

ANDRZEJ SAWICKI, WALDEMAR ŚWIDZIŃSKI, JACEK MIERCZYŃSKI\*

## MODUŁ ŚCINANIA GRUNTU SYPKIEGO PRZY MAŁYCH NAPRĘŻENIACH

---

### SHEAR MODULUS OF NON-COHESIVE SOIL AT SMALL STRESSES

---

#### Streszczenie

Przeanalizowano problem modułu ścinania piasku przy małych naprężeniach, jak te występujące w badaniach warstwy gruntu na stole sejsmicznym. Wstępne obliczenia osiadań takiej warstwy, dla wartości modułu ścinania przyjętej z badań gruntu przy znacznie wyższych naprężeniach, doprowadziły do wyniku znacznie niższego niż pomierzone osiadania. W związku z tym zapytano, jaki powinien być moduł ścinania, aby uzyskać zgodność przewidywań teoretycznych z doświadczeniem? Okazało się, że ten moduł powinien być przynajmniej o rząd wielkości mniejszy od wartości przyjętej do wstępnych obliczeń. Problemu, jakim jest model ścinania piasku przy małych naprężeniach, nie rozstrzygnęły również przedstawione w pracy, wstępne wyniki badań prędkości propagacji fali sejsmicznej w próbce gruntu, umieszczonej w aparacie trójosiowym.

*Słowa kluczowe: piaski, moduł ścinania, małe naprężenia, stół sejsmiczny*

#### Abstract

The problem of shear modulus of sand at small stress level corresponding to that occurring in the shaking table tests of sandy layer is analysed. Calculated settlements of such layer for shear modulus determined at significantly higher stresses appeared to be much lower than measured ones in the experiments. Estimated shear modulus based on back analysis was at least one order lower than that assumed in primary calculations. Even additional experiments determining shear modulus from the measurement of seismic wave velocity by bender elements did not solve this problem.

*Keywords: sands, shear modulus, small stresses, shaking table*

---

\* Prof. dr hab. inż. Andrzej Sawicki, dr hab. inż. Waldemar Świdziński, prof. IBN, dr Jacek Mierczyński, Instytut Budownictwa Wodnego PAN Gdańsk-Oliwa.

## 1. Wstęp

Moduł ścinania  $G$  jest jednym z najważniejszych parametrów charakteryzujących właściwości mechaniczne gruntów. Wielkość ta została pierwotnie wprowadzona w teorii sprężystości, jako miara reakcji materiału, w postaci naprężenia ścinającego, na odkształcenie postaciowe, co ilustruje ogólnie znany związek, obowiązujący w przypadku prostego ścinania:

$$\tau = G \gamma \quad (1)$$

gdzie:

$\tau$  – naprężenie ścinające,  
 $\gamma$  – kąt odkształcenia postaciowego.

W ogólnym przypadku trójwymiarowym równanie (1) przybiera postać:

$$\boldsymbol{\sigma}^{dev} = 2G\boldsymbol{\varepsilon}^{dev} \quad (2)$$

gdzie:

$\boldsymbol{\sigma}^{dev}$  – dewiator tensora naprężenia,  
 $\boldsymbol{\varepsilon}^{dev}$  – dewiator tensora odkształcenia.

Powyższe zależności są już wprowadzane na 2. roku studiów politechnicznych i są szeroko objaśniane w licznych podręcznikach i skryptach dotyczących wytrzymałości materiałów czy teorii sprężystości. W liniowej teorii sprężystości  $G = \text{const}$  dla konkretnego materiału. Jeżeli okaże się, np. w wyniku doświadczeń, że związek  $\tau - \gamma$  ma charakter nieliniowy, to wówczas równanie (1) można nadal stosować, ale już  $G \neq \text{const}$ . W zależności od konkretnych materiałów, można wówczas przyjąć, że np.  $G = G(\gamma)$ , lub też inną postać tego związku. Mówi się wówczas o fizycznej nieliniowości materiału.

W mechanice gruntów związki typu (1) czy (2) zaadaptowano niemal automatycznie, tak jak wiele innych koncepcji wprowadzonych oryginalnie w mechanice ośrodków ciągłych. Nie ma w tym niczego złego, jeżeli akurat nie było alternatywy. Natomiast następstwa takiej adaptacji są dosyć poważne, gdyż powinniśmy być konsekwentni, a to jest dosyć uciążliwe, bo problem modułu ścinania dla gruntów jest znacznie bardziej złożony niż dla klasycznych materiałów, jak przykładowo metale. Okazuje się, że moduł ścinania gruntów jest złożoną funkcją zależną od wielu zmiennych. Aby ją wyznaczyć, rozwinięto wielką liczbę różnych metod, projektowano coraz to nowe aparaty, jak też opublikowano setki prac, których nie sposób tutaj streścić. Pewną syntezę tych badań można znaleźć w książce Ishihary (1996).

Wspomniane badania pozwoliły na identyfikację najważniejszych czynników, mających wpływ na  $G$ , którymi są: średnie naprężenie efektywne  $p'$ , poziom odkształcenia postaciowego  $\gamma$  oraz początkowy stan gruntu, mierzony wskaźnikiem porowatości  $e$ . W zależności od przeprowadzonych badań, zaproponowano dziesiątki związków empirycznych na  $G$ . Spośród nich próbę czasu wytrzymał prosty związek o postaci:

$$G = G_0 \sqrt{p'} \quad (3)$$

gdzie  $G_0$  może być stałą albo też funkcją  $\gamma$  i  $e$ . Wielkość  $G_0$  wyznacza się doświadczalnie.

Moduł ścinania  $G$  ma związek z innymi stałymi materiałowymi, jak moduł sprężystości (Younga)  $E$  i współczynnik Poissona  $\nu$ . W teorii sprężystości znana jest relacja:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (4)$$

Powyższe związki są dobrze znane i stosowane od dawna w mechanice materiałów, w tym w mechanice gruntów. Zostały również zastosowane przy analizie dynamiki gruntu, w badaniach na stole sejsmicznym, ale z mizernym rezultatem. Jednym z elementów analizy było wyznaczenie osiadań warstwy suchego gruntu, dla zadanej historii poziomego przyspieszenia. Przy obliczaniu osiadań należało znać wartość  $G$ , którą przyjęto w postaci (3), gdzie współczynnik  $G_0$  został określony doświadczalnie z badań trójosiowych. Otrzymane teoretycznie wyniki osiadań były znacznie mniejsze od tych pomierzonych. Wstępna analiza tych wyników wykazała, że problem może tkwić w niewłaściwym przyjęciu wartości modułu ścinania.

Badania na stole sejsmicznym dotyczyły warstwy gruntu o miąższości 16 cm, a zatem bardzo małej. Maksymalne naprężenie pionowe, u podstawy tej warstwy, wynosiło  $\sigma_z = 0,0256 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ , zaś średnie naprężenie efektywne, przy założeniu  $K_0 = 0,5$  zaledwie  $p^* = 0,017 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ . Problem jest w tym, że moduły występujące w związkach (1) i (2) były wyznaczane przy poziomie naprężeń wyższym o 2 rzędy wielkości od tych na stole sejsmicznym. Jak dotąd nie ma badań geotechnicznych, które rzuciłyby światło na moduł ścinania gruntu przy tak małych naprężeniach. Tatsuoka i inni [10] przyjmują w swoich badaniach jako dolną granicę małego naprężenia  $0,05 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ , a zatem wielkość 3-krotnie mniejszą od wartości średniego naprężenia efektywnego u podstawy warstwy badanej na stole sejsmicznym. W połowie tej warstwy ta wielkość jest już 6-krotnie mniejsza. Ogólnie przyjęta wartość modułu ścinania (3) zależy jeszcze od pierwiastka ze średniego naprężenia efektywnego!

Dyskusja sprowadza się zatem do problemu: jak wygląda kształt krzywej naprężenia – odkształcenie postaciowe w początku układu współrzędnych  $\tau - \gamma$ ? W porównaniu ze skalą rzeczywistych problemów geotechnicznych 16 cm grubość warstwy badanej na stole sejsmicznym jest czymś pomijalnym. Ale w badaniach laboratoryjnych już tak nie jest, jeżeli chcemy z nich wyciągać wnioski o charakterze ogólnym.

Aby poradzić sobie z wymienionym problemem, zagadnienie sformułowano w inny sposób. A mianowicie zapytano, jaki powinien być moduł ścinania gruntu przy małych naprężeniach, aby uzyskać zgodność pomierzonych osiadań z wielkościami obliczonymi z zastosowaniem modelu zagęszczania. Zakłada się tu oczywiście, że model zagęszczania obowiązuje w całym zakresie naprężeń, co też nie jest do końca sprawdzone, ale jest to konsekwentna metodologia.

## 2. Cel pracy

Celem niniejszej pracy jest oszacowanie modułu ścinania dla gruntu sypkiego, przy małych naprężeniach, takich jak w laboratoryjnych badaniach na stole sejsmicznym. W tych badaniach mierzono osiadania warstwy suchego piasku dla zadanej historii przyspieszenia, głównie o charakterze sinusoidalnym. Następnie obliczono osiadania warstwy, z zastosowa-

niem modelu zagęszczania, w którym ten moduł ścinania występuje. Zażądano zgodności predykcji z doświadczeniem i z tego warunku oszacowano możliwą wielkość modułu ścinania dla małych naprężeń. Okazało się, że jest to wielkość znacznie mniejsza niż wynikająca z klasycznych relacji, przyjętych w geotechnice.

Przeprowadzono dodatkową weryfikację uzyskanych wyników, w aparacie trójosiowym, z możliwością pomiaru prędkości propagacji fal sejsmicznych, za pomocą piezoelementów typu *bender*. Takie badania pozwalają na pomiar modułu ścinania przy bardzo małych odkształceniach rzędu  $10^{-5}$ – $10^{-6}$ . Uzyskane wyniki są w zakresie dokładności aparatu, ale już na granicy interesujących nas naprężeń. Naprężenia w próbce przygotowanej do badań w aparacie trójosiowym są nieco wyższe niż te w warstwie gruntu, badanej na stole sejsmicznym, mimo zastosowania techniki minimalizującej te naprężenia. Oznacza to, że przy dostępnych metodach eksperymentalnych nie jesteśmy w stanie wyznaczyć wartości modułu ścinania gruntu przy małych wartościach średniego naprężenia efektywnego, a co najwyżej, możemy je tylko oszacować. Jedną z metod oszacowania tego modułu jest proponowany pośredni sposób przez zażądanie zgodności wyników eksperymentów na stole sejsmicznym z przewidywaniami jednej z teorii.

### 3. Wyznaczenie modułu ścinania z badań trójosiowych

Wykorzystamy tutaj związek (2), który dla konfiguracji trójosiowej przybiera postać skalarną:

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = 2G(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) = 3G\varepsilon_q \quad (5)$$

gdzie:

$$\varepsilon_q = 2(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)/3;$$

$\sigma_1, \varepsilon_1$  – naprężenie i odkształcenie pionowe;

$\sigma_3, \varepsilon_3$  – naprężenie i odkształcenie poziome.

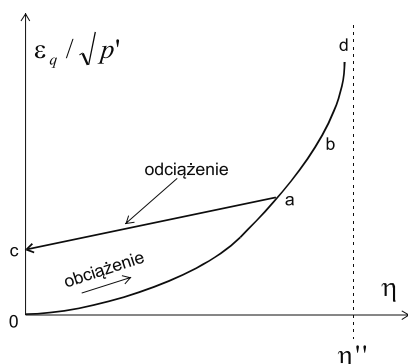
Moduł ścinania można wyznaczyć na podstawie krzywych dewiator naprężenia–dewiator odkształcenia, otrzymanych z doświadczeń przeprowadzonych przy stałej wartości średniego naprężenia  $p$ , por. Sawicki i Świdziński [8]. Syntezę takich badań przedstawiono na rys. 1, gdzie na osi poziomej umieszczono bezwymiarowe naprężenie  $\eta = q/p$ , zaś na osi pionowej zmienną  $\varepsilon_q / \sqrt{p}$ . Te nowe zmienne pozwoliły na przedstawienie różnych krzywych, otrzymanych z doświadczeń przy różnych wartościach  $p = \text{const}$ , w postaci jednej wspólnej krzywej, którą można aproksymować wzorem:

$$\frac{\varepsilon_q}{\sqrt{p}} = \frac{c\eta}{\eta'' - \eta} \quad (6)$$

gdzie:

$c$  – stała dla danego piasku,

$\eta''$  – wartość bezwymiarowego naprężenia  $\eta$  odpowiadająca stanowi granicznemu (warunkowi Coulomba-Mohra).



Rys. 1. Uniwersalna krzywa naprężenie–odkształcenie postaciowe, przy ścinaniu piasku w aparacie trójosiowym

Fig. 1. Common stress- shear strain curve from triaxial test of sand

Krzywa  $0abd$  dąży do asymptoty, gdy  $\eta \rightarrow \eta''$ , gdyż wielkość  $\eta''$  odpowiada tzw. stanowi ustalonemu (płynięcie gruntu przy stałym naprężeniu i stałej objętości). Związek (6) można przekształcić do postaci danej wzorem (5), w wyniku otrzymując:

$$G = \frac{\eta'' p}{3(\varepsilon_q + c\sqrt{p})} \quad (7)$$

Tak wyznaczony moduł ścinania bezpośrednio zależy od odkształcenia postaciowego, średniego naprężenia i od kąta tarcia wewnętrznego (przez  $\eta''$ ), a zatem od wielkości, które już dawno zidentyfikowano jako mające wpływ na  $G$ . Można go też uzależnić od stopnia zagęszczenia, gdyż  $c$  oraz  $\eta''$  zależą od początkowej wartości  $e$ . Wówczas mielibyśmy pełen opis modułu  $G$  dla piasków.

Budowa równania (7) przypomina klasyczne już równania na moduł ścinania gruntu przy obciążeniach cyklicznych, por. [3, 4]. Jeżeli w mianowniku związku (7) pominie się wielkość  $\varepsilon_q$  jako małą w porównaniu z wielkością  $c\sqrt{p}$ , to otrzymamy równanie o kształcie związku (3), gdzie  $G_0 = \eta''/3c$ .

### Jednostki i wartości parametrów

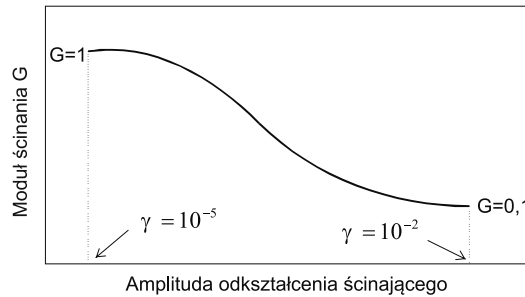
W pracy Sawickiego i Świdzińskiego [8], jak też w innych publikacjach tych autorów, zastosowano jednostkę naprężenia  $10^5 \text{ N/m}^2$  oraz jednostkę odkształcenia  $10^{-3}$ . Oznacza to m.in., że do wzorów typu (7) podstawia się jedynie mnożniki przy tych jednostkach. Jeżeli  $p = 200 \text{ kPa} = 2 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ , to do wzoru (7) podstawiamy 2 itd. Przy takich jednostkach, dla modelowego gruntu „Skarpa” (piasek pobrany z konkretnego miejsca, a później używany do badań laboratoryjnych) parametr  $c = 1,9$ . Wielkość  $\eta'' = 1,375$  dla kąta tarcia wewnętrznego  $\varphi = 34^\circ$  oraz  $1,68$  dla  $\varphi = 41^\circ$ . Wielkości te odpowiadają słabo zagęszczonemu i zagęszczonemu piaskowi „Skarpa”, a zatem zależą od początkowej wartości  $e$ .

Wielkość  $G_0$ , zdefiniowana wzorem (3), jest rzędu jedności dla przyjętych jednostek. Jeżeli  $G_0 = 0,7$  oraz  $p = 200 \text{ kPa} = 2 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ , to wówczas  $G = 0,7\sqrt{2} = 0,99$ . Jednostką tak zdefiniowanego modułu ścinania jest oczywiście  $10^8 \text{ N/m}^2$ .

Krzywą z rys. 1 wyznaczano dla wartości  $p$  z przedziału 1–4, w przyjętej jednostce naprężenia, czyli w zakresie od 100 do 400 kPa. Przypomnijmy, że maksymalne średnie naprężenie u podstawy warstwy badanej na stole sejsmicznym wynosiło 0,017, a w połowie tej – 0,01, a zatem było o dwa, a może nawet o trzy rzędy wielkości mniejsze. Na te problemy nie zwraca się należytej uwagi w mechanice gruntów, gdyż może się to kojarzyć z zaburzeniami wokół początku układu współrzędnych z rys. 1, już na początku eksperymentu, a takie sprawy zwykle pomijano, ogólnikowo się tłumacząc. Najważniejsze, że otrzymywano porządne wykresy dla „normalnych” zakresów naprężeń.

Jak już wspomniano, analizowany problem nie jest wcale trywialny, gdyż dotyczy interpretacji wyników badań laboratoryjnych w małej skali, co potem ma doprowadzić do wniosków o znaczeniu ogólnym. Jest to również głębokie pytanie o sens badań na stole sejsmicznym, którym przypisuje się coraz większe znaczenie.

### Zależność modułu ścinania od odkształcenia



Rys. 2. Zależność modułu ścinania piasku od amplitudy odkształcenia postaciowego

Fig. 2. Shear modulus versus shear strain amplitude

Na rysunku 2 przedstawiono schematycznie ważną zależność modułu ścinania od amplitudy odkształcenia postaciowego [3]. Dla małych odkształceń,  $10^{-5} = 10^{-2} \times (10^{-3})$ , ten moduł jest rzędu 1. Przy odkształceniach  $10^{-2} = 10 \times (10^{-3})$  jest on już o rząd wielkości mniejszy, czyli  $G = 0,1$ . Na osi poziomej rys. 2 zastosowano skalę logarymiczną. Powyższy rysunek sporządzono na podstawie badań prostego cyklicznego ścinania. Związek ten jest spójny z relacją (7), co można prosto wykazać. Dla uproszczenia przyjmijmy  $\eta''p/3 = 1$ ,  $c\sqrt{p} = 1$ . Wówczas wzór (7) przybiera postać:  $G = 1(1 + \varepsilon_q)$ . Dla  $\varepsilon_q = 10^{-2}$  otrzymujemy  $G = 0,99$ . Podstawiając  $\varepsilon_q = 10$ , dostajemy z kolei  $G = 0,09$ . Wielkości te odpowiadają dwóm skrajnym punktom krzywej z rys. 2. Podobny wynik, jak ten pokazany na rys. 2, uzyskali też inni autorzy, por. np. [2].

#### 4. Oszacowanie osiadania warstwy gruntu badanej na stole sejsmicznym

Zdjęcie stołu sejsmicznego, będącego na wyposażeniu Wydziału Inżynierii Lądowej i Środowiska Politechniki Gdańskiej, przedstawiono na rys. 3. Urządzenie składa się ze sterowanej komputerowo platformy (stołu), na której umieszcza się badany obiekt. Może to być np. model konstrukcji, a w opisywanym przypadku była to warstwa gruntu umieszczona w szklanym akwarium. Akwarium było przymocowane do stołu, a jego szklane ściany umożliwiały obserwację zachowania się tej warstwy gruntu, poddanej różnym historiom poziomego przyspieszenia. Podczas eksperymentów mierzono osiadanie warstwy. W trakcie pierwszych doświadczeń pojawiły się różne problemy, np. związane z oddziaływaniem pionowych ścianek akwarium na warstwę gruntu, co ma duży wpływ na warunki brzegowe w przypadku analizy teoretycznej tego eksperymentu. Z tym problemem sobie poradzono, przeprowadzając analizę statyczną dopuszczalnego pola naprężenia w gruncie, z uwzględnieniem specyficznych warunków brzegowych, por. [5].



Rys. 3. Stół sejsmiczny z akwarium wypełnionym gruntem (fot. M. Kulczykowski)

Fig. 3. Shaking table with test box filled with sand (Photo M. Kulczykowski)

Większość eksperymentów była przeprowadzona dla sinusoidalnego przyspieszenia, np. dla amplitudy poziomego przyspieszenia cyklicznego  $A_0 = 0,2$  g oraz częstości kołowej  $\omega = 12,57$  s<sup>-1</sup>, co odpowiada dwóm cyklom na sekundę. Osiadanie 16 cm warstwy, po  $N = 120$  cyklach poziomego przyspieszenia, wyniosło 2 mm, czyli średnie odkształcenie objętościowe wyniosło  $\varepsilon_v = \Delta H/H = 2/160 = 12,5 \times 10^{-3}$ . Pozostałe wyniki są podobne, ale nie są one konieczne do celów niniejszego artykułu.

Stan naprężenia w warstwie gruntu składa się z dwóch części. Pierwsza z nich to naprężenia geostatyczne:

$$\sigma_z = \gamma z, \sigma_x = K_0 \sigma_z \quad (8)$$

gdzie:

- $\sigma_z$  – naprężenie pionowe;
- $\sigma_x$  – naprężenie poziome;
- $K_0$  – współczynnik parcia bocznego;
- $\gamma$  –  $\rho g$  = ciężar własny suchego gruntu;
- $\rho$  – gęstość suchego gruntu;
- $g$  – przyspieszenie ziemskie.

Oś  $z$  jest skierowana w dół, powierzchni warstwy odpowiada  $z = 0$ . Na ten stan nałożone jest cykliczne naprężenie ścinające  $\tau$  dane wzorem:

$$\tau = \rho A z \quad (9)$$

gdzie:  $A = A_0 \sin \omega t$  jest poziomym przyspieszeniem gruntu.

Łączny stan naprężenia nie może przekroczyć warunku stanu granicznego Coulomba-Mohra. Sawicki i inni [5] wykazali, że jeśli amplituda poziomego przyspieszenia staje się na tyle duża, iż naprężenia osiągają stan graniczny, to grunt się adaptuje do tej nowej sytuacji przez wzrost współczynnika  $K_0$ . Odpowiada to doświadczalnie zaobserwowanemu wzrostowi naprężeń bocznych, wygenerowanemu przez obciążenia cykliczne.

Odształcenie postaciowe jest związane z naprężeniem ścinającym relacją (1), czyli przez moduł ścinania. Dla zadanego przyspieszenia potrafimy wyliczyć  $\tau$  ze wzoru (9). Następnie, znając  $G$ , wylicza się  $\gamma$ . Wielkość ta występuje w równaniu na obliczenie funkcji zagęszczania gruntu  $\Phi$ , por. [4]:

$$\Phi = C_1 \ln(1 + C_2 \zeta) \quad (10)$$

gdzie:  $C_1$  i  $C_2$  są współczynnikami liczbowymi, wyznaczanymi doświadczalnie dla konkretnego piasku, zaś bezwymiarowa zmienna  $\zeta$  dana jest wzorem:

$$\zeta = \frac{1}{4} \gamma_0^2 N \quad (11)$$

Przez  $\gamma_0$  oznaczono amplitudę odształcenia postaciowego. Funkcja zagęszczania jest zdefiniowana jako zmiana porowatości gruntu  $n$ , odniesiona do porowatości początkowej  $n_0$ :

$$\Phi = \frac{n_0 - n}{n_0} \quad (12)$$

Powyższa funkcja jest związana z odształceniem objętościowym następującym wzorem:

$$\varepsilon_v = \frac{n_0}{1 - n_0} \Phi \quad (13)$$



### Pierwsze oszacowanie osiadania warstwy

Powyższe wzory definiują dosyć prosty model zagęszczania gruntu poddanego obciążeniom cyklicznym, który już znalazł zastosowanie do wielu zagadnień o znaczeniu praktycznym, por. [4, 6, 7]. Poniżej ten model zostanie zastosowany do oszacowania osiadań warstwy gruntu badanej na stole sejsmicznym. Dla uproszczenia analizy, obliczenia przeprowadza się dla rzędnej odpowiadającej połowie miąższości skarpy  $z = 0,08$  m, a całkowity rezultat się uśrednia.

Przyjmuje się następujące dane:  $\gamma = 0,1635 \times 10^5$  N/m<sup>2</sup>;  $G_0 = 0,7$ ;  $C_1 = 14$ ;  $C_2 = 0,34$ ;  $n_0 = 0,4$ ;  $K_0 = 0,6$ ;  $A_0 = 0,2$  g;  $\omega = 12,57$  s<sup>-1</sup>;  $N = 120$ .

Dla powyższych danych obliczono następujące wielkości:

$$\sigma_z = 0,0131; \sigma_x = 0,00785; \tau = 0,0026$$

$$G = 0,7\sqrt{p} = 0,7\sqrt{0,0096} = 0,0687$$

$$\gamma_0 = \tau_0 / G = 0,0026 / 0,0687 = 0,0379$$

$$\Phi = 14 \ln(1 + 0,0379^2 \times 120 / 4) = 0,205$$

$$\varepsilon_v = \frac{n_0}{1 - n_0} \Phi = 0,137$$

Pomierzone średnie odkształcenie objętościowe warstwy było o 2 rzędy wielkości większe ( $\varepsilon_v = 12,5$ ). Jest to duża różnica, której przyczyną jest przypuszczalnie niski poziom naprężeń w warstwie gruntu badanej na stole sejsmicznym. Dla tak małych naprężeń dyskusyjne stają się klasyczne równania opisujące moduł ścinania, a być może również sama teoria zagęszczania. Istnieje również bariera możliwości doświadczalnego sprawdzenia wyników, gdyż dokładność dostępnych komercyjnie czujników jest na poziomie teoretycznie oszacowanych wartości naprężeń.

Wobec powyższego, pozostaje jeszcze jeden sposób, aby zażądać zgodności teorii z eksperymentem. Załóżmy, że teoria zagęszczania jest prawidłowa i obowiązuje nawet dla bardzo małych naprężeń. Tego doświadczalnie nie sprawdzono, gdyż nie było takiej technicznej możliwości. Natomiast przy założeniu, że teoria zagęszczania jest prawdziwa, możemy spytać o to, jaki powinien być moduł ścinania, aby uzyskać zgodność.

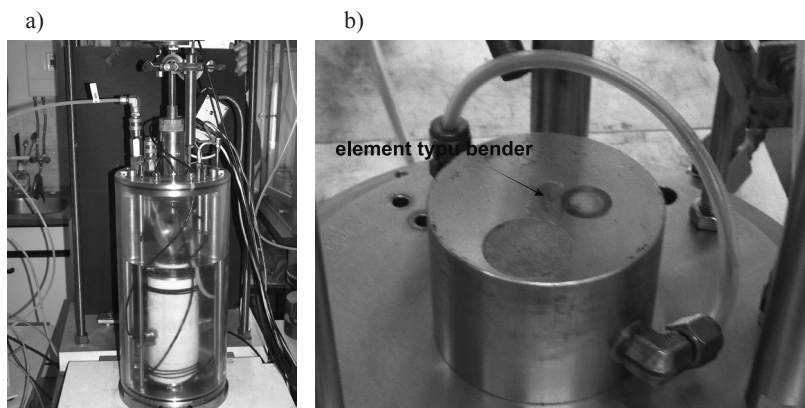
### 5. Oszacowanie modułu ścinania na podstawie teorii zagęszczania

Żądamy, aby odkształcenie w połowie miąższości skarpy było takie, jak pomierzone w doświadczeniu, czyli  $\varepsilon_v = 12,5$ . Z równania (13) obliczamy odpowiadającą mu funkcję zagęszczania  $\Phi = 18,75$ . Z kolei, z równania (10) obliczamy odpowiadającą temu wartość amplitudy odkształcenia postaciowego:  $\gamma_0 = 0,525$ . Należy pamiętać, że jednostką odkształcenia jest 10<sup>-3</sup>. Ze związku (1) obliczamy wartość modułu ścinania na głębokości  $z = 0,08$  m:

$G = 0,0026/0,525 \approx 0,005$ . Równanie (3) daje w wyniku:  $G_0 = 0,005 / \sqrt{0,0096} = 0,05$ . Zauważmy, że jest to wielkość  $0,7/0,05 = 14$  razy mniejsza od pierwotnie założonej wartości  $G_0$ .

## 6. Oszacowanie modułu ścinania z badań sejsmicznych w aparacie trójosiowym

Badania przeprowadzono w cyklicznym aparacie trójosiowym *Enel-Hydro*, z zastosowaniem piezoelementów typu *bender*, które umożliwiają pomiar prędkości propagacji fali ścinania wzdłuż próbki gruntu, rys. 4. Z takich pomiarów można oszacować moduł ścinania gruntu, przy bardzo małych odkształceniach. Wysokość próbki wynosząca 140 mm jest porównywalna z miąższością warstwy gruntu badanej na stole sejsmicznym. Pewien problem jest związany z realizacją początkowego stanu naprężenia w próbce. Aby pomiar propagacji fali był w ogóle możliwy, piezoelementy, które są wtopione w podstawę (rys. 4b) oraz górny korek zamykający próbkę, muszą być w niej zagłębione, por. np. [9]. To, z kolei, wiąże się z wprowadzeniem do próbki dodatkowych naprężeń pionowych, które trudno oszacować. Przy tak niskim poziomie naprężeń może to mieć istotny wpływ na wyniki doświadczeń. Aby maksymalnie obniżyć poziom naprężeń w próbce, badano ją przy zerowym ciśnieniu wody w komorze, tylko w gumowej osłonie. Ta osłona wprowadza do próbki pewien rezydualny stan poziomego naprężenia, który również może mieć wpływ na wyniki doświadczeń.



Rys. 4. Trójosiowy aparat *Enel-Hydro*: a) element typu *bender* zatopiony w podstawie aparatu, b) (fot. W. Świdziński)

Fig. 4. Triaxial apparatus of *Enel-Hydro* type (a) *bender* element (b), (Photo W. Świdziński)

Wyniki przeprowadzonych eksperymentów pokazują, że wartość modułu ścinania wynosi, w tym przypadku:  $G = 0,3$ , oczywiście w jednostce  $10^8 \text{ N/m}^2$ . Odpowiada to wartości  $G_0 = 0,3 / \sqrt{0,0096} = 3,06$ . Jest to wielkość 60 razy większa niż przewidziana poprzednio. Zgodnie z rys. 2 można ją zmniejszyć o rząd wielkości, ze względu na poziom odkształceń postaciowych, ale ciągle pozostaje 6-krotna różnica. W środowisku geotechnicznym daje się zauważyć pewien sceptycyzm odnośnie do stosowania pewnych technik laboratoryjnych, jak przykładowo elementów typu *bender* [1].

## 7. Wnioski

Problem modułu ścinania jest bardzo ważny w geotechnice. Poświęcono mu wiele uwagi w literaturze, dochodząc do ogólnie zaakceptowanych wyników, że ten moduł zależy od średniego naprężenia efektywnego, odkształcenia postaciowego oraz od początkowego stanu gruntu, por. Wprowadzenie. Wyniki te otrzymano w wielu niezależnych laboratoriach i wchodzi już one w skład klasycznego kanonu mechaniki gruntów. Doświadczenia te jednak nie obejmowały analizy zachowania się gruntu przy tak małych naprężeniach, jak te podczas badań na stole sejsmicznym, co częściowo przeanalizowano w niniejszej pracy. Najważniejsze rezultaty można streścić następująco:

1. Pokazano, że przyjęcie w analizie teoretycznej wartości modułu ścinania, wyznaczonych przy naprężeniach wyższych niż występujące w warstwie gruntu badanego na stole sejsmicznym prowadzi do wyliczenia osiadań znacznie mniejszych niż pomierzone.
2. Postawiono pytanie: jaki powinien być moduł ścinania, aby uzyskać zgodność obliczonych teoretycznie osiadań z pomierzonymi? Dla uśrednionych danych, odpowiadających doświadczeniu, otrzymano, że wielkość  $G_0$  powinna być 14 razy mniejsza od wartości pierwotnie przyjętej do obliczeń.
3. Przeprowadzono wstępne badania sejsmiczne w aparacie trójosiowym, które polegały na pomiarze prędkości propagacji fali ścinania w próbce gruntu i na tej podstawie wyliczeniu modułu ścinania. Do próbki przyłożono możliwie minimalne naprężenia wynikające z technicznych możliwości pomiaru. Otrzymano wartość modułu ścinania aż 60-krotnie wyższą niż obliczona teoretycznie i ponad 4-krotnie wyższą od tej przyjętej do wstępnych obliczeń. Tę wysoką wartość  $G$  można zredukować, zgodnie z krzywą z rys. 2. Propagacja fali ścinania wywołuje bardzo małe odkształcenia, a zatem wyznaczony moduł odpowiada początkowi krzywej z rys. 2. W badaniach na stole sejsmicznym występują znacznie większe odkształcenia, rzędu  $10^{-3}$ , dla których  $G$  powinien być ok. 5-krotnie mniejszy, zgodnie z rys. 2. Oznacza to m.in. zgodność modułu ścinania wyznaczonego z prędkości propagacji fali ścinania z wartością modułu przyjętego do wstępnych obliczeń. Ale ciągle jest to moduł o rząd wielkości większy niż wartość  $G$ , dla której otrzymuje się zgodność obliczonych osiadań z pomierzonymi.
4. Przedstawiona analiza pozwala jedynie na pewne oszacowania modułu ścinania, gdyż operuje się uśrednionymi danymi. W rzeczywistości, rozkład naprężeń w warstwie gruntu jest niejednorodny, np. naprężenie  $\sigma_z$  wzrasta liniowo wraz z głębokością. Przy górnej powierzchni warstwy te naprężenia są praktycznie zerowe. Problem modułu ścinania przy małych naprężeniach wymaga dalszych badań, chociażby ze względu na poprawną interpretację wyników badań na stole sejsmicznym.

*Niniejszą pracę napisano w ramach projektu badawczego N N506 072938, finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki.*

## Literatura

- [1] Conolly T.M., Kuwano R., *The measurement of  $G_{\max}$  in a resonant column, bender element, torsional shear apparatus*, [in:] Pre-failure deformation characteristics of geomaterials, eds. M. Jamiolkowski, R. Lancellotta & D. Lo Presti, Balkema, Rotterdam/Brookfield, 1999, 73-60.
- [2] Guzman A.A., Chameau J.L., Leonards G.A., Frost J.D., *Shear modulus and cyclic undrained behavior of sands*, Soils & Foundations, 29, 4, 1989, 105-119.
- [3] Ishihara K., *Soil Behaviour in Earthquake Geotechnics*, Clarendon Press, Oxford 1996.
- [4] Sawicki A., *Mechanika gruntów dla obciążeń cyklicznych*, Wydawnictwo IBW PAN, Gdańsk 1991.
- [5] Sawicki A., Kulczykowski M., Jankowski R., *Estimation of stresses in a dry sand layer tested on shaking table*, Archives of Hydro\_Engineering & Environmental Mechanics, 2011.
- [6] Sawicki A., Mierczyński J., *Developments in modelling liquefaction of granular soils, caused by cyclic loads*, Applied Mechanics Reviews, ASME, 59, March, 2006, 91-106.
- [7] Sawicki A., Świdziński W., *Simple mathematical model for assessment of seismic-induced liquefaction of soils*, Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, 133, 1, 2007, 50-54.
- [8] Sawicki A., Świdziński W., *Stress-strain relations for dry and saturated sands. Part I: Incremental model*, Jnl Theoretical & Applied Mechanics, 48, 2, 2010 309-328.
- [9] Świdziński W., Mierczyński J., *Badania reakcji sprężystej gruntów niespoistych za pomocą pomiaru prędkości fali sejsmicznej*, Czasopismo techniczne z. 1-Ś/2010, z. 16, Kraków 2010 63-82.
- [10] Tatsuoka F., Sakamoto M., Kawamura T., Fukushima S., *Strength and deformation characteristics of sand in plane strain compression at extremely low pressures*, Soils & Foundations, 26, 1, 1986, 65-84.