

STANISŁAW NOGA *, ROMAN BOGACZ**

ANALIZA DEFORMACJI WYBRANYCH POSTACI DRGAŃ WŁASNYCH KOŁA ZĘBATEGO

ANALYSIS OF TOOTHED GEAR FREE VIBRATIONS SELECTED MODE SHAPES DISTORTION

Streszczenie

Przedmiotem rozważań niniejszego artykułu jest analiza drgań poprzecznych koła zębatego przekładni wysokoobrotowej, rozważanego jako płyta pierścieniowa w kształcie odziercawiającej geometrii koła. W artykule analizowany jest wpływ prędkości kątowej koła zębatego na deformację form własnych drgań poprzecznych badanego układu. Analizowane w artykule modele dyskretyzowano metodą elementów skończonych. Obliczenia numeryczne wykonano w środowisku obliczeniowym ANSYS. Omawiane zagadnienia mogą być pomocne inżynierom zajmującym się obliczeniami dynamiki wirujących zespołów maszyn.

Słowa kluczowe: koła zębate, drgania poprzeczne, częstości własne, postacie własne

Abstract

This paper deals with the transversal vibration of the toothed gear which is treated as the annular plate with complex geometry. The impact of the gear wheel angular velocity on the free vibration mode shapes deformation of the system is analyzed. The required models are formulated by using finite element method. The base model contains all essential elements of the aviation engine toothed gear. The numerical analysis is performed using ANSYS code. The algorithm to identify the proper distorted mode shapes is presented. Campbell diagram for system under consideration is elaborated. It is important to note that the data presented in the paper have the practical meaning for design engineers.

Keywords: toothed gears, transversal vibration, natural frequencies, mode shapes

* Dr inż. Stanisław Noga, Katedra Konstrukcji Maszyn, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska.

** Prof. dr hab. inż. Roman Bogacz, Wydział Inżynierii Lądowej, Instytut Inżynierii Drogowej i Kolejowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

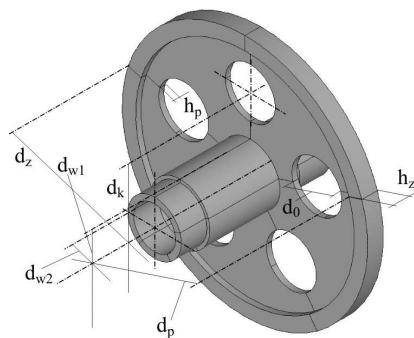
Problematyka drgań poprzecznych płyt kołowych i pierścieniowych jest przedmiotem zainteresowania wielu badaczy oraz ośrodków badawczo-rozwojowych [2, 6]. Wynika to z faktu, że niektóre wirujące zespoły maszyn (np. koła zębate) mogą być rozważane jako płyty kołowe lub pierścieniowe [6, 4], których kształt i wymiary zależą od konstrukcji wspomnianych układów. Częste przypadki uszkodzeń wirujących zespołów pojawiają się podczas pracy, między innymi z powodu obciążeń dynamicznych. Na etapie projektu istotne jest wyznaczenie wartości częstości własnych drgań poprzecznych wirującego zespołu.

Zagadnienia dynamiki płyt pojawiły się na przełomie XVIII i XIX wieku, kiedy to Chladni opracował doświadczalną metodę (metoda smyczkowa) wyznaczania linii węzłowych dla swobodnych płyt kołowych i kwadratowych [11]. Badania te były inspiracją do rozważań teoretycznych na temat dynamiki płyt dla takich uczonych, jak: Navier, Cauchy, Bernoulli, Rayleigh, Ritz, Voight i inni. Kontynuowanie w XX wieku badań Chladniego przez M. Waller zaowocowało między innymi opracowaniem metody określania stałych materiałowych [11]. Dalszy rozwój teorii zaowocował wieloma innymi pracami. W publikacjach książkowych [6, 10] przedstawiono ogólną teorię drgań poprzecznych płyt o różnych kształtach. Z polskojęzycznych opracowań można wyróżnić monografię [5], w której podano rozwiązanie ściśle zagadnienia drgań poprzecznych, swobodnych i wymuszonych, dotyczące płyt kołowych i prostokątnych. W pracy [2] analizowano drgania płyty pierścieniowej z nieciągłościami geometrycznymi w postaci szczelin promieniowych, stosując metodę elementów skończonych. W publikacji [1] autorzy analizowali zagadnienia dynamiczne wynikające z ruchu spoligonalizowanej tarczy koła po falistej powierzchni, np. szyny. W pracy [9] analizowano drgania własne przekładni planetarnej. Wykorzystując zaproponowany model analityczny, wyznaczono częstości drgań własnych i odpowiadające im postacie drgań własnych układu.

Przedmiotem rozważań niniejszego artykułu jest analiza drgań poprzecznych koła zębatego przekładni wysokoobrotowej, rozważanego jako płyta pierścieniowa, w kształcie odzwierciedlającym geometrię koła, osadzona na drażonym wale. Płyta zawiera nieciągłości geometryczne w postaci otworów usytuowanych na zadanym promieniu. W pracy analizuje się modele dyskretne, stosując metodę elementów skończonych (MES). Analizę numeryczną przeprowadzono w środowisku obliczeniowym ANSYS. Identyfikację poszczególnych częstości drgań własnych dokonuje się na podstawie odpowiadających im postaci drgań. Dla płyty litej zadanie to nie stanowi złożonego problemu. W przypadku struktury z nieciągłościami geometrycznymi, ze względu na zniekształcenie postaci drgań giętnych, pojawia się problem związany z ustaleniem odpowiedniości między formami drgań płyty litej i płyty z otworami. Zagadnienie to było rozważane w pracy [7]. W prezentowanej pracy analizowany jest wpływ prędkości kątowej koła zębatego, modelowanego płytą pierścieniową z nieciągłościami geometrycznymi na deformację form własnych drgań poprzecznych badanego układu. Przedstawiono działanie procedury identyfikacji częstości drgań własnych i odpowiadających im zdeformowanych postaci własnych wirujących układów w warunkach niskich prędkości wirowania. Ponadto opracowano wykres Campbella dla rozważanego układu. Praca stanowi kontynuację badań autorów związaną z analizą drgań układów ciągłych [8]. Omawiane w niniejszym artykule zagadnienia mogą być pomocne inżynierom zajmującym się obliczeniami dynamicznymi wirujących zespołów maszyn.

2. Sformułowanie problemu

Przyjęte do rozważań koło zębate pokazano na rys. 1. Takie rozwiązanie jest powszechnie stosowane w wysokoobrotowych przekładniach zębatych wykorzystywanych między innymi w technice lotniczej.



Rys. 1. Model układu

Fig. 1. Model of the system

W modelu koła upraszcza się wieniec zębata, przyjmując średnicę zewnętrzną koła równą średnicy podziałowej d_z koła zębatego. Pozostałe wymiary geometryczne układu (średnice: d_0 , d_p , d_k , d_{w1} , d_{w2} ; grubości: h_p , h_z) zdefiniowano jak podano na rys. 1.

Koło składa się z płyty pierścieniowej z wieńcem, osadzonej na drążonym stopniowanym wale. Płyta zawiera nieciągłości geometryczne w postaci otworów umiejscowionych na zadanym promieniu (rys. 1).

Zagadnienie drgań własnych układu rozwiązano, stosując metodę elementów skończonych. Różniczkowe równania ruchu układu dyskretnego przyjmują postać:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

gdzie:

- \mathbf{M} – globalna macierz bezwładności,
- \mathbf{K} – globalna macierz sztywności,
- \mathbf{u} – wektor przemieszczeń węzłowych.

Globalną macierz bezwładności i sztywności otrzymuje się, wykorzystując macierz mas i sztywności elementu podanych w następującym równaniu [3]:

$$\mathbf{M}^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \rho^{(e)} \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV^{(e)}, \quad \mathbf{K}^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \mathbf{B}^T \mathbf{E} \mathbf{B} dV^{(e)} \quad (2)$$

gdzie:

- $\rho^{(e)}$ – gęstości elementu,
- \mathbf{N} – macierz funkcji kształtu,
- \mathbf{B} – macierz pochodnych funkcji kształtu,
- \mathbf{E} – macierz sztywności materiałowej,
- $V^{(e)}$ – objętość elementu.

Częstości własne układu otrzymuje się z rozwiązania zagadnienia własnego:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad (3)$$

gdzie:

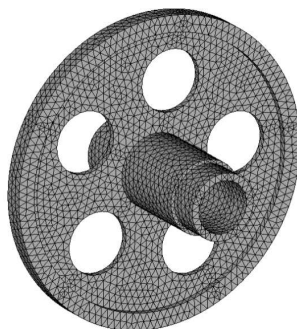
ω – częstość własna,

$\bar{\mathbf{u}}$ – odpowiadającym jej wektorem własnym wyznaczanym z zależności (3).

Do obliczeń przyjęto element czworościenny, dziesięciowęzłowy (solid92), izotropowy o trzech stopniach swobody w każdym węźle.

3. Analiza numeryczna

Wygenerowany model MES rozważanego koła zębatego pokazano na rys. 2.



Rys. 2. Model MES układu

Fig. 2. The FEM model of the system

Parametry konstrukcyjne analizowanego układu zamieszczono w tab. 1. Analizę numeryczną wykonano w środowisku obliczeniowym ANSYS. W pracy prezentowane są wyniki obliczeń drgań własnych giętych w zależności od prędkości wirowania koła. W przypadku płyt kołowych i pierścieniowych, dla każdego rozwiązania, dla którego linie węzłowe tworzą średnice węzłowe, otrzymuje się dwa identyczne układy prostych węzłowych, obróconych względem siebie o kąt $\alpha = \pi/(2n)$, gdzie n oznacza liczbę średnic węzłowych. Zgodnie z przyjętymi standardami w teorii płyt kołowych i pierścieniowych [5, 6, 10], poszczególne częstości własne oznaczono przez ω_{mm} , gdzie m oznacza liczbę okręgów węzłowych, natomiast n odnosi się do wspomnianej liczby średnic węzłowych.

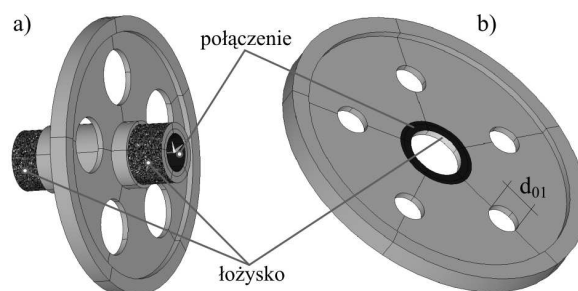
Tabela 1

Dane konstrukcyjne analizowanego układu

d_z [mm]	d_p [mm]	d_k [mm]	d_{w1} [mm]	d_{w2} [mm]	d_0 [mm]	h_z [mm]	h_p [mm]	ν	E [MPa]	ρ [kg/m ³]
110	98	62,7	26,7	18,8	22,4	7	2,3	0,3	$2,08 \times 10^5$	$7,83 \times 10^3$

Ze względu na złożony kształt koła postacie gięte układu ulegają znacznej deformacji w porównaniu z układem bez otworów, co sprawia, że w odniesieniu do niektórych

rozwiązań trudno jest jednoznacznie określić ich postać. Problem dodatkowo się komplikuje, jeżeli zmianie ulega prędkość kątowna analizowanego koła. Z tego też względu w niniejszym artykule analizowany jest wpływ prędkości kątownej rozważanego koła zębatego na deformację postaci drgań giętnych układu. Do identyfikacji postaci wykorzystano algorytm oznaczania form drgań, pozwalający ustalić odpowiedniość między formami drgań płyty litej i płyty z otworami. Na potrzeby algorytmu przyjmuje się model pomocniczy płyty pierścieniowej w kształcie podanym na rys. 3b. Parametry geometryczne modelu pomocniczego zostały przyjęte na podstawie geometrii koła. Są to: średnica zewnętrzna d_z , średnica pod wieńcem d_p , średnica wewnętrzna d_{w2} , grubość h_p oraz h_z (tab. 1). Następnie przeprowadza się analizę dynamiczną, rozważając przypadki modeli pomocniczych obracających się z zadaną prędkością kątowną, w których wartość średnicy otworów przelotowych d_{01} (rys. 3b) zmienia się, jak podano w tab. 2. Otrzymane rezultaty porównuje się jakościowo i ilościowo. Proponowane podejście pozwala prześledzić deformację linii węzłowych spowodowaną otworami przelotowymi i w konsekwencji ustalić odpowiedniość między formami drgań płyty litej i płyty z otworami. Wspomniany algorytm szerzej omówiono w pracy [7].



Rys. 3. Warunki brzegowe (a) i model pomocniczy (b)

Fig. 3. The boundary conditions (a) and the auxiliary model (b)

We wszystkich analizowanych modelach warunki brzegowe dotyczą węzłów. W każdym modelu węzłem leżącym na powierzchni oznaczonej jako *łożysko* (rys. 3a, b) odebrano jeden stopień swobody związany z przemieszczeniem promieniowym węzłów. Natomiast węzłem leżącym na powierzchni oznaczonej jako *połączenie* odebrano stopień swobody związany z przemieszczeniem węzłów wzdłuż osi symetrii każdego modelu.

Tabela 2

Średnice otworów modelu pomocniczego

	Model pomocniczy					
	1	2	3	4	5	6
d_{01} [mm]	0	6,72	8,4	11,2	15,68	22,4

Analizę numeryczną opracowanych modeli prowadzono do momentu wyznaczenia częstości własnej ω_{18} . Obliczenia wykonano przy założeniu, że układy obracają się z prędkością kątowną θ w zakresie od 0 do 1047 rad/s. W procesie obliczeniowym zwiększano prędkość kątowną o 80 rad/s, w wyniku czego otrzymano czternaście wariantów wyników (częstości własne i odpowiadające im formy własne), które należało zinterpretować. Efekt

wirowania uwzględniono, wyznaczając w przypadku każdego modelu, w kroku obliczeniowym związanym z analizą statyczną, rozkład naprężeń wynikający z wirowania. Następnie uzyskany rozkład uwzględniono w kroku obliczeniowym związanym z analizą modalną.

Dalej przedstawiono wyniki analizy numerycznej w odniesieniu do wybranych postaci drgań własnych koła zębatego. W każdym z omawianych przypadków pokazano obydwa rozwiązania postaci odnoszących się do średnic węzłowych. Analizowane rozwiązania przedstawiono w kolejności występowania. Dla częstości ω_{23} oraz ω_{18} pokazane wyniki uzyskano przy prędkości wirowania $\theta = 0$ oraz $\theta = 1047$ rad/s. W pozostałych przypadkach prezentowane rezultaty otrzymano przy wartości prędkości kątowej θ równej odpowiednio: 0, 320 rad/s, 720 rad/s oraz 1047 rad/s. Wartości częstości własnych odpowiadające prezentowanym postaciom zamieszczono w tab. 3.



Rys. 4. Postacie drgań odpowiadające częstości ω_{21} (pierwsza forma)

Fig. 4. The mode shapes corresponding to frequency ω_{21} (first mode)

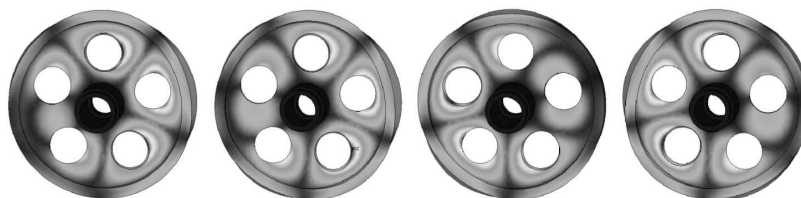


Rys. 5. Postacie drgań odpowiadające częstości ω_{21} (druga forma)

Fig. 5. The mode shapes corresponding to frequency ω_{21} (second mode)

Oznaczenie tej formy wymagało zastosowania procedury oznaczania postaci drgań własnych. Zniekształceniu ulegają linie węzłowe związane z okręgiem i średnicą węzłową. Daje się zauważyć nieznaczny wpływ prędkości wirowania na deformację linii węzłowych.

Oznaczenie postaci w przypadku, który pokazano na rys. 6, nie było trudnym zadaniem i nie wymagało stosowania procedury identyfikacji postaci własnych. Zauważa się tu bardzo mały wpływ prędkości wirowania na zniekształcenie linii węzłowych płyty z otworami.

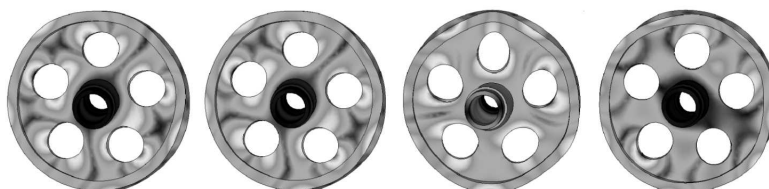
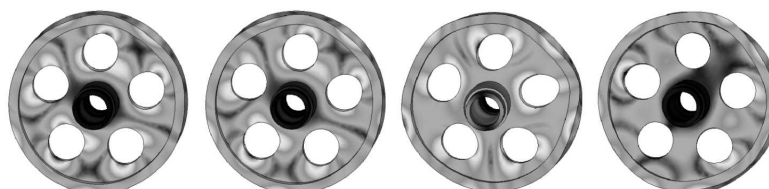


Rys. 6. Postacie drgań odpowiadające częstości ω_{23} (pierwsza i druga forma)

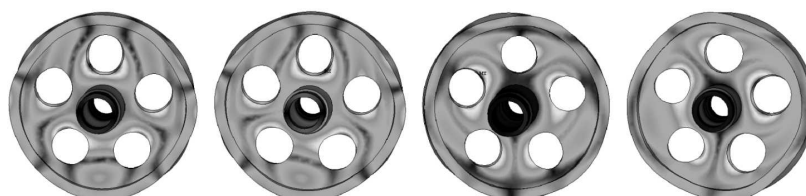
Fig. 6. The mode shapes corresponding to frequency ω_{23} (first and second mode)

Wpływ prędkości kątowej na częstotliwości własne

	Prędkość kątowa θ [rad/s]							
	0	160	320	400	560	720	880	1047
ω_{12} [Hz]	77,28	88,5	115,78	132,55	169,25	208,24	248,41	291,11
ω_{13} [Hz]	207,23	215,79	239,63	256,04	295,33	340,65	389,88	444,07
ω_{21} [Hz]	402,65	411,11	435,95	453,94	499,13	553,36	613,25	679,45
ω_{23} [Hz]	702,4	711,9	739,4	759,1	808,7	868,95	937,3	1014,8
ω_{16} [Hz]	859,7	868,88	895,2	913,86	959,7	1007,8	1089,7	1164,4
ω_{31} [Hz]	951,25	959,7	981,4	1048	1094,1	1161,2	1238,1	1325,8
ω_{17} [Hz]	1175	1184,5	1211,7	1231,3	1280,6	1340,8	1408,2	1474,1
ω_{18} [Hz]	1503,6	1512,6	1539,2	1558,6	1608,3	1670,7	1743,7	1829,3

Rys. 7. Postacie drgań odpowiadające częstotliwości ω_{16} (pierwsza forma)Fig. 7. The mode shapes corresponding to frequency ω_{16} (first mode)Rys. 8. Postacie drgań odpowiadające częstotliwości ω_{16} (druga forma)Fig. 8. The mode shapes corresponding to frequency ω_{16} (second mode)

Prezentowane postacie drgań wymagały zastosowania algorytmu oznaczania form własnych. W tym przypadku zauważamy znaczny wpływ prędkości wirowania na deformację linii węzłowych. Po przekroczeniu wartości prędkości wirowania 720 rad/s forma własna zmienia kształt. Przy tej prędkości występuje znaczne zdeformowanie kształtu

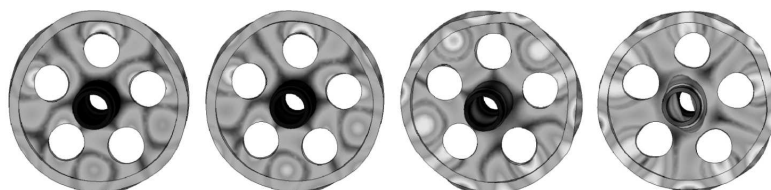
Rys. 9. Postacie drgań odpowiadające częstotliwości ω_{31} (pierwsza forma)Fig. 9. The mode shapes corresponding to frequency ω_{31} (first mode)

postaci drganiami wału. Dodatkowo w trakcie identyfikacji postaci pojawił się problem związany z pewnym podobieństwem oznaczanej formy z postacią odnoszącą się do częstości ω_{31} .

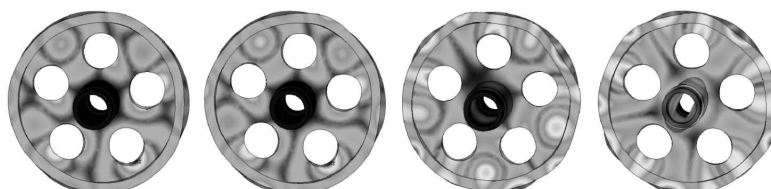


Rys. 10. Postacie drgań odpowiadające częstości ω_{31} (druga forma)
Fig. 10. The mode shapes corresponding to frequency ω_{31} (second mode)

Ustalenie odpowiedniości między formami w tym przypadku stanowiło złożone zadanie, ze względu na podobieństwo kształtu form do tych z poprzednio omawianego przypadku. Zauważalny jest wpływ prędkości wirowania na deformację linii węzłowych. Znaczne zmiany kształtu formy pojawiają się przy $\theta = 400$ rad/s.



Rys. 11. Postacie drgań odpowiadające częstości ω_{17} (pierwsza forma)
Fig. 11. The mode shapes corresponding to frequency ω_{17} (first mode)

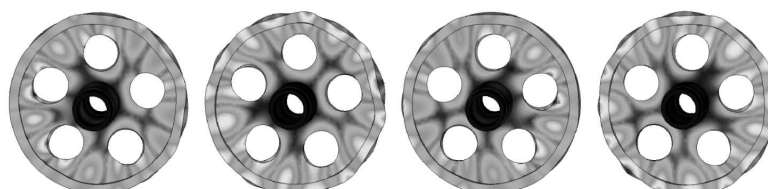


Rys. 12. Postacie drgań odpowiadające częstości ω_{17} (druga forma)
Fig. 12. The mode shapes corresponding to frequency ω_{17} (second mode)

Proces identyfikacji tej postaci był złożony. Daje się zauważyć wpływ prędkości wirowania na deformację linii węzłowych. Znaczne zmiany kształtu formy pojawiają się przy $\theta = 720$ rad/s. Przy najwyższej rozpatrywanej prędkości wirowania dodatkowo pojawiają się drgania pierścieniowe wału.

Znalezienie odpowiedniości między formami w tym przypadku nie było trudne. Zauważa się dużą powtarzalność deformacji linii węzłowych płyty koła przy różnych prędkościach wirowania. W dalszej kolejności przedstawiono przypadek, w którym zastosowano procedurę oznaczania zdeformowanych form własnych drgań giętych rozwa-

zanego koła. Prezentowany przypadek dotyczy ustalenia odpowiedniości postaci drgań związanej z częstotliwością własną ω_{31} .



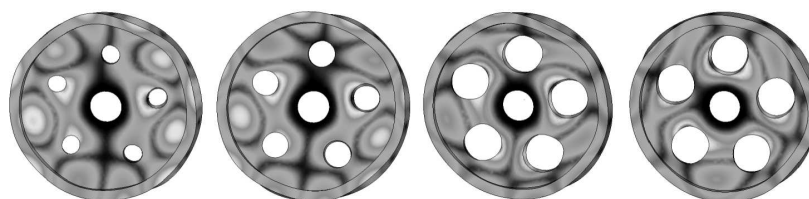
Rys. 13. Postacie drgań odpowiadające częstotliwości ω_{18} (pierwsza i druga forma)
Fig. 13. The mode shapes corresponding to frequency ω_{18} (first and second mode)



Rys. 14. Postacie drgań odpowiadające częstotliwości ω_{31} przy prędkości kątowej koła $\theta = 80$ rad/s
Fig. 14. The mode shapes corresponding to frequency ω_{31} at the gear angular velocity $\theta = 80$ rad/s



Rys. 15. Postacie drgań odpowiadające częstotliwości ω_{31} (model pomocniczy)
Fig. 15. The mode shapes corresponding to frequency ω_{31} (auxiliary model)



Rys. 16. Postacie drgań odpowiadające częstotliwości ω_{31} (model pomocniczy)
Fig. 16. The mode shapes corresponding to frequency ω_{31} (auxiliary model)

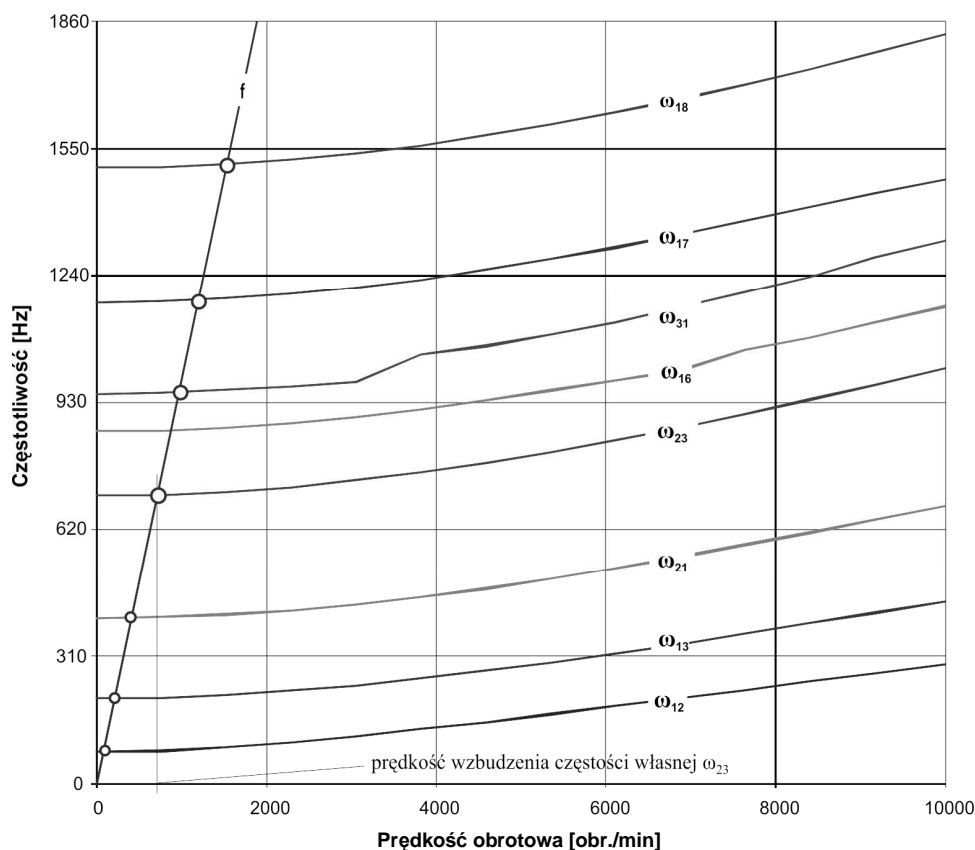
Pokazane na rys. 14, 15 i 16 wyniki wygenerowano przy założeniu, że układy obracają się z prędkością kątową $\theta = 80$ rad/s. Rezultaty przedstawione na rys. 15 i 16 pozwalają prześledzić deformację linii węzłowych, związanych z okręgami i średnicą węzłową, ze względu na zmianę średnicy otworów przelotowych. Porównując prezentowane wyniki z wynikami z pracy [7], zauważamy, że prawidłowe oznaczenie zdeformowanych form

własnych drgań giętych rozważanego koła w warunkach niskich prędkości wirowania, wymaga uwzględnienia w obliczeniach numerycznych większej liczby modeli pomocniczych (pośrednich) aniżeli w przypadku wyższych prędkości wirowania koła.

Na podstawie prowadzonej analizy (tab. 3) opracowano wykres Campbella dla rozpatrywanego koła zębatego. Częstotliwość wymuszającą drgania poprzeczne od zazębienia wyznacza się z zależności [4]:

$$f = \frac{n \cdot z}{60}, \quad (4)$$

przy czym n [obr./min] to prędkość obrotowa, a z to liczba zębów w kole. W rozważanym układzie liczba zębów $z = 59$. Rezonans drgań występuje wówczas, gdy częstotliwość wymuszająca (4) zrówna się co do wartości z jedną z częstości drgań własnych koła. Na wykresie Campbella (rys. 17) zaznaczono punkty przecięcia prostej (4) z krzywymi reprezentującymi omawiane częstości drgań własnych koła. W odniesieniu do częstości własnej ω_{23} wyznaczono nominalną prędkość wzbudzenia tej częstości wynoszącą 764 obr./min.



Rys. 17. Wykres Campbella

Fig. 17. Campbell diagram

Zarówno z wykresu Campbella, jak i z tab. 3 wynika, że efekt wirowania powoduje wzrost sztywności giętej omawianego koła. Ponadto w przypadku częstości ω_{31} zauważa się, że przy prędkości 3820 obr./min występuje znaczny wzrost wartości towarzyszący wspomnianej wcześniej zmianie kształtu odpowiadającej formy drgań własnych.

4. Wnioski

Projektowanie wirujących zespołów współczesnych urządzeń wymaga stosowania zaawansowanych technik obliczeniowych związanych z metodą elementów skończonych. Pozwala to uwzględnić w procesie obliczeniowym złożoną geometrię układu. Istnieje wiele pozycji literatury omawiających zagadnienia drgań poprzecznych płyt pierścieniowych. W pracach tych rozważano modele charakteryzujące się prostym kształtem i dającymi się opisać analitycznie nieciągłościami geometrycznymi. W niniejszej publikacji analizowano układ o złożonym kształcie odzwierciedlającym geometrię wybranego koła zębatego. Z otrzymanych rezultatów wynika, że prędkość wirowania wpływa na zmianę kształtu postaci drgań własnych układu. Efektywne stosowanie algorytmu identyfikacji zdeformowanych postaci drgań własnych w warunkach niskich prędkości wirowania układu wymaga znacznie większych nakładów obliczeniowych niż w przypadku wyższych prędkości wirowania. Prezentowane w pracy podejście może być wykorzystane do analizy drgań własnych wirujących krążków o złożonej geometrii.

Literatura

- [1] Bogacz R., Frischmuth K., *On some corrugation related dynamical problems of wheel/rail interaction*, The Archives of Transport, Vol. 22, 2010, 27-41.
- [2] Demir A., Mermertas V., *A study of annular plates with radial through cracks by means of sector type element*, Journal of Sound and Vibration 300, 2007, 466-478.
- [3] de Silva C., *Vibration and Shock Handbook*, Taylor & Francis, Boca Raton 2005.
- [4] Drago R.J., Brown F.W., *The analytical and experimental evaluation of resonant response in high-speed, lightweight, highly loaded gearing*, Journal of Mechanical Design 103, 1981, 346-356.
- [5] Kaliski S., *Drgania i fale w ciałach stałych*, PWN, Warszawa 1966.
- [6] Leissa A.W., *Vibration of plates*, NASA SP 160, US Government Printing Office, 1969 (reprinted by The Acoustical Society of America, 1993).
- [7] Noga S., *Analiza drgań poprzecznych koła zębatego*, Czasopismo Techniczne, z. 9-M/2008, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2008.
- [8] Noga S., *Free transverse vibration analysis of an elastically connected annular and circular double-membrane compound system*, Journal of Sound and Vibration 329, 2010, 1507-1522.
- [9] Parker R.G., Wu X., *Vibration modes of planetary gears with unequally spaced planets and an elastic ring gear*, Journal of Sound and Vibration 329, 2010, 2265-2275.
- [10] Rao S.S., *Vibration of Continuous Systems*, Wiley, Hoboken 2007.
- [11] Waller M.D., *Chladni figures, a study in symmetry*, G. Bell and Sons LTD, London 1961.