

TOMASZ SIENKO\*

SCHEMAT ZASTĘPCZY PRZEKSZTAŁNIKA  
MACIERZOWEGO DLA STANÓW DYNAMICZNYCH  
PRZY STEROWANIU JEDNOOKRESOWYMEQUIVALENT SCHEME OF MATRIX CONVERTER  
FOR DYNAMIC STATES  
UNDER SINGLE-PERIODIC CONTROL

## Streszczenie

W artykule przedstawiono nowy sposób opisu przekształtnika macierzowego dla stanów dynamicznych przy reprezentacji kluczy energoelektronicznych umożliwiającej rozdzielenie stanu zaporowego oraz przewodzenia. Wykorzystano ideę sterowania jednookresowego dla stanów ustalonych i w wyniku wprowadzenia zmiennej dyskretnej rozszerzono ją na stany dynamiczne. Przedstawiono równania przekształtnika macierzowego we współrzędnych naturalnych oraz wykorzystano specyficzne właściwości sterowania jednookresowego dla hybrydowego opisu przekształtnika jako wielowrotnika. Zastosowanie do takiego opisu wielofazowych składowych symetrycznych pozwoliło za rozdzielenie równań dla poszczególnych składowych. Pozwoliło to wprowadzić relatywnie prosty schemat zastępczy przekształtnika macierzowego dla składowej 1, reprezentującej przekształtnik w warunkach symetrii.

*Słowa kluczowe: przekształtnik macierzowy, składowe symetryczne, schemat zastępczy*

## Abstract

The article presents new idea of matrix converter modeling suitable for dynamic states. The representation of converter bi-directional switches allows to separate their conduction and blocking states. The application of the additional discrete variable to the area based single periodical matrix control method made it suitable for application for modeling dynamic processes. The equations describing converter using natural coordinates were formed and specific properties of single periodical control method were used to create hybrid description of the matrix converter as multiport element. The implementation of the symmetrical components method to such description allowed to separate the equations describing the converter into an individual equations for each component. The equation for first order component can be represented by relatively simple equivalent circuit characterizing converter during symmetrical conditions of work.

*Keywords: matrix converters, symmetrical components, equivalent circuit*

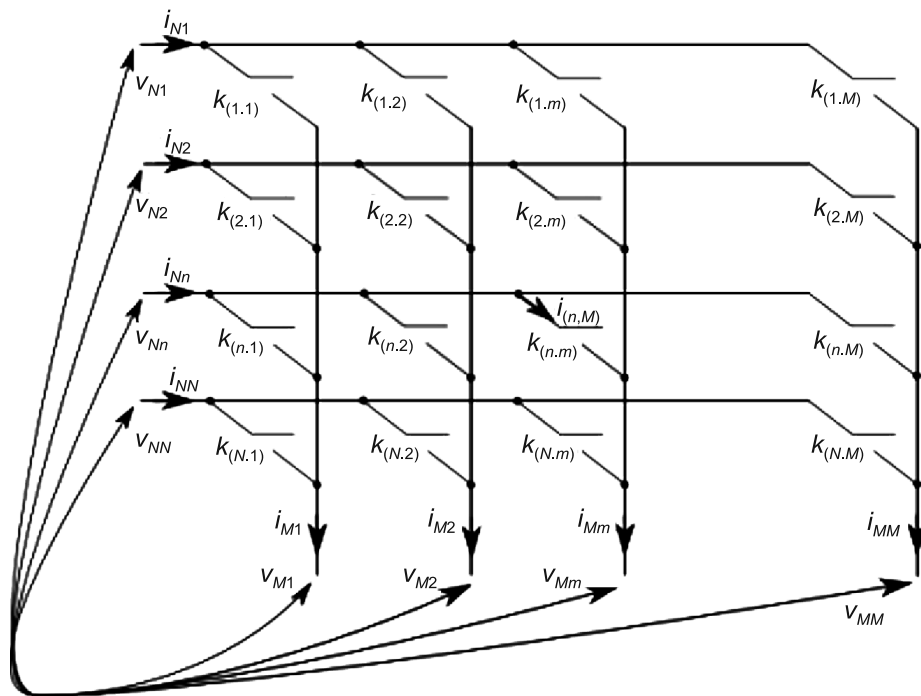
\* Mgr inż. Tomasz Sieńko, Instytut Elektromechanicznych Przemian Energii, Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej, Politechnika Krakowska.

## 1. Wstęp

Obecnie gwałtownie zwiększa się liczba urządzeń energoelektronicznych w systemie elektroenergetycznym. Występują one nie tylko u odbiorców energii, lecz coraz częściej są wykorzystywane w układach wytwarzania energii, a szczególnie w elektrowniach wiatrowych. Istotne również staje się wykorzystywanie urządzeń energoelektronicznych typu FACTS do poprawy stabilności systemu elektroenergetycznego i jakości energii [7, 8].

W związku z coraz szerszą aplikacją przekształtników pojawia się zapotrzebowanie na sposób modelowania tej klasy urządzeń umożliwiający swobodny wybór odwzorowywanych cech przekształtnika

Jednym z bardziej perspektywicznych przekształtników energoelektronicznych jest przekształtnik macierzowy (PM), przedstawiony na rys. 1. Układ zbudowany jest z w pełni sterowalnych kluczy, elementarnych układów energoelektronicznych posiadających takie same właściwości niezależnie od polaryzacji napięcia. Klucze zgrupowane są w kolumny ( $m$ ) i wiersze ( $n$ ), tworząc strukturę przypominającą macierz, skąd pochodzi nazwa tego układu.



Rys. 1. Struktura przekształtnika macierzowego

Fig. 1. Topology of the matrix converter

Do opisu stanu pojedynczego klucza użyto funkcji  $k_{(n,m)}$ , która przypisuje stanowi przewodzenia klucza wartość 1, a stanowi odcięcia wartość 0. Indeks  $(n, m)$  określa pozycję klucza w macierzy. Stan kluczy PM wygodnie jest opisać macierzą  $\mathbf{K}$  w postaci:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{(1,1)} & \cdots & k_{(1,m)} & \cdots & k_{(1,M)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{(n,1)} & \cdots & k_{(n,m)} & \cdots & k_{(n,M)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{(N,1)} & \cdots & k_{(N,m)} & \cdots & k_{(N,M)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Elementami macierzy  $\mathbf{K}$  są funkcje  $k_{(n,m)}$  uporządkowane zgodnie z pozycjami kluczy w PM na rys. 1. Stan kluczy przekształtnika dla każdej chwili opisuje macierz  $\mathbf{K}$  zawierająca jedynie zera i jedynki.

W artykule użyto następującego sposobu indeksowania. Wielkościom związanym z kluczem, tj. jego prądowi, napięciu oraz stanowi przypisano indeksy w nawiasach określające pozycję klucza w PM; przykładowo  $i_{(n,m)}$  oznacza prąd klucza  $(n, m)$ . Potencjały i prądy zewnętrzne mają indeksy wskazujące jedną ze stron PM,  $N$  lub  $M$  fazową oraz kolejny numer fazy po danej stronie, przykładowo  $v_{N3}$  oznacza potencjał fazy 3 po stronie  $N$  fazowej.

## 2. Sterowanie jednookresowe przekształtnika macierzowego

Sterowanie jednookresowe PM jest przedmiotem patentu [1]. Właściwości PM sterowanego jednookresowo dla stanu ustalonego przedstawiono pracach [2, 3]. Zaletami sterowania jednookresowego są: kształt uzyskiwanego napięcia, niska częstotliwość przełączania kluczy, możliwość uzyskania prądów ciągłych po obu stronach przekształtnika. Formułę sterowania jednookresowego w stanie ustalonym można wyrazić:

$$k_{(n,m)}(t) = k_{(1,1)} \left( t - r \cdot (n-1) \cdot \frac{T}{N} - s \cdot (m-1) \frac{T}{M} \right) \quad (2)$$

gdzie:

- $k_{(n,m)}(t)$  – funkcja stanu klucza na pozycji  $(n, m)$ ,
- $k_{(1,1)}(t)$  – funkcja stanu klucza referencyjnego w pierwszym wierszu oraz pierwszej kolumnie  $(1,1)$ ,
- $t$  – czas,
- $n$  – numer kolumny,
- $m$  – numer wiersza, określające pozycję klucza dla  $n = 1, 2, \dots, N$  oraz  $m = 1, 2, \dots, M$ ,
- $N$  – liczba faz po jednej stronie PM, określająca ilość wierszy macierzy  $\mathbf{K}$ ,
- $M$  – liczba faz po drugiej stronie, określająca ilość kolumn macierzy  $\mathbf{K}$ ,
- $T$  – okres zmienności funkcji stanu PM, wynikający z częstotliwości przełączania kluczy,
- $r$  – współczynnik określający kolejność przełączania kluczy w wierszu,  $r = 0, 1, \dots, N-1$ ,
- $s$  – współczynnik określający kolejność przełączania kluczy w kolumnie,  $s = 0, 1, \dots, M-1$ .

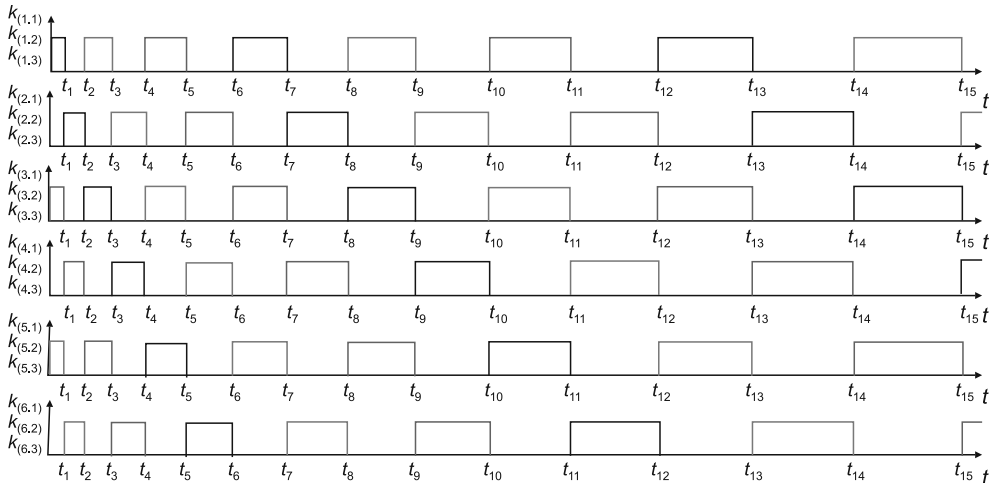
Częstotliwość przełączania kluczy:  $f_k = 1/T$  dobiera się jako sumę lub różnicę częstotliwości podstawowych harmoniczných napięć oraz prądów po obu stronach przekształtnika.

Formuła (2) opisuje elementy macierzy  $\mathbf{K}$  dla stanu ustalonego. Cechą charakterystyczną sterowania jednookresowego jest stała kolejność następujących po sobie stanów przekształtnika. Każdy stan przekształtnika trwa określony przedział czasu. Każdemu kolejnemu przedziałowi czasu, w którym stan kluczy PM nie ulega zmianom, można przypisać dyskretną zmienną  $z$ . Każdej wartości tej zmiennej dyskretnej  $z$  jest przyporządkowana macierz  $\mathbf{K}(z)$ . Z racji okresowości sterowania kluczami w czasie macierz  $\mathbf{K}(z)$  jest okresowa i istnieje okres  $Z$ , dla którego jest spełniona równość  $\mathbf{K}(z) = \mathbf{K}(c \cdot Z + z)$ , gdzie  $c$  jest dowolną liczbą całkowitą.

W pracach [4, 5] wykazano, że PM, dla którego  $p = N/M$  nie jest liczbą naturalną ma niezbyt korzystne właściwości. W praktyce dominują układy trójfazowe, więc liczby faz  $N$  oraz  $M$  po obydwóch stronach PM, powinny być wybierane jako wielokrotności 3. Założenie, że  $p$  jest liczbą całkowitą ogranicza również liczbę stanów przekształtnika, czyli liczbę macierzy  $\mathbf{K}(z)$  w powtarzalnym cyklu jej zmian. Elementy macierzy  $\mathbf{K}(z)$  są określone zmodyfikowanymi funkcjami (2) dla zmiennej dyskretnej  $z$  i przyjmują postaci (przy wyborze  $N > M$ )

$$k_{(n,m)}(z) = k_{(1,1)}((z - r \cdot (n-1) - s \cdot (m-1) \cdot p) \bmod N) \quad (3)$$

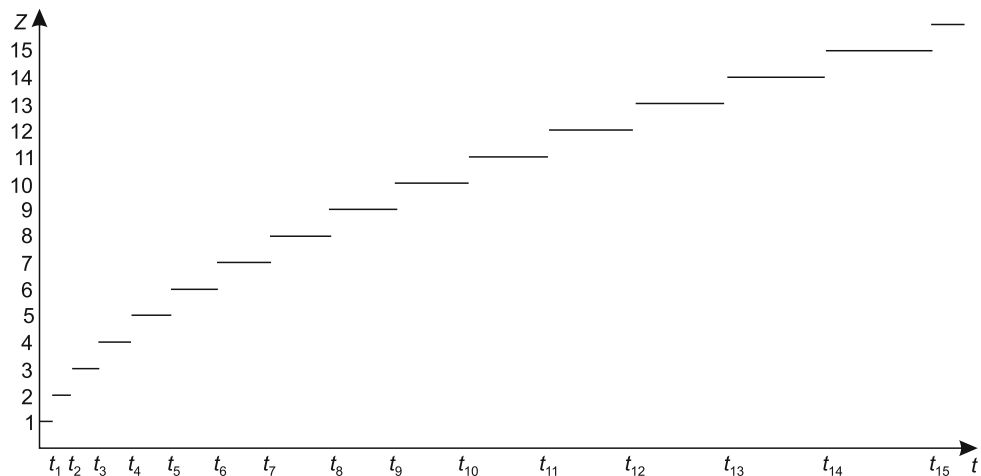
Zmianę sposobu opisu funkcji stanu kluczy w czasie na funkcje zmiennej dyskretnej przedstawiono bardziej szczegółowo na przykładzie PM o  $N = 6$ ,  $M = 3$  dla przypadku dynamicznej zmiany częstotliwości wyjściowej po stronie  $M = 3$ , co jest to związane ze zmianą częstotliwości przełączeń kluczy PM. Na rys. 2 przedstawiono funkcje stanu kluczy tworzące macierz  $\mathbf{K}(t)$ , przy założeniu  $r = 1$  oraz  $s = 1$ . Na tym rysunku funkcje stanu kluczy należących do jednego wiersza przekształtnika mają jeden kolor, natomiast funkcje stanu kluczy należących do jednej kolumny narysowano w jednym układzie współrzędnych.



Rys. 2. Ilustracja zmiany stanów kluczy przekształtnika w stanie dynamicznym przy ciągłej zmianie częstotliwości przełączeń kluczy

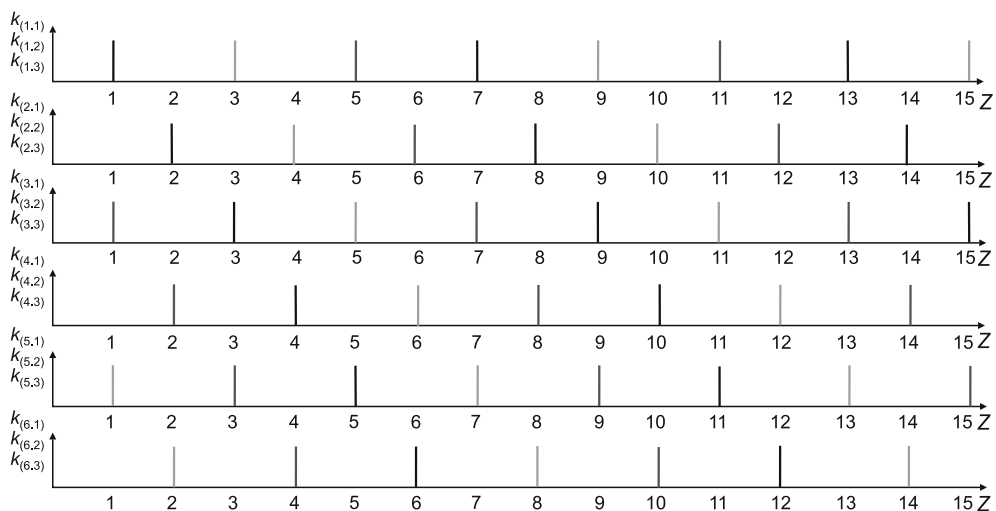
Fig. 2. Example of successive values of the function  $\mathbf{K}$  for dynamic matrix converter operations

Na rysunku 3 pokazano sposób przyporządkowania zmiennej dyskretnej  $z$  dla poszczególnych przedziałów czasu, w których stan kluczy PM nie ulega zmianom.



Rys. 3. Ilustracja sposobu przypisywania poszczególnym przedziałom czasu zmiennej dyskretnej  $z$   
 Fig. 2. Figure show how to assign individual compartments discrete variable  $z$

Na rysunku 4 przedstawiono funkcje stanu kluczy dla zmiennej dyskretnej  $z$  odpowiadające funkcjom stanu kluczy w czasie  $z$  z rys. 2.



Rys. 4. Funkcje określające macierz  $\mathbf{K}(z)$  dla przedziału czasu podobnego jak na rys. 2  
 Fig. 4. Matrix  $\mathbf{K}(z)$  for this same time period as show in Fig. 2

W rozpatrywanym przedziale czasu przekształtnik macierzowy  $6 \times 3$  przyjmuje jedynie 6 różnych stanów. Macierz  $\mathbf{K}(z)$  można zapisać w postaci cyklicznie powtarzających się

macierzy dla kolejnych wartości zmiennej dyskretnej  $z$ . Dla przykładowo rozpatrywanego PM  $6 \times 3$  mają one postać (4) i powtarzają się co  $Z = 6$ .

$$\begin{array}{cccccc}
 z = 1 & & z = 2 & & z = 3 & & z = 4 & & z = 5 \\
 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \\
 z = 6 & & z = 7 \\
 \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow
 \end{array} \quad (4)$$

Uzależnienie stanu przekształtnika od zmiennej dyskretnej  $z$  ułatwia opis PM w stanach dynamicznych.

### 3. Opis przekształtnika macierzowego we współrzędnych naturalnych

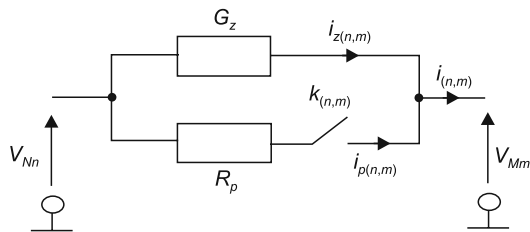
W związku z coraz szerszą aplikacją PM istnieje potrzeba możliwie prostego opisu tej klasy przekształtników. W niniejszym artykule przedstawiono propozycję względnie prostego opisu PM. W celu uproszczenia i uporządkowania opisu PM z rys. 1 wykorzystano zapis macierzowy. Zdefiniowano wektory napięć i prądów zewnętrznych:

- $\mathbf{v}_N(t) = [v_{N1}(t), v_{N2}(t), \dots, v_{NN}(t)]^T$  – wektor potencjałów strony  $N$ ,
- $\mathbf{v}_M(t) = [v_{M1}(t), v_{M2}(t), \dots, v_{MM}(t)]^T$  – wektor potencjałów strony  $M$ ,
- $\mathbf{i}_N(t) = [i_{N1}(t), i_{N2}(t), \dots, i_{NN}(t)]^T$  – wektor prądów strony  $N$ ,
- $\mathbf{i}_M(t) = [i_{M1}(t), i_{M2}(t), \dots, i_{MM}(t)]^T$  – wektor prądów strony  $M$ .

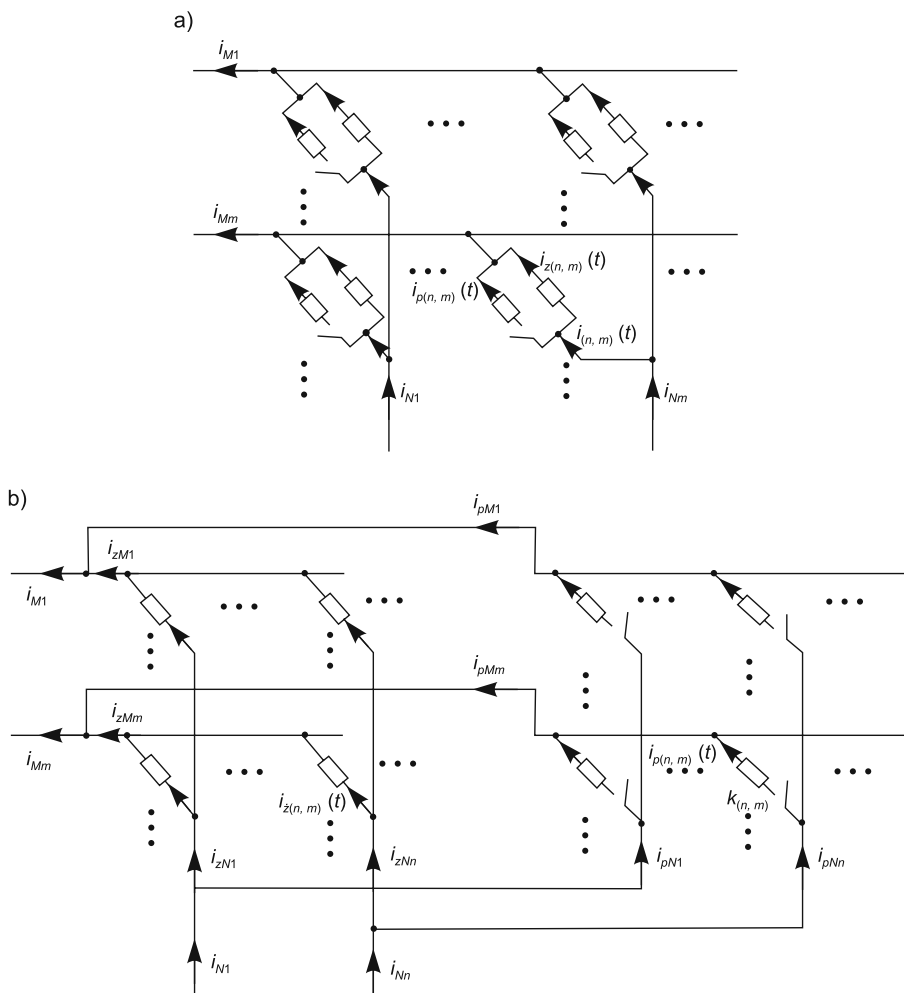
Prądy zewnętrzne stron  $N$  oraz  $M$  wiążą z prądami kluczy związku:

$$i_{Nn}(t) = \sum_{m=1}^M i_{(n,m)}(t); \quad i_{Mm}(t) = \sum_{n=1}^N i_{(n,m)}(t) \quad (5)$$

Dla kluczy energoelektronicznych PM przyjęto schemat zastępczy przedstawiony na rys. 5. Przyjęto, że rezystancja  $R_p$  jest równa rezystancji klucza w stanie przewodzenia, przewodność  $G_z$  równa się przewodności klucza w stanie zaporowym, a  $k_{(n,m)}$  jest funkcją opisującą stan klucza idealnego.



Rys. 5. Schemat zastępczy klucza energoelektronicznego  
Fig. 5. Equivalent circuit of power electronic switch



Rys. 6. Wirtualny podział PM na dwa układy  
Fig. 6. Matrix converter virtual division into two parts

Model klucza z rys. 5 pozwala na dokonanie wirtualnego rozkładu przekształtnika na dwa układy. Sposób rozkładu pokazano na rys. 6. Warto zauważyć, że po dokonaniu rozkładu przekształtnika otrzymuje się dwa połączone równoległe układy (rys. 6b): układ zawierający  $G_z$  odpowiedzialny za prądy zaporowe kluczy, układ zawierający klucze idealne  $k_{(n,m)}$  oraz rezystancję kluczy w stanie przewodzenia  $R_p$  – odpowiedzialny za prądy przewodzenia. Układy te można rozpatrywać oddzielnie. W tym celu zdefiniowano nowe wektory:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{pN} &= [i_{pN1}, i_{pN2}, \dots, i_{pNN}]^T - \text{wektor prądów przewodzenia strony } N, \\ \mathbf{i}_{pM} &= [i_{pM1}, i_{pM2}, \dots, i_{pMM}]^T - \text{wektor prądów przewodzenia strony } M, \\ \mathbf{i}_{zN} &= [i_{zN1}, i_{zN2}, \dots, i_{zNN}]^T - \text{wektor prądów zaporowych strony } N, \\ \mathbf{i}_{zM} &= [i_{zM1}, i_{zM2}, \dots, i_{zMM}]^T - \text{wektor prądów zaporowych strony } M. \end{aligned}$$

Dla tak zdefiniowanych zmiennych są spełnione związki (rys. 6b):

$$\mathbf{i}_N = \mathbf{i}_{pN} + \mathbf{i}_{zN} \quad \mathbf{i}_M = \mathbf{i}_{pM} + \mathbf{i}_{zM} \quad (6)$$

W każdym z układów prądy zewnętrzne są powiązane z prądami odpowiednich gałęzi schematu zastępczego klucza następującymi zależnościami:

$$i_{pNn} = \sum_{m=1}^M i_{p(n,m)} \quad i_{pMm} = \sum_{n=1}^N i_{p(n,m)} \quad (7)$$

$$i_{zNn} = \sum_{m=1}^M i_{z(n,m)} \quad i_{zMm} = \sum_{n=1}^N i_{z(n,m)} \quad (8)$$

### 3.1. Opis układu zawierającego $G_z$

Równania układu zawierającego elementy  $G_z$  zapisano, wykorzystując metodę potencjałów węzłowych:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{zN} \\ \mathbf{i}_{zM} \end{bmatrix} = G_z \begin{bmatrix} M \cdot \mathbf{E}_N & -\mathbf{O}_{NM}^T \\ -\mathbf{O}_{NM} & N \cdot \mathbf{E}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_N \\ \mathbf{v}_M \end{bmatrix} \quad (9)$$

w których  $\mathbf{E}_N$  i  $\mathbf{E}_M$  są macierzami jednostkowymi o odpowiednich rozmiarach, a macierz  $\mathbf{O}_{NM}$  o  $N$  kolumnach i  $M$  wierszach zawierająca same jedyńki.

### 3.2. Opis hybrydowy układu zawierającego klucze

Jeśli każda kolumna i każdy wiersz macierzy  $\mathbf{K}$  zawiera najwyżej jedną 1, tzn. jeżeli w każdej chwili przewodzi najwyżej jeden klucz z przyłączonych do dowolnej fazy strony  $N$  i najwyżej jeden z przyłączonych do dowolnej fazy strony  $M$ , to macierz  $\mathbf{K}$  jest macierzą więzów nakładanych przez PM. Oznacza to, że przy przyjętym założeniu  $N \geq M$ , w przekształtniku może przewodzić maksymalnie  $M$  kluczy. Prądy strony  $M$  są wystarczające do opisu PM, a prądy strony  $N$  można jednoznacznie wyznaczyć przez prądy strony  $M$  z zależności:

$$\mathbf{i}_{pN} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{i}_{pM} \quad (10)$$



Napięcie na kluczu ( $n, m$ ) w stanie przewodzenia można wyrazić na podstawie schematu zastępczego z rys. 5:

$$v_{Nn} - v_{Mm} = R_p \cdot i_{pMm} \quad (11)$$

Związki (11) i (12) oraz macierz  $\mathbf{K}(z)$  pozwalają zapisać równania drugiej części układu zawierającego klucze idealne w postaci:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{pN} \\ \mathbf{v}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K}(z) \\ (\mathbf{K}(z))^T & -R_p \cdot \mathbf{E}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_N \\ \mathbf{i}_{pM} \end{bmatrix} \quad (12)$$

gdzie:

- $\mathbf{0}$  – macierz zerowa,
- $\mathbf{E}_M$  – macierz jednostkowa o wymiarze  $(M \times M)$ .

#### 4. Transformacja równań przekształtnika macierzowego sterowanego jednookresowo do składowych symetrycznych

Sterowanie jednookresowe charakteryzuje się uporządkowaniem kolejności następowania po sobie stanów przekształtnika. Macierze  $\mathbf{K}(z)$  określające stan kluczy PM, zmieniają strukturę cyklicznie, zachowując pewną symetrię zmian. Transformacja równań PM do składowych symetrycznych pozwala tę symetrię wykorzystać dla uproszczenia struktury równań. Układy potencjałów i prądów po stronach  $N$  oraz  $M$  tworzą układy wielofazowe i do opisu zostaną wykorzystane ich składowe symetryczne. Macierze transformacji dla składowych symetrycznych  $N$ - oraz  $M$ -fazowych mają odpowiednio postaci:

$$\mathbf{S}_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & b_N & (b_N)^2 & \dots & (b_N)^{N-1} \\ 1 & (b_N)^2 & (b_N)^4 & \dots & (b_N)^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & (b_N)^{N-1} & (b_N)^{2(N-1)} & \dots & (b_N)^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad \text{gdzie } b_N = e^{j\frac{2\pi}{N}} \quad (13)$$

$$\mathbf{S}_M = \frac{1}{\sqrt{M}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & b_M & (b_M)^2 & \dots & (b_M)^{M-1} \\ 1 & (b_M)^2 & (b_M)^4 & \dots & (b_M)^{2(M-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & (b_M)^{M-1} & (b_M)^{2(M-1)} & \dots & (b_M)^{(M-1)(M-1)} \end{bmatrix} \quad \text{gdzie } b_M = e^{j\frac{2\pi}{M}} \quad (14)$$

Wektory składowych symetrycznych potencjałów oraz prądów po stronach  $N$  oraz  $M$  przyjęto w standardowej postaci:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_N^S &= [v_N^0, v_N^1, \dots, v_N^{N-1}], \quad \mathbf{i}_N^S = [i_N^0, i_N^1, \dots, i_N^{N-1}], \quad \mathbf{i}_{pN}^S = [i_{Np}^0, i_{Np}^1, \dots, i_{Np}^{N-1}]^T, \\ \mathbf{i}_M^S &= [v_M^0, v_M^1, \dots, v_M^{M-1}]^T \end{aligned} \quad (15)$$

$$v_M^S = [v_M^0, v_M^1, \dots, v_M^{M-1}]^T, \quad \mathbf{i}_M^S = [i_M^0, i_M^1, \dots, i_M^{M-1}]^T, \quad \mathbf{i}_{pM}^S = [i_{Mp}^0, i_{Mp}^1, \dots, i_{Mp}^{M-1}]^T, \quad (16)$$

$$\mathbf{i}_{zM}^S = [i_{Mz}^0, i_{Mz}^1, \dots, i_{Mz}^{M-1}]^T$$

Składowe symetryczne dla każdego z wymienionych wektorów po stronie  $N$  są zdefiniowane przez macierz  $\mathbf{S}_N$ :

$$\mathbf{X}_N^S = \mathbf{S}_N \cdot \mathbf{x}_N \quad (17)$$

a dla każdego z wektorów po stronie  $M$  są zdefiniowane przez macierz  $\mathbf{S}_M$ :

$$\mathbf{X}_M^S = \mathbf{S}_M \cdot \mathbf{x}_M \quad (18)$$

Transformacji należy dokonać dla obydwóch układów: zawierającego elementy  $G_z$  oraz układu z kluczami idealnymi. Składowe symetryczne prądów tych dwóch układów spełniają związki:

$$\mathbf{i}_N^S = \mathbf{i}_{pN}^S + \mathbf{i}_{zN}^S \quad \mathbf{i}_M^S = \mathbf{i}_{pM}^S + \mathbf{i}_{zM}^S \quad (19)$$

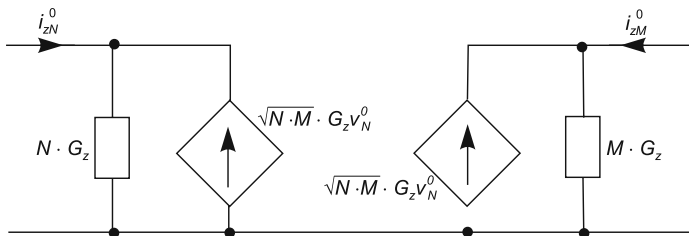
#### 4.1. Transformacja równań układu zawierającego $G_z$

Równania (9) układu zawierającego  $G_z$  przyjmują po transformacji postać:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{zN}^S(t) \\ \mathbf{i}_{zM}^S(t) \end{bmatrix} = G_z \begin{bmatrix} M \cdot \mathbf{E}_N & -(\mathbf{O}_{NM}^S)^T \\ -\mathbf{O}_{NM}^S & N \cdot \mathbf{E}_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_N^S(t) \\ \mathbf{v}_M^S(t) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Macierz  $\mathbf{O}_{NM}^S$  w wyniku transformacji ma postać:

$$\mathbf{O}_{NM}^S = \mathbf{S}_M \cdot \mathbf{O}_{NM} \cdot \mathbf{S}_N^{*T} = \sqrt{N \cdot M} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$



Rys. 7. Interpretacja obwodowa równań dla składowych zerowych

Fig. 7. Interpretation as a scheme equation (23)

W konsekwencji otrzymuje się niezależne równania dla każdej ze składowych 1, 2, ...,  $N-1$  dla układu  $N$  fazowego oraz dla składowych 1, 2, ...,  $M-1$  dla układu  $M$ -fazowego

$$i_{zN}^n = M \cdot G_z \cdot v_N^n \quad i_{zM}^m = N \cdot G_z \cdot v_M^m \quad (22)$$

Równania te mogą być interpretowane jako dwójniki konduktancyjne. Dla składowych zerowych otrzymuje się układ dwóch równań, wzajemnie zależnych:

$$i_{zN}^0 = M \cdot G_z \cdot v_N^0 - \sqrt{N \cdot M} \cdot G_z \cdot v_M^0 \quad i_{zM}^0 = N \cdot G_z \cdot v_M^0 - \sqrt{N \cdot M} \cdot G_z \cdot v_N^0 \quad (23)$$

które mogą być interpretowane jak równania obwodu z rys. 7.

#### 4.2. Transformacja równań hybrydowych przekształtnika

Równania układu zawierającego klucze (12) po transformacji przyjmują postać

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{pN}^S \\ \mathbf{v}_M^S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K}^S \\ (\mathbf{K}^S)^{*T} & R_p \cdot \mathbf{E}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_N^S \\ \mathbf{i}_{pM}^S \end{bmatrix} \quad (24)$$

Macierz  $\mathbf{K}^S$  opisująca w tym równaniu stan kluczy PM jest określona następująco:

$$\mathbf{K}^S = \mathbf{S}_N \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{S}_M^{*T} \quad (25)$$

Wiersze i kolumny tej macierzy są numerowane zgodnie z oznaczeniami składowych symetrycznych: kolumny (0, 1, 2, ..., N-1), wiersze (0, 1, 2, ..., M-1). Przy takiej numeracji, elementy macierzy  $\mathbf{K}^S$  są określone dla sterowania jednookresowego przez wyrażenia:

$$\mathbf{K}_{(n,lm)}^S(z) = \left[ (b_N)^{r \cdot lx(z-1)} \sum_{m=1}^M (b_M)^{(m-1)[s \cdot lx + ly]} \right] \quad (26)$$

gdzie:

- $lx$  – numer wiersza,
- $ly$  – numer kolumny.

Należy zauważyć, że sumy w wyrażeniach są różne od zera jedynie dla ściśle określonych elementów tej macierzy, gdyż:

$$\sum_{m=1}^M (b_M)^{(m-1)[s \cdot lx + ly]} = \begin{cases} M \Leftrightarrow [s \cdot lx + ly] = \dots - 2M, -M, 0, M, 2M \dots \\ 0 \Leftrightarrow [s \cdot lx + ly] \neq \dots - 2M, -M, 0, M, 2M \dots \end{cases} \quad (27)$$

Przykładowemu ciągowi (4) macierzy  $\mathbf{K}$  dla PM  $6 \times 3$  odpowiada poniższy ciąg macierzy  $\mathbf{K}^S$ .

$$\begin{array}{ccc} z = 1 & z = 2 & z = 3 \\ \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ 1 & & & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \end{bmatrix} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & b_N & & & & \\ & & (b_N)^2 & & & \\ & & & (b_N)^3 & & \\ & & & & (b_N)^4 & \\ & & & & & (b_N)^5 \end{bmatrix} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & (b_N)^2 & & & & \\ & & (b_N)^4 & & & \\ & & & (b_N)^6 & & \\ & & & & (b_N)^8 & \\ & & & & & (b_N)^{10} \end{bmatrix} \rightarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
& z = 4 & z = 5 \\
\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & (b_N)^3 & & \\ & & (b_N)^6 & \\ (b_N)^9 & & & \\ & & & (b_N)^8 \\ & & (b_N)^{12} & \\ & & & (b_N)^{16} \\ & & & & (b_N)^{20} \end{bmatrix} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & (b_N)^4 & & \\ & & (b_N)^8 & \\ (b_N)^{12} & & & \\ & & & (b_N)^{16} \\ & & & & (b_N)^{20} \end{bmatrix} & \rightarrow \\
& z = 6 & z = 7 \\
\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & (b_N)^5 & & \\ & & (b_N)^{10} & \\ (b_N)^{15} & & & \\ & & & (b_N)^{20} \\ & & & & (b_N)^{25} \end{bmatrix} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ 1 & & & \\ & & & 1 \\ & & & & 1 \end{bmatrix} & \rightarrow
\end{array} \tag{28}$$

W tych macierzach wartości niezerowe znajdują się w pozycjach stałych na głównej przekątnej hipermacierzy  $3 \times 3$ , których liczba zależy od stosunku  $N/M$ . Taka struktura macierzy  $\mathbf{K}^s(z)$  pozwala zdekomponować układ równań (24) dla składowych symetrycznych na  $M$  podukładów, w których występuje tylko jedna ze składowych symetrycznych układu  $M$ -fazowego oraz  $N/M$  składowych po stronie  $N$ .

Równania układu zawierającego klucze dla rozpatrywanego przykładowo PM  $6 \times 3$ , dla którego macierze  $\mathbf{K}$  oraz  $\mathbf{K}^s$  mają postaci odpowiednio (4) i (28), dekomponują się na trzy niezależne układy równań:

$$\begin{bmatrix} i_{pN}^0 \\ i_{pN}^3 \\ v_M^0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & (b_N)^{3(z-1)} \\ 1 & (b_N)^{-3(z-1)} & -\sqrt{2}R_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_N^0 \\ v_N^3 \\ i_{pM}^0 \end{bmatrix} \tag{29}$$

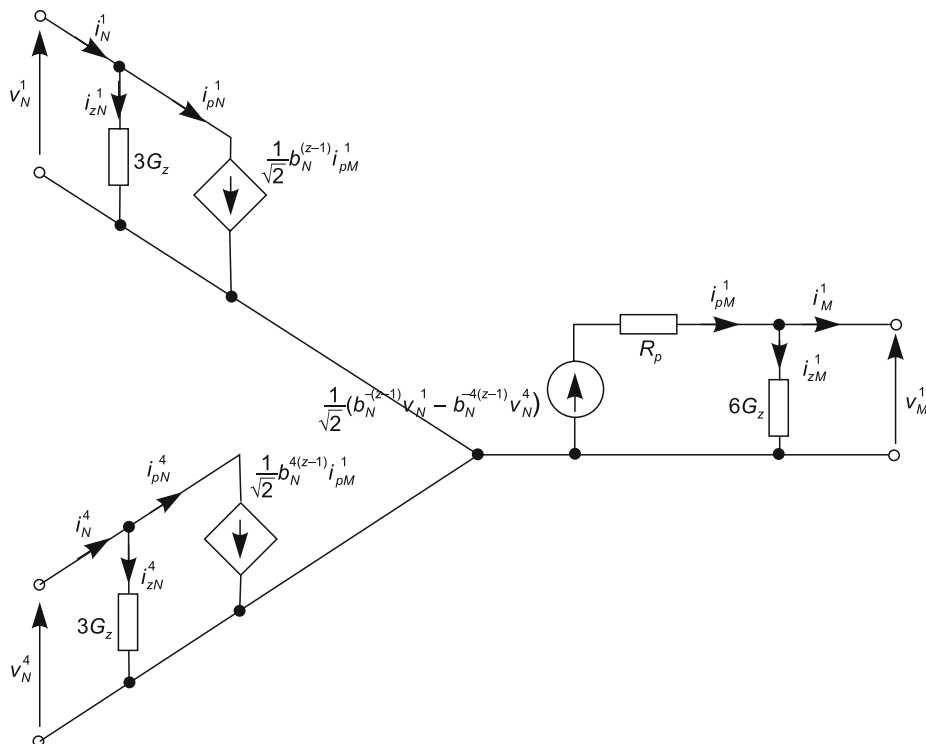
$$\begin{bmatrix} i_{pN}^1 \\ i_{pN}^4 \\ v_M^1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & (b_N)^{z-1} \\ 0 & 0 & (b_N)^{4(z-1)} \\ (b_N)^{-(z-1)} & (b_N)^{-4(z-1)} & -\sqrt{2}R_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_N^1 \\ v_N^4 \\ i_{pM}^1 \end{bmatrix} \tag{30}$$

$$\begin{bmatrix} i_{pN}^2 \\ i_{pN}^5 \\ v_M^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & (b_N)^{2(z-1)} \\ 0 & 0 & (b_N)^{5(z-1)} \\ (b_N)^{-2(z-1)} & (b_N)^{-5(z-1)} & -\sqrt{2}R_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_N^2 \\ v_N^5 \\ i_{pM}^2 \end{bmatrix} \tag{31}$$

Z tych trzech układów równań najważniejszy jest układ (30) zawierający składowe kolejności 1 po obydwóch stronach przekształtnika. Pierwsze i drugie równanie tego układu można interpretować jako równania źródeł prądowych  $i_{pN}^1$  oraz  $i_{pN}^4$  sterowanych prądem  $i_{pM}^1$ .

Równanie trzecie można interpretować jako równanie źródła napięciowego  $v_M^1$  sterowanego napięciami  $v_N^1$  oraz  $v_N^4$  o rezystancji wewnętrznej  $R_p$ . Na rys. 8 przedstawiono pełny schemat zastępczy PM  $6 \times 3$  sterowanego jednookresowo łączący równania (22), dla wirtualnego układu z  $G_z$ , z układem równań (30) dla drugiej wirtualnej części PM z idealnymi kluczami.

Nietrudno jest przewidzieć postaci takich równań dla innych liczb faz  $N$  oraz  $M$ , spełniających związek  $N = pM$ . Każdy z  $M$  układów będzie składał się z  $p + 1$  równań, z których  $p$ -równań będzie wiązało ściśle określone składowe symetryczne prądów strony  $N$  z odpowiednią składową prądów strony  $M$ . Ostatnie z równań będzie określało odpowiednią składową symetryczną potencjałów strony  $M$  w zależności od ściśle określonych składowych symetrycznych prądów strony  $N$ . Schemat zastępczy dla każdego z  $M$  układów będzie nawiązywał do przedstawionego powyżej schematu zastępczego PM  $6 \times 3$ .



Rys. 8. Schemat zastępczy PM  $6 \times 3$  wynikający z opisu hybrydowego dla składowych 1 i 4 strony  $N$  oraz 1 strony  $M$

Fig. 8. Equivalent circuit  $6 \times 3$  MC due to the description of the hybrid for the components of 1 and 4 the  $N$  and 1 the  $M$

## 5. Podsumowanie

W artykule przedstawiono nową metodę sterowania PM w stanach dynamicznych nawiązującą do sterowania jednookresowego dla ustalonych stanów pracy. W wyniku wprowadzenia zmiennej dyskretnej do opisu funkcji sterujących kluczami PM uzyskano możliwość łatwego opisu PM w stanach dynamicznych. Specyfika sterowania jedno-okresowego pozwoliła zastosować zapis hybrydowy do opisu PM o dowolnej liczbie faz  $N$  oraz  $M$  spełniających związek  $N = pM$  (dla  $p = 1, 2, \dots$ ). Do opisu takich PM wykorzystano macierz więzów określoną przez funkcje sterowania jego kluczami. W efekcie zastosowania do opisu składowych symetrycznych uzyskano dekompozycję równań opisujących PM o wielofazowych wejściach i wyjściach, zmniejszając w sposób istotny liczbę równań wzajemnie powiązanych. Rozważania ogólne ilustrowano analizami dla PM  $6 \times 3$ . Na podstawie tych analiz opracowano schemat zastępczy PM  $6 \times 3$ , który można modyfikować dla dowolnych liczb faz  $N$  oraz  $M$  spełniających związek  $N = pM$ . Zarówno równania, jak i schemat zastępczy mogą być bardzo przydatne dla modelowania PM w stanach dynamicznych i ustalonych za pomocą programów dedykowanych dla analizy obwodów elektrycznych.

## Literatura

- [1] Sieńko T., Sobczyk T., *Sposób sterowania przekształtnikiem macierzowym*, Patent RP No WYN: (11) 204643, WUP 29-01-2010.
- [2] Sieńko T., Sobczyk T., *Matrix converter control for applications to multi-phase high-speed generators*, Archives of Electrical Engineering, PWN, vol. 53, No. 2, Warsaw 2004, 217-228.
- [3] Sieńko T., Sobczyk T., *Matrix converter for high-speed generators*, Proc. of IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC 2005), San Antonio, CD - IEEE Catalog 05EX1023C, 1975-1980.
- [4] Sobczyk T.J., Sieńko T., Danilewicz J.B., *A study of asymmetrical regimes in matrix converters for multi-phase high speed generators*, Proc. of IEEE Power Tech 2005, St. Petersburg, CD - Paper No. 12.
- [5] Sieńko T., Sobczyk T., *Application of Matrix Converter as a Voltage Phase Controller in Power System*, IEEE SPEEDAM 2006, Italy, 13-17.
- [6] Sobczyk T., *Analiza transferu napięcia przez przekształtnik macierzowy  $9 \times 3$* , Czasopismo Techniczne z. 1-E/2008, Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2008.
- [7] Eslami M., Shareef H., Mohamed A., Khajehzadeh M., *A Survey on Flexible AC Transmission Systems*, Przegląd Elektrotechniczny, Wyd. 1a'12, Vol. 88, Nr 1a, Warsaw 2012, 1-11.
- [8] Hingorani N.G., Gyugyi L., *Understanding Facts: Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems*, IEEE Computer Society Press, December 24th 1999.