

MAŁGORZATA JANUS-MICHALSKA, DOROTA JASIŃSKA\*,  
JERZY SMARDZEWSKI\*\*

## STUDIUM OBLICZENIOWE NAD AUKSETYCZNĄ STRUKTURĄ SIEDZISKA NA OBCIĄŻENIA STATYCZNE I DYNAMICZNE OD SIADANIA

### ANALYSIS OF AUXETIC SKELETON SUBJECTED TO STATIC AND DYNAMIC LOADING

#### Streszczenie

Praca ma charakter obliczeniowy i prezentuje studium numeryczne i projektowe siedziska o szkieletowej strukturze auksetycznej poddanego obciążeniom statycznym i dynamicznym od ciała ludzkiego. Siedzisko ma konstrukcję szkieletową wykonaną z elastomeru metodą wtrysku. Struktura siedziska jest dobierana w ten sposób, aby miała globalnie własności auksetyczne. Własność ta jest wykorzystywana do redukcji naprężeń kontaktowych. Wybrane modele struktur są testowane pod względem wytrzymałościowym na obciążenia statyczne oraz dynamiczne. Analiza numeryczna jest przeprowadzona za pomocą MES – program ABAQUS. Jako rezultat otrzymano wytyczne do projektowania struktur wskazując tym samym na możliwość skonstruowania siedziska o wymaganych założeniach projektowych.

*Słowa kluczowe: struktura o ujemnym współczynniku Poissona, projektowanie wytrzymałościowe i użytkowe siedzisk, obciążenia użytkowe*

#### Summary

The paper presents a numerical study on a seat skeleton element subjected to static and dynamic load. Seats are constructed of elastomer auxetic structures. Models are tested by applying loads which the seat can be imposed upon in service. The finite element method is utilized for numerical analysis of the seat structure. As a result, it has been observed that the three dimensional structural analysis by means of the finite element method gives reasonable estimates comparing with experiment. Furthermore; it was concluded that the given springs could be used in the production of the seat construction.

*Keywords: seat construction, strength design of furniture, dynamic load*

\* Dr inż. Małgorzata Janus-Michalska, dr inż. Dorota Jasińska, Wydział Inżynierii Lądowej, Instytut Mechaniki Budowli, Politechnika Krakowska.

\*\* Prof. dr hab. inż. Jerzy Smardzewski, Wydział Technologii Drewna, Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu.

## 1. Wstęp

Meble do pracy i wypoczynku są częścią układu antropotechnicznego, w którym przedmiot sztuki użytkowej bezpośrednio styka się z użytkownikiem. Z tych powodów siedziska oraz oparcia mebli powinny być zaprojektowane z uwzględnieniem wymagań ekologicznych, ergonomicznych, fizjologicznych, antropometrycznych, biomechanicznych i bezpieczeństwa użytkowania. W światowej praktyce projektowania i produkcji mebli miękkich zwykle pomija się aspekty antropotechniczne związane z naciskami na ciało ludzkie, dlatego nie gwarantują one komfortowych warunków pracy. Wykazano, że czynnikami wpływającymi na komfort siedzenia są: wielkość naprężeń kontaktowych pomiędzy siedziskiem a ciałem użytkownika, naprężenia wewnątrz tkanek miękkich, czas użytkowania mebla i inne czynniki związane z indywidualnymi cechami ciała użytkownika [6, 7].

Analiza miękkości układów sprężystych mebli tapicerowanych dowodzi, że warstwy te z inżynierskiego punktu widzenia powinny składać się z elementów o nieliniowej i progresywnej charakterystyce ściskania. W rozwiązaniach teoretycznych i badaniach laboratoryjnych poszukiwane są materiały charakteryzujące się anomalnymi właściwościami fizycznymi, które – w przeciwieństwie do materiałów typowych – opisane są ujemnymi współczynnikami materiałowymi, w szczególności układy wykazujące ujemny współczynnik Poissona, ujemny współczynnik rozszerzalności termicznej lub ujemną ściśliwość. Okazuje się bowiem, że tego rodzaju materiały wykazują właściwości pożądane w praktyce.

Jedną z cech materiałów auksetycznych jest redukcja naprężeń kontaktowych w kontakcie z ośrodkiem sprężystym. Prowadzi się zatem badania podstawowe w zakresie modelowania właściwości auksetyków i poszukuje, możliwości ich praktycznego wykorzystania [9, 10].

Struktury lub materiały o mikrostrukturze auksetycznej charakteryzują się ujemnym współczynnikiem Poissona dla pewnego zakresu kierunków w materiale. Piany auksetyczne mają tę własność niezależnie od kierunku, gdyż wykazują cechy ośrodka izotropowego. Materiały o strukturach regularnych mają własności anizotropowe. Wielkość współczynnika Poissona oraz jego zmienność wraz z kierunkiem tej zmienności może być kształtowana poprzez odpowiedni dobór typu struktury oraz jej parametrów geometrycznych. To samo spostrzeżenie dotyczy wszystkich modułów sprężystych ośrodka charakteryzujących materiały o anizotropowej strukturze wewnętrznej [10].

Obiektem zainteresowań powinny być zatem materiały komórkowe o komórkach otwartych, które tworzą szkielet struktury o regularnym przestrzennym układzie. Na wzór materiałów komórkowych można w skali makro tworzyć struktury auksetyczne. Takie struktury mają zastosowanie do projektowania sprężyn siedzisk.

Celem naszych poszukiwań jest zaprojektowanie i wykonanie auksetyku oraz sprężyny o zadanej nieliniowej charakterystyce, a także sformułowanie wytycznych do projektowania. W pracy przedstawiony jest model numeryczny pojedynczej sprężyny auksetycznej. Dobrano parametry geometryczne i materiałowe sprężyny najkorzystniejsze pod względem spełnienia kryterium wytrzymałościowego i użytkowania.

Koncepcja zastosowania materiałów auksetycznych do zagadnień kontaktowych nie jest nowa. Opiera się ona na rozwiązaniach teorii sprężystości, potwierdzonych obliczeniami numerycznymi przeprowadzonymi dla prostych przykładów zadań kontaktu materiału auksetycznego ze sztywnym podłożem [10]. Studium parametryczne opisane w pracach

[9, 10] wskazuje na istotny wpływ wielkości współczynnika tarcia na rozkład i intensywność naprężeń kontaktowych.

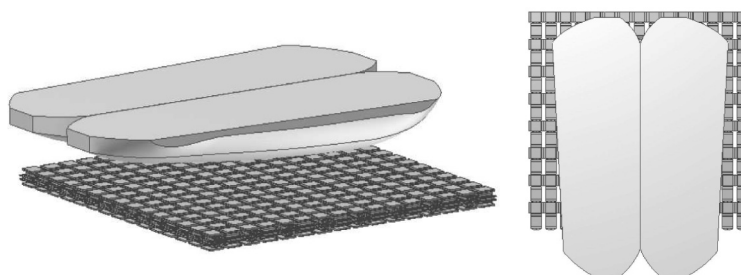
Materiały auksetyczne, a w szczególności piany, poprzez fakt redukcji naprężeń kontaktowych [9] znalazły zastosowanie do pokryć materacy antyodleżynowych [2, 12]. Podobnych korzystnych własności w sensie poprawy komfortu użytkowania należy się spodziewać przy zastosowaniu auksetycznej struktury stanowiącej warstwę sprężystą siedziska krzesła biurowego. Stąd poszukiwanie geometrii sprężyn spełniających dodatkowo wymagania projektowe typowe dla siedzisk.

W literaturze światowej brakuje jakichkolwiek danych o modelowaniu charakterystyk auksetyków z wykorzystaniem w produkcji materiałów przydatnych dla meblarstwa. Brakuje zatem wiedzy o właściwościach mebli wykonanych z wykorzystaniem auksetyków. W konsekwencji pojawia się nowa możliwość poszukiwania rozwiązania konstrukcji mebla ergonomicznego do pracy i wypoczynku.

## 2. Konstrukcja siedziska

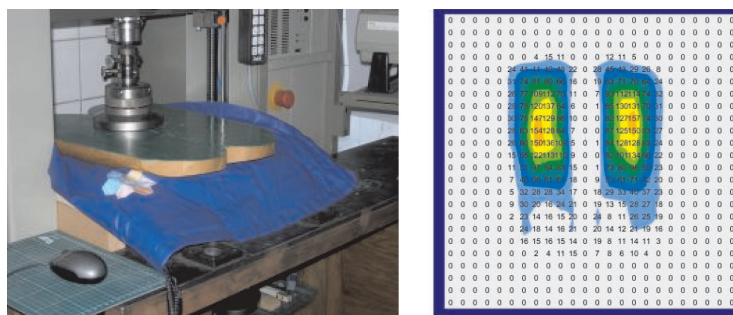
Podłoże siedziska składa się maty poliamidowej umieszczonej na sztywnym podłożu konstrukcji fotela. Elementy maty wykonane są metodą wtrysku i ułożone w układ równoległych bądź krzyżujących się pasów. Elementy te są przewidziane do pracy w zakresie sprężystym, dlatego nazywane są sprężynami siedziska. Układ sprężyn pokryty jest pianką stanowiącą powłokę zamykającą szkielet siedziska.

W celu uzyskania kierunkowych własności kształt sprężyn wybrany jest na wzór komórki reprezentatywnej periodycznej struktury komórkowej o własnościach auksetycznych. Do obliczeń stosujemy zwykle sposób wywołania obciążenia przez zamodelowanie kontaktu sztywnego wgłębniaka wciskanego z siłą 760 N (odpowiada to średniej wadze dla populacji Polski [7]) w podłoże siedziska. Drugi sposób polega na pomiarze wielkości i rozkładu naprężeń na macie sensorowej i określeniu ciśnienia średniego oraz maksymalnego [3, 4]. Z rozkładu statystycznego obciążenia 760 N na powierzchni typowego siedziska średnie ciśnienie jednostkowe wynosi:  $q_{sr} = 0,02$  MPa,  $q_{max} = 0,072$  MPa [13].



Rys. 1. Model obciążenia maty siedziska wgłębniakiem

Fig. 1. The model of the seat and the intender

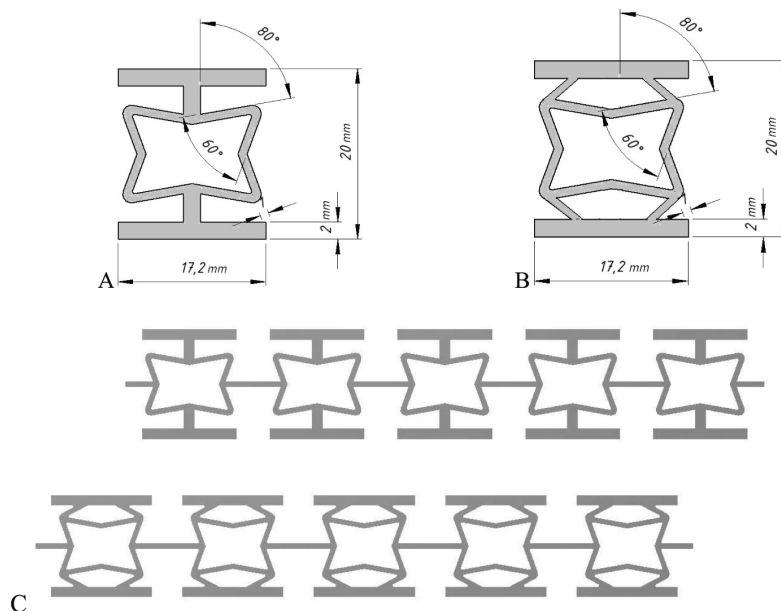


Rys. 2. Stanowisko badawcze do pomiaru nacisków. Rozkład naprężeń na macie sensorowej

Fig. 2. The test stand for preasure measurments. Pressure distribution on sensor mat

Do rozważań przyjęto dwie struktury sprężyn ułożonych w postaci równoległych pasów (rys. 3c). Wymiary geometryczne przedstawiają rysunki 3a, 3b. Szerokości sprężyn wynoszą odpowiednio 16 mm i 20 mm.

Do porównawczych obliczeń testowych przyjęto pojedyncze sprężyny. Do górnej powierzchni sprężyn przykładane jest przyrostowo ciśnienie do wartości  $q_{\max} = 0,072$  MPa. Dla pasa sprężyn przyjęto warunki brzegowe w postaci pionowego wymuszenia kinematycznego przykładanego do sztywnej płaszczyzny umieszczonej na pasie sprężyn i sięgające do 40% wysokości sprężyn. Takie sformułowanie problemu modeluje wykonany test jednoosiowego ściskania struktury oraz rzeczywistą pracę struktury w siedzisku.



Rys. 3. Kształt i wymiary sprężyn oraz pasy

Fig. 3. Dimensions of the individual springs and the arrangement of the spring structure

Jako materiał konstruujący szkielet przyjęto elastomer FIBRO o module sprężystości liniowej materiału równym  $E = 38 \text{ MPa}$  i wytrzymałości w próbie zerwania  $R_z = 36 \text{ MPa}$  oraz gęstości  $\rho = 1,11 \text{ g/cm}^3$ .

### 3. Zadania obliczeniowe

Dla każdej z podanych struktur bada się charakterystyki sztywności jako zależności typu przemieszczenie-obciążenie i na ich podstawie określa przydatność zastosowania struktur na sprężyny siedziska według kryteriów wytrzymałościowych i użytkowych.

Do obliczeń numerycznych przyjęto następujące założenia:

- obciążenie statyczne przykładowe przyrostowo,
- obciążenie dynamiczne odpowiadające spadkowi ciała o masie 760 kN z wysokości 600 mm. Obciążenie to przykładano skokowo na początku kroku dynamicznego.

### 4. Określenie wytrzymałości struktury siedziska

Warunek wytrzymałościowy projektowania ma następującą postać:

$$\sigma^M \leq f_d \quad (1)$$

gdzie:

- $\sigma^M$  – naprężenie zredukowane w/g hipotezy Hubera-Misesa-Henckyego (H-M-H),
- $f_d$  – obliczeniowa dopuszczalna wartość naprężenia,  $f_d = k \cdot R_z$ ,
- $R_z$  – moduł na zerwanie,
- $k = 0,5$  współczynnik bezpieczeństwa.

Najniekorzystniejszym obciążeniem dla zaprojektowanych struktur siedziska jest obciążenie dynamiczne od siadania. Wywołuje ono największy stan naprężeń oraz drgania sprężyste.

Ze względu na użytkowanie konieczne staje się sprawdzenie dodatkowych wymagań projektowych. Zalecane jest, aby ugięcie dla maksymalnego obciążenia wynosiło około 40% wysokości siedziska, co czyni je odpowiednio podatnym (miękkim). Zwężenie siedziska nie powinno przekraczać 4%, co odpowiada wartości współczynnika Poissona struktury siedziska traktowanej jako ośrodek ciągły  $-0,1 \leq \nu_{xy} \leq 0$ .

### 5. Modelowanie mes

Obliczenia numeryczne wykonano w środowisku programu ABAQUS realizującego algorytm metody elementów skończonych. Wynikami obliczeń między innymi są mapy rozkładu naprężeń zredukowanych wg Hubera-Misesa-Hencky'ego oraz deformacji układu.

Zadanie traktowane jest jako nieliniowe geometrycznie (duże przemieszczenia) i liniowe materiałowo.

Na nieliniowość zadania składa się również uwzględnienie kontaktu ze sztywnym podłożem oraz kontakt między elementami sprężyny w trakcie deformacji (bez tarcia).

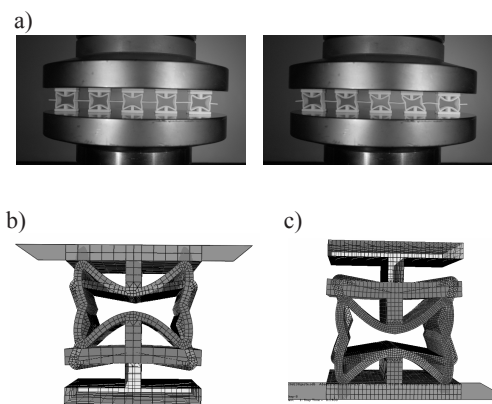
Obliczenia przeprowadzono dla każdej ze sprężyn dla dwóch siatek dyskretyzujących sprężynę jako ciało trójwymiarowe.

W pierwszym podejściu sprężyny dyskretyzowano elementami II rzędu (C3D20R i C3D15) w ilości odpowiednio 6750 i 10020. Pozwoliło to stosunkowo niewielkim kosztem obliczeniowym sprawdzić, czy zachowanie sprężyn ma wymagany charakter (auksetyczność i ugięcie 40% w zakresie sprężystym). Okazało się, że sprężyna A w trakcie ściskania nie przewęża się. Fakt ten został potwierdzony doświadczalnie w trakcie próby jednoosiowego ściskania wykonanego modelu (rys. 4a). Sprężyna B okazała się mieć korzystniejsze właściwości auksetyczne. Dlatego wybrano ją jako korzystniejszą do zastosowania na siedzisko. Analizie poddano również pas złożony ze sprężyn typu B.

Duże lokalne deformacje, szczególnie w zadaniu dynamicznym, skutkują pogorszeniem zbieżności rozwiązania. Aby tego uniknąć, a jednocześnie zachować stosunkowo rzadką siatkę elementów, wykonano również obliczenia z użyciem siatki sześciościennych elementów liniowych ze zredukowanym całkowaniem (C3D8R). Zastosowano podział na odpowiednio 40290 i 267500 elementów z zastosowaniem w trakcie rozwiązania adaptacji siatki MES, zwanej Arbitrary Lagrangian-Eulerian Adaptation (ALE). Adaptacja ta pozwala na przemieszczanie się siatki MES niezależnie od materiału, bez zmiany jej topologii (węzłów i przylegania elementów). Podjęto również próbę dyskretyzacji sprężyn elementami czworościennymi z zastosowaniem automatycznego adaptacyjnego zagęszczania siatki. Podejście to zwiększało bardzo rozmiar zadania, co w perspektywie analizy pasów sprężyn i następnie całego siedziska było nieakceptowalne ze względu na czas obliczeń.

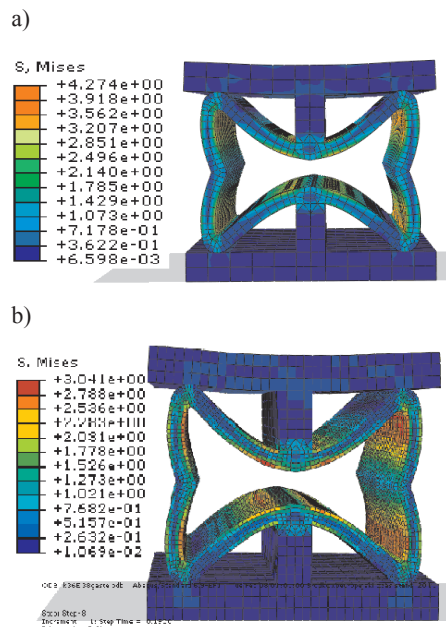
## 6. Wyniki obliczeń

Poniżej przedstawiono wyniki dla struktury A, które następnie porównano z wynikami eksperymentu.



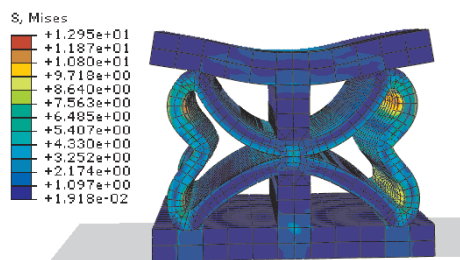
Rys. 4. Dyskretyzacja MES dla modelu elementu struktury siedziska oraz deformacja w elementach struktury siedziska, a) eksperyment – kolejne stadia obciążenia, b), c) wyniki numeryczne dla dwóch typów siatek

Fig. 4. Deformation of the spring structure. a. experiment, b. FEM simulations for the two mesh types



Rys. 5. Rozkład naprężeń zredukowanych [MPa] w/g hipotezy H-M-H. Porównanie pól naprężeń w elementach struktury siedziska, a) dyskretyzacja uproszczona, b) dyskretyzacja zagęszczona

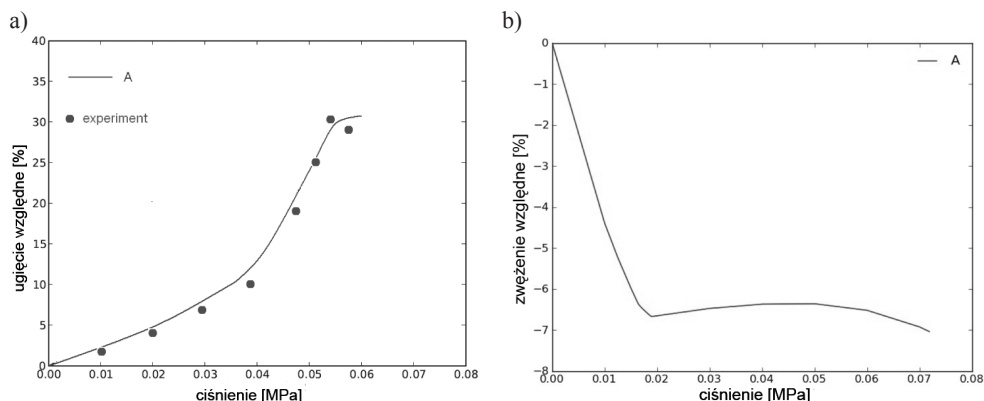
Fig. 5. H-M-H reduced stress distribution in the individual spring. a. the coarse mesh, b. the fine mesh



Rys. 6. Maksymalne pole naprężeń [MPa] dla obciążenia dynamicznego

Fig. 6. Maximum stress distribution for dynamic loading

Jak pokazuje eksperyment (rys. 4a) oraz analiza numeryczna, struktura powyższa jest podatna na globalną utratę stateczności w zakresie obciążenia ciśnieniem użytkowym. Widoczne jest to w postaci deformacji, która przybiera formę niesymetryczną dla obciążenia symetrycznego. Jest to niekorzystne ze względu na pracę sprężyny, a w szczególności na układ sprężyn w siedzisku.



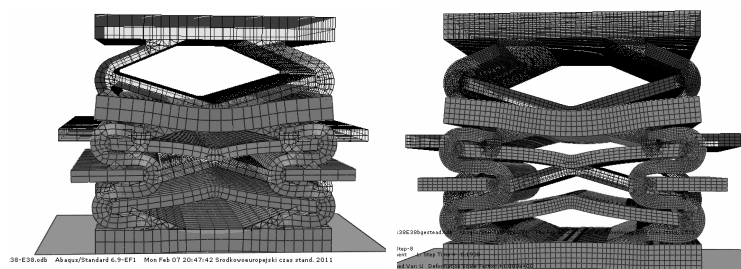
Rys. 7a. Wykres ugięcia względnego sprężyny A w funkcji obciążenia oraz porównanie wyników numerycznych z eksperymentem

Fig. 7. The relative deflection-force plot for the spring A. The comparison of numerical results with experiment

Rysunek 7a przedstawia wykres typu obciążenie-ugięcie względne i stanowi charakterystykę sprężyny. Ugięcie względne definiowane jest jako stosunek przemieszczenia w kierunku działania ciśnienia do początkowej wysokości sprężyny. Dla sprężyny A maksymalne uzyskane ugięcie względne wynosi ok. 30%, więc mniej niż zakładane 40%.

Rysunek 7b pokazuje charakterystykę auksetyczną sprężyny. Zwężenie względne jest rozumiane jako stosunek zmniejszenia odległości punktów połączenia sprężyny z kolejnymi sprężynami (w środku wysokości sprężyny) do ich odległości początkowej. Jak widać, przewężenie jest negatywne, co oznacza, że sprężyna rozszerza się przy ściskaniu, nie wykazując właściwości auksetycznych.

Wprowadzona modyfikacja geometrii sprężyny daje strukturę B, dla której wykonano podobne obliczenia jak wyżej. Wyniki przedstawione są na rys. 8, 9, 10, 11.



Rys. 8. Dyskretyzacja MES dla modelu sprężyn siedziska oraz deformacja, wyniki numeryczne dla dwóch typów siatek

Fig. 8. FE mesh and final deformation for B spring

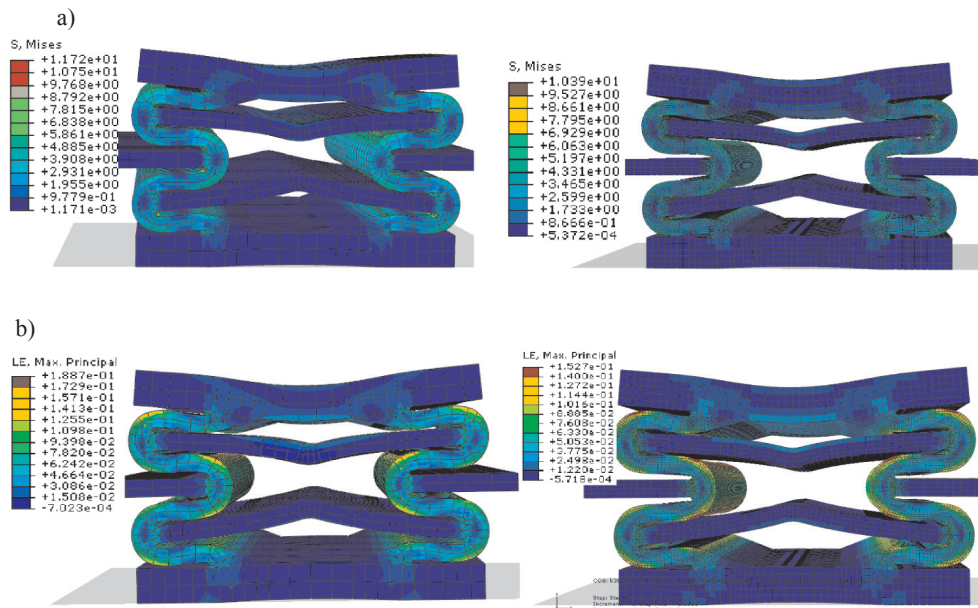
Poniżej przedstawiono mapy naprężeń i odkształceń dla obciążenia ciśnieniem maksymalnym (rys. 9) oraz dla obciążenia dynamicznego (rys. 10).



Wyniki wskazują, że dla przyjętych wymagań użytkowych siedziska oraz obranego materiału naprężenia są dalekie od granicy sprężystości. Przedstawione mapy naprężeń wskazują więc na spełnienie warunku wytrzymałościowego.

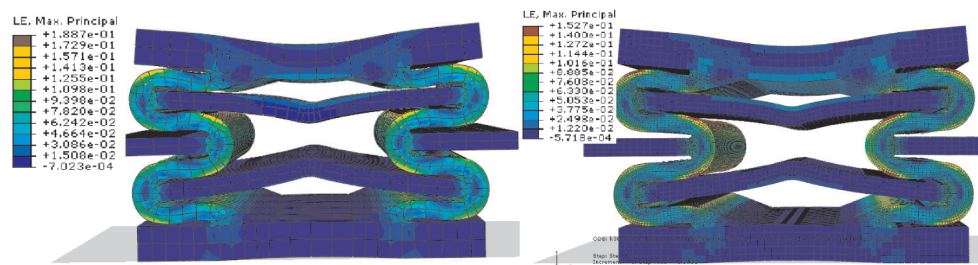
W zakresie przyjętych obciążeń spełnione są zalecenia użytkowe, co świadczy o dobrym doborze geometrii i materiału, z którego wykonana jest sprężyna.

Zbadano wpływ dyskretyzacji na deformację sprężyny. Wyniki niewiele się różnią dla dwóch podanych dyskretyzacji. Natomiast jak pokazuje rys. 9, pola naprężeń wykazują różnice rzędu 20%.



Rys. 9a) Rozkład naprężeń zredukowanych wg. Hubera-Misesa-Hencky'ego [MPa], b) mapa odkształceń. Porównanie pól naprężeń i odkształceń w sprężynie siedziska przy dyskretyzacji uproszczonej oraz zagęszczonej

Fig. 9. H-M-H reduced stress maps and principal strain maps in spring B for two types of FE mesh

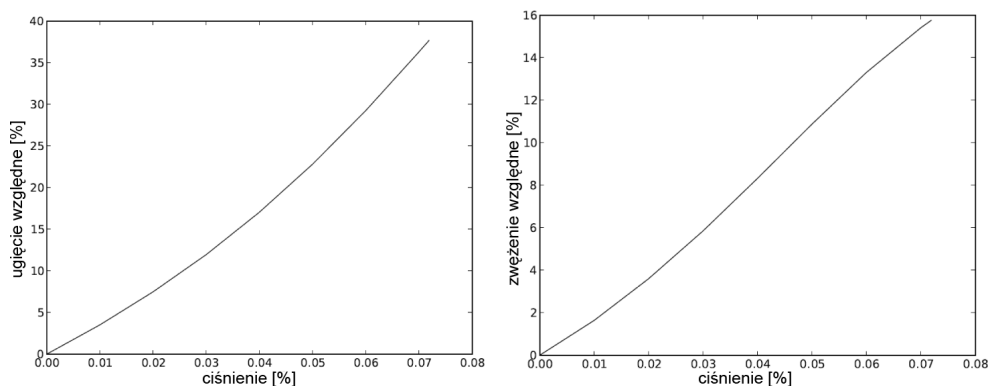


Rys. 10. Pole naprężeń maksymalnych i odkształceń dla obciążenia dynamicznego

Fig. 10. Maximal stresses and strains maps for the dynamic loading

Obserwując deformację struktury, a także lokalną materiału, powstaje wątpliwość, czy liniowy model materiału jest tu adekwatny do zadania. Odkształcenia w strefach węzłów sprężyny są duże, podczas gdy model liniowy materiału ma zastosowanie dla odkształceń do wartości około 0.1. Może to skutkować zawyżeniem wartości naprężeń przy zadanej deformacji. Jest to jednak na korzyść bezpieczeństwa. Żądamy bowiem mocniejszego materiału, uniemożliwiając tym samym ugięcie siedziska, czyli czyniąc go za twardym (mało podatnym).

Przedstawione na rys. 10 ścieżki przemieszczenie-obciążenie uzyskane na drodze numerycznej stanowią charakterystykę sprężyny B. Jak widać, sprężyna spełnia bardzo dobrze zalecenia projektowe (ugięcia do około 38% wysokości oraz przewężenia do 16% szerokości).



Rys. 11. Wykres ugięcia względnego i zwięźnienia względnego sprężyny B w funkcji obciążenia

Fig. 11. The relative deflection-load and relative contraction-load plots

## 5. Wnioski

Artykuł przedstawia porównawczą analizę numeryczną dwóch struktur poliamidowych, które spełniają warunki projektowe, przy czym struktura B ma lepsze własności, jeśli chodzi o pożądaną auksetyczność oraz stateczność globalną.

Struktura podłoża sprężystego siedziska powinna być tak zaprojektowana, aby uzyskać efekt auksetyczności i odpowiednie do zaleceń projektowych proporcje deformacji. Odpowiednia podatność jest uzyskana przez występowanie form giętych w elementach struktury. Przy ich dużej smukłości spodziewane jest jednak występowanie wyboczenia lokalnego, które w efekcie prowadzi do globalnej utraty stateczności całej struktury. Istotne jest, aby w trakcie deformacji nie następowała utrata stabilności całej struktury.

Analiza numeryczna pokazała dobrą zgodność rozwiązań z użyciem elementów liniowych i kwadratowych, co pozwala przy analizie całego siedziska złożonego z kilkudziesięciu sprężyn zastosować tańsze elementy kwadratowe, poza miejscami ekstremalnych obciążeń. Duże lokalne deformacje w zginanych narożach wskazują, że potraktowanie zadania jako materiałowo-liniowego jest znacznym uproszczeniem. Dlatego konieczne staje się przyjęcie nieliniowego modelu materiału i powtórzenie obliczeń. Jednak duża zgodność wyników numerycznych z eksperymentem wskazuje, że błąd spowodowany powyższym uproszczeniem nie jest znaczący.

Wstępnie wyselekcjonowana tu sprężyna posłuży do obliczeń dla pasów konstruujących siedziska. Takie struktury będą analizowane z uwzględnieniem tarcia o podłoże, na którym umieszczona jest warstwa sprężysta oraz z uwzględnieniem pianki przykrywającej szkielet konstrukcji siedziska.

#### Literatura

- [1] ABAQUS manual.
- [2] Akimoto M., Oka T., Oki K., Hyakusoku H., *Finite element analysis of effect of softness of cushion pads on stress concentration due to an oblique load on pressure sores*, Journal of Nippon Medical School, vol. 74 (3), 2007, 230-235.
- [3] Arcan M., *Non invasive and sensor techniques in contact mechanics: a revolution in progress*, Proceedings of the Nineth International Conference on Experimental Mechanics, vol. 1. Copenhagen, 1990.
- [4] Brosh T., Arcan M., *Modeling the body/chair interaction – an integrative experimental-numerical approach*, Clinical Biomechanics (Bristol, Avon), vol. 15, 2000, 217-219.
- [5] Gibson L., Ashby M., *Cellular Materials. Structure and Properties*, Cambridge University Press, 1997.
- [6] Smardzewski J., *Antropotechnical aspects of furniture design*, Drvna Industrija, 60 (1), 2009, 15-21.
- [7] Smardzewski J., *Projektowanie mebli*, Państwowe Wydawnictwo Rolnicze i Leśne, 2008.
- [8] Smardzewski J., *Komputerowo zintegrowane wytwarzanie mebli*, Państwowe Wydawnictwo Rolnicze i Leśne, 2007.
- [9] Jasińska D., Janus-Michalska M., *Material design of anisotropic elastic cellular bodies with respect to contact problem*, Engineering Transactions, z. 3, 201-225, 2008.
- [10] Janus-Michalska M., Jasińska D., *Zagadnienie kontaktu sprężystego ośrodka anizotropowego na przykładzie materiału komórkowego o ujemnym współczynniku Poissona*, Czasopismo Techniczne, z. 19, 2010, 25-36.
- [11] Jasińska D., Janus-Michalska M., Smardzewski J., *A study on the design of auxetic structure of seat skeleton*, w przygotowaniu do Journal of Mechanical Science and Technology, Springer.
- [12] Matwiej Ł., Senski M., *Modelling of ergonomic contractions of mattresses in upholstery furniture*, Electronic Journal of Polish Agricultural Universities, Wood Technology, vol. 9, Issue 3, 2006.
- [13] Paoliello C.C., Edgar V.M., *Chair load analysis during daily sitting activities*, Forest Products Journal, vol. 58, no. 9, September 2008, 28-31.