

KAZIMIERZ FURMANIK*, MICHAŁ PRĄCIK**

IDENTYFIKACJA DOŚWIADCZALNA PARAMETRÓW STANDARDOWEGO MODELU REOLOGICZNEGO TAŚMY PRZENOŚNIKOWEJ

EXPERIMENTAL IDENTIFICATION OF RHEOLOGICAL PARAMETERS STANDARD MODEL OF BELT CONVEYOR

Streszczenie

W artykule przedstawiono metodę identyfikacji doświadczalnej parametrów standardowego modelu reologicznego taśmy, którym można odwzorować istotne jej cechy, takie jak: sprężystość natychmiastowa, zjawisko pełzania i zjawisko relaksacji naprężeń.

Słowa kluczowe: przenośnik taśmowy, model reologiczny taśmy, identyfikacja parametrów

Abstract

The paper presents method of experimental identification of parameters of standard rheological belt model which reflects essential features such as: immediate elasticity, creep occurrence and stress relaxation.

Keywords: belt conveyor, rheological model of belt, identification of parameters

* Dr hab. inż. Kazimierz Furmanik, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, AGH Akademia Górniczo-Hutnicza.

** Dr inż. Michał Prącik, Instytut Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

Oznaczenia

- E – moduł jednostkowy sprężystości taśmy [N/mm], [kN/m]
 ε – odkształcenie
 η – współczynnik tłumienia wiskotycznego [Ns/m]
 ω – prędkość kątowa [rad/s]

1. Wstęp

Przenośniki taśmowe są podstawowymi środkami transportu materiałów rozdrobnionych, a ich taśmy są najważniejszymi, ze względów funkcjonalnych i ekonomicznych, elementami składowymi [1–3, 8]. Wysokie wymagania dotyczące realizacji zadań transportowych oraz rozwój inżynierii materiałowej i metod projektowania sprawiają, że buduje się przenośniki taśmowe o coraz większych możliwościach transportowych, tj. wydajnościach i odległościach transportowania, zdolnych do pokonywania zwiększonych nachyleń (rys. 1).



Rys 1. Widok przenośnika taśmowego o znacznej długości i wydajności
 Fig. 1 View of belt conveyor, considerable length and capacity

Racjonalne projektowanie takich przenośników wymaga, między innymi, znajomości modelu reologicznego taśm, co wiąże się z koniecznością bardziej precyzyjnego określenia, na drodze badań doświadczalnych, ich własności sprężystych i tłumiących. Zwłaszcza znajomość wartości modułu sprężystości taśmy jest istotna dla wiarygodnej oceny przemieszczeń wózków napinających, prędkości rozchodzenia się fal naprężeń oraz analizy obciążenia taśmy w czasie pracy przenośnika [2–5].

Odkształcenia taśmy zależą nieliniowo od wartości i kierunku zmian jej obciążenia; przy odciążaniu taśmy przyrosty odkształceń są większe niż przy narastającym obciążaniu. Taśma ma budowę warstwową niejednorodną (jej rdzeń jest wykonany z róż-

nych materiałów), a jej własności reologiczne zależą także od warunków (np. wilgotności, temperatury) i czasu eksploatacji (historii obciążenia). Moduły sprężystości taśm tkaninowych tego samego typu, o tej samej wytrzymałości i liczbie przekładek, mogą się znacznie różnić z powodu zastosowania różnych tkanin.

W analizie pracy przenośnika, zwłaszcza nieustalonej, istotna jest znajomość własności reologicznych taśmy opisanych odpowiednim jej modelem reologicznym. Identyfikacji jego parametrów dokonuje się w drodze badań doświadczalnych.

W artykule zaprezentowano metodę identyfikacji parametrów standardowego modelu reologicznego taśmy.

2. Metody wyznaczania modułu sprężystości taśm

W przedmiotowej literaturze podano różne metody wyznaczania modułu sprężystości taśm przenośnikowych. W pracy [3] do analizy jednoosiowego stanu naprężeń przyjęto liniowy standardowy trójparametrowy model taśmy. Badaniami objęto taśmy nowe, stosowane najczęściej w górnictwie podziemnym. Próbkę nowej taśmy poddano przez dość długi okres (24 godz.) stałemu obciążeniu wynoszącemu 20% jej nominalnej wytrzymałości na rozciąganie, a następnie próbkę tę obciążono do 3% jej wytrzymałości i pozostawiono pod tym obciążeniem przez 24 godz. Zabieg ten miał na celu wyeliminowanie wpływu odkształceń trwałych na wyniki pomiarów. Na tak przygotowaną próbkę taśmy zakładano czujnik odkształceń i ustawiono go w pozycji zero. Następnie obciążono próbkę do wartości 20% jej wytrzymałości i utrzymywano takie obciążenie do czasu, gdy zmiany rejestrowanych odkształceń były niezauważalne, po czym odciążono próbkę do 3% jej wytrzymałości, przez co następowała w niej relaksacja odkształceń przez okres 24 godzin. Kolejną czynnością było obciążenie próbki w taki sposób, aby wywołać jej stałe odkształcenie odpowiadające 20% wytrzymałości. Przy stałym odkształceniu rejestrowano zmiany sił wzdłużnych w próbce. Wartość modułu relaksacji sprężystej dla modelu wyliczono jako średnią arytmetyczną z wartości uzyskanych dla krzywej pełzania i krzywej relaksacji naprężeń, natomiast wartości czasów relaksacji naprężeń i odkształceń wyznaczono wykreślając odpowiednie styczne do tych krzywych.

W wyniku tak przeprowadzonych badań własności reologicznych stwierdzono, że modelem standardowym można odwzorować istotne cechy taśm przenośnikowych takie jak: sprężystość natychmiastowa, zjawisko pełzania i zjawisko relaksacji naprężeń. Liniowym modelem standardowym można odwzorować nieliniowe własności reologiczne taśm z zadowalającą dokładnością dla czasów 0–150 s oraz dla czasów powyżej 4–5 godzin [3].

W dyskretnych modelach matematycznych przenośnika taśmowego taśmę odwzorowuje się jako drgającą masę skupioną z jednym stopniem swobody. Do wyznaczenia parametrów odpowiedniego modelu reologicznego taśmy często stosowany jest pomiar drgań swobodnych masy skupionej zawieszonyj na badanej próbce lub osadzonej w połowie próbki [6]. Na podstawie zapisów amplitudy i częstotliwości drgań, powstających w wyniku nagłego częściowego odciążenia próbki taśmy, można określić parametry wybranego modelu reologicznego taśmy: modelu standardowego, modelu wieloparametrowego lub dwuparametrowego modelu Kelvina-Voigta [6].

Przy analizie zachowania się taśmy w przypadku narastania obciążeń bardzo szybko (udarowo) konieczne jest odwzorowanie jej cech modelem trójparametrowym i wy-

znaczenie udarowego modułu sprężystości. Moduł ten można wyznaczyć na podstawie pomiaru prędkości rozchodzenia się fali napięcia w próbce taśmy, ponieważ przy szybko narastającym obciążeniu – ze względu na stosunkowo dużą bezwładność tłumika – taśma zachowuje się jak ciało sprężyste.

Według normy PN-EN ISO 9856 [9] w standardowych badaniach modułu sprężystości próbka o szerokości 50 mm i długości co najmniej 300 mm, wycięta w kierunku wzdłużnym z taśmy przenośnikowej, jest poddawana obciążeniu, które zmienia się sinusoidalnie z częstotliwością 0,1 Hz w granicach 2–10% nominalnej wytrzymałości na rozciąganie. Po 200 cyklach obciążeń na podstawie wykresu siła – wydłużenie odczytywana jest wartość wydłużenia trwałego Δl_p badanej próbki oraz wartość wydłużenia sprężystego Δl_e . Moduł sprężystości E definiowany jest jako stosunek przyrostu naprężenia ΔF do przyrostu odkształcenia sprężystego taśmy ϵ_{elast} :

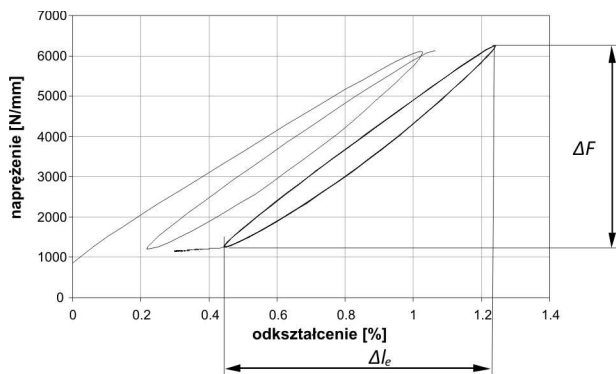
$$E = \frac{\Delta F}{\epsilon_{\text{elast}}} \text{ N/mm} \quad (1)$$

$$\epsilon_{\text{elast}} = \frac{\Delta l_e}{l_o} \cdot 100 [\%] \quad (2)$$

gdzie:

- ϵ_{elast} – odkształcenie sprężyste taśmy [%],
- l_o – długość początkowa odcinka odniesienia [mm].

Na rys. 2 przedstawiono przykładowe wyniki badań modułu sprężystości taśmy metodą standardową [7].

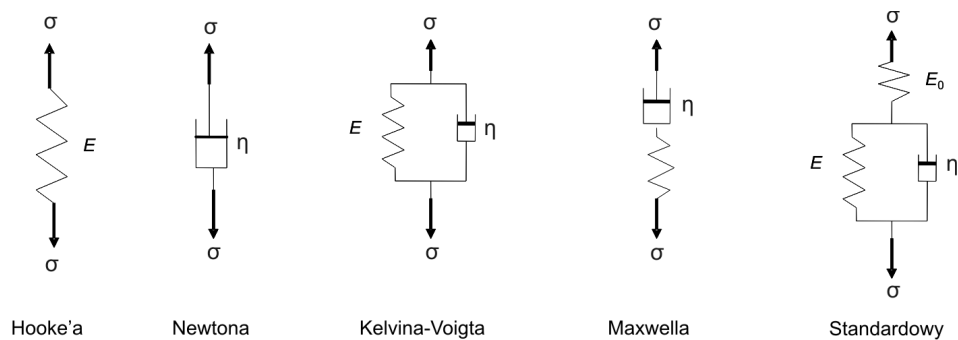


Rys. 2. Pierwsza i dwusetna pętla histerezy badanej próbki taśmy [7]

Fig. 2. First and two-hundredth hysteresis loop of investigated belt sample [7]

3. Doświadczalna identyfikacja parametrów standardowego modelu reologicznego taśmy

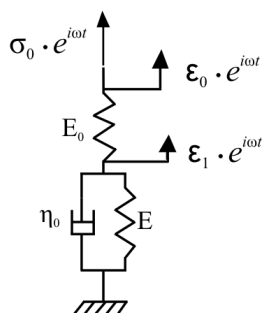
W ciałach rzeczywistych, takich jak taśmy przenośnikowe, mamy do czynienia zarówno ze zjawiskiem relaksacji, jak i pełzania. W opisie własności reologicznych taśm buduje się modele reologiczne wykorzystując podstawowe modele liniowe (rys. 3).



Rys. 3. Podstawowe modele liniowe

Fig. 3. Fundamental linear models

Spośród modeli najbardziej przydatnych w opisie własności reologicznych taśm stosuje się model standardowy (rys. 4), który pozwala odwzorować istotne dla pracy urządzeń napinających własności taśm, takie jak: sprężystość natychmiastową, zjawiska pełzania i relaksacji naprężeń oraz dyssypacji energii.



Rys. 4. Standardowy model liniowy

Fig. 4. Standard linear model

Równania stanu tego układu mają postać:

$$E_0(\varepsilon_0 \cdot e^{i\omega t} - \varepsilon_1 \cdot e^{i\omega t}) = \sigma_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (3)$$

$$\eta_0 \cdot \varepsilon_1 \cdot i\omega \cdot e^{i\omega t} + E \cdot \varepsilon_1 \cdot e^{i\omega t} = \sigma_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (4)$$

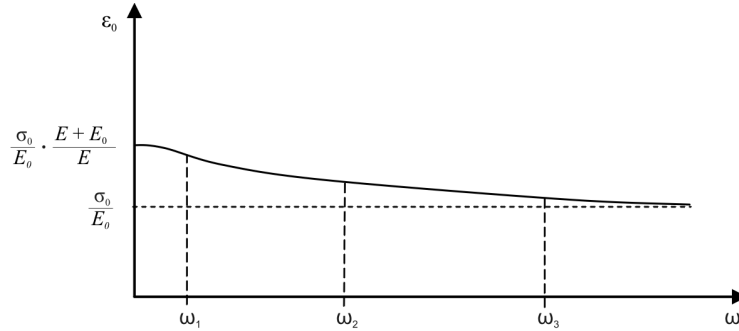
Z powyższych równań otrzymujemy:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_0}{E + \eta_0 \cdot i\omega} \quad (5)$$

oraz

$$|\varepsilon_0| = \frac{\sigma_0}{E_0} \cdot \sqrt{\frac{(E + E_0)^2 + \eta_0^2 \omega^2}{E^2 + \eta_0^2 \omega^2}} \quad (6)$$

Wykres zależności (6) przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Wykres zależności $|\varepsilon_0| = f(\omega)$

Fig. 5. Graph of dependence $|\varepsilon_0| = f(\omega)$

Z zależności (6) otrzymujemy:

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{(E + E_0)^2 - E^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \frac{E_0^2}{\sigma_0^2}}{\varepsilon_0^2 \cdot \frac{E_0^2}{\sigma_0^2} - 1}} \quad (7)$$

przy czym kąt przesunięcia fazowego:

$$\psi = \arg \varepsilon_0 = \arctg\left(\frac{\eta_0 \cdot \omega}{E + E_0}\right) - \arctg\left(\frac{\eta_0 \cdot \omega}{E}\right) = \psi_1 - \psi_2 \quad (8)$$

Zatem mamy:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot \sin \omega t \quad (9)$$

$$\varepsilon(t) = |\varepsilon_0| \cdot \sin(\omega t + \psi) = |\varepsilon_0| \cdot \sin \omega t \cdot \cos \psi + |\varepsilon_0| \cdot \cos \omega t \cdot \sin \psi \quad (10)$$

Z równań (9) i (10) po przekształceniach otrzymano zależność:

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2 \psi} \left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{\sigma_0} \cos \psi\right]^2 = 1 \quad (11)$$

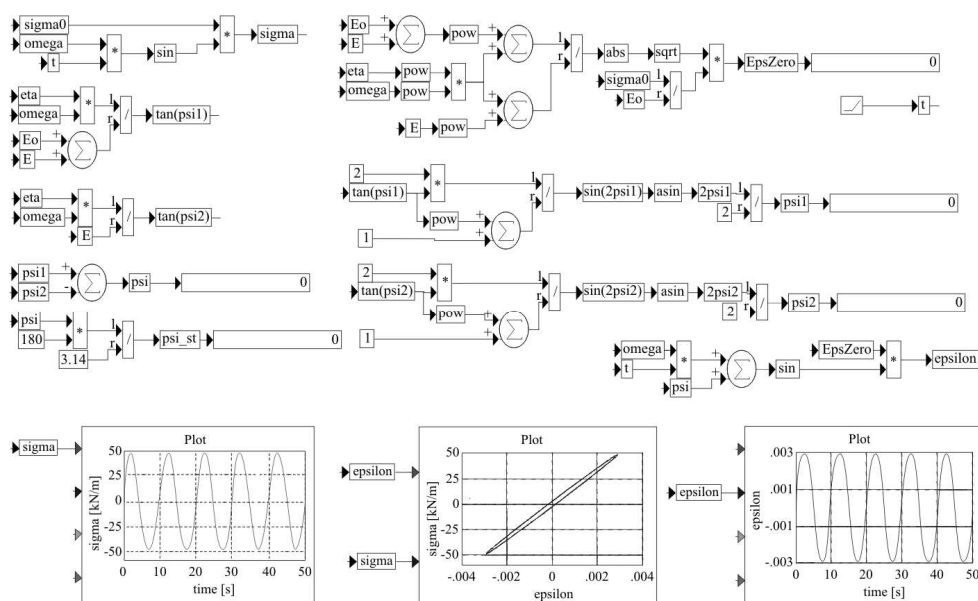
Znając z pomiaru dla różnych wartości $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, odpowiadające im wartości $\varepsilon_0^{(1)}, \varepsilon_0^{(2)}$ i $\varepsilon_0^{(3)}$, z układu równań:

$$\varepsilon_0^{(1)} = \frac{\sigma_0}{E_0} \cdot \sqrt{\frac{(E + E_0)^2 + \eta_0^2 \omega_1^2}{E^2 + \eta_0^2 \omega_1^2}} \quad (12)$$

$$\varepsilon_0^{(2)} = \frac{\sigma_0}{E_0} \cdot \sqrt{\frac{(E + E_0)^2 + \eta_0^2 \omega_2^2}{E^2 + \eta_0^2 \omega_2^2}} \quad (13)$$

$$\varepsilon_0^{(3)} = \frac{\sigma_0}{E_0} \cdot \sqrt{\frac{(E + E_0)^2 + \eta_0^2 \omega_3^2}{E^2 + \eta_0^2 \omega_3^2}} \quad (14)$$

wyznaczamy wartości niewiadomych parametrów: E , E_0 i η_0 . Ze względu na trudności w analitycznym rozwiązaniu powyższego układu równań rozwiązano go numerycznie za pomocą programu *Mathematica*. Następnie wykorzystując pakiet *VisSim* przeprowadzono symulacje dla wyznaczonych wartości parametrów i uzyskane wyniki porównano z otrzymanymi z pomiarów.

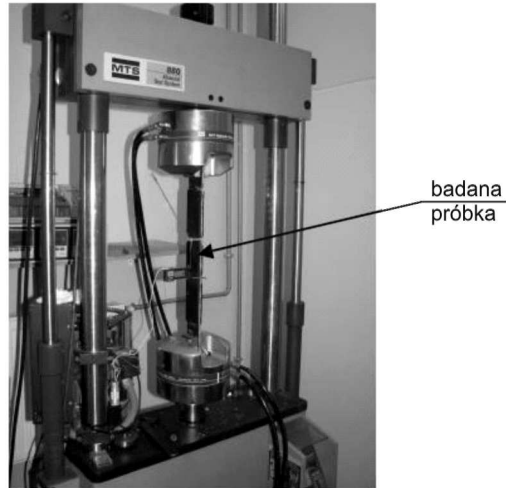


Rys. 6. Schemat programu i wyniki symulacji
Fig. 6. Schema of the programme and results of simulations

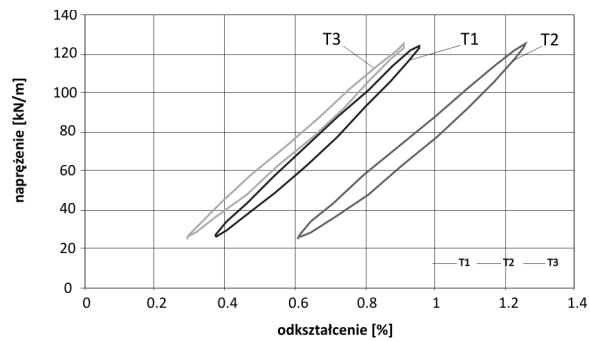
4. Badania laboratoryjne

Podczas badania modułu sprężystości według normy PN-EN ISO 9865 [9] próbki taśm o wymiarach 500 mm długości i 50 mm szerokości wycięte wzdłuż nici osnowy, poddano sinusoidalnie zmiennemu obciążeniu w zakresie 2–10% nominalnej wytrzymałości jednostkowej na rozciąganie na hydraulicznej maszynie wytrzymałościowej typu MTS 880 (rys. 7). Badaniom tym poddano 3 próbki (oznaczone jako T1, T2, T3) nowych taśm przenośnikowych, jednoprzekładkowych poliestrowo-poliamidowych z przeplotem bawełnianym o jednostkowej wytrzymałości nominalnej na rozciąganie równej 1250 kN/m, a ich przykładowe wyniki przedstawiono na rys. 8.

Wykorzystując wyznaczone wartości parametrów E , E_0 i η_0 (przy mało różniących się wartościach częstości ω) dla próbki taśmy T1 (rys. 6), uzyskano wyniki symulacji w pakiecie *VisSim*, które przedstawiono (przy $\omega = 0,628$ rad/s) na rys. 9.

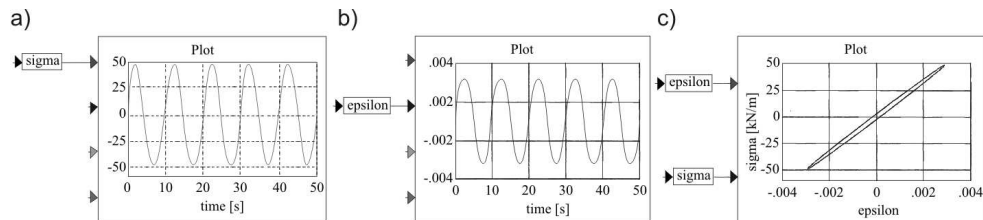


Rys. 7. Widok maszyny wytrzymałościowej typu MTS 880
Fig. 7. View of strength machine of type MTS 880



Rys. 8. Dwusetne pętle histerezy dla badanych próbek przy sinusoidalnie zmiennym wymuszeniu naprężeniowym z częstotliwością $f = 0,1$ Hz ($\omega = 0,628$ rad/s)

Fig. 8. Two-hundredth hysteresis loop for investigated samples at sinusoidal stress variable excitation at frequency $f = 0,1$ Hz ($\omega = 0,628$ rad/s)



Rys. 9. Wykresy z symulacji zależności: a) $\sigma = \sigma(t)$; b) $\epsilon = \epsilon(t)$; c) $\sigma = \sigma(\epsilon)$

Fig. 9. Graphs from simulation of dependences: a) $\sigma = \sigma(t)$; b) $\epsilon = \epsilon(t)$; c) $\sigma = \sigma(\epsilon)$

Uzyskane z symulacji wyniki (rys. 9c) wykazują dobrą zbieżność z wynikami z pomiarów (rys. 8 – pętla T1). Przedstawiona powyżej metoda identyfikacji parametrów modelu standardowego może więc być przydatna w ocenie własności reologicznych taśm przenośnikowych.

5. Wnioski

1. Dla celów racjonalnego projektowania przenośników taśmowych, analizy ich dynamiki, jak również lepszego wykorzystania taśmy jako ich najdroższego i najważniejszego elementu, istotna jest między innymi znajomość jej własności reologicznych.
2. Model standardowy trójparametrowy pozwala dobrze odwzorować istotne dla pracy urządzeń napinających własności taśm, takie jak: sprężystość natychmiastowa, zjawisko pełzania i relaksacji naprężeń oraz dyssypacji energii.
3. Zaprezentowana w artykule metoda pozwala na wyznaczenie wartości parametrów tego modelu, na podstawie wyników badań doświadczalnych, przeprowadzonych normowo na maszynie wytrzymałościowej.
4. Złożona struktura taśm, wprowadzanie nowych materiałów i technologii do ich produkcji oraz tendencje do budowy coraz dłuższych przenośników taśmowych uzasadniają, ze względów poznawczych i użytkowych, prowadzenie dalszych badań w zakresie modelowania własności reologicznych taśm przenośnikowych.

Praca finansowana ze środków Narodowego Centrum Nauki.

Literatura

- [1] Antoniak J., *Systemy transportu przenośnikami taśmowymi w górnictwie*, Wydawnictwa Politechniki Śląskiej, Gliwice 2005.
- [2] Gładysiewicz L., *Przenośniki taśmowe. Teoria i obliczenia*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2003.
- [3] Jabłoński R., *Analiza i synteza urządzeń napinających taśmę w przenośnikach taśmowych dużej mocy*, Monografie, AGH, 1988.
- [4] Kulinoski P., *Badania modelowe stanów nieustalonych pracy przenośników taśmowych*, praca doktorska, AGH, 1997
- [5] Markusik S., *Reologia taśm przenośnikowych*, Wydawnictwa Politechniki Śląskiej, Gliwice 1998.
- [6] Pypno Cz., *Wpływ temperatury na własności mechaniczne taśm przenośnikowych*, praca doktorska, Politechnika Śląska, Katowice 1994.
- [7] Woźniak D., Sawicki W., *Doświadczenia z badań laboratoryjnych modułu sprężystości taśm przenośnikowych przy cyklicznym rozciąganiu*, Transport przemysłowy i maszyny robocze, Nr 2(21)/2008.
- [8] Żur T., Hardygóra M., *Przenośniki taśmowe w górnictwie*, Wydawnictwo „Śląsk”, Katowice 1996.
- [9] PN-EN ISO 9865:2005 *Taśmy przenośnikowe – Oznaczenie wydłużenia sprężystego i wydłużenia trwałego oraz obliczanie modułu sprężystości*.