

ŚRODOWISKO

**CZASOPISMO TECHNICZNE**  
**TECHNICAL TRANSACTIONS**  
**ENVIRONMENTAL ENGINEERING**

WYDAWNICTWO  
POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

1-Ś/2011  
ZESZYT 1  
ROK 108  
ISSUE 1  
YEAR 108

BARBARA TCHÓRZEWSKA-CIEŚLAK\*

## APLIKACJA MATEMATYCZNEJ TEORII EWIDENCJI DO ANALIZY RYZYKA AWARII SIECI WODOCIĄGOWEJ

### THE APPLICATION OF A MATHEMATICAL THEORY OF EVIDENCE TO ANALYSE RISK OF FAILURE IN WATER NETWORK

#### Streszczenie

W artykule podjęto temat analizy ryzyka awarii sieci wodociągowej z wykorzystaniem matematycznej teorii ewidencji (teoria Dempstera-Shafera), która może być wykorzystana w przypadku niekompletnej lub niepewnej informacji dotyczącej danych potrzebnych w analizie ryzyka. W wielu przypadkach dane otrzymywane są na podstawie informacji ekspertów. W artykule przedstawiono podstawowe założenia teorii DS oraz aplikację metody do analizy ryzyka awarii sieci wodociągowej w przypadku dysponowania różnymi typami danych o różnym stopniu wiarygodności.

*Słowa kluczowe: sieć wodociągowa, ryzyko, matematyczna teoria ewidencji*

#### Abstract

In the paper the issue of the analysis of risk of failure in water network, using the mathematical theory of evidence (Dempster-Shafer theory), which can be used in case of incomplete or uncertain information concerning the data needed in risk analysis, has been discussed. In many cases, data are obtained on the basis of information given by experts. The paper presents the basic assumptions of the DS theory and the application of the method to analyse risk of failure in water network when we have various types of data with varying degree of reliability.

*Keywords: water network, risk, mathematical theory of evidence*

\* Dr inż. Barbara Tchórzewska-Cieślak, Katedra Zaopatrzenia w Wodę i Odprowadzania Ścieków, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska.

## 1. Wstęp

Sieć wodociągowa stanowi podstawowy element podsystemu dystrybucji wody, a jej głównym zadaniem jest dostarczenie wody do konsumentów o odpowiedniej jakości, pod wymaganym ciśnieniem, w pożądanej ilości i o akceptowalnej przez konsumentów cenie. Z funkcjonowaniem sieci wodociągowej nierozłącznie jest związane ryzyko jej awarii [12]. Dysponując różnymi typami danych (informacji) w analizie ryzyka związanego z funkcjonowaniem sieci wodociągowej, konieczne jest opracowanie metody, która pozwalałaby wykorzystywać dane o charakterze pewnym (wiarygodnym, kompletnym), jak i te, które są niepewne lub niekompletne, ale istotne z punktu widzenia oceny i analizy ryzyka. Niekompletna informacja może dotyczyć zarówno samej sieci wodociągowej, np. jej wieku, warunków gruntowych posadowienia, częstości występowania awarii (w przypadku braku prawidłowo prowadzonej ewidencji awarii), jak również potencjalnych skutków (konsekwencji) zdarzeń awaryjnych, np. liczby osób narażonych, strat finansowych czy skutków zdrowotnych. W takim przypadku brakujące informacje są szacowane na podstawie opinii ekspertów lub dostępnych danych literaturowych [5, 6, 13].

Teoria Dempstera-Shafera (DS) (evidence theory) jest modelem niepewności pokazującym jedną z dróg stosowania matematycznego prawdopodobieństwa przy ocenie subiektywnej [1, 6, 7]. Jest uogólnieniem bayesowskiej teorii subiektywnego prawdopodobieństwa, daje możliwość jego zastosowania dla zbiorów różnych elementów. Główny celem pracy jest adaptacja teorii DS do analizy ryzyka awarii sieci wodociągowej w przypadku posiadania niepewnych danych dotyczących statystyki zdarzeń, a także ich przyczyn i możliwych skutków.

## 2. Podstawy teorii ewidencji Dempstera-Shafera

Teoria DS została opisana przez A.P. Dempstera (1967) [2, 11] i G. Shafera (1976). Szczegółowe zagadnienia z nią związane zostały opisane również między innymi przez Zadeha [15], Yagera [14], Kacprzyka [4]. Znalazła ona zastosowanie w systemach inżynierskich, takich jak: informatyka, budownictwo, konstrukcje inżynierskie, inżynieria i ochrona środowiska w zagadnieniach dotyczących podejmowania decyzji, zarządzania produkcją, zarządzania ryzykiem i bezpieczeństwem [1, 3, 8–10]. Teoria DS traktowana jest jako uogólnienie bayesowskiej teorii prawdopodobieństwa do zbiorów (podzbiorów i elementów). Różnym hipotezom (dowodom) przypisuje wartości prawdopodobieństwa za pomocą tzw. funkcji przekonania oznaczanej jako BPA lub  $m$  (ang. *basic probability assignment*). Teoria DS daje również możliwość łączenia różnych hipotez (dowodów) i na tej podstawie określenia wyjściowej wartości prawdopodobieństwa. Zasadnicza różnica pomiędzy rachunkiem prawdopodobieństwa polega na tym, że funkcja  $m$  nie musi być określona na wszystkich elementach przestrzeni zdarzeń, a jedynie na niektórych z podzbiorów. Teoria Dempstera-Shafera odrzuca jeden z podstawowych aksjomatów wnioskowania probabilistycznego [4]:

$$P(X) = 1 - P(X)$$

Przykładem odrzucenia powyższego aksjomatu jest sytuacja, gdy nic nie wiemy odnośnie do zdarzenia  $X$  i zdarzenia przeciwnego  $X$ .

Konsekwencją odrzucenia powyższego aksjomatu przez teorię DS jest skojarzenie z każdą hipotezą dwóch miar [2, 4, 8, 11]:

- przekonania (wiara):  $bel(X)$  (ang. *belief*),
- domniemania (wiarygodności):  $pl(X)$  (ang. *plausibility*).

Określają one dolną i górną granicę funkcji stopnia przekonania ( $m$ ) w prawdziwość postawionej hipotezy  $H$  odnośnie do zbioru (lub jego elementów)  $X$ .

Funkcja przekonania ma następujące własności:

$$m(X_i) \rightarrow [0, 1]$$

$$m(\emptyset) = 0$$

$\sum_{X_i \in X} m(X_i) = 1, i=1,2,3 \dots n, n$  – liczba hipotez dotycząca zbioru  $X$ ,  
 $n = 2^j, j$  – liczba elementów zbioru  $X$ ,

- wartość funkcji  $m(X)$  odnosi się tylko do zbioru  $X$  i nie daje żadnych informacji o podzbiorach  $X$ , dla których są określone indywidualne funkcje przekonania:

$$bel(X) \leq P(X) \leq pl(X) \quad (1)$$

$$bel(X_i) = \sum_{X_k \in X_i} m(X_k) \quad (2)$$

$$bel(\emptyset) = 0, bel(X) = 1 \quad (3)$$

$$pl(X_i) = \sum_{X_k \cap X_i \neq \emptyset} m(X_k) \quad (4)$$

$$pl(\emptyset) = 0, pl(X) = 1 \quad (5)$$

$$pl(X_i) = 1 - bel(X_i) \quad (6)$$

Zależności pomiędzy poszczególnymi miarami przedstawiono na rysunku 1.

		2
przekonanie(bel)	niepewność	nieprzekonanie(bel)
domniemanie (pl)		
	wątpliwość (pl)	
prawdopodobieństwo		
		1

Rys. 1. Zależności pomiędzy poszczególnymi miarami funkcji przekonania

Fig. 1. The relationships between different measures of belief functions

W przypadku posiadania więcej niż jednej wartości funkcji przekonania dla danego zbioru hipotez (np. ekspert 1 określił, że prawdopodobieństwo awarii w wyniku uszkodzenia mechanicznego danego odcinka sieci wodociągowej wynosi 0,4, a drugi, że prawdopodobieństwo awarii tego samego odcinka sieci, ale w wyniku procesów korozyjnych wynosi 0,3) teoria DS daje możliwość łączenia posiadanych informacji, tzw. łączenie reguł DS (ang. *Dempster-Shafer rule of combination*), które przedstawiają się następująco:

$$m_{1-2}(\emptyset) = 0 \quad (7)$$

$$m_{1-2}(X_i) = \frac{\sum_{X_a \cap X_b = X_i} m_1(X_a) \cdot m_2(X_b)}{1 - \sum_{X_a \cap X_b = \emptyset} m_1(X_a) \cdot m_2(X_b)} \quad (8)$$

stopień konfliktu  $K$  wyznacza się:

$$K = \sum_{X_a \cap X_b = \emptyset} m_1(X_a) \cdot m_2(X_b) \quad (9)$$

$(1-K)$  jest współczynnikiem normalizującym.

Problemy z interpretacją łączenia reguł DS rozważał w swojej pracy Zadeh [15]. Zwrócił uwagę na fakt, że w teorii DS rozważane są tylko hipotezy (dowody) niebędące w konflikcie, a sprzeczne hipotezy są ignorowane poprzez normalizację. Modyfikację reguł łączenia DS można znaleźć między innymi w pracach [10, 14, 15].

### 3. Ryzyko awarii sieci wodociągowej

Ryzyko ( $r$ ) jest funkcją parametrów: prawdopodobieństwa lub częstości ( $f$ ) wystąpienia reprezentatywnego scenariusza awaryjnego (RSA) oraz wielkości strat ( $C$ ) wywołanych przez RSA [12].

$$r = f(f_{\text{RSA}}, C_{\text{RSA}}) = \sum_{\text{RSA}=1}^R (f_{\text{RSA}} \cdot C_{\text{RSA}}) \quad (10)$$

gdzie:

- RSA – ciąg następujących po sobie zdarzeń niepożądanych (awarii),
- $f_{\text{RSA}}$  – prawdopodobieństwo lub częstość wystąpienia danego RSA lub pojedynczego zdarzenia,
- $C_{\text{RSA}}$  – wartość punktowa strat wywołanych przez dany RSA lub pojedyncze zdarzenie awaryjne,
- $R$  – liczba RSA.

Dla analizy tak zdefiniowanego ryzyka można wykorzystać metody matrycowe [12]. Na podstawie wzoru 1 sporządzono matrycę jakościową ryzyka, przyjmując skalę punktowo-opisową dla poszczególnych parametrów ryzyka. W zależności od częstości wystąpienia danego zdarzenia awaryjnego wagi punktowe dla parametru  $f$  przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

**Kryteria skali opisowo-punktowej dla parametru  $f$** 

Waga punktowa	Opis zdarzenia	Średnia częstość występowania zdarzenia awaryjnego $f_{RSA}$ [1/rok]
1(L)	Mało prawdopodobne, raz na 10 i rzadziej roku	0,1
2(M)	Średnio prawdopodobne, raz na 0,5 roku	2
3(H)	Wysoko prawdopodobne, raz na miesiąc	12

Dla parametru strat  $C$  w tabeli 2 przedstawiono kryteria oraz wagi punktowe dla założonej skali opisowo-punktowej.

Tabela 2

**Kryteria skali opisowo-punktowej dla parametru  $C$** 

Waga punktowa	Opis
1(L)	Straty małe, dostrzegalne zmiany organoleptyczne wody, pojedyncze skargi konsumentów, straty finansowe do $5 \cdot 10^3$ euro
2(M)	Straty średnie, znaczna uciążliwość organoleptyczna (odór, zmieniona barwa i mętność), niedyspozycje zdrowotne konsumentów, liczne skargi, komunikaty w regionalnych mediach publicznych, strata finansowa do $10^5$ euro
3(H)	Straty wysokie, wymagane leczenie szpitalne osób narażonych, zaangażowanie profesjonalnych służb ratowniczych, poważne efekty toksyczne wśród organizmów wskaźnikowych, informacje w mediach ogólnokrajowych, strata finansowa powyżej $10^5$ euro

W ten sposób wielkość ryzyka  $r$  obliczona wg wzoru (1) dla pojedynczego RSA przyjmuje wartości z przedziału: [1–9] wg matrycy przedstawionej w tabeli 3.

Tabela 3

**Matryca ryzyka**

P	C		
	1	2	3
	$r$		
1	1	2	3
2	2	4	6
3	3	6	9

Przyjęto trójpoziomą skalę ryzyka:

- ryzyko tolerowane (T),
- ryzyko kontrolowane (K),
- ryzyko nieakceptowane (N).

Zasadniczym problemem w tym punkcie analizy jest interpretacja skali punktowej oraz przyjęcie wartości kryterialnej dla poszczególnych poziomów ryzyka. Dysponując różnymi opiniami ekspertów, celowe jest wykorzystanie teorii DS na etapie końcowej analizy ryzyka awarii sieci wodociągowej.

#### 4. Aplikacja teorii ewidencji DS do analizy ryzyka awarii sieci wodociągowej

Analizie poddano odcinek dystrybucyjnej sieci wodociągowej ( $d$  350 mm, materiał żeliwo, długość 5 km). Dane dla oceny ryzyka sieci wodociągowej szacowane są na podstawie danych eksploatacyjnych i oceniane przez dwóch ekspertów E1 i E2.

Dla parametru ryzyka zbiór możliwych jego poziomów przedstawia się następująco;  $r = \{T, K, N\}, j = 3$ . Liczba możliwych hipotez  $H_i$  wynosi:  $i = 2^3 = 8$ , zbiór ten przedstawia się następująco:  $H = \{H_i\} = \{T, K, N, T \vee K, T \vee N, K \vee N, T \vee K \vee N, \emptyset\}$

Informacje od poszczególnych ekspertów:

- Ekspert pierwszy na podstawie wartości intensywności uszkodzeń sieci wodociągowej oraz liczby odbiorców wody, którzy mogą zostać poszkodowani w wyniku jej awarii, oszacował poszczególne parametry ryzyka w sposób następujący:  $P = 1, C = 3, r = 3$ , w dalszej kolejności oszacował poziom ryzyka na podstawie funkcji przekonania i postawił następującą hipotezę:

$$m_1(r)_T = 0,4; m_1(r)_K = 0,2; m_1(r)_{T \vee K} = 0,4$$

- Ekspert drugi na podstawie wartości intensywności uszkodzeń sieci wodociągowej wieku sieci, obciążenia ruchu drogowego oraz ciśnienia w sieci, oszacował:  $P = 3, C = 2, r = 6$ , że ryzyko awarii tego odcinka sieci poziom ryzyka na podstawie funkcji przekonania jest na poziomie:

$$m_2(r)_T = 0,3; m_2(r)_K = 0,6; m_2(r)_N = 0,1$$

Macierz otrzymanych w ten sposób danych funkcji stopnia przekonania zapisano w postaci:

$$M = \begin{vmatrix} m_1(r)_T & m_1(r)_K & m_1(r)_{T \vee K} \\ m_2(r)_T & m_2(r)_K & m_2(r)_{T \vee K \vee N} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,4 \\ 0,3 & 0,6 & 0,1 \end{vmatrix}$$

W tabeli 4 przedstawiono macierz łączenia reguł DS na podstawie wzorów (7–9).

Matryca reguł DS

E2	$m_2(r)_T$	$m_2(r)_K$	$m_2(r)_N$	$m_2(r)_{TvK}$	$m_2(r)_{TvN}$	$m_2(r)_{KvN}$	$m_2(r)_{TvKvN}$
	E1	0,3	0,6	0	0,0	0,0	0,0
$m_1(P) \cdot m_2(P)$							
$m_1(r)_T$	0,4	0,12 (T)	0,24 (∅)	0	0	0	0,04 (T)
$m_1(r)_K$	0,2	0,06 (∅)	0,12 (K)	0	0	0	0,02 (K)
$m_1(r)_N$	0,0	0	0	0	0	0	0
$m_1(r)_{TvK}$	0,4	0,12 (T)	0,24 (K)	0	0	0	0,04 (TvK)
$m_1(r)_{TvN}$	0,0	0	0	0	0	0	0
$m_1(r)_{KvN}$	0,0	0	0	0	0	0	0
$m_1(r)_{TvKvN}$	0,0	0	0,0	0	0	0	0

Zgodnie ze wzorem (9) obliczono stopień konfliktu reguł oraz współczynnik normalizujący:

$$K = 0,24 + 0,06 = 0,3, \quad 1 - K = 0,7.$$

Na podstawie wzorów (2–5) obliczono wartości funkcji przekonania  $m(r)$  oraz miary bel( $r$ ) i pl( $r$ ):

$$m_{1-2}(r)_T = (0,12 + 0,12 + 0,04)/0,7 = 0,4$$

$$m_{1-2}(r)_K = (0,12 + 0,24 + 0,02)/0,7 = 0,54$$

$$m_{1-2}(r)_N = 0$$

$$m_{1-2}(r)_{TvK} = 0,04/0,7 = 0,06$$

$$m_{1-2}(r)_{TvN} = 0$$

$$m_{1-2}(r)_{KvN} = 0$$

$$m_{1-2}(r)_{TvKvN} = 0$$

$$bel_{1-2}(r)_T = m_{1-2}(r)_T = 0,4$$

$$bel_{1-2}(r)_K = m_{1-2}(r)_K = 0,54$$

$$bel_{1-2}(r)_N = m_{1-2}(r)_N = 0$$

$$bel_{1-2}(r)_{TvK} = m_{1-2}(r)_T + m_{1-2}(r)_K + m_{1-2}(r)_{TvK} = (0,4 + 0,54 + 0,06) = 1$$

$$bel_{1-2}(r)_{TvN} = m_{1-2}(r)_T + m_{1-2}(r)_N + m_{1-2}(r)_{TvN} = 0,4 + 0 + 0 = 0,4$$

$$bel_{1-2}(r)_{KvN} = m_{1-2}(r)_K + m_{1-2}(r)_N + m_{1-2}(r)_{KvN} = 0,54 + 0 + 0 = 0,54$$

$$bel_{1-2}(r)_{TvKvN} = m_{1-2}(r)_T + m_{1-2}(r)_K + m_{1-2}(r)_N + m_{1-2}(r)_{TvK} + m_{1-2}(r)_{TvN} + m_{1-2}(r)_{KvN} + m_{1-2}(r)_{TvKvN} = 1$$

$$pl_{1-2}(r)_T = m_{1-2}(r)_T + m_{1-2}(r)_{TvK} + m_{1-2}(r)_{TvN} + m_{1-2}(r)_{TvKvN} = 0,4 + 0,06 + 0 + 0 = 0,46$$

$$pl_{1-2}(r)_K = m_{1-2}(r)_K + m_{1-2}(r)_{TvK} + m_{1-2}(r)_{KvN} + m_{1-2}(r)_{TvKvN} = 0,54 + 0,06 + 0 + 0 = 0,6$$

$$pl_{1-2}(r)_N = m_{1-2}(r)_N + m_{1-2}(r)_{TvN} + m_{1-2}(r)_{KvN} + m_{1-2}(r)_{TvKvN} = 0$$

$$pl_{1-2}(r)_{TvK} = m_{1-2}(r)_T + m_{1-2}(r)_K + m_{1-2}(r)_{TvK} + m_{1-2}(r)_{TvN} + m_{1-2}(r)_{KvN} + m_{1-2}(r)_{TvKvN} = 0,4 + 0,54 + 0 + 0,06 + 0 + 0 = 1$$

$$pl_{1-2}(r)_{TvN} = m_{1-2}(r)_T + m_{1-2}(r)_N + m_{1-2}(r)_{TvK} + m_{1-2}(r)_{TvN} + m_{1-2}(r)_{KvN} + m_{1-2}(r)_{TvKvN} = 0,4 + 0 + 0,06 + 0 + 0 + 0 = 0,46$$

$$pl_{1-2}(r)_{KvN} = m_{1-2}(r)_K + m_{1-2}(r)_N + m_{1-2}(r)_{TvK} + m_{1-2}(r)_{TvN} + m_{1-2}(r)_{KvN} + m_{1-2}(r)_{TvKvN} =$$

$$= 0,54 + 0 + 0,06 + 0 + 0 + 0 = 0,6$$

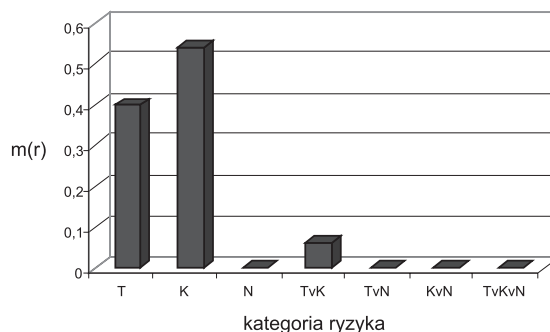
$$pl_{1-2}(r)_{TvKvN} = m_{1-2}(r)_T + m_{1-2}(r)_K + m_{1-2}(r)_N + m_{1-2}(r)_{TvK} + m_{1-2}(r)_{TvN} + m_{1-2}(r)_{KvN} + m_{1-2}(r)_{TvKvN} = 1$$

Obliczone wartości zestawiono oraz przedstawiono w tabeli 5 i na wykresach 1 i 2.

Tabela 5

Charakterystyki możliwych wartości ryzyka awarii sieci wodociągowej

Podzbiór zbioru $P$	$m_{1-2}(r)$	$bel_{1-2}(r)$	$pl_{1-2}(r)$	(przedział) $I_{1-2}(r)$
$\emptyset$	0	0	0	[0,0; 1,0]
$T$	0,4	0,4	0,46	[0,4; 0,46]
$K$	0,54	0,54	0,6	[0,54; 0,6]
$N$	0	0	0,0	[0,0; 0,0]
$TvK$	0,06	1,0	1,0	[1,0; 1,0]
$TvN$	0	0,4	0,46	[0,4; 0,46]
$KvN$	0	0,54	0,6	[0,54; 0,6]
$TvKvN$	0	1,0	1,0	[1,0; 1,0]



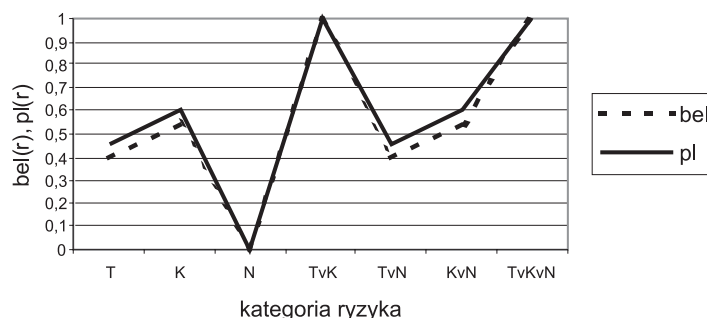
Rys. 2. Wartości funkcji przekonania dla różnych kategorii ryzyka

Fig. 2. The belief function values for different categories of risk

Z przeprowadzonej analizy wynika, że:

- największą wartość funkcji przekonania oraz miarę przekonania otrzymano dla hipotezy mówiącej o tym, że ryzyko awarii sieci wodociągowej jest na poziomie kontrolowanym ( $m_{1-2}(r)_K = 0,54$ , funkcja  $bel_{1-2}(r)_K = 0,54$ ),
- prawdopodobieństwo domniemania o prawdziwości tej hipotezy wynosi 0,6 (funkcja  $pl_{1-2}(r)_K = 0,6$ ),
- prawdopodobieństwo nieprzekonania wynosi 0,4 (rys. 2),
- niepewność co do prawdziwości tej hipotezy wynosi 0,06 (rys. 2).





Rys. 3. Wartości miar przekonania i domniemania dla różnych kategorii ryzyka

Fig. 3. The beliefs and presumption values for different categories of risk

## 5. Wnioski

1. Teoria matematycznej ewidencji umożliwia przypisanie każdej przesłance nie jednej, lecz dwóch wartości.
2. Oprócz modelowania niepewności daje możliwość uzyskania wartości ilościowej.
3. Funkcja łączenia informacji zawartych w dwóch zbiorach subiektywnych ocen ekspertów (dwóch hipotez) daje możliwość aktualizacji wiedzy, co wpływa korzystnie na proces decyzyjny oraz zarządzanie ryzykiem awarii. W rezultacie otrzymuje się nowe podzbiory możliwych hipotez z nowymi wartościami charakteryzującymi możliwość wystąpienia poszczególnych wariantów (kategorii ryzyka). Proces ten może być kontynuowany tak długo, jak długo napływają nowe informacje od ekspertów, aż do uzyskania najbardziej wiarygodnych wyników.
4. Aplikacja teorii matematycznej funkcji ewidencji do analizy ryzyka awarii sieci wodociągowej powinna mieć zastosowanie w procesie zarządzania ryzykiem, w szczególności na etapie pozyskiwania, weryfikacji oraz grupowania danych, a także hipotez.
5. Teoria DS wykorzystuje miary przekonania (*bel*) oraz domniemania (*pl*) do modelowania rozmycia ocen poszczególnych ekspertów. Z tego powodu jest ona pokrewna teorii zbiorów rozmytych, co daje możliwość zastosowania reguł logiki rozmytej, arytmetyki przedziałowej, a także rozmytego wnioskowania.
6. Zaproponowana metoda stanowi alternatywę dla innych metod oceny i zarządzania ryzykiem awarii sieci wodociągowej, a jej zastosowanie jest uzasadnione w przypadku posiadania subiektywnych ocen parametrów ryzyka.
7. Przedstawiona praca stanowi podstawę do prowadzenia przez autorkę dalszych badań w tym zakresie.

## Literatura

- [1] Alim S., *Application of Dempster-Shafer theory for interpretation of seismic parameters*, ASCE Journal of Structural Engineering, 114(9), 1988, 2070-2084.
- [2] Dempster A., *Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping*, The Annals of Statistics, 28, 1967, 325-339.
- [3] Demotier S., Schon W., Denoeux T., *Risk assessment based on weak information using belief functions: a case study in water treatment*, IEEE Trans Syst Man Cybern–Part C, 2006.
- [4] Kacprzyk J., Fedrizzi M., *Advances in Dempster-Shafer theory of evidence*, Wiley, New York, 1994, 51-69.
- [5] Klir G.J., *Principles of uncertainty: what are they? why do we need them?* Fuzzy Sets and Systems, 74, 1995, 15-31.
- [6] Klir G.J., Folger T., *Fuzzy sets, uncertainty, and information*, Englewood, Prentice-Hall, 1998.
- [7] Lindley T.R., Buchberger S.G., *Assessing intrusion susceptibility in distribution systems*, Journal of the American Water Works Association, 94(6), 2002, 66-79.
- [8] Luo W.B., Caselton B., *Using Dempster-Shafer theory to represent climate change uncertainties*, Journal of Environmental Management, 49(1), 1997, 73-93.
- [9] Sadiq R., Rodriguez M.J., *Predicting water quality in the distribution system using evidential theory*, Chemosphere, 59(2), 2005, 177-188.
- [10] Sadiq R., Kleiner Y., Rajani B., *Aggregative risk analysis for water quality failure in distribution networks*, Journal of Water Supply: Research & Technology – AQUA, 53(4), 2004, 241-261.
- [11] Shafer G., *a mathematical theory of evidence*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1976.
- [12] Rak J., Tchórzewska-Cieślak B., *Czynniki ryzyka w eksploatacji systemów zaopatrzenia w wodę*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2007.
- [13] Tchórzewska-Cieślak B., *Uncertainty in analysis of risk connected with water distribution subsystem functioning*, Konferencja „Zaopatrzenie w wodę, jakość i ochrona wód”, PZiTS O/Wielkopolski, Gniezno 2008, 119-130.
- [14] Yager R.R., *On the Dempster-Shafer framework and new combination rules*, Information Sciences, 41, 1987, 93-137.
- [15] Zadeh L.A., *Review of books: a mathematical theory of evidence*, The AI Magazine, 5(3), 1984, 81-83.