MECHANIKA
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
MECHANICS
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
4-M/2011
ZESZYT 7
ROK 108
ISSUE 7
YEAR 108

FILIP LISOWSKI*

MODELOWANIE MES STRUKTUR O KARBACH SZEREGOWYCH

FEM MODELING OF STRUCTURES WITH SERIAL NOTCHES

Streszczenie

W artykule przedstawiono wyniki badań dotyczących modelowania krzywizny karbów za pomocą elementów skończonych. Opracowano metodę doboru wymiaru elementu dla obszaru ostrego karbu. Metodę tą zastosowano na przykładzie analizy połączenia śrubowego. Pokazano, że może ona dać korzystne wyniki przy modelowaniu struktur wielokarbowych.

Słowa kluczowe: *metoda elementów skończonych, karby szeregowe, połączenie śrubowe*

Abstract

The paper presents the results of research on modeling the curvature of notches using finite elements. The method of choosing element size to model the notch area was developed. Application of this method was shown in the example of modeling bolted joints. There was shown that this method can gives beneficial results in the modeling of multi-notch structures.

Keywords: *Finite Element Method, serial notches, bolted joint*

* Mgr Filip Lisowski, Instytut Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Oznaczenia

ρ_k – promień geometryczny karbu [mm]
ρ_m – promień minimalny (materiałowy) karbu [mm]
ρ – całkowity promień krzywizny karbu [mm]
$N_{e\rho}$ – liczba elementów skończonych dla modeli z uwzględnioną krzywizną karbu
N_{ek} – liczba elementów skończonych dla modeli z ostrym karbem
h_e – wymiar elementu skończonego modelującego krzywiznę karbu [mm]
σ_{HMH} – naprężenie zastępcze wg hipotezy Hubera-Misesa Hencky'ego [MPa]
$\sigma_{HMH}^{\max \rho}$ – maksymalne naprężenie σ_{HMH} w zaokrąglonym karbie [MPa]
$\sigma_{HMH}^{\max k}$ – maksymalne naprężenie σ_{HMH} w ostrym karbie [MPa]
$B\%$ – procentowy błąd względny maksymalnego naprężenia

1. Wstęp

Metoda elementów skończonych MES jest powszechnie stosowanym obliczeniowym narzędziem naukowym i inżynierskim. W obszarach, na których geometria obiektu wykazuje dużą zmienność, gęstość dyskretyzacji powinna być większa. Tam gdzie zmiany są małe, może być zgrubna. W rozwiązywaniu zagadnień mechaniki konstrukcji, zagęszczenie siatki jest konieczne tam, gdzie można spodziewać się koncentracji naprężeń. Między innymi w karbach, narożach czy miejscach nagłej zmiany obciążenia. Zagadnienia dotyczące modelowania struktur wielokarbowych, jak na przykład gwintów, mogą być przez to nieco kłopotliwe. Takimi zagadnieniami zajmowali się w ostatnim okresie m.in. (Honarmandi P., Zu J.W., Behdinan K., 2009) [2], (Libin Z., Fengrui L., Jianyu Z., 2010) [3], (Hua Z., 1998) [4], (Rauscher F., 2003) [5], (Knez M., Glodež S., Kramberger J., 2009) [6].

Duża liczba karbów o bardzo małych promieniach zaokrąglenia wymaga zastosowania w ich obrębie bardzo gęstej siatki. Prowadzi to do znacznego zwiększenia liczby elementów skończonych w modelu. Opcjonalną drogą do uzyskania poprawnych rozwiązań może być modelowanie promienia zaokrąglenia odpowiednim elementem skończonym.

Wyniki badań dotyczące modelowania karbów o kątach 90° i 135° przedstawiono w raporcie [1]. Opracowanie to stanowiło punkt wyjściowy do przeprowadzenia badań opisanych w tym artykule.

2. Modelowanie promienia krzywizny karbu odpowiednio dobranym wymiarem elementu skończonego

Na całkowity promień krzywizny karbu ρ składa się suma promieni geometrycznego ρ_k oraz materiałowego ρ_m (1).

$$\rho = \rho_k + \rho_m \tag{1}$$

Dla struktur gwintowych zakres promienia geometrycznego wynika z ustaleń zawartych w normach i jest związany z charakterem pasowania. Natomiast promień materia-

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

łowy zależny jest od własności wytrzymałościowych stosowanego materiału. Jego wartość można odczytać z odpowiednich wykresów wytrzymałościowych podanych w literaturze [7]. Rzeczywiste wartości promienia ρ nie przekraczają kilku milimetrów. Aby wystarczająco dokładnie przybliżyć zarys krzywizny, konieczne jest zastosowanie siatki o bardzo małych elementach skończonych w okolicy karbu. Powoduje to wzrost ich liczby oraz wydłużenie czasu obliczeń.

Alternatywą do zagęszczania siatki w okolicy karbu może być modelowanie promienia krzywizny odpowiednio dobranym wymiarem elementu skończonego. W takiej sytuacji można przyjąć zerowy promień zaokrąglenia, a wymiar elementu skończonego dobrać tak, aby wyniki obliczeń były poprawne.

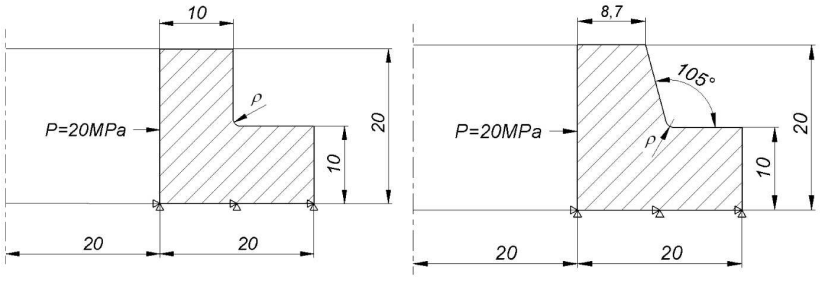
2.1. Dobór wymiaru elementu skończonego modelującego odpowiedni promień krzywizny karbu – zagadnienie osiowosymetryczne

W celu określenia, jak dobierać elementy skończone w otoczeniu ostrego karbu, aby otrzymać właściwe rozwiązanie, przeprowadzono doświadczalne obliczenia numeryczne.

Dla modeli wzorcowych (z modelowaną krzywizną karbu) przyjmowano siatkę o maksymalnym wymiarze elementu h_e = 0,5 [mm]. Siatkę zagęszczano w obszarze promienia zaokrąglenia ρ elementami o wymiarach ρ/10. Określano stały stosunek promienia krzywizny karbu do wielkości elementu skończonego (ρ/h_e). Wyznaczono maksymalne naprężenia σ_{HMH} w karbie dla szeregu promieni zaokrąglenia. Następnie poszukiwano wymiarów elementów, którymi należałoby modelować obszar ostrego karbu, aby otrzymać zgodne rozwiązania. Za takie rozwiązania uznawano te, dla których procentowy błąd względny maksymalnego naprężenia był minimalny i nie przekraczał 3%. Błąd obliczano zgodnie z równaniem (2):

$$B\% = \frac{\left|\sigma_{HMH}^{\max \rho} - \sigma_{HMH}^{\max k}\right|}{\sigma_{HMH}^{\max \rho}} \cdot 100\% \tag{2}$$

Rozważania dotyczyły zagadnienia osiowosymetrycznego. Geometrie modeli badanych karbów o kącie 90° i 105° przedstawiono na rys. 1.



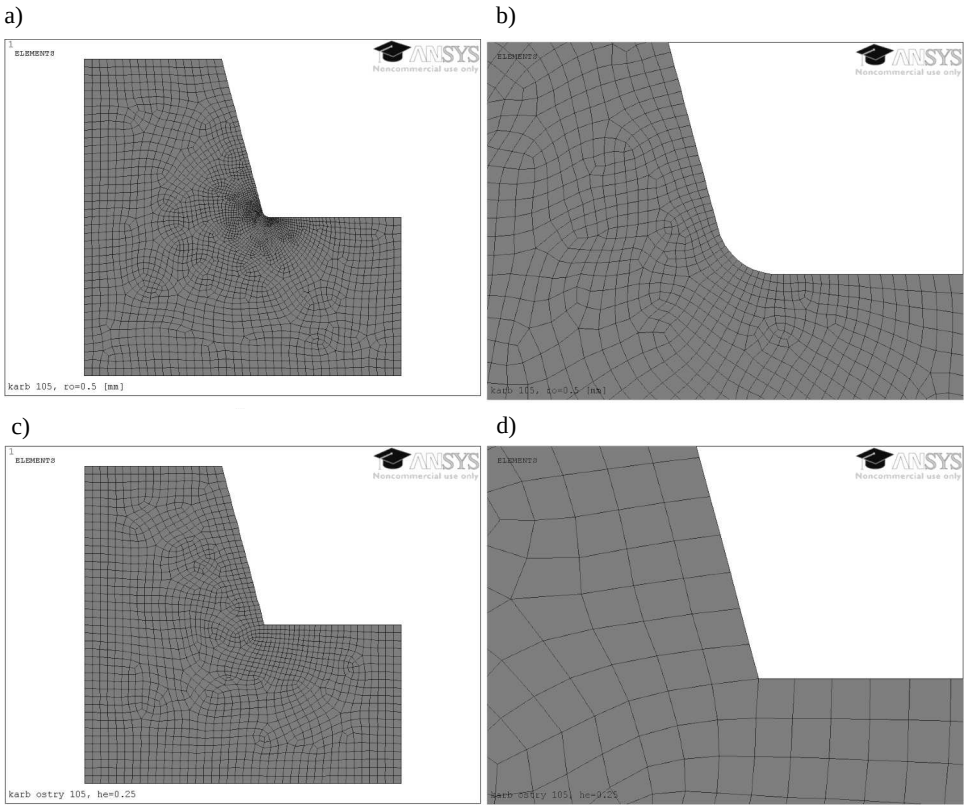
Rys. 1. Geometria osiowosymetrycznych modeli karbów 90° i 105°
Fig. 1. Geometry of axisymmetric models of notches 90° and 105°

W programie ANSYS 12 wykonane zostały osiowosymetryczne modele płaskie pierścieni z karbem. Do obliczeń przyjęto moduł Younga $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ [MPa] oraz współczynnik

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Poissona ν = 0,3. Badania dotyczyły elementów płaskich typu PLANE 42 oraz PLANE 82. Modele utwierdzano u podstawy, odbierając wszystkie stopnie swobody i obciążano od wewnątrz ciśnieniem 20 [MPa].

Na rysunku 2 przedstawiono porównanie siatek osiowosymetrycznych modeli karbu 105° z krzywizna karbu i z ostrym przejściem.



Rys. 2. Siatki elementów skończonych osiowosymetrycznych modeli karbu 105° dających podobne wyniki (patrz tabela 2): a), b) model z krzywizna karbu, ρ = 0,5 [mm] c),d) model z ostrym karbem, h_e = 0,25 [mm]

Fig. 2. Mesh for axisymmetric models of notch 105° gives similar results (table 2): a), b) model with curvature of the notch ρ = 0,5 [mm] c),d) model with sharp notch, h_e = 0,25 [mm]

Dla obu analizowanych karbów sporządzono zestawienia wyników w postaci tabel. Tabele 1 i 2 zawierają szczegółowe wyniki badań dla karbu o kącie 105°. Stosunek promienia krzywizny karbu do wielkości elementu skończonego w ostrym karbie ustalono równy ρ/h_e = 4,5 dla elementów typu PLANE 42 oraz ρ/h_e = 2,0 dla elementów typu PLANE 82. Spadek liczby elementów w modelach z karbem ostrym w odniesieniu do modeli z promieniem krzywizny wyznaczono ze średniej arytmetycznej wszystkich odczytów. Zestawienie wyników dla badanych kątów karbów przedstawiono w tabeli 3.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Tabela 1

Modelowanie karbu 105° elementami typu PLANE42, ρ/h_e = 4,5

Karb 105° – zaokrąglony			**Karb 105° – ostry**			**Porównanie**	
ρ	$N_{e\rho}$	$\sigma_{HMH}^{\max \rho}$	h_e	N_{ek}	$\sigma_{HMH}^{\max k}$	*B%*	$N_{e\rho}/N_{ek}$
1,5	1867	51,33	0,333	1344	50,58	1,5	1,4
1,3	2027	54,10	0,289	1542	54,41	0,6	1,3
1,1	2153	57,73	0,244	1616	57,38	0,6	1,3
0,9	2173	62,65	0,2	1768	63,37	1,2	1,2
0,7	2332	69,37	0,156	1734	69,47	0,1	1,3
0,5	2769	79,34	0,111	1928	79,07	0,3	1,4

Tabela 2

Modelowanie karbu 105° elementami typu PLANE82, ρ/h_e = 2

Karb 105° – zaokrąglony			**Karb 105° – ostry**			**Porównanie**	
ρ	$N_{e\rho}$	$\sigma_{HMH}^{\max \rho}$	h_e	N_{ek}	$\sigma_{HMH}^{\max k}$	*B%*	$N_{e\rho}/N_{ek}$
1,5	1867	52,42	0,75	1010	53,10	1,3	1,8
1,3	2027	55,30	0,65	1036	54,68	1,1	2,0
1,1	2153	59,13	0,55	1075	58,56	1,0	2,0
0,9	2173	64,06	0,45	1148	63,17	1,4	1,9
0,7	2332	70,98	0,35	1415	69,85	1,6	1,6
0,5	2769	81,28	0,25	1555	82,07	1,0	1,8

Tabela 3

Porównanie modelowania karbów 90° i 105° elementami typu PLANE 42 i PLANE 82

Elementy PLANE 42			**Elementy PLANE 82**		
kąt karbu	**ρ/h_e**	**spadek liczby elementów**	**kąt karbu**	**ρ/h_e**	**spadek liczby elementów**
90°	4	29,0%	90°	2	46,6%
105°	4,5	34,0%	105°	2	45,0%

3. Modelowanie i analiza struktury wielokarbowej na przykładzie połączenia śrubowego Tr130×6

3.1. Analiza karbów występujących w połączeniu śrubowym Tr130×6

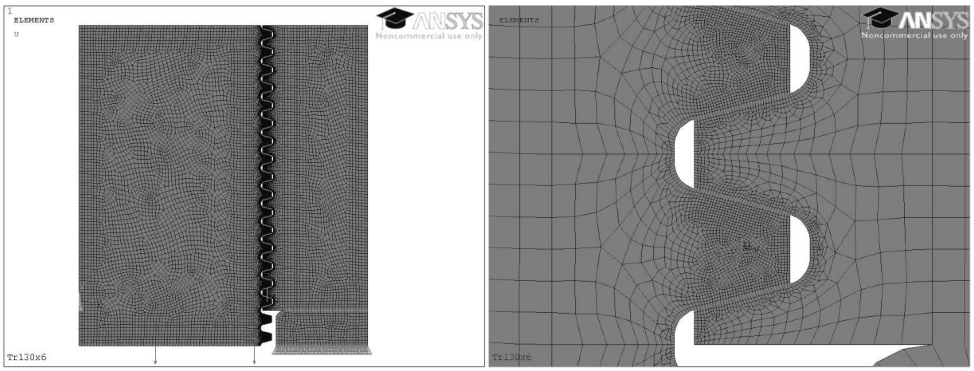
Gwinty trapezowe symetryczne stosowane w połączeniach śrubowych to struktury złożone z karbów szeregowych. Analizując zarys gwintu trapezowego symetrycznego zgodnego z PN-ISO 2904+A:1996 zarówno dla gwintu zewnętrznego, jak i wewnętrznego norma określa maksymalny promień zaokrąglenia ostrych karbów, który wynosi od 0,15 do 1 [mm] w zależności od skoku gwintu (dla Tr130×6 odczytano wartość 0,5 [mm]).

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

3.2. Modelowanie połączenia śrubowego Tr130×6 w systemie ANSYS 12

Na materiał śruby i nakrętki dobrano stal 45 H o doraźnej wytrzymałości na rozciąganie R_m = 1030 MPa i granicy plastyczności R_e = 830 [MPa]. Zadano moduł Younga $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ [MPa] oraz współczynnik Poissona ν = 0,3. Z literatury [7] odczytano promień minimalny (materiałowy) dla stali 45 H, który wynosi ρ_m = 0,37 [mm]. Wymiary zarysów gwintów przyjęto zgodnie z normą PN-ISO 2904+A:1996. Zbudowano płaskie osiowosymetryczne modele połączenia śrubowego. Przyjęto promień krzywizny karbów ρ = 0,5 + 0,37 = 0,87 [mm]. Promienie modelowano odpowiednio dobranym wymiarem elementów skończonych. Wymiar elementów w okolicach karbów przyjmowano jak w rozdziale 2.1. W pozostałym obszarze przyjmowano wymiar 1 [mm].

Pomiędzy zwojami gwintu śruby i nakrętki, po obu stronach gwintu zdefiniowano kontakt wykorzystując elementy kontaktowe typu CONTA 172. Kontakt nadano też pomiędzy nakrętką a podparciem. Model utwierdzono jak pokazano na rys. 3 i obciążono ciśnieniem 100 [MPa].



Rys. 3. Siatka elementów skończonych dla osiowosymetrycznego modelu połączenia śrubowego Tr130×6 z promieniem krzywizny karbów ρ = 0,87 [mm]
Fig. 3. Mesh for axisymmetric model of bolted joint Tr130×6 with curvature of the notch ρ = 0,87 [mm]

Przeprowadzono obliczenia dla modeli z karbami ostrymi i z modelowaną krzywizną karbu. Zbadano elementy skończone typu PLANE 42 i PLANE 82.

Na rysunku 4 pokazano mapy naprężeń dla drugiego zwoju gwintu śruby połączenia Tr130×6. Jak wynika z tych rysunków maksymalne naprężenia występują w karbie na dnie bruzdy zęba.

W tabelach 4 i 5 zestawiono wyniki analizy połączenia śrubowego Tr130×6 dla elementów skończonych typu PLANE 42 oraz PLANE 82.

Tabela 4

Modelowanie połączenia śrubowego Tr130×6 elementami typu PLANE 42

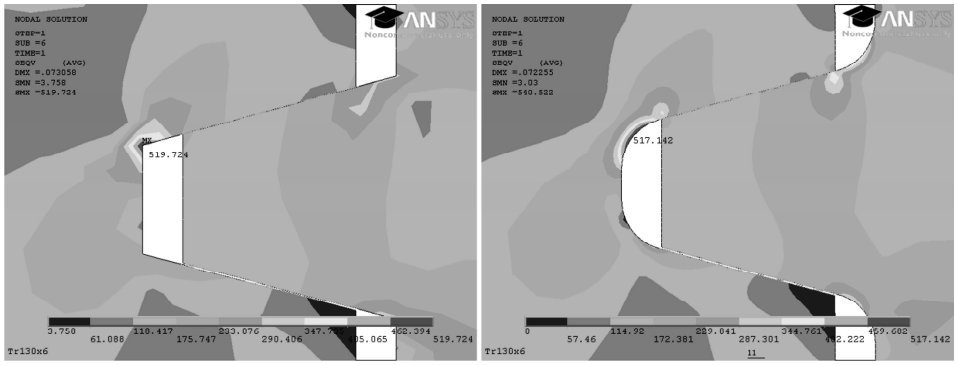
Karb zaokrąglony		**Karb ostry**		**Porównanie**	
N_{ep}	$\sigma_{HMH}^{\max \rho}$	N_{ek}	$\sigma_{HMH}^{\max k}$	***B%***	spadek liczby elem.
46 153	503,54	20 152	458,23	9,0%	56,3%

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Tabela 5

Modelowanie połączenia śrubowego Tr130x6 elementami typu PLANE 82

Karb zaokrąglony		**Karb ostry**		**Porównanie**	
$N_{e\rho}$	$\sigma_{HMH}^{\max \rho}$	N_{ek}	$\sigma_{HMH}^{\max k}$	***B%***	spadek liczby elem.
46 207	517,14	12 560	519,72	0,5%	72,8%



Rys. 4. Mapa naprężenia zredukowanego σ_{HMH} dla modeli osiowosymetrycznych połączenia śrubowego Tr130×6 (elementy PLANE 82): a) model z krzywizną karbów, ρ = 0,87 [mm], $\sigma_{HMH}^{\max \rho}$ = 517,142 [MPa] b) model z karbami ostrymi, h_e = 0,435 [mm] (w okolicy karbu), $\sigma_{HMH}^{\max k}$ = 519,724[MPa]

Fig. 4. σ_{HMH} stress map of axisymmetric model of bolted joint Tr130×6: a) model with curvature of the notches, ρ = 0,87 [mm], $\sigma_{HMH}^{\max \rho}$ =517,142 [MPa] c) model with sharp notches, h_e = 0,435 [mm] (around the notch), $\sigma_{HMH}^{\max k}$ =519,724 [MPa]

Dla przeprowadzonych obliczeń w przypadku elementów typu PLANE 82 uzyskano korzystny spadek liczby elementów skończonych przy błędzie maksymalnego naprężenia na korzyści pewności obliczeń.

4. Wnioski

Przedstawiono sposób modelowania karbów z zastosowaniem elementów płaskich systemu ANSYS typu PLANE 42 i PLANE 82. Przedstawiono metodę doboru wymiaru elementu skończonego modelującego promień krzywizny karbu. Metodę tą zastosowano w przykładowej analizie połączenia śrubowego Tr130×6. Pozytywne rezultaty uzyskano dla elementów typu PLANE 82.

Praca powstała w wyniku sugestii prof. dr hab. inż. Andrzeja P. Zielińskiego, któremu składam podziękowania za pomoc, udostępnienie materiałów i inspirację do prowadzonych badań.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Literatura

[1] Romanowicz P., Saltarski M., Zieliński A.P., *Analiza statyczna i modyfikacja konstrukcyjna stref koncentracji w naczyniach ciśnieniowych*, Raport do grantu PB 1353/T07/2007/32, Kraków 2008.
[2] Honarmandi P., Zu J.W., Behdinan K., *Elasto–plastic fatigue life improvement of bolted joints and introducing FBI method*, Mechanics Based Design of Structures and Machines, 33, 2005, 311-330.
[3] Libin Z., Fengrui L., Jianyu Z., *3D Numerical simulation and fatigue life prediction of high strength threaded bolt*, Key Engineering Materials, Vols. 417–418, 2010, 855-888.
[4] Hua Z., *Stress concentration factors within bolt-nut connectors under elasto-plastic deformation*, Int. J. Fatigue, Vol. 20, 9, 1998, 651-659.
[5] Rauscher F., *Fatigue of non-welded pressure vessels made of high strength steel*, International Journal of Pressure Vessels and Piping 80, 2003, 197-204.
[6] Knez M., Glodež S., Kramberger J., *Fatigue assessment of piston rod threaded end*, Engineering Failure Analysis, 16, 2009, 1977-1982.
[7] Niezgodziński M.E., *Wzory, wykresy i tablice wytrzymałościowe*, WNT, Warszawa 1996.
[8] Stolarski T., Nakasone Y., Yoshimoto S., *Engineering analysis with Ansys software*, Oxford: Elsevier Butterworth–Heinemann 2006.
[9] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., *The Finite Element Method*, Butterworth & Heineman, 2000.
[10] PN-ISO 2904+A:1996. *Gwinty trapezowa metryczne ISO – Wymiary nominalne*.
[11] PN-89/H-84030. *Stale stopowe konstrukcyjne ogólnego przeznaczenia*.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ