

MICHAŁ DYŁĄG\*, JERZY ROSIŃSKI, WIESŁAW SZATKO\*\*

## ZUR MODELLIERUNG DES FLOCKUNGSPROZESSES IM ROHRREAKTOR MIT QUERSCHNITTSÄNDERUNGEN

---

## MODELOWANIE PROCESU FLOKULACJI W REAKTORZE RUROWYM O ZMIENNEJ GEOMETRII PRZEPLÝWU

### Zusammenfassung

In der Arbeit wurden die Grundlagen der Modellierung des Flockulationsprozesses formuliert und ausführlich diskutiert, wobei die hydrodynamischen Aspekte der Strömung im Rohrreaktor mit Querschnittsänderungen berücksichtigt worden sind.

*Schlüsselworte: Modellbildung des Flockulationsprozesses, Rohrreaktor, Hydrodynamik der Strömung, Rohrquerschnittsänderung*

### Streszczenie

W artykule przedstawiono podstawy uproszczonego modelowania procesu flokulacji ze szczególnym uwzględnieniem założeń do badań eksperymentalnych uwzględniających zagadnienia hydrodynamiki przepływu zawiesiny w reaktorze rurowym z zabudowanymi przegrodami.

*Słowa kluczowe: modelowanie procesu flokulacji, reaktor rurowy, hydrodynamika przepływu zawiesiny w reaktorze rurowym z przegrodami*

---

\* Prof. dr hab. inż. Michał Dyląg, Instytut Zaawansowanych Technologii Wytwarzania – ISO.

\*\* Dr inż. Jerzy Rosiński, dr inż. Wiesław Szatko, Instytut Inżynierii Ciepłej i Procesowej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

## Symbolverzeichnis

|   |  |
|---|--|
| $Bo = \frac{\bar{w} \cdot L}{D_a}$                            | – Bodenstein-Zahl [-]  |
| $c$   | – Konzentration, allgemein [g/m <sup>3</sup> ]   |
| $c_{1,0}, c_{1,a}$  | – Konzentration der Mikroflocken am Eingang (0) bzw. am Ausgang (a) des Rohrreaktors [g/m <sup>3</sup> ]         |
| $c_{K,e}, c_{K,a}$  | – Konzentration der Kolloide am Eingang (e) bzw. am Ausgang (a) des Rohrreaktors [g/m <sup>3</sup> ]             |
| $c_{KP,e}, c_{KP,a}$  | – Konzentration der Koagulationsprodukte am Eingang (e) bzw. am Ausgang (a) des Rohrreaktors [g/m <sup>3</sup> ] |
| $c_2$   | – Konzentration der Makroflocken [g/m <sup>3</sup> ]   |
| $Ca = \left( \frac{P}{\eta \cdot V} \right)^{\frac{1}{2}t_r}$ | – Camp-Zahl [-]  |
| $D$   | – Diffusionskoeffizient [m <sup>2</sup> /s]  |
| $D_a$   | – Dispersionskoeffizient [m <sup>2</sup> /s]   |
| $\bar{G}$   | – mittlerer Geschwindigkeitsgradient [s <sup>-1</sup> ]  |
| $i, j, k, l, m$   | – Laufvariable [-]   |
| $K$   | – Boltzman-Konstante [N·m/K]   |
| $K_B$   | – Koeffizient der Flockenbildung [-]   |
| $K_Z$   | – Koeffizient der Flockenzerstörung [s]  |
| $k$   | – Proportionalitätsfaktor [-]  |
| $k$   | – kinetische Turbulenzenergie [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]  |
| $L$   | – Reaktorlänge [m]   |
| $n$   | – Partikelkonzentration [1/m <sup>3</sup> ]  |
| $P$   | – eingebrachte Leistung [N·m/s]  |
| $p$   | – Druck [Pa]   |
| $p'$  | – Druckschwankungen [Pa]   |
| $r$   | – summarische Reaktionsgeschwindigkeit [g/m <sup>3</sup> ·s]   |
| $T$   | – Temperatur [K]   |
| $t_v$   | – mittlere Verweilzeit [s]   |
| $V$   | – nutzbares Reaktorvolumen [m <sup>3</sup> ]   |
| $v$   | – aktuelle Geschwindigkeit [m/s]   |
| $\bar{v}$   | – Mittelwert der Geschwindigkeit [m/s]   |
| $v'$  | – turbulente Schwankung der Geschwindigkeit [m/s]  |
| $\alpha$  | – Faktor [m <sup>2</sup> /s]   |
| $\beta$   | – Agglomerationsfaktor [-]   |
| $\delta$  | – Größenverteilungsfunktion [-]  |
| $\lambda$   | – Eigenwert der Differenzialgleichung [-]  |
| $\nu$   | – Kinematische Viskosität [m <sup>2</sup> /s]  |
| $\rho$  | – Dichte [kg/m <sup>3</sup> ]  |
| $\phi$  | – Volumenbruch [m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]   |

## 1. Einleitung

Unter Flockung sollen Vorgänge wie Koagulation, Flockulation und Mitfällung verstanden werden, mit denen man eine Agglomeration kolloidal gelöster oder suspensierter Partikeln, mechanisch abscheidbarer Feststoffteilchen herbeiführen kann.

Flockungsverfahren werden seit vielen Jahren in der Aufbereitung von Erzen und Kohle angewandt. Eine zunehmende Bedeutung erlangen sie bei der Triuk – und Brauchwasseraufbereitung und in der Abwasserreinigung, wo sie häufig auch in Kombination mit Fällungsreaktionen eingesetzt werden (Fällung – Flockung).

Die Flockung erfolgt in besonderen Flockungsreaktoren, die auch als Flocker bezeichnet werden. Grundsätzlich, lassen sich 4 Reaktortypen unterscheiden:

- Wirbelschichtflocker,
- Rührflocker,
- Festbettflocker,
- Strömungsflocker.

In der vorliegenden Arbeit wird besondere Bedeutung den Strömungsflockern gewidmet. Sie werden von Strömungskanälen, Rohren oder Becken mit mehrmaliger Umlenkung gebildet. Obwohl vor allen die Rohrflocker in letzter Zeit häufiger eingesetzt werden, findet man in der Fachliteratur kaum Hinweise [1].

## 2. Formulierung des Problems

Die chemisch-physikalischen Vorgänge der Flockung sind bis heute nicht eindeutig geklärt. Dies mag auch Ursache dafür sein, dass einheitliche Begriffsbestimmungen für verschiedene Teilprozesse wie „Koagulation“ oder „Entstabilisierung“ bis jetzt nicht existieren und je nach vorliegendem Fall anders abgegrenzt sind [1].

Wird unter dem Begriff der Flockung der Gesamtprozess verstanden, der zur Ausbildung gut abscheidbarer Flocken führt, so hat man, ohne Betrachtung von Fällungsvorgängen – grundsätzlich zwischen zwei gleichzeitig ablaufenden Mechanismen zu unterscheiden.

Zum einen ist es die Entstabilisierung eines stabilen Kolloides, mit deren Hilfe molekular oder kolloidal gelöste Stoffe in einen agglomerationsfähigen Zustand überführt werden können. Zum anderen handelt es sich um Transportmechanismen wie Diffusion und Konvektion, durch welche sich die flockungsfähigen Partikeln einander nähern und anschließend miteinander reagieren können (siehe Tabelle 1).

Um befriedigende Ergebnisse des Flockungsprozesses erreichen zu können, müssen entsprechende Informationen über die Hydrodynamik der Rohrreaktoren vorliegen; besonders betrifft das die Modellierung der Rohrströmung von Suspensionen, wobei die Umlenkung der Strömung durch die Querschnittsänderungen oder Blenden gewährleistet wird.

## 3. Ziel der Arbeit

Da Flockungsreaktoren immer Strömungsapparate sind, muss ein Prozessmodell die Flockulationodynamik und die Hydrodynamik gleichermaßen berücksichtigen werden. Eine

Querschnittsänderung im Rohr führt zu einer Turbulenzerhöhung in der Rohrströmung und zum Auftreten radialer und tangentialer Komponenten der mittleren Strömungsgeschwindigkeit. Dies vergrößert sowohl den Stoff- und Wärmetransport in der Strömung als auch den konvektiven Transport der Partikeln. Es wurden die wichtigsten Ergebnisse über die Flockungsmechanismen und der Strömung im Rohr diskutiert und ein vereinfachtes Modell der Flockulation in Reaktoren mit endlicher Längsvermischung beschrieben.

Tabelle 1

### Zum Mechanismus der Flockung

| Flockung  |                                      |  |  |  |
|---|--------------------------------------|--|--|--|
| Koagulation   |                                      |  | Flockulation   |  |
| Entstaub. durch:<br>– Kompression der<br>diffusen Doppelsicht<br>– Adsorption<br>von Gegenionen | Mikroflockenbildung                  |  | Adsorption<br>von Flockungshilfsmitteln                                | Makroflocken-<br>bildung               |
| Mikrokinetik<br>(chemische Kinetik)   | perikin.<br>Transport<br>(Diffusion) | orthokin.<br>Transport<br>(Konvektion) | Adsorptionskinetik<br>(physikalische und/oder<br>chemische Adsorption) | orthokin.<br>Transport<br>(Konvektion) |

Es wurde vorgenommen, ein neues Modell der Flockulation im waagrecht gebauten Rohrreaktor mit Umlenkungsanbauten aufzubauen, wobei als Voraussetzung eine endliche Längsvermischung angenommen wurde. Um ein methodisches Vorgehen sicher zu stellen, werden zwei Modellvorstellungen getrennt für Flockenwachstum und Flockenzerstörung vorgestellt und ausführlich analysiert.

#### 4. Modellvorstellungen für das Flockenwachstum

Der erste Versuch, das Agglomerationsverhalten einer Kolloidsuspension mit einem mathematischen Ansatz zu beschreiben, stammt von Smoluchowski [2]. Er setzte voraus, dass alle Partikeln in einem Anfangszustand gleich groß und vollständig entstabilisiert sind, dass eine örtlich konstante Konzentration vorliegt und dass sich die Partikeln alleine durch Brownsche Molekularbewegung einander nähern können. Unter der Annahme, dass die Bewegung zweier Partikeln innerhalb eines sogenannten Wirkungsradius  $R$  zur Agglomeration derselben führt, formulierte er Stoffbilanzen für Partikeln aller entstehenden Größen im abgeschlossenen System unter Berücksichtigung der Flockenbildungs- und Zerfallgeschwindigkeit:

$$\left. \frac{\partial n_k}{\partial t} \right|_{Br} = \alpha \cdot \sum_{i=1}^k n_i \cdot n_{k-1} - 2 \cdot \alpha \cdot n_k \cdot \sum_{j=1}^{\infty} n_j \quad (1)$$

wobei:

$$k = 1, \dots, \infty$$

$$\alpha = 2 \cdot \pi \cdot (D_i + D_{k-i}) \cdot (R_i + R_{k-i}) \quad (2)$$

- $D$  – Diffusionskoeffizient,  
 $R$  – Wirkungsradius der Einzelpartikel,  
 $n$  – Partikelkonzentration als Anzahl je Volumen.

Wird nun ganz speziell das Verschwinden einer Partikelgröße 1 durch Zusammenstöße mit Partikeln der Größe  $m$  betrachtet, so lässt sich aus Gl. (1) durch Wegstreichen aller überflüssigen Glieder die Gleichung hierfür ableiten:

$$\left. \frac{\partial n_1}{\partial t} \right|_{Br} = -4 \cdot \pi \cdot (D_1 + D_m) \cdot (R_1 + R_m) \cdot n_1 \cdot n_m \quad (3)$$

Die Anzahl der durch reine Diffusion verursachten Kollisionen pro Zeiteinheit hängt demnach von den Konzentrationen der kleinen und den großen Partikeln, dem resultierenden Wirkungsradius  $R_{1,m} = R_1 + R_m$  und dem resultierenden Diffusionskoeffizienten  $D_{Br} = D_1 + D_m$  ab.

Für die orthokinetische Agglomerationsgeschwindigkeit der Partikeln im laminaren Bereich, also ohne Diffusion – gab Smoluchowski [2] ebenfalls eine Gleichung an, die später jedoch von Camp und Stein [3] für den Fall, dass nur zwei Partikelgrößen  $m$  und  $l$  betrachtet werden, folgendermaßen modifiziert wurde:

$$\left. \frac{\partial n_l}{\partial t} \right|_{lam} = -\frac{4}{3} \cdot (R_l + R_m)^3 \cdot n_l \cdot n_m \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \quad (4)$$

Im laminaren Strömungsfeld hängt demnach die Agglomerationsgeschwindigkeit einer Partikelgröße  $l$ , durch Zusammenstöße mit Partikeln der Größe  $m$ , von den Konzentrationen  $n_l$  und  $n_m$  der betrachteten Partikelgrößen, der dritten Potenz des resultierenden Wirkungsradius und dem örtlichen Geschwindigkeitsgradienten ab.

Camp und Stein [3] erweiterten diese Gleichung für den Fall turbulenter Strömung unter der Annahme, dass der örtliche Geschwindigkeitsgradient  $\frac{\partial w}{\partial z}$  in turbulenter Strömung durch einen von ihnen definierten mittleren Geschwindigkeitsgradienten  $\bar{G}$  ersetzt werden kann:

$$\left. \frac{\partial n_l}{\partial t} \right|_{turb} = -\frac{4}{3} \cdot (R_l + R_m)^3 \cdot n_l \cdot n_m \cdot \bar{G} \quad (5)$$

Eine Division der Gl. (5) durch Gl. (3) ergibt das Verhältnis von turbulenter zu diffusiver Agglomerationsgeschwindigkeit:

$$\frac{\left. \frac{\partial n_l}{\partial t} \right|_{turb}}{\left. \frac{\partial n_l}{\partial t} \right|_{Br}} = \frac{(R_l + R_m)^2 \cdot \bar{G}}{3 \cdot \pi \cdot (D_l + D_m)} \quad (6)$$

Eine Abschätzung dieses Verhältnisses wird möglich, wenn für den Diffusionskoeffizienten von Flüssigkeit die Stokes-Einsteinsche Gleichung:

$$D = \frac{K \cdot T}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot R} \quad (7)$$

in Gl. (6) eingesetzt und eine einheitliche Größe der Partikeln angenommen wird [4]:

$$\left. \frac{\partial n_l}{\partial t} \right|_{nurb} = \frac{8 \cdot R^3 \cdot \bar{G} \cdot \eta}{K \cdot T} \quad (8)$$

wobei:

- $\eta$  – die dynamische Viskosität,
- $K$  – die Boltzmann-Konstante,
- $T$  – Temperatur.

Dieses Ergebnis findet insoweit Beachtung, als von den meisten Autoren zur Aufstellung kinetischer Ansätze für die Flockenbildung, nur der orthokinetische Bereich berücksichtigt wird.

Reaktionskinetische Ansätze, welche in mathematischen Flockungsmodellen Verwendung finden, werden in der Regel aus Gl. (5) unter Hinzunahme weiterer Vereinfachungen hergeleitet. Die wichtigsten hierbei entwickelten Vorstellungen über das Agglomerationsverhalten vereinfachter Partikelsysteme sind nachfolgend aufgeführt.

#### 4.1. Orthokinetische Agglomeration eines Einpartikelsystems

Es wird angenommen, dass zu einem gegebenen Zeitpunkt alle Partikeln kugelförmig sind, gleich groß und gleich verteilt sind. Die Begegnung zweier Partikeln innerhalb ihres resultierenden Wirkungsradius führt zur Agglomeration und zur schnellen Entstehung eines Partikelsystems mit zeitlich sich ändernder Partikelgrößenverteilung. Alle Partikeln des Systems haben gleiche Dichte und bleiben kugelförmig, so dass Anzahl und Durchmesser über

$$r_k^3 = k \cdot r_1^3 \quad (9)$$

miteinander verknüpft sind. Für das Gesamtsystem ergibt sich ein konstant bleibender Volumenanteil.

$$\phi = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{3} \cdot r_k^3 \cdot n_k = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3 \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot n_k = \text{konst.} \quad (10)$$

Zwischen Wirkungsradius  $R$  und Partikelradius  $r$  soll eine Beziehung der Form:

$$R_k = a \cdot r_k \quad (11)$$

bestehen. Weiterhin sollen zu einem Zeitpunkt, an einem Ort nur jeweils zwei Partikeln zusammenstoßen und ein Felder  $\beta$  soll berücksichtigen, wie viele der tatsächlichen Begegnungen zur Agglomeration geführt haben.

Betrachtet man alleine die zeitliche Abnahme der Primärpartikeln, so lässt sich diese, in Anlehnung an Gl. (5), durch die Gleichung

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = -\beta \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{3} \cdot n_1 \cdot n_k \cdot (a \cdot r_1 + a \cdot r_k)^3 \cdot \bar{G} \quad (12)$$

beschreiben. Werden die Gl. (9) und (10) in die Gl. (12) eingesetzt, so ergibt sich:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = -\beta \cdot \frac{4}{3} \cdot n_1 \cdot \bar{G} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} n_k \cdot \left( a \cdot r_1 + a \cdot k^{\frac{1}{3}} \cdot r_1 \right)^3 = \quad (12a)$$

$$= -\beta \cdot a^3 \cdot n_1 \cdot \bar{G} \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} n_k \cdot \left( 1 + k^{\frac{1}{3}} \right)^3 = \quad (12b)$$

$$= -\beta \cdot \frac{a^3}{\pi} \cdot n_1 \cdot \bar{G} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3 \cdot \frac{\sum_{k=1}^{\infty} n_k \cdot \left( 1 + k^{\frac{1}{3}} \right)^3}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot n_k} \quad (12c)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = -\beta \cdot \frac{a^3}{\pi} \cdot \pi \cdot r_1^3 \cdot \bar{G} \cdot \phi \cdot \delta \quad (13)$$

Die hierhin enthaltene Größenverteilungsfunktion

$$\delta = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} n_k \cdot \left( 1 + k^{\frac{1}{3}} \right)^3}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot n_k} \quad (14)$$

ist ein Maß für den Grad des Partikelwachstums. Sie kann sich, ausgehend von dem Wert  $\delta = 8$  (Einkornsuspension der Primärpartikeln) dem Wert  $\delta = 1$  (unendlich viele Partikeln zu einer einziger agglomeriert) annähern.

Harris, Kaufman und Krone [4] betrachteten den Agglomerationsfaktor  $\beta$  und der Volumenbruch  $\phi$  als Konstante und geben die Gleichung:

$$r_B = K_B \cdot \delta \cdot n_1 \cdot \bar{G} = -\frac{\partial n_1}{\partial t} \quad (15)$$

für die zeitliche Abnahme der Primärpartikeln  $n_1$ , dem mittleren Geschwindigkeitsgradienten  $\bar{G}$  und der Größenverteilungsfunktion  $\delta$  an. Die Konstante  $K_B$  wird als Flockenbildungskoeffizient bezeichnet. In den meisten anderen Arbeiten, wie z. B. bei Kavanaugh [5] werden jedoch die ersten vier Faktoren in Gl. (13) zu einer gemeinsamen Konstanten zusammengefasst, so dass Gl. (13) übergeht in:

$$r_B = K_B \cdot n_1 \cdot \bar{G} = -\frac{\partial n_1}{\partial t} \quad (16)$$

Die Flockenbildungsgeschwindigkeit der primären Partikeln ist, nach diesen sehr vereinfachenden Vorstellungen, allein eine Funktion der ersten Potenz ihrer Konzentration und

des mittleren Geschwindigkeitsgradienten. Die Konzentrationen der Reaktionspartner sind in der Konstanten summarisch als Volumenbruch  $\phi$  mit einer gegebenen Größenverteilung  $\delta$  enthalten.

#### 4.2. Orthokinetische Agglomeration eines Zweipartikelsystems

Ein Zweipartikelsystem liegt näherungsweise vor, wenn die Flockenkonzentration z. B. durch Rücklauf sehr hoch gehalten wird, oder wenn die Flockung im Flockenschwebbett erfolgt. Es wird angenommen, dass nur sehr kleine Partikeln der Größe 1 (Primärpartikeln) und im Vergleich hierzu sehr große Partikeln der Größe 2 (Flocken) existieren. Die zeitliche Abnahme der Primärpartikeln kann dann beschreiben werden (vgl. Gl. (5))

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = -\frac{4}{3} \cdot (R_1 + R_2)^3 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot \bar{G} \quad (17)$$

Kollisionen zwischen gleich großen Partikeln werden hier vernachlässigt bzw. ihr Agglomerationsfaktor  $\beta$  wird gleich Null gesetzt. Der Volumenbruch  $\phi$  soll konstant sein und sich genügend genau aus den großen Partikeln berechnen lassen:

$$\phi = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_2^3 \cdot n_2 = \text{konst.} \quad (18)$$

Wird der Radius  $R_1$  gegenüber  $R_2$  in Gl. (17) vernachlässigt und Gl. (18) in Gl. (17) eingesetzt, so kann diese zu folgender Gleichung vereinfacht werden:

$$r_B = K_B \cdot n_1 \cdot \bar{G} = -\frac{\partial n_1}{\partial t} \quad (19)$$

Die getroffenen Annahmen führen zum gleichen reaktionskinetischen Ansatz, wie in der vorangegangenen Überlegung. Die Reaktionsgeschwindigkeit der Primärpartikeln wird als eine Funktion der ersten Potenz ihrer Konzentration  $n_1$  und des mittleren Geschwindigkeitsgradienten  $\bar{G}$  betrachtet.

#### 4.3. Orthokinetische Agglomeration eines Mehrpartikelsystems

Wird zu Beginn der Agglomeration eine Partikelgrößenverteilung vorausgesetzt, so entspricht dies im Wesentlichen der gleichen Problemstellung wie im Falle eines Einpartikelsystems zu einem fortgeschrittenen Zeitpunkt. Auch hier muss ein Zusammenstoßen der Partikeln aufgestellt werden. Für  $m$  vorhandene Partikelgrößen ergeben sich  $m$  Gleichungen der Form:

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} = \sum_{\substack{i=0 \\ j=k-i}}^{i=k} \frac{4}{3} \cdot n_i \cdot n_j \cdot (R_i + R_j)^3 \cdot \bar{G} - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{3}{4} \cdot n_i \cdot n_k \cdot (R_i + R_k)^3 \cdot \bar{G}, \quad k = 1, \dots, m \quad (20)$$

Die Lösung so eines Gleichungssystems gelingt nur, wenn angenommen wird, dass die Partikelgrößenverteilungsfunktion  $\delta$  sehr schnell einem Endwert zustrebt. Als Hinweis hierfür können die Untersuchungen von Swift und Friedlander [6] gewertet werden, welche die Agglomeration von Öl/Wasser- und Latex/Wasser-Gemischen in einem Zylinderrührer

untersuchen. Sie fanden heraus, dass sich kurz nach Versuchsbeginn eine bestimmte Partikelgrößenverteilung herausbildet und diese sich im Laufe des weiteren Partikelwachstums nicht wesentlich ändert.

Die hier bekannten, aus Gl. (20) entwickelten Ansätze für die zeitliche Abnahme der Primärpartikel- oder Gesamtpartikelanzahl führen jedoch alle auf eine Form, wie sie in Gl. (15) bzw. Gl. (16) bereits vorgestellt wurde.

## 5. Modellvorstellung für die Flockenzerstörung

In technischen Flockungsanlagen sind dem Wachstum der Flocken, durch die in der Flüssigkeit auftretenden Scher- und Druckkräfte, Grenzen gesetzt. Um dieses zu berücksichtigen, werden am Anfang stark vereinfachende Ansätze für die Geschwindigkeit der Flockenzerstörung formuliert.

### 5.1. Flockenzerstörung durch Geschwindigkeitsgradienten

In turbulenter Strömung variieren die Geschwindigkeitsgradienten als Folge der Wirbel sehr stark. Geraten die Flocken, die in Bereichen niedriger Geschwindigkeitsgradienten gebildet wurden, in Bereiche höherer  $\bar{G}$ -Werte, so können sie durch die größer gewordenen Schubspannungen zerstört werden. Hierbei zerfallen die Flocken in zwei oder mehrere kleine Teilstücke. In allgemeinen wird das Ausmaß dieser Flockenzerstörung als abhängig von der Konzentration  $n_2$  der großen Partikeln und einer  $m$ -ten Potenz des mittleren Geschwindigkeitsgradienten  $\bar{G}$  angesehen, wobei der Exponent  $m$  durch Versuche bestimmt werden muss

$$r_z = K_z \cdot n_2 \cdot \bar{G}^m \quad (21)$$

### 5.2. Flockenzerstörung durch Druckunterschiede

Thomas [7] berichtet, dass die Flockenzerstörung in turbulenter Strömung durch Druckunterschiede an der vorderen und hinteren Seite der Flocken, die durch Wirbel erzeugt werden, wesentlich größer ist, als die Flockenzerstörung durch die auftretenden Scherkräfte. Die Flocken werden zuerst deformiert und zerreißen dann, wenn die lokalen Druckunterschiede zu groß werden. Der Autor formulierte eine Geschwindigkeit der Flockenzerstörung in der Form:

$$r_z = K_z \cdot n_2 \quad (22)$$

### 5.3. Begrenztes Flockenwachstum durch Oberflächenerosion

Argmann und Kaufmann [8] vertreten die Ansicht, dass Schubspannungen an der Oberfläche gebildeter Flocken zu einer Erosion von Primärpartikeln führen. Für ein Zweipartikelsystem geben sie als möglichen Ansatz folgende Gleichung an:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = a \cdot r_2^2 \cdot \frac{n_2}{r_1^2} \cdot \bar{G} \quad (23)$$

wobei:

- $r_1$  – Partikelradius der Primärpartikeln,
- $r_2$  – Partikelradius der Flocken,
- $n_2$  – Anzahl der Flocken pro Volumeneinheit (Konzentration),
- $a$  – Konstante.

Die Flockengröße wird als umgekehrt proportional zum mittleren Geschwindigkeitsgradienten angenommen:

$$r_2 \sim \frac{1}{\bar{G}} \quad (24)$$

Weiterhin soll auch hier die Gl. (18) gelten und der Volumenbruch  $\phi$  sich näherungsweise aus den großen Partikeln berechnen lassen.

Werden die Gleichungen:

$$\phi = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_2^3 \cdot n_2 \quad \text{und} \quad r_2 \sim \frac{1}{\bar{G}} \quad (25)$$

in Gl. (23) eingesetzt, so ergibt sich:

$$r_z = K_z \cdot \bar{G}^2 \quad (26)$$

Man könnte annehmen, dass der Abtrieb von Primärpartikeln als unabhängig von der Flockenkonzentration angesehen wird. Diese ist jedoch wiederum in der Konstanten  $K_z$  als Volumenbruch erhalten.

Es ist nicht eindeutig geklärt, welcher dieser drei Mechanismen den stärkeren Einfluss auf die Flockenzerstörung bzw. auf ihr begrenztes Wachstum hat. Die Geschwindigkeitsansätze hierfür sind experimentell kann abgesichert und die Flockenzerstörung findet bei der kinetischen Beschreibung der meisten Flockungsuntersuchungen keine Berücksichtigung.

## 6. Klassifizierung der Rohrströmung von Suspensionen

Die Klassifizierung der Strömung von Suspensionen erfolgt nach den Bewegungsverhältnissen bei der Förderung, insbesondere bei der horizontalen Förderung.

Die Klassifizierung ist in Literatur jedoch nicht einheitlich. Generell wird unter einer homogenen Suspension eine Suspension mit nahezu konstanter Konzentrationsverteilung des Feststoffs über dem Rohrquerschnitt gemeint. Während bei einer heterogenen Suspension die Konzentration über den Rohrquerschnitt variiert oder (da unterscheiden sich die Definitionen) ist in gewissen Fördersituationen variiert.

Eine gut fundierte Klassifizierung wurde von Burke, Kecke und Richter [17] vorgeschlagen (Bild 1). Hier wird die Gliederung mit Hilfe einer abgrenzenden Partikel-Reynolds-Zahl  $Re^*$  vorgenommen:

$$Re^* = \frac{v_s \cdot d_p}{\nu} \cdot \frac{\rho_p - \rho_F}{\rho_F} = Re_F \cdot \frac{\rho_p - \rho_F}{\rho_F} \quad (27)$$

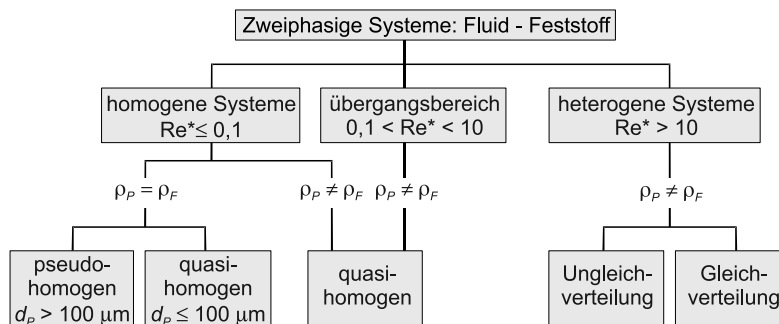


Bild. 1. Klassifizierung des Feststofftransports in horizontalen Rohren

Rys. 1. Klasyfikacja przepływu układów ciało stałe – płyn w ruchach poziomych

## 7. Strömungsverlauf im Rohren mit Querschnittsänderungen

Querschnittsänderungen in Rohren bewirken eine Abhängigkeit des Geschwindigkeitsfeldes von der axialen Koordinate  $x$ . Ebenfalls tritt die radiale Komponente der mittleren Geschwindigkeit  $\bar{v}$  auf. Bei Durchmesseränderungen im Rohr kann sich die Strömung von der Wand ablösen, wobei ein Rezirkulationsgebiet mit Wirbelbildung entsteht. Von den möglichen Querschnittsänderungen sollen hier nur Rohrerweiterungen und Blenden oder Strömstörer betrachtet werden.

Das Bild 2 zeigt eine schematische Darstellung des Versuchsanlageteils mit der betrachteten Rohrreaktor. Dem vorne zugeführten Suspension nach Kolloidaufbereitung, Mischung und Entstabilisierung wird auch das Flockungsmittel eingegeben. Die Einbauten dienen zur Vermischung und Bildung von ersten kleinere Flocken, die in einem sich an den Reaktor anschließenden Rohrstück weiterwachsen. Die Geometrie des Rohrreaktors gibt damit die bei Flockungsvorgängen häufig realisierte Art der Prozessführung wieder. Einen Abschnitt hohen spezifischen Energieeintrags, in welchem sich kleine, stabile Flocken ausbilden, folgt ein weiterer Bereich des Flockenwachstums („Reifestrecke“) mit geringer mechanischer Beanspruchung der Flocken.

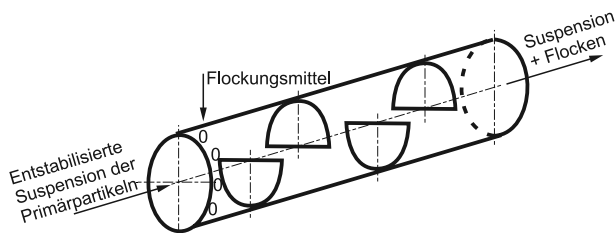


Bild. 2. Rohrreaktor mit Strömstörer zur Bildung von Mikro- und Makroflocken

Rys. 2. Reaktor rurowy z poprzecznymi przegrodami, przeznaczony do testowania procesu flokulacji

In einen Rührkesselreaktor ist diese Betriebsweise durch hohe Rührerdrehzahlen zu so Prozessbeginn und nachfolgend geringeren Drehzahlen zu realisieren.

Der Druckverlust durch diese Änderungen berechnet sich nach der Definitionsgleichung für den Druckverlustbeiwert  $\xi$ :

$$\Delta p = \xi \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_{R,2}^2 \quad (28)$$

mit  $v_{R,2}$  als mittlere Strömungsgeschwindigkeit nach der Änderung. Für  $\xi$  gilt bei einer plötzlichen Rohrerweiterung von  $d_{R,1}$  auf  $d_{R,2}$  [9]

$$\xi = \left( \frac{d_{R,2}}{d_{R,1}} \right)^2 - 1 \quad (29)$$

Bei einer Blende mit dem Öffnungsdurchmesser  $d_B$  erhält man nach [9]

$$\xi = \frac{d_{R,2}^2}{\mu \cdot d_{R,1}^2} - 1 \quad (30)$$

mit der Kontraktionsziffer

$$\mu = 0,63 + 0,37 \cdot \left( \frac{d_B}{d_{R,2}} \right)^6 \quad (31)$$

Der Strömungsverlauf hinter der Blende unterscheidet sich kaum von dem hinter einer plötzlichen Rohrerweiterung. Nach Wilson und Teyssander [10] kann die Strömung durch eine Blende in drei Bereiche aufgeteilt werden:

- Verengung auf die Blendenöffnung  $A_B = (\pi \cdot d_B^2)/4$ ,
- Ausbildung eines Freistrahles bis zum engsten Strömungsquerschnitt  $A_1 = \mu \cdot A_B$ ,
- Plötzliche Erweiterung auf den Rohrdurchmesser  $d_{R,2}$ .

Für den Fall einer sprunghaften Rohrerweiterung wurden von verschiedenen Autoren Untersuchungen durchgeführt. In der Tabelle sind einige Ergebnisse wiedergegeben [9]. Eine wichtige Größe zur Beschreibung von abgelösten Strömungen ist die Wiederanlagelänge  $x_w$ , die die Ausdehnung der Ablösegebietes in axialer Richtung kennzeichnet. In Strömungsaufnahmen, die bei Khezzar u. a [16] wiedergegeben sind, ist zu erkennen, dass sich das Rezirkulationsgebiet aus vielen Wirbeln zusammensetzt. Diese wirken auf die Kernströmung, die sich an der Erweiterungsstelle bildet, ein und lösen sich dadurch auf.

Das Profil der mittleren axialen Geschwindigkeit  $\bar{u}$  wurde von fast allen Autoren in der Literatur [11] angegeben. Bei den Schwankungsgrößen  $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$  und der Reynoldsschen Schubspannung  $\overline{u' \cdot v'}$  liegen die Daten von Dietzman [11] vor.

In einer turbulenten Strömung interessieren neben den mittleren Geschwindigkeiten auch die Geschwindigkeitsschwankungen, mit den auf den Verlauf des Energiehaushaltes in der Strömung geschlossen werden kann [13].

Die Gleichung für die kinetische Energie der Geschwindigkeitsschwankungen lautet nach Rotta [14] im Bereich großer Reynoldszahlen (molekulare Diffusion vernachlässigt):

$$\overline{u' \cdot v'} \cdot \frac{d\bar{u}}{dt} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} r \cdot v' \cdot \left( K + \frac{p'}{\rho} \right) + \varepsilon = 0 \quad (32)$$

mit der kinetischen Turbulenzenergie:

$$k = \frac{1}{2} \cdot (u'^2 + v'^2 + w'^2) \quad (33)$$

und  $p'$  als Druckschwankungen.

In der Gleichung für die kinetische Energie der Geschwindigkeitsschwankungen Gl. (32) müssen bei Querschnittsänderungen wegen  $\bar{v} \neq 0$  und  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \neq 0$  und  $\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \neq 0$  einige Glieder ergänzt werden.

Die Gleichung lautet somit:

$$\underbrace{\bar{u} \cdot \frac{\partial k}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial k}{\partial r}}_{\text{Konvektion } K} + \underbrace{\overline{u' \cdot v'} \cdot \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + (\bar{u}^2 + \bar{v}^2) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}}_{\text{Produktion } P} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} u' \cdot \left( k + \frac{p'}{\rho} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} v' \cdot \left( k + \frac{p'}{\rho} \right)}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{\varepsilon}_{\text{Dissipation}} = 0 \quad (34)$$

Der Überblick der Messergebnisse von HaMinh und Chassaing [15], die u. a. den Verlust der Einzelbeiträge für die kinetische Energie der Geschwindigkeitsschwankungen für die horizontalen Rohre ohne Einbauten und mit einem mit Rohrsquerschnittsprung verglichen haben – haben auf größere Gerinn der Einzelnebeiträge des Gl. (34) hinter der Einbauten hingewiesen.

Dies bestätigt, dass Rohrquerschnittsänderungen eine umso bessere Einmischung bewirken, je größer die Querschnittsänderung ist. Die Folgen in der Form einer Erhöhung des Turbulenzgrades, übt einen wesentlichen Einfluss auf die Flockenbildung aus.

## 8. Schlussbemerkungen

Die Geschwindigkeit der Koagulation hängt von der Geschwindigkeit der Entstabilisierung, Adsorption und Fällung, sowie von der Geschwindigkeit des Partikeltransports ab. Die drei erstgenannten Prozesse erfolgen jedoch außerordentlich schnell, so dass hier der Transportvorgang der geschwindigkeitsbestimmende Schritt ist.

Sind die Partikeln und damit ihr Wirkungsradius noch sehr klein, so erfolgt ihre Annäherung in der Hauptsache durch Diffusion, verursacht durch die Brownsche Molekularbewegung. Wird die Vermischung des Koagulationsmittels durch turbulente Strömung unterstützt, so ist nach sehr kurzer Zeit bereits eine Partikelgröße erreicht, bei der die Diffusion in den Hintergrund tritt und konvektiver Transport entscheidend wird (orthokinetischer Bereich).

Die Flockulationsgeschwindigkeit wird nun durch die örtlichen bzw. mittleren Geschwindigkeitsymliensten beeinflusst. Für eine schnelle Koagulation werden deshalb hohe Geschwindigkeitsgradienten bevorzugt, die jedoch im praktischen Fall nur in

turbulenter Strömung erzeugt werden können, ohne die entstandenen Turbulenzstrukturen des Strömungsfeldes zu berücksichtigen.

Die Geschwindigkeit der Flockulation wird bestimmt durch die Geschwindigkeit der Adsorption einerseits und die Geschwindigkeit des konvektiven Partikeltransports andererseits. Soll der Flockungsprozess insgesamt optimal durchgeführt werden, so ist der Gestaltung des Flockulationsreaktors und der Reaktionsführung besondere Aufmerksamkeit zu widmen.

*This study was conducted within the research grant No 0264/B/H03/2011/40 funded by the National Science Centre.*

### Literatur

- [1] Nic M., Jirat J., Kosata B., *Compendium of Chemical Technology. Gold Book*, version 2.3.1, 2012.
- [2] Von Smoluchowski M., *Versucheiner mathematischen Theorie der Koagulationskinetik kolloidaler Lösungen*, Zeitschrift für Physikalischen Chemie, 92, 1918, 129-155.
- [3] Camp T.R., Stein P.C., *Velocity gradients and internal work in fluid motion*, J. Boston Soc. Civ. Eng., 30, 1943, 219-237.
- [4] Harris H.S., Kaufmann W.S., Krone R.B., *Orthokinetic flocculation in water purification*, J. Son. Eng. Div. ASCE, 92, 1966, 95-111.
- [5] Kavanaugh M.C., Krejei V., Weber T., Eugster J., Roberts T.V., *Phosphorus removal by post-precipitation with Fe(II)*, J. WPCF, 2, 1978, 215-233.
- [6] Swift D.L., Fridlander S.K., *The coagulation of hydrosols by Brownian motion and laminar shear flow*, J. Coll. Sci., 19, 1964, 621-647.
- [7] Thomas D.G., *Turbulent disruption of flocs in small particle size suspensions*, J. AICHE, 10, 1964, 517-523.
- [8] Argmon Y., Kaufman W.S., *Turbulence and flocculation*, J. Son. Eng. Div. ASCE, 96, 1970, 223-239.
- [9] Schade H., Konz E., *Strömungslehre*, Walter de Gruyter Verlag, Berlin, New York 1980.
- [10] Wilson jr M.P., Teyssandier R.G., *The paradox of the vena contracta*, J. Fluids Eng., 99, 1975, 366-371.
- [11] Chaturvedi M.C., *Flow characteristics of asymmetric expansions*, J. Hydraulic Div., 1963, 61-89.
- [12] Dittman W., *Vergleich unterschiedlicher Mischeinrichtungen zur Dosierung von Flockungsmitteln bei Wasseraufbereitung in Rohrreaktoren*, Fortschritt-Berichte VDI, Nr 221, Verlag des VDI, Düsseldorf 1990.
- [13] Laufer J., *The structure of turbulence in fully developed pipe flows*, NACA – Report 1174, 1994.
- [14] Rotta J.C., *Turbulente Strömungen*, B. G. Taubner Verlag, Stuttgart, 1972.
- [15] Ha Minh H., Chassng P., *Perturbation of turbulent pipe flow in Turbulent Shear Flows*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1979.
- [16] Khezzar L., Whitelaw J.W., Yianneskis M., *An experimental study of round nudden-expansion flows*, Fifth Symposium on Turbulent Shear Flow, Cornell University Ithaca, New York 1985.
- [17] Buhrke H., Kecke H.J., Richter H., *Strömungsförderer*, Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden 1989.