

PIOTR DUDA, GRZEGORZ MAZURKIEWICZ*

OPTIMALIZACJA OCHŁADZANIA GRUBOŚCIENNYCH
ELEMENTÓW O ZŁOŻONEJ GEOMETRII Z UWAGI
NA NAPRĘŻENIA CIEPLNE
PRZY WYKORZYSTANIU PROGRAMU ANSYS CFX

OPTIMIZATION OF COOLING OPERATION
FOR THICK-WALLED ELEMENTS WITH COMPLICATED
GEOMETRY BASED ON THERMAL STRESS
WITH THE USE OF ANSYS CFX

Streszczenie

W artykule przedstawiona została metoda optymalizacji procesu ochładzania dowolnych grubościennych elementów orurowania bloku energetycznego. Wykorzystując sprzężoną analizę przepływowo-ciepno-wytrzymałościową połączoną z procedurą optymalizacyjną Levenberga-Marquardta, wyznaczono przebieg temperatury czynnika na wlocie do analizowanego elementu, tak aby maksymalne zredukowane naprężenia cieplne powstające podczas procesu ochładzania były zbliżone do naprężeń dopuszczalnych. Na podstawie wyznaczonych rozkładów temperatury w elemencie konstrukcyjnym określono rozkłady naprężeń. Obliczenia wytrzymałościowe przeprowadzono metodą elementów skończonych za pomocą programu ANSYS.

Słowa kluczowe: CFD, optymalizacja, naprężenia cieplne

Abstract

The optimization method of cooling operation for any thick-walled pipeline component is presented. In this algorithm the coupled thermal-fluid and thermal-strength problem is solved using the ANSYS software. The optimization is based on Levenberg-Marquardt method. The aim of the presented method is to choose the fluid temperature at the inflow such that the difference between maximum equivalent stress in the whole element and allowable stress during heating operation is minimum.

Keywords: CFD, optimization, thermal stresses

* Dr hab. inż. Piotr Duda, prof. PK, mgr inż. Grzegorz Mazurkiewicz, Katedra Maszyn i Urządzeń Energetycznych, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

Oznaczenia

\dot{m}	– wydatek masowy [kg/h]
p_{rob}	– ciśnienie robocze [MPa]
Re	– granica plastyczności [MPa]
t	– czas [s]
T_0	– temperatura początkowa elementu [°C]
T_{j0}	– temperatura początkowa czynnika [°C]
T_{rob}	– temperatura robocza [°C]
$T(t)$	– przebieg temperatury czynnika na wlocie do elementu [°C]
v_T	– prędkość zmiany temperatury czynnika [K/min]
v_{Tmax}	– maksymalna prędkość zmiany temperatury czynnika [K/min]
x	– współczynnik bezpieczeństwa [–]
α	– współczynnik wnikania ciepła [W/(m ² K)]
σ_a	– naprężenie dopuszczalne [MPa]
$\sigma_{eqv}(T_{j0}, v_T, t_j)$	– maksymalne zredukowane naprężenia cieplne w elemencie [MPa]

1. Wstęp

Podczas pracy, a zwłaszcza w czasie rozruchu i wyłączenia bloku energetycznego z ruchu, dochodzi do powstania wysokich naprężeń cieplnych w jego elementach konstrukcyjnych. Szczególnie narażone na przekroczenie dopuszczalnych naprężeń są elementy grubościennne, takie jak: walczaki, komory, trójniki oraz zawory [1–3]. Aby nie dopuścić do zniszczenia lub uszkodzenia powyższych elementów, należy monitorować naprężenia w nich powstające.

W wielu pracach opisywane są sposoby określenia odpowiednich parametrów rozruchu i odstawiania, tak aby maksymalne naprężenia nie przekraczały wartości dopuszczalnych [4–5]. W pracy [5] przedstawiono propozycję metody pozwalającej na określenie przebiegu temperatury czynnika, tak aby maksymalne naprężenia cieplne nie przekraczały naprężenia dopuszczalnego. Zaproponowana optymalizacja przebiega dwuetapowo, metodą złotego podziału wyznaczana jest szybkość nagrzewania, a następnie metodą Levenberga-Marquardta wyznaczany jest początkowy skok temperatury czynnika. Przedstawiona metoda może być wykorzystana dla dowolnych elementów konstrukcyjnych również o złożonej geometrii. Niedogodnością metody zaprezentowanej w pracy [5] jest konieczność zadania współczynnika wnikania ciepła na powierzchniach wewnętrznych elementu, które są omywane przez przepływający czynnik roboczy. Zgrubnie oszacowana lub wyliczona na podstawie równań kryterialnych wartość konwekcyjnego współczynnika wnikania ciepła, stała dla całej powierzchni wewnętrznej elementu ciśnieniowego, jak również niezmienna w czasie – może być źródłem niedokładności w obliczeniach.

W niniejszym artykule przedstawiona została metoda optymalizacji procesu wyłączenia z ruchu dowolnego elementu grubościennego ze stanu pracy przy nominalnych parametrach pary T_{rob} i p_{rob} aż do osiągnięcia temperatury 100 [°C], w której nie ma potrzeby zakładania współczynnika wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej elementu.

Opracowana metoda pozwala na skrócenie czasu operacji ochładzania dowolnego elementu, w którym dochodzi do nieustalonych procesów wymiany ciepła z jednoczesnym zachowaniem bezpiecznych warunków jego pracy.

Zaproponowana procedura zakłada prosty w realizacji sposób ochładzania grubościennego elementu, co ma duże znaczenie praktyczne, gdyż pozwala na wykorzystanie wyników uzyskanych numerycznie podczas rozruchu w rzeczywistych instalacjach.

2. Opis metody

Celem opisaney metody jest wyznaczenie takiego przebiegu temperatury na wlocie do analizowanego grubościennego elementu ciśnieniowego, aby maksymalne zredukowane naprężenie cieplne w całym elemencie było jak najbliższe naprężeniu dopuszczalnemu.

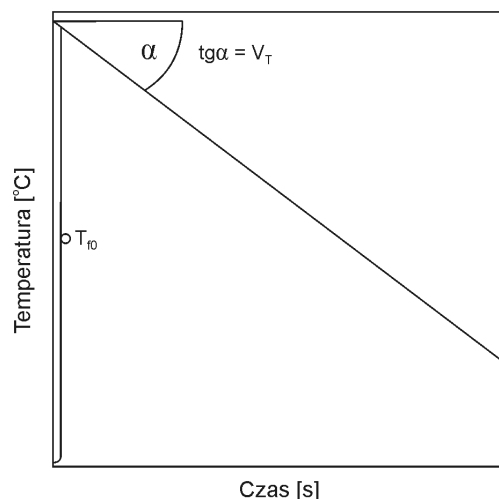
Założono, że w chwili rozpoczęcia procesu ochładzania cały analizowany element ciśnieniowy ma temperaturę początkową T_0 . Następnie na wlocie do elementu wprowadzany jest czynnik o temperaturze zmieniającej się, tak jak pokazano na rys. 1. Zmiana temperatury czynnika opisana jest funkcją liniową o współczynniku kierunkowym równym v_T oraz wyrazie wolnym równym T_{f0} . Te dwie wielkości są poszukiwane i stanowią zmienne optymalizowane.

Jako funkcje celu przyjęto różnicę pomiędzy maksymalnymi zredukowanymi naprężeniami cieplnymi $\sigma_{eqv}(T_{f0}, v_T, t_j)$, liczonymi według hipotezy wytrzymałościowej HMMH w kolejnych krokach czasowych, a naprężeniem dopuszczalnym dla elementu konstrukcyjnego σ_a :

$$\sigma_{eqv}(T_{f0}, v_T, t_j) - \sigma_a \cong 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (1)$$

gdzie:

- n – ilość kroków czasowych podczas ochładzania elementu ciśnieniowego,
- T_{f0} – poszukiwany początkowy skok temperatury czynnika,
- v_T – poszukiwana szybkość zmiany temperatury.



Rys. 1. Założony przebieg temperatury czynnika na wlocie do analizowanego elementu

Fig. 1. Assumed fluid temperature at the inlet to the analyzed element

Zmienne optymalizowane zmieniają się w zakresie:

$$\begin{aligned} 0 \leq T_{fo} \leq (T_{rob} - T_0) \\ v_{T_{min}} \leq v_T \leq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie wartość maksymalnej szybkości nagrzewania $v_{T_{max}}$ można określić na podstawie wcześniej przeprowadzonych analiz analitycznych lub numerycznych.

Suma:

$$S(T_{fo}, v_T) = \sum_{j=1}^n (\sigma_{eqv}(T_{fo}, v_t, t_j) - \sigma_a)^2 \quad (3)$$

jest minimalizowana za pomocą procedury optymalizacyjnej Levenberga-Marquardta.

Algorytm Levenberga-Marquardta jest obecnie jednym z najczęściej stosowanych algorytmów optymalizacyjnych, w szczególności w nieliniowym zadaniu najmniejszych kwadratów. Jest to algorytm iteracyjny, łączący w sobie cechy metody największego spadku i metody Gaussa-Newtona. Algorytm zregulowanej estymacji zaproponowany przez Levenberga-Marquardta jest w istocie nieliniową wersją regresji grzbietowej – metody stosowanej w przypadku modeli liniowych [6].

W praktycznym zastosowaniu algorytmu Levenberga-Marquardta do obliczeń numerycznych szczególną uwagę należy zwrócić na dobór wartości startowych optymalizacji oraz dopuszczalnego przedziału zmienności optymalizowanych parametrów. Założenie wartości startowych znacznie różniących się od wartości optymalnych powoduje znaczne zwiększenie ilości iteracji niezbędnych do wyznaczenia akceptowalnego rozwiązania. Natomiast zadanie zbyt wąskiego przedziału zmienności optymalizowanych parametrów może spowodować konieczność powtórzenia obliczeń.

Maksymalne naprężenia cieplne powstające w analizowanym elemencie, w czasie trwania procesu ochładzania pod wpływem przepływającego przezeń płynu wyznaczano przez analizę nieustalonego zagadnienia przeplywowo-ciepno-wytrzymałościowego.

Analizy zagadnienia przeplywowo-ciepno-wytrzymałościowego dokonano w dwóch etapach. W pierwszym z nich przeprowadzono analizę ciepno-przeplywową, a w drugim – analizę ciepno-wytrzymałościową.

Na użytek analizy ciepno-przeplywowej zamodelowany powinien być zarówno element konstrukcyjny, jak i przeplywający w nim płyn. Za pomocą bilansowej metody elementów skończonych wyznaczane są rozkłady temperatury w płynie i analizowanym elemencie ciśnieniowym. Mogą też być wyliczone rozkłady konwekcyjnego współczynnika wnikania ciepła w warstwie przyściennej płynu, przylegającej do powierzchni wewnętrznej elementu.

Jako warunki brzegowe można przyjąć: stałą prędkość przeplywu oraz liniowo rosnącą temperaturę płynu na wlocie do analizowanego elementu, stałe ciśnienie panujące w przeplywającym płynie, idealną izolację cieplną powierzchni zewnętrznej elementu oraz odpowiednie warunki symetrii. Powierzchnię wewnętrzną analizowanego elementu należy potraktować jako powierzchnię kontaktu czynnik–stal.

Rozkłady temperatur w elemencie oraz przeplywającym czynnikiem można wyznaczyć dla dowolnego czasu od rozpoczęcia procesu ochładzania.

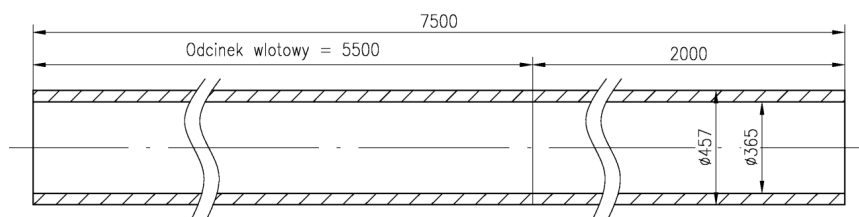
W drugim etapie analizy za pomocą metody elementów skończonych wyznaczane są rozkłady naprężeń w grubościennym elemencie ciśnieniowym w kolejnych krokach

czasowych. Czasowo-przestrzenny rozkład temperatury przyjmowany jest ze wcześniejszych obliczeń. Zadane są odpowiednie własności materiałowe elementu oraz odpowiednie więzy geometryczne zapobiegające przemieszczeniu elementu jako bryły sztywnej.

3. Zastosowanie przedstawionej metody do grubościennego rurociągu

Analizowany odcinek rurociągu został zaprojektowany ze stali P91 do pracy pod ciśnieniem $p_{rob} = 18$ [MPa] i temperaturze $T_{rob} = 540$ [°C] i pracuje w zespole orurowania kotła parowego BP1150 o nominalnej wydajności masowej 1150 [t/h], będącego częścią bloku energetycznego o mocy 360 [MW]. Wymiary grubościennego odcinka rurociągu przedstawiono na rys. 2.

W przeprowadzonej symulacji parę wodną potraktowano jako gaz o stałych własnościach (constant property gas), ponadto przyjęto stałe własności materiałowe stali P91 dla temperatury 500 [°C] – jako temperatury zbliżonej do nominalnej temperatury pracy rurociągu. Założenie stałych własności materiałowych jest często stosowane w praktyce obliczeniowej, ponieważ pozwala znacznie ograniczyć czas niezbędny do przeprowadzenia symulacji, nie wpływając znacząco na jej rezultaty.



Rys. 2. Rurociąg grubościenny – przekrój poprzeczny [mm]

Fig. 2. Thick-walled pipeline – cross section [mm]

Jako naprężenie dopuszczalne użyte do sformułowania funkcji celu przyjęto iloraz granicy plastyczności R_e dla stali P91 w temperaturze 550 [°C] równą co do wartości 270 [MPa] i współczynnika bezpieczeństwa $x = 1,56$. Wartość przyjętego naprężenia dopuszczalnego wynosiła 173 [MPa].

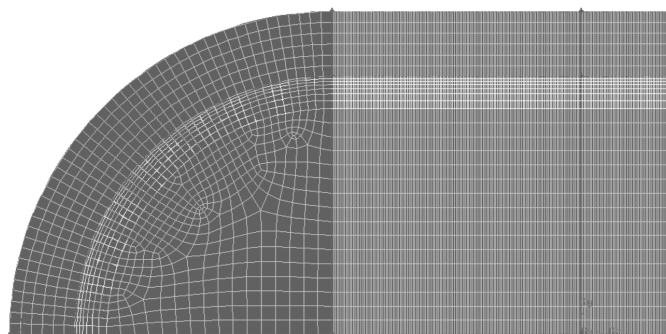
Metoda optymalizacyjna zaprezentowana w rozdziale 2 została zastosowana dla powyższych danych.

Do zbudowania geometrii oraz siatki elementów skończonych posłużono się programem GAMBIT. Ze względu na warunki symetrii zamodelowana została jedna czwarta rurociągu, co pozwala istotnie zmniejszyć liczbę generowanych węzłów siatki. Podczas podziału modelowanego elementu na elementy skończone kierowano się rezultatami analiz przedstawianych w literaturze [7, 8]. Wygląd wygenerowanej siatki przedstawia rys. 3.

Zamodelowaną siatkę użyto w czasie obliczeń przepływowo-ciepłno-wytrzymałościowych przeprowadzonych bilansową metodą elementów skończonych w programie Ansys CFX i metodą elementów skończonych w programie Ansys [9].

Jako warunki brzegowe na wlocie do rurociągu zadano: stały wydatek masowy pary wodnej $\dot{m} = 19,5$ [kg/s] oraz temperaturę $T(t)$ zmieniającą się w czasie trwania procesu ochładzania zgodnie z równaniem:

$$T(t) = T_{f0} - v_T \cdot t \quad (4)$$



Rys. 3. Podział analizowanego odcinka rurociągu oraz przepływającej pary na elementy skończone

Fig. 3. Mesh of thick-walled pipeline and steam

Założono temperaturę początkową odcinka rurociągu wynoszącą $T_0 = 540$ [°C]. Zdefiniowano powierzchnię wewnętrzną rurociągu jako powierzchnię kontaktu pomiędzy stałą a parą wodną, zadano warunek idealnej izolacji cieplnej na powierzchni zewnętrznej rurociągu oraz odpowiednie warunki symetrii.

Wynik obliczeń przeplywowo-cieplnych dla jednego kroku iteracyjnego optymalizacji stanowi zbiór rozkładów temperatur w rurociągu i przepływającej w nim parze we wszystkich kolejnych krokach czasowych symulacji.

Do wyznaczenia rozkładów naprężeń posłużono się komercyjnym kodem programu ANSYS dokonującym obliczeń metodą elementów skończonych [9]. Przyjęto własności materiałowe stali P91 w temperaturze 500 [°C], więzy geometryczne uniemożliwiające ruch zamodelowanego odcinka rurociągu jako bryły sztywnej, odpowiednie warunki symetrii oraz przestrzenne rozkłady temperatur dla kolejnych kroków czasowych. Jako wynik przeprowadzonych obliczeń otrzymano zbiór rozkładów naprężeń w kolejnych krokach czasowych.

W celu ustalenia optymalnych współczynników równania 4, czyli takich, dla których różnica pomiędzy naprężeniami dopuszczalnymi a maksymalnymi naprężeniami cieplnymi powstającymi w rurociągu w kolejnych krokach czasowych będzie bliska zeru, posłużono się procedurą optymalizacyjną Levenberga-Maquadta opisaną w rozdziale 2.

Jako wartości startowe dla procedury optymalizacyjnej przyjęto $T_{j0} = 150$ [°C] i $v_T = 15$ [K/min]. Przedziały zmienności optymalizowanych parametrów wynosiły od 50 do 500 [°C] dla T_{j0} i od 5 do 50 [K/min] dla v_T .

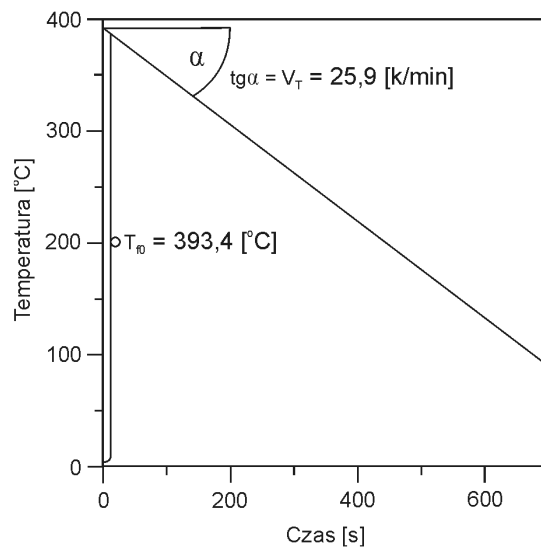
Wyniki uznano za satysfakcjonujące uzyskano już w 3 iteracji i wynosiły one odpowiednio $T_{j0} = 393,4$ [°C] i $v_T = 25,9$ [K/min].

Na rysunku 4 przedstawiono wyznaczony optymalny przebieg zmienności temperatury czynnika na wlocie do rurociągu. Natomiast na rys. 5 pokazano odpowiadający mu przebieg maksymalnych zredukowanych naprężeń cieplnych w funkcji czasu. Na rysunku 5 widać, że w wyniku zastosowania zaproponowanej metody maksymalne zredukowane naprężenia cieplne zostały ograniczone do naprężenia dopuszczalnego.

Najwyższe naprężenia cieplne pojawiły się po upływie 150 [s] od rozpoczęcia symulacji. Rozkład temperatury w rurociągu dla tego czasu przedstawiono na rys. 6.

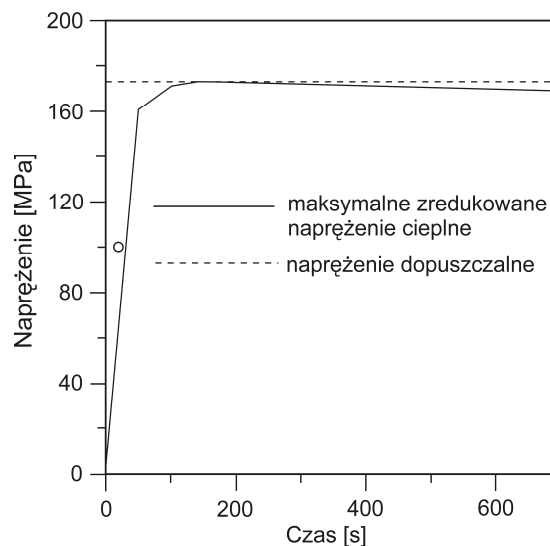
Rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych obliczonych według hipotezy Hubera-Mizesa-Henkiego dla tego czasu przedstawiono na rys. 7. Najwyższe naprężenia w czasie

150 [s] pojawiają się na powierzchni wewnętrznej elementu. Są to naprężenia rozciągające, spowodowane ochładzaniem wewnętrznej powierzchni rurociągu przez przepływający czynnik.



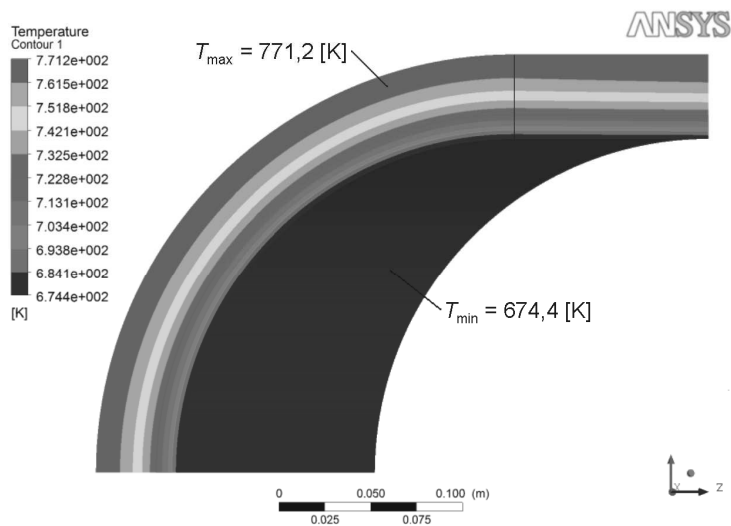
Rys. 4. Optymalny przebieg temperatury czynnika na wlocie do rurociągu

Fig. 4. The optimum fluid temperature history at the inlet to the thick-walled pipeline

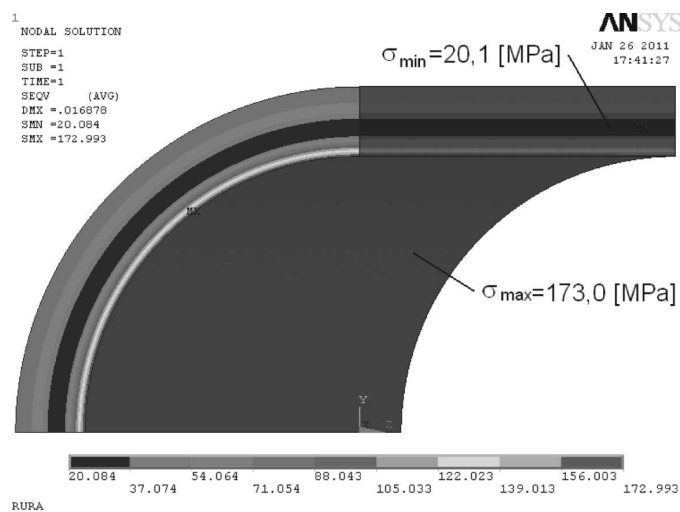


Rys. 5. Maksymalne zredukowane naprężenia cieplne w rurociągu w funkcji czasu

Fig. 5. Maximum von Mises thermal stress as a function of time



Rys. 6. Rozkład temperatury w rurociągu dla czasu 150 [s] w [K]
 Fig. 6. Temperature distribution in thick-walled pipeline at 150 [s] in [K]



Rys. 7. Rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych w trójniku dla czasu 150 [s] w [MPa]
 Fig. 7. Von Mises thermal stress distribution in the thick-walled pipe after 150 [s] in [MPa]

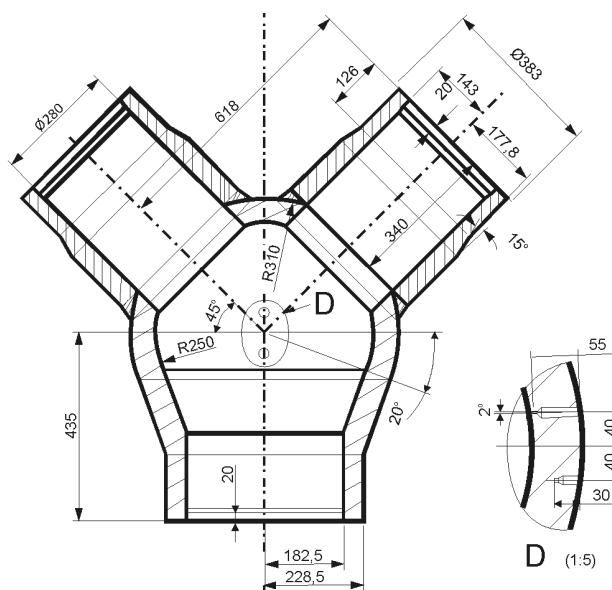
4. Zastosowanie przedstawionej metody do grubościennego trójnika

Podobnie jak rurociąg, trójnik został zaprojektowany ze stali P91 do pracy pod ciśnieniem $p_{rob} = 18$ [MPa] i temperaturze $T_{rob} = 540$ [°C] w zespole orurowania kotła parowego BP1150 o nominalnej wydajności masowej 1150 [t/h], będącego częścią bloku

energetycznego o mocy 360 [MW]. Wymiary grubościennego trójnika zostały zaprezentowane na rys. 8.

Podczas obliczeń dotyczących grubościennego trójnika zadano identyczne warunki brzegowe oraz te same własności stali P91 i pary wodnej, jak w obliczeniach dotyczących grubościennego rurociągu. Jediną różnicę stanowiła wartość współczynnika bezpieczeństwa $x = 1,59$ [-] przyjmowanego do wyznaczenia naprężenia dopuszczalnego, którego wartość dla trójnika wyniosła 170 [MPa].

Dla powyższych danych ponownie zastosowano metodę zaprezentowaną w rozdziale 2.



Rys. 8. Grubościenne trójnik – przekrój poprzeczny [mm]

Fig. 8. Thick-walled T-pipe – cross section [mm]

Do zbudowania geometrii oraz siatki elementów skończonych użyto program GAMBIT. Ze względu na warunki symetrii zamodelowano jedną czwartą trójnika. Wygląd wygenerowanej siatki pokazuje rys. 9. Przed wlotem do trójnika zamodelowano odcinek wlotowy o długości 5500 mm, którego zadaniem jest zapewnienie w pełni rozwiniętego profilu prędkości i temperatury pary na wlocie do analizowanego elementu.

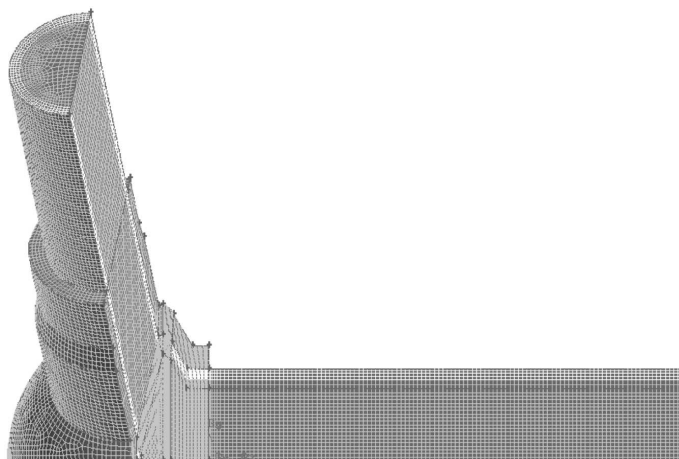
Zamodelowaną siatkę wykorzystano w czasie obliczeń przepływowo-ciepłno-wytrzymałościowych przeprowadzonych bilansową metodą elementów skończonych w programie Ansys CFX i metodą elementów skończonych w programie Ansys.

Jako wynik obliczeń przepływowo-ciepłnych dla jednego kroku iteracyjnego optymalizacji otrzymano zbiór rozkładów temperatur w trójniku i przepływającej w nim parze we wszystkich kolejnych krokach czasowych symulacji.

Następnie w części ciepłno wytrzymałościowej metodą elementów skończonych z użyciem programu Ansys wyznaczono rozkłady zredukowanych naprężeń cieplnych w kolejnych krokach czasowych analizy.

W celu ustalenia optymalnych współczynników równania 4, czyli takich, dla których różnica pomiędzy naprężeniami dopuszczalnymi a maksymalnymi naprężeniami cieplnymi

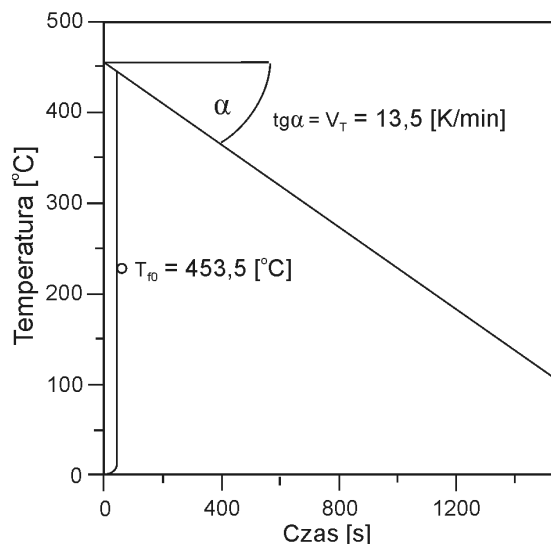
powstającymi w rurociągu w kolejnych krokach czasowych będzie bliska zero, posłużono się procedurą optymalizacyjną Levenberga-Maquadta opisaną w rozdziale 2.



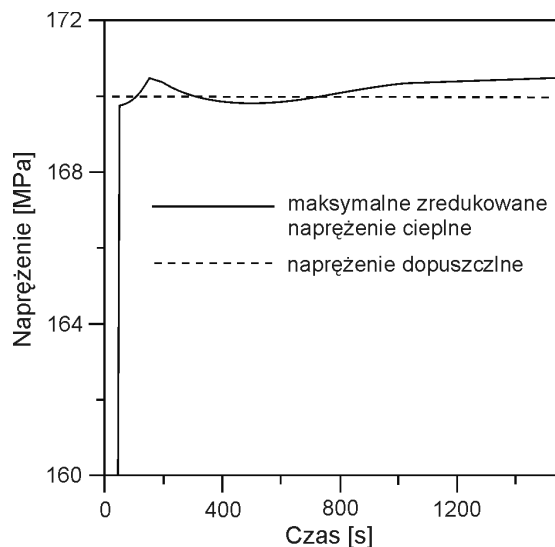
Rys. 9. Podział analizowanego trójnika oraz przepływającej pary na elementy skończone
Fig. 9. Mesh of thick-walled T-pipe and steam

Jako wartości startowe dla procedury optymalizacyjnej przyjęto $T_{f0} = 150$ [°C] i $v_T = 15$ [K/min]. Przedziały zmienności optymalizowanych parametrów wynosiły od 50 do 500 [°C] dla T_{f0} i od 5 do 50 [K/min] dla v_T .

Wyniki uznane za satysfakcjonujące uzyskano już w 3 iteracji i wynosiły one odpowiednio $T_{f0} = 453,5$ [°C] i $v_T = 13,5$ [K/min].



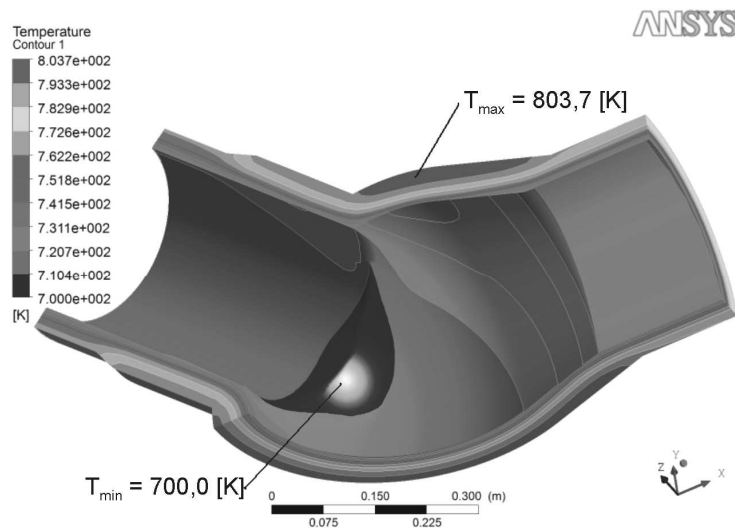
Rys. 10. Optymalny przebieg temperatury czynnika na wlocie do trójnika
Fig. 10. The optimum fluid temperature as a function of time
at the inlet to the thick-walled T-pipe



Rys. 11. Maksymalne zredukowane napężenia cieplne w trójniku w funkcji czasu

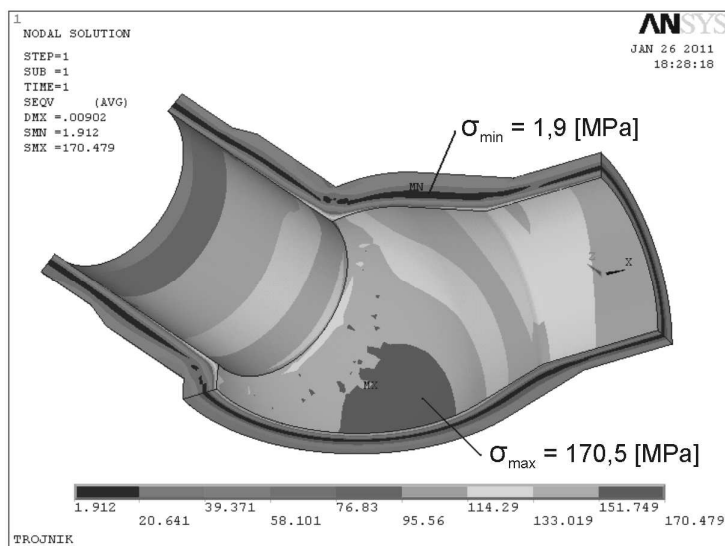
Fig. 11. Maximum von Mises thermal stresses as a function of time

Na rysunku 10 przedstawiono wyznaczony optymalny przebieg zmienności temperatury czynnika na wlocie do trójnika. Natomiast odpowiadający mu przebieg maksymalnych zredukowanych naprężeń cieplnych w funkcji czasu zaprezentowano na rys. 11. Wynika z niego, że dzięki zastosowaniu zaproponowanej metody maksymalne zredukowane naprężenia cieplne zostały ograniczone do naprężenia dopuszczalnego.



Rys. 12. Rozkład temperatury w trójniku dla czasu 150 [s] w [K]

Fig. 12. Temperature distribution in thick-walled T-pipe at 150 [s] in [K]



Rys. 13. Rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych w trójniku dla czasu 150 [s] w [MPa]
 Fig. 13. Von Mises thermal stress distribution in the thick-walled T-pipe at 150 [s] in [MPa]

Najwyższe naprężenia cieplne pojawiły się po czasie 150 [s] od rozpoczęcia symulacji. Rozkład temperatury w trójniku dla tego czasu przedstawiono na rys. 12.

Rozkład zredukowanych naprężeń cieplnych obliczonych według hipotezy Hubera-Mizesa-Henkiego dla tego czasu zamieszczono na rys. 13. Najwyższe naprężenia w czasie 150 [s] pojawiają się na powierzchni wewnętrznej elementu. Są to naprężenia rozciągające, spowodowane ochładzaniem wewnętrznej powierzchni rurociągu przez przepływający czynnik.

5. Wnioski

W pracy przedstawiono metodę pozwalającą wyznaczyć optymalne parametry czynnika przy ochładzaniu elementów o złożonej geometrii. Zaproponowana metoda została zastosowana dla grubościennego rurociągu i trójnika, dla których wyznaczono optymalne przebiegi temperatury czynnika na ich wlocie.

Zaletą tej metody jest brak konieczności zakładania wartości konwekcyjnego współczynnika wnikania ciepła na powierzchni wewnętrznej elementów grubościennych.

Literatura

- [1] Taler J., Duda P., *Solving direct and inverse heat conduction problems*, Springer-Verlag-Berlin-Heidelberg 2006.
- [2] Duda P., Taler J., Roos E., *Inverse Method for Temperature and Stress Monitoring in Complex-Shape-Bodies*. Nuclear Engineering and Design, 3960, 2003.

- [3] Duda P., *Monitorowanie cieplno-wytrzymałościowych warunków pracy ciśnieniowych elementów urządzeń energetycznych*, Monografia Politechniki Krakowskiej, Seria Mechanika, z. 81, Kraków 2004.
- [4] Taler J., Dzierwa P., *A new method for determining allowable medium temperature during heating and cooling of thick walled boiler components*, Proceedings of the Congress on Thermal Stresses, Taipei–Taiwan 2007.
- [5] Duda P., Dwornicka R., *Optimization of heating and cooling operations of steam gate valve*, Journal of Structural and Multidisciplinary Optimization 40, 2010, 529-535.
- [6] Polak A.G., Mroczka J., *Regularyzacja identyfikacji obiektów złożonych opisanych modelami nieliniowymi*, Kongres Metrologii, Kraków 2007.
- [7] Duda P., Mazurkiewicz G., *Numeryczna metoda wyznaczania rozkładu temperatury i naprężeń w grubościennych rurociągach parowych*, Forum energetyków GRE 2008, Szczyrk 2008.
- [8] Duda P., Mazurkiewicz G., *Modelowanie numeryczne laminarnego przepływu masy i ciepła w przewodach cylindrycznych*, XX Jubileuszowy Zjazd Termodynamików, Wrocław 2008.
- [9] ANSYS User's Manual, Release 12.0.