

WIESŁAW GADEK*

WYZNACZANIE WEZBRAŃ HIPOTETYCZNYCH
METODĄ POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ
I METODĄ POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
W ZLEWNIACH KONTROLOWANYCH
– CZĘŚĆ I – OPIS METODDETERMINATION OF THEORETICAL SWELLS
IN GAUGED CATCHMENTS USING WARSAW
UNIVERSITY OF TECHNOLOGY METHOD
AND CRACOW UNIVERSITY OF TECHNOLOGY METHOD
– PART I – METHOD'S DESCRIPTION

Streszczenie

Artykuł został podzielony na dwie części. W pierwszej części zaprezentowano tok obliczeniowy, jaki wymagany jest przy wyznaczaniu wezbrań hipotetycznych w zlewniach kontrolowanych metodą Politechniki Warszawskiej i metodą Politechniki Krakowskiej. Obie te metody wykorzystują w procedurze obliczeniowej zasadę zunifikowanego hydrografu jednostkowego (UHG). W drugiej części artykułu przedstawiono ocenę tych metod w układzie wzajemnych porównań oraz w stosunku do zarejestrowanych historycznych wezbrań. Ocenę tę przeprowadzono dla 8 różnie położonych zlewni na obszarze górnej Wisły. Wybrane obszary reprezentowały zarówno małe, średnie, jak i duże zlewnie oraz regiony górskie, podgórskie i nizinne.

Słowa kluczowe: wezbranie hipotetyczne, metoda Politechniki Warszawskiej, metoda Politechniki Krakowskiej

Abstract

This article has been divided into two parts. First part describes calculation procedure for theoretical flood waves in gauged catchments using the Cracow University of Technology method and Warsaw University of Technology method. Both methods are based on unified unit hydrograph (UHG). Second part presents cross evaluation of mentioned methods on in relation to records historical flood waves. Evaluation was performed on 8 different catchments in Upper Vistula Basin. Selected catchments represented small to big areas with mountainous, highlands and lowlands characteristics.

Keywords: design hydrograph, Cracow University of Technology method, Warsaw University of Technology method

* Dr hab. inż. Wiesław Gądek, prof. PK, Instytut Inżynierii i Gospodarki Wodnej, Wydział Inżynierii Środowiska, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Znajomość teoretycznego kształtu fali wezbraniowej oraz możliwości opisu za pomocą parametrów takiego wezbrania są w wielu zadaniach projektowych z dziedziny gospodarki wodnej i budownictwa wodnego szczególnie pożądane. W odróżnieniu od powszechnie stosowanych przy projektowaniu przepływów miarodajnych i kontrolnych, wezbrania hipotetyczne poszerzają zakres danych o takie informacje, jak: objętość prawdopodobnego wezbrania, przebieg oraz czas części wznoszącej i opadającej. Można zatem w procesie projektowania uwzględniać przebieg wezbrania w postaci hydrogramu o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia.

Przez wezbranie hipotetyczne rozumie się teoretyczny hydrogram przepływu, który przedstawia typowy przebieg fali wezbraniowej, jaki może wystąpić w określonych warunkach, w wybranym miejscu dla zadanej wartości przepływu maksymalnego. Wartość przepływu maksymalnego przyjmuje się przeważnie na poziomie wartości przepływu o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia dla danego przekroju poprzecznego ciekłu.

W naszym kraju stosowanych jest kilka metod umożliwiających wyznaczenie przebiegu wezbrania hipotetycznego m.in. za pomocą równań: Reitza-Krepsa [1], Baptista i Michela, Strupczewskiego [6] lub McEnroe [2] czy Hydroprojektu [7]. Najczęściej jednak wykorzystywane są do tego celu metody opracowane na Politechnice Warszawskiej [3] i na Politechnice Krakowskiej [4]. Obie wykorzystują przy wyznaczaniu wezbrania hipotetycznego zunifikowany przebieg fali jednostkowej (UHJ).

Artykuł ze względu na objętość został podzielony na dwie części. W pierwszej zaprezentowano opis obu tych metod, szczególnie zwracając uwagę na zasady ogólne, jak i szczególne, które zostały sprecyzowane przez autorów obu tych metod. Celem tej części artykułu jest przedstawienie reguł, które rygorystycznie powinny być przestrzegane podczas wykonywanych obliczeń.

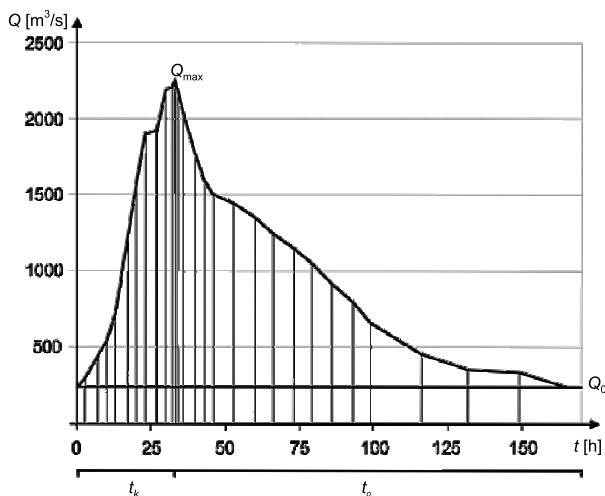
W drugiej części artykułu dokonano oceny obu tych metod w dwóch układach – układzie wzajemnego porównania przez ocenę przebiegu wezbrań teoretycznych wyznaczonych z użyciem tych metod oraz wartości parametrów opisujących te teoretyczne hydrogramy. Dodatkowo oceniono wpływ liczby hydrogramów wezbrań rzeczywistych uwzględnionych w toku obliczeniowym na końcowy rezultat. Drugą ocenę przeprowadzono, porównując największe rzeczywiste hydrogramy przepływu zarejestrowane w danym przekroju wodowskazowym z teoretycznym przebiegiem wezbrania uzyskanym z obliczeń obiema metodami.

2. Metoda Politechniki Warszawskiej wyznaczania wezbrań hipotetycznych

Metoda potocznie nazywana metodą Politechniki Warszawskiej została opracowana przez Katedrę Hydrologii i Gospodarki Wodnej Politechniki Warszawskiej, niestety nie znany jest jej autor. Opis tej metody został opublikowany w: „Przykłady obliczeń hydrologicznych do opracowań wodno-melioracyjnych; Praca studialna nr 126. CBSiPWM”, Warszawa 1971.

Metoda ta wymaga, by w danym przekroju wodowskazowym było zarejestrowanych co najmniej 6 dużych wezbrań o charakterze jednomodalnym oraz przyjmując następujące założenia:

1. Jako wezbranie rozumiane są przeływy, które są większe od przeływu granicznego wyznaczonego na podstawie przeływu początkowego Q_0 . Za przeływ początkowy Q_0 uważany jest przeływ, od którego rozpoczyna się stały i intensywny wzrost przeływów aż do wysokości przeływu maksymalnego. Za koniec wezbrania uważany jest przeływ, którego wysokość przeływu powraca do wartości przeływu początkowego Q_0 .
2. Poszczególne hydrogramy wezbrania są normalizowane do zunifikowanego hydrogramu jednostkowego o ściśle określonych parametrach. Normalizacja polega na wyznaczeniu:
 - czasu wznoszenia t_k [h] – jest to czas określany na podstawie różnicy pomiędzy początkiem wezbrania a czasem wystąpienia przeływu maksymalnego,
 - czasu opadania t_o [h] – jest to czas pomiędzy przeływem maksymalnym a czasem zakończenia wezbrania,
 - czasu trwania wezbrania t_b [h] (czas bazowy) jest sumą czasów wznoszenia i opadania $t_b = t_k + t_o$.



Rys. 1. Przykładowy hydrogram fali wezbraniowej dla przekroju obliczeniowego, gdzie Q_0 jest przeływem granicznym

Fig. 1. A typical flood hydrograph at a given cross section, where Q_0 is the limit flow

Wyznaczanie fali hipotetycznej wykonywane jest w trzech etapach przez:

- 1) opracowanie zunifikowanych przebiegów wezbrań jednostkowych każdego wezbrania uwzględnionego w obliczeniach UHJ_p;
- 2) wyznaczenie średniego zunifikowanego jednostkowego hydrogramu UHJ na podstawie hydrogramów UHJ_p;
- 3) ustalenie końcowego przebiegu fali hipotetycznej na podstawie zunifikowanego średniego hydrogramu jednostkowego UHJ i obliczonego czasu wznoszenia t_k oraz zadanej wysokości przeływu maksymalnego $Q_{\max p\%}$.

Na rysunku 1 przedstawiono przykładowy hydrogram wezbrania wraz z podstawowymi parametrami wykorzystywanymi podczas schematyzacji. W schematyzacji fali wezbraniowej do UHJ_i przyjmuje się, że:

- 1) czas wznoszenia t_k w układzie znormalizowanego hydrogramu przyjmuje wartość 1;
- 2) czas trwania wezbrania t_b (czas bazowy) przyjmuje wartość 5, co oznacza, że czas opadania t_o jest czterokrotnie dłuższy od czasu wznoszenia;
- 3) wysokość przepływu maksymalnego przyjmowana jest jako wartość 1.

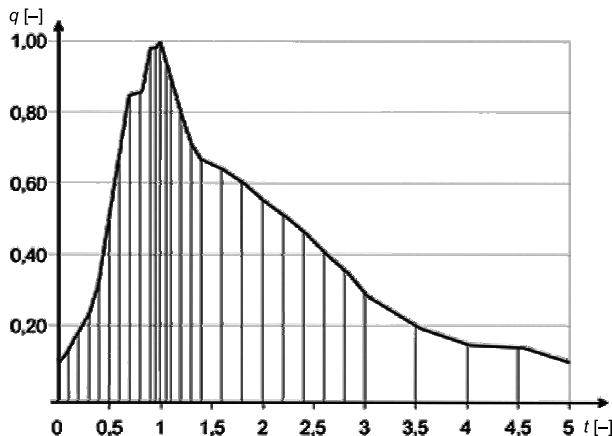
Przy tych założeniach obliczane są kolejne współrzędne UHJ_i według schematu; dla każdej znormalizowanej współrzędnej czasowej t_i z zakresu od 0 do 5, obliczane są bezwymiarowe przepływy q_i w zakresie od 0 do 1. Poszczególne wartości q_i uzyskuje się z zależności:

$$q_i = \frac{Q_i}{Q_{\max}} \quad (1)$$

gdzie:

- Q_i – wartość przepływu [m^3/s], dla znormalizowanego kroku czasowego t_i ,
- t_i – współrzędne czasowe przyjmujące kolejno wartości:
 - czas wznoszenia - t_k**
 $t_i = 0,0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 0,95; 1,0$;
 - czas opadania - t_o**
 $t_i = 1,05; 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0; 2,2; 2,4; 2,6; 2,8; 3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0$
- Q_{\max} – przepływ maksymalny wezbrania (przepływ maksymalny) [m^3/s].

Na rysunku 2 przedstawiono znormalizowany według podanych wyżej zasad hydrogram pojedynczego wezbrania UHJ_i . W analogiczny sposób normalizuje się pozostałe wezbrania – łącznie przy normalizacji należy wykorzystać minimum 6 największych wezbrań zarejestrowanych w historii dla danego przekroju wodowskazowego.



Rys. 2. Znormalizowany jednostkowy hydrogram UHJ_i fali wezbraniowej dla przekroju obliczeniowego

Fig. 2. Normalized flood unit hydrograph, UHJ_i , at a given cross section

Zunifikowany jednostkowy hydrogram hipotetyczny UHJ powstaje w wyniku uśrednienia dla każdego znormalizowanego kroku czasowego t_i przepływów jednostkowych q_i .

$$q_i = \frac{\sum_{j=1}^m q_{j,i}}{m} \quad (2)$$

gdzie:

- q_i – współrzędna średniego przepływu jednostkowego hydrogramu hipotetycznego dla danego kroku czasowego t_i ,
- m – liczba wezbrań.

Powstały w wyniku tych operacji jednostkowy hydrogram hipotetyczny stanowi bazę do wyznaczania właściwego teoretycznego wezbrania. Czynność tę wykonuje się przez przemnożenie odpowiednio poszczególnych znormalizowanych współrzędnych czasowych i przepływu przez odpowiednio średni czas do wystąpienia przepływu maksymalnego i wysokość przepływu maksymalnego o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia.

3. Dodatkowe zalecenia do metody Politechniki Warszawskiej

W metodzie Politechniki Warszawskiej średni czas wznoszenia oblicza się jako średnia arytmetyczna z czasów wznoszenia dla poszczególnych wezbrań uwzględnionych w procesie obliczeniowym. Szywna proporcja pomiędzy czasem wznoszenia a opadania skutkuje tym, że przebieg rzeczywistego wezbrania cząstkowego w fazie opadania często musi ulec modyfikacji. Występują dwa przypadki kiedy mamy do czynienia z taką sytuacją: rzeczywisty czas opadania wezbrania jest krótszy od wymaganego oraz kiedy ten czas jest dłuższy od zakładanej wartości czasu.

W pierwszej sytuacji przyjmuje się, że w chwili kiedy hydrogram rzeczywisty osiągnie w części opadającej wartość przepływu bazowego (granicznego) Q_0 , to od tej chwili czasowej aż do osiągnięcia wymaganej długości czasu opadania $t_o = 4 \cdot t_k$, wartości przepływu przyjmowane są na poziomie przepływu bazowego Q_0 . W drugiej sytuacji należy tak skorygować przebieg przepływów w części opadającej, aby hydrogram osiągnął w wymaganym czasie wartość przepływu Q_0 , ten nowy przebieg w końcowej części hydrogramu powinien mieć charakter liniowego rozkładu. Nie jest to proste zadanie, gdyż wymaga ono ustalenia wartości przepływu, od którego będzie wprowadzona korekta przebiegu hydrogramu. Z punktu widzenia końcowego rezultatu, czyli wezbrania hipotetycznego korekta przebiegu powinna być wykonana dla przepływów znajdujących się w strefie poniżej przepływu brzegowego, czyli na poziomie przepływów o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia mieszczących się pomiędzy $Q_{p=70\%}$ a $Q_{p=50\%}$. W przypadku kiedy nie jest to możliwe, należy rozważyć scenariusze:

- pominąć wezbrania przy prowadzonych obliczeniach i wybrać innego;
- zmienić wysokość przepływu bazowego Q_0 na wyższą wartość, co ma wpływ na wynik końcowy;
- wybrać najniższą wartość przepływu, od którego korekta przebiegu hydrogramu w części opadającej jest w dopuszczalnych normach.

Ostatnim elementem, na który należy zwrócić uwagę jest określenie czasu wznoszenia. Jest to prosta czynność, o ile nie zachodzi sytuacja, w której czas trwania przepływu maksymalnego jest dłuższy od jednej godziny. W metodzie Politechniki Warszawskiej przyjmuje się, że jest to czas wystąpienia pierwszej maksymalnej wartości przepływu, natomiast w metodzie Politechniki Krakowskiej jest to czas liczony do środka czasu trwania przepływu maksymalnego.

4. Metoda Politechniki Krakowskiej

Metoda Politechniki Krakowskiej została opracowana w Zakładzie Hydrologii Instytutu Inżynierii i Gospodarki Wodnej Politechniki Krakowskiej. Opis tej metody został opublikowany w artykule: „Fale hipotetyczne o zadanych prawdopodobieństwie przepływu w kulminacji”, wygłoszonym na Krajowym Kongresie Hydrologicznym Warszawa 2010.

Metoda ta wymaga, by w danym przekroju wodowskazowym było zarejestrowanych co najmniej 8 dużych jedno modalnych wezbrań. Przyjęto w niej następujące założenia:

- Jako wezbranie rozumiane są przepływy, które są większe od przepływu granicznego wyznaczonego na podstawie przepływu początkowego Q_0 . Za przepływ początkowy Q_0 uważany jest przepływ o prawdopodobieństwie przewyższenia $Q_{p=50\%}$;
- Poszczególne hydrogramy wezbrania są normalizowane do uniwersalnego hydrogramu jednostkowego, dla których – podobnie jak w metodzie Politechniki Warszawskiej – ustala się czas wznoszenia t_k [h], czas opadania t_o [h] i czas trwania wezbrania t_b [h] (czas bazowy) będący sumą czasów wznoszenia i opadania $t_b = t_k + t_o$.

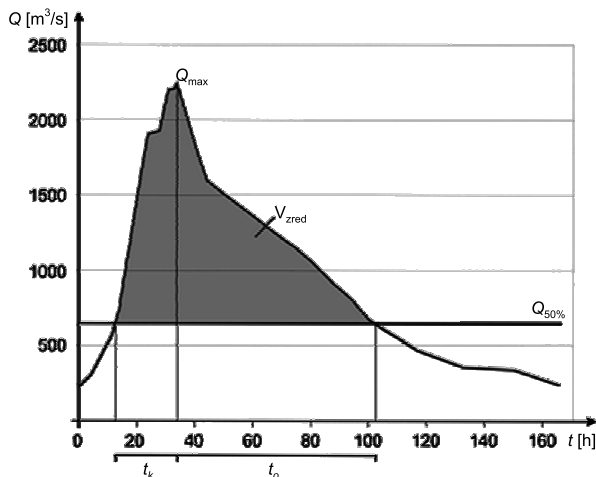
Wyznaczanie końcowego przebiegu wezbrania hipotetycznego wykonywany jest w pięciu etapach:

- a) opracowanie zunifikowanego przebiegu wezbrania jednostkowego dla każdego wezbrania uwzględnionego w obliczeniach UHJ_p, w których czas wznoszenia i czas opadania traktowane są jako niezależne;
- b) wyznaczenie średniego jednostkowego hydrogramu UHJ na podstawie hydrogramów cząstkowych UHJ_p;
- c) wyznaczenie zależności liniowej dla czasu trwania wezbrania t_b od czasu wznoszenia t_k , $t_b = f(t_k)$;
- d) wyznaczenie zależności objętości zredukowanej wezbrania od przepływu maksymalnego zredukowanego $V_{zred} = f(Q_{zred}) = f(Q_{max} - Q_{p=50\%})$. Przez objętość wezbrania zredukowaną rozumiana jest objętość fali powyżej przepływu granicznego $Q_0 = Q_{p=50\%}$;
- e) ustalenie przebiegu fali hipotetycznej na podstawie: zunifikowanego średniego hydrogramu jednostkowego UHJ, zadanej objętości ustalonej z zależności $V_{zred} = f(Q_{zred})$, wzajemnej relacji pomiędzy czasem trwania wezbrania a czasem wystąpienia przepływu maksymalnego $t_b = f(t_k)$.

Na rysunku 3 przedstawiono przykładowy hydrogram wezbrania wraz z podstawowymi parametrami wykorzystywanymi przy schematyzacji.

W pierwszym etapie schematyzacji fali wezbraniowej przyjmuje się, że:

- czas wznoszenia t_k w układzie znormalizowanego hydrogramu przyjmuje wartość 1;
- czas trwania opadania t_o również przyjmuje wartość 1.



Rys. 3. Przykładowy hydrogram fali wezbraniowej dla przekroju obliczeniowego, gdzie Q_0 jest przepływem granicznym

Fig. 3. A typical flood hydrograph at a given cross section, where Q_0 is the limit flow

Aby uzyskać w pełni znormalizowany jednostkowy hydrogram wezbrania, należy poddać normalizacji przepływy. W postaci bezwymiarowej, wysokość przepływu maksymalnego przyjmowana jest jako wartość 1. Dla każdej znormalizowanej współrzędnej czasowej t_i z zakresu od 0 do 2 obliczane są bezwymiarowe przepływy q_i z przedziału od 0 do 1. Powszechnie wartości q_i uzyskuje się z zależności:

$$q_i = \frac{Q_i - Q_{p=50\%}}{Q_{\max} - Q_{p=50\%}} \quad (3)$$

gdzie:

- Q_i – wartość przepływu [m^3/s], dla znormalizowanego kroku czasowego t_i ,
- t_i – współrzędne czasowe przyjmujące kolejno wartości:
czas wznoszenia - t_k
 $t_i = 0,0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 0,95; 1,0$;
czas opadania - t_o
 $t_i = 1,05; 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9; 2,0$;
- Q_{\max} – przepływ maksymalny wezbrania (przepływ maksymalny) [m^3/s],
- $Q_{p=50\%}$ – wartość przepływu [m^3/s] o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 50\%$.

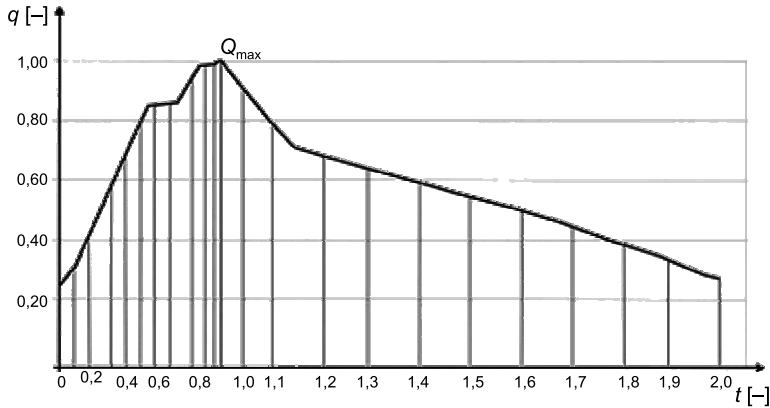
Na rysunku 4 przedstawiono znormalizowany według podanych wyżej zasad hydrogram pojedynczego wezbrania. W analogiczny sposób normalizuje się pozostałe wezbrania – łącznie przy normalizacji należy wykorzystać minimum 8 największych wezbrań zarejestrowanych w historii dla danego przekroju wodowskazowego.

W drugim etapie konstruowany jest wypadkowy zunifikowany jednostkowy hydrogram hipotetyczny UHJ. Powstaje on w wyniku uśrednienia dla każdego znormalizowanego kroku czasowego t_i przepływów jednostkowych q_i .

$$q_i = \frac{\sum_{j=1}^m q_{j,i}}{m} \quad (4)$$

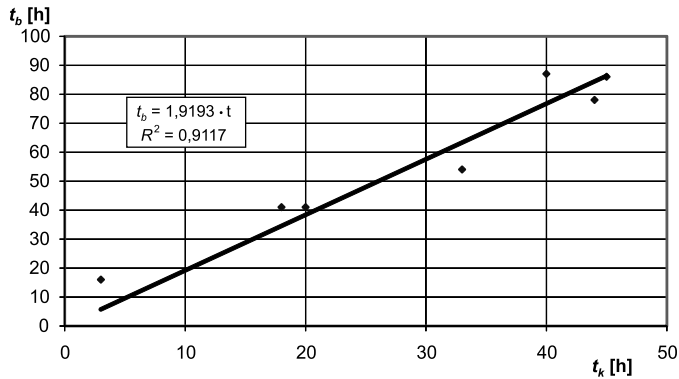
gdzie:

- q_i – współrzędna średniego przepływu jednostkowego hydrogramu hipotetycznego dla danego kroku czasowego t_p ,
 m – liczba wezbrań.



Rys. 4. Znormalizowany jednostkowy hydrogram UHG_i fali wezbraniowej dla wybranego przekroju wodowskazowego

Fig. 4. Normalized flood unit hydrograph, UHG_p , at a chosen gauged cross section



Rys. 5. Zależność czasu bazowego t_b od czasu wznoszenia t_k dla uwzględnionych w obliczeniach wezbrań

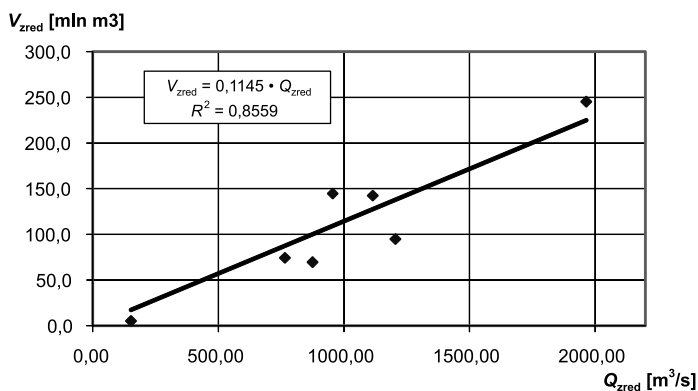
Fig. 5. Dependence of the base time, t_b , on the time to peak, t_k , for floods included in the calculations

Powstały w wyniku tych operacji jednostkowy hydrogram hipotetyczny stanowi bazę do wyznaczania właściwego teoretycznego wezbrania. Ostateczny kształt oraz parametry

wezbrania teoretycznego wymagają wyznaczenia dwóch zależności: czasu bazowego t_b od czasu wystąpienia przepływu maksymalnego t_k (rys. 5) oraz objętości zredukowanej V_{zred} od przepływu zredukowanego $Q_{zred} = Q_{max} - Q_{50\%}$ (rys. 6).

Algorytm obliczeniowy polega na poszukiwaniu czasu wznoszenia t_k , na podstawie którego wyznaczony hydrogram przy zadanym przepływie maksymalnym będzie posiadał objętość zgodną z objętością obliczoną z zależności $V_{zred} = f(Q_{zred})$. Proponowany algorytm obliczeniowy przebiega w następującej kolejności:

- przyjęcie maksymalnego przepływu dla wybranego wodowskazu o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia $Q_{max} = Q_{p\%}$;
- z zależności $V_{zred} = f(Q_{zred})$ określana się objętość fali poszukiwanego wezbrania hipotetycznego;
- na podstawie znormalizowanego jednostkowego hydrogramu hipotetycznego oblicza się poszczególne wartości przepływu (zarówno dla części wznoszącej, jak i opadającej) zgodnie z zależnością $Q_i = q_i Q_{zred}$;
- dla przyjętego czasu wystąpienia przepływu maksymalnego (czas wznoszenia) t_k i wylicza się czas bazowy z zależności $t_b = f(t_k)$;
- dla przyjętego czasu wznoszenia i opadania ustala się niezależnie krok dyskretyzacji czasowej dla obu gałęzi wezbrania hipotetycznego (wznoszenie i opadanie) i wyznacza się przebieg hydrogramu wezbrania;
- obliczana jest objętość wyznaczonej fali hipotetycznej V_h ;
- obliczoną objętość fali V_h porównuje się z objętością zadaną $V_{zred} = f(Q_{zred})$ – w przypadku zgodności obu tych wartości (najmniejszej różnicy), proces wyznaczania fali hipotetycznej kończy się, w przypadku braku takiej zgodności ponownie określa się czas wznoszenia i całą procedurę powtarza począwszy od punktu „d”.



Rys. 6. Zależność objętości zredukowanej V_{zred} od przepływu zredukowanego Q_{zred} dla uwzględnionych w obliczeniach wezbrań

Fig. 6. The dependence of the reduced volume, V_{zred} , on the reduced flow, Q_{zred} , included in the flood calculations

5. Podsumowanie

Obie metody wykorzystują zasadę wyznaczania wezbrania hipotetycznego przez obliczenie zunifikowanego hydrogramu jednostkowego UHJ na podstawie zarejestrowanych rzeczywistych hydrogramów przepływów. Jest to jedyne podobieństwo tych metod, które jednak w stosunku do często stosowanych w naszym kraju i na świecie funkcyjnych opisów stanowi ich siłę. W większości opis przebiegu wezbrań teoretycznych z wykorzystaniem równań nie ma merytorycznego uzasadnienia [5]. Można też stwierdzić, że opisane metody więcej dzieli niż łączy pod względem zastosowanych procedur obliczeniowych. W konsekwencji wyniki końcowe przebiegu oraz wszystkich podstawowych parametrów, takie jak: objętość wezbrania, czas wznoszenia i czas opadania różnią się w niektórych przypadkach w sposób zasadniczy. W metodzie Politechniki Krakowskiej dodatkowo uwzględnia się dwie zależności, a mianowicie: zależność czasu trwania wezbrania od czasu wznoszenia i zależność objętości zredukowanej wezbrania od przepływu maksymalnego zredukowanego. Takich zależności nie ma w metodzie Politechniki Warszawskiej. Objętość wezbrania ocenia się na podstawie końcowego wyznaczonego przebiegu wezbrania, a czas wznoszenia jest ustalany na podstawie średniej arytmetycznej z czasów wznoszenia dla wezbrań uwzględnionych w obliczeniach. Metody te różni też minimalna liczba wezbrań, jakie powinny być uwzględniane w procesie obliczeniowym, w metodzie Politechniki Warszawskiej 6, a w metodzie Politechniki Krakowskiej 8. W drugiej części artykułu przeprowadzono porównanie tych metod pod względem otrzymywanych wyników.

Literatura

- [1] Ciepeliowski A., Dąbkowski Sz., *Metody obliczeń przepływów maksymalnych w małych zlewniach rzecznych*, Oficyna Wydawnicza Projprzem – EKO, Bydgoszcz 2006.
- [2] Ciepeliowski A., Bodulski J., *Wykorzystanie typowych hydrografów do projektowania obiektów technicznych małej retencji*, Hydrologia w inżynierii i gospodarce wodnej, t. 1, Polska Akademia Nauk, Komitet Inżynierii Środowiska, monografia nr 68, Warszawa 2010.
- [3] CBS i PWM, *Przykłady obliczeń hydrologicznych do opracowań wodno-melioracyjnych*, praca studialna nr 126, Warszawa 1971.
- [4] Gądek W., *Fale hipotetyczne o zadanym prawdopodobieństwie przepływu w kulminacji*, Hydrologia w inżynierii i gospodarce wodnej, t. 1, Polska Akademia Nauk, Komitet Inżynierii Środowiska, monografia nr 68, Warszawa 2010.
- [5] Ozga-Zielinska M., Brzezinski J., *Hydrologia stosowana*, PWN, Warszawa 1997.
- [6] Strupczewski W., *Równanie fali powodziowej*, Wiadomości Służby Hydrologicznej i Meteorologicznej, 2(57), Warszawa 1964.
- [7] Hydroprojekt Warszawa, *Wezbrania hipotetyczne*, maszynopis, Warszawa 2010.