ŚRODOWISKO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
ENVIRONMENTAL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
4-Ś/2012
ZESZYT 28
ROK 109
ISSUE 27
YEAR 109

PAULINA KOSOWSKA, JACEK SCHNOTALE*

PRZEPŁYW POWIETRZA W KANALE Z PŁASKĄ PRZEPUSTNICĄ JEDNOPŁASZCZYZNOWĄ CZĘŚĆ I: MODEL NUMERYCZNY 2D

AIR FLOW IN A VENTILATION DUCT WITH A PLANE DAMPER PART I: NUMERICAL MODEL 2D

Streszczenie

Artykuł obejmuje opis modelu numerycznego 2D zjawiska fizycznego polegającego na przepływie powietrza przez przepustnicę jednopłaszczyznową umieszczoną w kanale wentylacyjnym. Analizie i opisowi poddano poszczególne elementy składające się na opis całościowy począwszy od modelu matematycznego opisywanego zjawiska łącznie z wyborem hipotezy zamykającej poprzez budowę warstwy przyściennej, narzucenie warunków brzegowych, budowę i dekompozycję geometrii wraz z opisem jej dyskretyzacji. Przedstawiono założenia przyjęte do obliczeń oraz ustawienia solvera użytego do rozwiązania układu równań różniczkowych cząstkowych. Obliczenia numeryczne wstępnie zweryfikowano poprzez porównanie współczynników kontrakcji wyznaczonych na podstawie symulacji w oparciu o definicję *vena contracta* z danymi literaturowymi

Słowa kluczowe: *przepływ powietrza*, *wentylacja*, *klimatyzacja*, *modelowanie CFD*, *zawór motylowy*

Abstract

The paper includes a description of the 2D numerical model of physical phenomena involving the flow of air through the plane damper placed in the ventilation duct. We analyzed the various elements of the description from the mathematical model of this phenomenon, including the choice of closer problems, through the construction of the boundary layer, the imposition of boundary conditions, construction and decomposition of the geometry with a description of the discretization. The assumptions used to compute and set solver used to solve partial differential equations were presented. Numerical calculations were verified by comparing the contraction coefficients identified on the basis of simulation based on the definition of the *vena contracta* with literature data.

Keywords: *airflow*, *ventilation*, *air-conditioning*, *CFD modeling*, *butterfly valve.*

* Dr inż. Paulina Kosowska, prof. Dr hab. inż. Jacek Schnotale, Instytut Inżynierii Cieplnej i Ochrony Powietrza, Wydział Inżynierii Środowiska, Politechnika Krakowska.

Oznaczenia

$Cc1$ – współczynnik kontrakcji dla przewężenia górnego n,
$Cc2$ – współczynnik kontrakcji dla przewężenia dolnego m,
CcU – współczynnik kontrakcji dla przewężenia górnego wyznaczony przez Hassenpfluga,
CcL – współczynnik kontrakcji dla przewężenia dolnego wyznaczony przez Hassenpfluga,
D – wymiar kanału (2D) [m],
div – dywergencja pola wektorowego lub tensorowego,
$\vec{F}$ – siła aerodynamiczna [N],
k – kinetyczna energia turbulencji [m^2/s^2],
L – wymiar przepustnicy (2D) [m],
m – przewężenie dolne [m],
n – przewężenie górne [m],
O – środek obrotu przepustnicy,
p – ciśnienie [Pa],
r – długość ramienia na jakim działa siła aerodynamiczna [m],
Re – liczba Reynoldsa,
v – średnia masowa prędkość powietrza [m/s],
xL – przewężenie geometryczne [m],
α – położenie przepustnicy [°],
ε – szybkość dyssypacji energii kinetycznej turbulencji [m^2/s^3],
μ – lepkość dynamiczna powietrza [kg/(m·s)],
μ' – lepkość dodatkowa [kg/(m·s)],
μ_t – lepkość dynamiczna turbulentna [kg/(m·s)],
ν – lepkość kinematyczna powietrza [m^2/s)],
ν_t – lepkość kinematyczna turbulentna [m^2/s)],
ρ – gęstość powietrza [kg/m^3],
$\vec{\tau}$ – moment obrotowy [Nm],
∇ – operator nabla.

1. Wstęp

Płaskie przepustnice jednopłaszczyznowe stanowią istotny element instalacji inżynierskich stosowanych w szeroko rozumianej inżynierii środowiska, pełniąc dwie zasadnicze funkcje: regulując lub odcinając przepływ medium w kanałach lub rurociągach. Główne cechy stanowiące o popularności przepustnic w różnych gałęziach przemysłu to: niski koszt instalacji i eksploatacji oraz mały spadek ciśnienia dla przepustnicy całkowicie otwartej. Z przepływem medium w instalacji wyposażonej w przepustnicę wiąże się szereg zjawisk, np. w przypadku wody jest to między innymi możliwa kawitacja, a także podobnie jak w przypadku przepływu gazu zjawisko kontrakcji czy powstawania momentu obrotowego na osi przepustnicy na wskutek działania sił aerodynamicznych lub hydrodynamicznych od-

działających na powierzchnię przepustnicy. Budowa modelu odzwierciedlającego pracę tych urządzeń pozwala na dokładną analizę zjawisk przepływowych, co może być punktem wyjścia do optymalizacji ich budowy i działania.

Poniższe opracowanie stanowi nowe podejście do badania płaskich przepustnic, pozwalające na wyznaczanie charakterystyk bez konieczności prowadzenia dużej ilości badań eksperymentalnych.

2. Opis modelowego zjawiska i metody badań

Modelowane zjawisko polegało na przepływie powietrza w kanale prostokątnym z płaską przepustnicą jednopłaszczyznową, przy zmiennym położeniu przepustnicy oraz prędkości powietrza na wlocie do kanału. Wykorzystano do tego celu numeryczną mechanikę płynów (CFD[1]).

3. Model matematyczny

Modelując badane zjawisko, przyjęto szereg założeń upraszczających. Rozpatrywano zagadnienie 2D (rys. 1), bez rozwiązywania równań bilansu energii, z uwzględnieniem dokładnego rozwiązania warstwy przyściennej, traktując przepływ jako ustalony tzn. stacjonarny w czasie w sensie statystycznym, a powietrze jako płyn nieściśliwy. Ze względu na to, że w badanym zagadnieniu interesujące było rozwiązanie tylko pola ciśnienia oraz pola prędkości, skorzystano z możliwości rozprzęgnięcia układu równań Naviera-Stockesa, pod warunkiem założenia stałej lepkości $\mu = \text{const} \neq 0$. Odrzucono równanie wynikające z prawa zachowania energii. Nie uwzględniano również żadnych sił masowych, które mogłyby oddziaływać na przepływające w kanale powietrze. Ze względu na zakres liczb Reynoldsa w badanym przepływie, nie było możliwe rozwiązanie zagadnienia bezpośrednio z układu równań N-S metodami DNS (Direct Numerical Simulation), które wymagają bardzo gęstej siatki o wymiarach pojedynczego elementu mniejszych od najdrobniejszych skal turbulencji (mikroskala Kołmogorowa η). W związku z tym, rozwiązanie oparto na koncepcji Reynoldsa, który twierdził, że dowolna wielkość opisująca przepływ turbulentny u jest sumą wielkości uśrednionej w czasie $\overline{u}$ oraz składowej fluktuacyjnej u' będącej losową funkcją czasu i przestrzeni, co oznacza, że rozwiązywany był podukład równań Reynoldsa (RANS Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations) postaci [11]:

$$\frac{\partial \overline{v}_j}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \overline{v}_i \overline{v}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{v}_i}{\partial x_i^2} - \frac{\partial \overline{v_i' v_j'}}{\partial x_j} \tag{2}$$

gdzie $i, j = 1, 2$ (2D).

[1] Computational Fluid Dynamics.

Konsekwencją uśredniania równań jest pojawienie się w równaniu (2) korelacji $\overline{v_i' v_j'}$, która poddana działaniu operatora różniczkowego $\frac{\partial}{\partial x_j}$ stanowi składowe dywergencji symetrycznego tensora naprężenia turbulentnego **R**. Ze względu na nieznane składowe tensora **R** układ równań RANS (1)(2) nie jest układem zamkniętym – w omawianym przypadku brakuje czterech zależności. Zamknięcie układu równań umożliwia zastosowanie wybranego modelu turbulencji[2].

4. Hipoteza zamykająca

Do domknięcia układu równań RANS (1)–(2) wykorzystano dwurównaniowy model turbulencji „k–ε". Jest to hipoteza zamykająca, oparta na koncepcji Boussinesqa, który postulował istnienie tzw. kinematycznej lepkości turbulentnej ν_t, będącej wynikiem założenia prawdziwości hipotezy Newtona o proporcjonalności naprężenia i odkształcenia w płynie, zastosowanej do naprężenia turbulentnego. W związku z powyższym, dla płynu nieściśliwego można zapisać równanie:

$$-\overline{v_i' v_j'} = \nu_t \frac{\partial \overline{v}_j}{\partial x_j} \tag{3}$$

Po podstawieniu równania (3) do równania (2) układ równań RANS przyjmuje postać:

$$\frac{\partial \overline{v}_j}{\partial x_j} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \overline{v}_i \overline{v}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + (\nu + \nu_t)\frac{\partial^2 \overline{v}_i}{\partial x_i^2} \tag{5}$$

Ponieważ nowy współczynnik ν_t nie jest funkcja płynu, lecz przepływu [2], układ równań nadal pozostaje niezamknięty. W modelu „k–ε", który do układu równań RANS wprowadza dodatkowe równania bilansu: kinetycznej energii turbulencji k oraz szybkości dyssypacji energii turbulencji ε, lepkość kinematyczna turbulencji ν_t wiąże – poprzez lepkość turbulentną μ_t – te dwie nowe wielkości zależnością:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{6}$$

gdzie $\mu_t = \rho\nu_t$.

Równanie (6) wraz z przedstawionymi poniżej równaniami (7)–(8) pochodzącymi niemal *in extenso* (różnice wynikają z założenia o przepływie ustalonym płynu nieściśliwego) z [5]:

---

[2] Ze względu na opisaną funkcję model turbulencji nazywany jest często *hipotezą zamykającą* (*closer problems*).

$$\frac{\partial\left(\rho k\overline{v}_i\right)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]+\mu_t\frac{\partial\overline{v}_i}{\partial x_i}\frac{\partial\overline{v}_j}{\partial x_i}-\rho\varepsilon \tag{7}$$

$$\frac{\partial\left(\rho\varepsilon\overline{v}_i\right)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j}\right]+C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}\mu_t\frac{\partial\overline{v}_i}{\partial x_i}\frac{\partial\overline{v}_j}{\partial x_i}-C_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{8}$$

zamyka układ równań RANS (4)–(5). Stałe współczynniki w równaniach (6), (7), (8) przyjmują wartości: $C_{1\varepsilon}$ = 1,44, $C_{2\varepsilon}$ = 1,92, C_μ = 0,09, σ_k = 1,0, σ_ε =1,3 [5].

5. Warstwa przyścienna

Warstwa przyścienna jest konsekwencją przyjęcia na ściankach modelu warunków braku poślizgu oraz nieprzenikalności powierzchni. Wybrany model turbulencji „k–ε" został stworzony do opisu przepływu turbulentnego w rdzeniu, tzn. w pewnej odległości od ścianki. Stosowanie go do przepływów przyściankowych wymaga wprowadzenia poprawek umożliwiających dokładne rozwiązanie zaniedbanych obszarów.

Spośród trzech koncepcji modelowania warstwy przyściennej, z których jedna wykorzystuje tzw. funkcje przyścienne[3] w rejonie, gdzie lepkość odgrywa znaczącą rolę, druga zaś w oparciu o mocno zagęszczoną siatkę przy ściance rozwiązuje równania w każdym punkcie przepływu, a trzecia stanowi hybrydę powyższych, wybrano trzecią – łączącą dwa pierwsze podejścia.

Zastosowana metoda „ulepszonego rozwiązania warstwy przyściennej" (EWT)[4] [5] w przypadku odpowiedniego zagęszczenia siatki numerycznej przy ściance ($y^+ \approx 1$)[5], umożliwiającego rozwiązanie podwarstwy laminarnej, przewiduje rozwiązanie przepływu dwuwarstwowego, natomiast w przypadku siatki o większych elementach w rejonie przyściankowym wykorzystuje pierwszą koncepcję rozwiązania warstwy przyściennej w oparciu o tzw. ulepszone funkcje przyścienne[6].

W modelowaniu EWT warstwy przyściennej przepływ dzielony jest na dwa rejony, a podział realizowany jest przez kryterium liczby Reynoldsa Re_y definiowanej w następujący sposób:

$$\mathrm{Re}_y=\frac{\rho y\sqrt{k}}{\mu} \tag{9}$$

gdzie:

y – odległość środka elementu siatki do najbliższej ścianki w kierunku prostopadłym.

---

[3] *Wall functions* [5]. Są to półempiryczne zależności wykorzystywane do opisu podwarstwy laminarnej oraz warstwy przejściowej.

[4] *Enhanced Wall Treatment* [5].

[5] $y^+ = (\rho\, u_\tau\, y_P)/\mu$, gdzie: ρ, μ – gęstość, lepkość płynu w punkcie P, y_P – odległość punktu P od ścianki, $u_\tau = (\tau_\omega/\rho)^{\wedge 0.5}$ – prędkość tarcia, τ_ω – całkowite uśrednione naprężenie przy powierzchni granicznej [2–5].

[6] *Enhanced Wall Functions* [5].

Dla rdzenia turbulentnego ($\mathrm{Re}_y > 200$) rozwiązywany jest układ równań RANS (4)–(5) z modelem turbulencji „k–ε" (6), (7), (8). W dwuwarstwowej (podwarstwa lepka oraz warstwa przejściowa) strefie przyściennej, gdzie lepkość jest wielkością kluczową ($\mathrm{Re}_y < 200$), korzysta się z jednorównaniowego modelu Wolfteina [5]. Kinetyczna energia turbulencji k liczona jest z równań (7)–(8) natomiast szybkość dyssypacji energii turbulencji ε z równania:

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{\ell_\varepsilon} \tag{10}$$

w którym skalę długości ℓ_ε określa zależność:

$$\ell_\varepsilon = yC_\ell^*\left(1 - e^{\frac{-\mathrm{Re}_y}{A_\varepsilon}}\right) \tag{11}$$

Ponadto lepkość turbulentna nie jest arbitralnie wyznaczana z równania (6), lecz zapewnia gładkie przejście między strefą dwuwarstwową ($\mu_{t,2w}$), a rdzeniem turbulentnym (μ_t) opisane w następujący sposób:

$$\mu_{t,EWT} = \lambda_\varepsilon \mu_t + (1-\lambda_\varepsilon)\mu_{t,2w} \tag{12}$$

gdzie lepkość turbulentna μ_t obliczana jest ze wzoru (6), natomiast $\mu_{t,2w}$ z zależności:

$$\mu_{t,2w} = \rho C_\mu \ell_\mu \sqrt{k} \tag{13}$$

w której skalę długości ℓ_μ podaje wzór:

$$\ell_\mu = yC_\ell^*\left(1 - e^{\frac{-\mathrm{Re}_y}{A_\mu}}\right) \tag{14}$$

Funkcja mieszania λ_ε (szczegółowy wzór w [5]) zdefiniowana jest w ten sposób, że przyjmuje wartość jeden daleko od ścianki, natomiast zero w bezpośrednim jej sąsiedztwie. Stałym występującym w równaniach (11) oraz (14) przypisuje się wartości: $C_\ell^* = \kappa C_\mu^{-3/4}$, $\kappa =$ 0,4187 (stała Karmana), $A_\mu = 70$, $A_\varepsilon = 2\,C_\ell^*$.

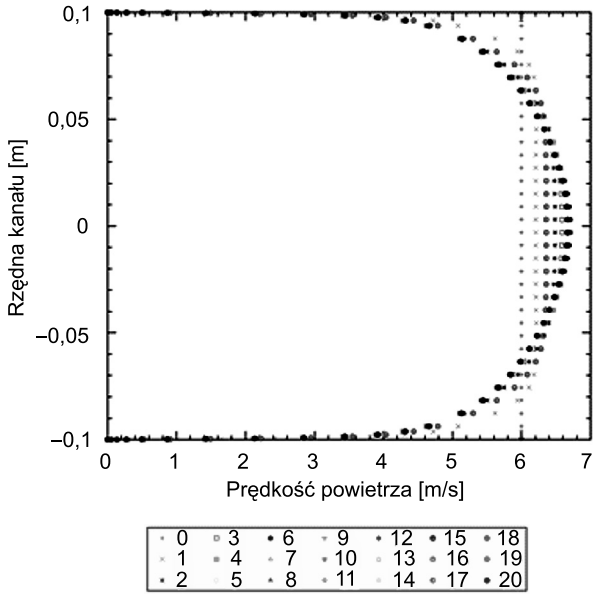
Nie przytoczono w tym miejscu algorytmu postępowania dla przypadku niespełniającego warunku dla y^+, ponieważ siatka modelu była tak konstruowana, aby spełnić ten wymóg. Niemniej jednak, szczegółowe wzory opisujące „ulepszone funkcje przyścienne" (EWF – patrz przypis 6) znaleźć można w [5].

6. Warunki brzegowe

Na **ściankach** przyjęto warunek braku poślizgu oraz nieprzenikalności powierzchni.

Na **wlocie** zadawano profil prędkości oraz rozkład k i ε przy pomocy plików profilowych. W celu wyznaczenia danych do plików profilowych, dla każdego położenia przepustnicy i dla każdej prędkości powietrza, przeprowadzono dodatkowa symulacje przepływu

w 20-metrowym kanale bez przepustnicy. Z uwagi na zerowy stopień interpolacji stosowany w programie Fluent dla warunków brzegowych zadawanych w postaci dyskretnej, siatka na wlocie miała identyczny rozkład elementów jak siatka kanału z przepustnicą. Dla kątów α = 10°, 20°, 30°, 40° przepustnica nie ma wpływu na rozkład elementów na wlocie, dlatego dla tych położeń wykorzystano jedną siatkę, a dla pozostałych przypadków utworzono oddzielne geometrie. Zbadano, że warunek stałej prędkości na wlocie jest szybciej zbieżny dla dokładności o rząd większej w porównaniu z warunkiem stałego ciśnienia. Dlatego na wlocie zadawano stałą prędkość z zakresu od 2m/s do 10 m/s. Łącznie przesymulowano 27 przypadków. Założono, że w połowie długości kanału (po 10 m) profil prędkości jest w pełni rozwinięty (rys. 1). Z tego miejsca pobrano wielkości niezbędne do utworzenia pliku profilowego, tj. prędkość v, energię kinetyczną turbulencji k, szybkość dyssypacji energii turbulencji ε. Tak przygotowane pliki profilowe wykorzystano do zadawania warunków na wlocie dla przepływu powietrza przez kanał z przepustnicą jednopłaszczyznową.



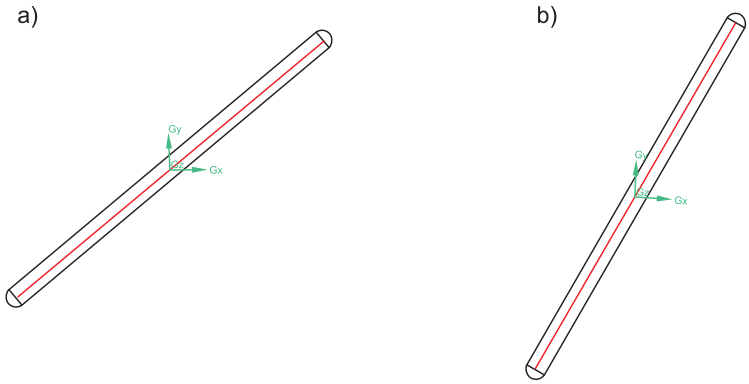
Rys. 1. Zmiana profilu prędkości wzdłuż kanału bez przepustnicy przy zadanej stałej prędkości 6 m/s na wlocie (*liczby podane w legendzie oznaczają odciętą kanału podaną w metrach*)

Fig. 1. Velocity profiles along the duct without the damper with inlet velocity condition = 6 m/s (*the numbers in the legend are duct's abscissae in meter*)

Na wylocie posłużono się warunkiem ciśnienia *pressure-outlet* [5], zadając wartość ciśnienia statycznego na końcu kanału równą 0 Pa. Mimo tego że uwzględnia on ewentualny przepływ wsteczny, zapewniając w takim wypadku dobrą zbieżność, warunek ten zaleca się zadawać w miejscach, gdzie przepływ jest w pełni rozwinięty – stad długi odcinek prostego kanału za przepustnica, umożliwiający wygaśniecie powstałych za nią zakłóceń.

7. Dyskretyzacja przestrzenna

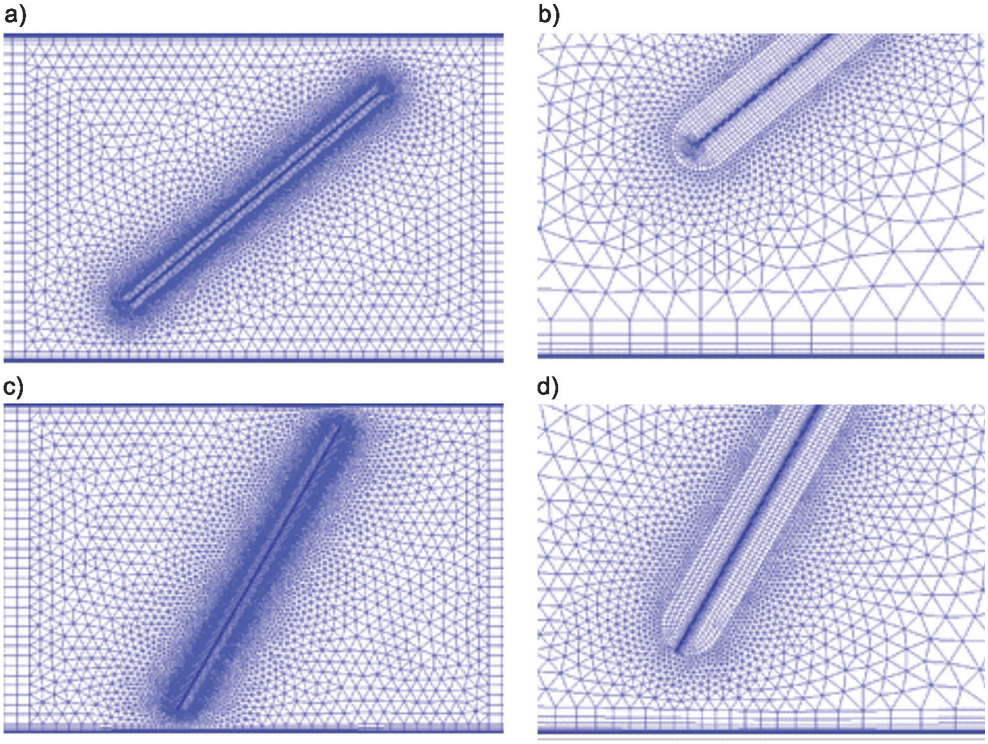
Geometrię wraz z siatką utworzono przy pomocy programu Gambit. Znacznego zagęszczenia siatki dokonano w wydzielonym z długości całego kanału obszarze o wymiarach 280 × 200 mm, w którym spodziewano się dużych zmian pola prędkości. W bezpośrednim sąsiedztwie przepustnicy stworzono dwie (rys. 2(b)) lub cztery (rys. 2(a)) powierzchnie – zależnie od kąta położenia α, w których koncentracja elementów siatki była największa.



Rys. 2. Dekompozycja geometrii dla α = 10°, 20°, 30°, 40° (na rysunku) (a) oraz α = 60° (b). Przepustnicę zaznaczono kolorem czerwonym

Fig. 2. Geometry decomposition for α = 10°, 20°, 30°, 40° (in figure) (a) and α = 60° (b). Damper is marked with a red line

Wymagania odnośnie bezwymiarowych wielkości y^+ oraz Re_y dla dokładnego rozwiązania warstwy przyściennej, podczas implementacji algorytmu EWT, szczegółowo opisanego we wcześniejszej części artykułu pt. „Warstwa przyścienna", stanowiły główne kryterium doboru rozmiaru siatki. Zaleca się wówczas, aby bezwymiarowa odległość y^+ elementów przylegających do ścianki była w przybliżeniu równa jeden, a przynajmniej 10 rzędów elementów od ścianki powinno znajdować się w strefie intensywnego oddziaływania lepkości ($Re_y < 200$) [5]. Wymagania te spełnia siatka, dla której na wszystkich ściankach omywanych powietrzem zbudowano warstwę przyścienna składającą się z 12 rzędów o wymiarze pierwszego elementu równym 0,01 mm oraz o 41 i 65-procentowym wzroście rozmiaru, odpowiednio dla powierzchni przepustnicy i kanału. Dwie spośród czterech specjalnie wydzielonych powierzchni, widocznych na rys. 2(a), bezpośrednio sąsiadujące z powierzchnią przepustnicy pokryto siatką strukturalną, a dwie pozostałe związane z końcami przepustnicy wypełniono czworobokami nieforemnymi. W przypadku przedstawionym na rys. 2(b), na powierzchnie przylegające do przepustnicy nałożono niestrukturalną siatkę czworoboków. Pozostałą cześć obszaru o zwiększonej koncentracji elementów pokryto trójkątną siatką niestrukturalną o 20-procentowym wzroście wymiaru elementu od rozmiaru startowego 0,7 mm do maksymalnego 8 mm, przy użyciu funkcji płynnej zmiany rozmiaru elementów (*size function*) [5]. Pozostałe powierzchnie kanału wypełniono prostokątną siatką strukturalną o wymiarze 8 × 10 mm.

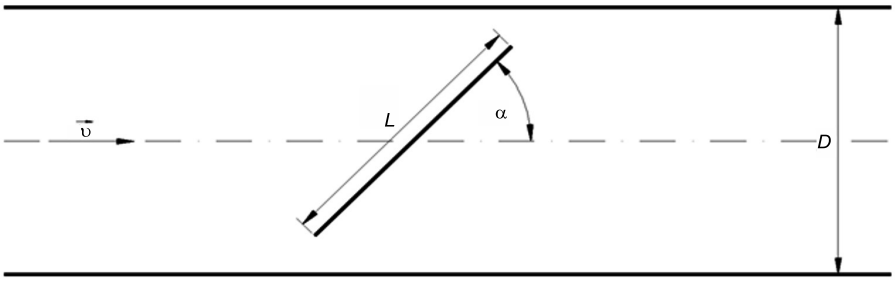


Rys. 3. Dyskretyzacja powierzchni dla $\alpha = 10°, 20°, 30°, 40°$ (na rysunku) (a), (b) oraz $\alpha = 60°$ (c), (d)

Fig. 3. Surfaces discretization for $\alpha = 10°, 20°, 30°, 40°$ (in figure) (a), (b) and $\alpha = 60°$ (c), (d)

8. Metoda badań

W obliczeniach pominięto grubość płaskiej przepustnicy, a drugi jej wymiar równy był wysokości kanału, tj. $L = D = 200$ mm (rys. 4).



Rys. 4. Płaska przepustnica jednopłaszczyznowa (2D)

Fig. 4. Butterfly damper (2D)

Przeprowadzono 45 symulacji numerycznych przepływu powietrza w 45-metrowym kanale z przepustnicą jednopłaszczyznową, w których zmieniano położenie przepustnicy oraz prędkość powietrza na wlocie do kanału. Badane kąty położenia przepustnicy to: 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60° – przy założeniu: przepustnica całkowicie otwarta $\alpha = 0°$, całkowicie zamknięta $\alpha = 90°$. Dla każdego położenia przepustnicy wykonano obliczenia, przyjmując prędkość powietrza na wlocie do kanału z zakresu od 2 do 10 m/s, ze wzrostem prędkości w kolejnej symulacji o 1 m/s. Z uwagi na to, że prędkości powietrza z górnej granicy badanego zakresu, w przypadku położeń przepustnicy bliskich całkowitemu zamknięciu, powodują powstawanie w miejscach przewężenia dużych prędkości, uniemożliwiających stosowanie modelu nieściśliwego, a także ze względu na praktyczny zakres funkcjonowania wentylatora wywołującego przepływ, wprowadzono drugie kryterium – kryterium maksymalnego ciśnienia na wlocie do kanału, a jako wartość maksymalna przyjęto 1000 Pa. W rezultacie otrzymano zakresy pomiarowe, które zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Zakresy pomiarowe

Położenie przepustnicy α [°]	Prędkość powietrza v [m/s]
10	2–10
20	2–10
30	2–10
40	2–10
50	2–7
60	2–4

Właściwości powietrza przyjęte do obliczeń: gęstość $\rho = 1{,}225$ [kg/m^3], lepkość dynamiczna $\mu = 1{,}7894 \cdot 10^{-5}$ [kg/(m $\times$ s)].

Rozwiązanie układu równań różniczkowych cząstkowych realizowane było przy pomocy pakietu oprogramowania Fluent, opartego na metodzie objętości skończonej[7].

Przyjęto następujące ustawienia *solvera*:

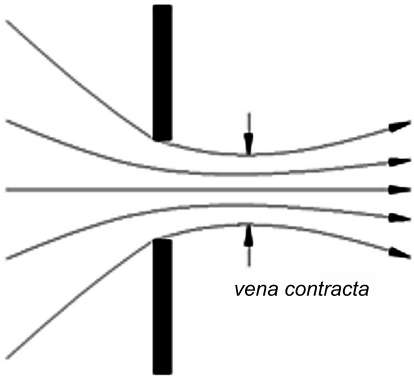
– sprzężony algorytm oparty na rozwiązaniu pola ciśnienia (*Pressure Based Coupled Algorithm*), polegający na wyznaczaniu w kolejnych iteracjach pola prędkości – obliczanego z równań ruchu, oraz pola ciśnienia z równania ciśnienia (będącego wynikiem przekształceń równania ciągłości i równania pędu), na podstawie wartości k i ε pochodzących z poprzedniej iteracji,
– wzory różnicowe według schematu „w tył” z dokładnością rozwiązania, wynikającą z rozwinięcia w szereg Taylora, rzędu drugiego (*Second Order Upwind Discretization*),
– schemat różnicowy niejawny (*Implicit Formulation*),
– podwójna dokładność (*Double-Precision*),
– kryterium stopu = spadek wartości reszt (*residuals*) o osiem rzędów wielkości (10^{-8}) + stabilizacja monitorowanego momentu obrotowego (co zajmowało od 1500 do 2300 iteracji).

[7] Finite-volume method.

9. Weryfikacja modelu

Opisany model przepływu powietrza przez kanał z płaską przepustnicą jednopłaszczyznową wymagał porównania z rzeczywistym zjawiskiem fizycznym. Z uwagi na to, że model numeryczny posłużył do wyznaczenia odcinków prostoliniowych stanowiska badawczego, na którym zaplanowano realizację eksperymentu walidacyjnego, przed złożeniem instalacji przeprowadzono wstępną weryfikację uzyskanych wyników. Na podstawie przeprowadzonych symulacji wyznaczono współczynniki kontrakcji charakterystyczne dla badanego zjawiska, a następnie porównano je z danymi literaturowymi [6, 12, 13].

Wyznaczenie współczynników kontrakcji oparto o definicje *vena contracta* podaną po raz pierwszy w 1644 roku przez włoskiego fizyka i matematyka – twórcę barometru – Evangelistę Torricellego [1]. Według niego, struga płynu wypływająca przez otwór przewęża się (rys. 5). Miejsce, w którym wymiar strugi ulegający zmianie osiąga minimum Torricelli spopularyzował pod nazwa *vena contracta*. Zjawisko *kontrakcji strumienia* [10] znalazło w latach późniejszych miejsce w pracach wielu badaczy, m.in. Isaac Newton interesował się tym, w jakiej odległości za otworem następuje kontrakcja oraz jak duże jest zwężenie strugi.



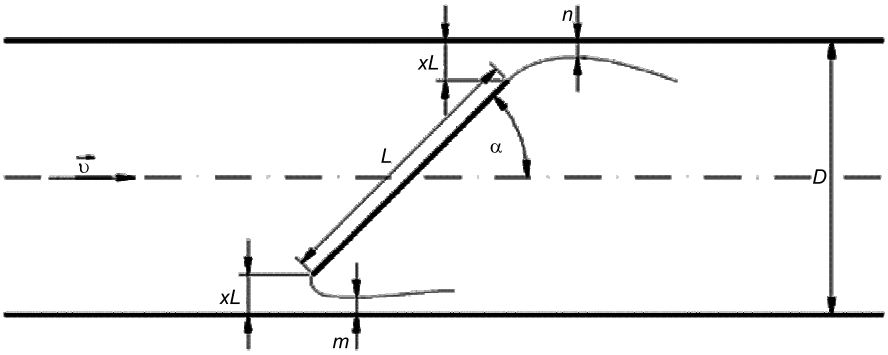
Rys. 5. Vena contracta

Fig. 5. Vena contracta

Współczynnik kontrakcji definiuje się jako stosunek pola powierzchni strugi w miejscu maksymalnego przewężenia (*vena contracta* – rys. 5) do pola powierzchni wypływu.

W zagadnieniach przepływowych związanych z płaska przepustnicą [3, 4, 14] korzysta się ze współczynników kontrakcji podanych przez W.C. Hessenpfluga w 1998 roku [6]. Hessenpflug, przyjmując założenie przepływu potencjalnego, bazując na teorii Helmholtza free-streamlinów, wykorzystał algebrę splotów do rozwiązania całek Schwarza-Christoffela i wyznaczył zestaw współczynników kontrakcji poszczególnych kątów nachylenia płaskiej przepustnicy jednopłaszczyznowej. Współczynniki wyznaczone w ten sposób powinny być stosowane tylko dla przepływów z płaską przepustnicą. Zmiana geometrii przepustnicy pociąga za sobą konieczność ponownej analizy zjawiska. Autor metody zwraca uwagę na to, że wymaga ona istotnej modyfikacji w chwili zmiany geometrii przepustnicy i nie gwarantuje

pewności rozwiązania dla dowolnego jej kształtu [6]. W związku z tym opracowanie metody wyznaczania współczynników kontrakcji opartej na obliczeniach numerycznych, wydaje się stanowić atrakcyjną alternatywę do opracowania z 1998 roku [6].



Rys. 6. Wizualizacja pojęcia *vena contracta* dla płaskiej przepustnicy jednopłaszczyznowej (2D)
Fig. 6. Visualization of the concept of *vena contracta* for a butterfly valve (2D)

W rozpatrywanym przypadku 2D – przedstawionym schematycznie na rys. 6 – współczynniki kontrakcji z definicji określają zależności:

$$Cc1 = \frac{n}{xL} \tag{15}$$

$$Cc2 = \frac{m}{xL} \tag{16}$$

Po podstawieniu za xL prostej zależności tej wielkości od średnicy przewodu D oraz kąta nachylenia przepustnicy α, otrzymujemy:

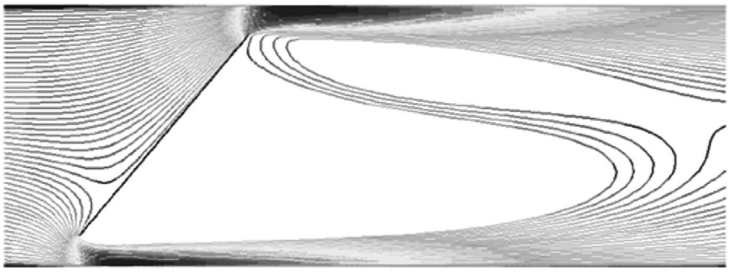
$$Cc1 = \frac{n}{\frac{D}{2} \cdot (1 - \sin\alpha)} \tag{17}$$

$$Cc2 = \frac{m}{\frac{D}{2} \cdot (1 - \sin\alpha)} \tag{18}$$

W dwóch ostatnich równaniach (17)–(18) nieznana jest wartość przewężenia górnego n oraz dolnego m. Do ich wyznaczenia wykorzystano obliczenia numeryczne wykonane w programie Fluent.

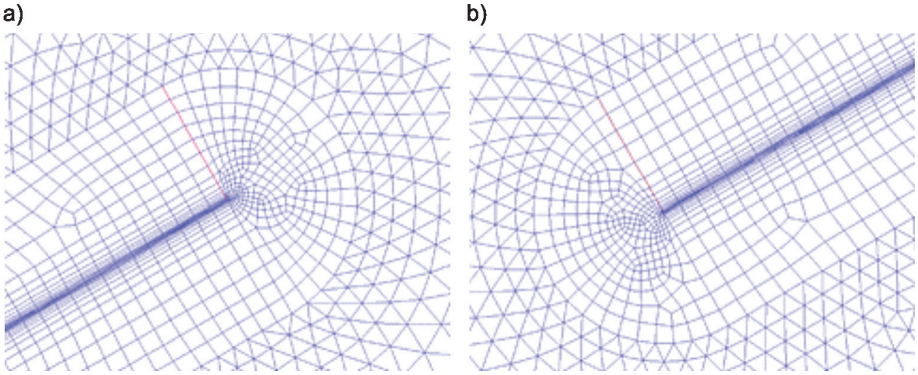
Dla każdego położenia przepustnicy i dla każdej prędkości (tab. 1) przeprowadzono osobną symulację – łącznie 45 przypadków. Następnie, korzystając z narzędzi pozwalających na obróbkę uzyskanych wyników, wyznaczono linie prądu (*streamlines*) (rys. 7) z uwzględnieniem optymalnego miejsca ich uwalniania [8] (rys. 8, z wyjątkiem przypadku dla $\alpha = 60°$, gdzie linie prądu uwalniano w miejscu geometrycznego przewężenia, z uwagi na odmienna dekompozycje kształtu i brak zilustrowanych krawędzi). Najlepszym sposobem jest wyko-

rzystanie do uwalniania linii prądu istniejących elementów. Zaletą jest uzyskanie najdokładniejszego rozwiązania dla danej siatki, przy bardzo małej liczbie linii prądu, co umożliwia szybkie wykonanie – omówionego dalej – algorytmu wyszukania odpowiednich ekstremów.



Rys. 7. Linie prądu dla $\alpha = 50°$, $v = 6$m/s

Fig. 7. Streamlines for $\alpha = 50°$, $v = 6$m/s



Rys. 8. Miejsce uwalniania linii prądu (czerwona linia) – punkt spływu (a) i punkt natarcia (b) przepustnicy

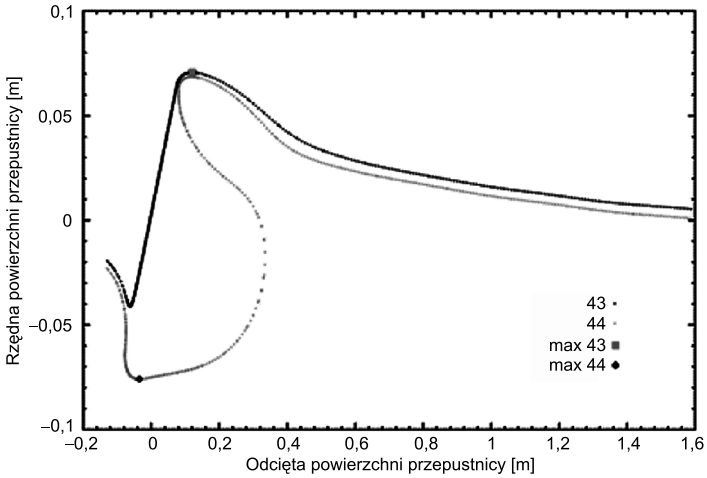
Fig. 8. Stream lines release surface (a red line) – drailing point (a) and point of attack (b)

Kolejnym krokiem było wyselekcjonowanie spośród wszystkich linii prądu tych dwóch, które rozdzielają strugę. Odbywało się to w odniesieniu do współrzędnych środka przepustnicy: poszukiwano dwóch sąsiadujących ze sobą krzywych (w rzeczywistości zbiorów punktów reprezentujących krzywe), które dla odciętej środka przepustnicy będą takie, że rzędna jednej krzywej będzie większa od rzędnej środka przepustnicy, a drugiej mniejsza (rys. 9).

Dla tak znalezionych linii prądu wyznaczono ekstremalne wartości rzędnych: maksimum i minimum odpowiednio dla przewężenia górnego i dolnego. Dla przykładu z rys. 9 odnaleziono maksymalną rzędną linii prądu nr 43, i minimalna rzędną linii prądu nr 44. Korzystając z poniższych zależności, obliczono wartości przewężeń m i n w miejscu *vena contracta*:

$$n = \left| \frac{D}{2} - y_{\max} \right| \tag{19}$$

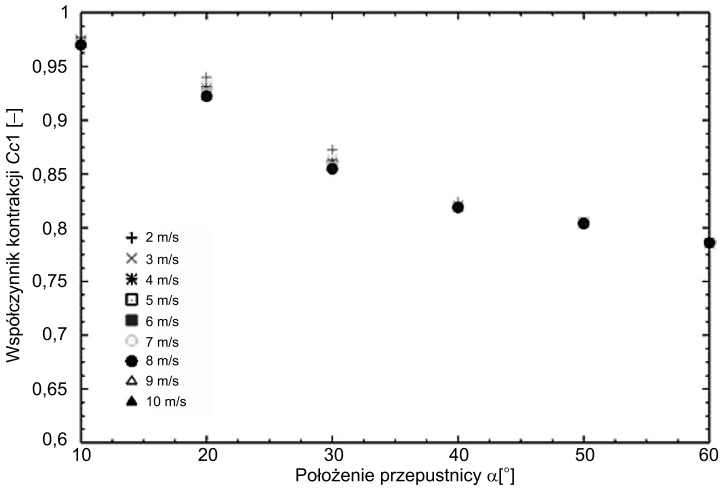
$$m = \left| -\frac{D}{2} - y_{\min} \right| \tag{20}$$



Rys. 9. Linie prądu rozdzielające strugę dla $\alpha = 40°$ (43 i 44 numery linii prądu)

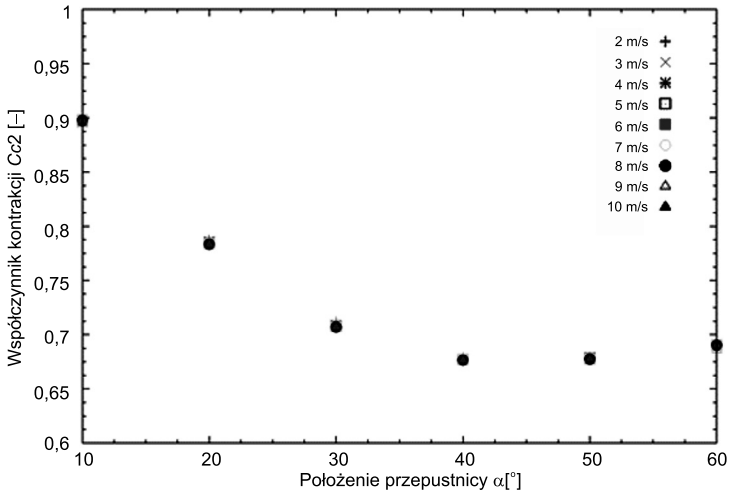
Fig. 9. Free streamlines for $\alpha = 40°$ (43 and 44 stream line's numbers)

Na podstawie wielkości n i m – wyznaczonych dla każdej prędkości powietrza i każdego położenia przepustnicy – obliczono współczynniki kontrakcji $Cc1$ oraz $Cc2$, co pokazano na rys. 10 i 11. Dla poszczególnych położeń przepustnicy widać minimalne wahania wartości współczynników $Cc1$ i $Cc2$, w zależności od prędkości przepływającego powietrza.



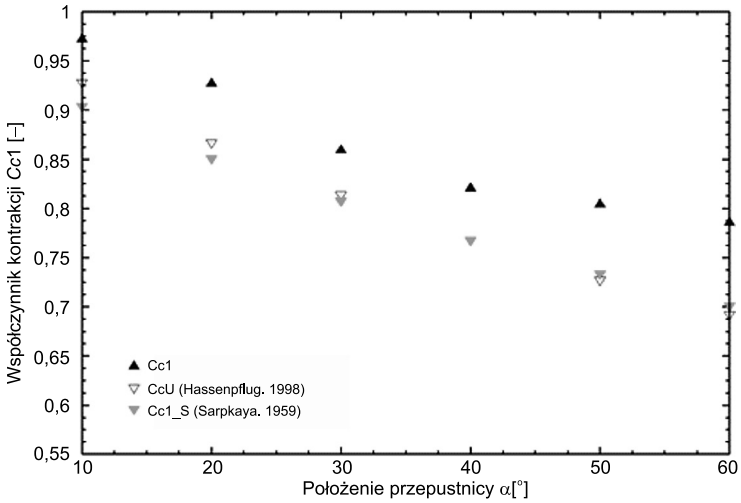
Rys. 10. Współczynnik kontrakcji $Cc1$ dla prędkości powietrza z zakresu od 2 do 10 m/s

Fig. 10. Contraction coefficient $Cc1$ for velocity in a range of 2 to 10 m/s



Rys. 11. Współczynnik kontrakcji *Cc*2 dla prędkości powietrza z zakresu od 2 do 10 m/s

Fig. 11. Contraction coefficient *Cc*2 for velocity in a range of 2 to 10 m/s

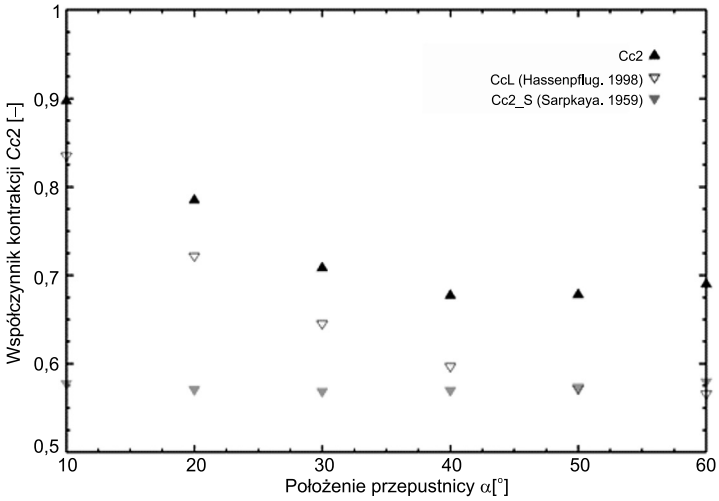


Rys. 12. Wyznaczony współczynnik kontrakcji *Cc*1 w porównaniu ze współczynnikiem obliczonym przez Hassenpfluga (*CcU*) oraz Sarpkaya (*Cc*1_*S*)

Fig. 12. Contraction coefficient *Cc*1 in comparison with contraction coefficient calculated by Hassenpflug (*CcU*) and Sarpkaya (*Cc*1_*S*)

Różnice między wartościami minimalnymi a maksymalnymi zawierają się w przedziale od 0,26 do 2,1% wartości maksymalnej. Wniosek o niezależności współczynników kontrakcji od prędkości powietrza, jaki można sformułować na tej podstawie, jest zgodny z danymi literaturowymi odnośnie zjawiska kontrakcji strumienia [6, 10, 12, 13]. Pozwala to pozy-

tywnie zweryfikować przeprowadzone obliczenia w sensie jakościowym. Ocena ilościowa obejmowała porównanie wyznaczonych współczynników z danymi opublikowanymi przez Sarpkaye [12, 13] oraz Hassenpfluga [6] (rys. 12 i 13). Dla większości przypadków (97%) maksymalna różnica w odniesieniu do danych literaturowych [6] nie przekroczyła 20%, a odpowiednio dla 89% i 72% punktów nie była większa niż 15% i 10%. Biorąc pod uwagę uproszczenia odnośnie przepływu przyjęte przez Hassenpfluga i Sarpkaye, tj. o przepływie potencjalnym, wyniki symulacji numerycznych uznano za zadowalające, a model za zweryfikowany pozytywnie.



Rys. 13. Wyznaczony współczynnik kontrakcji *Cc*2 w porównaniu ze współczynnikiem obliczonym przez Hassenpfluga (*CcL*) oraz Sarpkaya (*Cc*2_*S*)

Fig. 13. Contraction coefficient *Cc*2 in comparison with contraction coefficient calculated by Hassenpflug (*CcL*) and Sarpkaya (*Cc*2_*S*)

Dalsze prace obejmowały wyznaczanie charakterystyk płaskiej przepustnicy jednopłaszczyznowej oraz porównanie wyników otrzymanych z obliczeń numerycznych z wartościami pomierzonymi na stanowisku laboratoryjnym.

Literatura

[1] Bod R., *From Theory to Technology: Rules versus Exemplars*, Paper for the PSA'2004 Workshop on „Applying Science", Austin TX.

[2] Elsner J.W., *Turbulencja przepływów*, PWN, Warszawa 1987.

[3] Federspiel C., *Using the Torque Characteristic of Dampers to Measure Airflow, Part I: Model Development and Validation*, HVAC&R Research 2004, Vol. 10, 53-64.

[4] Federspiel C., *Using the Torque Characteristic of Dampers to Measure Airflow, Part II: Analysis and Testing*, HVAC&R Research 2004, Vol. 10, 65-72.

[5] Fluent User's Guide [on line], www.fluentusers.com/fluent63/doc/ori/html/rn/rel_index.htm

[6] H e s s e n p f l u g W.C., *Free-Streamlines*, Computers Mathematical Application, 1998, Vol. 36, No. 1, 69-129.
[7] K o s o w s k a P., S c h n o t a l e J., *Modelowanie 2D przepływu powietrza w kanale z płaską przepustnicą jednopłaszczyznową. Wyznaczanie współczynników kontrakcji*, Chłodnictwo & Klimatyzacja, 2008, 12(126), 72-75.
[8] K o s o w s k a P., *Optymalizacja gęstości siatki przy wyznaczaniu współczynnika kontrakcji na podstawie komputerowego modelowani dynamiki przepływu (CFD) powietrza przez przepustnice*, Chłodnictwo & Klimatyzacja, 2009, 1-2(127).
[9] K o s o w s k a P., *Pomiar i regulacja natężenia przepływu powietrza w instalacjach wentylacyjnych i klimatyzacyjnych za pomocą przepustnicy o zmodyfikowanym kształcie*, Rozprawa doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków 2009.
[10] P r a n d t l L., *Dynamika przepływów*, Warszawa 1956.
[11] P r o s n a k W.J., *Równania klasycznej mechaniki płynów*, Warszawa 2006.
[12] S a r p k a y a T., *Oblique Impact of a Bounded Stream on a Plane Lamina*, Journal of Franklin Institute, 1959, Vol. 267, 229-242.
[13] S a r p k a y a T., *Torque and Cavitation Characteristics of Butterfly Valves*, Journal of Applied Mechanics, 1961, Vol. 28, 511-518.
[14] *Ventilation Measurement nad Control. Feasibility Analysis*, California Energy Commision, 2001 (P500-01-029F).
[15] PN-EN ISO 5167-1:2005 Pomiary strumienia płynu za pomocą zwężek pomiarowych wbudowanych w całkowicie wypełnione rurociągi o przekroju kołowym. Część 1: Zasady i wymagania ogólne.
[16] PN-EN ISO 5167-2:2005 Pomiary strumienia płynu za pomocą zwężek pomiarowych wbudowanych w całkowicie wypełnione rurociągi o przekroju kołowym. Część 2: Kryzy.