

BUDOWNICTWO

CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING

WYDAWNICTWO
POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

3-B/2010
ZESZYT 11
ROK 107
ISSUE 11
YEAR 107

JANUSZ KAWECKI, ALICJA KOWALSKA*

TŁUMIENIE DRGAŃ W OPISIE SZTYWNOŚCIOWO-BEZWŁADNOŚCIOWYM

VIBRATION DAMPING IN DESCRIPTION OF STIFFNESS-INERTIA MODEL

Streszczenie

Model tłumienia opisany wzorem (2) jest coraz częściej stosowany w obliczeniach dynamicznych. Jest on scharakteryzowany dwoma współczynnikami α i β . W artykule przeanalizowano wartości tych współczynników w zależności od rodzaju konstrukcji. Korzystano z wyników pomiarów dynamicznych własnych i podawanych w literaturze. Głównym celem tych analiz jest ułatwienie doboru wartości współczynników α i β .

Słowa kluczowe: tłumienie drgań, obliczenia dynamiczne

Abstract

The damping model described with formula (2) is more and more often used in dynamic calculations. The values of the two coefficients α and β describe this model. Values of these two coefficients in dependence on the kind of structure were analysed in this paper. The authors own measurement results, as well as those given in publications were used. This analysis aims at proper adoption of these coefficients.

Keywords: vibration damping, dynamic calculation

* Prof. dr hab. inż. Janusz Kawecki, dr inż. Alicja Kowalska, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Przeważnie w opisach normowych (por. np. [1, 2]) właściwości tłumiące konstrukcji budowlanych wyraża się za pomocą logarytmicznego dekrementu tłumienia drgań δ albo ułamka tłumienia krytycznego D . Współczynniki te wiążą zależności

$$\delta = 2\pi D / \sqrt{1 - D^2} \approx 2\pi D \quad (1)$$

W obliczeniach dynamicznych coraz częściej wyraża się właściwości tłumiące za pomocą tzw. modelu sztywnościowo – bezwładnościowego, w którym macierz tłumienia $[\mathbf{C}]$ przedstawia się jako liniową kombinację macierzy sztywności $[\mathbf{K}]$ i macierzy bezwładności $[\mathbf{M}]$ zapisując to w postaci

$$[\mathbf{C}] = \alpha[\mathbf{M}] + \beta[\mathbf{K}] \quad (2)$$

gdzie:

α i β – współczynniki kombinacji.

W modelu sztywnościowo-bezwładnościowym (2) uwzględnia się zmianę właściwości tłumiących budowli w funkcji częstotliwości drgań, przez co można lepiej odwzorować sytuacje występujące w rzeczywistości.

Wartości δ uzyskuje się bezpośrednio na podstawie opracowania wyników odpowiednio zrealizowanych badań doświadczalnych. Zebrane rezultaty takich opracowań umożliwiają sformułowanie zaleceń odnośnie do przyjmowania wartości δ odpowiadających projektowanym typom konstrukcji budowlanych. Te zaś w mniej lub bardziej rozbudowanych zestawieniach podawane są w normach projektowania oraz podręcznikach (por. [3]). W odniesieniu zaś do wartości parametrów α i β występujących w modelu (2) takich opracowań prawie nie ma. W nielicznych pracach z tego zakresu (por. [4]) podano przykładowe wartości tych współczynników odpowiadające wybranym konstrukcjom budowlanym.

Celem niniejszego artykułu jest poszerzenie zbioru informacji o wartościach parametrów α i β w powiązaniu z rodzajem konstrukcji budowlanych, których one dotyczą. Na tej podstawie podjęta będzie próba sformułowania związku między wartościami współczynników α i β a rozwiązaniem konstrukcyjnym budowli.

2. Wyznaczenie wartości współczynników α i β na podstawie wyników badań

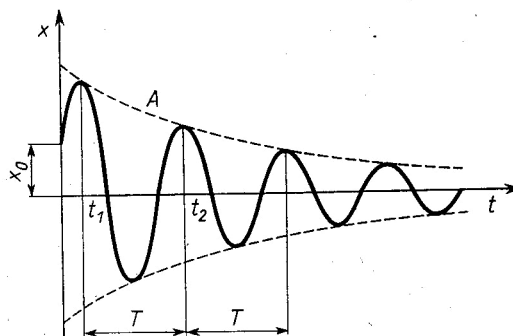
Jeżeli w wyniku pomiarów dynamicznych uzyska się informacje o wartościach δ odpowiadających dwóm różnym częstotliwościom drgań własnych, to na tej podstawie można wyznaczyć współczynniki α i β występujące w modelu (2). W [4] podano procedurę wyznaczania tych współczynników. Niech więc częstotliwości drgań własnych f_a odpowiada wartości logarytmicznego dekrementu tłumienia δ_a , oraz częstotliwości f_b – wartość δ_b , to wartości współczynników α i β można wyznaczyć ze wzorów:

$$\alpha = 2f_a f_b (\delta_a f_b - \delta_b f_a) / (f_b^2 - f_a^2) \quad (3)$$

$$\beta = (1 / 2\pi^2) (\delta_b f_b - \delta_a f_a) / (f_b^2 - f_a^2) \quad (4)$$

Na rysunku 1 podano przykładowy wykres zmiany w czasie przemieszczenia w wybranym punkcie pomiarowym budowli. Na podstawie znanych wartości kolejnych amplitud tych drgań można wyznaczyć wartości współczynnika δ ze wzoru

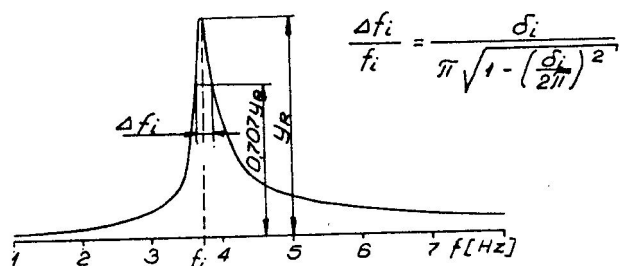
$$\delta = \ln(A_n / A_{n+1}) \quad (5)$$



Rys. 1. Wibrogram do wyznaczenia wartości logarytmicznego dekrementu tłumienia drgań

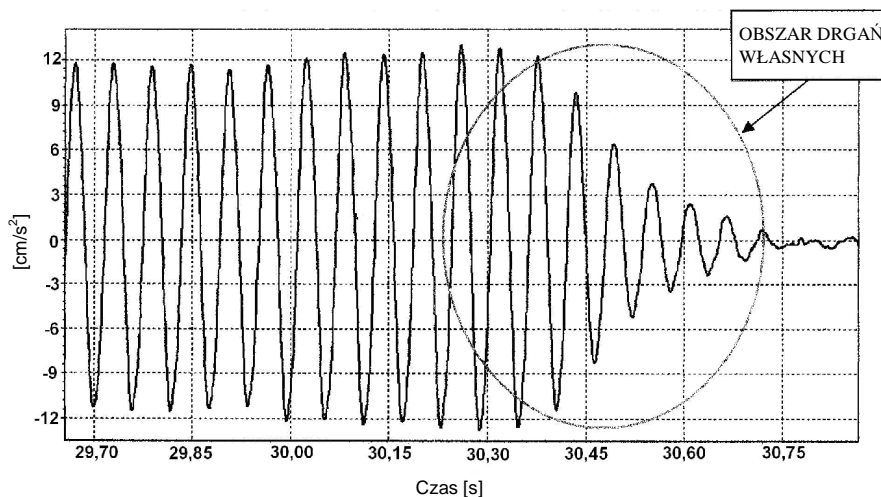
Fig. 1. Vibrograph used to determine a value of logarithmic decrement

W przypadku budowli o wyraźnie odseparowanych kolejnych częstotliwościach drgań własnych można wartości δ wyznaczyć z krzywej rezonansowej wg wzoru podanego na rys. 2.



Rys. 2. Wyznaczenie δ z krzywej rezonansowej
Fig. 2. Determination of δ from the resonance curve

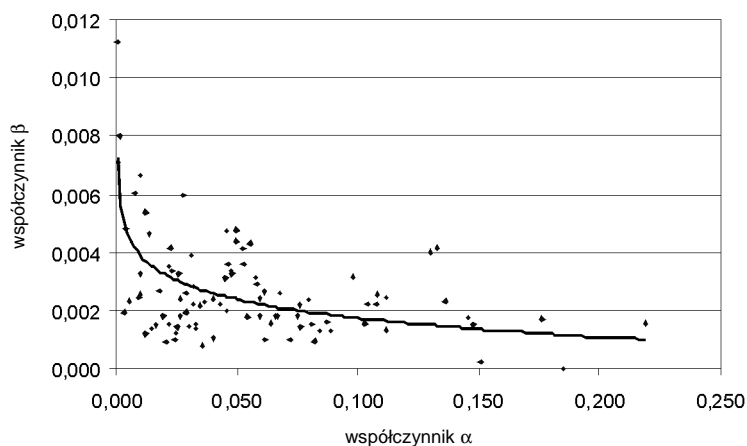
Drgania tłumione o wyraźnie zaznaczonej w wibrogramie jednej częstotliwości drgań własnych budowli można uzyskać w różny sposób. Jeżeli pomiary dotyczą budowli wieżowej, to można jej drgania wzbudzić np. skoordynowanym działaniem na budowlę grupy (3–4) osób znajdujących się w pobliżu jej wierzchołka albo nagłym zerwaniem napiętej uprzednio liny łączącej punkt ustabilizowany na podłożu z punktem na budowli umieszczonym w pobliżu jej wierzchołka. Autorzy przeprowadzali również pomiary drgań budynków, wywołując je za pomocą samojednego wibratora (Wibrorejs) usytuowanego w bezpośrednim sąsiedztwie budynku. Generowano drgania z częstotliwością zbliżoną do częstotliwości drgań własnych i rejestrowano odpowiedź budowli na to wymuszenie w wybranych punktach pomiarowych. Po nagłym wstrzymaniu drgań płyty wibratora w punkcie pomiarowym występowały drgania własne tłumione. Wibrogram w tym przedziale rejestracji służył do wyznaczenia δ zgodnie z (5). Przykładowy wibrogram z zaznaczeniem obszaru odpowiadającego drganiom własnym tłumionym podano na rys. 3.



Rys. 3. Końcowy odcinek wibrogramu
Fig. 3. The final part of the vibrograph

3. Wartości α i β wyznaczone na podstawie pomiarów dynamicznych różnych konstrukcji

Rozważano budynki o konstrukcji stalowej, mieszanej (stal i żelbet), żelbetowej i murowanej. Uwzględniono wyniki pomiarów podane w publikacjach [4–9]. Analizując uzyskane w wyniku pomiarów budynków o konstrukcji stalowej częstotliwości drgań własnych f i odpowiadające im wartości logarytmicznego dekrementu tłumienia drgań δ , wyznaczono na podstawie (3) i (4) wartości współczynników α i β .



Rys. 4. Zestawienie wartości α i β dotyczących budynków o konstrukcji stalowej
Fig. 4. Presentation of α and β values for steel buildings

Na rys. 4 zaznaczono punkty odpowiadające wartościom α i β rozważanych budynków stalowych. Zależność między tymi współczynnikami opisano za pomocą funkcji, którą na rys. 4 zaznaczono linią ciągłą i której odpowiada zapis w postaci

$$\beta = -0,0009 \cdot \ln \alpha - 0,0004 \quad (6)$$

przy współczynniku korelacji $R^2 = 0,3801$.

Badano również zależność wartości współczynnika β od wysokości H budynków o konstrukcji stalowej. Punkty odpowiadające poszczególnym budynkom zestawiono na rys. 5. Tam też zaznaczono linię, za pomocą której opisano zależność $\beta(H)$ wyrażoną w postaci wielomianu trzeciego stopnia

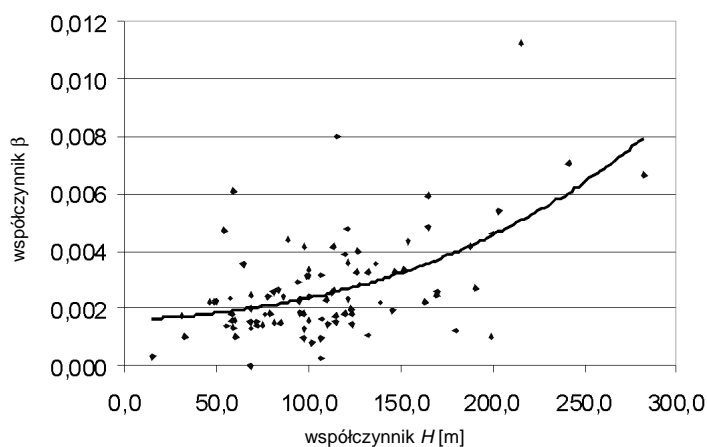
$$\beta = 10^{-10} \cdot H^3 + 2 \cdot 10^{-8} \cdot H^2 + 4 \cdot 10^{-6} \cdot H + 0,0015 \quad (7)$$

przy współczynniku korelacji $R^2 = 0,3092$

Podjęto również próbę opisanie zależności między wartością współczynnika β a częstotliwością drgań własnych budynków o konstrukcji stalowej. Na rys. 6 zaznaczono punkty odpowiadające budynkom oraz wykres, za pomocą którego opisano rozważany związek $\beta(f)$

$$\beta = -0,002 \cdot \ln f + 0,0012 \quad (8)$$

przy współczynniku korelacji $R^2 = 0,2884$.

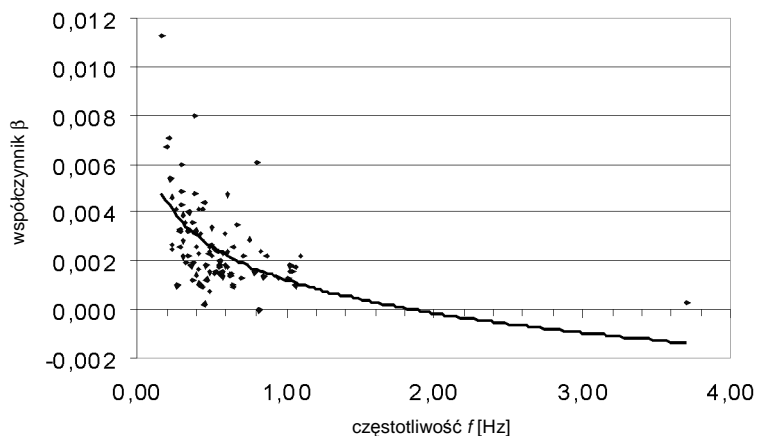


Rys. 5. Zależność wartości β od wysokości H budynków o konstrukcji stalowej
Fig. 5. Dependence of β value on the height H buildings of steel structure

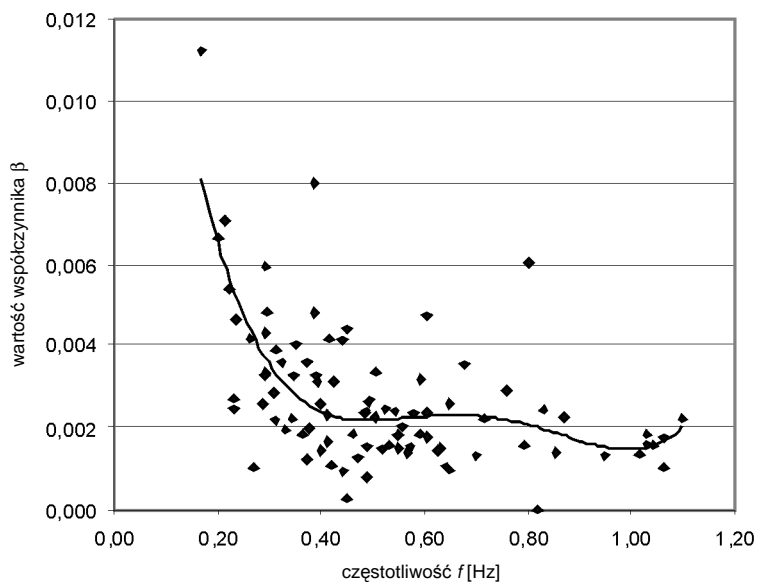
Warto zauważyć, że większość punktów występuje w przedziale od 0,2 do 1,1 Hz. Na rys. 7 zestawiono położenie tych punktów w rozważanym przedziale częstotliwości. Okazuje się, że zależność między β i f dobrze opisuje wielomian

$$\beta = 0,1019 \cdot f^4 - 0,2906 \cdot f^3 + 0,2973 \cdot f^2 - 0,1299 f + 0,0228 \quad (9)$$

któremu odpowiada wyższa od poprzednio uzyskanych wartość współczynnika korelacji $R^2 = 0,4275$.



Rys. 6. Zależność $\beta(f)$ występująca w analizowanych budynkach o konstrukcji stalowej
 Fig. 6. Dependence of $\beta(f)$ value occurring in the analyzed buildings of steel structure



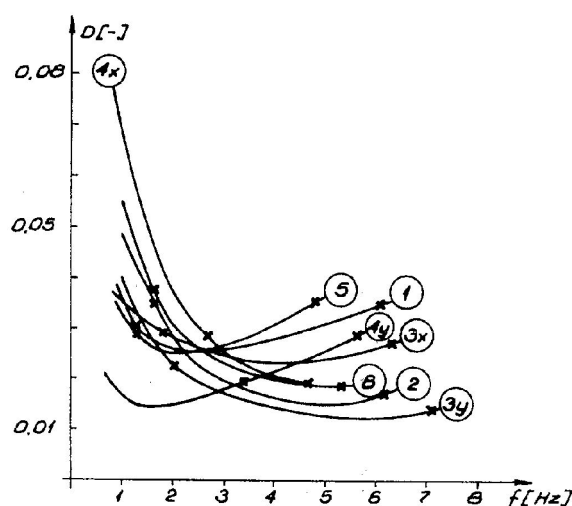
Rys. 7. Zależność $\beta(f)$ z rys. 6 w przedziale $f < 1,1$ Hz
 Fig. 7. Dependence $\beta(f)$ value from Fig. 6 in the range $f < 1,1$ Hz

W analizach uwzględniono również budynki o konstrukcji żelbetowej i mieszanej.

Na rysunku 8 podano za [4] przykładowe krzywe zależności między wartościami D i f wyznaczone w odniesieniu do budynków o konstrukcji żelbetowej. Ilustrują one opisane modelem sztywnościowo – bezwładnościowym zmiany wartości współczynnika D w zależności od częstotliwości własnych budynku. Na wykresach zaznaczono punkty odpowiadające wartościom pomierzonym, brany pod uwagę w obliczeniach. Przy wyznaczaniu wartości rekomendowanych do przyjęcia w analizach budynków projektowanych

należałoby brać pod uwagę krzywe odpowiadające mniejszym wartościom δ i D jako bezpieczniejsze przy prognozowaniu wpływów dynamicznych na budynki.

W analizach rozpatrywano również kilka budynków o konstrukcji murowej. Przy wyznaczaniu współczynników α i β odpowiadających tym budynkom brano pod uwagę od 7 do 9 początkowych częstotliwości własnych [9].



Rys. 8. Linie opisane modelem (2) odpowiadające budynkom analizowanym w [4]
Fig. 8. Lines described by model (2) corresponding to buildings analyzed in [4]

Na podstawie analizy stosunkowo dużej liczby wyników (najwięcej dotyczyło budynków o konstrukcji stalowej) zestawiono w tabeli 1 graniczne wartości współczynników α i β odpowiadające analizowanym typom budynków o różnych konstrukcjach.

Tabela 1

Typ konstrukcji	Wartości współczynników		Podstawowe częstotliwości [Hz]	Wysokości budynków [m]
	α	β		
Konstrukcje stalowe	0,014–0,219	0,001–0,007	0,16–3,7	282–15
Konstrukcje mieszane	0,017–0,178	0,001–0,005	0,34–2,17	156–32
Konstrukcje żelbetowe	0,149–0,853	0,0003–0,0019	0,68–2,02	85–37
Konstrukcje murowe	7,20–8,5	0,00016–0,00025	8,7–10,4	2–3 kond.

4. Podsumowanie

Już na podstawie zestawienia podanego w tabeli 1 widoczny jest wpływ rozwiązania konstrukcyjnego na wartości współczynników α i β .

W odniesieniu do budynków o konstrukcji stalowej i mieszanej liczba analizowanych tu obiektów była stosunkowo duża. W tych grupach uwzględniono budynki o bardzo różnej geometrii (wysokościach, relacji między wysokością a wymiarem budynku w rzucie poziomym itp.). Stąd też przedziały, w których sytuowały się wartości α i β są stosunkowo szerokie, ale widać wyraźnie różne usytuowanie tych przedziałów w odniesieniu do budynków różniących się rozwiązaniem konstrukcyjnym. Można dalej – kontynuując tego typu analizy – rozpatrywać obiekty o tym samym rozwiązaniu konstrukcyjno-materiałowym, tworząc ich podgrupy w celu np. uwzględnienia wpływu wysokości budynków i ich wymiarów poprzecznych na wartości współczynników α i β . W ten sposób mogą powstać rekomendacje odnośnie do przyjmowania w fazie projektowania parametrów opisujących tłumienie takich konstrukcji.

Literatura

- [1] PN-85/B-02170 Ocena szkodliwości drgań przekazywanych przez podłoże na budynki.
- [2] PN-EN 1991-1-4 Oddziaływania na konstrukcje, oddziaływania ogólne, oddziaływania wiatru.
- [3] Ciesielski R., *Ocena szkodliwości wpływów dynamicznych w budownictwie*, Arkady, Warszawa 1973.
- [4] Kawecki J., *Wyznaczenie parametrów modelu sztywnościowo-bezwładnościowego tłumienia drgań konstrukcji żelbetowych*, Mat. Sesji Naukowej z okazji jubileuszu profesora Wiesława Stachurskiego, Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej, 1996, 85-93.
- [5] Juhasova E., *Posobenie seizmických pohybov na stavebne konštrukcie*, Veda, Bratislava, 1985.
- [6] Ellis B.R., Ji T., *Dynamic testing and numerical modelling of the Cardington Steel Framed Building from construction to completion*, The Structural Engineer, Vol. 74, June 1996, 186-192.
- [7] Brownjohn J.M.W., Pan T.C., Deng X.Y., *Correlating dynamic characteristics from field measurements and numerical analysis of a high-rise building*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 29, 2000, 523-543.
- [8] Ventura C.E., Schuster N.D., *Structural dynamic properties of a reinforced concrete high-rise building during construction*, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 23, 1996, 950-972.
- [9] Kowalska A., *Analiza wpływu elementów niekonstrukcyjnych na charakterystyki dynamiczne budynków*, rozprawa doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków 2006.