

Jerzy Jasieńko, Tomasz Nowak, Anna Ostrycharczyk

Hybrydowa kopuła z drewna klejonego i stali – studium konstrukcji

Hybrid domes made of glulam and steel – a study of the structure

1. Historia kształtowania się form i połączeń w konstrukcjach drewnianych, pod kątem zwiększania ich rozpiętości

Drewno, jako pierwotny materiał budowlany, do dziś zachowuje swoje podstawowe znaczenie ze względu na wszechstronność zastosowania i właściwości estetyczne. Jego mała gęstość warunkująca lekkość, a także podatność na kształtowanie dowolnych form są cechami, które zapewniają mu ciągle spory wkład w budownictwo. Popularyzacja jego stosowania stwarza jednak pewne zagrożenie dla środowiska, ze względu na wysoki poziom wycinki lasów. Około jedna trzecia pozyskiwanego rocznie na całym świecie drewna wykorzystywana jest w budownictwie. Pozostałą część zużywa się do produkcji papieru, jako paliwo lub traci się podczas procesów obróbki drewna i materiałów drewnopochodnych. Drewno, w porównaniu do innych głównych materiałów budowlanych, jako surowiec odnawialny jest przyjazne dla środowiska. Cegła, stal, aluminium czy tworzywa sztuczne wymagają większego zużycia energii do ich produkcji. W porównaniu z nimi drzewa wymagają niewielkiej energii do przekształcenia ich na użytkowy materiał drzewny, a możliwość tworzenia produktów z odpadów drzewnych jest dodatkową zaletą. Dlatego, stojąc w obliczu popularyzacji drewna jako materiału budowlanego, powinniśmy poszukiwać rozwiązań pozwalających na jego najlepsze wykorzystanie [1].

Łatwość dostępu, a także łatwość obróbki były podstawowymi czynnikami, które spowodowały, że drewno stało się bazowym materiałem pierwszych budowniczych. Początkowo używano wyłącznie naturalnych kształtów pni i gałęzi, które w trakcie rozwoju cywilizacyjnego nauczyliśmy się obrabiać. W kolejnym etapie forma elementu drewnianego wynikała z doświadczenia cieśli, zamożności inwestora czy mody. Ciosane z pni drzew proste belki drewniane wystarczały potrzebom

1. History of the development of the forms and joints of timber structures, aimed at increasing their span

Thanks to its universal applicability and aesthetic qualities timber as the original building material has preserved its major importance until today. Timber's low density (and so light weight) and high shapability are the characteristics which still ensure it a considerable share in construction. However, the popularization of its use poses a risk to the environment due to heavy forest cutting. About one third of the timber harvested annually in the world is used for construction purposes. The rest is used for paper production, as a fuel or is lost in the machining of wood and wood-based materials. In comparison with other building materials, timber as a renewable raw material is environmentally friendly. Brick, steel, aluminium or plastics require more energy consumption for their production. In comparison with them, trees require a small amount of energy for their transformation into a useful wood material. The possibility of manufacturing products from timber wastes is an added advantage. Because of the popularization of timber as a building material one should search for solutions enabling its best utilization [1].

The easy availability and workability of timber were the principal factors which made it the primary material for the first builders. Initially only tree trunks and branches in their natural shape were used, but as civilization developed, people learned to work them. Then the form of wooden elements depended on the carpenters' experience, the owner's wealth or the current fashion. For hundreds of years simple wooden beams hewed from tree trunks sufficed to meet the construction needs. They were typically used to build bridges and houses. For a time the load capacity of building structures would be intuitively increased by increasing the cross section of

budownictwa przez setki lat. Stosowane w budownictwie tradycyjnym służyły do tworzenia mostów i obiektów mieszkalnych. Intuicyjne zwiększanie nośności konstrukcji – zwiększanie wymiarów przekroju poprzecznego belek, czy zmniejszanie ich rozstawu, pozwalało na swobodne kształtowanie bryły obiektu... do czasu. Ze względu na naturalne ograniczenia wielkości prostych elementów drewnianych, zależnych od rozmiarów surowca, osiągnano przekrycia o rozpiętości sięgającej do kilkunastu metrów. Rozpoczęto więc poszukiwania elementów bardziej złożonych [2], [3]. Powstały pierwsze belki składane z dwóch lub kilku fragmentów drewna dopasowanych i połączonych ze sobą (ryc. 1).

Zauważono także, że elementy łukowe, poza walorami estetycznymi, znacznie różnią się od prostych belek wytrzymałością i odkształcalnością. Powstały pierwsze próby tworzenia łuków poprzez naturalne wyginanie drewna i stabilizowanie go w takim układzie dzięki dodatkowym belkom i słupkom (ryc. 2). Początkowo wykonywane połączenia były złączami ciesielskimi, które z czasem przekształciły się w złącza drewniano-stalowe. Nadal jednak naturalne ograniczenia wymiarów drewna miały znaczący wpływ na rozpiętości przekryć.

Pierwsze eksperymenty z łukami drewnianymi miały miejsce w XVI wieku. W 1561 roku francuski architekt Philibert de L'Orme (1515–1577) w swej pracy „Nouvelles Inventions pour bien bastir et a petits fraz” przedstawił wynalazek złożonej belki łukowej (ryc. 3). Były to konstrukcje wykonane z dwóch lub trzech ułożonych pionowo desek o długości 1,3 m. Końcówki desek w miejscach połączeń były spajane drewnianymi kołkami. Podłużne brzozy desek były przycięte do kształtu łuku. Pojedyncze łuki były umieszczane w rozstawie ok. 1 m, a ich wybożeniom zapobiegały poprzeczne stężenia [2], [3].

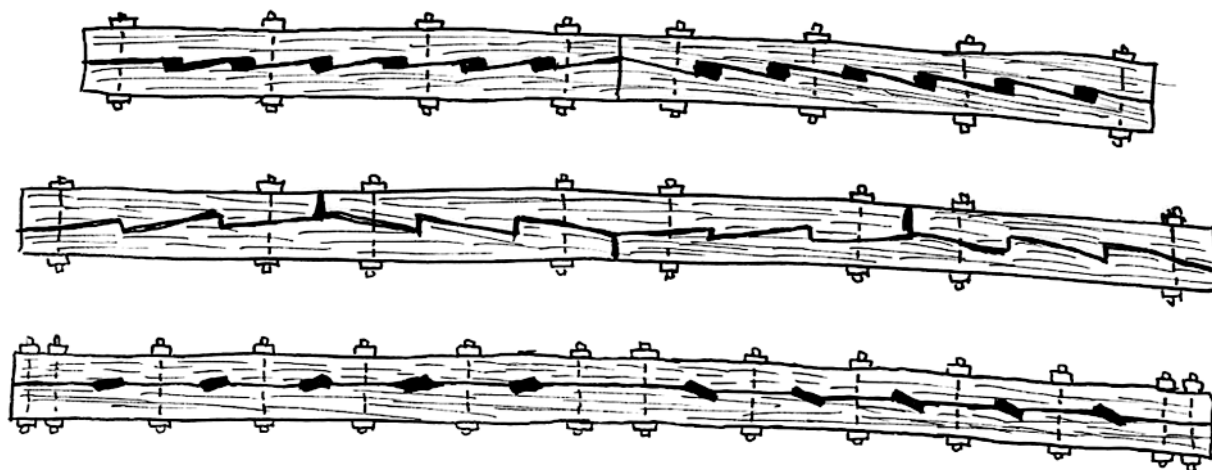
L'Orme dowodził, że oprócz korzyści, wynikających z przekrycia bez podpór pośrednich, jego system wymagał dużo mniejszego zużycia materiału niż tradycyjny (nawet do jednej czwartej ilości materiału pierwotnie wykorzystanego). Jego wiązary stosowano przy rozpiętościach do 15 m, ale zaprojektował on także konstrukcję dachową bazyliki o rozpiętości 48,75 m. L'Orme zaprojektował też kopułę drewnianą o średnicy 60 m przy odbudowie klasz-

the beams or decreasing their spacing whereby the form of the structures could be freely shaped. Because of the natural size limitations (dependent on the size of the raw material) of simple timber elements the span of a roof could reach maximally ten-twenty meters. Therefore more complex elements were sought [2], [3]. The first composite beams, assembled from two or several fragments of timber fitted and joined together, were created (fig. 1).

It was also noticed that arch elements much differed from simple beams not only in aesthetic qualities but also in load capacity and stiffness. The first attempts were made to create arches through the natural bending of wood and stabilizing it in this configuration by means of additional beams and posts (fig. 2). The first joints were carpenter's joints which over time evolved into wood-steel joints. But timber's natural size limitations still significantly determined the span of roofs.

The first experiments with timber arches took place in the 16th century. In 1561 a French architect Philibert de L'Orme (1515–1577) in his work entitled “Nouvelles Inventions pour bien bastir et a petits fraz” presented his invention – a composite arch beam (fig. 3). Such structures were made from two or three vertically positioned 1.3 m long planks. The ends of the planks were joined together with wooden dowels. The longitudinal edges of the planks were trimmed to the shape of an arch. Individual arches were set at a spacing of about 1 m and were prevented from buckling by means of sway braces [2], [3].

L'Orme argued that besides the benefits offered by a roof without intermediate supports, his system required much less material (even as little as one fourth of that originally used) than the traditional one. His trusses typically enabled roof spans of up to 15 m, but he also designed a roof structure with a span of 48.75 m for a basilica. L'Orme also designed a timber dome 60 m in diameter for a monastery in Montmartre in Paris, which in those days was considered to be a proof of both engineering skills and daring. Two hundred years later the structure of this dome served as a model for the design of a roofing for a grain store in Paris. De L'Orme be-

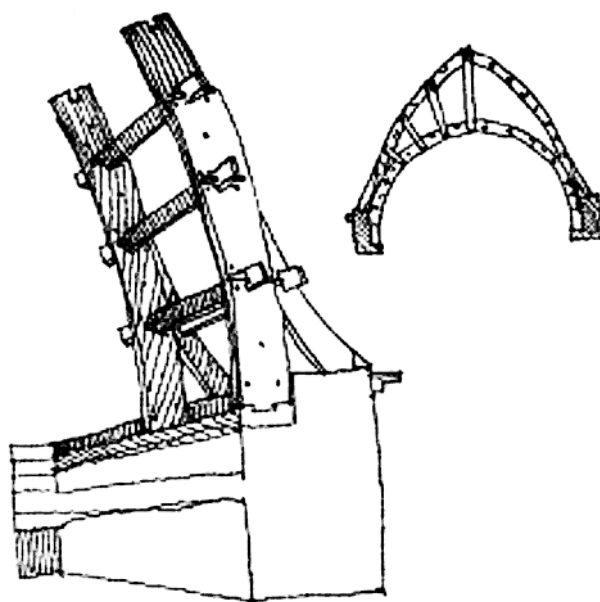


Ryc. 1. Przykłady sposobów tworzenia belek złożonych [2]
Fig. 1. Exemplary ways of creating composite beams [2]

toru na Montmartre w Paryżu, co w ówczesnych czasach było dowodem zarówno umiejętności inżynierskich, jak i śmiałości. Dwieście lat później konstrukcja tej kopuły posłużyła jako model przy projektowaniu zadaszzenia magazynu ziarna w Paryżu. De l'Orme wierzył w możliwości budowy mostów o rozpiętości 200–400 m. Przełom w wykorzystaniu drewnianych konstrukcji łukowych nastąpił wraz z ogłoszeniem konkursu na projekt „Halle Au ble” w Paryżu w 1783 roku. Do konkursu stanęli Legrand i Molinos ze swoją drewnianą kopułą opartą na systemie L'Orme'a, Le Camus Se Mezieres z kopułą kamienną i Belarger z kopułą żeliwną. Do realizacji wybrano kopułę drewnianą. Konstrukcja kopuły o średnicy 41 m składała się z dwugłęziowych promienistych żeber, a jej szczególną cechą były 24 pasy okien ułożonych wertykalnie po obwodzie kopuły. Takie usytuowanie okien sprawiło, że kopuła pracowała jak zbiór pojedynczych łuków, w których suma sił poziomych przekazywana była na wieniec usytuowany u podstawy. Kopuła spłonęła w 1802 roku i została zastąpiona kopułą żeliwną [2], [3].

Do pierwszych mostowych konstrukcji łukowych można zaliczyć pracę znanego włoskiego architekta Andrei Pallado, który projektując drewniane konstrukcje dachowe i mosty wzorował się na pracach rzymskich budowniczych. Pallado, w swojej książce zatytułowanej „Quattro libri dell'architettura” z 1570 roku opisał drewniany most nad rzeką Cismone (ryc. 4). W obiekcie tym prostym zazwyczaj przeszłom nadał formę kratownicy, gdzie górne i dolne pasy o kształcie łuku, połączył prostopadłymi do pasów słupkami (wieszakami). Ta forma kształtowania wpłynęła na znaczne usztywnienie układu i stała się bardziej korzystna dla asymetrycznego obciążenia mostu, powodującego zginanie [3].

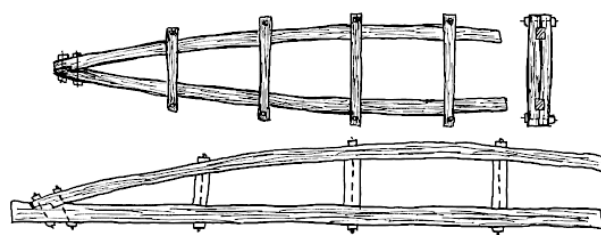
W kolejnym etapie rozwoju konstrukcji drewnianych nadal poszukiwano rozwiązań, które pozwoliłyby na więk-



Ryc. 3. System L'Orme'a w projekcie przekrycia łukowego z 1561 roku [3]
Fig. 3. L'Orme's system in arch roof design from 1561 [3]

lied that bridges with a span of 200–400 m could be built. A breakthrough in the use of timber arch structures came with the announcement of the competition for the design of Halle Au ble in Paris in 1783. Legrand and Molinos with their dome based on L'Orme's system, Le Camus Se Mezieres with a stone dome and Belarger with a cast-iron dome entered the competition. The timber dome was chosen to be built. The dome structure 41 m in diameter consisted of radial two-branch ribs and its characteristic feature were 24 bands of windows arranged vertically along the dome's circumference. Thanks to this location of the windows the dome behaved as a set of individual arches in which the sum of the horizontal forces was transferred onto a ring situated at the base. The dome burnt down in 1802 and was replaced with a cast-iron dome [2], [3].

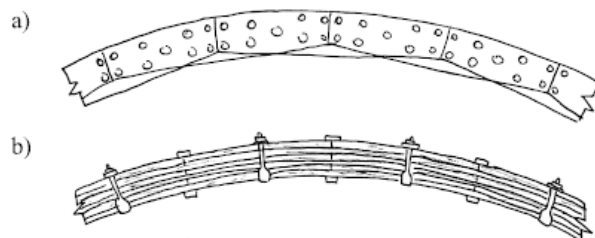
Among the first arch bridge designers one can include the known Italian architect Pallado who modelled



Ryc. 2. Przykłady sposobów kształtowania łuków z prostych belek [2]
Fig. 2. Exemplary ways of forming arches from straight beams [2]



Ryc. 4. Andrea Pallado, schemat konstrukcji mostu nad rzeką Cismone z 1570 roku. Łukowe przęsła wzmocnione układem steżeń, [3]
Fig. 4. Andrea Pallado, schematic of bridge over Cismone River, dating back to 1570. Arch spans reinforced with system of bracings [3]



Ryc. 5. Sposoby tworzenia łuków z prostych elementów drewnianych: a) przez docinanie, b) przez łączenie stalowymi obejmami wygiętych lameli [2]
Fig. 5. Ways of creating arches from straight wooden units: a) by trimming, b) by joining lamellas together by means of steel clamps [2]

szenie rozpiętości podstawowych elementów nośnych. Należało zlikwidować ograniczenie wynikające z naturalnych gabarytów drewna, w szczególności dotyczące wysokości przekrojów. Wymyślono ulepszoną wersję belek złożonych, które zbudowane były z wielu cienkich desek połączonych ze sobą łącznikami mechanicznymi. Pierwsze zastosowanie poziomych przekrojów złożonych to most o rozpiętości 61 m nad rzeką Limmat niedaleko Wetingen w Szwajcarii, wzniesiony przez Hansa Ulricha Grubenmanna w latach 1764–1766. Szczególną cechą tego mostu były belki stężące w płaszczynie traktu komunikacyjnego, nadające mostowi dużą sztywność [3].

Próba lepszego wykorzystania połączonych lameli polegała na wykształtowaniu z nich łuku, który tworzony był w dwojaki sposób: przez łączenie prostych fragmentów belek złożonych i docinanie brzegu łączonych elementów drewnianych do poszukiwanego kształtu lub przez wyginanie lameli i łączenie ich stalowymi obejmami przy zadanym kształcie (ryc. 5a, 5b, 6a, 6b) [2].

W Ameryce Północnej Theodore Burr w latach 1804–1806 wybudował most nad rzeką Delaware o rozpiętości 60 m. Most składał się z dwóch złożonych łuków z podwieszonym, usztywnionym pomostem. Ta forma konstrukcji została później nazwana systemem Emy'ego (od publikacji z 1828 roku, opisującej tę konstrukcję, autorstwa francuskiego oficera inżynierii Emy'ego). Oddzielne warstwy tarcicy były połączone za pomocą śrub i obejm, które miały spowodować wzrost tarcia pomiędzy lamelami, co z kolei miało prowadzić do przenoszenia sił rozciągających. Niska sztywność elementów prowadziła do poważnych ugięć. Aby poprawić sztywność dla dużych rozpiętości, Emy zaproponował dwu- lub trzysegmentowe łuki, ukośnie ścięte przy podporach, zaopatrzone w dodatkowe stężenia (ryc. 7). Emy zaproponował też używanie tych form konstrukcji dla dachów wielkich hal o rozpiętościach ok 100 m [3].

Największą wadą konstrukcji L'Orme'a i Emy'ego była ich sztywność. Opublikowane w 1847 roku przez Paula Josepha Ardanta studium naukowe konstrukcji łukowych zawierało porównanie reakcji na podporach i ugięcia konstrukcji otrzymane w testach obciążeniowych na kolistych łukach. Ardant zaproponował usztywnienie łuku Emy'ego poprzez kratownicę prostą o pełnych przekrojach prętów drewnianych [3]. Nie był to jedyny sposób zwiększenia sztywności elementów konstrukcyjnych. W budynku francuskiego działu Wystawy Światowej w Wiedniu (*The Vienna World Exposition*) z 1873 roku, łuki w przekroju zbliżone były do przekroju teowego (ryc. 8), co poprawiało ich sztywność [2].

Najsłabszą stroną prezentowanych rozwiązań były łączniki. Punktem wyjścia dla dalszego rozwoju konstrukcji drewnianych stało się zatem wynalezienie odpowiednich technik łączących. Do znacznego rozwoju konstrukcji z drewna klejonego przyczynił się Otto Hetzer, który choć nie wynalazł drewna klejonego, uznawany jest za ojca tej technologii. Natomiast za pierwszą konstrukcję zbudowaną przy użyciu drewna klejonego powszechnie uznaje się salę zebrań w King Edward College w Southhampton (1860). Otto Hetzer pracował nad problemami dotyczącymi optymalizacji przekrojów w zależności od obciążenia i opatentował swoje projekty. Wynalazł też metodę połączenia lameli za pomocą kleju, co stanowiło efektyw-

his timber roof and bridge designs after Roman builders. Palladio in his book entitled "Quattro libri dell'architettura" published in 1570 described a wooden bridge over the Cismone River (fig. 4). In this design the usually straight bridge spans assumed the form of a truss where the lower and upper flanges in the shape of an arch were connected together by means of posts (suspension rods) perpendicular to the flanges. This form contributed to a significant increase in system rigidity and was more advantageous with regard to the asymmetric loading of the bridge, causing bending [3].

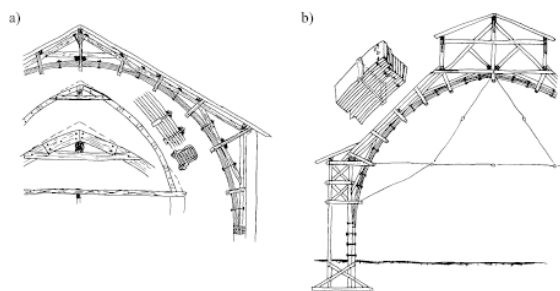
In the next stage in the evolution of timber structures the search for solutions which would make it possible to increase the span of the main load-bearing members continued. The limitations due to the natural size of timber, especially the one concerning their cross-sectional height, had to be overcome. A better version of composite beams, made up of thin planks joined together with mechanical couplers, was invented. Horizontal composite cross sections were first used in a bridge (61 m in span) over the Limmat River near Wetingen in Switzerland, erected by Hans Ulrich Grubenmann in the years 1764–1766. A special feature of this bridge were bracing beams in the roadway plane, endowing the bridge with high rigidity [3].

An attempt to better exploit the joined lamellas consisted in shaping them into an arch which was created in two ways: by joining together straight composite beam units and trimming the edge of the wooden member to the desired shape or by bending the lamellas and joining them together with steel clamps to obtain the prescribed shape (fig. 5a, 5b, 6a, 6b) [2].

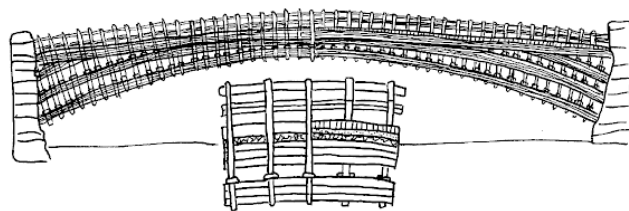
In North America Theodore Burr built a bridge with a span of 60 m over the Delaware River in the years 1804–1806. The bridge consisted of two composite arches with a suspended braced deck. This design was later called the Emmy system (after a 1828 work by the French engineering officer Emmy in which it is described). Separate layers of sawn timber were joined together with screws and clamps, which were to increase friction between the lamellas whereby the delaminating forces were to be carried. The low stiffness of the components resulted in large deflections. In order to improve stiffness for large spans Emmy proposed two- or three-segment arches bevelled at the supports and equipped with additional bracings (fig. 7). Emmy also proposed to use such designs for the roofs of large halls with a span of about 100 m [3].

The most serious drawback of L'Orme's and Emy's designs was their stiffness. The scientific study of arch structures published in 1847 by Paul Joseph Ardant included a comparison of the support reactions and the deflections determined by load tests carried out on circular arches. Ardant proposed to brace the Emmy arch with a simple truss with solid wooden bars [3]. This was not the only way in which the rigidity of structural components could be increased. In the building which housed the French section of the 1873 Vienna World Exposition the arches had a cross section close to the T one (fig. 8) whereby their rigidity improved [2].

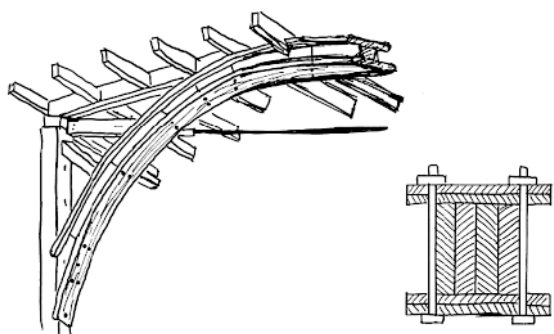
The weakest point of the above solutions were the couplers. Therefore the invention of joining techniques



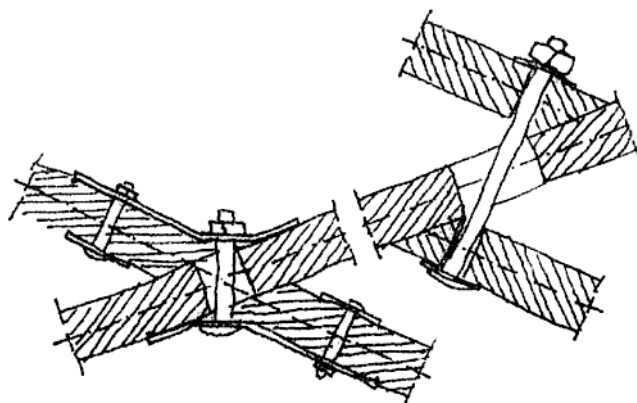
Ryc. 6. Przykłady konstrukcji, w których wykorzystano łuki powstałe z połączenia wygiętej grupy lameli [2]
 Fig. 6. Exemplary structures incorporating arches created by joining together bent cluster of lamellas [2]



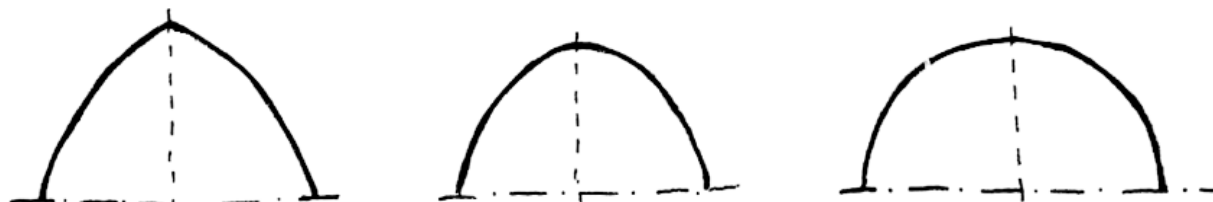
Ryc. 7. Projekt łukowego mostu autorstwa Emy'ego, 1828 [3]
 Fig. 7. Emy's design of arch bridge, 1828 [3]



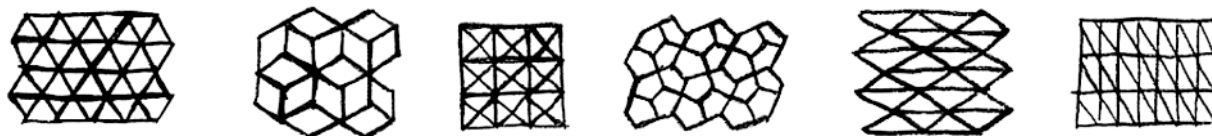
Ryc. 8. Wykonanie łuków w postaci belek złożonych, o przekroju dwuteownika [2]
 Fig. 8. Arches in form of composite beams with double-tee cross section [2]



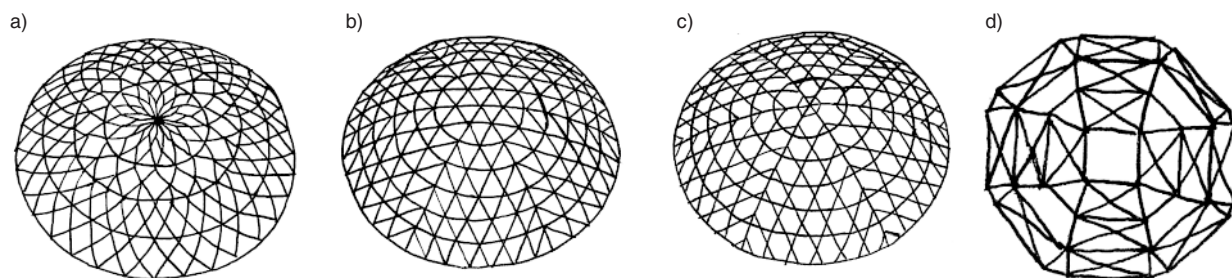
Ryc. 9. System Zollingera – schemat konstruowania siatki z 1904 roku [3]
 Fig. 9. Zollinger system – schematic showing way of constructing grid, dating back to 1904 [3]



Ryc. 10. Typowe kształty łuków w sklepieniach; od lewej: ostrołuk, łuk paraboliczny, łuk kołowy [6]
 Fig. 10. Typical shapes of arches in vaults, from left: ogive arch, parabolic arch, circular arch [6]



Ryc. 11. Przykłady rozwinięcia siatek [6]
 Fig. 11. Exemplary grid expansions [6]



Ryc. 12. Przykłady kopuł: a), b) siatkowe, c) Lamella, d) Zimmermanna [6]
 Fig. 12. Exemplary domes: a), b) grid domes, c) Lamell dome, d) Zimmermann dome [6]

ny środek zapobiegający skręcaniu i pękaniu cienkich przekrojów drewnianych. Opinia, że użycie drewna klejonego prowadzi do jednorodności materiału i stąd zmniejszenia zużycia surowca, a także osiągnięcia większych nośności i sztywności, utrzymuje się do dziś [3].

Wynalezienie drewna klejonego było krokiem miłym dla konstrukcji drewnianych. Rozwój i udoskonalenie tej techniki, a także badania nad tworzywami służącymi jako kleje pozwalają w obecnej dobie na kształtowanie konstrukcji drewnianych o rozpiętościach ponad 150 m [4]. Obecnie do sklejania lameli w produkcji drewna klejonego warstwowo używa się klejów fenolowo-rezorcynowo-formaldehydowych lub klejów z żywic melaminowych [5]. Żywice te, stosowane do klejenia na zimno (30–100°C) i na gorąco (powyżej 100°C), odznaczają się dużą wytrzymałością doraźną i dużą trwałością. Spoiny z tych żywic są odporne na działanie wysokiej temperatury, dużej wilgotności (zimnej i gorącej) i są niepalne [6].

Formami przejściowymi pomiędzy układami płaskimi a przestrzennymi stały się sklepienia siatkowe, krążynowo-siatkowe i łupinowe. Ustroje te najczęściej wykorzystuje się w celu przekrywania konstrukcji na rzucie prostokąta, w którym główne siły od obciążeń zewnętrznych przekazywane są na ściany podłużne [6]. Pierwszą tego typu formą była konstrukcja Fritza Zollingera, miejskiego inspektora budowlanego w Merseburgu koło Lipska. Około 1904 roku złożony element de L'Orme'a został przekształcony w trójwymiarową ramę. Zaproponowane nowe rozwiązanie tworzyło rombowa, w kształcie zakrzywioną, podobną do powłoki konstrukcję. Górne brzości pojedynczych desek odpowiadały kształtowi krzywizny dachu. Przy każdym połączeniu ukośnym deski były połączone sworzniami (ryc. 9) [3].

Obecnie konstruowane sklepienia siatkowe można dzielić ze względu na rodzaj łuku, jaki tworzą w przekroju. Wśród podstawowych form znajdują się przekroje o kształcie łuku kołowego, parabolicznego i ostrołukowego (ryc. 10). Ich zaletą jest możliwość budowania z małych, prefabrykowanych elementów o jednakowej długości, co ułatwia transport i montaż. Dzięki takiej konstrukcji siatki, w rozwinięciu, mogą tworzyć różne kształty, co stanowi zaletę architektoniczną (ryc. 11).

2. Kopuły drewniane

Możliwość rozpatrywania układów siatkowych czy łupinowych jako ustrojów płaskich miała swoje odzwierciedlenie w rozpiętościach konstrukcji przez nie przekrywanych. Uznana wyższość łuków nad belkami prostymi, a także chęć tworzenia coraz to większych obiektów, wpłynęła na rozwój dwukrzywiznowych konstrukcji przestrzennych. Kopuły, których kształt uznawany był w starożytności za doskonały [7], budowano już kilka tysięcy lat p.n.e. [8]. Drewno, ze względu na wspomniane wcześniej pierwotne właściwości, nie pozwalało na tworzenie kopuły o dużych rozpiętościach. Problemy z kształtowaniem formy czy niedoskonałość łączników stanowiły wyraźną barierę. Wynalezienie drewna klejonego, łączącego lekkość z łatwością zmiany geometrii elementu, stawia je na pierwszym miejscu wśród materiałów budowlanych przy tworzeniu wielkogabarytowych przekryć.

became the starting point for the further development of timber structures. Otto Hetzer made a significant contribution to the development of glued-laminated timber structures. Although he did not invent glued-laminated timber, he is commonly regarded as the father of this technology. The first structure built from glulam is commonly regarded to be the meeting room in the King Edward College in Southampton (1860). Otto Hetzer worked on optimizing glulam cross sections with regard to load and created several designs which he patented. He also invented a method of bonding the lamellas with glue whereby the twisting and cracking of the thin wooden sections was effectively prevented. The opinion that thanks to the glulam process one obtains a material with uniform properties whereby savings in the raw material can be made and higher load capacities and rigidities can be achieved still persists today [3].

The invention of glulam was a giant step in the development of timber structures. Thanks to the improvements in this technology and the research on adhesives, today timber structures with a span larger than 150 m can be built [4]. Currently phenolic-resorcinol-formaldehyde adhesives or adhesives based on melamine resins are used to glue lamellas together in the production of glulam [5]. The resins, used for cold bonding (30–100°C) and hot bonding (above 100°C), are characterized by high temporary strength and high durability. The joints made of such resins are stable to heat, resistant to high (cold and hot) humidity and non-flammable [6].

Grid vaults, centring-grid vaults and shell vaults became the transitional structures between two-dimensional and three-dimensional systems. Such roofs are usually used to cover structures on a rectangle plan where the main forces produced by external loads are transferred onto the longitudinal walls [6]. The first form of this type was the structure developed by Fritz Zollinger who was the Building Control Inspector in Merseburg near Leipzig. In about 1904 L'Orme's composite structural element was transformed in a three-dimensional frame. The proposed new solution had the form of a curved rhombic structure resembling a shell. The upper edges of the individual planks were consistent with the shape of the roof curvature. In each oblique connection the planks were joined together with bolts (fig. 9) [3].

The currently constructed grid vaults can be classified according to the arch they form in cross section. The basic cross-sectional forms are: a circular arch, a parabolic arch and an ogive arch (fig. 10). Their advantage is that small prefabricated units of the same length (whereby they are easily transported and assembled) can be used to construct them. Owing to this the expanded grids may form various shapes, which is important from the architectural point of view (fig. 11).

2. Timber domes

The fact that grid or shell systems could be considered as planar constructions became reflected in the span of the structures they covered. The recognized superiority of arches over simple beams as well as the desire

Uznanie doskonałości kształtu kopuły wpłynęło na ich bogatą systematykę. Do najprostszych można zaliczyć kopuły żebrowe, które powstają z dźwigarów łukowych o przekroju prostokątnym, zwanych południkami, ułożonych radialnie, połączonych w zworniku i usztywnionych elementami równoleżnikowymi, przebiegającymi na różnych wysokościach łuków. Dźwigary przejmują naprężenia ściskające i przenoszą obciążenia na fundamenty, a pierścienie poziome przekazują jedynie obciążenia na łuki. Taki sposób konstruowania sprawia, że kopuła jest niezmienna geometrycznie, a przekroje dźwigarów są mniejsze niż przekroje łuków sytuowanych na układach prostokątnych, poddanych tym samym obciążeniom [6]. Pewnym rodzajem kopuły żebrowej jest kopuła szwedlerowska. W jej przypadku wszystkie elementy, zarówno pionowe, jak i poziome, pracują przy przenoszeniu obciążeń. „Przyjęcie założenia o istnieniu przegubów w węzłach sprawia, że kopuły te stają się ustrojami geometrycznie niezmiennymi, statycznie wyznaczalnymi i łatwymi do obliczenia” [6]. Popularnymi wśród konstrukcji drewnianych są kopuły siatkowe, których szkielet stanowią elementy biegnące wzdłuż wzajemnie prostopadłych linii spiralnych i pierścieniowych (ryc. 12a) lub ułożonych w taki sposób, że tworzą na kopule siatkę o trójkątnych oczkach (ryc. 12b). Konstrukcje tworzone przez Lamella (ryc. 12c) czy Zimmermanna (ryc. 12d), ze względu na różną długość elementów składowych są rzadziej spotykane.

Wśród kopuł, które mogą tworzyć przekrycia o niewielkich rozpiętościach, są kopuły powłokowe (12 do 35 m). Ich charakterystyczną cechą jest współpraca wszystkich elementów w przenoszeniu obciążeń, a konstrukcja składa się ze szkieletu z południkowych łuków opartych na pierścieniu górnym i wieńczącym, deskowanego pierścieniowo i ukośnie.

Łatwość formowania materiału powoduje, że kopuły z drewna klejonego powstają na planach centralnych, kół, kwadratów, wieloboków, a także na planach owalnych. Największa, ekonomicznie uzasadniona średnica kopuły z drewna klejonego (ok. 180 m) wydaje się być już osiągnięta.

Tacoma Dome została wzniesiona w 1982 roku w mieście Tacoma w USA. Do dzisiaj jest jedną z największych kopuł drewnianych na świecie. Średnica konstrukcji kopuły wynosi 161,5 m, a wysokość 48 m. Została zaprojektowana tak, aby mogła pomieścić 23 000 widzów [4]. Główną konstrukcję tworzy tzw. kopuła geodezyjna w postaci dwudziestościanu foremego, opartego na sferze (ryc. 13, 14).

System, w jakim została wzniesiona Tacoma Dome, zawiera kombinację heksagonalnych i trójkątnych elementów. Górna konstrukcja, tworząca regularną siatkę, złożona jest z elementów rombów, co powoduje, że do węzłów dochodzi po sześć elementów drewnianych. Wykonanie takich elementów ze stali czy żelbetu byłoby utrudnione, dlatego w Tacoma Dome główne elementy wykonane są z drewna klejonego, które umożliwia formowanie pożądanego kształtu w prosty sposób. Żebra mają od 170 mm do 220 mm szerokości i 750 mm wysokości, a długość typowych elementów wynosi 15 m. Do wykonania konstrukcji użyto wyselekcjonowanych desek drewnianych, które przed użyciem do pokrycia powłoki były suszone i zakańczane przy użyciu profili łącz-

to create ever larger structures contributed to the development of double-curvature space structures. Domes whose shape in antiquity was regarded as ideal [7], had already been built a few thousand years before Christ [8]. Timber, because of its (mentioned earlier) natural properties was not suitable for building large-span domes. The difficulties in shaping the form and the imperfection of the couplers posed a major obstacle. Glued-laminated timber, combining light weight with the ease with which the geometry of structural components could be changed, became the primary building material for large-size roofs.

The recognition of dome shape excellence contributed to the great variety of domes. Among the simplest domes there are ribbed domes which are erected from radially arranged arched girders rectangular in cross section, called meridians, joined together in the keystone and braced with latitudinal members extending on the different levels of the arches. The girders take over compressive stresses and transfer the loads onto the foundations while the horizontal rings transfer loads only to the arches. Owing to this way of constructing the dome's geometry remains unchanged and the cross sections of the girders are smaller than those of the arches situated on a rectangular plan, subjected to the same loads [6]. A type of the ribbed dome is the Schwedler dome. In this case all the dome components, both the vertical and horizontal ones, take part in carrying loads. "Thanks to the assumption that hinges exist in the nodes such domes become geometrically invariable structures which are statically determinate and easy to calculate" [6]. Popular among timber structures are grid domes whose skeleton is made up of elements situated along mutually perpendicular spiral and annular lines (fig. 12a) or arranged in such a way that they form a triangular mesh grid on the dome (fig. 12b). Because of the different length of their components, structures created by Lamella (fig. 12c) or Zimmermann (fig. 12d) are rather rare.

Among domes which may form small-span (12–35 m) roofs one can distinguish shell domes. Their characteristic feature is that all their elements take part in carrying loads. Their skeleton is made of meridional arches resting on the upper and top rings and it is annularly and diagonally boarded.

Owing to the ease with which the material can be shaped, domes made of glulam are built on central, circular, square, polygon and oval plans. It seems that the largest viable diameter (about 180 m) in the case of domes made of glulam has already been achieved.

The Tacoma Dome in Tacoma in the US State of Washington was erected in 1982. To this day it is still one of the largest timber domes in the world. Its diameter and height amount to respectively 161.5 m and 48 m. The Tacoma Dome has the capacity for 23 000 spectators [4]. A geodesic dome, in the form of a regular icosahedron resting on a spherical surface, forms its principal structure (fig. 13, 14).

The Tacoma Dome structure includes combinations of hexagonal and triangular elements. Its upper part, forming a regular grid, is made up of rhombic elements, which means that six timber elements meet in each node.

nikowych. Zewnętrzna membrana jest pokryta materiałem poliuretanowym, a baza kopuły wykonana jest z betonu sprężonego jako belka pierścieniowa przejmująca siły działające z całej konstrukcji [4].

Ciekawą realizacją kopuły drewnianej jest też Izumo Dome, w Izumo w Japonii. Jest to kopuła o średnicy 143 m i wysokości 49 m, wzniesiona w 1992 r. Z zewnątrz przypomina tradycyjny japoński parasol (ryc. 15).

Kopuła jest trójwymiarową, belkową strukturą złożoną z łukowych dźwigarów z drewna klejonego, kabli stalowych, stalowych prętów i membrany. Łuki dźwigarów wykonane są z wielkowymiarowych, jodłowych, klejonych belek. Każdy dźwigar składa się z 4 prostych i 3 kolankowych sprężonych elementów belkowych, złożonych z dwóch głównych belek i bloku dystansowego, każdy o wymiarach 273 mm × 914 mm. Wszystkie belki klejone warstwowo składają się z desek o wymiarach 50 mm × 305 mm. Elementy połączone są ze sobą i tworzą promieniowy dźwigar. Stalowe, wstępnie sprężone pręty stężące dźwigary umieszczone są wzdłuż łuków w celu zniwelowania wpływu niesymetrycznych obciążeń. Trzy pierścieniowe kable, przechodzące przez słupki w kształcie litery V, zamocowane do drewnianych łuków, mają na celu zapewnienie stabilności i stateczności kopuły. W środku kopuły znajduje się stalowy pierścień o średnicy 22 m, do którego zamocowane są zakończenia drewnianych dźwigarów. Kopuła wsparta jest na 36 betonowych kolumnach w środku łuków, które przenoszą tylko obciążenia pionowe. Zakończenia łuków połączone są ze stężającymi, stalowymi pierścieniami, które mają na celu przeniesienie sił pochodzących z dźwigarów [9].

3. Analiza pracy kopuł hybrydowych przy użyciu MES

Rozwój budownictwa i postęp technologiczny pozwalają konstruktorom i architektom na tworzenie praktycznie dowolnych brył budowli. Dalszym krokiem jest poszukiwanie rozwiązań najbardziej ekonomicznych, ze szczególnym uwzględnieniem oszczędności materiałowych. Ważne jest, aby taki dobór przekrojów pozwalał na najlepsze wykorzystanie właściwości wytrzymałościowych materiałów.

Przedstawiona poniżej analiza ma na celu określenie kierunków badań i problemów, jakie występują w modelowaniu kopuł drewniano-stalowych, a także zależności materiałowych występujących w tego typu konstrukcjach. Celem było również określenie istnienia współpracy pomiędzy dwiema częściami kopuły: zewnętrzną (wykonaną z drewna klejonego) i wewnętrzną (z cięgien stalowych).

Przedmiotem analizy jest konstrukcja drewniano-stalowa o kształcie kopuły. Wzorem do modelu statycznego układu jest kopuła szwedlerowska, zbudowana z wertykalnych łuków i horyzontalnych pierścieni, które tworzą siatkę o oczkach w kształcie trapezów, wzmocnionych o dodatkowe wykratowanie. Ideowa praca tego typu konstrukcji polega na przenoszeniu obciążeń przez wszystkie elementy układu. W związku z takim założeniem punkty łączące elementy południkowe i równoleżnikowe zamodelowano jako przegubowe. Kształt zewnętrz-

It would be difficult to make such elements from steel or reinforced concrete and so the main components in the Tacoma Dome are made of glulam which can be easily shaped as desired. The ribs are from 170 mm to 220 mm wide and 750 mm high and the typical structural members are 15 m long. Selected wooden planks, which had been dried and ended with couplers, were used to build the structure. The outer membrane is coated with a polyurethane material while the dome's base is made of prestressed concrete and acts as a ring beam taking over the forces from the whole structure [4].

An interesting timber dome is the Izumo Dome erected in Izumo (Japan) in 1992. It is 143 m in diameter and 49 m high. From the outside it resembles the traditional Japanese parasol (fig. 15).

The dome is a three-dimensional beam structure consisting of arched glulam girders, steel cables, steel bars and a membrane. The arches of the girders are made from large-size fir glulam beams. Each (273 × 914 mm) girder is made up of 4 straight and 3 elbow-shaped coupled beam elements, consisting of two main beams and a spacing block. All the glulam beams are made up of 50 × 305 mm boards. The elements are connected together forming a radial girder. The prestressed steel bars bracing the girders are located along the arches in order to eliminate the effect of asymmetric load. The purpose of the three annular cables passing through V-shaped posts and attached to the wooden arches is to ensure the stability of the structure. Inside the dome there is a steel ring 22 m in diameter, to which the ends of the wooden girders are secured. The dome is supported by 36 concrete columns in the centres of the arches, which carry only vertical loads. The ends of the arches are connected with bracing steel rings whose task is to carry the forces originating from the girders [9].

3. Finite element analysis of the behaviour of hybrid domes

Thanks to the advances in construction and the technological progress construction engineers and architects can create practically any forms of buildings. The next step is to search for more economical designs, especially as regards material savings. It is essential to select such cross section that the strength properties of the materials are best exploited. The aim of the analysis presented below was to identify the trends and problems in the modelling of domes made of wood and steel as well as the material interdependencies which occur in structures of this kind. Another aim was to determine whether there is interaction between the dome's outer part (made of glulam) and its inner part (made from steel tendons).

The subject of the analysis is a wood-steel structure in the form of a dome. Its static model is based on a Schwedler dome constructed from vertical arches and horizontal rings, forming a trapezoidal mesh grid, reinforced with additional lattice work. The idea of the behaviour of such a structure is that all its components carry the load. Hence the points connecting the meridional components and the latitudinal components were modelled as hinged. The shape of the

nej kopuły drewnianej skonstruowano według funkcji wielomianowej drugiego stopnia, aby otrzymane wyniki badań były bardziej ogólne niż w przypadku kopuły opartych na sferach. Wewnątrz kopuły zamodelowana została siatka stalowa, położona w stałej odległości od zewnętrznej konstrukcji. Siatka zamocowana jest do wewnętrznej kopuły za pomocą słupków ułożonych prostopadłe do jej powierzchni i połączonych przegubowo. Taka konstrukcja pozwala na swobodną pracę wszystkich elementów składowych, a w przypadku słupków na występowanie w nich najmniejszych możliwych sił. Główna konstrukcja została zaprojektowana z elementów wykonanych z drewna klejonego klasy GL 24 o przekroju prostokątnym, a jako elementy ciągnowe przyjęto pręty o litym przekroju wykonane ze stali S235.

Analizie poddano kopułę o rozpiętości 60 m i wyniosłości 16 m. Niewielkie wymiary zostały dobrane celowo, aby możliwe było odniesienie uzyskanych wyników do konstrukcji bez ciągnięć. Zbudowane modele poddawano niewielkiemu obciążeniu przyłożonemu w węzłach i działającemu w dwóch przypadkach: jako obciążenie pionowe lub poziome (ryc. 16). Ze względu na przestrzenną pracę konstrukcji uznano za słuszne przyłożenie obciążenia do połowy powierzchni, ze względu na bardziej niekorzystny charakter działania w porównaniu z jednakowym obciążeniem działającym na całą powierzchnię. W modelach wprowadzano siłę wstępnie napinającą ciągną, aby zbadać jej wpływ na pracę konstrukcji. Zbadano zachowanie się przedstawionych kopuł dla zmiennych przekrojów głównych elementów drewnianych (o wymiarach 100 × 200 mm; 150 × 250 mm, 150 × 300 mm, 150 × 350 mm), ciągnięć o zmiennych średnicach (od 6 mm do 26 mm), zmiennej siły wstępnie napinającej ciągną (od 1 kN do 3 kN) i zmiennej wartości obciążenia (od 1 kN do 4 kN). Całość obliczeń wykonano za pomocą programu Sofistik 2010, w oparciu o EC 3 i EC 5. Obliczenia wykonano wg teorii II rzędu.

W trakcie modelowania należało zwrócić szczególną uwagę na sposób wykonania najwyższej części kopuły. W założeniach kopuły szwedlerowskiej występują południkowe żebra, które wykonuje się w sposób ciągły, co w przypadku modelowania siatki ciągnowej pozwalało na stworzenie pełnego układu podwieszonoego, ze słupkiem podwieszonym do najwyższej części kopuły – model I (ryc. 17a). Takie rozwiązanie generowało bardzo duże odkształcenia w szczytowej części konstrukcji (ryc. 17b), a w konsekwencji brak możliwości uzyskania realnych sił przekrojowych. Możliwym rozwiązaniem jest modelowanie bez łączenia słupkiem najwyższego punktu kopuły drewnianej z siatką ciągnową – model II (ryc. 17c) lub też ukształtowanie kopuły z pierścieniem górnym o niewielkiej średnicy – model III (ryc. 18a). Powstaje w ten sposób układ łuków opartych na ścisłanym pierścieniu górnym. Chcąc zamocować siatkę ciągnięć w sposób klasyczny dla takich konstrukcji, przy dużych wartościach sił wstępnie napinających ciągną generujemy duże odkształcenia pierścienia górnego (ryc. 18b). Rozwiązanie polegające na modelowaniu bez łączenia słupkami pierścienia górnego z układem ciągnięć (ryc. 18c) poprawia pracę konstrukcji w przypadku wstępnie nadanych dużych sił w ciągniach – model IV.

outer wooden dome was constructed according to the 2nd degree polynomial function to obtain more general results than the ones for domes based on spheres. Inside, a steel grid situated at a constant distance from the outer structure was modelled. The grid is hinge-like fixed to the outer dome by means of posts perpendicular to its surface. Thanks to this design all the components can work freely and the smallest possible forces occur in the posts. The main structure components were designed as made of grade GL 24 glulam and rectangular in their cross section. The tendon components were assumed to be solid cross section rods made of steel S235.

The analyzed dome had a span of 60 m and a height 16 m. The rather small dimensions were adopted on purpose so that the obtained results could be compared with the ones for a similar structure without tendons. The constructed models were subjected to a small load applied in the nodes and acting either as a vertical or horizontal load (fig. 16). Considering the structure's spatial behaviour it was decided to apply the load to half of the surface (because of the more disadvantageous load action in comparison with the uniform loading of the whole surface). A force pretensioning the tendons was introduced in the models in order to study its effect on the behaviour of the structure. The behaviour of the domes was studied for the variable (100 × 200 mm, 150 × 250 mm, 150 × 300 mm and 150 × 350 mm) cross sections of the main wooden components, the variable (from 6 to 26 mm) diameter of the tendons, the variable (1–3 kN) force pretensioning the tendons and the variable (1–4 kN) load. All the calculations were done in accordance with the 2nd order theory.

In the modelling, special attention was paid to the top of the dome. According to its assumptions, the Schwedler dome has continuous meridional ribs. In the case of the tendon grid this fact made it possible to create a full suspended system with its post suspended from the top of the dome – model I in figure 17a. This design generated very high strains in the top part of the structure (fig. 17b) and consequently, no real cross-sectional forces could be generated. A possible solution is modelling without connecting the dome's highest point with the tendon grid through the post – model II (fig. 17c) or by designing the dome with a small diameter top ring – model III (fig. 18a). In this way a system of arches resting on the compressed top ring is created. If one wanted to fix the grid of tendons in a way typical for such structures then at high tendon pretensioning forces, large strains would be generated in the top ring (fig. 18b). A modelling solution in which the top ring is not connected with the system of tendons by means of posts (fig. 18c) improves the performance of the structure in the case of high forces preapplied to the tendons – model IV.

Ultimately, two main dome models (models II and III) were adopted and their full analysis showed that there is interaction between the tendon components and the rigid wooden system. Selected results for the forces occurring in the particular system components are shown in table 1.

Ostatecznie przyjęte dwa główne modele kopuły (modele II i III) i otrzymane wyniki pełnej analizy pozwalają stwierdzić, że istnieje współpraca pomiędzy elementami ciągnowymi a sztywnym układem drewnianym. Wybrane wyniki przedstawiające wartości sił występujących w poszczególnych elementach układu zestawiono w tabeli 1.

Wśród elementów drewnianych, łuki pracują jak elementy ściskane, a pierścienie jak elementy ściskane lub rozciągane w zależności od kierunku przełożenia siły i usytuowania rozpatrywanego elementu względem działającego obciążenia (w tabeli 1 przedstawiono tylko maksymalne wartości sił w poszczególnych elementach; stwierdzenie o pracy elementów oparte jest na wynikach z całego przebiegu badań). Ciężna pracują na rozciąganie, przy czym bardziej czułe na zmiany są te usytuowane wertykalnie. Zdarza się, że przy małych średnicach ciężien horyzontalnych nie są one wykorzystywane, a wartość siły w nich występująca jest mniejsza niż pierwotnie zadana, co świadczy o wyłączeniu danego elementu ze współpracy. Zmiana siły wstępnie napinającej

As regards the wooden components, the arches behave as compressed elements and the rings as compressed or tensioned elements depending on the direction of the applied force and the position of the considered component relative to the load (table 1 shows only the maximum force values in the individual components; the statement concerning the behaviour of the components is based on the results of the whole study). The tendons are subject to tension, with the vertical ones being more sensitive to its changes. It happens that when a horizontal tendon is of small diameter, it is not used and the force present in it is smaller than the one originally prescribed, which indicates that the tendon is excluded from the interaction. A change in the tendon pretensioning force has no significant effect on the values of the cross-sectional forces in the wooden components. But the tendon diameter has an effect on the behaviour of the structure. The larger the tendon diameter, the greater the tensile force in it. When the tendon pretensioning forces, and also the tendon diameters are increased, the cross-

Tab. 1. Wyniki analizy dla kopuły modelowej III, pod wpływem działania obciążenia pionowego
Tab. 1. Results of analysis for model dome III under vertical load

| $b \times h$ [mm] | d [mm] | Pre [kN] | F [kN] | max V beam [kN] | max H beam [kN] | max V cable [kN] | max H cable [kN] |
|----------------------|-------------|---------------|-------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| 100 × 200 | – | – | 2 | –23.3 | –30.3 | – | – |
| 100 × 200 | – | – | 3 | SN | SN | – | – |
| 100 × 200 | 6 | 2 | 2 | –25.0 | –42.5 | 2.8 | 2.0 |
| 100 × 200 | 6 | 2 | 3 | –24.4 | –41.0 | 2.8 | 2.0 |
| 150 × 250 | – | – | 2 | –32.6 | –58.6 | – | – |
| 150 × 250 | – | – | 3 | SN | SN | – | – |
| 150 × 250 | 6 | 2 | 2 | –33.6 | –63.6 | 4.3 | 3.1 |
| 150 × 250 | 6 | 2 | 3 | –38.2 | –64.2 | 3.1 | 1.9 |
| 150 × 250 | 10 | 2 | 3 | –38.4 | –66.5 | 3.4 | 1.9 |
| 150 × 250 | 16 | 2 | 3 | –38.7 | –69.6 | 3.5 | 2.2 |
| 150 × 250 | 20 | 2 | 3 | –41.0 | –77.9 | 5.5 | 4.4 |
| 150 × 300 | – | – | 3 | –35.3 | –58.2 | – | – |
| 150 × 300 | – | – | 4 | SN | SN | – | – |
| 150 × 300 | 10 | 2 | 3 | –41.1 | –70.8 | 3.3 | 2.0 |
| 150 × 300 | 10 | 2 | 4 | –46.6 | –75.6 | 3.7 | 1.9 |
| 150 × 350 | – | – | 3 | –42.5 | –63.5 | – | – |
| 150 × 350 | – | – | 4 | SN | SN | – | – |
| 150 × 350 | 10 | 2 | 3 | –44.2 | –74.3 | 3.3 | 2.0 |
| 150 × 350 | 10 | 2 | 4 | –49.6 | –80.2 | 3.7 | 2.0 |

gdzie:
 $b \times h$ – wymiary przekroju głównych elementów drewnianych;
 d – średnica przekroju ciężna;
 Pre – wartość siły wstępnie napinającej ciężno;
 F – wartość jednostkowego obciążenia zadanego;
max V beam – maksymalna wartość siły występującej w drewnianej belce wertykalnej;
max H beam – maksymalna wartość siły występującej w drewnianej belce horyzontalnej;
max V cable – maksymalna wartość siły występującej w ciężnie ułożonym wertykalnie;
max H cable – maksymalna wartość siły występującej w ciężnie ułożonym horyzontalnie;
SN – (*stiffness negativ*) – brak stateczności układu (rosnące wartości sił resztkowych w kolejnych krokach iteracji).

where:
 $b \times h$ – the cross sectional dimensions of the main wooden components,
 d – the diameter of the tendon cross section,
 Pre – the force pretensioning a tendon,
 F – the applied unit load,
max V beam – the maximum force in a vertical wooden beam,
max H beam – the maximum force in a horizontal wooden beam,
max V cable – the maximum force in a vertical tendon,
max H cable – the maximum force in a horizontal tendon;
SN – (*stiffness negative*) no system stability (increasing residual force values in successive iteration steps).



Ryc. 13. Widok konstrukcji dwudziestościanu foremnego Tacoma Dome [4]
 Fig. 13. View of Tacoma Dome's regular icosahedron [4]



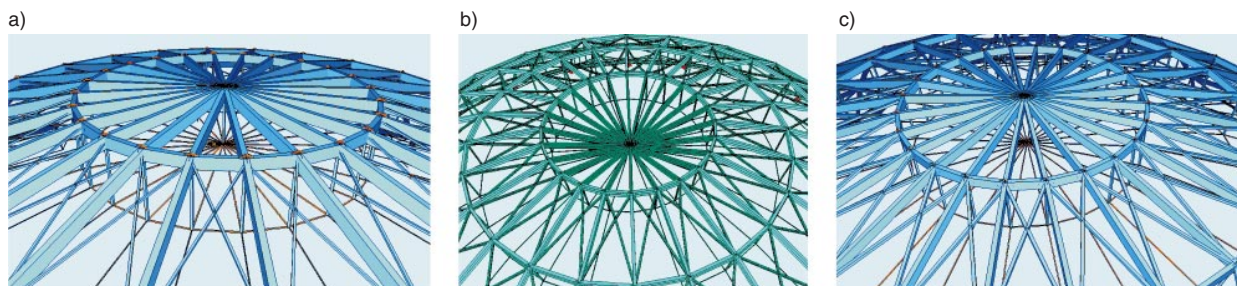
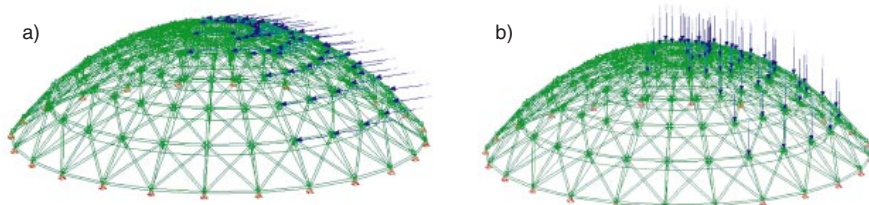
Ryc. 14. Widok zewnętrznego pierścienia składającego się z trójkątnych elementów [4]
 Fig. 14. View of outer ring consisting of triangular elements [4]



Ryc. 15. Widok kopuły Izumo Dome [9]
 Fig. 15. View of Izumo Dome [9]



Ryc. 16. Schematy przyjętego obciążenia: a) obciążenie poziome, b) obciążenie pionowe
 Fig. 16. Schemes of adopted load
 a) horizontal load, b) vertical load



Ryc. 17. Modele konstrukcji kopuły i odkształcenia kluczowych miejsc: a) model I, b) przykład odkształcenia szczytu kopuły, c) model II (opis w tekście)
 Fig. 17. Dome structure models and deformations of key areas: a) model I, b) exemplary deformation of dome top, c) model II (description in text)



Ryc. 18. Modele konstrukcji kopuły i odkształcenia kluczowych miejsc: a) model III, b) przykład odkształcenia szczytu kopuły, c) model IV (opis w tekście)
 Fig. 18. Dome structure models and deformations of key areas: a) model III, b) exemplary deformation of dome top, c) model IV (description in text)

ciągnie nie ma znaczącego wpływu na wartości sił przekrojowych w elementach drewnianych. Wpływ na pracę konstrukcji ma natomiast średnica cięgna. Im większa jest średnica cięgna, tym większa jest wartość siły rozciągającej w niej występującej. Zwiększanie sił wstępnie napinających cięgno, a także średnic cięgien powoduje wzrost wartości sił przekrojowych elementów drewnianych. Cała konstrukcja pracuje jak konstrukcja wstępnie sprężona. Zjawisko to pozwala na obciążanie konstrukcji siłami, jakich nie jest w stanie przenieść analogiczna konstrukcja bez układu cięgnowego.

W tabeli 2 przedstawiono zestawienie wartości przemieszczeń na kierunkach X , Y , Z globalnego układu współrzędnych dla wybranych węzłów, przy zadanym obciążeniu poziomym lub pionowym, dla wybranych kopuły modelu I.

Na podstawie wyników przedstawionej analizy stwierdzono, że istnienie układu cięgnowego w kopule nieznacznie wpływa na zmniejszenie wartości przemieszczeń węzłów kopuły hybrydowej w stosunku do analogicznej kopuły bez cięgien. Zjawisko to dla obciążenia poziomego dotyczy przemieszczeń na kierunku Z (pionowe przemieszczenia) i jest korzystne dla dużych wartości przekrojów cięgien, a dla obciążenia pionowego dotyczy kierunku Y (przemieszczenia poziome) i zachodzi dla małych wartości średnic cięgien. W celu weryfikacji wyników podobną analizę należy przeprowadzić na kopułach o większej rozpiętości i wartości zadanego obciążenia.

sectional forces in the wooden components increase. The whole structure behaves as a pretensioned structure. Consequently, it can be loaded with forces which a similar structure without the system of tendons is unable to carry.

The displacements along the directions X , Y , Z of the global coordinate system for selected nodes of model dome I subjected to the prescribed horizontal or vertical load are compared in table 2.

The results of the analysis have shown that the tendon system in the dome contributes to a small reduction in the displacements of the nodes in the hybrid dome in comparison with a similar dome without tendons. For vertical load, this phenomenon applies to displacements along direction Z (vertical displacements) and it advantageous in the case of large cross section tendons. For vertical load, it applies to direction Y (horizontal displacements) and occurs at small diameters of the tendons. In order to verify the results a similar analysis should be carried out for domes with larger spans and greater prescribed loads.

This preliminary analysis of the behaviour of hybrid domes has indicated that the material interaction between the wooden system and the tendon system needs to be further investigated. The precise determination of the quality of the effect which the tendons have on the cross-sectional forces and on the nodal displacements in the considered structures will help to shape their forms more

Tab. 2. Wyniki analizy dla kopuły modelowej I, pod wpływem działania obciążenia pionowego
Tab. 2. Results of analysis for model dome I under vertical load

| | $b \times h$ [mm] | d [mm] | Pre [kN] | F [kN] | $u(x)$ [mm] | $v(y)$ [mm] | $w(z)$ [mm] |
|-----------------------|----------------------|-------------|-------------|-----------|----------------|----------------|----------------|
| obciążenie poziome | 150 × 250 | – | – | 1 | 0.56 | 2.83 | 5.74 |
| | 150 × 250 | 6 | 1 | 1 | 0.54 | 2.86 | 5.45 |
| horizontal load | 150 × 250 | 10 | 1 | 1 | 0.57 | 2.86 | 5.56 |
| | 150 × 250 | 16 | 1 | 1 | 0.65 | 2.89 | 5.74 |
| | 150 × 300 | – | – | 1 | 0.57 | 3.27 | 5.85 |
| | 150 × 300 | 6 | 1 | 1 | 0.56 | 3.26 | 5.63 |
| | 150 × 300 | 10 | 1 | 1 | 0.58 | 3.28 | 5.69 |
| | 150 × 300 | 16 | 1 | 1 | 0.65 | 3.36 | 5.89 |
| | 150 × 350 | – | – | 1 | 0.58 | 3.27 | 5.92 |
| | 150 × 350 | 6 | 1 | 1 | 0.57 | 3.26 | 5.74 |
| | 150 × 350 | 10 | 1 | 1 | 0.5 | 3.28 | 5.79 |
| | 150 × 350 | 16 | 1 | 1 | 0.65 | 3.34 | 5.95 |
| obciążenie pionowe | 150 × 250 | – | – | 1 | 0.34 | 3.37 | 9.75 |
| | 150 × 250 | 6 | 1 | 1 | 0.34 | 3.35 | 10.1 |
| vertical load | 150 × 250 | 10 | 1 | 1 | 0.34 | 3.38 | 9.96 |
| | 150 × 250 | 16 | 1 | 1 | 0.39 | 3.43 | 9.87 |
| | 150 × 300 | – | – | 1 | 0.34 | 3.34 | 9.34 |
| | 150 × 300 | 6 | 1 | 1 | 0.35 | 3.39 | 9.6 |
| | 150 × 300 | 10 | 1 | 1 | 0.35 | 3.41 | 9.55 |
| | 150 × 300 | 16 | 1 | 1 | 0.37 | 3.47 | 9.46 |
| | 150 × 350 | – | – | 1 | 0.32 | 3.43 | 9.12 |
| | 150 × 350 | 6 | 1 | 1 | 0.33 | 3.42 | 9.12 |
| | 150 × 350 | 10 | 1 | 1 | 0.34 | 3.44 | 9.28 |
| | 150 × 350 | 16 | 1 | 1 | 0.35 | 3.50 | 9.20 |

gdzie:
 $u(x)$, $v(y)$, $w(z)$ – przemieszczenia węzłów odpowiednio na kierunkach X , Y , Z .

where:
 $u(x)$, $v(y)$, $w(z)$ – the displacements of the nodes along respectively directions X , Y , Z .

Przedstawiona wstępna analiza zachowania się kopuł hybrydowych pozwala twierdzić, że celowym jest dalsze poszukiwanie zależności we współpracy materiałowej drewnianego układu z układem ścięgnowym. Dokładne określenie jakości wpływu cięgien na siły przekrojowe i przemieszczenia węzłowe w omawianych konstrukcjach pomoże w bardziej efektywnym kształtowaniu brył obiektów. Do kolejnych analiz należy dołączyć również zagadnienie dotyczące probabilistyki uszkodzenia pojedynczego cięgna i wpływ takiego zdarzenia na pracę układu.

Rozwój technologii produkcji drewna klejonego otworzył wiele możliwości przed konstruktorami i architektami. Usunięte zostały naturalne bariery gabarytowe drewna, z jednoczesnym udoskonaleniem i ujednoliceniem materiału. Ostatnimi ograniczeniami, jakie pozostały, są statyka i wyobraźnia.

Pracę przesłano do komitetu światowej konferencji „Domes in the World”, Florencja, marzec 2012.

effectively. Further studies should cover the probability of damage to a single tendon and the effect of such an event on the behaviour of the system.

The development of the glulam production technology opened up many possibilities for construction engineers and architect by removing the natural size barriers of wood as well as by improving the material and making it more uniform. The remaining limitations are the statics and imagination.

Paper sent to the Science Committee of World Conference „Domes in the World”, Florence, March 2012.

Literatura

- [1] Lyons A., *Materials for Architects and Builder*. Elsevier Butterworth-Heinemann, Amsterdam 2004.
- [2] Anonymous, *Baukunde des architekten*. Verlag Deutsche Bauzeitung, Berlin 1903.
- [3] Müller C., *Holzleimbau, Laminated Timber Construction*. Birkhäuser, Basel, Berlin, Boston 2000.
- [4] TRADA (2007). *Wide-span wood sports structures*. www.trada.co.uk.
- [5] Neuhaus H., *Ingenieurholzbau*. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden 2009.
- [6] Kotwica J., *Timber structures in traditional construction* (in Polish). Arkady, Warszawa 2009.
- [7] Kubalska-Sulkiewicz K., *Dictionary of fine arts terms* (in Polish). PWN, Warszawa 2005.
- [8] Mierzejewski A., *The art of the Ancient East* (in Polish), Vol. I. Wydawnictwo Artystyczne i Filmowe, Warszawa 1983.
- [9] Tsubota H., Ban S., Saito M., *Largest Timber Structure in Japan*. Structural Engineering International, 1993, 2 (3), 79-81.

Streszczenie

W artykule przedstawiono zarys historii drewnianych przekryć o dużych rozpiętościach. Przedstawiono także hybrydową kopułę z drewna klejonego i stali, w której sztywny układ elementów drewnianych (pracujących z reguły jako elementy ściskane) wsparty jest systemem cięgien stalowych (pracujących na rozciąganie). W tekście rozważano dwa typy konstrukcji kopuł: kopułę ze wzmocnieniem w postaci cięgien stalowych lub konstrukcję bez wzmocnienia. Tekst zawiera porównanie tych dwóch typów konstrukcji. W oparciu o obserwacje zmian zachowania statycznego kopuły hybrydowej i drewnianej, poddano analizie następujące zagadnienia:

- a) wpływ średnicy cięgna i siły wstępnie napinającej na konstrukcję,
- b) analiza rozkładu naprężeń w sztywnym układzie,
- c) statyka konstrukcji hybrydowej,
- d) analiza deformacji konstrukcji pod wpływem obciążenia statycznego.

Dodatkowo przedstawiono przykłady zrealizowanych na świecie kopuł hybrydowych i drewnianych.

Abstract

The paper presents a brief history of timber long-span structures. Also a hybrid structure consisting of a rigid dome and tendons is proposed. In this hybrid structure the rigid components generally function as compressive members and the tendons as tensile members. The rigid dome is made of glued-laminated timber. An analysis covering:

- a) the influence of the tendon diameter and the prestressing force,
- b) strain and stress in the rigid structure,
- c) the static behaviour of the hybrid structure,
- d) deformations under static load

is carried out. The behaviour of the hybrid structure and that of a purely rigid structure are compared. Examples of existing hybrid and glued-laminated timber dome structures are shown.