obowiązują w oparciu o odnośne przepisy prawne. Aktualnie podlegają one systematycznej ewaluacji.

Zupełnie inaczej wygląda sytuacja w przypadku systemów przeznaczonych do pomiarów dynamicznych, dla których niezdefiniowany sygnał wejściowy zależy od czasu i nie jest

możliwa prognoza jego kształtu. Dla takich systemów, jak dotąd, nie opracowano ani ścisłych procedur dotyczących wzorcowania ani żadnych prawnych uregulowań. W rezultacie dla systemów przeznaczonych do pomiarów dynamicznych nie istnieją żadne klasy dokładności ani oparte o nie hierarchie. Wynika to z faktu, że wyznaczenie błędu jest możliwe tylko wtedy, gdy znany jest wzorujący sygnał wejściowy. Tradycyjnie błędy systemów przeznaczonych do pomiarów dynamicznych wyznaczane są w dziedzinie częstotliwości w oparciu o ich charakterystyki częstotliwościowe, lub w dziedzinie czasu w oparciu o odpowiedzi na wymuszenie w postaci standardowych sygnałów wejściowych. Praktyczna przydatność takich metod jest jednak znacznie ograniczona, gdyż rzeczywiste systemy nie są pobudzane sygnałami standardowymi, lecz zazwyczaj nieznanymi, dynamicznymi sygnałami, które zdecydowanie różnią się od tych standardowych. Z tego powodu niezmiernie ważnym jest wyznaczenie takich błędów, których wartość i wiarygodność będzie niezależna od kształtu i dynamiki sygnału wejściowego.

Wiele możliwości w tym zakresie otwiera teoria błędów maksymalnych, zgodnie z którą wynik wzorcowania jest niezależny od kształtu sygnału wejściowego w takim sensie, że sygnał o jakimkolwiek kształcie, który mógłby pojawić się na wejściu systemu pomiarowego będzie zawsze generował błąd o wartości mniejszej lub co najwyżej równej tej wartości maksymalnej. W związku z powyższym, wartości maksymalne błędów dynamicznych mogą stanowić podstawę do wyznaczenia hierarchii dynamicznej dokładności w sposób analogiczny, jak stanowią to statyczne błędy maksymalne w przypadku klas i hierarchii dokładności odnoszących się do przyrządów stosowanych w pomiarach statycznych.

Procedury wyznaczania błędów maksymalnych wymagają rozwiązania wielu skomplikowanych problemów, takich jak: określenie matematycznych modeli wzorcowanych systemów oraz modeli odniesienia, wybór kryterium błędu, określenie ograniczeń, które powinny zostać nałożone na sygnały wzorujące w celu dopasowania ich dynamiki do właściwości dynamicznych wzorcowanych systemów, udowodnienie istnienia i osiągalności sygnałów z nałożonymi na nie ograniczeniami, wyznaczenie kształtu takich sygnałów oraz opracowanie programów komputerowych do wyznaczania błędów przez nie generowanych.

Przedstawione w poniższym artykule rozwiązania dotyczą liniowych systemów dolnoprzepustowych o znanym matematycznym modelu.

2. Maksymalne błędy dynamiczne

Problem błędów maksymalnych polega na tym, że niemożliwe jest przeanalizowanie pełnego zakresu możliwych do uzyskania wejściowych sygnałów dynamicznych. Dlatego szukamy tego jedynego, który reprezentuje wszystkie interesujące nas sygnały.

Taki sygnał generuje błędy o maksymalnej wartości. W ten sposób wszystkie możliwe sygnały są zawarte w tym maksymalizującym [3].

Schematy blokowe układów do wyznaczania hierarchii dynamicznej dokładności systemów pomiarowych w oparciu o maksymalne błędy dynamiczne przedstawiono w [1] i [4-5].

2.1. Relacje wejściowo-wyjściowe systemów pomiarowych

Sygnał wyjściowy $y(t)$ systemu pomiarowego opisywany jest przez

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)k(t-\tau)d\tau, \quad t \in [0, T], \quad k(t) = k_m(t) - k_w(t), \quad (1)$$

gdzie: $x(t)$ - sygnał wejściowy, $k_m(t)$, $k_w(t)$, - odpowiedzi impulsowe systemu i jego wzorca.

Całka spłotowa (1) może być przedstawiona w formie dyskretnej [1].

$$y(n) = \Delta \sum_{k=0}^n x(k)k(n-k), \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

$$N = T/\Delta. \quad (2)$$

2.2. Synteza matematycznego modelu wzorca

Dla systemów przeznaczonych do pomiarów statycznych obowiązują odnośne przepisy prawne regulujące kwestie systemów wzorców. Inaczej wygląda sytuacja w przypadku systemów przeznaczonych do pomiarów dynamicznych, dla których nie opracowano jak dotąd jednolitych przepisów regulujących kwestie doboru takich wzorców. Wynika to z faktu, że systemy te najczęściej stanowią realizację odmiennych funkcji celu. W takich przypadkach modele wzorców są zazwyczaj przedstawiane jako prosty matematyczny zapis idealnej realizacji postawionego przed tymi układami zadania.

W teorii i praktyce pomiarów dynamicznych dobór parametrów wzorców może być realizowany metodami optymalizacyjnymi zapewniającymi warunki transformacji niezniekształcającej. Wtedy w możliwie najszerszym zakresie częstotliwości charakterystyki amplitudowe wzorców winny być płaskie a charakterystyki fazowe liniowe.

Alternatywne rozwiązanie dotyczy syntezy wzorców w postaci idealnych filtrów o paśmie przenoszenia odpowiadającym zakresowi pracy rozpatrywanego systemu. Dla układów dolnoprzepustowych wzorzec taki może być realizowany za pomocą transmutacji idealnego filtra dolnoprzepustowego o odpowiedzi impulsowej

$$k(t) = \frac{c}{\pi} \omega_c Sa[\omega_c(t-t_0)], \quad (3)$$

gdzie: c - współczynnik wzmocnienia, t_0 - opóźnienie filtra, ω_c - częstotliwość odcięcia [1].

2.3. Kryterium błędu

Istnieje kilka kryteriów błędu, a wybór odpowiedniego uzależniony jest od celu i przeznaczenia rozpatrywanego systemu pomiarowego. Biorąc pod uwagę, że dynamiczne sygnały mierzone $x(t)$ są niezdeterminowanymi sygnałami o kształcie niemożliwym do przewidzenia, warunki wzajemnej porównywalności wyników można uzyskać tylko w przypadku, w którym kryteria te będą oparte na wartościach błędów maksymalnych.

W dziedzinie pomiarów dynamicznych często stosowane jest kryterium całkowo-kwadratowe

$$I = \int_0^T \int_0^t [k(t-\tau) \cdot x(\tau)]^2 dt = \int_0^T [y(t)]^2 dt, \quad t \in [0, T]. \quad (4)$$

Przykładowo stosując metodę Simsona relacja (4) może być przedstawiona w formie dyskretnej za pomocą [2]

$$\tilde{I} = \frac{N\Delta}{6n} \cdot \dots$$

$$\dots \left[y(0) + y(N\Delta) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} y\left(i \frac{N\Delta}{n}\right)^2 + 4 \sum_{i=1}^n y\left[\left(i - \frac{1}{2}\right) \frac{N\Delta}{n}\right]^2 \right]$$

$$n = 1, \dots, N. \quad (5)$$

Korzyści ze stosowania powyższej formuły wynikają z faktu, że za pomocą dowolnej dyskretnej metody obliczeniowej w łatwy sposób można wyznaczyć maksymalną wartość $\int_0^T [y(t)]^2 dt$.

2.4. Istnienie i osiągalność sygnałów maksymalizujących

W [3] i [4] wykazano, że sygnały maksymalizujące kryterium (4) przyjmują zawsze w $[0, T]$ któreś z nałożonych na nie ograniczeń. Ograniczenia te dotyczą amplitudy a oraz prędkości narastania \mathcal{G} . Dla systemów opisanych za pomocą liniowych równań różniczkowych ograniczenie amplitudy sygnału $x(t)$ wynika z zakresu pomiarowego tego systemu.

Nałożenie na sygnał tylko jednego ograniczenia daje rozwiązanie typu 'bang-bang' o dynamicie najczęściej niedopasowanej do dynamiki badanego systemu. Wynika to z faktu, że sygnały takie są odcinkami stałe, a w miejscach przełączeń mają nieskończoną prędkość narastania. W konsekwencji generują one nadspodziewanie duże wartości błędów. Konieczne jest zatem nałożenie drugiego ograniczenia, zapewniającego dopasowanie dynamiki sygnału do dynamiki systemu.

2.5. Ograniczenia sygnału

W przypadku dwóch równoczesnych ograniczeń dotyczących amplitudy a i prędkości narastania \mathcal{G} , sygnał maksymalizujący może być wyłącznie sygnałem trójkątnym o nachyleniu zboczy $\pm\alpha$,

$$\mathcal{G} = tg\alpha, \quad (6)$$

lub sygnałem trapezoidalnym o nachyleniu zboczy $\pm\alpha$ i wysokości a .

Można tutaj rozpatrywać różne wartości ograniczeń wynikające z dwóch przesłanek. W dziedzinie czasu wartość \mathcal{G} nie powinna przekraczać maksymalnej prędkości odpowiedzi systemu na skok jednostkowy [3]. Mamy zatem

$$\mathcal{G} \leq \max_{t \in [0, T]} |\dot{x}(t)| \leq \max_{t \in [0, \infty]} |h(t)|. \quad (7)$$

2.6. Procedura wyznaczania sygnałów maksymalizujących błąd całkowo-kwadratowy

Dla błędu całkowo-kwadratowego nie znaleziono jak dotąd analitycznego rozwiązania sygnałów maksymalizujących. Dobre wyniki w rozwiązaniu tego problemu uzyskuje się poprzez zastosowanie algorytmu genetycznego. W [1] przedstawiono schemat blokowy układu opartego na algorytmie genetycznym i służącego do wyznaczania sygnałów maksymalizujących z dwoma ograni-

zeniami oraz schemat blokowy zastosowanego algorytmu genetycznego wykorzystującego klasyczną metodę ruletki.

3. Wyniki badań

Jako przykład rozpatrzmy analogowe filtry 3 rzędu: Butterwortha, Czebyszewa i Bessela o następujących funkcjach przejścia:

$$K_{Bt3}(s) = \frac{c}{\left[\left(\frac{s}{\omega_c} \right)^2 + \frac{s}{\omega_c} + 1 \right] \left[\frac{s}{\omega_c} + 1 \right]}, \quad (8)$$

$$K_{C3}(s) = \frac{c}{\left[1.19 \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^2 + 0.36 \frac{s}{\omega_c} + 1 \right] \left[3.35 \frac{s}{\omega_c} + 1 \right]}, \quad (9)$$

$$K_{Be3}(s) = \frac{c}{\left[0.48 \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^2 + \frac{s}{\omega_c} + 1 \right] \left[0.76 \frac{s}{\omega_c} + 1 \right]}. \quad (10)$$

i częstotliwości odcięcia $f_c=10$ Hz.

Tab. 1. Czasy przełączeń i wartości błędu całkowo-kwadratowego dla filtru Bessela
Tab. 1. Switching times and integral-square error values for the Bessel filter

Filtr Bessela		
T [s]	$x_0(t)$	$I(x_0)$
0	0	0
0.5	$\vartheta_+ [0.0,0.08s.]$, $\vartheta_- [0.08,0.23s.]$, $\vartheta_- [0.23,0.34s.]$, $\vartheta_- [0.34,0.48s.]$, $-a [0.48,0.5s.]$.	$1.56 \cdot 10^{-4}$
1.0	$\vartheta_+ [0.0,0.1s.]$, $\vartheta_- [0.1,0.3s.]$, $\vartheta_+ [0.3,0.5s.]$, $\vartheta_- [0.5,0.7s.]$, $\vartheta_+ [0.7,0.9s.]$, $\vartheta_- [0.9,1.0s.]$.	$2.84 \cdot 10^{-4}$
1.5	$\vartheta_+ [0.0,0.1s.]$, $\vartheta_- [0.1,0.3s.]$, $\vartheta_+ [0.3,0.5s.]$, $\vartheta_- [0.5,0.7s.]$, $\vartheta_+ [0.7,0.9s.]$, $\vartheta_- [0.9,1.1s.]$, $\vartheta_+ [1.1,1.3s.]$, $\vartheta_- [1.3,1.5s.]$.	$4.44 \cdot 10^{-4}$
2.0	$\vartheta_+ [0.0,0.1s.]$, $\vartheta_- [0.1,0.3s.]$, $\vartheta_+ [0.3,0.5s.]$, $\vartheta_- [0.5,0.7s.]$, $\vartheta_+ [0.7,0.9s.]$, $+a [0.9,1.1s.]$, $\vartheta_- [1.1,1.11s.]$, $-a [1.11,1.89s.]$, $\vartheta_+ [1.89,1.9s.]$, $+a [1.9,2.0s.]$.	$5.77 \cdot 10^{-4}$
2.5	$\vartheta_+ [0.0,0.05s.]$, $\vartheta_- [0.05,0.2s.]$, $-a [0.2,0.4s.]$, $\vartheta_+ [0.4,0.6s.]$, $\vartheta_- [0.6,0.8s.]$, $\vartheta_+ [0.8,1.0s.]$, $\vartheta_- [1.0,1.2s.]$, $\vartheta_+ [1.2,1.4s.]$, $\vartheta_- [1.4,1.6s.]$, $+a [1.7,1.9s.]$, $\vartheta_- [1.9,2.1s.]$, $\vartheta_+ [2.1,2.3s.]$, $\vartheta_- [2.2,2.4s.]$, $-a [2.4,2.5s.]$.	$6.47 \cdot 10^{-4}$
3.0	$\vartheta_+ [0.0,0.1s.]$, $\vartheta_- [0.1,0.3s.]$, $\vartheta_+ [0.3,0.5s.]$, $+a [0.5,0.7s.]$, $\vartheta_- [0.7,0.9s.]$, $\vartheta_+ [0.9,1.1s.]$, $+a [1.1,1.3s.]$, $\vartheta_- [1.3,1.5s.]$, $\vartheta_+ [1.5,1.7s.]$, $+a [1.7,1.9s.]$, $\vartheta_- [1.9,2.1s.]$, $\vartheta_+ [2.1,2.3s.]$, $+a [2.3,2.5s.]$, $\vartheta_- [2.5,2.7s.]$, $\vartheta_+ [2.7,2.9s.]$, $+a [2.9,3.0s.]$.	$6.31 \cdot 10^{-4}$
3.5	$\vartheta_+ [0.0,0.1s.]$, $+a [0.1,0.3s.]$, $\vartheta_- [0.3,0.5s.]$, $\vartheta_+ [0.5,0.7s.]$, $+a [0.7,0.9s.]$, $\vartheta_- [0.9,1.1s.]$, $+a [1.1,1.3s.]$, $+a [1.3,1.5s.]$, $\vartheta_+ [1.5,1.7s.]$, $\vartheta_+ [1.7,1.9s.]$, $+a [1.9,2.1s.]$, $\vartheta_- [2.1,2.3s.]$, $\vartheta_+ [2.3,2.5s.]$, $+a [2.5,2.7s.]$, $\vartheta_- [2.7,2.9s.]$, $\vartheta_+ [2.9,3.1s.]$, $+a [3.1,3.3s.]$, $\vartheta_- [3.3,3.5s.]$.	$6.92 \cdot 10^{-4}$
4.0	$\vartheta_+ [0.0,0.1s.]$, $+a [0.1,0.3s.]$, $\vartheta_- [0.3,0.5s.]$, $\vartheta_+ [0.5,0.7s.]$, $+a [0.7,0.9s.]$, $\vartheta_- [0.9,1.1s.]$, $\vartheta_+ [1.1,1.3s.]$, $+a [1.3,1.5s.]$, $\vartheta_- [1.5,1.7s.]$, $\vartheta_+ [1.7,1.9s.]$, $+a [1.9,2.1s.]$, $\vartheta_- [2.1,2.3s.]$, $\vartheta_+ [2.3,2.5s.]$, $+a [2.5,2.7s.]$, $\vartheta_- [2.7,2.9s.]$, $\vartheta_+ [2.9,3.1s.]$, $+a [3.1,3.3s.]$, $\vartheta_- [3.3,3.5s.]$, $-a [3.5,4.0s.]$.	$6.87 \cdot 10^{-4}$
4.5	$\vartheta_+ [0.0,0.1s.]$, $+a [0.1,0.32s.]$, $\vartheta_- [0.32,0.52s.]$, $-a [0.52,0.7s.]$, $\vartheta_+ [0.7,0.9s.]$, $+a [0.9,1.12s.]$, $\vartheta_- [1.12,1.32s.]$, $-a [1.32,1.5s.]$, $\vartheta_+ [1.5,1.7s.]$, $+a [1.7,1.92s.]$, $\vartheta_- [1.92,2.12s.]$, $-a [2.12,2.3s.]$, $\vartheta_+ [2.3,2.5s.]$, $+a [2.5,2.72s.]$, $\vartheta_- [2.72,2.92s.]$, $-a [2.92,3.1s.]$, $\vartheta_+ [3.1,3.3s.]$, $+a [3.3,3.52s.]$, $\vartheta_- [3.52,3.72s.]$, $-a [3.72,3.9s.]$, $\vartheta_+ [3.9,4.1s.]$, $+a [4.1,4.32s.]$, $\vartheta_- [4.32,4.5s.]$.	$6.97 \cdot 10^{-4}$
5.0	$\vartheta_+ [0.0,0.1s.]$, $+a [0.1,0.3s.]$, $\vartheta_- [0.3,0.5s.]$, $-a [0.5,0.7s.]$, $\vartheta_+ [0.7,0.9s.]$, $+a [0.9,1.1s.]$, $\vartheta_- [1.1,1.3s.]$, $-a [1.3,1.5s.]$, $\vartheta_+ [1.5,1.7s.]$, $+a [1.7,1.9s.]$, $\vartheta_- [1.9,2.1s.]$, $-a [2.1,2.3s.]$, $\vartheta_+ [2.3,2.5s.]$, $+a [2.5,3.1s.]$, $\vartheta_- [3.1,3.3s.]$, $-a [3.3,3.5s.]$, $\vartheta_+ [3.5,3.7s.]$, $+a [3.7,3.9s.]$, $\vartheta_- [3.9,4.1s.]$, $-a [4.1,4.3s.]$, $\vartheta_+ [4.3,4.5s.]$, $+a [4.5,4.7s.]$, $\vartheta_- [4.7,4.9s.]$, $-a [4.9,5.0s.]$.	$7.10 \cdot 10^{-4}$

Jako wzorzec zastosowano matematyczny model filtru (3) dla danych: $c=1$ i $f_c=10$ Hz. W celu wyznaczenia sygnałów maksymalizujących (4), przyjęto następujące założenia:

- ograniczenie amplitudy $a=0,1$ V,
- ograniczenia prędkości narastania, wyznaczone w oparciu o (7):

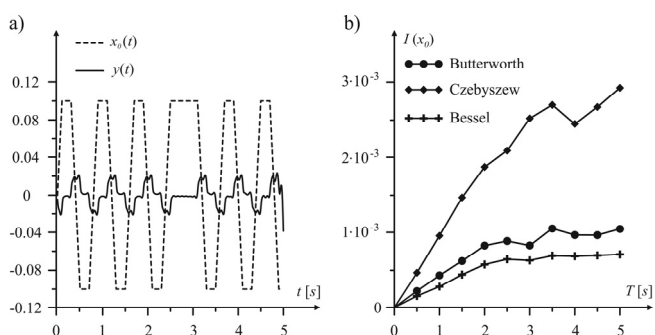
$$\vartheta_{Bt3} = 1.08 \frac{V}{s}, \quad \vartheta_{C3} = 1.03 \frac{V}{s} \quad \text{i} \quad \vartheta_{Be3} = 1.00 \frac{V}{s},$$

- $T = (0 \dots 5)$ s,
- krok dyskretyzacji $\Delta=0,01$ s.

Przykładowo wyznaczone czasy przełączeń sygnałów maksymalizujących oraz odpowiadające im wartości błędów dla filtru (10) zestawiono w tabeli 1.

Rys. 1 przedstawia sygnał $x_0(t)$ i błąd $y(t)$ dla filtru Bessela (1a) oraz zmiany błędu całkowo-kwadratowego w funkcji zmian czasu T w przedziale $(0 \dots 5)$ s, z krokiem $\Delta T=0,5$ s dla wszystkich trzech filtrów (1b).

Rys. 1b obrazuje hierarchię dynamicznej dokładności dla filtrów (8)-(10).



Rys. 1. Sygnał $x_0(t)$ i błąd $y(t)$ (a) oraz błąd całkowo-kwadratowy w funkcji zmian czasu $T = (0 \dots 5)$ s, (b) dla filtru Bessela 3 rzędu

Fig. 1. Signal $x_0(t)$, error $y(t)$ (a) and integral-square error as a function of time duration $T = (0 \dots 5)$ s, (b) for the 3rd order Bessel filter

4. Wnioski

Uzyskane wyniki wskazują, że dla danego czasu badania najwyższe wartości błędu całkowo-kwadratowego generuje filtr Czebyszewa, natomiast najniższe filtr Bessela.

Badania przeprowadzono w oparciu o program komputerowy zaimplementowany w środowisku MatLab.

Przyjęto następujące parametry algorytmu genetycznego: liczba założonych do przeszukania populacji = 1000, wartość warunku stopu = 250, liczebność chromosomów wchodzących w skład każdej populacji = 32, prawdopodobieństwo krzyżowania: $P_k = 0,9$, prawdopodobieństwo mutacji: $P_m = 0,05$, krok dyskretyzacji obliczeń = 0,01 s.

5. Literatura

- [1] Tomczyk K.: Calibration of measuring systems based on maximum dynamic error. Chapter in the book: Applied measurement systems, edited by Hag Z., Published by InTech, Rijeka, 2012, available online: <http://www.intechopen.com/books/applied-measurement-systems>
- [2] Sieja M.: Procedure of discrete determination of signal maximising the integral-square criterion, Technical Transactions, Cracow University of Technology, Issue 17, pp. 79-86, 2010.
- [3] Layer E.: Modelling of Simplified Dynamical Systems. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2002
- [4] Layer E., Tomczyk K.: Measurements, Modelling and Simulation of Dynamic Systems. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.
- [5] Tomczyk K.: Application of genetic algorithm to measurement system calibration intended for dynamic measurement. Metrology and Measurement Systems. Vol. XIII, no. 1, pp. 93-103, 2006.