

EWA JAROMSKA*

OBLICZENIE SZEROKOŚCI RYS
W ZGINANYCH ELEMENTACH ŻELBETOWYCH
WEDŁUG EC2:2008 I DIN 1045-1:2008

CALCULATION OF CRACK WIDTH
IN REINFORCED CONCRETE BENDING ELEMENTS
ACCORDING TO EC2:2008 AND DIN 1045-1:2008 CODES

Streszczenie

W artykule omówiono problemy związane z obliczeniem rozstawu i szerokości rys w żelbetowych elementach zginanych. W analizie uwzględniono normy PN-EN 1992-1-1:2008 i DIN 1045-1:2008. Przedstawiony przykład obliczeniowy wykazał znaczną różnicę otrzymanych wartości (ponad 100%) rozstawu rys i ich szerokości.

Słowa kluczowe: rysy, szerokość rys, rozstaw rys

Abstract

In the paper the problems dealing with the calculations of crack spacing and crack width in bending reinforced concrete elements are discussed. PN-EN 1992-1-1:2008 and DIN 1045-1:2008 are taken into consideration. Calculation example for bending element has pointed the serious difference in obtained values of crack spacing as well as crack width (above 100%).

Keywords: crack, crack spacing, crack width

* Mgr inż. Ewa Jaromska, doktorantka, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Do kwietnia 2010 roku obowiązywała w Polsce norma PN-B-03264/2002: *Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie*. W maju 2010 został przyjęty EC2 jako norma krajowa PN-EN 1992-1-1: *Eurokod 2 Projektowanie konstrukcji z betonu*. Od wielu lat istnieje współpraca Polski z krajami europejskimi, które nie przyjęły Eurokodu. Do krajów tych zaliczane są Niemcy, których naukowcy odegrali znaczącą rolę przy formułowaniu wytycznych do projektowania elementów rozciąganych i zginanych w stanie granicznym użyteczności. Podane w normach procedury dotyczą betonów zwykłych. W prezentowanym artykule przedstawiono procedury projektowania elementów zginanych z betonu zwykłego według wyżej wymienionych norm i skutki wynikające z odmiennego podejścia do zagadnienia.

W ostatnich kilkunastu latach obserwuje się znaczący wzrost prac badawczych dotyczących projektowania i wykonania konstrukcji z betonów wysokiej wytrzymałości do 120 MPa. Właściwości mechaniczne tych betonów są bardzo zróżnicowane w zależności od rodzaju i uziarnienia stosowanego kruszywa, udziału innych materiałów wiążących poza cementem (pył krzemionkowy i popiół lotny) i warunków pielęgnacji. Te wszystkie czynniki wpływają na wzajemne relacje wytrzymałości na ściskanie i rozciąganie w zależności od metody badań, jak również modułu sprężystości.

Pojawienie się pierwszej rysy, rozwój rys i ich stabilizacja są uzależnione między innymi od rozwoju naprężeń przyczepności betonu ze zbrojeniem zwykłym i sprężającym, jak również od tego, czy mamy do czynienia z elementem rozciągającym czy zginającym. W związku z powyższym zachodzi pytanie, w jakim stopniu podane wytyczne normowe dla betonów zwykłych są przydatne dla elementów z betonów wysokiej wytrzymałości. Temat ten został podjęty w Zakładzie Konstrukcji Sprężonych Politechniki Krakowskiej.

2. Zbrojenie minimalne

Jeżeli w przekroju betonowym wymagane jest sprawdzenie rys, to w obszarach rozciąganych, w których spodziewamy się ich pojawienia, należy umieścić zbrojenie nie mniejsze od minimalnego określonego przez normę EN 1992-1-1:2004+AC:2008 w punkcie 7.3.2. Mając na uwadze przyczepność stali do betonu, możemy z warunków równowagi między siłą rozciągającą w betonie tuż przed zarysowaniem a siłą rozciągającą w zbrojeniu bezpośrednio po zarysowaniu, obliczyć potrzebny przekrój prętów.

Normy podają wzór na wyznaczenie wymaganego minimalnego pola przekroju zbrojenia, który można stosować, jeżeli przez dokładniejsze obliczenia nie wykaże się, że właściwsza jest mniejsza ilość stali, przy czym przekroje złożone np. ze śródników i półek obliczane być powinny niezależnie od siebie. Minimalne zbrojenie wyznacza się ze wzoru

$$\text{PN-B-03264: 2002} \quad A_{s,\min} = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} / \sigma_{s,\lim}$$

$$\text{PN-EN 1992-1-1: 2004+AC:2008} \quad A_{s,\min} \cdot \sigma_s = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}$$

$$\text{DIN 1045-1:2008} \quad A_s = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} / \sigma_s$$

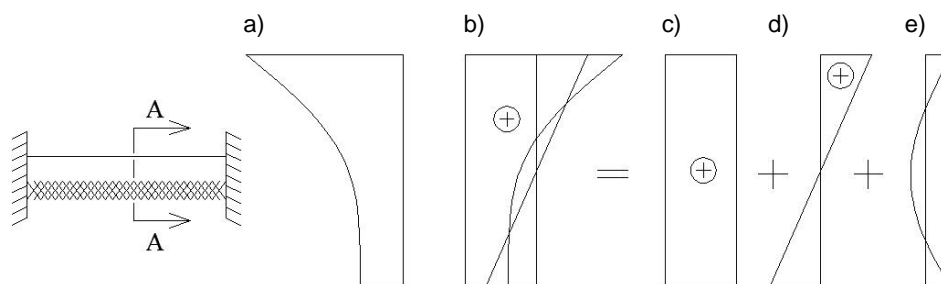
2.1. Wartość σ_s lub $\sigma_{s,lim}$

Minimalnie zbrojenie $A_{s,min}$ ograniczające szerokość rys ma za zadanie przejąć rysujące siły przekrojowe ze zredukowanym naprężeniem w stali, które jest związane z odpowiednio małymi wydłużeniami w stali w obszarze powstania rys.

Wartość σ_s jest wartością bezwzględną maksymalnego dozwolonego naprężenia w zbrojeniu, które powstaje natychmiast po pojawieniu się rysy. Maksymalną dopuszczalną wartością naprężeń w zbrojeniu jest charakterystyczna granica plastyczności f_{yk} , ale jeżeli wymagany jest warunek nieprzekroczenia granicznych szerokości rys, wtedy istnieje konieczność przyjęcia mniejszej wartości dozwolonego naprężenia, zależnego od największej średnicy lub rozstawu prętów. Podobnie norma PN-B-03264: 2002 stosuje $\sigma_{s,lim}$ i definiuje jako naprężenie przyjęte w zbrojeniu rozciągającym natychmiast po zarysowaniu, które jest zależne od granicznej szerokości rys i średnicy prętów zbrojenia zestawionych w tabelicy 12 tejże normy. Naprężenie to powstaje w prętach natychmiast po pojawieniu się rysy. Całą siłę rozciągającą przejmują zbrojenie, natomiast naprężenia w betonie maleją do zera. Naprężenia w prętach zbrojeniowych przebiegają skokowo.

2.2. Współczynnik k uwzględniający nieliniowy rozkład naprężeń rozciągających w stali

Współczynnik k uwzględnia wpływ nierównomiernych, samorównoważących się naprężeń, które prowadzą do zmniejszenia sił odkształceń wymuszonych. Rozkład naprężeń termicznych i skurczowych można przedstawić jako sumę naprężeń liniowych i samorównoważnych nieliniowych (rys. 1) [6]. Jako naprężenia samorównoważne nie powodują powstania ani sił podłużnych ani momentów zginających, natomiast wpływają na powstanie naprężeń rozciągających w warstwach przypowierzchniowych elementu betonowego. Stosując współczynnik k , zostaje zredukowana wytrzymałość betonu na rozciąganie i w ten sposób efekt zjawiska rozciągania zewnętrznych warstw zmniejszający odporność elementu na zarysowanie zostaje ujęty we wzorach.



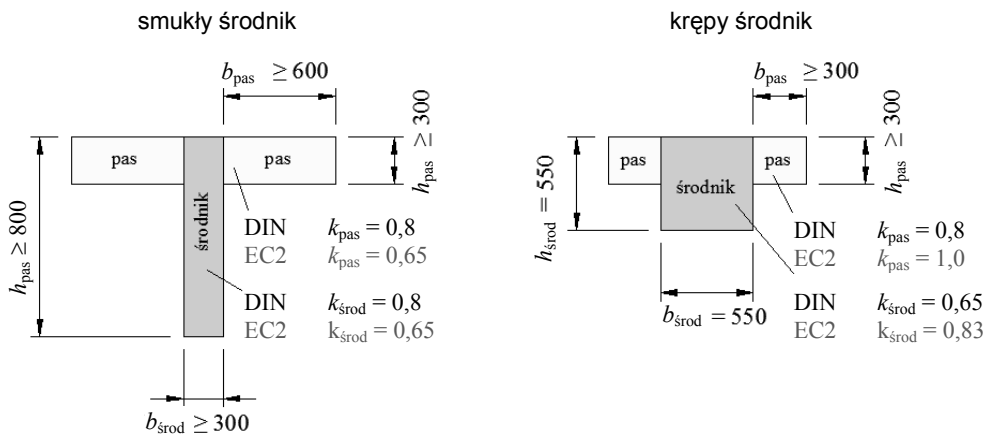
Rys. 1. Naprężenia spowodowane chłodzeniem górnej powierzchni płyty: a) temperatura, b) naprężenia, c) i d) naprężenia wymuszone, e) naprężenia własne [6]

Fig. 1. Stress due to cooling of top surface slab: a) temperature, b) stress, c) i d) restraint stresses, e) self stress [6]

Norma polska PN-B-03264: 2002 i norma niemiecka DIN 1045-1: 2001-07 oraz jej nowsza wersja DIN 1045-1: 2008 zalecają uwzględnić różnicę przy występowaniu odkształceń wymuszonych przyczynami wewnętrznymi i zewnętrznymi. Do pierwszych zali-

czać będziemy odkształcenia wywołane zjawiskami występującymi w całej objętości elementu, np. skurcz i odpływ ciepła hydratacji, a do drugich narzucone przemieszczenia punktów podparcia, np. przemieszczanie podpór. W pierwszym przypadku stosuje się korzystny współczynnik $k \leq 1,0$, drugi przypadek na to nie pozwala.

EC2 odchodzi od zasad odróżnienia wymuszenia wewnętrznego i zewnętrznego, kierując się wyłącznie geometrią przekroju, którą też uwzględnia polska norma PN-B-03264: 2002 i norma niemiecka DIN 1045-1: 2001-07 oraz jej nowsza wersja DIN 1045-1: 2008 w drugim kroku. Rzuca się w oczy różnica między PN-EN 1992-1-1 i DIN EN 1992-1-1 (obie z roku 2004). O ile w wersji polskiej bierze się pod uwagę średniki o wysokości $h = 300$ mm i 800 mm oraz półki o szerokości 300 mm i 800 mm jako wielkości charakterystyczne, to w wersji niemieckiej przy uwzględnieniu średników i półek chodzi zawsze o wysokość. W normie niemieckiej brany jest pod uwagę mniejszy wymiar z wysokości i szerokości przekroju ($h = \min \{h, b\}$). Różnice w doborze współczynnika k w przypadku smukłego i krępego przekroju zilustrowano na rys. 2 [7].



Rys. 2. Przykłady dla różnych wartości k przy przekrojach częściowych [7]

Fig. 2. Examples of different k -factors at partial sections [7]

Dalej w tabeli 1 zestawiono ujęcie tego problemu według dyskutowanych norm.

Współczynniki k wyznaczone na podstawie DIN EN 1992-1-1:2004 są o 25% większe niż wyznaczone na podstawie DIN 1045-1, przy czym nie dokonuje się żadnej różnicy między wymuszeniem wewnętrznym i zewnętrznym. Odnoszą się one (dla smukłych części przekrojów) do większego wymiaru (wysokość średnika lub szerokość pasa), przy czym wychodzi się z założenia, że nieliniowo rozłożone naprężenia własne zaznaczają się bardziej na większych wymiarach elementu niż na mniejszych, które to są odpowiedzialne za ich redukcję.

Wartości według DIN odnoszą się zawsze do mniejszego wymiaru (założenie to jest bezpieczniejsze) rozważanej części przekroju. Wymóg ten uwzględnia fakt, że naprężenia własne powstałe na przykład na skutek odpływającego ciepła hydratacji, przy cienkich przekrojach, przy mniejszym gradiencie temperatury pomiędzy powierzchnią betonu i rdzeniem, mogą okazać się mniejsze. Redukuje się za to wartość współczynnika k z uwagi

na wpływy obniżające siłę rysowania, których nie można ilościowo dokładnie ująć. Dlatego też w DIN EN 1992-1-1/NA: 2010-09 zostały przejęte z DIN 1045-1 ustalenia wypróbowane na drodze doświadczeń, w których wartości współczynnika k według oryginału DIN EN 1992-1-1:2004 zostają pomnożone przez 0,8 w przypadku obciążenia wymuszonego czynnikami wewnętrznymi. Odnoszą się one do mniejszych wymiarów przekroju lub jego części

$$k_{300\text{ mm}} = 1,0 \cdot 0,8 = 0,8 \quad \text{i} \quad k_{800\text{ mm}} = 0,65 \cdot 0,8 = 0,52$$

Tabela 1

Zestawienie współczynnika k według poszczególnych norm

Norma	PN-B-03264: 2002			
k	odkształcenia wymuszone przyczynami wewnętrznymi	ogólnie		0,8
		dla przekrojów prostokątnych	$h \leq 300\text{ mm}$	0,8
			$h \geq 800\text{ mm}$	0,5
	odkształcenia wymuszone przyczynami zewnętrznymi			1,0
Norma	PN-EN 1992-1-1:2004 i PN-EN 1992-1-1: 2004+AC:2008			
k	średniki o wysokości $h \leq 300\text{ mm}$		1,0	
	i półki o szerokości $\leq 300\text{ mm}$			
	średniki o wysokości $h \geq 800\text{ mm}$		0,65	
	i półki o szerokości $\geq 800\text{ mm}$			
Norma	DIN EN 1992-1-1: 2004			
k	średniki o wysokości $h \leq 300\text{ mm}$		1,0	
	i półki o wysokości $\leq 300\text{ mm}$			
	średniki o wysokości $h \geq 800\text{ mm}$		0,65	
	i półki o wysokości $\geq 800\text{ mm}$			
Norma	DIN 1045-1: 2001-07 i DIN 1045-1: 2008			
k	odkształcenia wymuszone przyczynami wewnętrznymi	$h \leq 300\text{ mm}$	0,8	
		$h = \min(h, b)$		
		$h \geq 800\text{ mm}$	0,5	
	$h = \min(h, b)$			
odkształcenia wymuszone przyczynami zewnętrznymi			1,0	

2.3. Współczynnik k_c

Współczynnik k_c zależy od rozkładu naprężeń w przekroju w chwili bezpośrednio poprzedzającej zarysowanie oraz od zmiany ramienia sił wewnętrznych. W przypadku czystego rozciągania wszystkie rozważane normy zgodnie przyjmują $k_c = 1,0$, wobec czego $A_{ct} = A_c$, co prowadzi do zależności

$$A_{s,\min} \cdot \sigma_s = k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_c$$

w którym A_c wyraża pole przekroju betonowego.

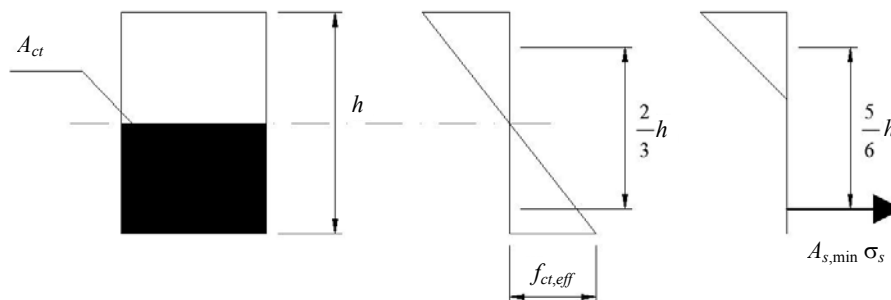
Rozważając przypadek czystego zginania (rys. 3) [6] przed i po zarysowaniu oraz uwzględniając efekt zmiany ramienia sił wewnętrznych z $2h/3$ na $5h/6$, otrzymujemy zależność

$$A_{s,\min} \cdot \sigma_s \cdot 5h/6 = 0,5 \cdot A_{ct} \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot 2h/3$$

a po przekształceniu

$$A_{s,\min} = 0,4 \cdot A_{ct} \cdot k \cdot f_{ct,eff} / \sigma_s$$

Wartość $k_c = 0,4$ odnajdujemy w PN-B-03264: 2002 w przypadku zginania.



Rys. 3. Współczynnik k_c przy zginaniu [6]

Fig. 3. k_c – bending coefficient [6]

Ścisłejsze obliczenia, względnie przyjęcie innego rozkładu naprężeń przed zarysowaniem (np. trapezowy czy prostokątny) lub uwzględnienie wpływu skurczu na moment inicjujący, prowadzą do odmiennych wyników, które spotykamy w literaturze. Przypadek zginania z siłą osiową ujęty jest w normach obok przypadku czystego rozciągania (patrz: zestawienie).

Rozważane normy ujmują współczynnik k_c w przypadku zginania lub zginania z siłą podłużną w zależności od tego, czy są to środniki czy półki przekrojów skrzynkowych i teowych. W przekrojach prostokątnych i środnikach przekrojów złożonych występuje wzór podobnie zbudowany, jednakże z rzucającą się w oczy różnicą stosowania znaku „+” lub „-”. Jest to związane z definicją siły ściskającej, która w niemieckiej normie DIN określona jest jako ujemna, natomiast w EC2, a co za tym idzie w polskiej, jako dodatnia. W EN 1992-1-1: 2004 występuje również znak „+”, co należy uznać jako błąd.

Zestawienie współczynnika k_c według poszczególnych norm

Norma	PN-B-03264: 2002		
k_c	rozciąganie osiowe		1,0
	zginanie		0,4

Norma	PN-EN 1992-1-1: 2004		
k_c	czyste rozciąganie		1,0
	zginanie lub zginanie z siłą osiową	przekroje prostokątne i średniki przekrojów skrzynkowych oraz przekroje teowe	$0,4 \left[1 + \frac{\sigma_c}{k_1 \left(\frac{h}{h^*} \right) f_{ct,eff}} \right] \leq 1,0$
		półki przekrojów skrzynkowych i teowych	$\left(0,9 \frac{F_{cr}}{A_{ct} f_{ct,eff}} \right) \geq 0,5$

Norma	PN-EN 1992-1-1:2004+AC:2008 i DIN EN 1992-1-1:2004		
k_c	czyste rozciąganie		1,0
	zginanie lub zginanie z siłą podłużną	przekroje prostokątne i średniki przekrojów skrzynkowych i teowych	$0,4 \left[1 - \frac{\sigma_c}{k_1 \left(\frac{h}{h^*} \right) f_{ct,eff}} \right] \leq 1,0$
		półki przekrojów skrzynkowych i teowych	$\left(0,9 \frac{F_{cr}}{A_{ct} f_{ct,eff}} \right) \geq 0,5$

Norma	DIN 1045-1:2001-07 i DIN 1045-1:2008		
k_c	czyste rozciąganie		1,0
	zginanie lub zginanie z siłą podłużną	przekroje prostokątne i średniki przekrojów skrzynkowych i teowych	$0,4 \left[1 + \frac{\sigma_c}{k_1 f_{ct,eff}} \right] \leq 1,0$
		półki przekrojów skrzynkowych i teowych	$\left(0,9 \frac{F_{cr}}{A_{ct} f_{ct,eff}} \right) \geq 0,5$

2.4. Wartości $f_{ct,eff}$ i A_{ct}

Wartość $f_{ct,eff}$ jest średnią wartością wytrzymałości betonu na rozciąganie, osiągniętą w chwili, w której jak się oczekuje, powstaną rysy. Do obliczeń można założyć, że $f_{ct,eff} = f_{ctm}$ jeżeli oczekuje się zarysowania po 28 dniach, lub wartość mniejszą $f_{ct,eff} = f_{ctm}(t)$, gdy zarysowanie nastąpi wcześniej. W tej definicji wszystkie cytowane normy są zgodne.

Norma niemiecka uzupełnia powyższą uwagę o jeszcze dwa zapisy. Po pierwsze jeżeli zarysowanie nastąpi w ciągu pierwszych 3–5 dni w wyniku np. odpływającego ciepła hydratacji, można zredukować $f_{ct,eff}$ do 50% wartości średniej, jeżeli nie są prowadzone dokładniejsze obliczenia. Po drugie, jeżeli zarysowanie nie nastąpi z całą pewnością w ciągu 28 dni, należy w obliczeniach przyjąć przynajmniej $f_{ct,eff} = 3 \text{ N/mm}^2$ dla betonu normalnego i $f_{ct,eff} = 2,5 \text{ N/mm}^2$ dla betonu lekkiego.

Wartość A_{ct} jest polem poprzecznym strefy rozciąganej betonu. Jest to ta część przekroju, która według obliczeń jest rozciągana tuż przed zarysowaniem.

3. Szerokość rozwarcia rys

Dalej w tabelach zestawiono procedurę obliczania szerokości rys według PN-EN 1992-1-1: 2004+AC:2008 oraz według DIN 1045-1:2008.

4. Przykład obliczeniowy

Jako przykład obliczeniowy posłuży nam płyta w obszarze podporowym wykonana z betonu C35/45.

Dane wyjściowe:

$h_c = 0,23 \text{ m}$	$\varphi = 2,0$	$E_{cm} = 33300 \text{ MN/m}^2$
$d = 0,162 \text{ m}$	$\alpha_c = 18$	$E_{c,eff} = 11100 \text{ MN/m}^2$
$x_1 = 0,119 \text{ m}$	$d_{sm} = 9,3 \text{ mm}$	$\sigma_s = 234 \text{ MN/m}^2$
$b = 1,0 \text{ m}$	$a_{s1} = 13,4 \text{ cm}^2/\text{m}$	

4.1. Rozstaw rys

Koncepcja określania maksymalnego rozstawu między rysami w oryginale DIN EN 1992-1-1: 2004 opiera się na zależności odległości rys od otuliny betonowej c w formie addytywnego składnika $k_3 \cdot c$. Odpowiada to mocno uproszczonemu założeniu, że obustronnie od brzegu rysy w środku znajduje się odcinek pozbawiony przyczepności, równy otulinie betonowej. Drugi składnik $k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \varphi / \rho_{p,eff}$ odpowiada podwójnej długości wprowadzenia siły uwzględniając jakość przyczepności zbrojenia zawarty we współczynniku k_1 oraz rozkład wydłużenia ujęty we współczynniku k_2 . Współczynnik k_4 zależy od stosunku naprężeń przyczepności τ_s do średniej wytrzymałości na rozciąganie betonu f_{ctm} .

DIN 1045-1 opierając się na EC2, pozostaje jednak przy swoich wartościach współczynników. Wartość współczynnika k_3 (w EC2 $k_3 = 3,4$) została przyjęta jako równa 0, natomiast przez przyjęcie iloczynu $k_1 \cdot k_2 = 1$ zostaje on praktycznie wyeliminowany.

Obliczenie szerokości rys według DIN 1045-1:2008

Norma	DIN 1045-1:2008			
$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$	$\sigma_s - 0,4 \frac{f_{ct,eff}}{eff \rho} (1 + \alpha_e eff \rho)$ $\frac{E_s}{E_s}$			
σ_s	naprężenie w zbrojeniu rozciągającym w obrębie rysy			
	sprężenie z przyczepnością	$\sigma_{s2} + 0,4 f_{ct,eff} \left(\frac{1}{eff \rho} - \frac{1}{\rho_{tot}} \right)$		
		σ_{s2}	naprężenie w zbrojeniu wzgl. przyrost naprężenia w stali sprężającej	
		σ_{tot}	$(A_s + A_p)/A_{c,eff}$	
0,4	w normach EC2 jest k_t			
α_e	E_s/E_{cm}			
$eff \rho$	$\left(\frac{A_s + \xi_1^2 A_p}{A_{c,eff}} \right)$			
	$A_{c,eff}$	$h_{c,ef}$	$h_{c,ef} \cdot b$	
			ogólnie $h_{eff} = 2,5d_1$	
			$\min[2,5(h-d), (h-x)/3]$	
			$\min[2,5(h-d), h/2]$	
	ξ_1	$\sqrt{\xi \frac{d_s}{d_p}}$	stosunek wytrzymałości przyczepności	
			ξ	z tablicy 6.2
			$d_s (= \varphi_s)$	max śred. stali zbrojeniowej
			$d_p (= \varphi_D)$	zast. średnica ciągną wg 6.8.2
			A_p	pole przekroju cięgien sprężających leżących w granicach $A_{c,eff}$
$s_{r,max}$	$\frac{d_s}{3,6 eff \rho} \leq \frac{\sigma_s d_s}{3,6 f_{ct,eff}}$			

Współczynnik k_4 przyjęto jako 1/3,6, co odpowiada „charakterystycznym” naprężeniom przyczepności $\tau_{sk} = 1,8 \cdot f_{ctm}$ stali uźebrowanej. Górne ograniczenie w równaniu $\sigma_s \cdot \varphi / (3,6 \cdot f_{ct,eff})$ znaczy, że minimalny możliwy rozstaw rys odpowiada podwójnej długości wprowadzenia siły, przy czym siła rysująca jest wprowadzona całkowicie przez przyczepność jako siła rozciągająca stal $A_s \cdot \sigma_s$

$$s_{r,max} = 0 \cdot c + 1,0(1/3,6)\varphi/\rho_{p,eff} = \varphi/(3,6 \cdot \rho_{p,eff}) \leq \sigma_s \cdot \varphi/(3,6 \cdot f_{ct,eff})$$

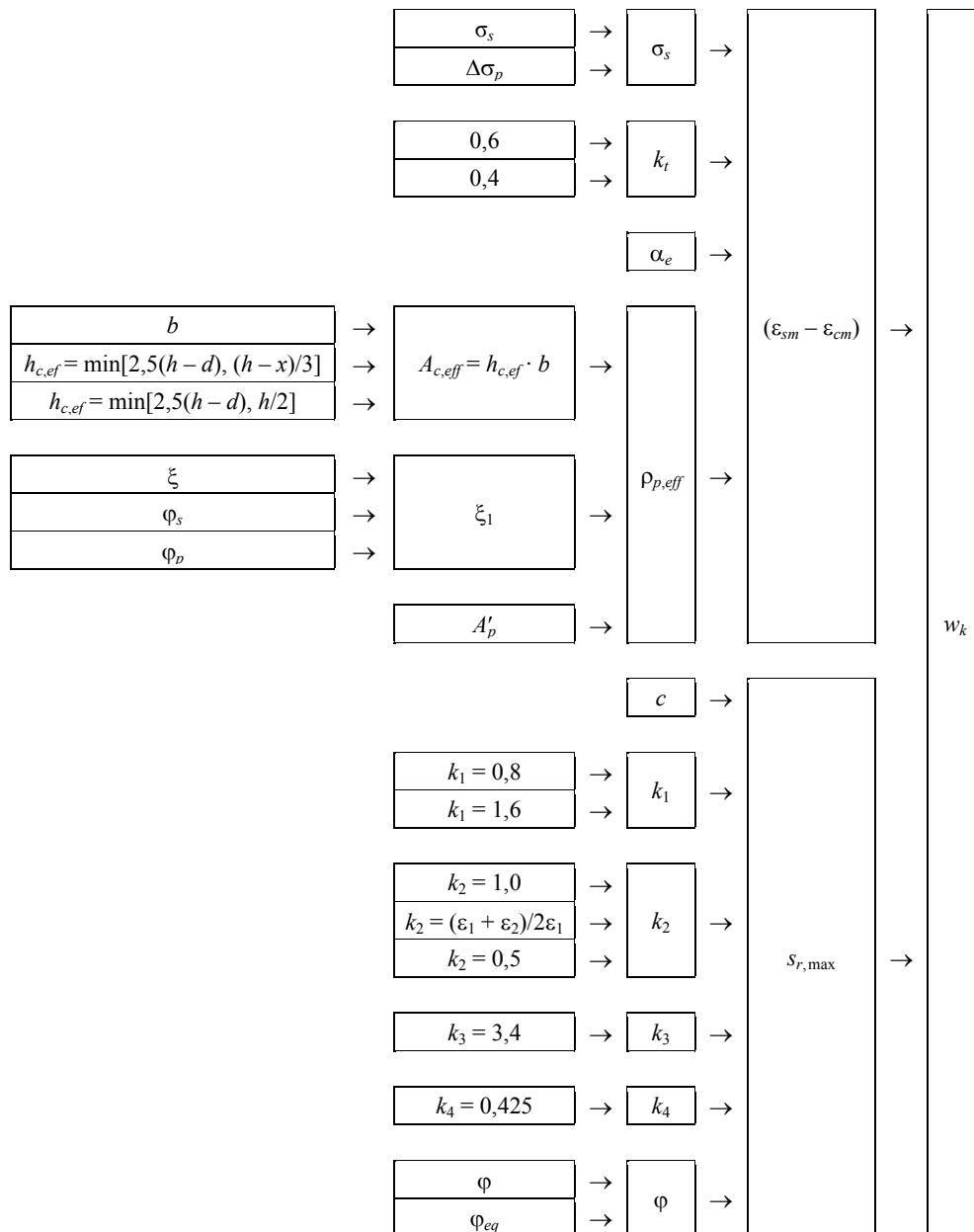
Porównanie rozwiązań przedstawia rysunek 4.

Obliczenie szerokości rys według PN-EN 1992-1-1: 2004+AC:2008

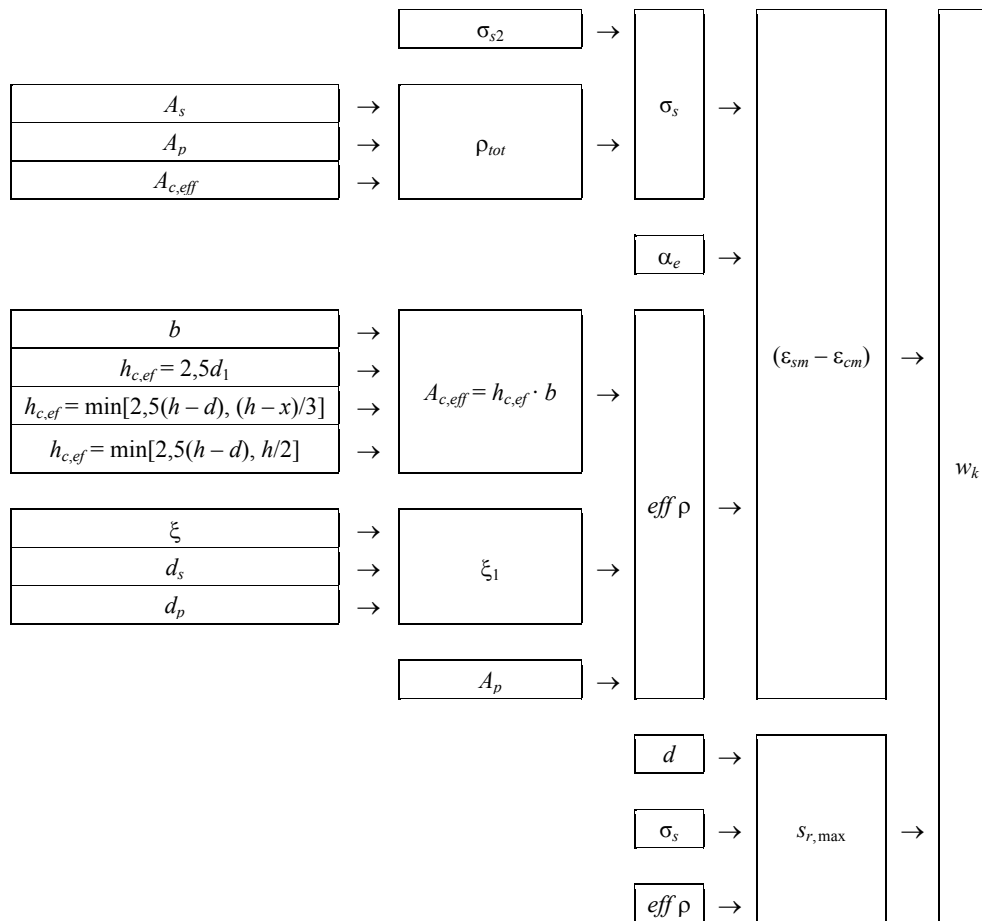
Norma	PN-EN 1992-1-1: 2004+AC:2008				
$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$	$\frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s}$				
	σ_s	beton zbrojony	naprężenie w zbrojeniu rozciągającym (II faza)		
		beton sprężony	$\Delta\sigma_p$		
	k_t	obciążenia krótkotrwałe		0,6	
		obciążenia długotrwałe		0,4	
	α_e	E_s/E_{cm}			
	$\rho_{p,eff}$	$\left(\frac{A_s + \xi_1^2 A_p}{A_{c,eff}} \right)$			
		$A_{c,eff}$	$h_{c,ef} \cdot b$		
			$h_{c,ef}$	$\min[2,5(h-d), (h-x)/3]$	
				$\min[2,5(h-d), h/2]$	
		ξ_1	$\sqrt{\xi \frac{d_s}{d_p}}$		
			ξ	z tablicy 6.2	
			φ_s	max śred. stali zbrojeniowej	
φ_D			zast. średnica cięgna wg 6.8.2		
A'_p	pole przekroju cięgien sprężających leżących w granicach $A_{c,eff}$				
$s_{r,max}$	$k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \varphi / \rho_{p,eff}$				
	c	otulina zbrojenia			
	k_1	pręty żebrowane	0,8		
		pręty z powierzchnią gładką (też cięgna)	1,6		
	k_2	przy osiowym rozciąganiu	1,0		
		przy zginaniu	0,5		
	k_3	3,4			
	k_4	0,425			
Φ	w przypadku prętów o takiej samej średnicy	φ			
	w przypadku prętów o różnej średnicy	$\frac{n_1 \cdot \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \cdot \phi_1 + n_2 \phi_2}$			

Tabela 5

Obliczenie szerokości rys według PN-EN 1992-1-1:2004+AC: 2008



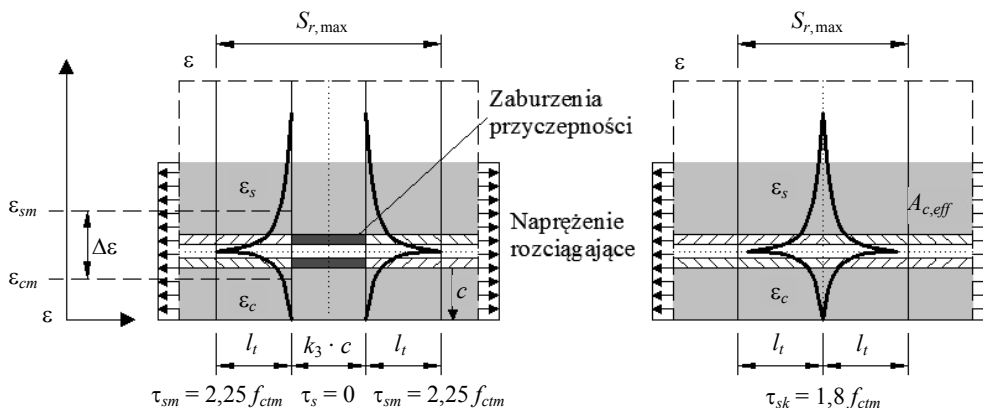
Obliczenie szerokości rys według DIN 1045-1: 2008-08



Z dokonanych obliczeń otrzymano:

- maksymalny rozstaw rys
wg PN: $s_{r,max} = 281 \text{ mm}$
wg DIN: $s_{r,max} = 107 \text{ mm}$
- średnia różnica odkształceń:
wg PN: $\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = 0,79\text{‰}$
wg DIN: $\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = 0,79\text{‰}$
- szerokości rys:
wg PN: $w_k = 0,222 \text{ mm}$
wg DIN: $w_k = 0,084 \text{ mm}$

DIN EN 1992-1-1:2005-10

DIN EN 1992-1-1/NA:2010-09
lub DIN 1045-1:

Rys. 4. Wyznaczenie maksymalnego rozstawu rys – koncepcja

Fig. 4. Calculation of the maximum crack spacing – concept

5. Wnioski

Korzystając z zależności zawartych w PN-EN 1992-1-1:2004+AC: 2008 oraz DIN 1045-1:2008 przy obliczaniu rozstawu rys oraz ich szerokości, uzyskano w tym przypadku duże różnice, co sugeruje konieczność dokonania głębszej analizy porównawczej dla innych przypadków obliczeniowych.

Zależności zawarte w normach odnoszą się do betonu zwykłego. Brakuje informacji na temat przydatności powyższych wzorów do zastosowania dla betonów o wysokiej wytrzymałości. Problem dotyczący obliczania szerokości rys i zbrojenia minimalnego w betonach o wysokiej wytrzymałości został podjęty i będzie kontynuowany. Dalszym celem będzie analiza zginanych elementów żelbetowych i z betonu sprężonego wykonanych z betonów wysokiej wytrzymałości.

Literatura

- [1] PN-B-03264:2002: *Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.*
- [2] PN-EN 1992-1-1:2004+AC:2008: *Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.*
- [3] DIN 1045-1: 2001 – Juli: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion.*
- [4] DIN 1045-1: 2008 – August: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion.*

- [5] DIN EN 1992-1-1: 2004 – Dezember: *Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken*. Teil 1-1: *Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Deutsche Fassung.
- [6] Knauff M., *Stany graniczne użyteczności*, [w:] *Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2006.
- [7] Fingerloos F., *Der Eurocode 2 für Deutschland – Erläuterungen und Hintergründe*. Teil 3: *Begrenzung der Spannungen, Rissbreiten und Verformungen*, [w:] *Beton und Stahlbau* 105 (2010) Heft 8.
- [8] DIN EN 1992-1-1/NA:2010-09: *Nationaler Anhang zu Eurocode 2*. Teil 1-1.
- [9] PN-EN 1992-1-1:2004: *Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu*. Część 1-1: *Reguły ogólne i reguły dla budynków*.