

# ROMAN BOGACZ\*, ANDRZEJ GRZYB\*\*, PIOTR TOKAJ\*\*\*

# MONITOROWANIE STANU POJAZDU I TORU NA PODSTAWIE POMIARU PRZYSPIESZEŃ NA KORPUSACH ŁOŻYSK ZESTAWU KOŁOWEGO

# STATE MONITORING OF VEHICLE AND TRACK ON BASIS OF MEASUREMENT OF WHEELSET BEARING CASING ACCELERATION

# Streszczenie

Artykuł dotyczy zagadnienia monitorowania stanu toru i pojazdu (osi i łożysk) czujnikami przyspieszenia lub siły w celu wykrycia ewentualnych uszkodzeń elementów oraz oceny jakości oddziaływania pojazdu szynowego z torem. Na podstawie wskazań czujników oddziaływania pojazdu z torem przy zadanej prędkości jazdy podejmuje się próbę oceny uszkodzenia łożysk i osi oraz klasyfikacji stanu toru.

Słowa kluczowe: monitorowanie stanu toru, dynamika pojazdu

#### Abstract

The paper deals with the problem of monitoring of track quality and possible damage of vehicle elements (like bearings or axle) discover by means of acceleration sensors. On the basis of sensors indications for given vehicle speed one try to evaluate range of bearing damage and classification of track quality.

Keywords: monitoring of track quality, vehicle dynamics



Prof. dr hab. inż. Roman Bogacz, Instytut Inżynierii Drogowej i Kolejowej, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

Dr hab. inż. Andrzej Grzyb, prof. PK, Instytut Pojazdów Szynowych, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

<sup>\*\*\*</sup> Mgr inż. Piotr Tokaj, Instytut Kolejnictwa, Kraków i Warszawa.

# 1. Wstęp

Wydaje się zasadne, że monitorowanie stanu toru i stanu pojazdu jest w pewnym sensie ze sobą sprzężone, zwłaszcza gdy pomiar oddziaływania jest dokonywany na obudowie łożyska zastawu kołowego. Jak wynika z przeprowadzonych badań wstępnych, pomiar parametrów charakteryzujących stan toru został ograniczony do wykorzystania sygnału akustycznego, tj. do pomiaru trzech składowych przyspieszenia przy pomocy czujników umieszczonych pod pokrywą łożysk lub na powierzchni zewnętrznej pokrywy (takie rozwiązania podano na rysunku 1). Do oceny stanu łożysk zestawów kołowych na podstawie pomiaru sił można wykorzystać usytuowanie czujników w rejonie pierścienia zewnętrznego łożyska i korpusu.

Na rysunku 1 pokazano jeden ze sposobów zabudowy czujnika przyspieszeń wykonany z udziałem autorów niniejszego artykułu.



Rys. 1. Inteligentny czujnik zabudowany pod pokrywą korpusu łożyska (Austria)

Fig. 1. Intelligent sensor located under cover of bearing casing

Wzrost wibracji, który może być spowodowany uszkodzeniem łożyska w przypadku przekroczenia niebezpiecznego poziomu powinien być przekazany maszyniście lub operatorowi, a w przypadku krytycznym powinien spowodować zahamowanie pociągu. W celu oceny przebiegu zjawiska przeprowadzono symulacje przebiegu tego zjawiska, a przykładowe wyniki podano w następnej części badań. Analiza dotyczy symulacji procesów o różnym czasie trwania i różnej intensywności źródła drgań. Ponieważ uszkodzenie zestawu kołowego może dotyczyć również innych uszkodzeń aniżeli łożyska (np. w DB prowadzone są badania nad akustycznym monitoringiem pęknięć osi), sygnał przyspieszeń służący do oceny stanu toru może być również wykorzystany do ostrzegania o narastającym pęknięciu osi lub innych tego typu uszkodzeń. Na rysunku 2 pokazano przypadek korpusu łożyska zestawu kołowego z pokrywą, na której zainstalowano dwa różnego typu czujniki przyspieszeń, a na rysunku 3 pokazano czujniki piezoelektryczne do pomiaru sił działających na obudowę łożyska. System ten umożliwia bardziej precyzyjny pomiar, ale jest on dużo droższy i z tego względu nie nadaje się do powszechnego stosowania.



Rys. 2. Układ dwóch czujników umieszczony na korpusie łożyska zestawu kołowego szynobusu w celu porównania jakości wskazań

Fig. 2. System of two sensors located on cover of wheelset bearing casing of railbus in order to compare the quality of indication



Rys. 3. Potrójny pomiar sił (odkształceń) na zewnętrznym pierścieniu łożyska

Fig. 3. Threefold measurement of forces (deformations) on external ring of bearing

Rysunek 4 przedstawia schemat budowy modelu wózka z zaznaczonymi kolorem czerwonym punktami instalowania czujników.





Rys. 4. Budowa modelu wózka z zaznaczonymi kolorem czerwonym punktami instalowania czujników

Fig. 4. Modelling of bogie with red mark points as sensor installation locations

#### 2. Monitorowanie stanu toru, geometria, zużycie

Pojazdy szynowe w czasie ruchu obciążane są siłami dynamicznymi pochodzącymi od kinematycznego wymuszenia imperfekcjami toru. Siły te generowane są przez geometryczne nierówności toru oraz zmienne parametry lepko-sprężystego podparcia w węzłach przytwierdzenia. W przypadku pojazdów szynowych mogą to być istotnie różniące się parametry zależne od pory roku, opadów, temperatury itp. W tej części opracowania wykorzystamy badania dotyczące wymuszeń kinematycznych drgań pojazdów szynowych i opracowywania zarejestrowanych wyników. Wymuszenia te wpływają zarówno na bezpieczeństwo, komfort jazdy, jak i na trwałość i zużycie zarówno pojazdów, jak i toru.

Geometryczne nierówności toru modelowane są zwykle za pomocą stacjonarnych, ergodycznych procesów przypadkowych. W analizie obciążenia dynamiczne zespołów układów jezdnych pojazdów wyznaczane są za pomocą ich modeli matematycznych z wymuszeniami kinematycznymi w postaci funkcji opisujących charakterystyki profilu nierówności. W dynamice pojazdów szynowych zagadnienia z zakresu drgań układów liniowych rozwiązywane są zwykle w dziedzinie częstości. W przypadku modeli reprezentowanych przez liniowe równania różniczkowe charakterystykami tymi są funkcje korelacyjne i gęstości widmowe. Wówczas siły dynamiczne, obciążające elementy różnych zespołów, badane są z wykorzystaniem charakterystyk częstotliwościowych funkcji dotyczących nierówności toru. Miary opracowane z wykorzystaniem gęstości widmowych nadają się do oceny globalnej stanu toru. Poza charakterystycznym parametrem stanu toru system

monitorowania powinien mieć możliwość sygnalizowania usterek niebezpiecznych, grożących katastrofą oraz korugacji (rysunek 5) i fal poślizgowych (występujących na łukach), które są widoczne na rysunku 6 (długość fali około 120 mm, amplituda przekraczająca 300 µm).



Rys. 5. Faliste zużycie (korugacja szyny kolejowej) o amplitudzie około 50  $\mu m$ i długości fali $\lambda=50~mm$ 



W przypadku szyn zużytych korugacyjnie lub szyn z falami poślizgowymi podczas umiarkowanej prędkości jazdy następuje istotny wzrost sił kontaktowych (z uderzeniami) powodujący duże przyspieszenie zużycia i niebezpieczeństwo pęknięć. Fale poślizgowe pokazano na rysunku 6. Siły kontaktowe w przypadku małej i średniej amplitudy zużycia widoczne są na rysunku 7.



Rys. 6. Fale poślizgowe na torach z łukami (długość fali około 120 mm, amplituda przekraczająca 300 μm)

Fig. 6. Slipwaves on curved track (wavelength  $\lambda = 120$  mm and amplitude over 300 µm)



Rys. 7. Profil nierówności i trajektoria środka koła (po stronie lewej) oraz siły pionowe przy amplitudzie 10  $\mu$ m,  $\lambda = 50$  mm (po stronie prawej), [13]

Fig. 7. Profil of corrugation and trajectorie wheel center (left) and vertical forces in the case of amplitude 10  $\mu$ m and wavelength  $\lambda = 50$  mm (right), [13]



Rys. 8. System zbierania danych i przekazywania do serwera z wykorzystaniem GPS przez firmy PESA i IAT, [14]

Fig. 8. System of data collection and transfer to the server with use of GPS system by the firms PESA and IAT, [14]

#### 3. Wykorzystanie sygnału wibroakustycznego – sygnał przyspieszenia

Mierzone sygnały w systemie pomiaru z korpusu łożyska powinny umożliwić diagnostykę łożyska (osi) oraz określenie stanu toru, tj. oceny globalnej oraz wybranych parametrów toru (szyn). Sygnały akustyczne powinny być przesyłane do wielokanałowego wzmacniacza określonego typu. Sygnały te powinny mieć możliwość rejestrowania cyfrowego zestawem – przetwornik z komputerem przenośnym lub komputerem pokładowym. Rejestrator cyfrowy programowany za pomocą programu komercyjnego winien umożliwiać między innymi wizualizację przebiegów po każdej próbie podczas testów, co pozwoli na weryfikację i ocenę wybranego programu. Program powinien umożliwiać między innymi ustawienie częstości próbkowania, zakresów pomiarowych parametrów sterujących pomiarem oraz uzależnienie niektórych parametrów od prędkości jazdy i wyłączanie pomiarów przy predkości mniejszej od 15 km/h.

**Tryb pracy – online/offline – mieszany.** System powinien pracować w trybie mieszanym. Gdy prędkość nie przekracza 15 km/h, nie powinien zbierać danych. Do osiągnięcia wartości progowych – W1 – następuje wyłączenie zbierania danych. Pomiędzy wartością progową – W1 a wartością krytyczną W1.kr system zbiera dane pomiarowe przez 10 s co 5 min i wysyła pakiety danych do serwera co 15 min. W wypadku przekroczenia progu W1.kr przez którykolwiek sygnał system zbiera dane przez 10 s co 1 min i wysyła pakiety danych co 5 min. W przypadku przekroczenia progu W2.kr system sygnalizuje alarm i przesyła dane *online*. Ze względu na konieczność pracy w warunkach udarów i intensywnych drgań czujniki muszą spełniać odpowiednie wymagania określone normą.

**Drgania i impulsy udarowe** – odporność na drgania/impulsy określone na podstawie normy PN-EN 61373):

drgania czujników montowanych na korpusie łożyska (+GSM, GPS):

- pionowe:  $50 [m/s^2] RMS$ ,
- poprzeczne:  $10 [m/s^2] RMS$ ,
- wzdłużne:  $5 [m/s^2] RMS$ .

W przypadku korugacji (falistego zużycia) przykładowa odpowiedź czujnika przyspieszenia w pionie (proporcjonalne do siły) zależy w istotny, nieliniowy sposób od prędkości jazdy i od amplitudy, co zostało zilustrowane dla prędkości 10, 50 i 100 km/godz. przy długości fali  $\lambda = 50$  mm na rysunku 7 przy amplitudzie a = 10 µm. Wyniki symulacji komputerowej w przypadku amplitudy a = 100 m podano w pracy [1]. Porównanie wyników wskazuje na istotną różnicę poziomu przyspieszenia, który przy amplitudzie a = 10 µm może być rejestrowany tylko dla rezonansu lub większej prędkości jazdy.

# 4. Ocena parametru (intensywności) λ zależnego od stanu oddziaływania

W celu oceny stanu oddziaływania układu zestaw kołowy/tor wprowadzono parametr  $\lambda$  jako intensywność orbit łożysk zestawów kołowych, co można określić jako miarę kinetycznej energii zaburzeń rejestrowanego sygnału [6]. Badacze z Niemiec proponują wyrażać zaburzenia ruchu podstawowego przy stałej prędkości jazdy jako proces przypadkowy zestawu kołowego przez transformację Karhunen-Loewe (K-L). Mając np. do dyspozycji 4 przebiegi przyspieszenia w czasie zależne od wyboru pomiaru, K-L algorytm ocenia stan oddziaływania w *k*-tym przedziale jako *k*-ta realizacja procesu przypadkowego  $x_i$ . Transformacja Fouriera

Transformacja Karhunen-Loewe

$$a_k = \frac{1}{T} \int y(t) e^{-jk\omega t} dt , \qquad a_k = \frac{1}{T} \int y(t) \psi_k(t) dt$$

Transformacja ta jest w pewnym sensie podobna do transformacji Fouriera, jednak wykorzystuje funkcje charakterystyczne zależne od sygnału. Parametr jakości ma wymiar [m²/s<sup>4</sup>]. Monitoring przejazdów pojazdów szynowych jest zwykle uzupełniany badaniami symulacyjnymi. Kontynuacja badań tego typu zarówno w zakresie pomiarowym i symulacyjnym jest planowana w następnym roku. W doświadczalnych i symulacyjnych badaniach niemieckich z wykorzystaniem specjalnego stanowiska ustalono, że zakres  $\lambda \approx 25...40 \text{ m}^2/\text{s}^4$  może być uważany jako przeciętny.

We wspomnianych badaniach symulacyjnych nie uwzględnia się zmian sił w kierunku wzdłużnym. Przebieg tych sił w przypadku toczenia się koła na obrzeżu ilustruje stan krytyczny, w którym wartość ilorazu Y/Q nie jest bliska wartości krytycznej. W badaniach doświadczalnych spotyka się liczne przykłady, w których Y/Q > 2, a wykolejenie nie następuje. Kryterium wykolejenia wymaga dalszych badań.

Ograniczając badania do wcześniej wymienionych dwóch kierunków, jakość oddziaływania podzielono na cztery następujące klasy:

Klasa/Class	Jakość/Quality	λ[g²]
1	Stan bardzo dobry (good rolling performance)	05
2	Stan średni / moderate (poor rolling performance)	625
3	Stan niezadawalający (unsufficient rolling performance)	2680
4	4 Stan bliski wykolejeniu (critical rolling performance) derailment	

Wstępna weryfikacja doświadczalna tych propozycji oceny i zastosowania podanego systemu pomiaru przyspieszenia na torach europejskich i krajowych została również oceniona pozytywnie [7].

# 5. Ocena jakościowa badanych zjawisk – monitoring przekroczenia dopuszczalnych poziomów

Do zadań monitoringu toru należy określenie usterek ich lokalizacji przestrzennej oraz ich zmian umożliwiających prognozowanie ewolucji oraz wynikające z tego zagrożenia. Ocena stanu toru dotyczy różnych jego elementów. Są to m.in. takie elementy jak: odcinki proste, łuki, rozjazdy, przepusty, mosty, i inne. Usterki występujące niezależnie od wymienionych już elementów to pęknięcia szyn, pęknięcia podkładów, usterki węzłów przytwierdzenia, wadliwe podbicie i inne.

Do wad związanych ze zużyciem szyn możemy zaliczyć: wadliwy zarys główki, omawiane już faliste zużycie typu korugacje lub fale poślizgowe, wytarcia spowodowanego obracającym się kołem w trakcie ruszania (wybuksowania) i inne. Wykrycie wymienionych usterek wymaga częstego próbkowania, zależnego od prędkości jazdy. Podstawą oceny stanu toru będą parametry jakości uprzednio opracowane, uzupełnione podczas badań doświadczalnych. Do parametrów charakteryzujących stan toru należą: parametr transformacji Karhunen-Loewe oraz parametry jakości oparte na pomiarze gęstości widmowej składowych przyspieszenia i składowych zrywu (pochodnej przyspieszenia względem czasu).

Za parametr (wskaźnik) liczbowy oceny stanu toru kolejowego przy określonej prędkości jazdy uznano wielkość oznaczoną niżej przez  $W_{r1}$  – podobnie jak w ocenie spokojności jazdy – którą w przypadku opisu toru z wykorzystaniem gęstości widmowych wyraża zależność:

$$W_{t1} = c_{t1} \left[ \int_{0}^{\infty} S_a(\omega) \, \omega^{-2/3} \, d\omega \right]^{0.15},$$

gdzie  $c_{t1}$  oznacza stały współczynnik, a  $S_a(\omega)$  [m<sup>2</sup> s<sup>-3</sup>] jest gęstością widmową przyspieszeń a(t) punktu poruszającego się po nierównościach toru z predkościa v.

Zaproponowane wyżej wyrażenie na parametr  $W_t$  stanowi uogólnienie dotyczące przypadku stacjonarnych, ergodycznych procesów przypadkowych znanego wzoru na wskaźnik spokojności jazdy dotyczący drgań harmonicznych, uwzględniającego energię kinetyczną punktu materialnego odniesioną do jego masy oraz pochodną przyspieszenia względem czasu (zrywu), [12].

Teraz przyjmujemy aproksymację gęstości widmowej w postaci:

$$S_{w}(\omega) = \frac{\sigma_{w}^{2}\sqrt{\pi}}{\sum_{j=1}^{n} \delta_{j}} \sum_{j=1}^{n} \frac{\delta_{j}}{2|\alpha_{j}|} \left\{ \exp\left[-\left(\frac{\beta_{j}-\omega}{2\alpha_{j}}\right)^{2}\right] + \exp\left[-\left(\frac{\beta_{j}+\omega}{2\alpha_{j}}\right)^{2}\right] \right\},$$

przy zmienionych w analizie numerycznej parametrach. W przykładzie zakładamy, że współczynniki podane niżej w tablicy dotyczą gęstości widmowej  $S_w(\omega) = S_{w_e}(\omega)$  nierówności toru kolejowego przy  $\sigma_w = 0,006434$  m oraz n = 5. Wskaźnik *e* informuje, że wielkość dotyczy prędkości eksperymentu  $v_e$ . Wyznaczone współczynniki dotyczą prędkości jazdy  $v = v_e = 120$  km/h.

Wartości obliczonych parametrów zamieszczono w niżej podanej tabeli 1.

					l'abela l
j	1	2	3	4	5
$\delta_j$	0,97488	-0,13298	0,077201	0,049961	0,030936
$\alpha_j$	2,4607	1,6953	0,32253	10,003	0,58839
$\beta_j$	0,78870	3,7880	8,5167	0,0059547	16,241

Za następny parametr liczbowy oceny stanu toru kolejowego zaproponowano wielkość oznaczoną niżej przez  $W_{t2}$ , uwzględniającą pochodną przyspieszenia względem czasu. Zależnością na ten wskaźnik oceny jest:

19

T-L-1- 1

$$W_{t2} = c_{t2} \left[ \int_{0}^{\infty} S_a(\omega) \, \omega^2 \, d\omega \right]^{0.15}.$$

Powyższe wyrażenie można przedstawić w postaci nie wymagającej wyznaczania funkcji gęstości widmowej:

$$W_{t2} = c_{t2} \left\{ \pi \lim_{T \to +\infty} \left[ \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \dot{a}^{2}(t) dt \right] \right\}^{0.15}.$$

W analizie numerycznej dotyczącej rozpatrywanego toru założono przykładowo, że przy prędkości jazdy 120 km/h wartości wskaźników są równe liczbie 2, a następnie oceniono szacunkowo wpływ zmiany prędkości jazdy na ich wartości. Zestawienie zależności wartości wskaźników  $W_{ij}$ , (j = 1, 2), od prędkości jazdy v [km/h] przedstawiono na rysunku 9.



Rys. 9. Zależności wartości wskaźników od prędkości jazdy v [km/h] Fig. 9. Values of parameters as dependence on speed of motion v [km/h]

Podczas badań eksperymentalnych na torze kolejowym ocenianym jako bardzo dobry mierzono – w szczególności – przyspieszenia pionowe na kadłubach łożysk wagonów. Prędkość jazdy wynosiła około 67 km/h i była w przybliżeniu stała. Odstęp czasu pomiędzy dwoma sąsiednimi pomiarami był równy 0,001667 s, a przebyta w tym czasie droga równa około 32 mm. Zarejestrowane wartości przyspieszeń  $a \, [m/s^2]$  w kolejnych punktach pomiarowych połączonych na wykresach linią łamaną przedstawia rysunek 10.

Do analizy wybrano początkowy fragment przebiegu przyspieszeń zarejestrowanych w czasie wynoszącym 10 s. Przebieg zmian wartości przyspieszeń w kolejnych punktach pomiarowych świadczył o zaburzeniu zmian w czasie. Za przyczynę tych zaburzeń można uznać – z dużym prawdopodobieństwem – skorugowane powierzchnie toczne szyn. Funkcja przyspieszeń od czasu została przedstawiona w postaci sumy funkcji przebiegu wygładzonego  $a_w(t)$  i funkcji przebiegu zaburzonego  $a_z(t)$ :





W wyniku analizy numerycznej uzyskanych danych, w pierwszej kolejności – za pomocą odpowiednio opracowanych procedur – usunięto te zaburzenia i wyznaczono nowy, wygładzony przebieg przyspieszeń. Przebieg ten oraz wyodrębnione zaburzenia przedstawiają wykresy zamieszczone na rysunku 11.



Rys. 11. Wygładzony przebieg przyspieszeń oraz wyodrębnione jego zaburzenia Fig. 11. Disturbed and smoothed time history of the acceleration

Na podstawie interpolacyjnej funkcji sklejanej opisującej wygładzony przebieg przyspieszeń  $a_w(t)$  określono numerycznie jej pochodną względem czasu, która następnie

pozwoliła wyznaczyć wskaźnik oceny toru wyrażeniem przedstawionym powyżej. Otrzy-

mano wartość  $W_{t2} = 1,20$ , co potwierdza wstępną ocenę toru jako bardzo dobrego, podaną przez przeprowadzających wspomniany eksperyment.

Reasumując, należy stwierdzić przydatność proponowanej metody do monitorowania stanu pojazdu i toru. Propozycję wskaźnika jakości toru należy traktować jako wstępną oraz wymagającą dalszych badań i weryfikacji doświadczalnej. Autorzy zamierzają kontynuować te badania, a uzyskane wyniki ogłosić w następnym komunikacie.

Praca powstała w wyniku realizacji projektu: Monitorowanie Stanu Technicznego Konstrukcji i Ocena Jej Żywotności MONIT, finansowanego w ramach Programu Operacyjnego Innowacyjna Gospodarka ze środków MniSzW.

### Literatura

- Heyder R., Beanspruchungsanalyse und metallographische Untersuchungen als Beitrag zum Verständnis von Vorgängen im Rad/Schiene-Kontakt, ZEVrail Glasers Annalen 127, Seite 578–588, 2003, 11-12.
- [2] Heyder, R., Die wichtigsten Schienenfehler; Beschreibung von Merkmalen, Ursachen und Abhilfemaßnahmen, Eisenbahn Ingenieur Kalender, 2002, 177 ff.
- [3] Meinke, P., Laufzustands-Monitoring von Eisenbahn-Radsätzen, Schlußbericht zum BMBF-geförderten Verbundvorhaben, (C+K GmbH, Technische Universität Hamburg-Harburg, Universität Hannover, DB AG: Systemtechnik Kirchmöser), "Laufzustandsmonitoring von Eisenbahnfahrzeugen", Starnberg 2005.
- [4] Meinders T., Meinke P., Rotor Dynamics and irregular Wear of Elastic Wheelsets, in Popp, K. and Schiehlen W., (eds.) System Dynamics and Long-Term Behaviour of Railway Vehicles, Track and Subgrade, Springer-Verlag 2003.
- [5] Meinke P., Stephanides J., Entstehung von Schlupfwellen Erkenntnisse aus den Versuchen im Brixental zur Modellierung und Simulation von Schlupfwellen, Bericht IAT – 048/1 des ÖBB-Pprojektes OBO – Optimierter Bogenoberbau.
- [6] Gloesmann P., Kreuzer E., Nonlinear System Analysis with Karhunen-Loève Transform, Kluwer Academic Publishers 2004.
- [7] Bogacz R., Konop J., Meinke P., Reimann M., Monitoring the rolling quality of rail-bus wheelsets, Präsentation im Eureka-Projekt "Footprint", E! 2486, Brüssel 2006.
- [8] Meinke P., Monitoring of the State Conditions of Railway Vehicles by Satellite Communication, 4th International Conference on Transport Systems Telematic, Katowice 2004.
- [9] Bradley D.A., Dawson D., Burd N.C., Loader A.J., *Mechatronics*, Cheltenham 1991.
- [10] E R R I, Schlussbericht des EU-Vorhabens DYSAF, Utrecht 2003.
- [11] Rieckenberg T., Telematik im Schienengüterverkehr, ein konzeptionell-technischer Beitrag zur Steigerung der Sicherheit und Effektivität, Dissertation, TU Berlin 2003.
- [12] Grzyb A., Analytical method of a rail vehicle smooth running estimation. Rail vehicles – selected problems, Monograph 41, T. Kościuszko Technical University of Cracow 1986, 31-44.



- [13] Bogacz R., Kowalska Z., Computer simulation of the interaction between a wheel and a corrugated rail. Eur. J. Mech. A/Solids 20, 2001, 673-684.
- [14] Bogacz R., Meinke P., *On evaluation of wheel sets and railway track quality*. Scientific papers of Techn. Univ. Radom TRANSPORT 2(24), 2005.