

KAZIMIERZ FURTAK*

OCENA WPŁYWU SKURCZU BETONU NA WARTOŚCI
NAPRĘŻEŃ W PŁASZCZYŹNIE ZESPOLENIA
DŹWIGARÓW Z PŁYTĄ DWUWARSTWOWĄTHE ASSESSMENT OF THE IMPACT OF CONCRETE
SHRINKAGE ON STRESS LEVEL AT THE INTERFACE
BETWEEN THE STEEL AND CONCRETE

Streszczenie

W artykule przeprowadzono analizę wpływu sposobu wykonania płyty pomostu w belkach zespolonych na naprężenia od skurczu betonu w płaszczyźnie styku płyty i dźwigara stalowego. Rozważono wykonanie płyty w sposób tradycyjny oraz etapowo. Efektem tego rozróżnienia są różne wartości charakterystyk geometrycznych przekroju zespolonego, w tym przekrojów poprzecznych i momentów bezwładności, a tym samym także sztywności podłużnej i na zginanie. Wzajemne relacje pomiędzy sztywnościami części składowych belek zespolonych reprezentuje współczynnik δ . Na podstawie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że wartość naprężeń normalnych i stycznych w płaszczyźnie zespolenia jest uzależniona od współczynnika δ . Tym samym jest uzależniona od sposobu wykonania płyty pomostu. Wartość naprężeń zależy także od współczynnika pęcznienia betonu oraz przekroju poprzecznego zbrojenia podłużnego płyty.

Słowa kluczowe: skurcz betonu, dźwigar zespolony, naprężenia normalne, naprężenia styczne, sztywność elementu

Abstract

The paper analyzes the influence of sequence of construction of the concrete slab in concrete-steel composite beams on effects of shrinkage of concrete, hence on longitudinal shear force to be transferred across the interface between steel and concrete. Typical as well as staged construction methods have been considered. Different sequences of construction result in different geometrical characteristics of the composite section, including the cross-sections and the moments of inertia, and hence also the longitudinal and bending stiffness. The relationship between the stiffnesses of components of composite beams represents the coefficient δ . Based on the analysis it can be concluded that the level of normal and tangential stresses at the interface between the steel and concrete is dependent on the coefficient δ . Consequently, the stresses are also dependent on the sequence of construction of the concrete slab. Moreover, the stresses also depend on the creep of concrete and longitudinal slab reinforcement ratio.

Keywords: shrinkage of concrete, composite beams, normal stresses, shear stresses, longitudinal and bending stiffness

* Prof. dr hab. inż. Kazimierz Furtak, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Jedną z możliwych realizacji dźwigarów zespolonych jest zastosowanie płyty dwuwarstwowej. Pierwsza płyta – wykonywana wcześniej – zastępuje deskowanie (płyta szalunkowa) dla wykonywanej później (w następnej fazie) właściwej płyty pomostu. Podobne rozwiązanie można stosować wówczas, gdy podstawowym dźwigarem składowym jest prefabrykat z betonu sprężonego. Dzięki stosowaniu łączników po związaniu betonu płyty pomostu cały dźwigar przenosi obciążenia jako jeden element.

Obliczanie dźwigarów zespolonych – nawet przy jednoetapowym wykonywaniu płyty pomostu – jest złożone ze względu na konieczność uwzględnienia: wpływów reologicznych (skurcz i pęcznienie betonu), zmiany w czasie wartości modułu sprężystości betonu, wpływu zmian temperatury (zmiany sezonowe i dobowe) oraz stanów montażowych. W przypadku płyt dwuwarstwowych stopień komplikacji obliczeń jest jeszcze większy.

Przy wykonywaniu dźwigarów zespolonych z podwójnym zespoleniem możliwe jest jedno z trzech rozwiązań:

- a) układane w miejscu przeznaczenia są dźwigary stalowe (lub prefabrykaty z betonu sprężonego), a następnie betonowana płyta szalunkowa i po pewnym czasie właściwa żelbetowa płyta pomostu,
- b) na miejscu przeznaczenia układane są dźwigary stalowe z zespoloną z nimi cienką żelbetową płytą szalunkową (lub prefabrykowane dźwigary sprężone z półkami na styk), a następnie jest betonowana żelbetowa płyta pomostu,
- c) na miejscu przeznaczenia układane są dźwigary stalowe, a na nich jest układane deskowanie z prefabrykowanych płyt żelbetowych (bez zespolenia z dźwigarami); w następnej kolejności jest betonowana żelbetowa płyta pomostu, która włącza do współpracy prefabrykowane deskowanie.

W praktyce najczęściej jest stosowany jeden z ostatnich dwóch sposobów. W przypadku b) zespolenie jest dwustopniowe; najpierw z dźwigarem stalowym zespała się płytę szalunkową, a następnie z tą płytą zespała się płytę pomostu (łączniki między obiema płytami, a niekiedy także łączniki przyspawane do dźwigara stalowego przechodzące przez płytę szalunkową do płyty pomostu). W przypadku c) z dźwigarem stalowym zespolona jest płyta pomostu. Płyty szalunkowe współpracują z nim pośrednio poprzez zespolenie z właściwą płytą.

W klasycznych elementach zespolonych istotny wpływ na stan odkształcenia i naprężenia ma skurcz betonu. W niniejszej pracy przeprowadzono analizę wpływu skurczu betonu na stan naprężenia w płaszczyźnie zespolenia dźwigarów typu stal–beton z płytą dwuwarstwową. Uwzględniono przy tym pęcznienie betonu oraz wzrost w czasie wartości jego modułu sprężystości, a także wpływ zbrojenia podłużnego płyty. Rozpatrzono wszystkie przypadki (a–c) wykonania płyt szalunkowych.

2. Przyjęte założenia

Przy wyprowadzaniu wzorów opisujących stan odkształcenia i naprężenia przyjęto następujące zwyczajowe założenia [1, 2, 4]:

- a) zasadę płaskich przekrojów,
- b) superpozycję skutków obciążeń i oddziaływań,

- c) pełne zespolenia,
- d) niezmienną geometrię przekroju poprzecznego.

W aspekcie celu i zakresu pracy komentarza wymagają dwa ostatnie założenia. W przypadku belek zespolonych typu beton–beton praktycznie nie ma poślizgu (przed zarysowaniem styku). Oprócz łączników zespolenie zapewnia przyczepność betonu obydwu płyt. W przypadku dźwigarów typu stal–beton z łącznikami sztywnymi (opórkami) i listwowymi przy obciążeniu użytkowym poślizg praktycznie nie występuje. W przypadku łączników sworzniowych – najczęściej stosowanych – dochodzi do poślizgu przy obciążeniu powyżej 70% nośności zespolenia.

Przy obciążeniu użytkowym obciążenie łączników nie przekracza 50% nośności (w rzeczywistości wpływ na nośność zespolenia ma także tarcie oraz przyczepność betonu płyty do dźwigara stalowego, dlatego wyężenie jest jeszcze mniejsze) i poślizg – jeżeli nawet występuje – to jest tak mały, że praktycznie nie ma wpływu na stan odkształcenia i naprężenia [1, 3].

Przy dużej sztywności dźwigara stalowego w stosunku do sztywności płyty pomostu mogą wystąpić rysy przy dolnej powierzchni płyty. Nie mają one wpływu na rozkład sztywności na długości dźwigara oraz naprężenia w dźwigarze stalowym, a praktycznie także na rozkład odkształcenia i naprężenia we włóknach skrajnych betonu (decydujących o nośności obliczeniowej przekroju).

Przy rozwiązywaniu zagadnienia obliczania odkształceń i naprężeń przyjęto dwuelementowy przekrój zespolony. Dla przypadków a) i b) jednym elementem (I) była zespolona płyta pomostu, a drugim (II) dźwigar stalowy. Przyjęto przy tym sprowadzony przekrój płyty. Ze względu na różnicę wieku betonu płyty szalunkowej i właściwej oddzielnie uwzględniono obciążenie dźwigara zespolonego skurczem jednej i drugiej płyty.

Dla przypadku c) jednym elementem (I) była właściwa płyta pomostu, a drugim elementem (II) dźwigar stalowy i płyta szalunkowa (przyjmowano przekrój sprowadzony). Nie uwzględniano skurczu betonu płyty szalunkowej, zakładając że został on zrealizowany przed wbudowaniem tych płyt.

3. Odkształcenia i naprężenia

3.1. Uwagi wstępne

Przy obliczaniu odkształceń i naprężeń dźwigarów zespolonych z podwójnym zespoleniem można stosować jedno z trzech podejść:

- a) uwzględnić się oddzielnie wszystkie elementy składowe dźwigara zespolonego (dźwigar stalowy lub prefabrykat z betonu sprężonego, płytę szalunkową i właściwą płytę pomostu),
- b) uwzględnić się łącznie obydwie płyty (szalunkową oraz płytę pomostu) i oddzielnie dźwigar stalowy (lub prefabrykat sprężony),
- c) uwzględnić się łącznie dźwigar stalowy (lub prefabrykat sprężony) i płytę szalunkową oraz oddzielnie właściwą płytę pomostu.

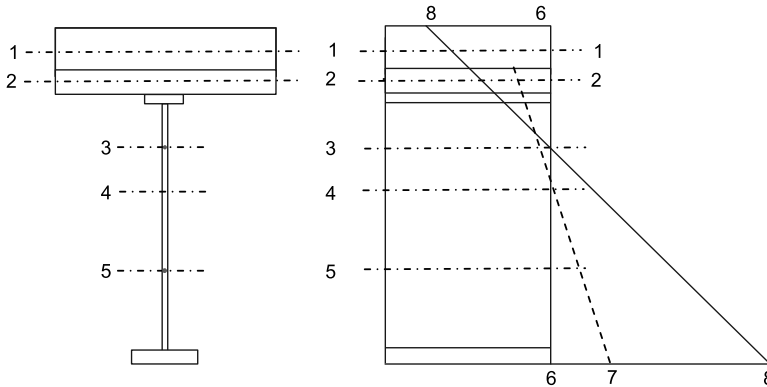
Przypadek a) najdokładniej odwzorowuje stan rzeczywisty, ale komplikuje obliczenia. Przypadek b) można stosować przy podobnym przebiegu skurczu (i pęcznienia) betonu w rozpatrywanym przedziale czasu. Ma to miejsce, gdy obydwie płyty są wykonane w niewielkim odstępie czasu. Jeżeli jako deskowanie stosuje się żelbetowe płyty prefabrykowane niezespolone z dźwigarem stalowym, wówczas płyty te wlicza się do przekroju przy obliczaniu

charakterystyk geometrycznych sprowadzonego przekroju pomostu, ale nie uwzględnia się skurczu betonu, z których zostały wykonane (zakłada się, że skurcz już jest tak mały, że można go pominąć w obliczeniach).

Przypadek c) przyjmuje się wówczas, gdy dźwigar stalowy (lub prefabrykat z betonu sprężonego) i płyta szalunkowa są zespolone, a przy tym występuje duża różnica czasu między wykonywaniem płyt szalunkowych i właściwej płyty pomostu. W praktyce przypadki b) i c) wystarczająco dokładnie odwzorowują stan rzeczywisty. Warunkiem jest właściwy wybór z uwzględnieniem rozwiązania technologicznego i konstrukcyjnego obydwu płyt.

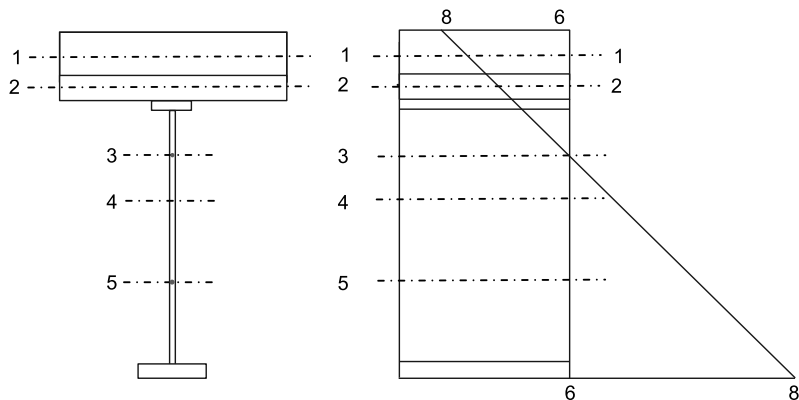
3.2. Rozwiązanie zadania

Skutki działania skurczu betonu w postaci odkształceń i położenia rozpatrywanego przekroju poprzecznego podano na rysunkach 1 i 2. Na rysunku 3 pokazano odkształcenia betonu i górnej półki dźwigara stalowego dla ogólnego rozwiązania konstrukcyjnego, który można odpowiednio wykorzystać w analizie szczegółowych przypadków a–c. Na rysunku 4 pokazano układ sił działających między dźwigarem stalowym a zespoloną z nim płytą pomostu.



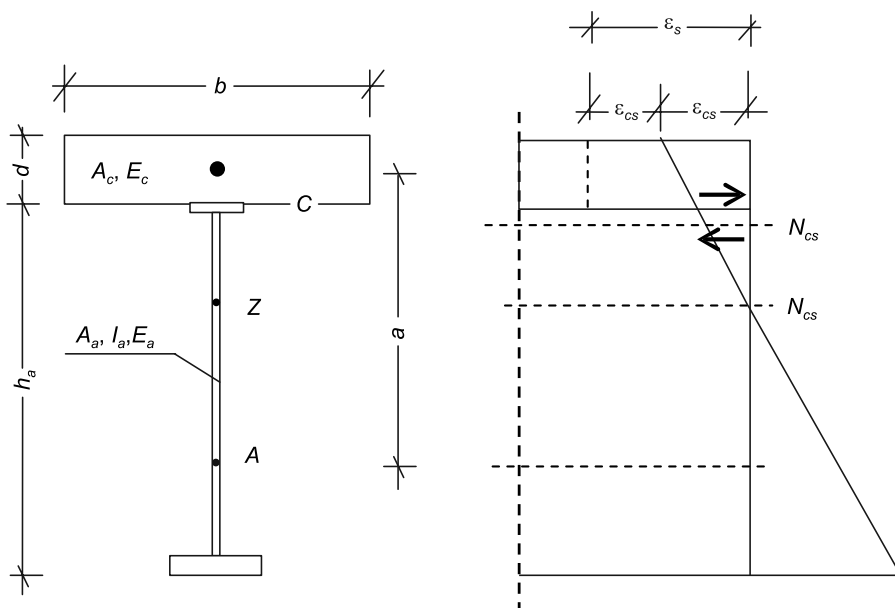
Rys. 1. Przyjęte oznaczenia osi i przekrojów dla przypadków a) i b): 1 – oś obojętna właściwej płyty pomostu, 2 – oś obojętna płyty szalunkowej, 3 – oś obojętna dźwigara zespolonego pełnego (z płytą szalunkową i właściwą), 4 – oś obojętna dźwigara zespolonego z płytą szalunkową (bez płyty właściwej), 5 – oś obojętna dźwigara stalowego, 6 – przekrój poprzeczny wyjściowy (dźwigar zespolony z płytą szalunkową, bez płyty właściwej), 7 – przekrój dźwigara zespolonego pełnego, po zabetonowaniu płyty właściwej (zmiana przekroju „6” na „7” wskutek skurczu betonu płyty szalunkowej), 8 – przekrój dźwigara zespolonego pełnego po uwzględnieniu skurczu betonu płyty szalunkowej i właściwej

Fig. 1. Denotation for axes and sections for cases a) and b): 1 – neutral axis of upper deck slab, 2 – neutral axis of formwork plate, 3 – neutral axis of composite plate girder (with formwork plate and upper deck slab), 4 – neutral axis of composite girder with formwork plate (no upper deck slab), 5 – neutral axis of steel girder, 6 – initial cross-section (composite girder with formwork plate, no upper deck slab), 7 – section of composite plate girder after concreting of the upper deck slab (section “6” changes into “7” due to formwork plate concrete shrinkage), 8 – section of composite girder after taking into account the concrete shrinkage of the formwork plate and the upper deck slab



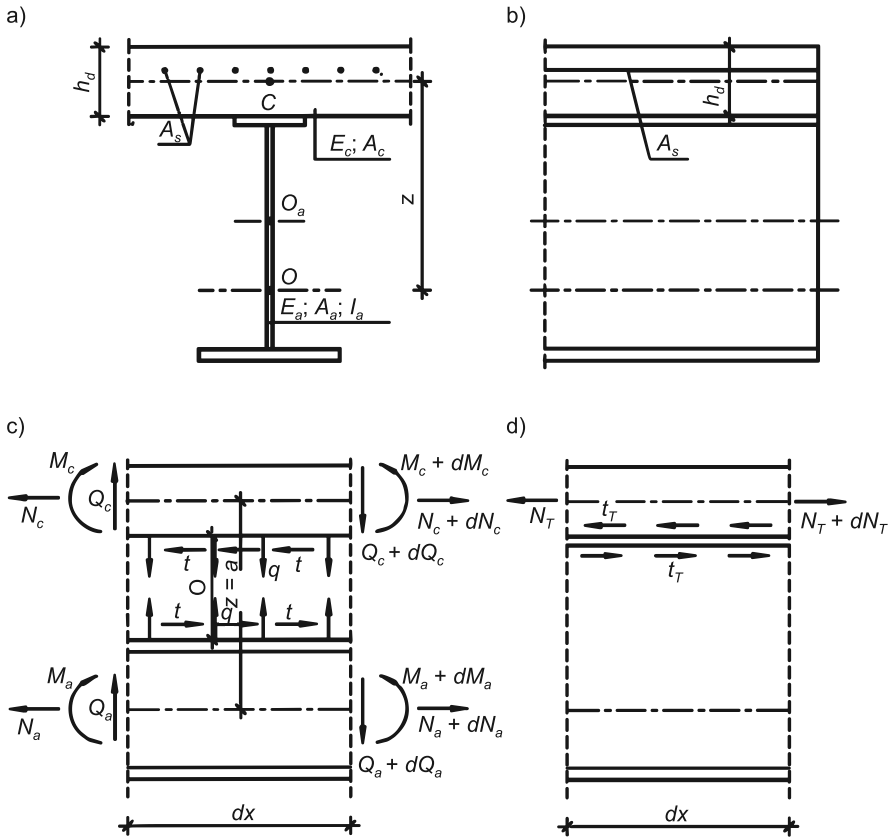
Rys. 2. Przyjęte oznaczenia osi i przekrojów dla przypadku c): 1, 2, 3, 5 – opis osi jak w przypadku rysunku 1, 6 – przekrój poprzeczny wyjściowy dźwigara zespolonego pełnego, po zabetonowaniu płyty właściwej, 8 – przekrój dźwigara zespolonego pełnego po uwzględnieniu skurczu betonu właściwej płyty pomostu

Fig. 2. Denotation for axes and sections for case c): 1, 2, 3, 5 – axis in Fig 1, 6 – initial cross-section of composite plate girder after concreting of the upper deck slab, 8 – section of composite plate girder after taking into account the concrete shrinkage of the upper deck slab



Rys. 3. Odkształcenia skurczowe dla przypadku ogólnego

Fig. 3. Shrinkage strain for a general case



Rys. 4. Układ sił działających między dźwigarem stalowym i płytą pomostu: a – przekrój poprzeczny, b – położenie zbrojenia podłużnego płyty, c – ogólny układ sił, d – zredukowany układ sił
 Fig. 4. System of forces operating between steel girder and deck slab: a – cross-section, b – location of slab longitudinal reinforcement, c – overall system of forces, d – reduced system of forces

Pełny układ sił przedstawiono na rysunku 4c. Dla rozwiązywania zagadnień praktycznych można go zredukować do pokazanego na rysunku 4d. Wówczas warunek rzutu sił na oś poziomą można zapisać w postaci:

$$N_{cs} + t_{cs} dx = N_{cs} + dN_{cs} \quad (1)$$

Stąd:

$$t_{cs} = \frac{dN_{cs}}{dx} \quad (2)$$

Wykorzystując przyjęte założenia o nierozdzielności odkształceń betonu płyty oraz stali dźwigara w płaszczyźnie zespolenia, można przyjąć, że siła ścinająca na jednostkę długości t_{cs} , którą można również określić jako intensywność sprężystego zespolenia, jest równa:

$$t_{cs} = c_{cs} u_{cs} \quad (3)$$

gdzie:

- c_{cs} – współczynnik podatności zespolenia przy skurczu betonu,
- u_{cs} – przemieszczenie w kierunku osi podłużnej rozpatrywanego przekroju w płaszczyźnie zespolenia przy skurczu betonu.

Przy rozwiązywaniu postawionego zadania można przyjąć [1]:

$$c_{cs} = 0,85 E_c \quad (4)$$

Wykorzystując podane wyżej zależności oraz uwzględniając, że na przekrój płyty działa siła przyłożona na jej krawędzi (w płaszczyźnie zespolenia), otrzymamy po przekształceniach (przy jednostkowym swobodnym odkształceniu skurczowym betonu):

$$N_{cs}'' + c_{cs} \varepsilon_{cs} - c_{cs} \frac{4N_{cs} \gamma_{cs}}{E_c A_c} = 0 \quad (5)$$

gdzie:

- γ – współczynnik uwzględniający przekrój A_s zbrojenia podłużnego płyty żelbetowej

$$\gamma_{cs} = \frac{1 + 3\alpha\rho\alpha_d^2}{1 + \alpha\rho + 3\alpha\rho(2\alpha_d - 1)^2} = \gamma \approx \frac{1}{1 + \alpha\rho k_3} \quad (6)$$

$$\alpha_d = \frac{d_1}{d}, \quad \rho = \frac{A_s}{bd}, \quad \alpha = \frac{E_a}{E_c} \quad (7)$$

- α_T – współczynnik rozszerzalności termicznej betonu, równy $1,0 \cdot 10^{-5}$, $1/^\circ\text{C}$,
- b – szerokość płyty współpracującej z dźwigarem stalowym,
- d, d_1 – wymiary według rysunku 4b,
- ε_{cs} – odkształcenie skurczowe.

Z rozwiązania równania (5), po wykorzystaniu warunków brzegowych:

$$x = 0, \quad N_T = 0, \quad x = 2l, \quad N_T = 0, \quad x = 0, \quad N_{cs} = 0, \quad x = 2l, \quad N_c = 0 \quad (8)$$

otrzymamy:

$$N_{cs} = \frac{\varepsilon'_{cs} E_c A_c}{4\gamma} \left\{ 1 - \frac{\cosh[m(l-x)]}{\cosh(ml)} \right\} \quad (9)$$

gdzie:

- E_c – moduł sprężystości betonu w rozpatrywanej chwili czasu.

Naprężenia normalne w płaszczyźnie zespolenia wynoszą (rozciąganie mimośrodowe w jednej płaszczyźnie przekroju prostokątnego przy sile zaczepionej w krawędzi przekroju):

$$\sigma_n^{cs} = \frac{4N_{cs} \gamma}{A_c} = \frac{\varepsilon_{cs} E_{co}}{(\delta + 1)(1 + \rho k_3) k_3} \quad (10)$$

Największe naprężenia w płaszczyźnie zespolenia występują w środku długości elementu ($x = 2l/2 = l$) i wynoszą:

$$\sigma_{n\max}^{cs} = \frac{\varepsilon_{cs} E_{co}}{(\delta + 1)(1 + \alpha \rho k_3) k_3} \left[1 - \frac{1}{\cosh(ml)} \right] \quad (11)$$

gdzie:

E_{co} – moduł sprężystości betonu po 28 dniach dojrzewania.

Naprężenia styczne w płaszczyźnie zespolenia są równe:

$$\tau^{cs} = \frac{dN_{cs}}{dx} = \frac{0,85 E_{co}}{m k_3} \frac{\varepsilon_{cs}}{(\delta + 1)(1 + \alpha \rho k_3)} \left[1 - \frac{\sinh[m(l-x)]}{\cosh(ml)} \right] \quad (12)$$

Największe wartości tych naprężeń występują na końcach elementów ($x = 0$, $x = 2l$; $2l$ – rozpiętość dźwigara) i wynoszą:

$$\tau_{\max}^{cs} = \frac{0,85 E_{co}}{m k_3} \frac{\varepsilon_{cs}}{(\delta + 1)(1 + \alpha \rho k_3)} [1 - \operatorname{tgh}(ml)] \quad (13)$$

We wzorach (9)–(13) wartości współczynników wynoszą:

$$\varepsilon'_{cs} = \frac{\varepsilon_{cs}}{\delta + 1} \quad (14)$$

gdzie:

$$\delta = \frac{\delta_a}{\delta_c} \quad (15)$$

δ_a – współczynnik sztywności dźwigara stalowego

$$\delta_a = \frac{1}{E_a A_a} + \frac{a^2}{E_a I_a} \quad (16)$$

δ_c – współczynnik sztywności płyty betonowej

$$\delta_c = \frac{1}{E_{co} A_c} \quad (17)$$

E_a, A_a, I_a – moduł sprężystości, pole przekroju poprzecznego i moment bezwładności dźwigara stalowego,

E_{co}, A_c – moduł sprężystości, pole przekroju poprzecznego żelbetowej płyty pomostu,

a – ramię sił wewnętrznych; odległość środków ciężkości dźwigara stalowego i płyty żelbetowej,

k_3 – współczynnik uwzględniający zmianę w czasie wartości modułu sprężystości betonu, równy w przybliżeniu [1, 3]:

$$k_3 = 1 - k_o \varphi_p \quad (18)$$

k_o – współczynnik, którego wartość można obliczać ze wzoru:

$$k_o = \frac{E_{c\infty} - E_{co}}{E_{c\infty} \varphi_p} \quad (19)$$

- $E_{co}, E_{c\infty}$ – wartość modułu sprężystości betonu po 28 dniach oraz w czasie zmierzającym do nieskończoności,
 $\Phi_p, \Phi_{c\infty}$ – wartość charakterystyki pełzania w dowolnym czasie oraz wartość graniczna w czasie zmierzającym do nieskończoności,

$$m = \sqrt{\frac{3,4\gamma}{A_c}} \quad (20)$$

Naprężenia skurczowe (bez uwzględnienia pełzania betonu oraz sztywności przekroju dźwigara stalowego) można obliczać z następujących wzorów:

– naprężenia normalne

$$\sigma_n^{cs} = \varepsilon_{sc} E_c \left\{ 1 - \frac{\cosh[m(l-x)]}{\cosh(ml)} \right\} \quad (21)$$

– naprężenia styczne

$$\tau^{cs} = \frac{\rho}{m} \left[1 - \frac{\sinh[m(l-x)]}{\cosh(ml)} \right] \quad (22)$$

Maksymalne wartości tych naprężeń wyniosą odpowiednio:

$$\sigma_{n\max}^{cs} = \varepsilon_{cs} E_c \left[1 - \frac{1}{\cosh(ml)} \right] \quad (23)$$

$$\tau_{\max}^{cs} = \frac{P}{m} \operatorname{tgh}(ml) \quad (24)$$

gdzie:

$$p = c_s \varepsilon_{cs} \quad (25)$$

- ε_{cs} – jednostkowe odkształcenie skurczowe betonu płyty z uwzględnieniem pełzania betonu oraz sztywności dźwigara stalowego i płyty żelbetowej, równe [1]:

$$\varepsilon_{cs} = \frac{\varepsilon_s}{\delta + k_2} \quad (26)$$

gdzie:

- ε_c – jednostkowe swobodne odkształcenie skurczowe,
 k_2 – współczynnik uwzględniający wpływ pełzania betonu płyty pomostu, równy dla warunków przeciętnych [1, 3]:

$$k_2 = 1 + 0,8\Phi_p \quad (27)$$

Uwzględniając podatność dźwigara stalowego oraz pełzanie betonu płyty pomostu, otrzymamy:

$$\sigma_n^{cs} = \frac{\varepsilon_s}{(\delta + k_2)(1 + \alpha\rho k_3)} \frac{E_{co}}{k_3} \left\{ 1 - \frac{\cosh[m(l-x)]}{\cosh(ml)} \right\} \quad (28)$$

$$\sigma_{n\max}^{cs} = \frac{\varepsilon_s}{(\delta + k_2)(1 + \alpha\rho k_3)} \frac{E_{co}}{k_3} \left[1 - \frac{1}{\cosh(ml)} \right] \quad (29)$$

$$\tau^{cs} = \frac{0,85E_{co}}{mk_3} \frac{\varepsilon_s}{(\delta + k_2)(1 + \alpha\rho k_3)} \left[1 - \frac{\sinh[m(l-x)]}{\cosh(ml)} \right] \quad (30)$$

$$\tau_{\max}^{cs} = \frac{0,85E_{co}}{mk_3} \frac{\varepsilon_s}{(\delta + k_2)(1 + \alpha\rho k_3)} \operatorname{tgh}(ml) \quad (31)$$

4. Analiza podanych rozwiązań

Przebieg zmian wartości naprężeń normalnych na długości elementu pokazano na rysunku 5a, natomiast przebieg zmian wartości naprężeń stycznych na rysunku 5b. Wartości współczynników A i B opisujących przebieg zmian naprężeń na długości dźwigara (odpowiednio normalnych i stycznych), są równe:

$$A = 1 - \frac{\cosh[m(l-x)]}{\cosh(ml)} \quad (32)$$

$$B = 1 - \frac{\sinh[m(l-x)]}{\cosh(ml)} \quad (33)$$

Wyniki analizy przedstawiono na rysunkach 6–9. Na rysunku 6 pokazano wpływ procentu ρ zbrojenia podłużnego płyty, na wartość współczynnika M , który wynosi:

$$M = \frac{1}{(\delta + k_2)(1 + \alpha\rho k_3)k_3} \quad (34)$$

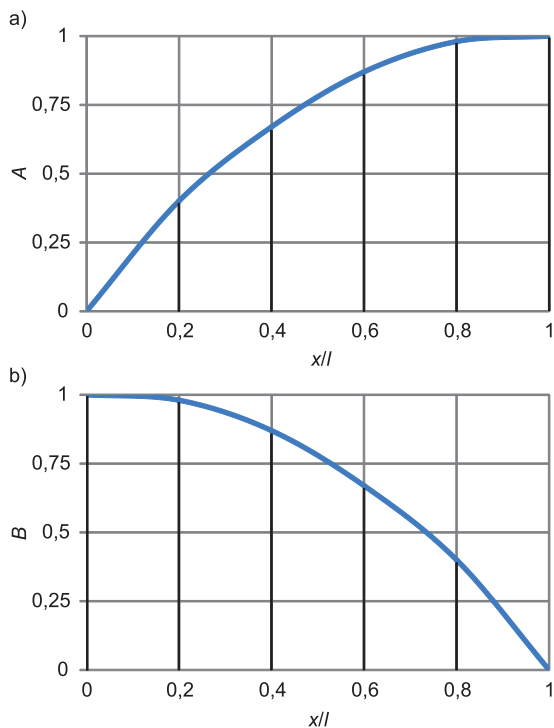
Współczynnik ten reprezentuje mianownik we wzorach (a)–(c). Zależy od charakterystyki geometrycznej przekroju zespolonego, a tym samym od jego rozwiązania konstrukcyjnego. Obrazuje, w jakim stopniu może wpływać zbrojenie podłużne płyty pomostu na wartości naprężeń normalnych w betonie płyty i stycznych w płaszczyźnie zespolenia. Rysunek ten sporządzono przy przyjęciu wartości bazowych $\delta = 7,5$ oraz $\rho = 1\%$.

Na rysunku 7 pokazano wpływ parametru δ na wartość współczynnika M . Linia ciągła obrazuje wyniki uzyskane bez uwzględnienia pełzania betonu, a przerywana z uwzględnieniem pełzania. Rysunek ten jest ważny dla naprężeń normalnych. Wartość naprężeń normalnych jest równa:

$$\sigma_n^{cs} = \varepsilon_s E_{co} M \left\{ \frac{\cosh[m(l-x)]}{\cosh(ml)} \right\} \quad (35)$$

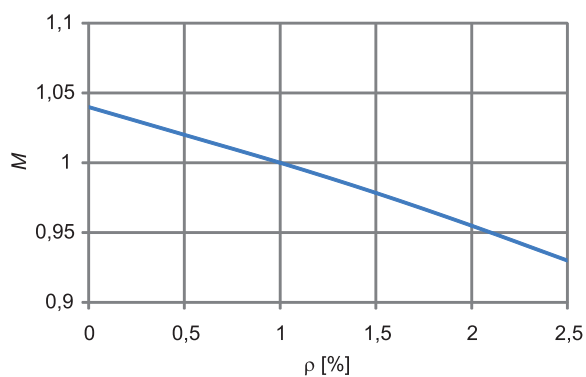
Podobną analizę przeprowadzono dla naprężeń stycznych. Jej wyniki przedstawiono na rysunku 8. Współczynnik N wynosi:

$$N = \frac{0,85}{mk_3(\delta + k_2)(1 + \alpha\rho k_3)} \quad (36)$$



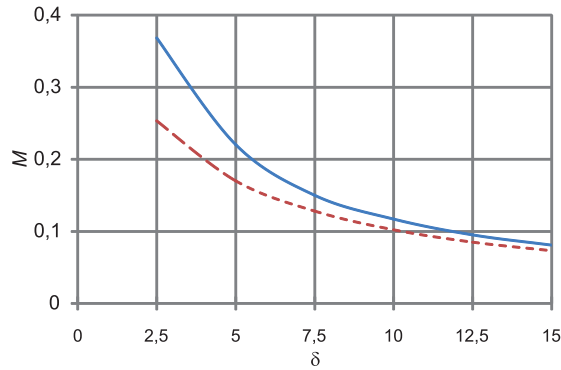
Rys. 5. Przebieg zmian wartości naprężeń na długości elementu: a – naprężenia normalne,
b – naprężenia styczne

Fig. 5. Variation of stress values along element's length: a – normal stresses,
b – shear stresses



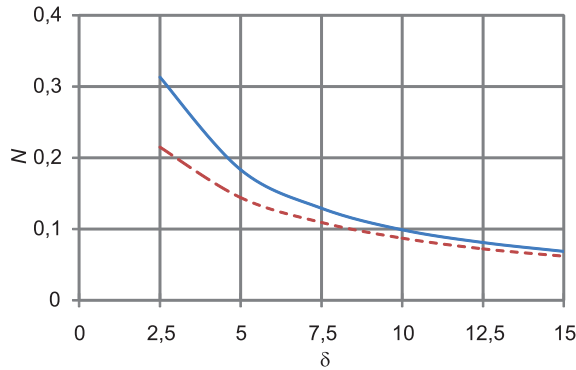
Rys. 6. Wpływ procentu zbrojenia płyty ρ na wartość współczynnika M

Fig. 6. Effect of slab reinforcement per cent ρ on coefficient M value



Rys. 7. Zmiany wartości współczynnika M w funkcji parametru δ

Fig. 7. Variations of coefficient M in the function of parameter δ



Rys. 8. Zmiany wartości współczynnika N w funkcji parametru δ

Fig. 8. Variations of coefficient N in the function of parameter δ

Naprężenia styczne są równe:

$$\tau^{cs} = \varepsilon_s E_{co} N \frac{\sinh[m(l-x)]}{\cosh(ml)} \quad (37)$$

Rysunki 7 i 8 są ważne dla $\rho = 0,01$.

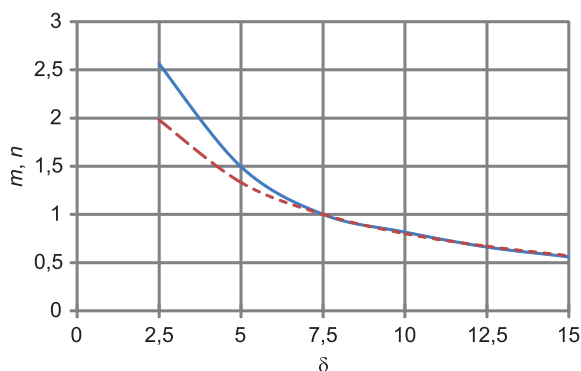
Jeszcze dobitniej wpływ parametru δ na wartości naprężeń normalnych i stycznych – reprezentowanych przez współczynniki m i n – widoczny jest na rysunku 9. Przedstawiono na nim względne zmiany M i N odniesione do wartości tych współczynników obliczonych przy $\rho = 1\%$ oraz $\delta = 7,5$. Współczynnik m jest równy:

$$m = m(\varepsilon) = \frac{M(\rho = 1\%, \delta)}{M(\rho = 1\%, \delta = 7,7)} \quad (38)$$

natomiast współczynnik n określa wzór:

$$n = n(\varepsilon) = \frac{N(\rho = 1\%, \delta)}{N(\rho = 1\%, \delta = 7, 7)} \quad (39)$$

Przebieg zmian wartości współczynników m i n jest taki sam, co wynika z budowy wzorów opisujących naprężenia normalne i styczne. Na rysunku 9 – podobnie jak na rysunkach 7 i 8 – linia ciągła jest ważna, gdy nie uwzględnia się pełzania betonu, natomiast linia przerywana jest ważna, gdy pełzanie betonu jest uwzględnione.



Rys. 9. Zmiany wartości współczynników m i n w funkcji parametru δ

Fig. 9. Variations of coefficients m and n in the function of parameter δ

Na podstawie wyników analizy przedstawionej na rysunkach 7 i 8 można stwierdzić, że wartość naprężeń normalnych i stycznych jest uzależniona od wartości współczynnika δ , który zależy od charakterystyk geometrycznych przekroju zespolonego, a te z kolei są uzależnione między innymi od wzajemnych relacji wymiarów monolitycznej płyty pomostu oraz dźwigara stalowego. Tym samym wartości naprężeń normalnych i stycznych zależą od sposobu wykonania żelbetowej płyty pomostu.

5. Wnioski

W artykule przedstawiono wyniki analizy wpływu sposobu wykonania płyty pomostu na naprężenia od skurczu betonu w płaszczyźnie zespolenia dźwigarów typu stal–beton. Analizę porównawczą przeprowadzono dla parametru δ , którego wartość zależy od sztywności podłużnej i na zginanie części składowych dźwigara zespolonego. Dzięki temu podane rozwiązania i wyniki analizy są uniwersalne i można je zastosować do wszystkich rozwiązań konstrukcyjnych i technologicznych wykonania płyty.

Rozważono wykonanie płyty w sposób tradycyjny oraz etapowo. W rozwiązaniu etapowym rozpatrzono dwa przypadki. W pierwszym z nich wykonano najpierw monolityczną płytę szalunkową, a w drugim przypadku deskowanie stanowiły płyty prefabrykowane. Efektem tego rozróżnienia są różne wartości charakterystyk geometrycznych przekroju zespolonego, w tym przekrojów poprzecznych i momentów bezwładności, a tym samym także sztywności podłużnej i na zginanie oraz w konsekwencji wartości parametru δ .

Na podstawie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że wartość naprężeń normalnych i stycznych w płaszczyźnie zespolenia jest w dużym stopniu uzależniona od współczynnika δ . Tym samym jest uzależniona od sposobu wykonania płyty pomostu. Wartość naprężeń zależy także od współczynnika pęcznienia betonu.

Nie bez znaczenia na wartości naprężeń normalnych i stycznych pozostaje przekrój zbrojenia podłużnego płyty pomostu. Zbrojenie to zmniejsza wartość odkształceń skurczowych. Tym samym zmniejsza ono również wartości naprężeń normalnych i stycznych od skurczu betonu w płaszczyźnie zespolenia.

Literatura

- [1] Furtak K., *Mosty zespolone*, PWN, Warszawa–Kraków 1999.
- [2] Karlikowski J., Madaj A., Wołowicki W., *Mostowe konstrukcje zespolone stalowo-betonowe. Zasady Projektowania*, WKŁ, Warszawa 2011.
- [3] Лившиц Я.Д., *Расчет железобетонных конструкций с учетом влияния усадки и ползучести бетона*, „ВИЩА ШКОЛА” Киев 1976.
- [4] Machelski Cz., Toczkievicz R., *Efekty reologiczne w belkach zespolonych z dwuwarstwową płytą pomostową*, Drogi i mosty, nr 1/2007.