

JAN CHAJDA*, MIROSŁAW GRZELKA, ŁUKASZ MĄDRY**

ODCHYŁKA DYNAMICZNA NOWYM PARAMETREM OPISUJĄCYM DOKŁADNOŚĆ WYKONANIA KÓŁ ZĘBATYCH

DYNAMIC DEVIATION AS A NEW PARAMETER OF THE GEARS ACCURACY CHARACTERISTIC

Streszczenie

Odchyłka dynamiczna pozwala wyznaczyć wpływ odchyłek wykonawczych koła zębatego na jego pracę w przekładni. Znając ten parametr, można świadomie projektować przekładnie o odpowiednich parametrach dynamicznych (zużycie, cichobieżność).

Słowa kluczowe: pomiar kół zębatach, odchyłka dynamiczna i kinematyczna

Abstract

Total dynamic deviation completely describes the influence of geometrical gear errors on their dynamic behavior during operation. The knowledge of total dynamic deviation will enable to construct the gears with better dynamic parameters (wear resistance, quietness).

Keywords: gear's measurement, dynamic and kinematic deviations

* Prof. dr hab. inż. Jan Chajda, Politechnika Poznańska, Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Kaliszu.

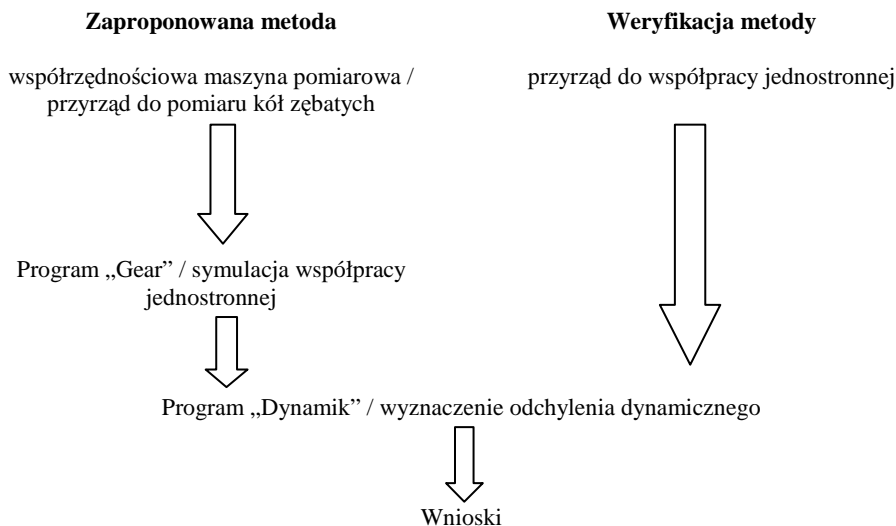
** Dr inż. Mirosław Grzelka, mgr inż. Łukasz Mądry, Instytut Technologii Mechanicznej, Zakład Metrologii i Systemów Pomiarowych, Politechnika Poznańska.

1. Wstęp

Pomiar współpracy jednostronnej stosowany jest w kontroli kół zębatach. Znormalizowane parametry, które otrzymujemy w wyniku tego pomiaru, nie są jednak wystarczająco opisane jeżeli chodzi o ich znaczenie dla cichobieżności czy wpływu na pitting. Przykładowo: jednakowe wartości odchyłki kinematycznej nie zawsze oznaczają jednakową cichobieżność. Wielu użytkownikom brak, obecnie wiedzy o tej metodzie pomiaru, a jednocześnie nie brakuje specjalistycznych urządzeń do pomiaru współpracy jednostronnej. Z tego względu zrodziła się potrzeba opracowania nowatorskiej metody zarówno pomiaru odchyłki kinematycznej, jak również zbadania jej znaczenia dla zachowań dynamicznych w przekładni.

Celem tego projektu było:

- opracowanie modelu matematycznego współpracy jednostronnej kół zębatach,
- ustalenie niezależnych odchyłek, które są podstawą do symulacji cyfrowej współpracy jednostronnej,
- opracowanie oprogramowań dla oceny odchylenia kinematycznego,
- zdefiniowanie pojęcia odchylenia i odchyłki dynamicznej,
- opracowanie metody wyznaczania odchylenia dynamicznego,
- weryfikacja doświadczalna przeprowadzonych analiz, zależności i oprogramowania.



Rys. 1. Schemat ilustrujący metodykę badań

Fig. 1. Schema of research strategy

Ponieważ specjalistyczne przyrządy stosowane do pomiaru odchyłki kinematycznej kół zębatach są drogie i trudno dostępne, opracowana metoda opiera się na pomiarze

elementarnych odchyłek na urządzeniach uniwersalnych jak współrzędnościowe maszyny pomiarowe. Coraz szersze zastosowanie tych urządzeń w przemyśle skłoniło autorów do stworzenia oprogramowania uzupełniającego dotychczas spotykane pakiety. Dzięki temu możliwe jest świadome projektowanie, nadzorowanie technologii i kontroli kół zębatach, zapewniające ich właściwą eksploatację.

Podstawowym założeniem jest to, że dynamikę w przekładni zębatej rozpatrujemy tylko z perspektywy metrologicznej, to znaczy prędkość obrotowa kół jest mała, a naciski odpowiadają naciskom pomiarowym stosowanym w metrologii, a nie rzeczywistemu obciążeniu pracującej przekładni. Nie rozpatrujemy zmiennych w czasie nacisków i odkształceń i zakładamy, że koło badane jest bryłą sztywną. Założenia te wprowadzono, opierając się na stworzonej przez prof. Artura Metala definicji miernictwa dynamicznego. Definicję pomiaru dynamicznego podają za Ryszardem Haglem: „Jeżeli wielkość mierzona zmienia się w czasie pomiaru, to pomiar jest dynamiczny. (...) Wynikiem pomiaru dynamicznego jest zatem zobrazowanie przebiegu czasowego, co można realizować jedynie przez rejestrację. (...) Wszystkie czynniki, które wpływają na poprawność odwzorowania wielkości mierzonej przez zapis dokonywany w urządzeniu rejestrującym są przedmiotem zainteresowania miernictwa dynamicznego” [1].

2. Opis zastosowanych metod

Nowatorskość zaproponowanej metody opiera się na dwóch dokonaniach opracowanych w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych Politechniki Poznańskiej. Pierwsze to opracowanie programu do cyfrowej symulacji współpracy jednostronnej kół zębatach [2, 3]. W wyniku cyfrowej symulacji współpracy pary kół zębatach (koła mierzonego i koła wzorcowego wygenerowanych cyfrowo) otrzymano przebieg odchylenia kinematycznego przekładni zębatej, definiowany jako funkcja wyrażająca różnicę zaobserwowanego i nominalnego kąta obrotu koła badanego, wyrażona długością łuku okręgu podziałowego. Koło badane napędzane było kołem kontrolnym, przy nominalnym wzajemnym rozstawie osi obrotu tych kół. W wyniku symulacji otrzymywany jest, obarczony odchyłkami wykonawczymi, przebieg odchylenia kinematycznego podczas współpracy koła czynnego z kołem biernym. Algorytm umożliwia przeprowadzenie badań przebiegu odchylenia kinematycznego dla koła badanego, posiadającego zarówno pojedynczy rodzaj odchyłki, jak i dowolną ich kombinację. Dzięki temu możliwa jest ocena wpływu rozmieszczenia i wartości poszczególnych odchyłek w kole zębatach na wartość oraz przebieg odchylenia kinematycznego. Do odchyłek, które w istotny sposób wpływają na kinematykę współpracy jednostronnej, należą następujące niezależne odchyłki geometryczne koła zębatego:

- odchyłka podziałki f_{pt} ,
- odchyłka kąta zarysu $F_{H\alpha}$
- odchyłka bicia promieniowego F_r .

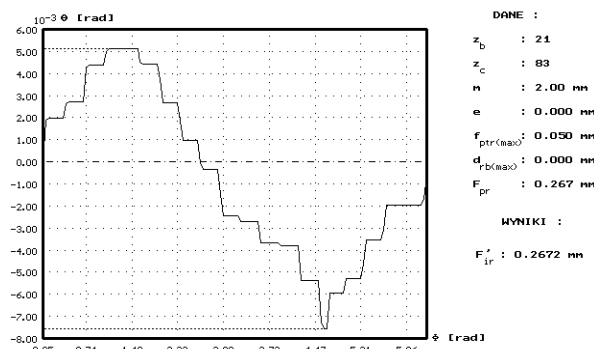
Przy tworzeniu modelu współpracy jednostronnej przyjęto założenia, że koło zębatach jest idealną bryłą sztywną. Tym samym pomijane są wpływy obciążenia na warunki zazębienia.

Program umożliwia:

- wprowadzenie poszczególnych odchyłek geometrycznych ze zbioru otrzymanego (np. podczas pomiaru na maszynie współrzędnościowej),

- wprowadzenie maksymalnych odchyłek,
- wygenerowanie losowych odchyłek na podstawie podanych wcześniej maksymalnych wartości.
- podanie harmonicznej rozkładu odchyłek.

Przykładowy wykres zasymulowanej odchyłki kinematycznej przedstawia rysunek 2.



Rys. 2. Wykres odchyłki kinematycznej

Fig. 2. Total tangential composite deviation chart

Drugą nowatorską metodą jest wprowadzanie i zdefiniowanie pojęcia odchylenia dynamicznego. Na podstawie analizy procesu zazębienia się walcowych kół zębatach, ustalono, że parametrem, który uwzględni wpływ dokładności wykonania koła zębatego na wartość nadwyżek dynamicznych, jest tzw. odchyłka dynamiczna. Definicja odchyłki dynamicznej opiera się na funkcji odchylenia kinematycznego koła $\Theta(\varphi)$. Funkcja ta jest określana jako różnica zaobserwowanego i minimalnego kąta obrotu koła badanego wokół swej roboczej osi, napędzanego kołem kontrolnym, przy nominalnym wzajemnym położeniu osi obrotu tych kół.

Funkcja $\Theta(\varphi)$ odchylenia kinematycznego koła zębatego jest funkcją okresową o okresie 2π rad. Różniczkując tę funkcję, po czasie otrzymujemy zależność na przyspieszenie wywołane niedokładnością kinematyczną koła zębatego.

$$\varepsilon = \frac{d^2\Theta}{dt^2} \quad (1)$$

Przy założeniu, że prędkość kątowna jest stała $\omega = \text{const}$

$$\varepsilon = \omega^2 \frac{d^2\Theta}{d\varphi^2} \quad (2)$$

gdzie: φ – droga kątowna, ω – prędkość kątowna.

Uogólniona wartość przyspieszenia ε_ω dla $\omega = 1$ przyjmuje wartość:

$$\varepsilon_\omega = \frac{d^2\Theta}{d\varphi^2} [\text{rad/s}^2] \quad (3)$$

Przez analogię do odchylenia kinematycznego, wielkość tę (ϵ_{ω}) – nazwano odchyleniem dynamicznym. Parametrem określającym odchylenie dynamiczne jest odchyłka dynamiczna, którą zdefiniowano w następujący sposób:

Odchyłka dynamiczna

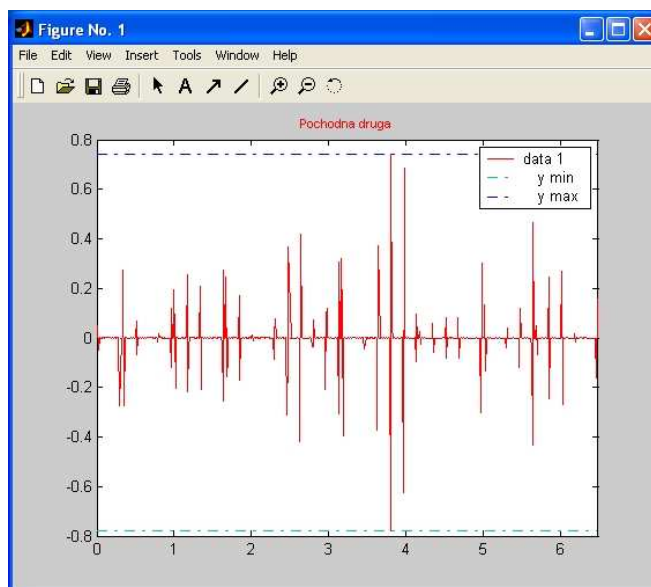
$$\gamma = \max(\epsilon_{\omega}) - \min(\epsilon_{\omega}) \quad (4)$$

gdzie: $\varphi \in A$, z – liczba zębów, $n = 1 \dots z$

$$A = \left\langle \frac{2\pi}{z} \cdot n, \frac{2\pi}{z} \cdot (n+1) \right\rangle \quad (5)$$

Odchyłka dynamiczna jest maksymalną różnicą uogólnionego przyspieszenia w obszarze podziałki koła.

Aby na podstawie odchylenia kinematycznego wyznaczyć odchyłkę dynamiczną, stworzono program „Dynamik”. Został on napisany w programie „Matlab” i wykorzystuje do interpolacji wykresu odchyłki kinematycznej funkcje sklepane trzeciego stopnia. Jako dane wejściowe wprowadzamy punkty otrzymane w wyniku symulacji lub pomiaru odchyłki kinematycznej. Po wyborze algorytmu interpolacji (metoda krzywych sklepanych) oraz wyborze kroku interpolacji program rysuje wykres odchylenia dynamicznego (jest to druga pochodna po odchyleniu kinematycznym). Możemy wygenerować wykres pierwotny – odchylenia kinematycznego, wykres odchylenia kinematycznego interpolowany za pomocą funkcji spline oraz drugą pochodną z tego wykresu, czyli szukaną funkcję odchylenia dynamicznego.



Rys. 3. Funkcja odchylenia dynamicznego

Fig. 3. Dynamic deviation chart

3. Wnioski

W celu weryfikacji przedstawionych założeń dokonano pomiaru serii dziesięciu kół zębatych wykonanych w różnych technologiach i obciążonych różnymi odchyłkami wykonawczymi. Dodatkowo zmierzono dwa koła wzorcowe wykonane w klasie 2 wg. DIN 3960. Koła zębate zmierzono na współrzędnościowej maszynie pomiarowej, a następnie uzyskane wyniki, tj. otrzymane odchyłki podziałki, poddano analizie w programie do wyznaczania odchylenia kinematycznego, a następnie dynamicznego. Tę samą serię kół zmierzono na przyrządzie do pomiaru współpracy jednostronnej, skonstruowanym w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych. Następnie uzyskane przebiegi odchylenia kinematycznego poddano również analizie w programie „Dynamik”. Przeprowadzone symulacje dają możliwości do wyciągnięcia następujących rodzajów wniosków:

1. Dzięki stworzonemu oprogramowaniu można uzupełnić istniejące oprogramowanie współrzędnościowych maszyn pomiarowych o kolejne moduły pogłębiające analizę niedokładności wykonania kół zębatych. Szczególne znaczenie ma tu możliwość analizy dynamicznej, a w przypadku kontynuowania badań nad tym tematem, będzie można ustalić zależności między odchyłką dynamiczną a cichobieżnością lub wytrzymałością zmęczeniową przekładni.
2. Ustalono wpływ poszczególnych odchyłek elementarnych, takich jak: odchyłka bicia, odchyłka kąta zarysu czy odchyłka podziałki na odchylenie dynamiczne. Symulacje i pomiary wykazały, że szczególnie duży wpływ na odchyłkę dynamiczną ma rozkład odchyłki podziałki, a zwłaszcza jej nierównomierność.
3. Opracowana metoda pozwala zastąpić drogie i rzadko stosowane przyrządy do współpracy jednostronnej przez powszechne już w przemyśle maszyny współrzędnościowe. Choć należy podkreślić, że metoda pomiaru współpracy jednostronnej jest znacznie szybsza niż pomiar odchyłek elementarnych i powinna być stosowana w sytuacji, gdy np. potrzebna jest kontrola stuprocentowa.

Literatura

- [1] H a g e l R., Z a k r z e w s k i J., *Miernictwo dynamiczne*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1984.
- [2] C h a j d a J., W o l i ń s k i W., *Symulacja cyfrowa pomiaru kół zębatych*, Przegląd Mechaniczny 1990, nr 5–6.
- [3] C h a j d a J., W o l i ń s k i W., *Możliwości charakteryzowania odchylenia kinematycznego walcowych kół zębatych za pomocą wybranych odchyłek geometrycznych*, Archiwum Technologii Budowy Maszyn, Prace PAN, Poznań 1992, nr 10, s. 285-294.
- [4] A d a m i e c J., *Badanie wpływu elementarnych odchyłek wykonawczych kół zębatych na dokładność kinematyczną przekładni*, praca doktorska, Politechnika Poznańska, Poznań 2007.
- [5] F a y d o r L. L i t v i n, *Gear Geometry and Applied Theory*, Cambridge University Press, Cambridge 2004.