

JERZY ZBIGNIEW PIOTROWSKI,  
ANATOLIY STROY, MARIANNA OLENETS\*

## PROJEKTOWANIE FASAD WENTYLOWANYCH ZE ZREDUKOWANYMI STRATAMI CIEPŁA

---

### DESIGNING OF VENTILATED FASADES WITH REDUCED HEAT LOSSES

#### Streszczenie

Artykuł poświęcony jest obliczeniom parametrów wymiany ciepła w powietrznej warstwie fasad wentylowanych proponowanymi modelami matematycznymi. Etapami rozpatrzonego procesu rozwiązania zadania metodą numeryczno-analityczną za pomocą programu Mathcad. Wykonano także analizę porównawczą obliczeń z wynikami otrzymanymi metodą różnic skończonych. Zaproponowano również sposób na zmniejszenie strat ciepła przez obudowę budynku z wentylowaną warstwą powietrzną.

*Słowa kluczowe: fasada wentylowana, model matematyczny, metoda różnic skończonych, metoda numeryczno-analityczna*

#### Abstract

The paper covers solution of the problem of heat-engineering calculation of air gap in ventilated facade by using analytically numerical method with the help of engineering calculations software (Mathcad for instance). Also, the comparative analyses of the results obtained by analytically numerical method, with the results obtained by the finite difference method have been made. Recommendations to reduce heat loss were made.

*Keywords: ventilated facade, mathematical model, finite difference method, analytically numerical method*

---

\* Dr hab. inż. Jerzy Zbigniew Piotrowski, prof. PŚk, prof. dr hab. inż. Anatoliy Stroy, mgr inż. Marianna Olenets, doktorantka, Katedra Budownictwa Ogólnego, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach.

## 1. Wstęp

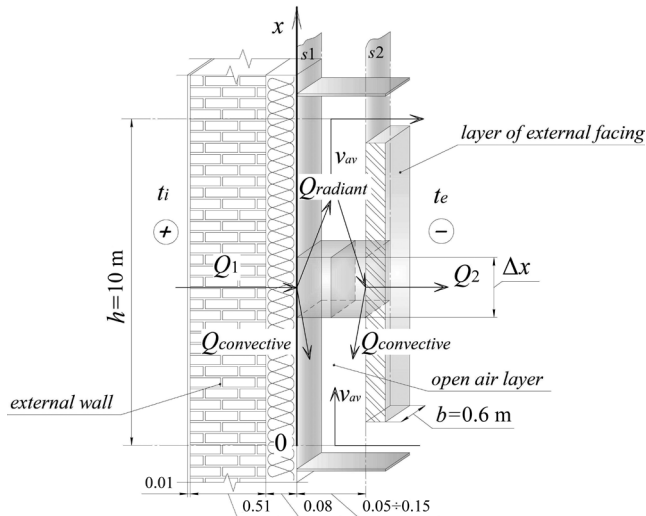
Jednym z głównych elementów fasad wentylowanych jest otwarta warstwa powietrzna, Zamknięte warstwy powietrzne zmniejszają straty ciepła w okresie zimowym, a otwarte – zwiększają. Wielkość strat ciepła zależy od rozmiarów warstwy powietrznej, tzn. od grubości i długości, a także materiału, z jakiego wykonane są elementy fasady wentylowanej oraz temperatury powietrza zewnętrznego i oporu przepływu ciepła samej ściany zewnętrznej, Ocena stopnia wpływu tych czynników na projektowanie obudów zewnętrznych, z uwzględnieniem zmniejszenia strat ciepła, jest dosyć trudna, a czasem niemożliwa, Obecnie brak odpowiednich metod wyliczeń, za pomocą których można byłoby ocenić wpływ różnych czynników na wielkość strat ciepła.

Ilościowa ocena tych strat daje możliwość w procesie projektowania wybrać najbardziej właściwy wariant obudowy budynku z fasadą wentylowaną ze względu na minimalne straty ciepła.

## 2. Analiza modeli matematycznych do termicznych obliczeń fasad wentylowanych

### 2.1. Analityczne rozwiązania modeli matematycznych i analiza wyników obliczeń

Do ilościowej oceny wpływu fasady wentylowanej na wielkość strat ciepła przez zewnętrzną obudowę budynku zaproponowano model matematyczny (1), który zawiera pięć równań, Model (1) określono na podstawie analizy strumieni ciepła z rys. 1, Cztery równania charakteryzują proces wymiany ciepła w otwartej warstwie powietrznej, a piąte równanie charakteryzuje proces ruchu powietrza w warstwie.



Rys. 1 Schemat strumieni ciepła w obudowie budynku z fasadą wentylowaną.

Fig. 1. The scheme of heat fluxes through the enclosing structure with ventilated facade.

Układ równań (1) zawiera cztery niewiadome funkcje zmiany temperatur i prędkości ruchu powietrza w warstwie, Dwie funkcje – to funkcje zmiany temperatury na wew. nętrznej i zewnętrznej powierzchni warstwy ( $t_1(x)$  i  $t_2(x)$ ), a dwie inne funkcje charakteryzują zmiany temperatury powietrza na długości warstwy ( $t_{a1}=f(x)$  i  $t_{a2}=f(x)$ ).

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1(t_i - t_1(x)) = \varepsilon_{1-2} \sigma \left[ \left( \frac{t_1(x) + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{t_2(x) + 273}{100} \right)^4 \right] + \alpha_{c1}(t_1(x) - t_{a1}(x)) \\ U_2(t_2(x) - t_e) = \varepsilon_{1-2} \sigma \left[ \left( \frac{t_1(x) + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{t_2(x) + 273}{100} \right)^4 \right] - \alpha_{c2}(t_2(x) - t_{a2}(x)) \\ t_{a1}(x) = t_1(x) - \frac{t_1(x) - t_e}{\frac{a_{c1}}{cG} x \cdot b} \\ t_{a2}(x) = t_2(x) - \frac{t_2(x) - t_e}{\frac{a_{c2}}{cG} x \cdot b} \\ \left( \sum \xi + \lambda_f \frac{h}{d_e} \right) \frac{v_{av}^2}{2} \rho_{av} = (n_1 - n_2) \frac{v_w^2 \rho_e}{2} + \Delta P_g \end{array} \right. \quad (1)$$

gdzie:

- $t_e, t_i$  – temperatura powietrza zewnętrznego i wewnętrznego [ $^{\circ}\text{C}$ ],
- $\sigma$  – stała Stefana Boltzmana [ $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}^4$ ],
- $\varepsilon_{1-2}$  – emisyjność zastępcza,
- $U_1$  – współczynnik przenikania ciepła dla wewnętrznej części fasady wentylowanej [ $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$ ],
- $U_2$  – współczynnik przenikania ciepła dla zewnętrznej części fasady wentylowanej [ $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$ ],
- $b$  – szerokość warstwy powietrznej [m],
- $\Sigma \xi$  – suma miejscowych oporów aerodynamicznych (orientacyjnie przyjęto: na wlocie  $\xi = 0,5$ , na wylocie  $\xi = 1,0$ , w miejscach zmiany kierunków  $\xi = 2 \cdot 1,0 = 2,0$ )
- $\lambda_f$  – współczynnik oporu ( $\lambda_f = f(\text{Re})$ ),
- $h$  – wysokość warstwy powietrznej [m],
- $d_e$  – grubość zastępcza warstwy powietrznej [m],
- $G$  – przepływ powietrza [ $\text{kg}/\text{s}$ ],
- $x$  – współrzędna odległości od otworu wlotu powietrza [m],
- $\rho_{av}, \rho_e$  – odpowiednio gęstość powietrza w warstwie i powietrza zewnętrznego [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ],
- $\Delta P_g$  – ciśnienie grawitacyjne [Pa],
- $n_1, n_2$  – współczynniki aerodynamiczne,
- $\alpha_{c1}, \alpha_{c2}$  – współczynniki przejmowania ciepła przez konwekcję na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej [ $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$ ],
- $v_w, v_{av}$  – prędkość wiatru i powietrza w warstwie [m/s].

Do rozwiązania modelu matematycznego (1) wykorzystano program Mathcad, Rozpatrzono obudowę budynku z fasadą wentylowaną (rys. 1), Obliczenia wykonano przy temperaturze zewnętrznego powietrza  $t_e = -23^\circ\text{C}$  i prędkości wiatru  $v_w = 2,7 \text{ m/s}$ , Rozmiary powietrznej warstwy: wysokość  $h = 10 \text{ m}$ , szerokość  $b = 0,6 \text{ m}$ , grubość  $\delta = 0,05 \text{ m}$ ;  $U_1 = 0,335 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ;  $U_2 = 21,578 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ;  $n_1 = 0,5$ ;  $n_2 = 0,6$ , Wyniki obliczeń przedstawiono w tab. 1.

Tabela 1

**Wyniki obliczeń termicznych obudowy budynku z fasadą wentylowaną**

$x$ , [m]	$t_1(x)$ , [°C]	$t_2(x)$ , [°C]	$t_{a1}(x)$ , [°C]	$t_{a2}(x)$ , [°C]	$t_{a(x)} =$ $= (t_{a1} + t_{a2})/2$	$q_{c1}(x)$ , [W/m <sup>2</sup> ]	$q_{c2}(x)$ , [W/m <sup>2</sup> ]	$q_c(x)$ , [W/m <sup>2</sup> ]
0	-21,08	-22,91	-23	-23	-23	10,59	0,507	11,10
1	-20,27	-22,86	-21,95	-22,95	-22,45	9,268	0,479	9,747
3	-18,32	-22,73	-19,41	-22,80	-21,11	6,034	0,347	6,381
5	-16,59	-22,62	-17,16	-22,65	-19,91	3,130	0,187	3,317
7	-15,57	-22,55	-15,82	-22,56	-19,19	1,378	0,083	1,461
9	-15,09	-22,51	-15,19	-22,52	-18,86	0,557	0,033	0,590
10	-14,97	-22,51	-15,03	-22,51	-18,77	0,347	0,022	0,369
Średnia					-20,3	4,073	0,226	$q_m = 4,3$

Uwagi, W tabeli 1 przyjęto następujące oznaczenia:

$q_{c1}(x)$ ,  $q_{c2}(x)$  – gęstość konwekcyjnego strumienia ciepła przy powierzchni  $s_1$  i przy powierzchni  $s_2$ ,  
 $q_c(x)$  – gęstość całkowitego strumienia ciepła, który napływa do powietrza w warstwie,  
 $q_m$  – gęstość średniego konwekcyjnego strumienia na powierzchni warstwy.

Strumień ciepła na ogrzanie powietrza w warstwie, można obliczyć ze wzoru (2) lub (3), Na podstawie danych obliczeń z tab. 1 otrzymamy:

$$Q = c \cdot 2G \cdot \Delta t_a = c \cdot 2G \cdot (t_{a(10)} - t_{a(0)}) = 1005 \cdot 2 \cdot 0,0068(-18,77 - (-23)) = 57,8W \quad (2)$$

$$Q = q_m \cdot b \cdot h = 4,3 \cdot 0,6 \cdot 10 = 25,8W \quad (3)$$

gdzie:

$\Delta t_a = t_{a(10)} - t_{a(0)}$  – różnica temperatur powietrza przy wejściu i wyjściu z warstwy powietrznej;

$b, h$  – rozmiary warstwy powietrznej (rys. 1),

Wyniki obliczeń strumienia ciepła, wyliczone według wzorów (2) i (3), są zróżnicowane i wynoszą  $\Delta Q = 32W$  (55%), Powtórne wyliczenia i weryfikację modelu wykonano metodą różnic skończonych.

## 2.2. Obliczenia modelu matematycznego metodą różnic skończonych

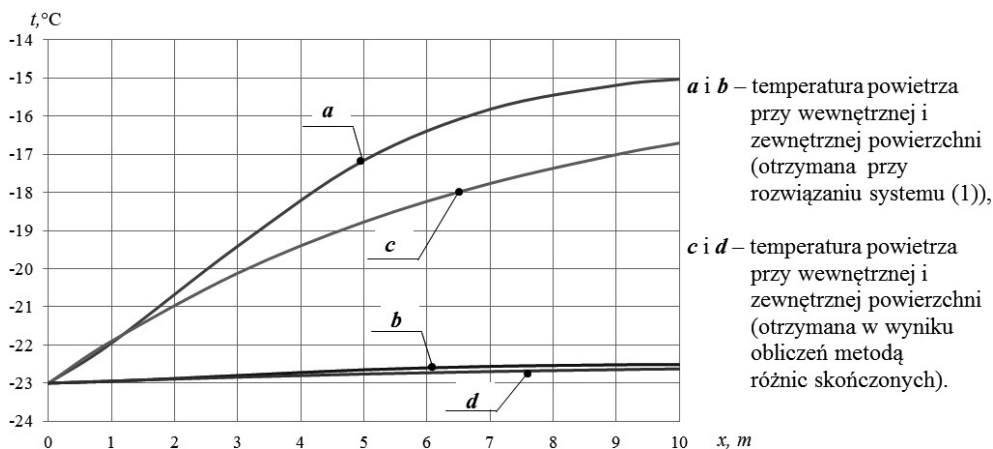
Układ równań do obliczeń procesów wymiany ciepła w warstwie powietrznej fasady wentylowanej w formie końcowych różnic ma postać:

$$\begin{cases} k_1(t_i - t_{1s})\Delta x \cdot b = \varepsilon_{1-2}\sigma \left[ \left( \frac{t_{1s} + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{t_{2s} + 273}{100} \right)^4 \right] \Delta x \cdot b + \alpha_{c1}(t_{1s} - t_{a1s})\Delta x \cdot b \\ k_2(t_{2s} - t_e)\Delta x \cdot b = \varepsilon_{1-2}\sigma \left[ \left( \frac{t_{1s} + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{t_{2s} + 273}{100} \right)^4 \right] \Delta x \cdot b - \alpha_{c2}(t_{2s} - t_{a2s})\Delta x \cdot b \\ \alpha_{c1}(t_{1s} - t_{a1s}) \cdot \Delta x \cdot b = c \cdot G(t_{a1k} - t_{a1p}) \\ \alpha_{c2}(t_{2s} - t_{a2s}) \cdot \Delta x \cdot b = c \cdot G(t_{a2k} - t_{a2p}) \\ 2 \cdot t_{a1s} - t_{a1k} = t_{a1p} \\ 2 \cdot t_{a2s} - t_{a2k} = t_{a2p} \end{cases} \quad (4)$$

gdzie:

- $t_{1s}, t_{2s}$  – średnia temperatura na powierzchniach warstwy powietrznej na wycinku  $\Delta x$ ,
- $t_{1p}, t_{2p}$  – temperatura na powierzchniach warstwy przy wejściu do wycinka  $\Delta x$ ,
- $t_{1k}, t_{2k}$  – temperatura na powierzchniach warstwy przy wyjściu z wycinka  $\Delta x$ ,
- $t_{a1s}, t_{a2s}$  – średnia temperatura w wycinku  $\Delta x$  wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej,
- $t_{a1p}, t_{a2p}$  – temperatura powietrza wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej przy wejściu do wycinka  $\Delta x$ ,
- $t_{a1k}, t_{a2k}$  – temperatura powietrza koło wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej przy wyjściu z wycinka  $\Delta x$ ,

Wyniki obliczeń metodą różnic skończonych przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Zmiana temperatury powietrza wzdłuż warstwy powietrznej

Fig. 2. Change of air temperature along the interlayer

Interpretacja fizyczna modeli matematycznych (1) i (4) jest taka sama, mimo to wykres porównawczy jest zróżnicowany (rys. 2), Jednocześnie rozwiązanie zagadnienia metodą różnic skończonych i obliczenie strumieni ciepła według wzorów (2) i (3) daje wynik porównywalny, co pozytywnie weryfikuje model (4).

### 2.3. Korekta modelu analitycznego

Należy przypuszczać, że błąd w obliczeniach według modelu (1) wynika z całkowania równań, które opisują proces nagrzewania powietrza w warstwie powietrznej, Przy całkowaniu tych równań przyjęto, że temperatura powierzchni nie zależy od danych brzegowych (założenia upraszczające przy całkowaniu), W istocie jest inaczej, co pokazano w tab. 1, Warto zwrócić uwagę, że założenia upraszczające przyjęto z pracy [1], Podobne założenie upraszczające występuje również w innych źródłach literaturowych [2–4].

Aby skorygować założenia upraszczające, przeanalizowano równania różniczkowe charakteryzujące nagrzewanie powietrza przy powierzchni, Przy całkowaniu równań różniczkowych uwzględniono, że temperatura powierzchni zmienia się w zależności od współrzędnej  $x$ , W ten sposób otrzymano wzory (5) i (6), które charakteryzują nagrzewanie powietrza przy wewnętrznej i zewnętrznej warstwie.

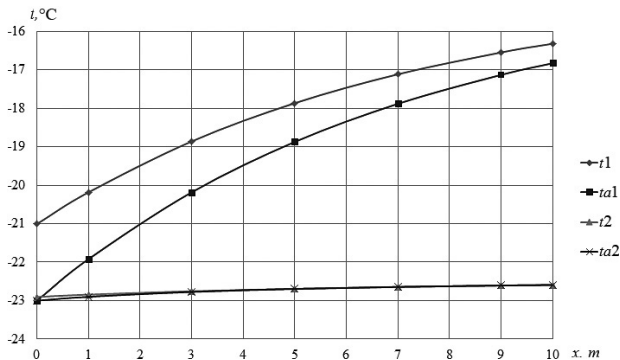
$$t_{a1}(x) = t_1(x) - \frac{t_{1(x=0)} - t_e}{e^{0,23 \frac{\alpha_{e1} \cdot b}{c \cdot G} \cdot x}} \quad (5)$$

$$t_{a2}(x) = t_2(x) - \frac{t_{2(x=0)} - t_e}{e^{0,94 \frac{\alpha_{e2} \cdot b}{c \cdot G} \cdot x}} \quad (6)$$

gdzie:

$t_{1(x=0)}, t_{2(x=0)}$  – temperatury powietrza na powierzchniach warstwy powietrznej przy  $x=0$ .

Do obliczeń procesu wymiany ciepła w warstwie powietrznej w modelu matematycznym (1) trzecie i czwarte równania zostały zamienione równaniami (5) i (6), Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Zmiany temperatury powietrza i temperatury na powierzchniach warstwy powietrznej

Fig. 3. Change of air and surfaces temperature of the open air layer

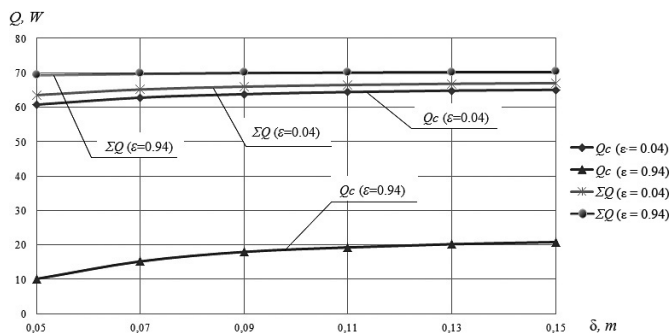
Strumienie ciepłe wyliczone z (2) i (3) wynoszą odpowiednio  $Q = 34,9$  W i  $Q = 35,3$  W, co określa wielkość błędu na poziomie 1%. Jest to pozytywna weryfikacja dokonanej korekty modelu (1).

### 3. Propozycja zmniejszenia strat ciepła

W celu zmniejszenia strat ciepła przez obudowę budynku z fasadą wentylowaną przeanalizowano wpływ niektórych czynników konstruktywnych warstwy powietrznej na wielkość strat ciepła. Szczególnie analizowano rozwiązania materiałowe obudowy budynku przedstawione na rys. 1. Analizę wykonano dla temperatury zewnętrznej powietrza  $t_e = -20^\circ\text{C}$ . Zmieniono grubość warstwy powietrznej i emisyjność powierzchni brzegowych. Wyniki analizy przedstawiono na rys. 4.

Przy niskim współczynniku emisyjności (charakterystycznym dla aluminiowych kaset warstwy osłonowej fasad wentylowanych), tzn. przy  $\varepsilon = 0,04$ , nieunikniona jest wysoka strata ciepła na nagrzewanie powietrza w warstwie powietrznej poprzez konwekcyjny strumień ciepła oraz nieznaczne straty ciepła na zewnątrz, w rezultacie przepływu ciepła przez warstwę osłonową. W przypadku wysokiego współczynnika emisyjności powierzchni warstwy, tzn. przy  $\varepsilon = 0,94$ , zwraca uwagę znaczne zmniejszenie strat ciepła na nagrzewanie powietrza w warstwie  $Q_c$ , przy jednoczesnym zwiększeniu strat ciepła przez warstwę osłonową. Różnica łącznych strat ciepła przez obudowę budynku dla obu przypadków wynosi 3–5 W. W ten sposób współczynnik emisyjności powierzchni warstwy powietrznej dla analizowanej obudowy budynku ma nieznaczny wpływ na ogólne straty ciepła. Należy zaznaczyć, że łączne straty ciepła wraz ze zmniejszeniem współczynnika emisyjności maleją. Przy zwiększeniu grubości warstwy powietrznej straty ciepła ulegają nieznacznemu zwiększeniu.

W celu zmniejszenia strat ciepła przez fasady wentylowane, należy wykorzystać warstwę osłonową, która ma niższy współczynnik emisyjności powierzchni wewnętrznej. Jednocześnie dodatkowo można zmniejszyć straty ciepła przez zmniejszenie strat w warstwie powietrznej. Osiągalne jest to poprzez zwiększenie miejscowych oporów na wewnętrznej albo zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej.



Rys. 4. Straty ciepła na ogrzewanie powietrza w warstwie  $Q_c$  i łączne straty ciepła przez obudowę budynku  $\Sigma Q$  w zależności od grubości warstwy powietrznej i emisyjności powierzchni

Fig. 4. Heat losses on air heating along the air gap and through the external facing layer

#### 4. Wnioski

1. Straty ciepła przez obudowę budynku z fasadą wentylowaną z dostateczną dokładnością obliczyć można przy pomocy modelu matematycznego (1) uwzględniającego proces nagrzewania powietrza w postaci równań (5) i (6).
2. Straty ciepła można z dostateczną dokładnością obliczyć metodą różnic skończonych modelu matematycznego (4).
3. Przedstawione w literaturze równania do wyznaczenia temperatury powietrza wzdłuż otwartej warstwy powietrznej w zależności od współczynnika  $x$  nie w pełni precyzyjnie opisują proces wymiany ciepła w warstwie.
4. Matematyczne modele (1) i (4) pozwalają ocenić wpływ różnych czynników na straty ciepła przez obudowę budynku z wentylowaną warstwą powietrzną i opracować inżynierskie warianty zmniejszenia strat ciepła.

*Badania były współfinansowane z Programu Operacyjnego Innowacyjna Gospodarka w ramach Projektu 1, Działanie 1,1 PO IG Poddziałanie 1,1,2, umowa NR POIG 01,01,02-10-106/09-00.*

#### Oznaczenia

$t_e, t_i$	– temperatura powietrza zewnętrznego i wewnętrznego [°C],
$\sigma$	– stała Stefana Boltzmanna [ $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}^4$ ],
$c$	– ciepło właściwe powietrza [ $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$ ],
$\varepsilon_{1-2}$	– emisyjność zastępcza,
$U$	– współczynnik przenikania ciepła [ $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$ ],
$\Sigma \xi$	– suma oporów miejscowych,
$\lambda_f$	– współczynnik oporu ( $\lambda_f = f(\text{Re})$ ),
$v_w$	– prędkość wiatru [ $\text{m}/\text{s}$ ],
$\Delta P_g$	– ciśnienie grawitacyjne [ $\text{Pa}$ ],
$n$	– współczynnik aerodynamiczny.

#### Literatura

- [1] Piotrowski J.Z., Stroj A.F., *Air heating at its movement along channel in systems with the individual air submission in premises*, Structure and Environment, 2, 2011, 35-39.
- [2] Balocco C., *A simple model to study ventilated facades energy performance*, Energy and Buildings, 34, 2002, 469-475.
- [3] Ciampi M., Leccese F., Tuoni G., *Ventilated facades energy performance in summer cooling of buildings*, Solar Energy, 75, 2003, 491-502.
- [4] Pogorzelski J.A., *Fizyka ciepła budowli*, Warszawa 1976.