

ROMAN MARCINKOWSKI*

OPTYMALIZACJA ROZDZIAŁU MAS ZIEMNYCH W BUDOWNICTWIE INŻYNIERYJNYM

OPTIMIZATION OF EARTH BODIES DISTRIBUTION IN CIVIL WORKS EXECUTION

Streszczenie

Zagadnienie optymalizacji robót ziemnych w budownictwie może być rozpatrywane z dwóch punktów widzenia: jako zadanie optymalizacji rozwiązań przestrzennych minimalizujących zakres robót ziemnych oraz jako problem organizacyjny, ustalenia optymalnego sposobu wykonania robót. Przedmiotem pracy jest optymalizacja wykonania robót ziemnych. Celem zaś jest przedstawienie modeli i koncepcji użytecznych w przygotowaniu narzędzi wspomagania decyzji w tym zakresie. W rozwiązaniu zagadnienia ustala się kierunki przemieszczania mas ziemnych (problem rozdziału mas ziemnych) i technologicie przemieszczania gruntu na tych kierunkach (problem wyboru zestawów maszyn do robót ziemnych), które przy określonych ograniczeniach minimalizują czas i koszty wykonania robót.

Słowa kluczowe: rozdział mas ziemnych, optymalizacja robót ziemnych

Abstract

Earth works optimization shall be considered in two ways: firstly, as an optimization problem, in which spatial solutions that minimize scope of earth works are optimized, secondly – as an organization task, in which an optimal method of works' execution is being established. This paper concerns earth works optimization and the goal is to present and explain models and concepts applicable in designing decision supporting systems. To solve the problem, we must establish time-and-cost minimizing directions (earth bodies distribution problem) and techniques (selection of appropriate equipment and sets of equipment) of earth bodies distribution.

Keywords: earth works optimization, selection of earth works execution technology

* Dr hab. inż. Roman Marcinkowski, prof. PW, Instytut Budownictwa, Wydział Budownictwa, Mechaniki i Petrochemii, Politechnika Warszawska.

Oznaczenia

$W = \{W_1, W_2, \dots, W_i, \dots, W_W\}$ – zbiór wyróżnionych w przedsięwzięciu wykopów

$N = \{N_1, N_2, \dots, N_j, \dots, N_N\}$ – zbiór wyróżnionych w przedsięwzięciu nasypów

N^B – nasypy budowli ziemnych – podzbiór zbioru N

N^O – odkłady gruntu – podzbiór zbioru N

W^B – wykopy budowli ziemnych – podzbiór zbioru W

W^U – ukopy gruntu – podzbiór zbioru W

V_j^n ($j \in N^B$) – objętości mas ziemnych wbudowywanych (składowanych) w nasypach

V_i^w ($i \in W^B$) – objętości mas ziemnych pozyskiwanych z wykopów

$X(i, j)$ – ilość gruntu przemieszczana pomiędzy i -tym wykopem a j -tym nasypem

$T = \{T_1, T_2, \dots, T_k, \dots, T_T\}$ – zbiór wyróżnionych w przedsięwzięciu technologii przemieszczania mas ziemnych z wykopów na nasypy

$S = \{S_1, S_2, \dots, S_l, \dots, S_S\}$ – zbiór maszyn (środków pracy) do robót ziemnych

$T^{(i,j)}$ – technologie które mogą być zastosowane do przemieszczenia gruntu na kierunkach $\{(i, j)\}$ – podzbiór zbioru T

$S^k \subset S$ – środki pracy zaangażowane w technologię $T_k \in T$

$L(i, j)$ – odległość transportu gruntu w relacji (i, j)

$N((i, j), k, l)$ – jednostkowe nakłady pracy l -tej maszyny, pracującej w ramach k -tej technologii przemieszczania gruntu w relacji (i, j) (wykop–nasyp)

$K((i, j), k)$ – jednostkowe koszty przemieszczenia gruntu k -tą technologią w relacji (i, j)

$X((i, j), k)$ – ilość gruntu przemieszczanego w relacji (i, j) technologią $k \in T^{(i,j)}$

X_0 – czas realizacji robót ziemnych

I_l – liczba maszyn l -tego rodzaju dostępna do wykonania planowanych robót

1. Wstęp

Optymalizacja rozwiązań techniczno-organizacyjnych [1] jest współcześnie stosowana sporadycznie. Zasadniczym powodem takiego stanu jest uciążliwość analiz, brak rzetelnie określonych danych, ograniczony czas na wypracowanie decyzji, niechęć decydentów do podejmowania trudu analizy optymalizacyjnej. Wyjściem z tej sytuacji jest tworzenie aplikacji komputerowych zorientowanych na rozwiązywanie określonych problemów z funkcjami optymalizacji rozwiązań według różnych kryteriów decyzyjnych. Planowanie wykonania robót ziemnych w budownictwie inżynierskim powinno się doczekać takich aplikacji. Pojawiają się tu problemy dotyczące rozdziału mas ziemnych, wyboru maszyn do ich przemieszczania, zminimalizowania czasu i kosztów realizacji prac.

Pomijamy w niniejszym artykule problem minimalizacji robót ziemnych, który jest rozwiązywany efektywnie w zaawansowanych aplikacjach komputerowych wspomagających projektowanie budowli.

W artykule przedstawiono modele optymalizacji rozdziału mas ziemnych i wykorzystania maszyn do wykonania robót ziemnych o ustalonym zakresie. Problem sprowadzono do określenia ilości gruntu przemieszczanego z określonych wykopów na określone nasypy (w określonych relacjach) wraz z wyborem technologii tych przemieszczeń. Technologie są identyfikowane przez zestawy maszyn, które należy zastosować w poszczególnych relacjach wykop–nasyp. W modelach przyjęto dwa kryteria optymalności:

- minimalizacji kosztów operacji przemieszczenia mas ziemnych z wykopów na nasypy możliwymi do zastosowania w konkretnych warunkach budowy technologiami,
- minimalizacji czasu realizacji robót ziemnych danym (dostępnym) zestawem maszyn.

Technologie będziemy identyfikować zestawami maszyn, dla których będą określone nakłady pracy, wynikające z wydajności maszyn i harmonijnej ich współpracy. Wydajności niektórych maszyn zależą od odległości transportu gruntu, stąd potrzeba określania nakładów pracy jako funkcji odległości. Od odległości przemieszczania mas ziemnych zależą też będą koszty przemieszczania mas ziemnych określoną technologią.

2. Model zadania optymalizacji czasu i kosztów realizacji robót ziemnych

Opis sytuacji decyzyjnej

Realizacja robót ziemnych w budownictwie inżynierskim polega w głównej mierze na przemieszczeniu mas ziemnych z wykopów (lub ukopów) na nasypy (ew. odkłady). Do projektanta organizacji robót należy określenie rozdziału mas ziemnych i technologii prac. Podstawy rozwiązania takiego zagadnienia przedstawiono w odniesieniu do budownictwa drogowego w pracy [5]. Uogólnijmy prezentowane tam modele jako podstawę sformułowania koncepcji systemu wspomaganie decyzji w zakresie optymalizacji czasu i kosztów przemieszczenia mas ziemnych w projektowanym przedsięwzięciu rozdziału mas ziemnych.

Formalizując problem pod kątem możliwości jego rozwiązania metodami matematycznymi, w planowanym przedsięwzięciu występuje zbiór $W = \{W_1, W_2, \dots, W_i, \dots, W_w\}$ i zbiór nasypów $N = \{N_1, N_2, \dots, N_j, \dots, N_N\}$. W zbiorze nasypów N wyróżnimy dwa podzbiory: N^B – nasypy budowli ziemnych i N^O – odkłady gruntu; zaś w zbiorze wykopów W – podzbiory: W^B – wykopy budowli ziemnych i W^U – ukopy gruntu. Elementy tych zbiorów identyfikują wyróżnione przez planującego budowlę ziemne (ich miejsca, odcinki, sekcje) oraz miejsca składowania i pozyskania gruntu.

Z projektu technicznego wynikają objętości mas ziemnych wykopów i nasypów projektowanych budowli. Przyjmijmy więc, że znane są objętości nasypów V_j^n ($j \in N^B$) i wykopów V_i^w ($i \in W^B$). Planista określa też objętości gruntu możliwe do pozyskania z ukopów lub szacuje je na poziomie

$$V_k^n = \sum_{i \in N^B} V_i^w \quad \text{dla } k \in N^O \quad (1)$$

a objętość gruntu, którą można złożyć na wyróżnionych miejscach odkładów, na poziomie

$$V_l^w = \sum_{j \in W^B} V_j^n \quad \text{dla } l \in W^U \quad (2)$$

Kierunki przemieszczania mas ziemnych identyfikować będziemy relacjami $\{(i, j)\}$, gdzie $i \in W$, a $j \in N$, oraz zmiennymi $X(i, j)$, określającymi ilość gruntu przemieszczanego pomiędzy wyróżnionymi wykopami i nasypami. Oczywiście zmienne te muszą spełniać warunki

$$\sum_{j=1}^N X(i, j) = V_i^w \quad \text{dla } (i \in W^B) \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^W X(i, j) = V_j^n \quad \text{dla } (j \in N^B) \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^N X(i, j) \leq V_i^w \quad \text{dla } (i \in W^U) \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^W X(i, j) \leq V_j^n \quad \text{dla } (j \in N^O) \quad (6)$$

Istotnym elementem każdego zadania optymalizacyjnego jest kryterium oceny rozwiązań. W rozpatrywanym problemie mamy minimalizować czas i koszty wykonania robót. Charakterystyki te są funkcją nakładów pracy maszyn i kosztów jednostkowych ich pracy. Te zaś zależą od technologii wykonania robót na wyróżnionych kierunkach.

Przyjmijmy, że do przemieszczenia gruntu z wykopów na nasypy będziemy wykorzystywać (w sposób wybiórczy) technologie ze zbioru: $T = \{T_1, T_2, \dots, T_k, \dots, T_T\}$. Każda technologia różni się strukturą zaangażowanych maszyn.

Niech maszyny (środki pracy) zaangażowane w roboty ziemne tworzą zbiór: $S = \{S_1, S_2, \dots, S_l, \dots, S_S\}$. Przyjmijmy dalej, że środki pracy zaangażowane w technologię $T_k \in T$ określimy zbiorem $S^k \subset S$, zaś technologie, które mogą być zastosowane do przemieszczenia gruntu na kierunkach $\{(i, j)\}$, określamy zbiorem $T^{(i,j)} \subset T$.

Każda technologia T_k jest charakteryzowana funkcjami nakładów pracy $N(L_{ij}, k, S_k)$ i kosztów $K(L_{ij}, k)$. Funkcje te można opracować na podstawie analizy danych zawartych w katalogach norm pracy [2] lub na podstawie analizy wydajności środków pracy. Powinny one umożliwiać ustalenie dla każdej technologii i ustalonej odległości $L(i, j)$ przerzutu gruntu, nakładów jednostkowych pracy maszyn (zaangażowanych w technologię) oraz wycenę tych nakładów przez przyzmat cen jednostkowych. Możemy więc przyjąć, że dane

będą nakłady $N((i, j), k, l)$ dla środków pracy $l = 1, 2, \dots, S$ i koszty jednostkowe $K((i, j), k)$ przemieszczenia gruntu w relacji (i, j) technologią k . Dla kombinacji $\{(i, j)\}$, których $i \in W^U$ i $j \in N^O - N((i, j), k, l) = 0$ i $K((i, j), k) = 0$.

Modele problemów decyzyjnych

Naszym zadaniem jest ustalenie wartości zmiennych decyzyjnych $X((i, j), k)$, określających ilość gruntu przemieszczanego w relacji (i, j) technologią $k \in T^{(i, j)}$, tak aby zminimalizować czas X_0 i koszt wykonania operacji transportowej, określony wzorem

$$\text{min. } K : K = \sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^N \sum_{k \in T^{(i, j)}} K((i, j), k) \cdot X(i, j), k \quad (7)$$

Warunki ograniczające wynikają (jak poprzednio) z ograniczonych objętości wykopów i nasypów:

$$\sum_{i=1}^W \sum_{k \in T^{(i, j)}} X((i, j), k) = V_j^n \quad \text{dla } (j \in N^B) \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k \in T^{(i, j)}} X((i, j), k) = V_i^w \quad \text{dla } (i \in W^B) \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^W \sum_{k \in T^{(i, j)}} X((i, j), k) \leq V_j^n \quad \text{dla } (j \in N^O) \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k \in T^{(i, j)}} X((i, j), k) \leq V_i^w \quad \text{dla } (i \in W^U) \quad (11)$$

oraz z ograniczonych liczb maszyn, które będą dostępne w realizacji przedsięwzięcia.

Każda technologia angażuje różne środki pracy. Wykonywanie robót np. jedną najtańszą technologią prowadziłyby do wydłużenia czasu zrealizowania robót przy jednoczesnym niewykorzystaniu niektórych maszyn. Stąd należy ograniczyć zakres robót wykonywanych poszczególnymi technologiami. Ograniczenie to powinno wynikać z liczby maszyn i czasu dysponowania nimi do realizacji przedsięwzięcia. Wymaga to zapisania warunków ograniczających dla poszczególnych maszyn wykorzystywanych w technologiach zbioru T

$$\sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^N \sum_{k \in T^{(i, j)}} N((i, j), k, l) \cdot X((i, j), k) \leq X_0 \cdot I_l \quad \text{dla } (l = 1, 2, \dots, S) \quad (12)$$

gdzie I_l jest liczbą maszyn l -tego rodzaju dostępnych do realizacji planowanych prac.

W sformułowanym modelu mamy dwa zadania optymalizacji:

pierwsze – optymalizacji czasu realizacji robót, ograniczone warunkami (8)–(12) z funkcją celu [4]

$$\text{min. Czas : } \text{Czas } X_0, \quad (13)$$

oraz drugie – minimalizujące koszty realizacji robót określone warunkami ograniczającymi (8)–(12) z funkcją celu określoną zależnością (7). Do rozwiązania drugiego zadania należy zdecydować o czasie dyspozycyjnym na wykonanie przedsięwzięcia X_0 . Optymalizację kosztów należy więc rozpocząć od rozwiązania zadania optymalizacji czasu lub prowadzić optymalizację kosztów dla różnych cykli realizacji przedsięwzięcia. Pozwoli to decydentowi na podjęcie decyzji w drodze wyboru jednego rozwiązania z wielu (przy znanych dla nich ocenach czasu i kosztów realizacji przedsięwzięcia).

Jak z tego wynika, mając dane nakłady, technologie, odległości pomiędzy wyróżnionymi wykopami a nasypami, koszty jednostkowe pracy maszyn, możemy w ramach różnych ograniczeń wyznaczać różne rozwiązania problemu rozdziału mas ziemnych. Możemy też rozwiązać zadanie dwukryterialne, budując funkcje kompromisu [2] lub stosując podejście interaktywne Stauera [4].

3. Baza danych do optymalizacji rozdziału mas ziemnych

Optymalizacja rozwiązań organizacyjnych wymaga wiarygodnych danych. W modelach proponuje się wykorzystanie danych o nakładach pracy maszyn na wykonanie robót ziemnych. Istniejące bazy danych, np. KNR [3], nie uwzględniają niestety wielu współcześnie stosowanych technologii, nowoczesności sprzętu budowlanego, sprawności organizacyjnej zestawów maszyn. Potrzebne są w tym względzie badania procesów pracy w celu weryfikacji istniejących i ustalania nowych norm nakładów pracy na wykonanie robót ziemnych różnymi zestawami maszyn. Użyteczność takich badań potwierdza również niniejsza praca.

Przedstawione modele problemu decyzyjnego bazują na znajomości jednostkowych nakładów pracy maszyn, stanowiących zespół technologiczny maszyn pracujących w ustalonej relacji wykop–nasyp. Dla poszczególnych procesów pracy i wyróżnionych dla nich lokalizacji potrzebujemy więc określenia nakładów pracy maszyn na jednostkę obmiaru objętości gruntu. Dane takie możemy uzyskać z katalogów nakładów rzeczowych (o ile są one aktualne) lub ustalić, analizując organizację pracy i wydajności maszyn zespołu technologicznego.

Posługując się danymi z katalogów nakładów rzeczowych, możemy ustalić – dla tych maszyn których wydajność nie zależy od odległości przemieszczania gruntu nakłady pracy z odpowiednich tabel normujących pracę tych maszyn w określonych warunkach (kategoria gruntu, nawodnienie, otoczenie, rodzaj osprzętu maszyny itp.). Nakłady pracy maszyn, których wydajność zależy od odległości transportowych gruntu, są scharakteryzowane w katalogach w dwóch tablicach:

- w tablicy podstawowej są podane nakłady na wykonanie robót ziemnych przy transporcie gruntu do określonej odległości (do 0,5 km ciągnikami z przyczepami, do 1 km samochodami samowładowczymi, do 40 m spycharkami itd.),
- w tablicy dodatkowej są określone nakłady uzupełniające za transport ponad ww. odległości w funkcji odległości.

Korzystanie z takich tablic w komputerowym sposobie ustalania nakładów pracy jest stosunkowo uciążliwe, stąd proponuje się prowadzenie analizy pracochłonności przez przyzmat wydajności maszyn.

Wydajność maszyn [7] jest określona w ich charakterystykach, a dla maszyn transportowych, dla których wydajność zależy od odległości transportowych i od wydajności maszyn współpracujących (związanych z załadunkiem, wyładunkiem gruntu), można ją wyznaczyć z zależności

$$W^{(i,j)} = \frac{q}{t_c^{(i,j)}} \cdot S_n \cdot S_{w1}, \quad t_c^{(i,j)} = \frac{q}{W_z} + \frac{q}{W_r} + \frac{2 \cdot L(i,j)}{V_{sr}} \quad (14)$$

gdzie:

- $t_c^{(i,j)}$ – czas trwania cyklu pracy środka transportowego w relacji (i,j) ,
- W_z – wydajność załadunku (wydajność maszyny załadującej grunt),
- W_r – wydajność rozładunku,
- V_{sr} – średnia prędkość jazdy środka transportującego grunt,
- q – pojemność środka transportowego,
- $L(i,j)$ – odległość transportu gruntu w relacji (i,j) ,
- S_n – współczynnik wykorzystania pojemności środka transportowego,
- S_{w1} – współczynnik wykorzystania wydajności środków transportowych zależny od charakterystyki warunków realizacji procesu roboczego.

Jednostkowe nakłady pracy maszyn są funkcją wydajności maszyn i zakresu robót, który w tym przypadku jest jednostkowy. Określa się je dla poszczególnych rodzajów maszyn i środków transportu w poszczególnych relacjach wykop-nasyp według zależności

$$N((i,j),k,l) = \frac{1}{W^{(i,j)} \cdot S_{w2}} \quad (15)$$

gdzie:

- $S_{w2}(k,l)$ – współczynnik wykorzystania czasu pracy l -tej maszyny w k -tej technologii (zespole technologicznym).

Do optymalizacji kosztu realizacji prac potrzebna jest druga baza – o kosztach zastosowania technologii. Koszty te jednak możemy ustalić według zasad szczegółowej kalkulacji kosztorysowej, tj. według zależności

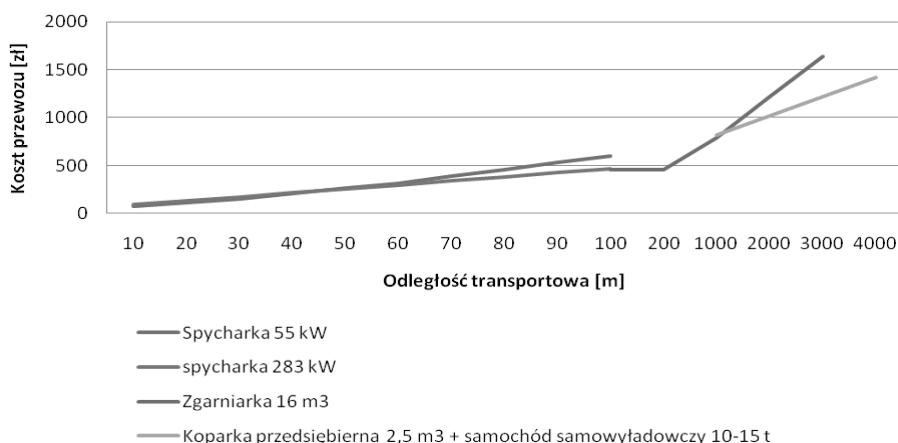
$$K((i,j),k) = \sum_{l=1}^S N((i,j),k,l) \cdot C(l) \quad (16)$$

gdzie:

- $C(l)$ – jednostkowy koszt pracy l -tego środka pracy (w zł/m-g).

Znając nakłady pracy maszyn do przemieszczenia gruntu w danej relacji wykop-nasyp, możemy w prosty sposób ustalać koszty przemieszczenia gruntu odniesione do współpracujących maszyn (rys. 1) lub do rozpatrywanej technologii.

Jednostkowe koszty pracy maszyn można pozyskać z baz cenowych funkcjonujących w budownictwie i wykorzystywanych w kosztorysowaniu robót budowlanych. W praktyce optymalizacji decyzji dla wykonawcy robót wskaźniki kosztowe powinien określać wykonawca (prezentowane modele są zorientowane na wykonawcę robót ziemnych).



Rys. 1. Funkcje kosztów przemieszczania mas ziemnych wybranymi maszynami

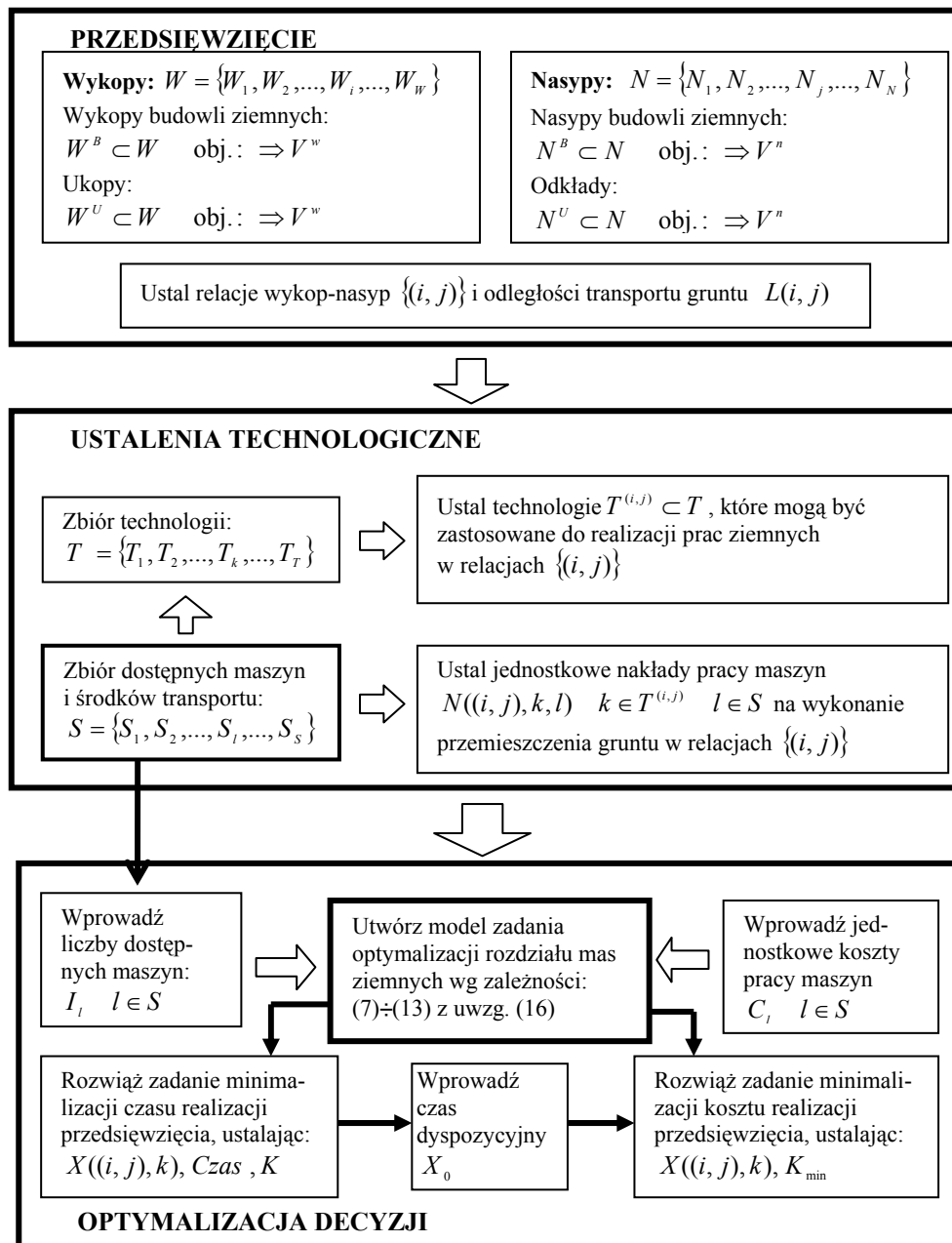
Fig. 1. Earth bodies distribution's cost function – relation of excavations and fills

4. Koncepcja systemu wspomaganie decyzji

Zbudowanie systemu wspomaganie decyzji w zakresie optymalizacji rozdziału mas ziemnych w budownictwie inżynierskim według przedstawionych zasad i zależności nie jest zadaniem łatwym. Trzeba bowiem zdawać sobie sprawę, że system taki powinien w maksymalnym zakresie odciążyć planistę od żmudnych obliczeń, wprowadzania danych normowych, charakterystyk maszyn i środków transportu itp. Powinien też tworzyć model zadania optymalizacji czasu i optymalizacji kosztu realizacji przedsięwzięcia. Planista powinien być jedynie zobligowany do określenia przedsięwzięcia (rys. 2), dostępnej liczby maszyn, dysponowanego czasu na wykonanie prac. Powinien też ustalić możliwe do zastosowania technologie oraz wprowadzić jednostkowe koszty pracy maszyn i środków transportu. Inne dane należy zapisać w programie i wykorzystywać w zależności od wykonywanych funkcji programowych.

Optymalizację rozdziału mas ziemnych należy prowadzić według schematu:

- wyróżniamy wykop i nasyp w podejmowanym zadaniu optymalizacji robót ziemnych,
- obliczamy objętości wykopów i nasypów oraz określamy ich środki ciężkości (masy gruntu, których przeznaczenie jest z góry określone wyłączamy z analizy),
- określamy odległości transportowe między środkami ciężkości wyróżnionych wykopów i nasypów,
- ustalamy dostępne (ze względu na posiadany park maszyn) i uzasadnione organizacyjnie technologie (technologiczne zespoły maszyn) dla poszczególnych relacji wykop–nasyp,
- ustalamy jednostkowe nakłady pracy maszyn pracujących w określonych zestawach technologicznych i w danych relacjach wykop–nasyp,
- definiujemy koszty jednostkowe pracy maszyn (zł za maszynogodzinę),
- definiujemy liczby dostępnych maszyn,



Rys. 2. Schemat systemu wspomagania decyzji w zakresie optymalizacji rozdziału mas ziemnych

Fig. 2. Support system for earth bodies distribution problem – a concept scheme

- tworzymy model zadania optymalizacji rozdziału mas ziemnych przy kryterium minimalizacji czasu,
- rozwiązujemy sformułowany model, obliczając jednocześnie koszt realizacji rozdziału mas ziemnych,
- przyjmując dopuszczalny czas realizacji przedsięwzięcia, optymalizujemy rozdział mas ziemnych przy kryterium minimalizacji kosztu.

Propozycja niejednoznacznego wyboru kryterium optymalizacji (czasu, kosztu) podyktowana jest potrzebami praktyki. Zastosowanie metody optymalizacji dwukryterialnej, na przykład wg metodyki przedstawionej w [2] lub w [4], jest stosunkowo uciążliwe, szczególnie w sytuacji tworzenia modelu zadania optymalizacyjnego przez program komputerowy. Interaktywność wyboru kryterium i rozwiązywanie wielokrotne problemu dla różnych dążeń i ograniczeń (wynikających z założonych kosztów bądź dysponowanego czasu na wykonanie robót) jest techniką bardzo użyteczną dla praktyki zarządzania i stwarza możliwość opracowania algorytmu programu wspomagającego optymalizację rozdziału mas ziemnych wraz z wyborem technologii realizacji prac.

Praca jest syntetycznym opisem koncepcji i zasad budowy systemu wspomaganie decyzji optymalizacji rozdziału mas ziemnych ze szczególnym wyróżnieniem modelowania problemu.

Literatura

- [1] Jaworski K., *Metodologia projektowania realizacji budowy*, Wyd. PWN, Warszawa 1999.
- [2] Kasprówic T., *Metody wyboru technologii i organizacji robót inżynierijno-budowlanych*, Wyd. WAT, Warszawa 1990.
- [3] KNR-W 2-01, *Budowle i roboty ziemne*, Wyd. WACETOB, Warszawa 1997.
- [4] Marcinkowski R., *Metody rozdziału zasobów realizatora w działalności inżynierijno-budowlanej*, rozprawa habilitacyjna, Wyd. WAT, Warszawa 2002.
- [5] Marcinkowski R., *Optymalizacja rozdziału mas ziemnych i wykorzystania maszyn w budownictwie drogowym*, [w:] praca zbiorowa pod red. Grabowskiego W., *Nowoczesne technologie w budownictwie drogowym*, Wydawnictwo Fundacji na rzecz Rozwoju Politechniki Poznańskiej, Poznań 2009, 456-464.
- [6] Praca zbiorowa pod red. Kaplińskiego O., *Metody i modele badań w inżynierii przedsięwzięć budowlanych*, Polska Akademia Nauk KILiW, IPPT, Warszawa 2007.
- [7] Praca zbiorowa pod red. Pliszki E., *Vademecum Budowlane*, Wyd. Arkady, Warszawa 2002.