MECHANIKA
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
MECHANICS
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
6-M/2012
ZESZYT 11
ROK 109
ISSUE 11
YEAR 109

JAN RYŚ, MARCIN AUGUSTYN*

# BADANIA EKSPERYMENTALNE ŁOPATY O PRZEKROJU DWUSPÓJNYM TURBINY WIATROWEJ O PIONOWEJ OSI OBROTU – KINETYKA I MOMENT NAPĘDOWY TURBINY

# EXPERIMENTAL STUDIES OF A TWO-COHERENT CROSS-SECTION BLADE OF WIND ROTOR WITH VERTICAL AXIS – MOTION AND A PROPELLING MOMENT OF WIND TURBINE

Streszczenie

W niniejszym artykule przedstawiono badania eksperymentalne łopaty o przekroju dwuspójnym wirnika karuzelowego silnika wiatrowego, z mechanizmem naprowadzania na kierunek wiatru i planetarnym ruchem łopat. Pokazano budowę łopaty oraz wyniki pomiarów sił aerodynamicznych i momentu aerodynamicznego działających na model łopaty. Na podstawie otrzymanych wyników przeanalizowano kinematykę i moment napędowy wirnika turbiny oraz moc jednostkową. Rezultaty obliczeń przedstawiono na rysunkach.

*Słowa kluczowe*: *turbina wiatrowa*, *łopata o przekroju dwuspójnym*, *moment napędowy*, *moc jednostkowa*

Abstract

This paper presents experimental studies in a wind tunnel of a two – coherent cross – section blade of wind rotor with vertical axis, mechanism of locating the direction of the wind and planetary rotation of blades. A structure of the blade and results of measurements of aerodynamic forces and aerodynamic torque were shown. Based on received results under some assumptions the propelling moment and unit power were obtained. The results are presented in figures.

*Keywords*: *wind turbine*, *two-coherent cross-section blade*, *directing unit*, *propelling moment*, *unite power*

* Prof. dr hab. inż. Jan Ryś, mgr inż. Marcin Augustyn, Instytut Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

## 1. Wstęp

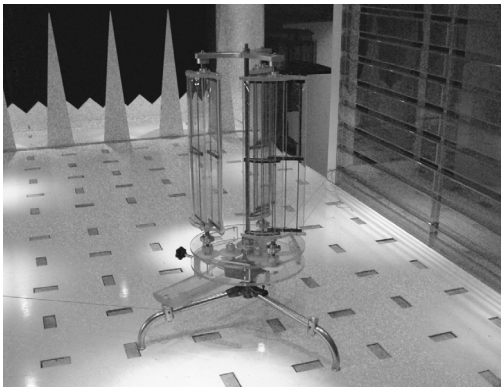
Siłownie o pionowej osi obrotu to rozwiązania konstrukcyjne bazujące głównie na trzech podstawowych wirnikach wiatrowych Savoniusa, Darrieusa oraz wirnika typu H, o wiele prostsze w budowie i tańsze w eksploatacji od siłowni o osi poziomej, jednak mało popularne m.in. ze względu na wolnobieżność i niską sprawność [6, 7]. W poszukiwaniu korzystniejszych rozwiązań konstrukcyjnych wirników turbin o pionowej osi obrotu istotny jest kształt łopat oraz charakter ruchu łopat względem osi obrotu wirnika.

W niniejszym artykule zaprezentowano analizę nowego rozwiązania dla wirnika o planetarnym ruchu łopat, których kształt w przekroju poprzecznym jest dwuspójny. Sposobem na ocenę efektywności nowego typu wirnika będzie analiza oparta na wynikach badań eksperymentalnych oraz obliczeniach.

Celem badań eksperymentalnych, przeprowadzonych w tunelu aerodynamicznym Laboratorium Inżynierii Wiatrowej Politechniki Krakowskiej [5], była analiza wpływów wiatrowych na powierzchnie łopaty o przekroju dwuspójnym, turbiny wiatrowej o pionowej osi obrotu [1, 2], podczas obciążenia wiatrem. Wynikiem badań było wyznaczenie współczynników aerodynamicznych niezbędnych do obliczeń momentu napędowego wirnika z jedną, z dwoma lub trzema łopatami, a następnie wyznaczenie mocy jednostkowej łopaty w funkcji prędkości wiatru.

## 2. Obiekt badań

Obiektem badań aerodynamicznych była łopata o przekroju dwuspójnym silnika wiatrowego o pionowej osi obrotu i planetarnym ruchu łopat wirnika z mechanizmem naprowadzania na kierunek wiatru. Na rysunku 1 pokazano tego typu turbinę z trzema łopatami, zaprojektowaną i zbudowaną w Instytucie Konstrukcji Maszyn Politechniki Krakowskiej [4].

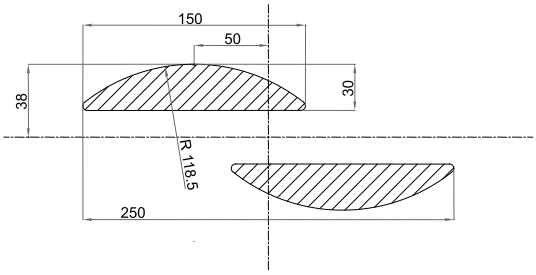


Rys. 1. Model turbiny karuzelowej z planetarnym ruchem łopat w tunelu aerodynamicznym Laboratorium Inżynierii Wiatrowej Politechniki Krakowskiej

Fig. 1. Model of a merry-go-round type wind rotor with a planetary blade motion in the Wind Engineering Laboratory, Cracow University of Technology

Wykorzystany do badań model łopaty to konstrukcja przestrzenna składająca się z dwóch przeciwległych płatów z możliwością regulacji położenia względem siebie (rys. 2). Wymiary gabarytowe modelu:

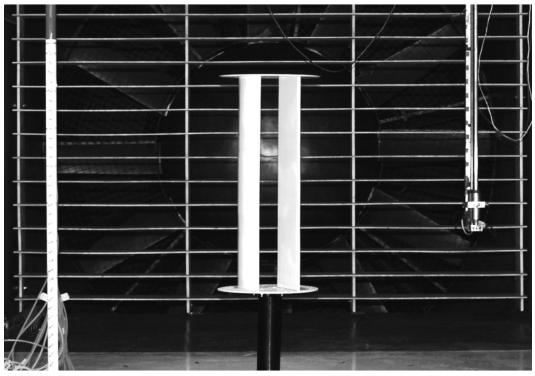
- wysokość 625 mm,
- szerokość podstawy 250 mm, natomiast szerokość pojedynczego płata 150 mm,
- powierzchnia nominalna łopaty $S_o$ = 0,625 m × 0,25 m = 0,156 m$^2$.




Rys. 2. Przekrój poprzeczny łopaty o kształcie dwuspójnym

Fig. 2. Intersection of the two-coherent cross-section blade

Kształt przekroju poprzecznego pojedynczego płata modelu łopaty turbiny wiatrowej ukształtowano tak, aby na jednej połowie płata była powierzchnia płaska, równoległa do powierzchni głównej, a na drugiej połowie przechodziła w powierzchnię wypukłą. Przestrzeń w środkowej strefie łopaty znacznie zwiększa moment aerodynamiczny, a także wytrzymałość i sztywność rozwiązania konstrukcyjnego [3]. Usytuowanie modelu w czasie badań zilustrowano na rys. 3.

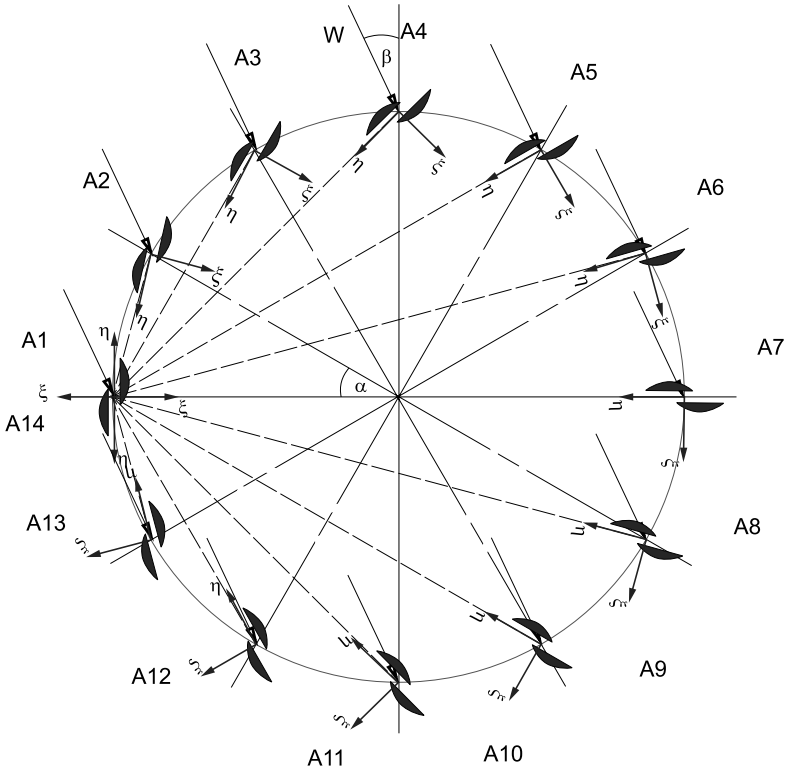


Rys. 3. Model łopaty w przestrzeni pomiarowej tunelu aerodynamicznego PK

Fig. 3. A model of the blade in the measurement space of the wind tunnel of Cracow University of Technology

Na rysunku 4 pokazano, kolejno od punktu A1 do A14, ustawienia łopat w czasie pracy wirnika wraz z układem współrzędnych (ξ, η). Łopaty wirnika obracają się względem własnej osi w kierunku przeciwnym i z prędkością dwukrotnie mniejszą niż prędkość obro-

tu względem wirnika. Jest to możliwe dzięki zastosowaniu w tym rozwiązaniu konstrukcyjnym przekładni planetarnej.



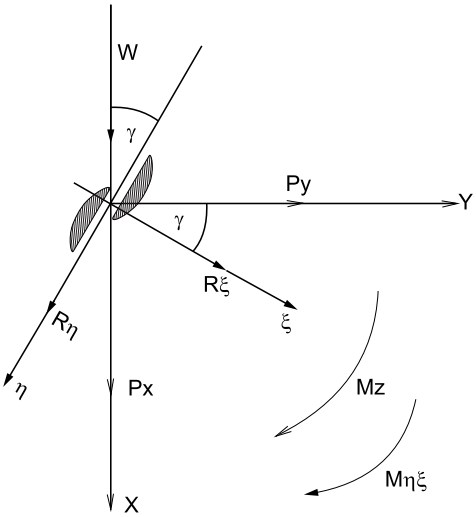

Rys. 4. Schemat przekroju poprzecznego wirnika, β – kąt działania wiatru na wirnik, prędkość wirnika $V_o = 0$

Fig. 4. A scheme of the intersection of the rotor, β – the angle of diverting the wind on the rotor, rotations speed of rotor $V_o = 0$

## 3. Przebieg badań i wyniki pomiarów

Badania przeprowadzono dla ustalonej prędkości wiatru $W_{śr}$ = 16 m/s. Uśredniona wartość ciśnienia dynamicznego wynosiła $P_{dśr}$ = 163 N/m$^2$. Model łopaty zamontowano na pionowej pięcioskładnikowej wadze aerodynamicznej w przestrzeni pomiarowej tunelu, pomiar prędkości wiatru wykonano za pomocą zespołu skanerów ciśnień. Czujniki ciśnieniowe umieszczono w płaszczyźnie pionowej, co pokazano na rys. 3.

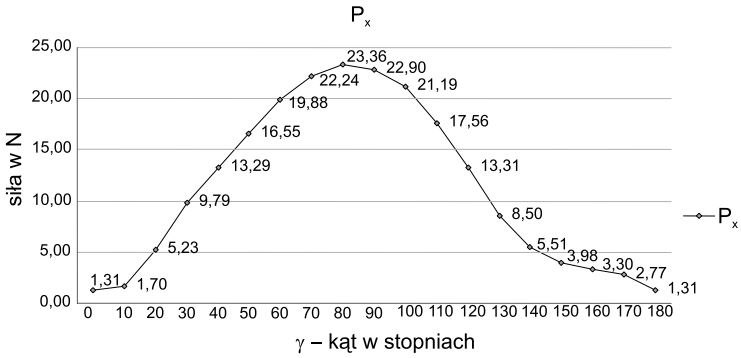
Działające na badany model łopaty, siły i moment aerodynamiczny, jak również zorientowanie modelu w układzie współrzędnych, przedstawiono na rysunku poniżej.




Rys. 5. Zorientowanie modelu w układzie współrzędnych *X*, *Y*, *Z*, oraz η, ξ. Siły i momenty działające na model łopaty ($P_x$ – opór aerodynamiczny, $P_y$ – siła boczna, $M_z$ – moment skręcający względem osi *Z*, *W*– kierunek wiatru, γ – kąt pochylenia wektora prędkości względnej *V* do osi przekroju łopaty)

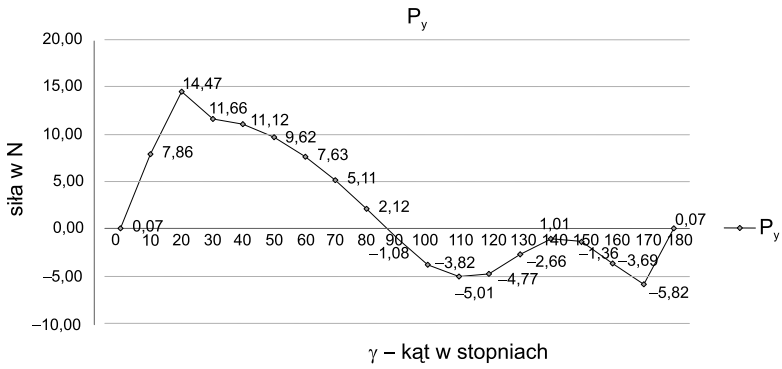
Fig. 5. Configuration of the model's in the system of coordinates bearings *X*, *Y*, *Z*, and also aerodynamic forces and aerodynamic torque active on model ($P_x$ – aerodynamic drag, $P_y$ – lateral aerodynamic force, $M_z$ – torque, *W* – the wind direction)

Otrzymane wyniki pomiarów oporu aerodynamicznego $P_x$, siły bocznej $P_y$ i momentu skręcającego $M_z$ w zależności od kąta natarcia wiatru, przedstawiono w postaci graficznej na rys. 6–8.



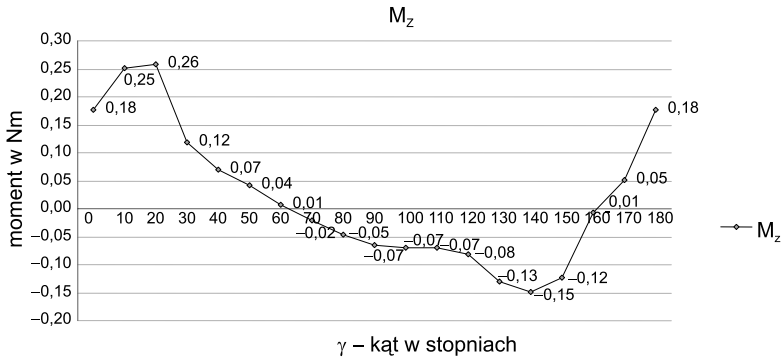

Rys. 6. Opór aerodynamiczny $P_x$ w funkcji kąta natarcia wiatru γ obracającej się łopaty względem osi wirnika

Fig. 6. Aerodynamic drag $P_x$ as function of the angle of wind attack γ of the blade in the axis of the rotor rotates




Rys. 7. Siła boczna $P_y$ w funkcji kąta natarcia wiatru γ obracającej się łopaty względem osi wirnika

Fig. 7. Lateral aerodynamic force $P_y$ as function of the angle of wind attack γ of the blade in the axis of the rotor rotates




Rys. 8. Moment skręcający $M_z$ względem osi $z$ w funkcji kąta natarcia wiatru γ obracającej się łopaty względem osi wirnika

Fig. 8. Torque $M_z$ as function of the angle of wind attack γ of the blade in the axis of the rotor rotates

## 4. Współczynniki areodynamiczne łopaty dwuspójnej

Otrzymane z pomiaru wartości sił $P_x$, $P_y$ i momentu $M_z$ dla łopaty o przekroju dwuspójnym w układzie współrzędnych $X$, $Y$, $Z$, posłużyły do obliczenia wartości sił $R_\eta$, $R_\xi$ i momentu $M_{\eta\xi}$ w układzie η, ξ według rysunku 5. Do obliczeń przyjęto $\gamma = \alpha/2$ dla prędkości obwodowej $V_o = 0$ i $\beta = 0$:

$$R_\eta = P_x \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - P_y \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \tag{1}$$

$$R_\xi = P_x \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + P_y \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \tag{2}$$

$$M_{\eta\xi} = M_z \tag{3}$$

oraz współczynników aerodynamicznych $k_\eta$, $k_\xi$, $k_{\eta\xi}$ w układzie η, ξ:

$$k_\eta = \frac{R_\eta}{P_{d\text{śr}} \cdot S_{\eta\xi}} \tag{4}$$

$$k_\xi = \frac{R_\xi}{P_{d\text{śr}} \cdot S_{\eta\xi}} \tag{5}$$

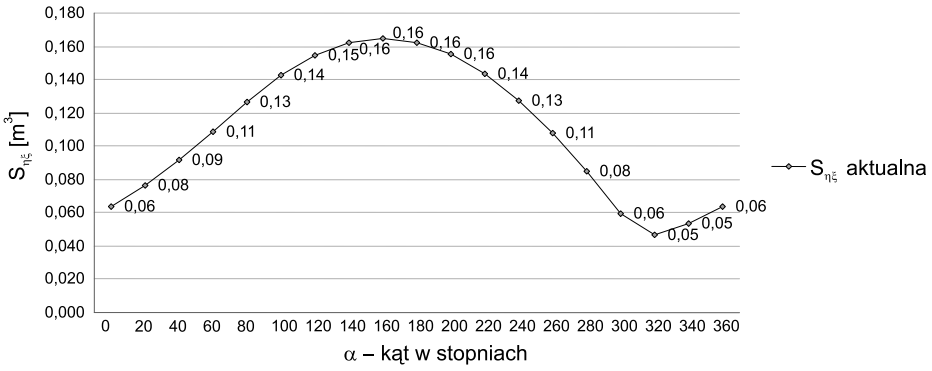
$$k_{\eta\xi} = \frac{M_{\eta\xi}}{P_{d\text{śr}} \cdot S_{\eta\xi} \cdot a} \tag{6}$$

gdzie:

$P_{d\text{śr}}$ – to średnie ciśnienie dynamiczne, którego wartość obliczeniowa wynosi $0{,}5 \cdot W_{\text{śr}}^2 \cdot \rho = 160{,}3$ N/m$^2$ ($W_{\text{śr}}$ – to średnia prędkość wiatru o wartości $W_{\text{śr}} = 16{,}28$ m/s, ρ – gęstość powietrza ρ= 1,21 kg/m$^3$), a otrzymana wartość średnia ciśnienia dynamicznego z pomiaru to $P_{d\text{śr}} = 163$ N/m$^2$,

$a = 250$ mm – szerokość modelu,

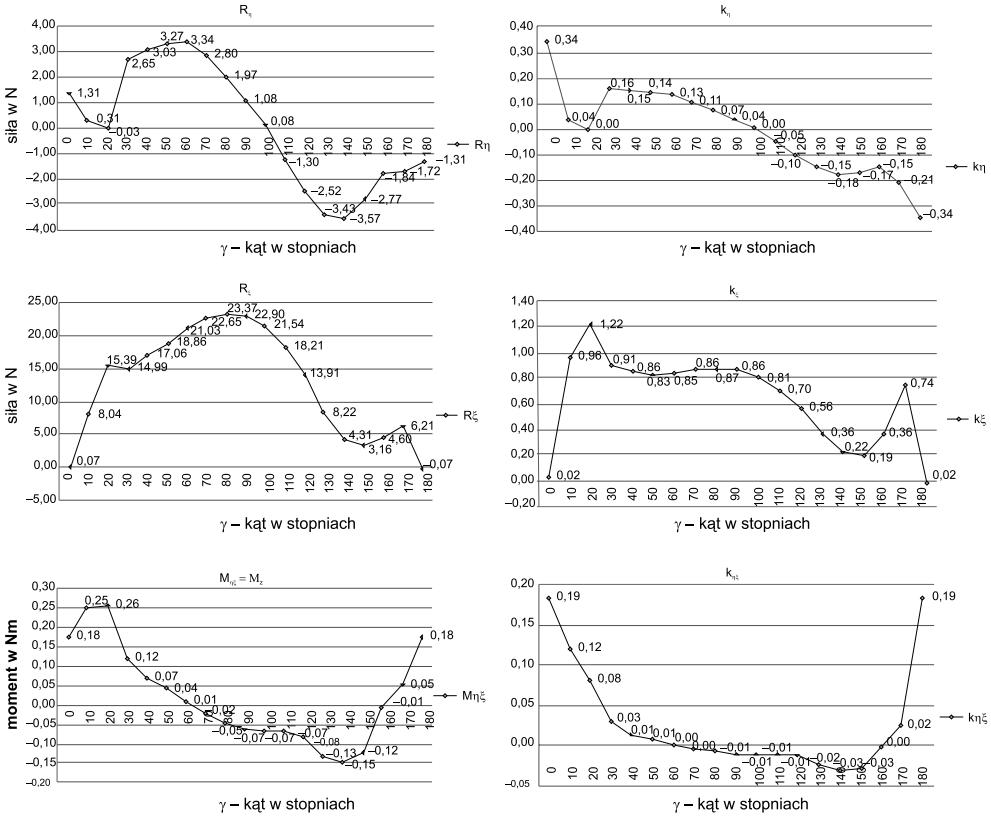
$S_{\eta\xi}$ – aktualna powierzchnia obrysu [m$^2$] modelu łopaty (rys. 9) obliczona z iloczynu wysokości łopaty $h = 0{,}65$ m do rzutu prostopadłego jej obrysu zależnego od ustawienia łopaty w układzie $X$, $Y$ według rys. 4.




Rys. 9. Aktualna, chwilowa powierzchnia obrysu [m$^2$] modelu łopaty w funkcji kąta natarcia wiatru α łopaty względem osi wirnika w układzie η, ξ

Fig. 9. Current area of the contour [m$^2$] of the blade as function of the angle of wind attack α of the turning blade the account of the axis of the rotor in ξ and η system of coordinates

Poniżej w formie graficznej przestawiono, na podstawie otrzymanych z badań eksperymentalnych wartości sił $P_x$, $P_y$ i momentu $M_z$ dla badanej łopaty o przekroju dwuspójnym w układzie współrzędnych $X$, $Y$, $Z$, wyliczone wartości sił $R_\eta$, $R_\xi$ i momentu $M_{\eta\xi}$ w układzie η, ξ oraz ich współczynniki aerodynamiczne $k_\eta$, $k_\xi$, $k_{\eta\xi}$.




Rys. 10. Wartości sił i momentu skręcającego w układzie η, ξ oraz wyliczone na podstawie tych wartości współczynniki aerodynamiczne w funkcji kąta natarcia wiatru γ obracającej się łopaty względem osi wirnika

Fig. 10. Values of aerodynamic forces and torque in ξ and η system of coordinates, and the aerodynamic coefficients enumerated based on these values as function of the angle of wind attack γ of the turning blade the account of the axis of the rotor

W celu wyliczenia momentu całkowitego siłowni w układzie η, ξ, w postaci funkcji (7) zapisano aktualną, chwilową powierzchnię odrysu $S_{\eta\xi}$, otrzymując teoretyczną powierzchnię obrysu $S(\alpha)$ stanowiącą parametr bezwymiarowy modelu łopaty:

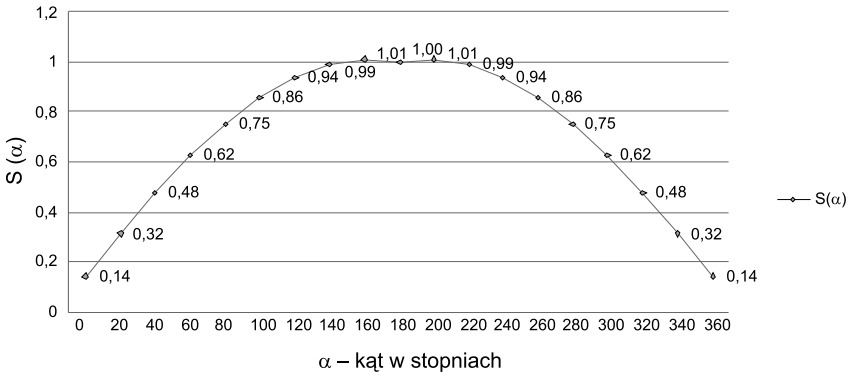
$$S(\alpha) = \frac{S_{\eta\xi}}{h \cdot a} = \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \kappa \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \mathrm{sign}\left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \tag{7}$$

gdzie:

$$\kappa = \frac{b}{a} \tag{8}$$

*a* – szerokość modelu łopaty równa 0,25 m,

*b* – odległość między elementami składającymi się na przekrój dwuspójny równa 0,036 m.




Rys. 11. Bezwymiarowa, teoretyczna powierzchnia obrysu łopaty turbiny w funkcji kąta natarcia wiatru α łopaty względem osi wirnika w układzie η, ξ

Fig. 11. Dimensionless, computational area of the contour [m$^2$] of the blade as function of the angle of wind attack α of the turning blade the account of the axis of the rotor in ξ and η system of coordinates

## 5. Moment rozruchowy turbiny wiatrowej o pionowej osi obrotu z jedną łopatą przy prędkości wirnika $V_o = 0$, $\beta = 0$

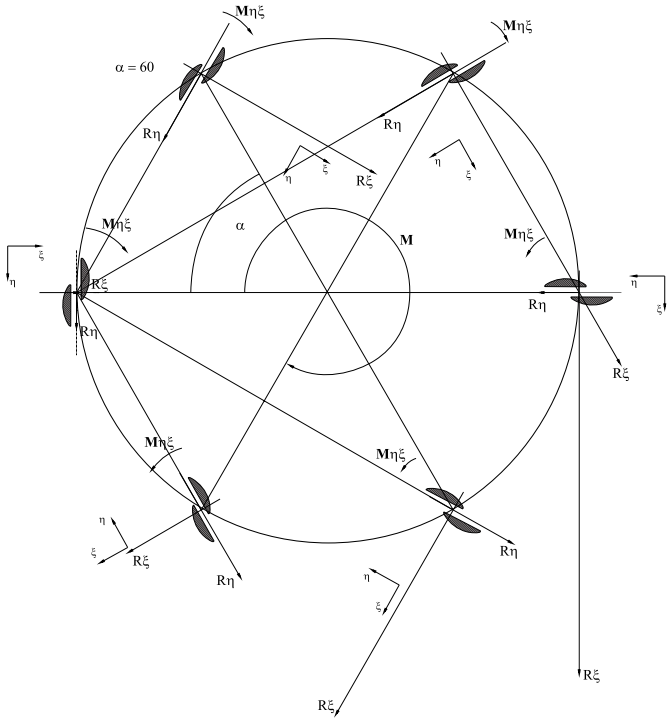
Zgodnie z rysunkiem 12 na łopatę turbiny działają siły: $R_\xi$; $R_\eta$ i moment $M_{\eta\xi}$. Można zatem zapisać ogólny wzór na całkowity moment napędowy wirnika generowany przez jedną łopatę $M_1(\alpha_s)$ jako średnią arytmetyczną momentów dla jednej łopaty w funkcji kąta natarcia wiatru $\alpha(\alpha_s)$ obracającej się łopaty względem osi wirnika:

$$M_1(\alpha_s) = \left[ -R_\eta \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + R_\xi \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right] \cdot R + M_{\eta\xi} \tag{9}$$

gdzie:

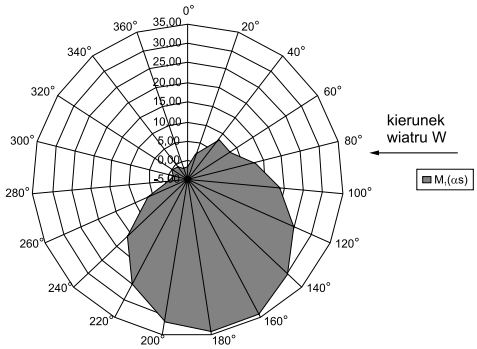
*R* – promień od osi wirnika do osi łopaty równy 1,5 m.

Otrzymane wartości momentu całkowitego wirnika dla jednej łopaty $M_1(\alpha_s)$ w funkcji kąta natarcia wiatru $\alpha(\alpha_s)$ przedstawiono na rys. 13.




Rys. 12. Schemat sił działających na łopatę turbiny dla wybranych położeń względem osi wirnika – prędkość obrotowa wirnika $V = 0$

Fig. 12. A scheme of forces executing on blades of turbine for chosen location by rotor – revs of the rotor $V = 0$



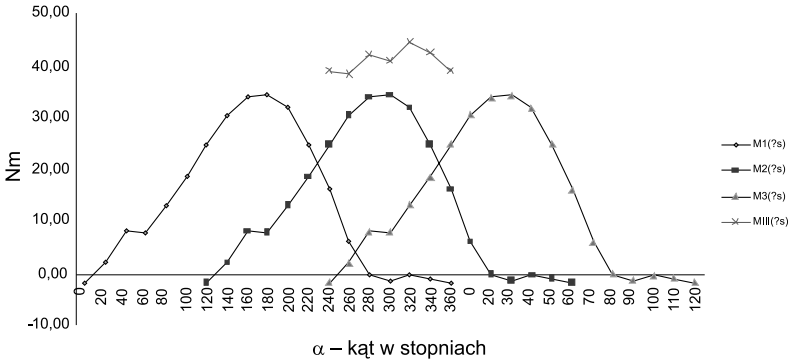

Rys. 13. Wartości momentu całkowitego $M_1(\alpha_s)$ [Nm] dla jednej łopaty w funkcji kąta obrotu α obracającej się łopaty względem osi wirnika w układzie η, ξ – prędkość obrotowa wirnika $V_o = 0$

Fig. 13. Values of total torque [Nm] for one blade as function of the angle α of the turning blade the account of the axis of the rotor in η, ξ system of coordinates – revs of the rotor $V_o = 0$

Moment całkowity dla trzech łopat $M_{III}(\alpha_s)$ względem układu η, ξ przy $V = 0$ to suma momentów całkowitych dla jednej $M_1(\alpha_s)$, dwóch $M_2(\alpha_s)$ i trzech $M_3(\alpha_s)$ łopat w funkcji kąta natarcia wiatru $\alpha(\alpha_s)$.

$$M_{III}(\alpha_s) = M_1(\alpha_s) + M_2(\alpha_s) + M_3(\alpha_s) \tag{10}$$

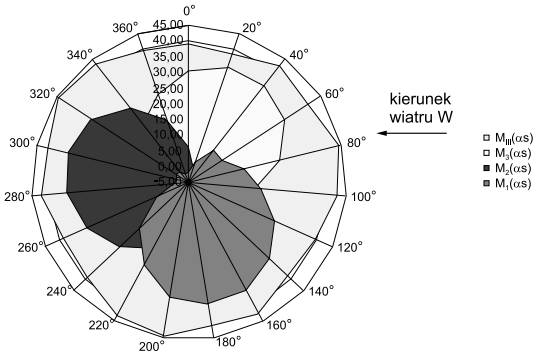
Na rysunku 14 pokazano wartości momentu dla wszystkich trzech łopat z osobna $M_1(\alpha_s)$, $M_2(\alpha_s)$, $M_3(\alpha_s)$. Zaznaczono również cykl, w którym generowany jest moment całkowity $M_{III}(\alpha_s)$ przez wszystkie trzy łopaty jednocześnie.




Rys. 14. Wartości momentu całkowitego $M_1(\alpha_s)$, $M_2(\alpha_s)$, $M_3(\alpha_s)$ [Nm] dla trzech łopat w funkcji kąta obrotu α

Fig. 14. Values of total torque [Nm] for three blades as function of the angle α

Wartości momentu całkowitego dla trzech łopat $M_{III}(\alpha_s)$ względem układu η, ξ przy $V_o = 0$ zilustrowano na rys. 15.




Rys. 15. Wartości momentu całkowitego $M_{III}(\alpha_s)$ [Nm] dla trzech łopat w funkcji kąta obrotu α obracających się łopat względem osi wirnika w układzie η, ξ – prędkość obrotowa wirnika $V_o = 0$, $\beta = 0$

Fig. 15. Values of total torque [Nm] for three blades as function of the angle of α of the turning blades the account of the axis of the rotor in η ξ system of coordinates – revs of the rotor $V_o = 0$, $\beta = 0$

## 6. Orientacja prędkości względnej na płaszczyznę łopaty turbiny

W trakcie ruchu obrotowego pojedynczej łopaty turbiny z prędkością obrotową $V_o$, wartość prędkości względnej $V$ i jej orientacja względem osi symetrii łopaty ulega zmianie. W przedstawionym poniżej toku obliczeń wyznaczono kierunek wektora oraz składowe prędkości względnej wiatru $V$ dla układu ruchomego związanego z pojedynczą łopatą turbiny $\xi$ i $\eta$, dla prędkości wiatru $W$, prędkości wirnika $V_o$ i kąta natarcia wiatru względem osi łopaty $\beta$. Kąt $\alpha = 0 - 2\pi$ jest kątem natarcia wiatru dla obracającej się łopaty względem osi obrotu wirnika ($\beta = \alpha/2$) [3].

Zgodnie z rysunkiem 16 prędkość względną wiatru otrzymano ze wzoru:

$$\bar{V} = \bar{W} - \bar{V}_o \tag{11}$$

Wyznaczono składowe $x$-$y$ prędkość bezwzględnej wiatru $W$:

$$W_x = W \sin\beta \tag{12}$$

$$W_y = W \cos\beta \tag{13}$$

Podobnie dla prędkości wirnika $V_o$:

$$V_{ox} = V_o \sin\alpha \tag{14}$$

$$V_{oy} = -V_o \cos\alpha \tag{15}$$

Korzystając z wyżej zapisanych wzorów, składowe prędkości względnej otrzymają postać:

$$V_x = W \sin\beta - V_o \sin\alpha \tag{16}$$

$$V_y = W \cos\beta + V_o \cos\alpha \tag{17}$$

$$V^2 = W^2 + V_o^2 - 2WV_o \sin\alpha \sin\beta + 2WV_o \cos\alpha \cos\beta \tag{18}$$

Ostateczny wzór na wartość prędkości względnej $V$ wiatru wygląda następująco:

$$V = \sqrt{W^2 + V_o^2 + 2WV_o \cos(\alpha + \beta)} \tag{19}$$

Składowe prędkości względnej względem układu ruchomego związanego z łopatą turbiny $\xi$ i $\eta$ można wyznaczyć z zależności:

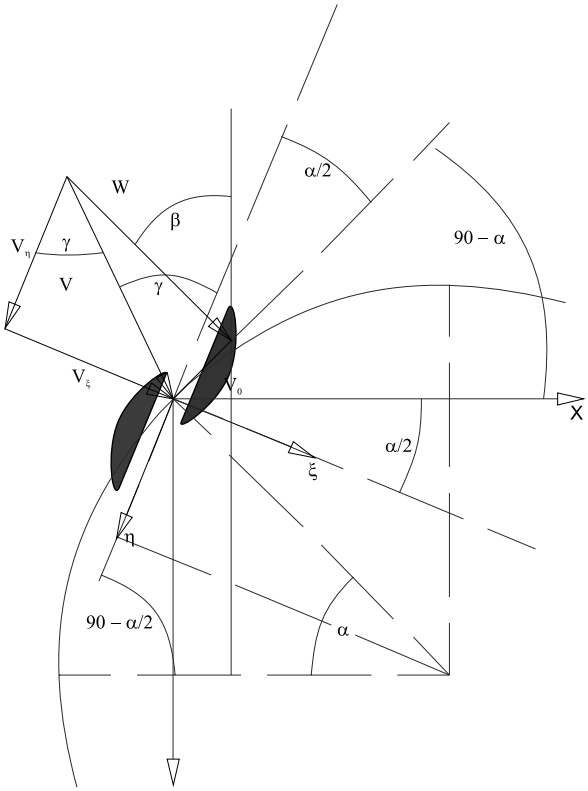
$$V_\xi = V_x \cos\frac{\alpha}{2} + V_y \sin\frac{\alpha}{2} \tag{20}$$

$$V_\eta = -V_x \sin\frac{\alpha}{2} + V_y \cos\frac{\alpha}{2} \tag{21}$$

Po podstawieniu wzorów (16) i (17), wykonaniu uproszczeń otrzymano następujące wzory na składowe prędkości względnej $V$ dla układu ruchomego związanego z łopatą turbiny $\xi$ i $\eta$:

$$V_\xi = W \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \beta\right) - V_o \sin\frac{\alpha}{2} \tag{22}$$

$$V_\eta = W\cos\left(\frac{\alpha}{2}+\beta\right)+V_o\cos\frac{\alpha}{2} \tag{23}$$




Rys. 16. Schemat łopaty wirnika turbiny w ruchu dla kąta α

Fig. 16. A scheme of the rotor blades in motion under angle of a blade α

Kierunek wektora prędkości względnej $V$ określa kąt γ pokazany na rysunku 16. Kąt ten określa zależność na składowe prędkości względnej $V$ dla układu ruchomego ξ i η związanego z łopatą turbiny ξ i η:

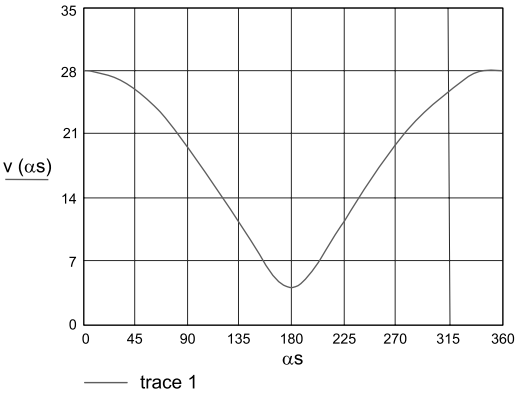
$$\gamma = \mathrm{arctg}\frac{V_\xi}{V_\eta} \tag{24}$$

lub

$$\gamma = \arcsin\frac{V_\xi}{V} \tag{25}$$

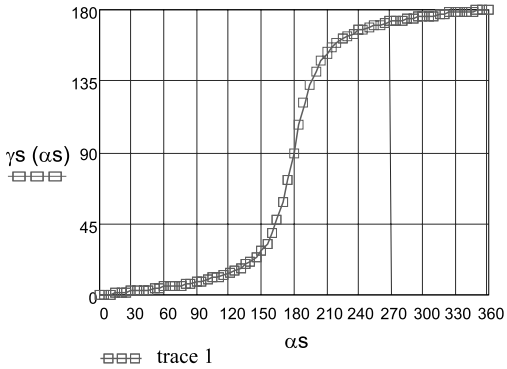
Poniżej w formie graficznej przedstawiono przykład funkcji prędkości względnej $V(\alpha_s)$, dla danej prędkości bezwzględnej powietrza $W$ = 16 m/s, kąta natarcia wiatru względem osi

łopaty $\gamma_s$ [º], $\gamma_s = \gamma \times 180/\pi$, dla $\beta = 0$ i prędkości wirnika $V_o = 10$ m/s oraz kąta obrotu wirnika $\alpha$ [rad] lub $\alpha_s$ [º], $\alpha_s = \alpha \times 180/\pi$ i obliczonej ze wzoru (18).




Rys. 17. Wykres wartości prędkości względnej $V(\alpha_s)$ w funkcji kąta obrotu wirnika $\alpha_s$; prędkość powietrza $W$=16 m/s; $\beta = 0$; prędkość wirnika $V_o = 10$ m/s

Fig. 17. Graph of the value of the relative speed $V(\alpha_s)$ in the function of the angle $\alpha_s$; air velocity $W = 16$ m/sec; $\beta = 0$; impeller speed $V_o = 10$ m/sec




Rys. 18. Wykres wartości kąta natarcia $\gamma = \gamma_s$ w funkcji kąta obrotu wirnika $\alpha = \alpha_s$; $W$=16 m/s; $\beta = 0$; $V_o = 10$ m/s

Fig. 18. Graph of the value of the angle of attack $\gamma = \gamma_s$ in the function of the angle $\alpha = \alpha_s$; air velocity $W$=16 m/sec; $\beta = 0$; $V_o = 10$ m/sec

Korzystając ze wzorów (26) i (27) otrzymano wzór na wyliczenie kąta natarcia $\gamma_s$ w funkcji kąta obrotu wirnika $\alpha_s$ (28):

$$V_\xi(\alpha_s) = W \sin\left(\frac{\alpha(\alpha_s)}{2} + \beta\right) - V_o \sin\left(\frac{\alpha(\alpha_s)}{2}\right) \tag{26}$$

$$V_\eta(\alpha_s) = W \cos\left(\frac{\alpha(\alpha_s)}{2} + \beta\right) + V_o \cos\left(\frac{\alpha(\alpha_s)}{2}\right) \tag{27}$$

$$\gamma_s(\alpha_s) = \left( \arcsin\left( \frac{V_\xi(\alpha_s)}{V(\alpha)} \right) \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \mathrm{sign}\left( \cos\left( \frac{\alpha(\alpha_s)}{2} + \frac{\beta}{2} \right) \right) + \Phi\left( \alpha - 181 + \beta \cdot \frac{180}{\pi} \right) \cdot 180 - \beta \frac{180}{\pi} \right) \tag{28}$$

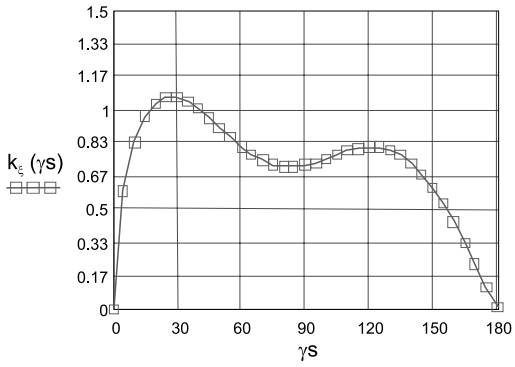
Kąt γ zgodnie z rys. 16 zmienia się w zakresie < 0º, 180º >, co oznacza konieczność interpolacji współczynników aerodynamicznych do obliczeń numerycznych, które zostały wyznaczone na podstawie badań eksperymentalnych. Metodykę obliczeń tych współczynników podano w kolejnym rozdziale.

## 7. Interpolacja współczynników areodynamicznych

W obliczeniach momentu napędowego w trakcie ruchu obrotowego wirnika turbiny można założyć uśrednioną wartość współczynników aerodynamicznych $k_\xi$, $k_\eta$, $k_{\eta\xi}$, jak to zastosowano w pracy [3]. Obecnie w wyniku badań eksperymentalnych można zaproponować interpolację funkcyjną $k_\xi(\gamma)$, $k_\eta(\gamma)$, $k_{\eta\xi}(\gamma)$ względem kąta $\gamma(s)$ pochylenia wektora prędkości względnej $V$ do osi przekroju poprzecznego łopaty.

Jedną z możliwości interpolacyjnych przedstawiają zapisane niżej funkcje i wykresy. Interpolacja wartości współczynnika aerodynamicznego $k_\xi$ względem kąta $\gamma(s)$:

$$k_\xi(\gamma_s) = 0{,}94 \cdot \sin(\gamma(\gamma_s)) + \frac{0{,}37}{\gamma(\gamma_s) + 0{,}1} \cdot \sin(3 \cdot \gamma(\gamma_s)) \tag{29}$$

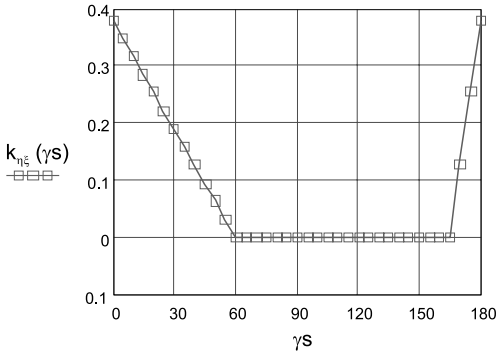



Rys. 19. Wartości współczynnika aerodynamicznego $k_\xi(\gamma_s)$ w funkcji kąta natarcia $\gamma(s)$

Fig. 19. Values of aerodynamic coefficients $k_\xi(\gamma_s)$ in function of the angle of wind attack γ(s)

Interpolacja wartości współczynnika aerodynamicznego $k_{\eta\xi}$ względem kąta $\gamma(s)$:

$$k_{\eta\xi}(\gamma_s) = -1{,}9 + \frac{1{,}71}{\pi} \cdot \gamma(\gamma_s) + \left| 0{,}19 - \frac{0{,}57}{\pi} \cdot \gamma(\gamma_s) \right| + \left| -2{,}09 + \frac{2{,}28}{\pi} \cdot \gamma(\gamma_s) \right| \tag{30}$$




Rys. 20. Wartości współczynnika aerodynamicznego $k_\eta(\gamma_s)$ w funkcji kąta natarcia $\gamma(s)$
Fig. 20. Values of aerodynamic coefficients $k_{\eta\xi}(\gamma_s)$ in function of the angle of wind attack $\gamma(s)$

Interpolacja wartości współczynnika aerodynamicznego $k_\eta$ względem kąta $\gamma(s)$:

$$k_\eta(\gamma_s) = 0{,}15 - \frac{0{,}30}{\pi} \cdot \gamma(\gamma_s) \tag{31}$$

## 8. Obliczenie momentu napędowego turbiny z wirnikiem o trzech łopatach

Znając funkcje współczynników $k_\xi(\gamma)$, $k_\eta(\gamma)$, $k_{\eta\xi}(\gamma)$ oraz kąta $\gamma(\alpha)$, można zapisać zależności na momenty napędowe dla jednej łopaty turbiny, zakładając, że prędkość powietrza $W$ = const i prędkość wirnika $V_o$ = const.

$$\begin{gathered} M_\xi = P_d \cdot S_{\eta\xi}(\gamma) \cdot k_\xi(\gamma) \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ \gamma = \gamma(\alpha), \\ M_\eta = -P_d \cdot S_{\eta\xi}(\gamma) \cdot k_\eta(\gamma) \cdot R \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ M_{\eta\xi} = P_d \cdot S_{\eta\xi}(\gamma) \cdot k_{\eta\xi}(\gamma) \cdot a \\ a \approx \frac{2}{3} R \end{gathered} \tag{32}$$

Wprowadzając bezwymiarową powierzchnię obrysu łopaty $S(\gamma)$w kierunku aktualnego zwrotu wektora prędkości względnej $V$, możemy momenty zapisać w formie bezwymiarowej.

$$\frac{M_\xi}{P_d \cdot S_o \cdot R} = m_\xi = S(\gamma) \cdot k_\xi(\gamma) \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$
$$\frac{M_\eta}{P_d \cdot S_o \cdot R} = m_\eta = -S(\gamma) \cdot k_\eta(\gamma) \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$
$$\frac{M_{\eta\xi}}{P_d \cdot S_o \cdot R} = m_{\eta\xi} = \frac{2}{3} \cdot S(\gamma) \cdot k_{\eta\xi}(\gamma) \tag{33}$$
$$S_o = b \cdot h,$$
$$m = m_\xi + m_\eta + m_{\eta\xi}$$

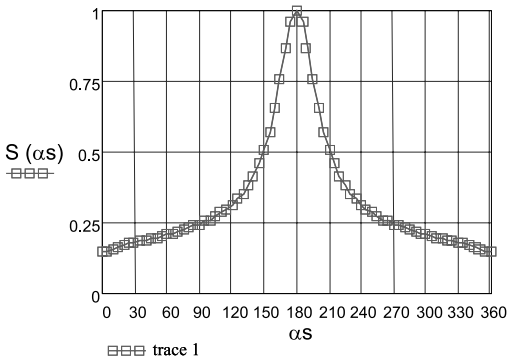
gdzie:

$S_o$[m$^2$] – nominalna powierzchnia łopaty, $m$ – bezwymiarowy moment napędowy dla jednej łopaty turbiny,

$R$ [m] – promień wirnika turbiny.

Obliczenia nawiązujące do danych w przykładzie (33) zamieszczono poniżej.

$$S(\alpha_s) = \sin\left(\frac{\pi}{180} \cdot \arcsin\left(\frac{V_\xi(\alpha_s)}{V(\alpha_s)}\right) \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \mathrm{sign}\left(\cos\left(\frac{\alpha(\alpha_s)}{2} + \frac{\beta}{2}\right)\right) + \right.$$
$$\left. + \Phi\left(\alpha_s - 181 + \beta \cdot \frac{180}{\pi}\right) \cdot \pi - \frac{\beta}{\pi}\right) + \kappa\left(\cos\left(\frac{\alpha_s}{2} \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \mathrm{sign}\left(\cos\left(\frac{\alpha_s}{2} \cdot \frac{\pi}{180}\right)\right)\right)\Bigg) \tag{34}$$




Rys. 21. Zmienność powierzchni $S(\alpha_s)$ w funkcji kąta obrotu wirnika $\alpha_s$; $W$ = 16 m/s; $\beta$ = 0; $V_o$ = 10 m/s

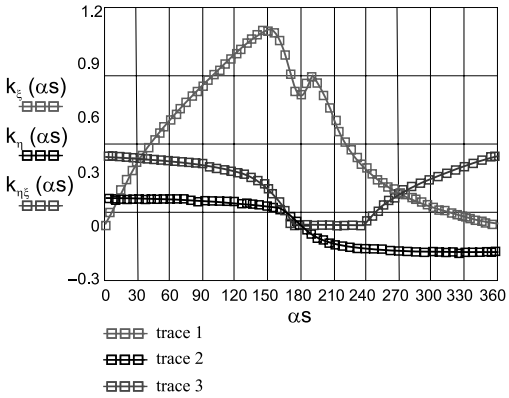
Fig. 21. Changeability of the area $S(\alpha_s)$ in the function of the angle $\alpha_s$; $W$ = 16 m/sec; $\beta$ = 0; $V_o$ = 10 m/sec

Poniżej pokazano wartości współczynników aerodynamicznych $k_\xi(\gamma)$, $k_\eta(\gamma)$, $k_{\eta\xi}(\gamma)$ w zależności od kąta natarcia wiatru $\alpha_s$ obracającej się łopaty względem osi wirnika.

$$k_\eta(\alpha_s) = 0{,}15 - \frac{0{,}30}{\pi}\cdot\gamma(\alpha_s)\frac{\pi}{180}$$

$$k_\xi(\alpha_s) = 0{,}94\cdot\sin\left(\gamma(\alpha_s)\cdot\frac{\pi}{180}\right) + \frac{0{,}37}{\gamma(\alpha_s)\cdot\frac{\pi}{180}+0{,}1}\cdot\sin\left(3\cdot\gamma(\alpha_s)\cdot\frac{\pi}{180}\right)$$

$$k_{\eta\xi} = -1{,}9 + \frac{1{,}71}{\pi}\cdot\gamma(\alpha_s)\cdot\frac{\pi}{180} + \left|0{,}19 - \frac{0{,}57}{\pi}\cdot\gamma(\alpha_s)\cdot\frac{\pi}{180}\right| + \left|-2{,}09 + \frac{2{,}28}{\pi}\cdot\gamma(\alpha_s)\cdot\frac{\pi}{180}\right| \tag{35}$$




Rys. 22. Zmienność współczynników aerodynamicznych $k_\xi(\gamma)$, $k_\eta(\gamma)$, $k_{\eta\xi}(\gamma)$ w funkcji kąta obrotu wirnika $\alpha_s$; $W$=16 m/s; $\beta = 0$; $V_o = 10$ m/s

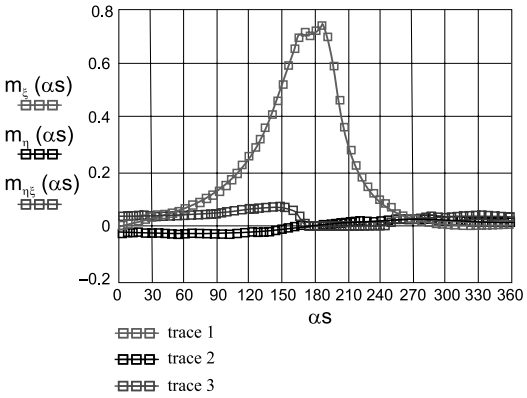
Fig. 22. Changeability of the aerodynamic coefficients $k_\xi(\gamma)$, $k_\eta(\gamma)$, $k_{\eta\xi}(\gamma)$ in the function of the angle $\alpha_s$; $W = 16$ m/sec; $\beta = 0$; $V_o = 10$ m/sec

Wartości składowe momentu działającego na wirnik turbiny $m_{\eta\zeta}(\alpha_s)$, $m_\zeta(\alpha_s)$, $m_\eta(\alpha_s)$ dla jednej łopaty w funkcji kąta obrotu względem osi wirnika $\alpha_s$.

$$m_{\eta\xi}(\alpha_s) = S(\alpha_s)\cdot\frac{2}{3}\cdot k_{\eta\xi}(\alpha_s)$$

$$m_\xi(\alpha_s) = S(\alpha_s)\cdot k_\xi(\alpha_s)\cdot\sin\left(\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{\pi}{180}\right) \tag{36}$$

$$m_\eta(\alpha_s) = -S(\alpha_s)\cdot k_\eta(\alpha_s)\cdot\cos\left(\frac{\alpha_s}{2}\frac{\pi}{180}\right)\cdot\mathrm{sign}\left(\cos\left(\frac{\alpha_s}{2}\frac{\pi}{180}\right)\right)$$

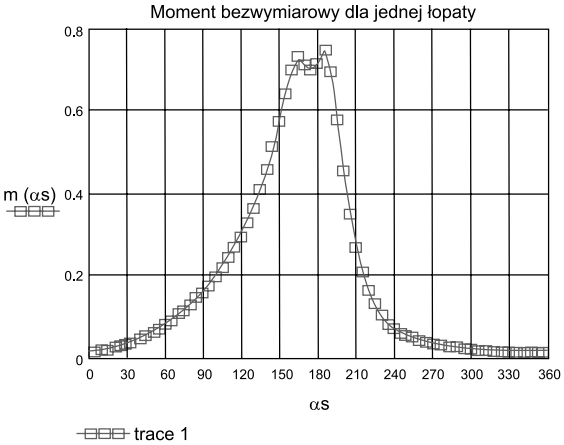



Rys. 23. Zmienność składowych $m_{\eta\zeta}(\alpha_s)$, $m_\zeta(\alpha_s)$, $m_\eta(\alpha_s)$ dla jednej łopaty w funkcji kąta obrotu względem osi wirnika $\alpha_s$

Fig. 23. Changeability of the moment components $m_{\eta\zeta}(\alpha_s)$, $m_\zeta(\alpha_s)$, $m_\eta(\alpha_s)$ for one blade in the function of the angle $\alpha_s$

Dodając wszystkie składowe momentu działającego na wirnik turbiny $m_{\eta\zeta}(\alpha_s)$, $m_\zeta(\alpha_s)$, $m_\eta(\alpha_s)$, otrzymujemy całkowity moment napędowy $m(\alpha_s)$ dla jednej łopaty w funkcji kąta obrotu względem osi wirnika $\alpha_s$.

$$m(\alpha_s) = m_{\eta\xi}(\alpha_s) + m_\xi(\alpha_s) + m_\eta(\alpha_s) \tag{37}$$




Rys. 24. Wartości momentu napędowego $m(\alpha_s)$ dla jednej łopaty w funkcji kąta obrotu względem osi wirnika $\alpha_s$

Fig. 24. Values of the moment $m(\alpha_s)$ for one blade in the function of the angle $\alpha_s$

Moment i moc dla turbiny o trzech łopatach przedstawiono poniżej.

Wykonując obliczenia wg wzorów (33), możemy wyznaczyć bezwymiarowy moment napędowy $m(\alpha_s)$, a następnie całkując, wyznaczyć moment średni $I$ dla turbiny z trzema łopatami oraz moc przypadającą na 1 m$^2$ powierzchni nominalnej łopaty.

$$I = \frac{1}{120} \cdot \left( \int_{0}^{120} m(\alpha_s) d\alpha_s + \int_{120}^{240} m(\alpha_s) d\alpha_s + \int_{240}^{360} m(\alpha_s) d\alpha \right)$$

$$S_o = 1$$

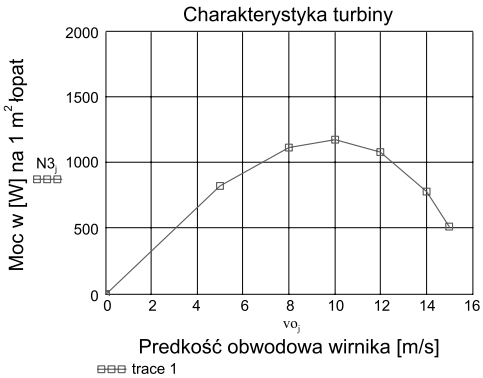
$$R = 1,5$$

$$M3 = P_d \cdot S_o \cdot R \cdot I \tag{38}$$

$$M3 = 135,394648$$

$$N3 = M3 \cdot \frac{V_o}{R}$$

$$N3 = 1,083157 \times 10^3$$




Rys. 25. Charakterystyka mocy turbiny *N3* [W] w funkcji prędkości obrotowej wirnika $V_o$ [m/s]
Fig. 25. Characteristic of the power of the turbine *N3* [W] in the function of the rotation speed of the rotor $V_o$ [m/s]

Opierając się na przygotowanym sposobie obliczeniowym, można wyznaczyć charakterystykę mocy turbiny, czyli zależność mocy $N$ [W] na 1 m$^2$ powierzchni łopaty w funkcji prędkości obwodowej wirnika $V_o$ [m/s].

Przyjmując średnie wartości współczynników aerodynamicznych $k_\xi$ = 0,8, $k_\eta$ = –0,5, $k_{\eta\xi}$ = 0,15, możemy wg [3] obliczyć prostszymi wzorami moment oraz moc turbiny na 1 m$^2$ powierzchni łopat, otrzymując podobny wynik z niewielkim błędem.

## 9. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań eksperymentalnych wyznaczono współczynniki aerodynamiczne modelu łopaty dwuspójnej wirnika turbiny przy dowolnym jej zorientowaniu względem wektora prędkości strugi powietrza. Współczynniki te posłużyły do napisania programu obliczeniowego momentu napędowego i mocy na jednostkę powierzchni łopaty w trakcie pracy wirnika turbiny z prędkością $V_o$, oraz wyznaczenia charakterystyki

mocy, która wskazuje, że turbina tego typu jest turbiną wolnobieżną, maksimum mocy osiąga przy prędkości wirnika $V_o = (0{,}5 - 0{,}8) \times W$, gdzie $W$ – prędkość wiatru. Efekt aerodynamiczny związany z kształtem łopaty (moment $M_{\eta\xi}$) ujawnia się przy większej prędkości $V_o$. Można więc poszukiwać innego prowadzenia łopat wirnika, tak aby efekt aerodynamiczny był znaczący, co pozwoli na realizację projektu turbiny szybkobieżnej z wykorzystaniem łopat dwuspójnych zastosowanych w obecnym rozwiązaniu konstrukcyjnym wirnika turbiny.

## Literatura


[1] Ryś J., Projekt wynalazczy zarejestrowany pod numerem P-298964, *Zespół samonaprowadzania głowicy silnika wiatrowego na kierunek wiatru*, 1993.

[2] Ryś J., Projekt wynalazczy zarejestrowany pod numerem P-302549, *Wirnik karuzelowego silnika wiatrowego*, 1997.

[3] Augustyn M., Ryś J., *Kinematyka i moment napędowy turbiny wiatrowej o pionowej osi wirnika*, Czasopismo Techniczne, z. 11, 1-M/2007, Kraków 2007.

[4] Augustyn M., *Budowa modelu i prezentacja działania turbiny wiatrowej nowego typu oraz perspektywy zastosowań*, Konf. „Czysta energia – czyste środowisko 2008", AGH, Kraków 2008.

[5] Flaga A., Matys P., Augustyn M., *Współczynniki aerodynamiczne czterech typów łopat wirników karuzelowych*, Raport z badań, Laboratorium Inżynierii Wiatrowej, Politechnika Krakowska, Kraków 2010.

[6] Flaga A., *Wind turbines* (in Polish, in printing), Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2011.

[7] Lewandowski W.M., *Proekologiczne odnawialne źródła energii*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2007.