

MIROSŁAW DUSZA, KRZYSZTOF ZBOIŃSKI*

DOKŁADNE WYZNACZANIE PRĘDKOŚCI KRYTYCZNEJ MODELU POJAZDU SZYNOWEGO – PORÓWNANIE METOD

ACCURATE DETERMINATION OF RAIL VEHICLE MODEL'S CRITICAL VELOCITY – COMPARISON OF THE METHODS

Streszczenie

Prędkość krytyczna jest jednym z ważniejszych parametrów w analizie nieliniowej dynamiki poprzecznej układów klasy pojazdu szynowego. We wcześniejszych badaniach autorzy wyznaczyli prędkość krytyczną metodą kolejnych symulacji realizowanych dla stałych prędkości ruchu. Obecnie model i oprogramowanie zostały rozszerzone w ten sposób, że umożliwiają symulacje ruchu jednostajnie przyspieszonego lub opóźnionego. Autor skupia się na wyznaczeniu prędkości krytycznej w ruchu jednostajnie przyspieszonym i opóźnionym oraz jej porównaniu z wartością uzyskaną poprzednio dla ruchu jednostajnego.

Słowa kluczowe: stateczność ruchu, prędkość krytyczna, symulacje numeryczne

Abstract

Critical velocity is one of the most important parameters in analysis of non-linear lateral dynamics of systems of rail vehicle class. In the previous studies by present authors non-linear critical velocity was determined with use of simulations series for constant velocities. Now model of the system and the software were extended to be able to simulate uniformly accelerated or decelerated motion. In present studies the authors try to determine non-linear critical velocity with use of single simulation for varying speed. The aim is to compare such obtained new values of critical velocity to those previously obtained for the uniform motion.

Keywords: stability, critical velocity, numerical simulation

* Dr inż. Mirosław Dusza, dr hab. inż. Krzysztof Zboiński, prof. PW, Zakład Infrastruktury Transportu, Wydział Transportu, Politechnika Warszawska.

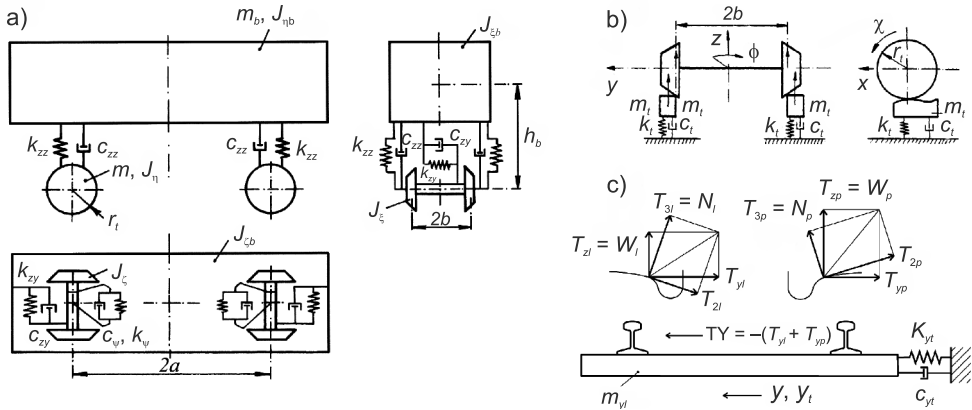
1. Wstęp

Badania stateczności ruchu zaliczane są do grupy podstawowych działań poświęconych analizie dynamiki pojazdów szynowych. Jednym z kluczowych parametrów tej analizy jest nieliniowa prędkość krytyczna układu v_n [1–7]. Jest to graniczna wartość rozdzielająca zakres prędkości, w którym występują rozwiązania stateczne stacjonarne układu (stała wartość obserwowanego parametru w funkcji drogi lub czasu) od zakresu, w którym mogą występować rozwiązania okresowe o charakterze cyklu granicznego. Tego typu rozwiązania wynikają z pojawienia się drgań samowzbudnych w układzie i zaliczane są również do statecznych [11]. Wykonane badania, których fragment zamieszczono w niniejszym artykule, poświęcone są precyzyjnemu wyznaczeniu wartości prędkości krytycznej. Badanym obiektem był model dwuosioowego pojazdu szynowego o strukturze przedstawionej na rys. 1. W dotychczas wykonanych badaniach model umożliwiał zadanie stałej prędkości w poszczególnych symulacjach (ruch jednostajny). Prędkość krytyczna wyznaczana była poprzez realizację kolejnych symulacji ruchu po torze prostym oraz w łukach kołowych dla zmienianych z określonym krokiem Δv prędkości. Dokładność takiej metody wyznaczania prędkości krytycznej zależy od przyjętej długości kroku. W pracach [9–12] badano wpływ wielu parametrów układu na stateczność ruchu, wyznaczając w każdym przypadku prędkość krytyczną w ruchu jednostajnym. Obecnie model i oprogramowanie zostały rozszerzone w ten sposób, że w pojedynczej symulacji możliwe jest zadanie przyspieszenia (opóźnienia). Możliwa jest zatem symulacja ruchu jednostajnie przyspieszonego lub opóźnionego. Badany model należy do grupy układów o twardym charakterze pobudzenia [11]. Oznacza to, że ewentualne wystąpienie drgań samowzbudnych uwarunkowane jest zaistnieniem dwóch parametrów o dostatecznej wartości. Pierwszy to dostateczna ilość energii doprowadzana do układu. W przypadku badanego modelu oznacza to dostatecznie dużą prędkość ruchu v . Drugi to dostateczna wartość wymuszeń początkowych $y_p(0)$. W badanym modelu oznacza to początkowe przemieszczenia poprzeczne y_p obu zestawów kołowych. Ponieważ przedstawione tutaj symulacje dotyczą ruchu jednostajnie przyspieszonego lub opóźnionego, wariantowano wartości wymuszeń początkowych i prędkości początkowej v_0 . Obserwacji i analizie poddano przemieszczenia poprzeczne atakującego zestawu kołowego. Przedstawione są w funkcji drogi łącznie ze zmianami prędkości ruchu. Z powodu ograniczonego odcinka drogi (dłuższy odcinek drogi oznacza wydłużenie symulacji i większe błędy numeryczne) często nie można zaobserwować jednoznacznie rozwiązania, a jedynie tendencje do rozwiązań stacjonarnych lub okresowych. Dokładne wyznaczenie prędkości krytycznej oraz charakteru rozwiązań w zakresie prędkości mniejszych i większych od wartości krytycznej ma na celu sporządzenie tzw. map stateczności ruchu, których przykłady można znaleźć w [9–12]. Obrazują one stateczność pojazdu (reprezentowanego jego modelem) w pełnym zakresie promieni łuków R (uwzględniając tor prosty) i pełnym zakresie prędkości v (od zera do tzw. wykołowania numerycznego [11, 12]).

2. Badany model

Aby umożliwić porównanie nowych wyników z poprzednio uzyskanymi, w obu przypadkach użyto tego samego modelu. Jest to model pojazdu szynowego dwuosioowego z jednym stopniem usprężynowania (rys. 1). Odpowiada on strukturze wagonu towarowego HSFV1

kolei brytyjskich. Model wagonu uzupełniony jest o poprzecznice i pionowo podatny model toru. Model wagonu i toru badane są łącznie, stanowiąc dyskretny układ pojazd szynowy–tor.



Rys. 1. Struktura modelu pojazdu (a) oraz pionowo (b) i poprzecznie (c) podatnego toru

Fig. 1. Vehicle (a) as well as vertical (b) and lateral (c) flexible track structures

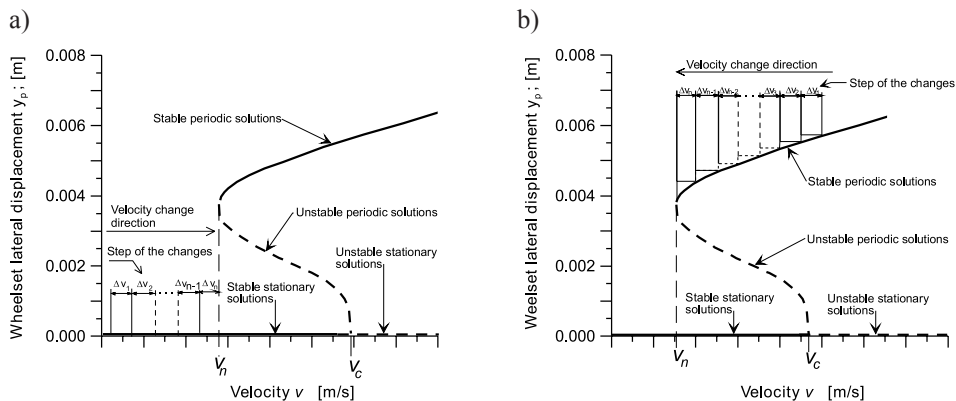
Model matematyczny układu zbudowano zgodnie z metodyką uogólnionego modelowania dynamiki pojazdów szynowych. Więcej informacji o modelu można znaleźć w [8].

3. Metody określania krytycznej prędkości ruchu

3.1. Prędkość krytyczna w ruchu jednostajnym

W badaniach wykonywanych poprzednio zadawana była stała wartość prędkości ruchu v w każdej symulacji. Pozostałe parametry układu również były stałe, a więc z każdej symulacji uzyskiwano jedno rozwiązanie układu w dziedzinie prędkości v . Badania rozpoczynano od małych prędkości (ok. 5 m/s) na torze prostym. W każdej następnej symulacji zwiększano prędkość ruchu o Δv (rys. 2a). Zwykle przyjmowano $\Delta v = 3$ lub 4 m/s. Najmniejsza wartość prędkości, przy której pojawiły się rozwiązania okresowe o charakterze cyklu granicznego, przyjmowana była jako prędkość krytyczna v_n .

Analogicznie można wyznaczyć prędkość krytyczną przy zmniejszaniu w każdej kolejnej symulacji prędkości ruchu v . Badania rozpoczyna się od dużych prędkości, dla których rozwiązania mają charakter cykli granicznych. W kolejnych symulacjach zadawana jest prędkość zmniejszona o krok Δv (rys. 2b). Najmniejsza prędkość, przy której rozwiązania mają charakter cykli granicznych, przyjmowana jest jako wartość krytyczna v_n .



Rys. 2. Określenie prędkości krytycznej przy zwiększaniu (a) i zmniejszaniu (b) prędkości ruchu

Fig. 2. Critical velocity value search for increase (a) and decrease (b) of velocity

W obu tych przypadkach prędkość krytyczna może być wyznaczona z dokładnością Δv . Zmniejszając długość kroku zmian Δv , można zwiększyć dokładność wartości prędkości krytycznej. Należy jednak mieć na uwadze fakt, że im mniejszy krok zmian Δv , tym więcej symulacji należy wykonać. A zatem zwiększa się pracochłonność metody [12].

Jak już wspomniano wcześniej, badany układ należy do tzw. układów o twardym charakterze pobudzenia. Oznacza to konieczność zadania wymuszeń początkowych o dostatecznie dużych wartościach, aby pojawiły się rozwiązania okresowe w warunkach osiągnięcia lub przekroczenia prędkości krytycznej ruchu. Na podstawie licznych doświadczeń dostateczna wartość wymuszeń początkowych została oszacowana na $y_p(0) = 0,0045$ m. Taka właśnie wartość zadawana była w badaniach wykonanych dotychczas. Pozwalało to na przyspieszenie obliczeń (mniejsza liczba symulacji), jednak ze świadomością możliwości pominięcia rozwiązań wielokrotnych lub chaotycznych.

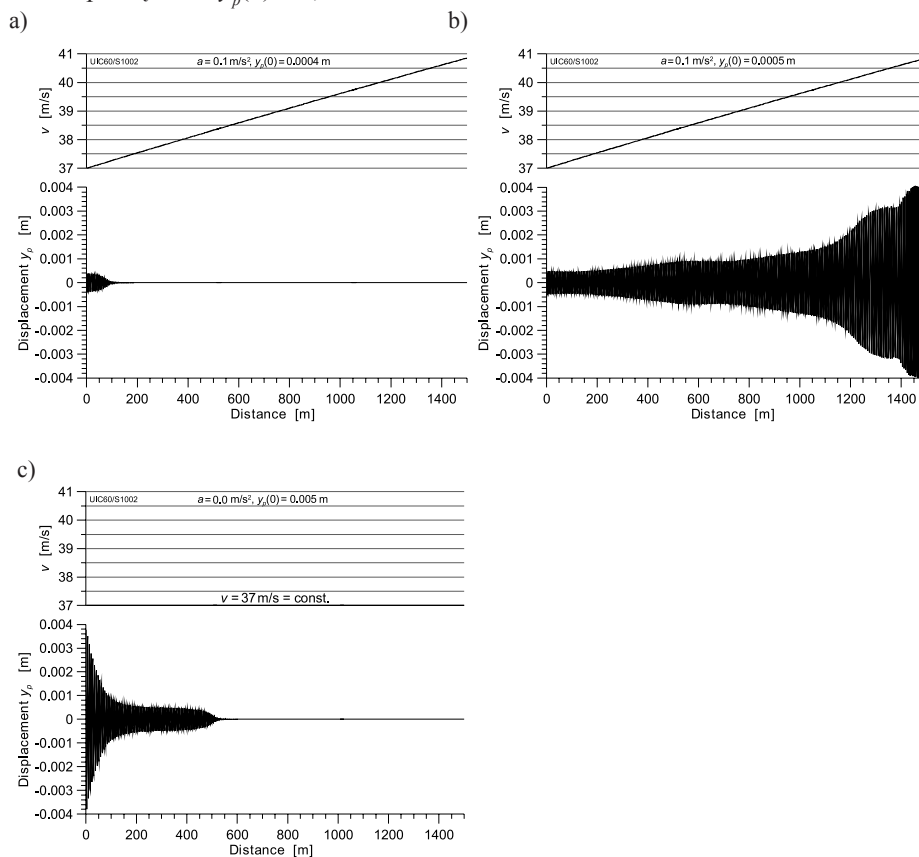
3.2. Prędkość krytyczna w ruchu jednostajnie przyspieszonym lub opóźnionym

W ostatnim czasie model i oprogramowanie do symulacji ruchu zostały rozbudowane w ten sposób, że prędkość ruchu jest funkcją czasu. Jest możliwość zadania w każdej symulacji prędkości początkowej i przyspieszenia (opóźnienia). Można zatem obserwować charakter zmian rozwiązań w pewnym zakresie prędkości ruchu v na podstawie wyników uzyskanych z pojedynczej symulacji. W literaturze angielskojęzycznej taki sposób określania wartości prędkości krytycznej nazywany jest niekiedy *ramping method* [5, 6]. Wyznaczone tą metodą prędkości krytyczne zostaną porównane z wyznaczonymi wcześniej dla stałych prędkości ruchu.

4. Wyniki badań metodą symulacji ruchu ze zmienną prędkością

Ze względu na ograniczoną objętość artykułu zamieszczone zostaną tylko wybrane wyniki uzyskane dla modelu z zarysami kół S1002 i szyn UIC60. Metodą stałej prędkości ruchu wartość krytyczna prędkości dla modelu z tymi zarysami została oszacowana na 43 m/s.

Na rysunku 3a zamieszczono wyniki badań modelu w ruchu jednostajnie przyspieszonym (narastanie prędkości). Prędkość początkowa $v_0 = 37$ m/s, przyspieszenie $a = 0,1$ m/s², wymuszenia początkowe $y_p(0) = 0,0004$ m.



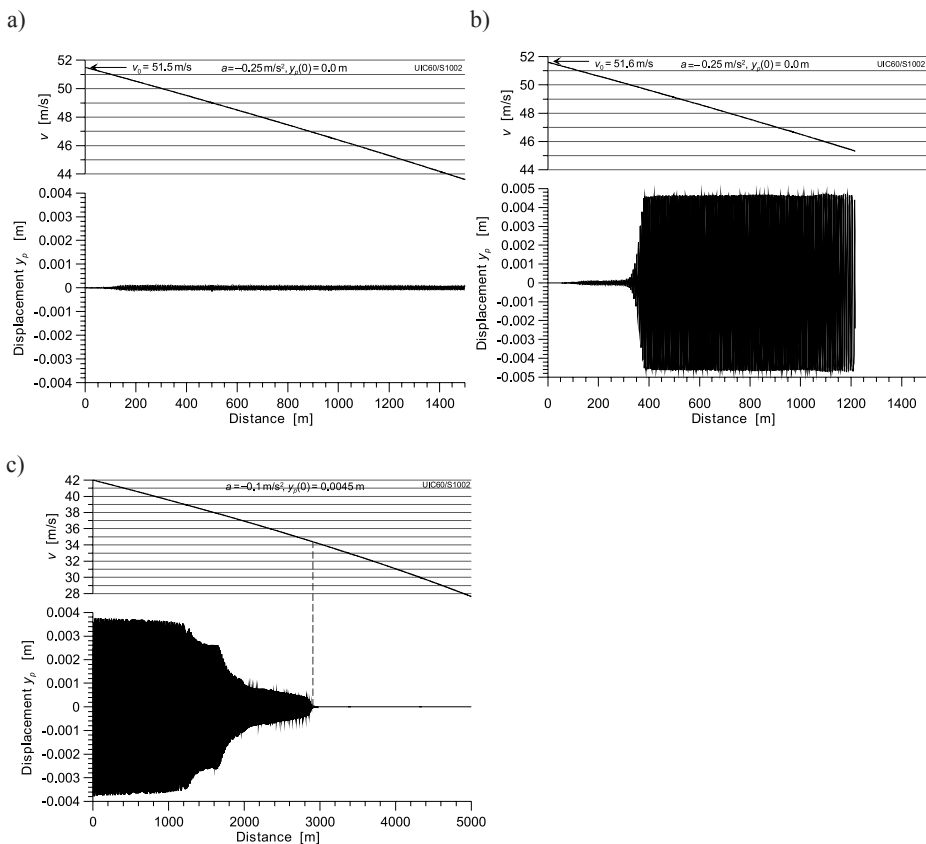
Rys. 3. Przeszczenia poprzeczne atakującego zestawu kołowego w funkcji drogi na torze prostym, wymuszenia początkowe $y_p(0) = 0,0004$ m (a) w ruchu jednostajnie przyspieszonym, $0,0005$ m (b) w ruchu jednostajnie przyspieszonym, $0,005$ m (c) w ruchu jednostajnym

Fig. 3. Leading wheelset lateral displacements versus distance for straight track, initial conditions $y_p(0) = 0,0004$ m (a) and accelerated motion, $0,0005$ m (b) and accelerated motion, $0,005$ m (c) and uniform motion

Jak można zauważyć, po wygaśnięciu niewielkich przemieszczeń na początkowym odcinku toru wynikających z nałożonych wymuszeń początkowych, rozwiązania (przeszczenia poprzeczne zestawu kołowego) mają stałą wartość – zero, ponieważ ruchu odbywa się na torze prostym. Można więc stwierdzić, że w zakresie badanych w tej symulacji prędkości ruchu od 37 do 40,8 m/s prędkość krytyczna nie występuje. Jednakże zwiększając wymuszenia początkowe do $y_p(0) = 0,0005$ m, rozwiązania nie mają już charakteru stacjonarnego (rys. 3b). Od początku trasy pojawiają się oscylacje, których amplituda narasta wraz ze wzrostem prędkości ruchu. Pojawia się więc pytanie, czy prędkość 37 m/s powinna być

przyjęta jako wartość krytyczna? Kolejna symulacja została wykonana dla stałej prędkości ruchu 37 m/s i dużego wymuszenia początkowego $y_p(0) = 0,005$ m (rys. 3c). Po wygaśnięciu przemieszczeń wynikających z zadanych wymuszeń początkowych rozwiązania przyjmują charakter stateczny stacjonarny. W ruchu jednostajnym prędkość krytyczna jest więc większa od 37 m/s. Można z tych wyników wyciągnąć dwa istotne wnioski. Pierwszy, że niewielkie zmiany wymuszeń początkowych (0,1 mm) decydują o zmianie charakteru rozwiązań. Drugi, że prędkość krytyczna w ruchu jednostajnym będzie miała inną wartość od prędkości krytycznej w ruchu jednostajnie zmiennym.

Analogiczne symulacje wykonano dla ruchu jednostajnie opóźnionego (spadek prędkości). Pierwsza przedstawiona symulacja (rys. 4a) została wykonana na torze prostym dla prędkości początkowej $v_0 = 51,5$ m/s, przyspieszenia $a = -0,25$ m/s² i wymuszeń początkowych $y_p(0) = 0,0$ m.

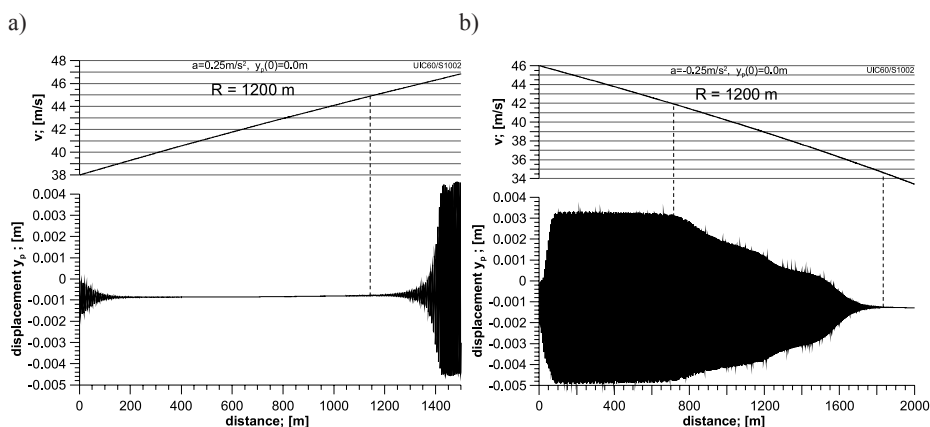


Rys. 4. Przemieszczenia poprzeczne atakującego zestawu kołowego w funkcji drogi na torze prostym, ruch jednostajnie opóźniony i: a) prędkość początkowa $v_0 = 51,5$ m/s, $y_p(0) = 0$, b) prędkość początkowa $v_0 = 51,6$ m/s, $y_p(0) = 0$, c) duże wymuszenia początkowe $y_p(0) = 0,0045$ m i $v_0 = 42$ m/s

Fig. 4. Leading wheelset lateral displacements versus distance for straight track, decelerated motion, and: a) initial velocity $v_0 = 51,5$ m/s, $y_p(0) = 0$, b) initial velocity $v_0 = 51,6$ m/s, $y_p(0) = 0$, c) big initial conditions $y_p(0) = 0,0045$ m and $v_0 = 42$ m/s

Jak widać, rozwiązania mają charakter stacjonarny. Pojawiają się wprawdzie oscylacje, lecz o bardzo małych amplitudach ($\sim 0,2$ mm). Trudno jest na obecnym etapie badań podać przyczynę ich powstawania, jednak nie można określić ich mianem typowego cyklu granicznego. Można zatem stwierdzić, że w zakresie prędkości od ok. 44 do 51,5 m/s prędkość krytyczna nie występuje. W analogicznych warunkach ruchu zwiększono prędkość początkową do $v_0 = 51,6$ m/s (rys. 4b). Po około 300 m drogi rozwiązania stacjonarne przechodzą w okresowe o charakterze cyklu granicznego pomimo zmniejszającej się prędkości ruchu. Pojawia się więc pytanie, czy prędkość 51,6 m/s powinna być przyjęta jako krytyczna? Może nie jest to prędkość 51,6 m/s, a prędkość 50,0 m/s, przy której następuje skokowy wzrost amplitudy drgań? Wykonano także kolejną symulację dla mniejszej prędkości początkowej $v_0 = 42$ m/s, przyspieszenia $a = -0,1$ m/s² i dużych wymuszeń początkowych $y_p(0) = 0,0045$ m (rys. 4c). Rozwiązania okresowe o charakterze cyklu granicznego występują od początku trasy. Amplituda maleje, ponieważ zmniejsza się prędkość ruchu i przy prędkości ok. 34,5 m/s rozwiązania przyjmują charakter stacjonarny. Zatem na podstawie wyników dla omawianego przypadku można stwierdzić, że prędkość krytyczna w ruchu jednostajnie opóźnionym może wystąpić w zakresie od 34,5 do 51,6 m/s.

Kolejny etap badań obejmował wyznaczenie wartości prędkości krytycznej w ruchu jednostajnie przyspieszonym lub opóźnionym na łuku o stałej wartości promienia. Wyniki uzyskane na trasie o promieniu łuku $R = 1200$ m zamieszczono poniżej.



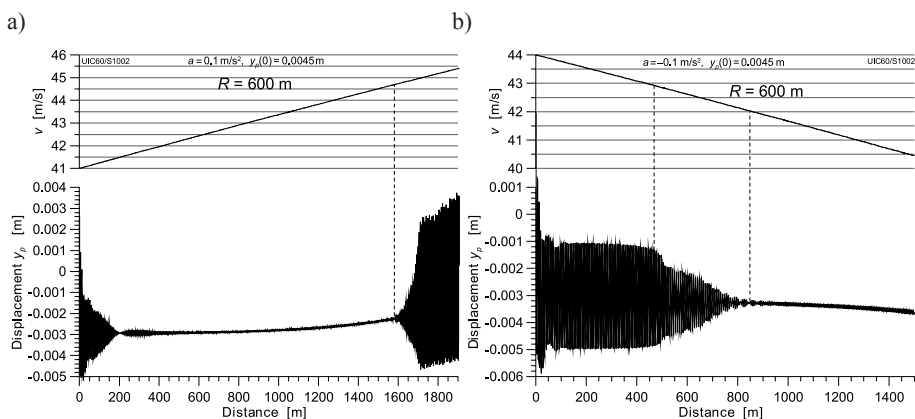
Rys. 5. Przesunięcia poprzeczne atakującego zestawu kołowego w funkcji drogi na łuku o promieniu $R = 1200$ m: a) ruch przyspieszony, b) ruch opóźniony

Fig. 5. Leading wheelset lateral displacements versus distance for curved track motion and radius $R = 1200$ m: a) accelerated motion, b) decelerated motion

Wyniki na rys. 5a przedstawiają przesunięcia poprzeczne zestawu kołowego dla prędkości początkowej $v_0 = 38$ m/s, przyspieszenia $a = 0,25$ m/s² i wymuszeń początkowych $y_p(0) = 0,0$ m. Po wygaśnięciu przesunięć na początkowym odcinku trasy rozwiązania mają charakter stacjonarny do prędkości ok. 45 m/s. Powyżej tej prędkości przechodzą w charakter okresowy. Prędkość 45 m/s można więc przyjąć jako wartość krytyczną. W tych samych warunkach wykonano symulację dla ruchu jednostajnie opóźnionego ($a = -0,25$ m/s²). Prędkość początkowa $v_0 = 46$ m/s, wymuszenia początkowe $y_p(0) = 0,0$ m. Jak można zauważyć

(rys. 5b), rozwiązania okresowe istnieją do prędkości ok. 35 m/s, co świadczy, że ruch odbywa się z prędkością większą od krytycznej. W tym przypadku prędkość krytyczna może wystąpić w przedziale od ok. 35 do 45 m/s.

Najmniejszy promień łuku kołowego, dla którego wyznaczano prędkość krytyczną wynosił $R = 600$ m. Badania wykonano dla ruchu jednostajnie przyspieszonego z przyspieszeniem $a = 0,1 \text{ m/s}^2$, prędkością początkową $v_0 = 41 \text{ m/s}$ i dużymi wymuszeniami początkowymi $y_p(0) = 0,0045 \text{ m}$ (rys. 6a).



Rys. 6. Przemieszczenia poprzeczne atakującego zestawu kołowego w funkcji drogi na łuku o promieniu $R = 600$ m: a) ruch przyspieszony, b) ruch opóźniony

Fig. 6. Leading wheelset lateral displacements versus distance for curved track motion and radius $R = 600$ m: a) accelerated motion, b) decelerated motion

Przemieszczenia poprzeczne zestawu kołowego wynikające z zadanych wymuszeń początkowych zanikają na odcinku ok. 200 m. Rozwiązania stacjonarne istnieją do prędkości ok. 44,7 m/s, następnie przechodzą w rozwiązania okresowe o charakterze cyklu granicznego. Na tej samej trasie wykonano symulacje ruchu jednostajnie opóźnionego (rys. 6b). Prędkość początkowa to $v_0 = 44 \text{ m/s}$, przyspieszenie $a = -0,1 \text{ m/s}^2$ i takie jak poprzednio wymuszenia początkowe $y_p(0) = 0,0045 \text{ m}$. Rozwiązania okresowe o charakterze cyklu granicznego istnieją od początku trasy do prędkości ok. 43 m/s. Następnie amplituda zmniejsza się wraz ze zmniejszaniem prędkości ruchu i przy prędkości 42 m/s występują już rozwiązania stacjonarne. Na tej trasie więc prędkość krytyczna może wystąpić w zakresie od 42 do 44,7 m/s. Należy zauważyć, że zakres ten jest mniejszy niż na trasie o promieniu $R = 1200$ m i znacznie mniejszy niż na torze prostym.

5. Wnioski

Wykonane badania potwierdziły możliwość wyznaczenia prędkości krytycznej metodą symulacji ze zmienną prędkością (*ramping method*) z wykorzystaniem używanych przez autorów oprogramowań. Istnieje możliwość obserwacji charakteru zmian rozwiązań w szerokim zakresie prędkości ruchu. W związku z tym istnieje także formalna możliwość wy-

znaczenia prędkości krytycznej w jednej symulacji ruchu. W porównaniu z metodą ze stałą prędkością ruchu zmniejsza to znacząco ilość niezbędnych symulacji, a zatem i czas obliczeń. Należy jednak zauważyć, że wiarygodność wyników symulacji będzie tym większa im mniejsze przyspieszenie (opóźnienie) będzie zadawane (mniejszy wpływ sił bezwładności). Aby zbadać zachowanie modelu w szerokim zakresie prędkości, przy małych przyspieszeniach (opóźnieniach), niezbędny jest długi odcinek drogi. Dłuższy odcinek drogi oznacza większe błędy numeryczne obliczeń. Tak więc z praktycznego punktu widzenia dokładność wyznaczenia prędkości krytycznej metodą opartą na symulacji ruchu ze zmienną prędkością nie wydaje się większa niż w metodzie ze stałą prędkością ruchu.

Wykonane badania wskazują ponadto na konieczność przeprowadzenia kilku symulacji ze zmienną prędkością. Chodzi o wykonanie kilku pierwszych symulacji w celu uchwycenia zakresu możliwego występowania prędkości krytycznej v_n , przy jednoczesnym zachowaniu sensownych długości badanych odcinków drogi. Na koniec niezbędna byłaby symulacja z obniżoną wartością przyspieszenia (opóźnienia) a w celu ostatecznego określenia v_n . Autorzy planują w niedalekiej przyszłości podjęcie próby określenia wartości a , które gwarantują wystarczającą dokładność wyznaczania v_n .

Literatura

- [1] Dukkipati R.V., *Modelling and simulation of the hunting of a three-piece railway truck on NCR curved track simulator*, in: Shen, Z. (Ed.), Proc. 13th IAVSD Symposium on The Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks, supplement to Vehicle System Dynamics, Vol. 23, 1994, 105-115.
- [2] Gasch R., Moelle D., Knothe K., *The effect of non-linearities on the limit-cycles of railway vehicles*, Proceedings of the 8th IAVSD-Symposium, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Swets & Zeitlinger, Lisse 1984, 207-224.
- [3] Kass-Petersen C., True H., *A bifurcation analysis of non-linear oscillations in railway vehicles*, Vehicle System Dynamics, Vol. 13, 1984, 655-665.
- [4] Polach O., Berg M., Iwnicki S., *Simulation*, in: S. Iwnicki ed., *Handbook of railway vehicle dynamics*, CRC Press, Taylor and Francis Group, Boca Raton-London-New York 2006.
- [5] Hoffmann M., *Dynamics of European two-axle freight wagons*, PhD thesis, Technical University of Denmark, Informatics and Mathematical Modelling, Lyngby 2006.
- [6] Hoffmann M., True H., *The dynamics of European two-axle railway freight wagons with UIC standard suspension*, Berkeley 2007, supplement to Vehicle System Dynamics, vol. 46, Taylor & Francis, 2008, 225-236.
- [7] True H., Jensen J.Ch., *Parameter study of hunting and chaos in railway vehicle dynamics*, in ed.: Z. Shen, Proc. 13th IAVSD Symposium, supplement to Vehicle System Dynamics, Vol. 23, Taylor & Francis, 1994, 508-520.
- [8] Zboński K., *Dynamical investigation of railway vehicles on a curved track*, European Journal of Mechanics, Part A Solids, Vol. 17(6), 1998, 1001-1020.
- [9] Zboński K., Duszka M., *Development of the method and analysis for non-linear lateral stability of railway vehicles in a curved track*, Proceedings of 19th IAVSD Symposium, Milan 2005, supplement to Vehicle System Dynamics, Vol. 44, 2006, 147-157.

- [10] Z b o i ń s k i K., D u s z a M., *Bifurcation approach to the influence of rolling radius modelling and rail inclination on the stability of railway vehicle in a curved track*, Proceedings of 20th IAVSD Symposium, Berkeley 2007, supplement do Vehicle System Dynamics, Vol. 46, 2008, 1023-1037.
- [11] Z b o i ń s k i K., D u s z a M., *Self-exciting vibrations and Hopf's bifurcation in non-linear stability analysis of rail vehicles in curved track*, European Journal of Mechanics, Part A/Solids, Vol. 29, No. 2, 2010, 190-203.
- [12] Z b o i ń s k i K., D u s z a M., *Extended study of railway vehicle lateral stability in a curved track*, Vehicle System Dynamics, Vol. 49, No. 5, May 2011, 789-810.