

ZBIGNIEW MATRAS¹NIEREOMETRYCZNA METODA WYZNACZANIA
STAŁYCH REOLOGICZNYCH
CIECZY NIENEWTONOWSKICHNON-RHEOMETRIC METHOD
OF RHEOLOGICAL CONSTANTS EVALUATION
FOR NON-NEWTONIAN LIQUIDS

Streszczenie

Zaproponowano teoretycznie uzasadnioną, niereometryczną metodę określania stałych reologicznych cieczy. Wykazano, że stałe reologiczne reostabilnych cieczy nienewtonowskich można wyznaczyć na podstawie odpowiednio opracowanych danych doświadczalnych uzyskanych w zakresie turbulentnym. Do weryfikacji doświadczalnej metody zastosowano reometr kapilarno – rurowy własnej konstrukcji.

Słowa kluczowe: lepkość, stała konsystencji, własności reologiczne, ciecze nienewtonowskie

Abstract

The paper proposes a theoretically justified method for determining the viscosity of the liquid. It was presented, that the rheological constants of time-independent non-Newtonian fluids can be determined on the basis of appropriately designed experimental data obtained in the turbulent range of flow. The own design capillary-pipe rheometer has been used for the verification of the experimental method.

Keywords: viscosity, consistency, rheological properties, non-Newtonian liquids

¹ Prof. dr hab. inż. Zbigniew Matras, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Pomiar dynamicznego współczynnika lepkości płynów odgrywa istotną rolę przy projektowaniu wszelkiego rodzaju procesów przepływowych. Dotyczy to zarówno transportu cieczy lub gazów w rurach, jak również wielu procesów technologicznych, w których występuje ścinanie płynu. Dynamiczny rozwój zwłaszcza przemysłu chemicznego powoduje, że na rynku pojawiają się lawinowo ciecze o coraz bardziej złożonych własnościach reologicznych i strukturze wewnętrznej. Zaliczyć do nich należy roztwory polimerowe, roztwory substancji powierzchniowo czynnych, emulsje, zawiesiny, układy koloidalne, płyny wielofazowe itp. Wymaga to stosowania nie tylko znanych powszechnie metod reometrycznych, ale również poszukiwania niekonwencjonalnych metod identyfikacji reologicznej tego rodzaju cieczy. Podstawową trudność przy pomiarze np. dynamicznego współczynnika lepkości zawiesin stwarza ich niejednorodność. Nie stanowi to większego problemu, gdy liczba Knudsena $Kn < 0,01$. Wówczas płyn można traktować, jako jednorodny układ ciągły i stosowanie reometrów rotacyjnych, kapilarnych lub innych, klasycznych viskozymetrów jest w pełni uzasadnione [1-3]. W przeciwnym przypadku należy zdawać sobie sprawę z tego, że pomiary mogą być obciążone dużymi, trudnymi do zaakceptowania błędami. Poszukiwanie, zatem innych metod, które dawałyby gwarancję wyeliminowania trudności związanych z niejednorodnością i pozwalałyby na wiarygodną ocenę własności reologicznych płynu o złożonej strukturze wewnętrznej jest zdaniem autora celowe. Dodatkowym atutem wspierającym tę tezę jest fakt, że przy przepływie wielu cieczy, takich jak roztwory wielkocząsteczkowych polimerów, roztworów micelarnych czy zawiesin włóknistych występuje anormalne zjawisko redukcji oporów w zakresie turbulentnym [4]. W takich przypadkach metody reometryczne zawodzą. Wyznaczone przy wykorzystaniu reometrów charakterystyki pozwalają wprawdzie na bardzo precyzyjne określenie stałych reologicznych cieczy w zakresie ścinania laminarnego, ale nie dają odpowiedzi na kluczowe pytanie, w jaki sposób badana ciecz zachowywać się będzie w zakresie turbulentnym.

2. Idea przewodnia metody

Obserwacja zachowania się wody oraz jednorodnych cieczy nienewtonowskich podczas ich przepływu w rurach skłaniają autora do postawienia tezy, że stałe reologiczne płynów reostabilnych można wyznaczyć korzystając z odpowiedniego opracowania danych doświadczalnych uzyskanych w zakresie turbulentnym. Posłużyć może do tego opisany wcześniej [5] reometr kapilarno rurowy, w którym można badać charakterystyki przepływowe cieczy w szerokim przedziale zmienności liczb Reynoldsa $Re < 3 \cdot 10^5$. Zestaw zainstalowanych w nim kapilar pozwala na wyznaczanie rurowych krzywych płynięcia

$$\tau_w = f\left(\frac{8 \cdot u_m}{D}\right) \quad (1)$$

Natomiast w rurach o większych średnicach można realizować głównie przepływ turbulentny i badać m. in. bezwymiarowe charakterystyki

$$c_f = \varphi(Re) \quad (2)$$

Załóżmy, że przepływająca ciecz spełnia potęgowe prawo tarcia wewnętrzznego Ostwalda – de Waele. Wtedy krzywa (1) przyjmuje postać

$$\left(\frac{D \cdot \Delta P}{4 \cdot L}\right) = K \cdot \left(\frac{3 \cdot n + 1}{4 \cdot n}\right)^n \cdot \left(\frac{8 \cdot u_m}{D}\right)^n \quad (3)$$

lub w układzie pseudonewtonowskich liczb kryterialnych [4]

$$c_{fM} = \left(\frac{16}{Re_M}\right) \quad (4)$$

W ustabilizowanym zakresie turbulentnym, tj. w przedziale $Re_M > 3100$ krzywa oporów (2) opisana jest równaniem Blasiusa

$$c_{fM} = \left(\frac{0,079}{Re_M^{0,25}}\right) \quad (4)$$

gdzie zmodyfikowana liczba Reynoldsa

$$Re_M = \frac{D^n \cdot u_m^{2-n} \cdot \rho}{K \cdot \left(\frac{3 \cdot n + 1}{4 \cdot n}\right)^n \cdot 8^{n-1}} \cdot \left[\frac{2 \cdot (n+1)}{3 \cdot n + 1}\right]^{-2,5} \quad (5)$$

i zmodyfikowany współczynnik oporów Fanninga

$$c_{fM} = \frac{\frac{D \cdot \Delta P}{4 \cdot L}}{\frac{\rho \cdot u_m^2}{2}} \left[\frac{2 \cdot (n+1)}{3 \cdot n + 1}\right]^{-2,5} \quad (6)$$

Po uwzględnieniu w równaniu (4) wzorów (5) i (6) można je przekształcić do postaci wymiarowej

$$\frac{D \cdot \Delta P}{4 \cdot L} = 0,001038 \cdot \left(\frac{3 \cdot n + 1}{4 \cdot n}\right)^n \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot (n+1)}{3 \cdot n + 1}\right)\right]^{\frac{15}{8}} \cdot D^{\frac{3}{2}} \cdot \rho^{\frac{3}{4}} \cdot K^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{8 \cdot u_m}{D}\right)^{\left(\frac{n+6}{4}\right)} \quad (7)$$

Z analizy postaci równania (7) wynika, że w ogólnym przypadku opisuje ono czteroparametrową rodzinę krzywych, gdzie parametrami, są: gęstość płynu ρ , stała konsystencji K wskaźnik płynięcia n oraz średnica przewodu D . W szczególnym przypadku wybranej do badań cieczy, kształt i położenie krzywych zależy od średnicy rury D , a stałe K i n są wielkościami, których wartości dla danej cieczy są poszukiwane. Warto zwrócić uwagę na istotny fakt, że bez względu na wielkość średnicy rury wykładnik potęgowej $(n+6)/4$ w równaniu (7) jest stały. Oznacza to, że jeżeli badana ciecz jest reostabilną, potęgową cieczą nienewtonowską, to wyznaczone doświadczalnie w zakresie turbulentnym krzywe (1) są w układzie podwójnie logarytmicznym równoległe do siebie. W celu wyeliminowania tej niedogodności przekształćmy równania (7) do postaci

$$T = C \cdot \left(\frac{8 \cdot u_m}{D} \right)^{\frac{n}{4}} \quad (8)$$

gdzie

$$T = \frac{10,644 \cdot D \cdot \Delta P}{L \cdot \rho^{\frac{3}{4}} \cdot u_m^{\frac{3}{2}}} \quad (9)$$

natomiast stała C określona jest za pomocą wzoru

$$C = \left(\frac{3 \cdot n + 1}{4 \cdot n} \right)^{\frac{n}{4}} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot (n + 1)}{3 \cdot n + 1} \right) \right]^{\frac{15}{8}} \cdot K^{\frac{n}{4}} \quad (10)$$

Sprowadziliśmy tym samym pęk krzywych (7) do jednej, uniwersalnej krzywej niezależnej od średnicy rury. Równanie (8) stanowi merytoryczną podstawę, proponowanej w tej pracy metody wyznaczania stałych reologicznych K i n na podstawie doświadczalnie zmierzonych objętościowych wydatków przepływu i towarzyszących im spadków ciśnienia w zakresie turbulentnym. Stosując metodę regresji liniowej w odniesieniu do danych przedstawionych w układzie podwójnie logarytmicznym łatwo można określić stałe C i n oraz dalej, z równania (10) stałą konsystencji K

$$K = \left(\frac{4 \cdot n}{3 \cdot n + 1} \right)^n \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot (n + 1)}{3 \cdot n + 1} \right) \right]^{\frac{15}{2}} \cdot C^4 \quad (11)$$

Obliczone w ten sposób stałe reologiczne K i n powinny być identyczne z odpowiednimi stałymi wyznaczonymi za pomocą reometru kapilarnego, tj. z równania (3) przy zachowaniu laminarnych warunków przepływu lub za pomocą reometru rotacyjnego.

W przypadku, gdy badana ciecz jest newtonowska ($n = 1$, $K \equiv \eta$) równania (3) oraz (7), (8) (10) i (11) przyjmują postaci następujące:

$$\left(\frac{D \cdot \Delta P}{4 \cdot L} \right) = \eta \cdot \left(\frac{8 \cdot u_m}{D} \right) \quad (3a)$$

$$\frac{D \cdot \Delta P}{4 \cdot L} = 0,001038 \cdot D^{\frac{3}{2}} \cdot \rho^{\frac{3}{4}} \cdot \eta^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{8 \cdot u_m}{D} \right)^{1,75} \quad (7a)$$

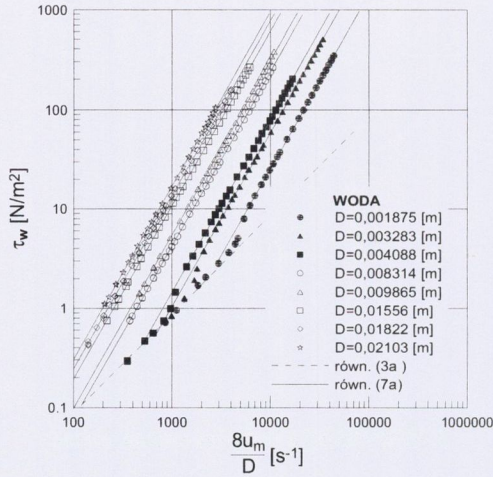
$$T = C \cdot \left(\frac{8 \cdot u_m}{D} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (8a)$$

$$C = \eta^{\frac{1}{4}} \quad (10a)$$

$$\eta = C^4 \quad (11a)$$

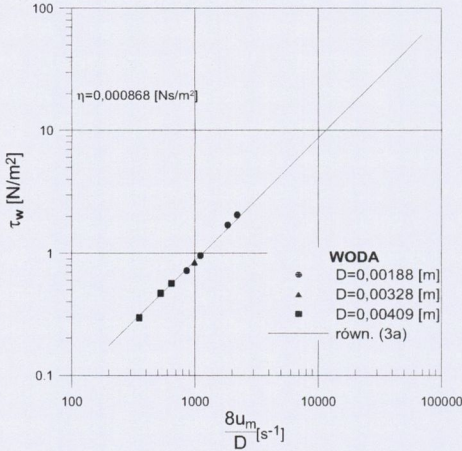
3. Weryfikacja doświadczalna metody

Przedmiotem weryfikacji metody było zbadanie czy równania (3) i (8) rzeczywiście opisują pojedyncze krzywe w zakresach odpowiednio laminarnym i turbulentnym oraz czy wyznaczone dwoma różnymi sposobami (tj. w warunkach przepływu laminarnego lub turbulentnego) wartości stałych reologicznych są takie same. W pierwszym przypadku, tj. w zakresie laminarnym krzywa (3) jest obwiednią krzywych (1) sporządzonych w całym badanym zakresie liczb Reynoldsa (por. rys.1). Dlatego, zgodnie z proponowaną metodą należy odrzucić dane dotyczące zakresu przejściowego i turbulentnego i skorelować jedynie dane z zakresu laminarnego. W tym przypadku, do opracowania danych zakwalifikowano wszystkie punkty doświadczalne, które mieściły się w przedziale rurowych szybkości ścinania odpowiadającym $Re_M < 1200$ (rys. 2, 4, 6). W drugim przypadku przepływu turbulentnego odrzucono z kolei punkty danych z zakresu laminarnego i przejściowego i do opracowania krzywych w postaci (7) lub (8) przyjęto dane odpowiadające $Re_M > 4000$ (rys. 3, 5, 7). Sugerowane, przy zastosowaniu metody, rozszerzenie zakresu przejściowego od ogólnie przyjętego, tj. $Re_{MI} < Re_M < Re_{MII}$, gdzie $Re_{MI} = 2100$ i $Re_{MII} = 3100$, do $1200 < Re_M < 4000$ jest uzasadnione z uwagi na metrologiczny cel stosowania metody. Badania przeprowadzono za pomocą reometru kapilano-rurowego własnej konstrukcji, opisanego szczegółowo w pracy [5] oraz reometru kapilarnego URK-1 [4]. Wykorzystano w sumie 11 rurek i kapilar o różnych średnicach. Wartości średnic rurek wyszczególniono na poszczególnych rysunkach zamieszczonych poniżej. Przedmiotem badań był izotermiczny przepływ wody destylowanej – jako wzorcowej cieczy newtonowskiej oraz wodne roztwory hydroksypropylometylocelulozy (HPMC) o stężeniach masowych 0,15 % i 0,3 %. Pomiarzy przeprowadzono w temperaturze 299,3 K. W celu sprawdzenia poprawności stosowania metody przeprowadzono kilka serii pomiarowych skokowo zmienianych objętościowych wydatków przepływu i związanych z nimi strat ciśnienia. Rezultaty badań przepływu wody przedstawiono na rys. 1 - 3. Z kolei analogiczne wyniki eksperymentalne uzyskane dla roztworów polimerowych 0,15% HPMC i 0,3% HPMC zaprezentowano na rys. 4 - 7.



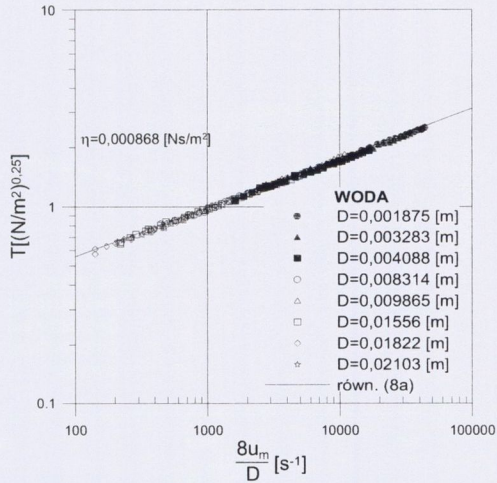
Rys. 1. Charakterystyki przepływu (3a) i (7a) laminarnego i turbulenty przepływu wody w rurach o różnych średnicach

Fig. 1. Flow characteristics (3a) and (7a) for the laminar and the turbulent flow of water in pipes of different diameters



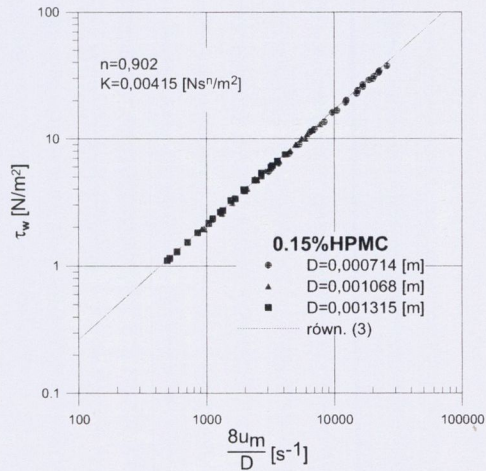
Rys. 2. Konfrontacja równania (3a) z danymi doświadczalnymi dla wody – zakres przepływu laminarnego; $\eta = 0,00868 \text{ Ns/m}^2$

Fig. 2. Comparison of equation (3a) with experimental data for water – laminar flow range; $\eta = 0.00868 \text{ Ns/m}^2$



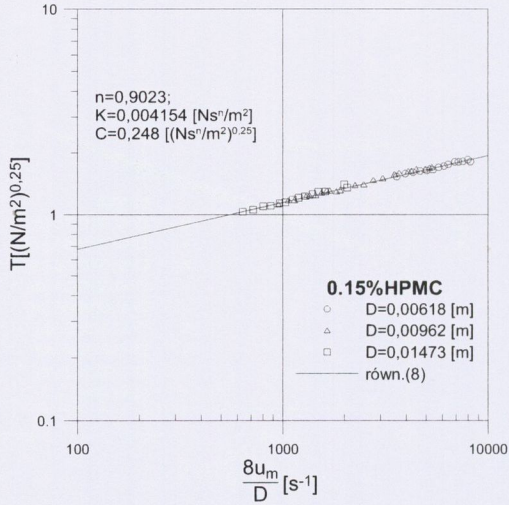
Rys. 3. Konfrontacja równania (8a) z danymi doświadczalnymi dla wody – zakres przepływu turbulentnego; $\eta = 0,00868$ Ns/m²

Fig. 3. Comparison of equation (8a) with experimental data for water – turbulent flow range; $\eta = 0.00868$ Ns/m²



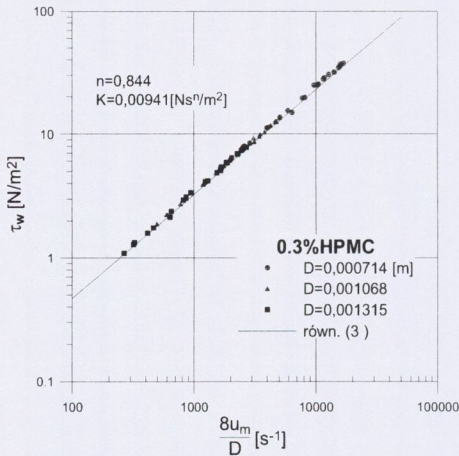
Rys. 4. Konfrontacja równania (3) z danymi doświadczalnymi dla 0,15% wodnego roztworu HPMC – zakres przepływu laminarnego

Fig. 4. Comparison of equation (3) with experimental data for 0.15% aqueous solution of HPMC – laminar flow range



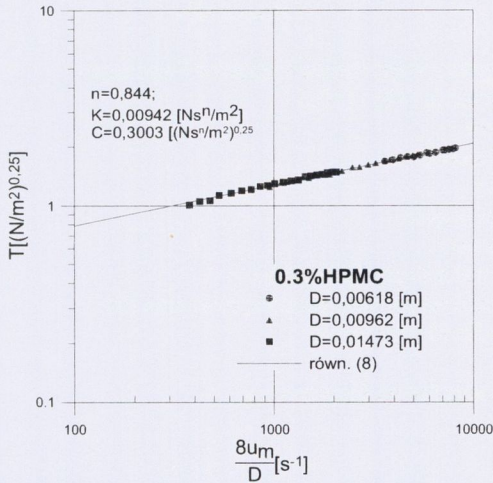
Rys. 5. Konfrontacja równania (8) z danymi doświadczalnymi dla 0,15% wodnego roztworu HPMC – zakres przepływu turbulentnego

Fig. 5. Comparison of equation (8) with experimental data for 0.15 % aqueous solution of HPMC – turbulent flow range



Rys. 6. Konfrontacja równania (3) z danymi doświadczalnymi dla 0,3% wodnego roztworu HPMC – zakres przepływu laminarnego

Fig. 6. Comparison of equation (3) with experimental data for 0.3 % aqueous solution of HPMC – laminar flow range



Rys. 7. Konfrontacja równania (8) z danymi doświadczalnymi dla 0,3% wodnego roztworu HPMC – zakres przepływu turbulentnego

Fig. 7. Comparison of Eq. (8) with experimental data for 0.3 % aqueous solution of HPMC – turbulent flow range

Przeprowadzona ilościowa analiza danych przedstawionych na rys. 1 ÷ 7 w pełni potwierdza przydatność proponowanej metody. Świadczy o tym bardzo dobra zgodność wyznaczonych eksperymentalnie wartości dynamicznego współczynnika lepkości $\eta_{t,exp} = 0,000892 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ w zakresie turbulentnym i $\eta_{l,exp} = 0,000872 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ w zakresie laminarnym z wartością tablicową tego współczynnika $\eta = 0,000868 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ [6]. Podobnie względna różnica stałych $[100 \cdot (K_{t,exp} - K_{l,exp}) / K_{l,exp}]$ oraz $[100(n_{t,exp} - n_{l,exp}) / n_{l,exp}]$ nie przekracza w obydwu przypadkach badanych roztworów 2%. Wartości te wynoszą odpowiednio: dla 15% HPMC: $K_{l,exp} = 0,004269 \text{ N}\cdot\text{s}^n\text{/m}^2$, $n_{l,exp} = 0,893$, $K_{t,exp} = 0,004038 \text{ N}\cdot\text{s}^n\text{/m}^2$, $n_{t,exp} = 0,912$ i dla 0,3% HPMC: $K_{l,exp} = 0,009404 \text{ N}\cdot\text{s}^n\text{/m}^2$, $n_{l,exp} = 0,8483$, $K_{t,exp} = 0,009404 \text{ N}\cdot\text{s}^n\text{/m}^2$, $n_{t,exp} = 0,840$. Zamieszczone na rys. 1 - 7 krzywe zbudowane zostały przy wprowadzeniu do równań (3) i (8) średnich wartości tych stałych a w przypadku wody (rys. 2 i 3) wartość tablicową lepkości. Nieuniknione różnice wartości stałych K i n wynikają z oddzielnie przeprowadzonej korelacji punktów danych w zakresie laminarnym i turbulentnym.

Autor przestrzega jednocześnie przed bezkrytycznym stosowaniem opisanej metody. W formie przedstawionej w tej pracy, metoda pozwala na jednoznaczny identyfikację reologiczną cieczy newtonowskich i potęgowej cieczy reostabilnych. W przypadku, gdy wartości K i n wyznaczone na podstawie równań (3) i (8) wyraźnie różnią się będą od siebie, wtedy może to świadczyć o wpływie lepkością lub innych, trudnych do zidentyfikowania własności, powodujących np. anormalną redukcję oporów przepływu w zakresie turbulentnym.

Oznaczenia

c_{fM}	– zmodyfikowany współczynnik oporów Fanninga	$[-]$
C	– stała w równaniu (10) i (10a)	$[(Ns^n/m^2)^{0,25}]$
D	– średnica rury	$[m]$
K	– stała konsystencji	$[Ns^n/m^2]$
L	– długość rury	$[m]$
n	– wskaźnik płynięcia	$[-]$
ΔP	– strata ciśnienia	$[N/m^2]$
Re_M	– zmodyfikowana liczba Reynoldsa	$[-]$
T	– wielkość zdefiniowana za pomocą równania (9)	$[(N/m^2)^{0,25}]$
u_m	– średnia prędkość przepływu	$[m/s]$
ρ	– gęstość	$[kg/m^3]$
τ_w	– naprężenie styczne na ścianie rury	$[N/m^2]$

Literatura

- [1] Ferguson J., Kembłowski Z.: *Reologia stosowana cieczy*, Wydawnictwo MARKUS sc., Łódź 1995.
- [2] Wilkinson W. L.: *Ciecze nienewtonowskie*, WNT, Warszawa 1963.
- [3] Shramm G.: *Reologia. Podstawy i zastosowania*, Ośrodek Wydawnictw Naukowych PAN, Poznań 1998.
- [4] Matras Z., *Transport hydrauliczny reologicznie złożonych cieczy nienewtonowskich w przewodach*, Wydawnictwa Politechniki Krakowskiej, Kraków 2001.
- [5] Matras Z.: *Inż. Chem. i Proces.*, 24, Z1, (2003), 139.
- [6] Razniewicz K.: *Tablice cieplne z wykresami*, WNT, Warszawa 1966.