

MACIEJ KRASIŃSKI, ANDRZEJ TROJNACKI*

UNIFIKACJA DWUSTOPNIOWEJ WALCOWEJ PRZEKŁADNI ZĘBATEJ

UNIFICATION OF TWO STAGE HELICAL GEAR TRANSMISSION

Streszczenie

W niniejszej pracy przedstawiono zagadnienie unifikacji dwustopniowej walcowej przekładni zębatej o zębach śrubowych i pokrywających się osiach wałów wejściowego i wyjściowego. Jako główny cel przyjęto unifikację korpusu, którego koszt stanowi istotną część w ogólnych kosztach wykonania. Taki unifikowany korpus pozwala na umieszczenie w nim różnych zestawów kół tak, aby uzyskać przełożenia całkowite przekładni w pewnym zadanym zakresie. W doborze zestawów kół pomocny jest proces optymalizacji, w którym jako funkcję celu przyjęto łączną masę kół zębatach. Warunki ograniczające ustalono na podstawie zaleceń normatywnych i literaturowych. Dla przekładni zębatej o założonym schemacie konstrukcyjnym sformułowano zagadnienie w sposób ogólny i dodatkowo zilustrowano przykładem obliczeniowym.

Słowa kluczowe: przekładnie zębate, unifikacja przekładni, optymalizacja przekładni

Abstract

The paper deals with the problem of unification of two stage helical gear transmission with axial and opposite input and output shafts. The basic goal of this study is to unify the case because the case is one of the most expensive transmission elements. In connection with that, it is possible to put into the same case different sets of wheels to obtain predetermined total gear ratios in a big way. An optimization procedure is very useful for a choice of the set of gear wheels. The total mass of gear wheels is assumed as an objective function. Equality and inequality restriction conditions are determined with respect to the standards recommendations and the literature. The general formulation of the problem is presented for the considered engineering example. The numerical calculations are carried out for the specific data.

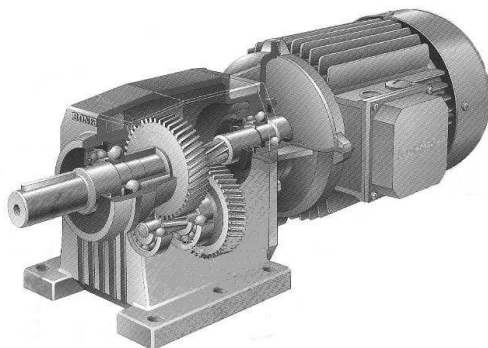
Keywords: gear transmission, helical gears, unification of gear, gear optimization

* Dr inż. Maciej Krasiński, dr inż. Andrzej Trojnacki, Instytut Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

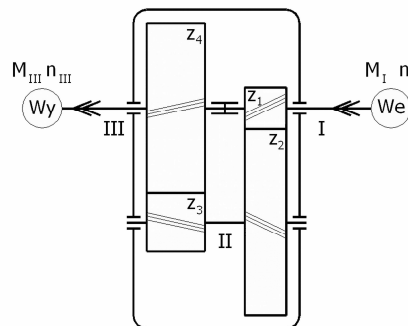
Przekładnia zębata walcowa należy do grupy przekładni mechanicznych, których główną funkcją jest przesyłanie energii przy jednoczesnej zmianie jej parametrów kinematycznych i dynamicznych. Stanowi ona działający układ, będący uporządkowanym zbiorem (w fazie projektowania – abstrakcyjnym) elementów i podukładów, takich jak: koła zębate, wały, łożyska, uszczelnienia, obudowa, podukłady smarowania, itp. Wzajemne powiązania bezpośrednie i pośrednie, jakie występują w tym skomplikowanym zbiorze, są często trudne do przedstawienia w postaci sformalizowanego zapisu. Niemniej jednak tak powstała konstrukcja jest obiektywnie opisana określonymi cechami konstrukcyjnymi, na które składają się cechy geometryczne, materiałowe i dynamiczne. Projektowanie przekładni polega, więc na ustaleniu związków między wszystkimi wspomnianymi cechami konstrukcyjnymi, przy czym w procesie tym należy dążyć do uzyskania konstrukcji najlepszej w danych warunkach, czyli optymalnej ze względu na przyjęte kryterium optymalizacji i narzucone ograniczenia.

Obserwowaną obecnie ogólną tendencją jest dążenie do zmniejszenia wymiarów zewnętrznych przekładni, gdyż przynosi to znaczące korzyści. Można do nich zaliczyć niższą masę (zmniejszenie materiałochłonności i związane z tym niższe koszty przy zachowaniu podobnych materiałów i technologii), obniżenie bezwładności mas wirujących (zmniejszenie obciążeń dynamicznych), poprawa wskaźników eksploatacyjnych maszyn (w skład których wchodzi przekładnie zębate), łatwiejszy montaż, obsługę i remonty.



Rys. 1. Przykładowe rozwiązanie konstrukcyjne współczesnego motoreduktora

Fig. 1. Engineering example of the modern motoreducer



Rys. 2. Schemat kinematyczny rozpatrywanej walcowej przekładni zębatej

Fig. 2. Kinematical scheme of the considered gear transmission

Projektowanie przekładni zębatych powinno także uwzględniać kryteria normatywne, wynikające przede wszystkim z ograniczenia liczby narzędzi do nacinania zębów (m.in. normalizacja parametrów zarysu ewolwentowego oraz modułów). W konstrukcji przekładni zębatych stosowana jest również unifikacja łożysk tocznych, wałów oraz kół zębatych, wykorzystująca ich zamienność, jak również unifikacja obudów pozwalająca uzyskać w tym samym korpusie różne przełożenia całkowite przekładni za pomocą prostej

wymianie kół zębatach. Przykładem może być rozwiązanie konstrukcyjne jednego z wiodących producentów przekładni zębatach (motoreduktorów), przedstawionych na rys. 1.

Niniejsza praca jest poświęcona unifikacji i optymalizacji dwustopniowej walcowej przekładni zębatach o zębatach śrubowych, której schemat kinematyczny pokazano na rys. 2.

Zasadniczym celem pracy jest taki dobór pewnych cech konstrukcyjnych przekładni, aby przy spełnieniu ustalonego kryterium optymalizacji przekładni wykazywała jak najwyższy stopień unifikacji w odniesieniu do liczby kół zębatach o znormalizowanym zarysie ewolwentowym, przy użyciu, których można uzyskać określoną liczbę przełożeń całkowitych.

2. Model matematyczny przekładni zębatach

Znalezienie optymalnej konstrukcji przekładni zębatach wymaga przedstawienia jej w postaci zapisu formalnego, czyli zbudowania modelu matematycznego [3, 4]. Konstrukcję taką należy opisać za pomocą wszystkich cech konstrukcyjnych. Jeśli każdej z tych cech przyporządkuje się liczbę lub zbiór liczb, to cała konstrukcja przekładni zostanie przedstawiona jednoznacznie w postaci zbioru N liczb. W wyniku takiego podejścia przekładni zębatach sprowadza się do punktu x w N – wymiarowej przestrzeni euklidesowej

$$x = \{x_1, \dots, x_N\} \in \mathbf{R}^N. \quad (1)$$

Współrzędne x_1, \dots, x_N będące matematycznym zapisem konstrukcji przekładni dzieli się na dwie grupy. Pierwsza z nich obejmuje zbiór cech konstrukcyjnych wybieranych w procesie konstruowania. Cechy te noszą nazwę zmiennych decyzyjnych. Drugą grupę stanowi zbiór cech konstrukcyjnych narzuconych i ustalonych, które nie podlegają zmianie w procesie konstruowania. Cechy te nazwano parametrami. W związku z tym konstrukcja może być przedstawiona za pomocą n zmiennych decyzyjnych oraz $P = N - n$ parametrów.

Dla przekładni wielostopniowej z kołami walcowymi o śrubowym uzębieniu zewnętrznym zmiennymi decyzyjnymi są zazwyczaj liczba stopni przekładni, przełożenia poszczególnych stopni, moduły, liczby zębatach, współczynniki przesunięcia zarysu, kąt pochylenia linii zębatach, szerokości wieńców, odległości osi oraz niekiedy własności materiałów na koła zębatach. Pozostałe wielkości charakteryzujące przekładni są określane w postaci parametrów, do których zaliczyć można wymiary zewnętrzne przekładni, cechy geometryczne zarysu zęba, obciążenia, zakresy trwałości i niezawodności przekładni, współczynniki bezpieczeństwa, itp.

Niektóre cechy konstrukcyjne, wymienione w grupie zmiennych decyzyjnych, w pewnych przypadkach są traktowane jako parametry określane na wstępnym etapie projektowania. Na przykład liczbę stopni przekładni oraz przełożenia poszczególnych stopni ustala się przeważnie na podstawie zaleceń literaturowych [2], w zależności od całkowitego przełożenia. Zmienne decyzyjne nie mogą przyjmować wartości w nieograniczonym zakresie. Warunki konstrukcyjne tworzą określone ograniczenia ich wartości. Ograniczenia te dzieli się na dwie grupy:

- ograniczenia równościowe, zwane funkcjonalnymi, wynikające ze związków fizykalnych lub geometrycznych między zmiennymi decyzyjnymi oraz parametrami,

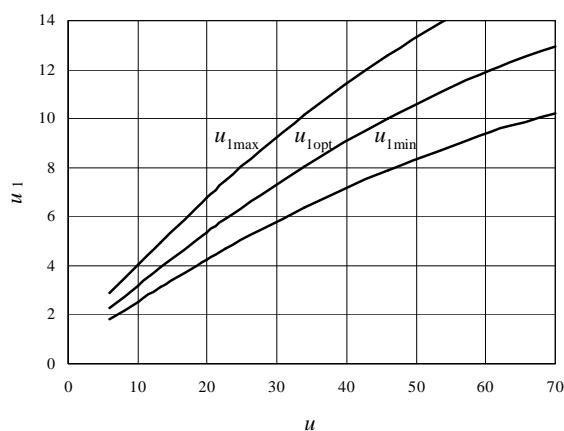
– ograniczenia nierównościowe, zwane obszarowymi, które można przedstawić w postaci $\varphi_i(x_1, \dots, x_n) \geq 0, i = 1, \dots, q$.

Ograniczenia równościowe obniżają rząd problemu przez zmniejszenie liczby niezależnych zmiennych decyzyjnych. Ograniczenia nierównościowe mogą wynikać na przykład z najmniejszej liczby zębów ze względu na podcięcie zęba u podstawy lub mogą być związane z własnościami wytrzymałościowymi zastosowanych materiałów.

Zbiór punktów w n – wymiarowej przestrzeni euklidesowej spełniający powyższe ograniczenia stanowi zbiór dopuszczalny $\Phi \in \mathbf{R}^n$. W zbiorze dopuszczalnym Φ mieści się wiele konstrukcji technicznie uzasadnionych, z których należy wybrać najlepszą, optymalną ze względu na przyjęte kryterium. Aby było to możliwe, niezbędne staje się określenie funkcji kryterialnej $Q = Q(x_1, \dots, x_n)$ na zbiorze dopuszczalnym Φ , zwanej funkcją celu lub wskaźnikiem jakości. Najczęściej jest to funkcja zmiennych decyzyjnych określających masę lub sprawność przekładni.

3. Sformułowanie zadania optymalizacji przekładni

Zadanie optymalizacji konstrukcji przekładni zębatej polega na znalezieniu takiego układu zmiennych decyzyjnych, czyli punktu $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ w zbiorze dopuszczalnym Φ , dla którego funkcja celu Q osiągnie wartość ekstremalną.



Rys. 3. Zalecany wg [2] rozdział przełożeń w reduktorze dwustopniowym: u – przełożenie całkowite, u_1 – przełożenie pierwszego stopnia

Fig. 3. Recommended by [2] separation of the two stage gear ratios: u – total ratio, u_1 – ratio of the first stage

W celu uproszczenia zadania optymalizacji przekładni traktuje się ją jako obiekt stacjonarny i zakłada się, że stan optymalny przekładni jest stanem ustalonym. Przyjmuje się, że zarówno zmienne decyzyjne, jak i wielkości występujące w ograniczeniach, są wielkościami deterministycznymi, a związki między nimi mają postać związków nieliniowych. W złożonych problemach optymalizacyjnych, do jakich należy zaliczyć

optymalizację konstrukcji przekładni zębatej, często stosuje się metodę dekompozycji (wielopoziomową). Opiera się ona na zastąpieniu zadania pierwotnego zadaniem innym, tzw. zadaniem zdekomponowanym, składającym się z kilku powiązanych ze sobą zadań optymalizacyjnych o mniejszym wymiarze.

W niniejszej pracy z góry założono, że projektowany reduktor ma mieć postać z rys. 2, ponadto dla tego samego korpusu przekładni całkowite przełożenia mają być zgodne z liczbami szeregu Renarda o ilorazie $\sqrt[10]{10} = 1,259$ i wynosić: 7,96, 10,0, 12,6, 15,8, 19,9 i 25,1. Na podstawie wykresu przedstawionego na rys. 3 dokonano rozdziału przełożeń na poszczególne stopnie tak, aby stanowiły one również liczby z powyższego szeregu [2]. Na pierwszym stopniu proponuje się pary kół o przełożeniach $u_1 = 2,52, 3,98$ oraz 6,31, na drugim stopniu pary o przełożeniach $u_2 = 3,16$ oraz 3,98.

Jako funkcję celu przyjęto w obecnej pracy masę obu par kół zębatych wchodzących w skład przekładni według uproszczonej zależności

$$Q = M = \frac{\pi \rho}{4} \left[(d_1^2 + d_2^2) b_1 + (d_3^2 + d_4^2) b_3 \right], \quad (2)$$

gdzie $d_1 \div d_4$ oznaczają odpowiednio średnice podziałowe kół zębatych, b_1 i b_3 są szerokościami wieńców obu zębników natomiast ρ jest gęstością materiału, z którego są wykonane koła. Zadanie optymalizacyjne sprowadza się do poszukiwania najmniejszej masy Q , czyli minimalizacji funkcji celu (2). Na zmienne decyzyjne wybrano następujące wielkości: z_1, z_3 – liczby zębów zębników, m_{n1}, m_{n2} – moduły normalne poszczególnych par kół, x_{n1}, x_{n3} – normalne współczynniki przesunięcia zarysów uzębienia zębników. Pozostałe cechy konstrukcyjne potraktowano jako parametry.

3.1. Ograniczenia równościowe zadania

Ograniczenia równościowe obniżające rząd zagadnienia, to przede wszystkim oczywisty związek między średnicami tocznymi kół zębatych $d_{w1} \div d_{w4}$ oraz odległością osi

$$d_{w1} + d_{w2} = d_{w3} + d_{w4} = 2a_w, \quad (3)$$

przy czym odległość osi a_w dla optymalizowanej przekładni została ustalona w nawiązaniu do odpowiednich zaleceń normalizacyjnych.

Aby zmniejszyć obciążenia na drugim stopniu, dla kół pierwszego stopnia zastosowano duży kąt pochylenia linii zęba $\beta_{1,2} = 30^\circ$. Natomiast w celu zlikwidowania siły poosiowej na wałku II (rys. 2), druga para kół powinna mieć kąt pochylenia linii zęba wyznaczony z zależności

$$\beta_{3,4} = \arctg \left(\frac{1+u_1}{u_1+u} \cdot \operatorname{tg} \beta_{1,2} \right). \quad (4)$$

Dla przyjętych przełożeń kąt ten należy do przedziału $\langle 7,6^\circ, 11,0^\circ \rangle$. Ze względu na niewielką różnicę skrajnych wartości kąta β przyjęto jego wspólną wartość $\beta_{3,4} = 10^\circ$ dla wszystkich wariantów rozwiązania.

W analizowanej przekładni musi być ponadto spełniona zależność, nałożona na normalne współczynniki przesunięcia zarysów $x_{n1} \div x_{n4}$ dla obu par kół zębnych

$$x_{n1} + x_{n2} = \frac{z_1 + z_2}{2 \operatorname{tg} \alpha_n} (\operatorname{inv} \alpha_{wt} - \operatorname{inv} \alpha_t), \quad x_{n3} + x_{n4} = \frac{z_3 + z_4}{2 \operatorname{tg} \alpha_n} (\operatorname{inv} \alpha_{wt} - \operatorname{inv} \alpha_t), \quad (5)$$

gdzie: α_n jest normalnym kątem przyporu na walcu podziałowym (parametr równy 20°), α_t oznacza czołowy kąt przyporu na walcu podziałowym a α_{wt} toczy czołowy kąt przyporu.

Kolejnym ograniczeniem jest przyjęta w pracy równość szerokości i odpowiednich średnic podziałowych obydwu zębików, co prowadzi do związków:

$$b_1 = d_1, \quad b_3 = d_3. \quad (6)$$

Ponadto został również ustalony rodzaj materiału, jednakowy dla wszystkich kół zębnych – stal niestopowa C45 hartowana powierzchniowo.

3.2. Ograniczenia nierównościowe zadania

Ograniczenia nierównościowe dla par kół z_1 i z_2 oraz z_3 i z_4 to ograniczenia technologiczne, geometryczne i wytrzymałościowe. Poniżej podano je tylko dla pierwszej pary kół, bowiem dla drugiej pary są one podobne.

Rozwiązania poszukiwano w przedziale modułów normalnych 1–10 mm, jak dla typowych przekładni zębnych ogólnego przeznaczenia:

$$1 \leq m_n \leq 10, \quad (7)$$

oraz dla liczby zębów na pierwszym zębiku.

$$10 \leq z_1 \leq 25. \quad (8)$$

Normalny współczynnik przesunięcia zarysu x_{n2} koła 2 oblicza się odejmując od sumy $x_{n1} + x_{n2}$ podanej wzorem (5₁) wartość przyjętą dla x_{n1} . Należy jednak zwrócić uwagę, że oba współczynniki muszą być zawarte w przedziałach:

$$x_{nd1} \leq x_{n1} \leq x_{ng1}, \quad x_{nd2} \leq x_{n2} \leq x_{ng2}. \quad (9)$$

Wartości graniczne dolne x_{nd} przedziałów (9) wynikają z warunku niedopuszczenia do wystąpienia podcięcia zębów u podstawy, natomiast wartości graniczne górne x_{ng} są związane z zabezpieczeniem zęba przed zaostreniem u wierzchołka. Ponadto koła podziałowe obu kół zębnych muszą znaleźć się pomiędzy kołami stóp i wierzchołków, co ostatecznie prowadzi do zależności:

$$x_{nd} = \max \left\{ \begin{array}{l} h_{an}^* \frac{z_{n \text{ gr}} - z_n}{z_{n \text{ gr}}} \\ -h_{an}^* \end{array} \right\}, \quad x_{ng} = \min \left\{ \begin{array}{l} x_n^{sa} \\ h_{an}^* \end{array} \right\}, \quad (10)$$

gdzie: h_{an}^* oznacza normalny współczynnik wysokości zęba (parametr równy 1), $z_{n \text{ gr}}$ jest graniczną liczbą zębów dla kół walcowych o zębach prostych, z_n zastępczą liczbą

zębów koła walcowego o zębach skośnych, a x_n^{sa} oznacza normalny współczynnik przesunięcia zarysu ograniczony założoną minimalną grubością zęba u wierzchołka.

Ograniczenia wytrzymałościowe można według [1] sprowadzić do uproszczonego warunku na zmęczenieowe złamanie zębniaka i koła zębatego:

$$\sigma_{F1,2} = \frac{F_t K_F}{b_w m_n} Y_{FS1,2} Y_\epsilon Y_\beta \leq \sigma_{FP}, \quad (11)$$

gdzie σ_F oznacza obliczeniowe naprężenie u podstawy zęba a σ_{FP} jest dopuszczalnym naprężeniem u podstawy zęba i uproszczonego warunku wytrzymałościowego na zmęczenie powierzchniowe zęba (pitting) w centralnym punkcie zazębienia

$$\sigma_H = Z_\epsilon Z_H Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t K_H}{b_w d_1} \frac{u+1}{u}} \leq \sigma_{HP}, \quad (12)$$

gdzie σ_H oznacza obliczeniowe naprężenie stykowe a σ_{HP} jest dopuszczalnym naprężeniem stykowym.

W powyższych wzorach F_t jest nominalną siłą obwodową w zazębieniu na okręgu podziałowym a b_w jest czynną szerokością uzębienia. Oznaczenia występujących we wzorach (11) i (12) współczynników K_F , K_H , Y_{FS} , Y_ϵ , Y_β , Z_H , Z_E , Z_ϵ , i Z_β odpowiadają [5] i zostały obliczone zgodnie z tą normą.

Podobne ograniczenia obowiązują dla drugiej pary kół zębatych.

4. Przykład obliczeniowy

Do obliczeń przyjęto ustalone wcześniej parametry przekładni i kół (przełożenia, kąt α_n i β , współczynnik wysokości zęba h_{an}), uzupełnione danymi:

- $P = 15$ kW – moc na wejściu przekładni,
- $n_1 = 1430$ obr/min – prędkość obrotowa na wejściu przekładni,
- $M_1 = 100.2$ Nm – moment na wejściu przekładni,
- $a_w = 200$ mm – odległość osi kół,
- $\sigma_{FP} = 162$ MPa – dopuszczalne naprężenie u podstawy zęba,
- $\sigma_{HP} = 824$ MPa – dopuszczalne naprężenie stykowe.

Ponadto wprowadzono ograniczenia równościowe na współczynniki x_n przesunięcia zarysów kół. W sformułowanym zadaniu optymalizacyjnym muszą one spełniać równania (5) w przedziałach określonych przez (9) z podanymi granicami (10). Z konstrukcji lewych stron równań (5) wynika pewna dowolność wartości x_n , jakie mogą przyjmować w obrębie poszczególnych sum. Na odpowiednie pary współczynników x_n można więc narzucić dodatkowe ograniczenia w zależności od przyjętego kryterium. Najczęściej jest to kryterium obciążalności przekładni, która ulega znacznemu zwiększeniu w wyniku właściwego doboru współczynników przesunięcia zarysów kół zębatych. W nin. pracy przyjęto ograniczenie wytrzymałościowe, sprowadzające się do takiego doboru współczynników x_n , aby zapewnić równość obliczeniowych naprężeń u podstawy współpracujących zębów:

$$\sigma_{F1} = \sigma_{F2}, \quad \sigma_{F3} = \sigma_{F4}. \quad (13)$$

Tabela 1

Rozwiązania optymalne dla przełożeń całkowitych $u = 7,96$ i $25,1$

Wielkość	$u = u_1 u_2 = 2,52 \times 3,16 = 7,96$				$u = u_1 u_2 = 6,31 \times 3,98 = 25,1$			
	I stopień		II stopień		I stopień		II stopień	
	koło 1	koło 2	koło 3	koło 4	koło 1	koło 2	koło 3	koło 4
z	21	53	23	73	17	107	17	68
d mm	109,110	275,390	93,419	296,505	53,982	339,771	77,680	310,721
x_n	0,90000	0,99725	0,55775	0,81164	0,49222	0,69245	0,54500	0,87227
m_n mm	4,5		4,0		2,75		4,5	
β °	30		10		30		10	
Q kg	114,0				88,0			

Obliczenia przeprowadzono w arkuszach Excela, wykorzystując standardowy moduł optymalizacyjny Solver. Cechą charakterystyczną wykonanego procesu optymalizacyjnego jest wielość minimów lokalnych, co wymagało stałej kontroli i oceny, czy otrzymane minimum jest globalne. Dodatkową trudność stanowił wybór punktu startowego, gdyż duża liczba ograniczeń powodowała częste ich naruszanie. Przykładowe wyniki obliczeń dla wybranych dwóch skrajnych przełożeń całkowitych u (z 6 ustalonych) zestawiono w tabeli 1. Całkowita masa kół Q , otrzymana z obliczeń dla pozostałych czterech przełożeń całkowitych, zawarta jest pomiędzy wartościami skrajnymi przedstawionymi w tabeli 1. Okazuje się również, że nie ulega zwiększeniu liczba modułów normalnych.

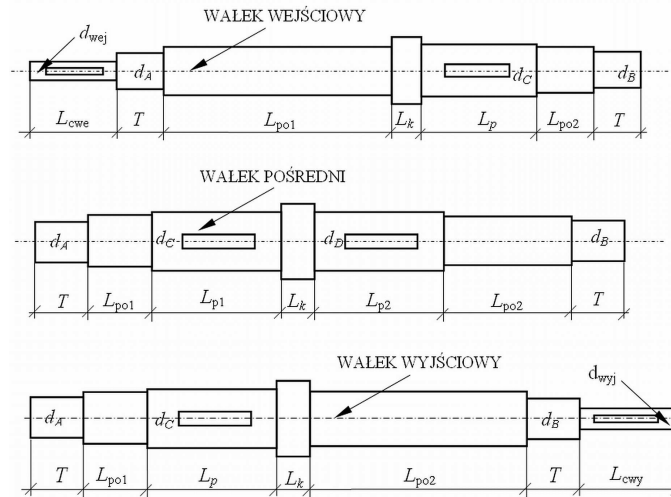
4.1. Postaci wałków proponowanych dla przekładni, obliczenia sztywnościowe i wytrzymałościowe

Na rysunku 4. przedstawiono uproszczone postaci wałków. Nie pokazano niektórych szczegółów, takich jak: zaokrąglenia krawędzi, podcięcie obróbkowych, itp.

Widoczne na rysunkach wielkości symboliczne oznaczają odpowiednio: średnice czopów pod łożyska d_A , d_B , średnice czopów pod koła zębate d_C , d_D , średnice czopów wejściowego i wyjściowego d_{wej} , d_{wyj} oraz ich długości. Obliczenia wytrzymałościowe włącznie z obliczeniami strzałek ugięcia f pod kołami zębatymi i kątów ugięcia α na podporach, przeprowadzono w oparciu o własny program opracowany w Excelu, wykorzystując między innymi znaną z literatury (np. [6, 7]) metodę momentów wtórnych.

Wyniki obliczeń dla skrajnych przełożeń całkowitych $u = 7,96$ i $u = 25,1$, zakładając, że wałki będą wykonane ze stali C45, zaprezentowano w tabeli 2.

Przyjęte do obliczeń długości wałków, licząc od środka jednej podpory do środka drugiej, oszacowano na podstawie szerokości kół zębatych, szerokości łożysk i niezbędnych odległości elementów ruchomych od ścian korpusu. W wyniku tej analizy przyjęto następujące długości wałków wejściowego, pośredniczącego i wyjściowego: $L_{wej} = 134$ mm, $L_{pos} = 278$ mm i $L_{wyj} = 134$ mm. W tabeli 2, literą R oznaczono reakcje w podporach wałka w płaszczyźnie prostopadłej do jego osi, a symbolem F_a reakcję osiową. Pozostałe wielkości, to obliczone średnice wałków, zaokrąglone po uwzględnieniu głębokości rowków wpustowych, tam gdzie to konieczne, do wartości znormalizowanych oraz kąty ugięcia na podporach i strzałki ugięcia pod kołami zębatymi.



Rys. 4. Uproszczone postaci wałków przekładni

Fig. 4. Simplified forms of the gear shafts

Tabela 2

Niektóre wielkości związane z liczonymi wałkami dla przełożeń całkowitych $u = 7,96$ i $25,1$

Wielkość	$u = u_1 u_2 = 2,52 \times 3,16 = 7,96$			$u = u_1 u_2 = 6,31 \times 3,98 = 25,1$		
	Wałek wejściowy	Wałek pośredni	Wałek wyjściowy	Wałek wejściowy	Wałek pośredni	Wałek wyjściowy
R_A [N]	1277,7	1140,1	3344,5	2234,8	2447,3	7979,9
R_B [N]	920,7	5399,2	4292,6	1914,7	13035,2	10315,6
F_d [N]	-965,4	-61,1	1026,5	-1889,4	-592,1	2481,5
d_{wej} [mm]	22	-----	-----	22	-----	-----
d_A [mm]	25	30	50	25	40	65
d_B [mm]	25	30	50	25	40	65
d_C [mm]	28	37	57	33	48	67
d_D [mm]	-----	43	-----	-----	57	-----
d_{wyj} [mm]	-----	-----	48	-----	-----	60
α_A [rad]	0,00038	0,00046	7,35E-5	0,00044	0,00032	9,08E-5
α_B [rad]	0,00042	0,00037	7,28E-5	0,00056	0,00026	9,05E-5
f_C [mm]	0,017	0,028	0,003	0,020	0,020	0,004
f_D [mm]	-----	0,020	-----	-----	0,014	-----

4.2. Dobór łożysk

Tabela 3

Proponowane łożyska kulkowe zwykłe dla przełożeń całkowitych $u = 7,96$ i $25,1$

Oznaczenie podpory	$u = u_1u_2 = 2,52 \times 3,16 = 7,96$			$u = u_1u_2 = 6,31 \times 3,98 = 25,1$		
	Oznaczenia łożysk			Oznaczenia łożysk		
	Walek wejściowy	Walek pośredni	Walek wyjściowy	Walek wejściowy	Walek pośredni	Walek wyjściowy
A	6305*	16 006*	16 010	6405*	16 008*	6013
B	6005	6406	6010*	6305	6408	6213*

* – łożysko ustalające

Aby maksymalnie uprościć konstrukcję przekładni, bez konieczności konstruowania układów napinających łożyska oraz mając na względzie koszty ich wykonania, postanowiono sprawdzić możliwość zastosowania na podpory wałków łożysk kulkowych zwykłych. Łożyska kulkowe zwykłe z zasady nie mogą przenosić obciążeń wzdłużnych większych od $0,5C_o$, przy czym w przypadku łożysk małych wymiarów i łożysk serii lekkich, obciążenia wzdłużne nie mogą przekraczać $0,25C_o$ [8]. Pod tym względem najbardziej niekorzystne warunki będą w łożysku o najmniejszej średnicy czopa i dużym obciążeniem wzdłużnym. Mając na uwadze tabelę 2, można sądzić, że będzie to łożysko ustalające „A” na wale wejściowym dla $u = 25,1$. Przy założeniu, że trwałość przekładni ma wynosić 8000 godzin, dobrano łożysko kulkowe zwykłe 6405. Łożysko to spełnia w pełni wymagania przenoszenia obciążenia wzdłużnego, bowiem $F_d/C_o = 189 \text{ daN}/1900 \text{ daN} = 0,01$.

Jak wynika z tabeli 3, łożyska są dość zróżnicowane pod względem średnic i nośności w zależności od przełożenia przekładni. Niemniej jednak w przypadku przekładni stacjonarnych, można by założyć, że wszystkie wałki są wykonane jak dla całkowitego przełożenia $u = 25,1$ i tak samo ułożyskowane. Na tych wałkach umieszcza się różne pary kół, uzyskując przełożenia w szerokim zakresie $u = 7,96, 10,0, 12,6, 15,8, 19,9$ i $25,1$ dysponując jednym tylko korpusem. Oczywiście wałki dla przełożeń niższych niż $25,1$ będą, podobnie jak łożyska niedociążone, czyli przewymiarowane.

5. Wnioski

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że do wykonania kół zębatach w celu zestawienia w tym samym korpusie sześciu przekładni o przełożeniach całkowitych w szerokim zakresie $u = 7,96, 10,0, 12,6, 15,8, 19,9$ i $25,1$ potrzeba narzędzi tylko o trzech modułach, mianowicie $m_n = 2,75, 4,0$ i $4,5$ mm. Należy wykonać jedynie pięć par kół zamiast dwunastu, co w przedstawionym przykładzie wprowadza wysoki stopień unifikacji.

Przy optymalizacji masy kół Q tylko raz aktywne były ograniczenia wytrzymałościowe dla pary kół na II stopniu o przełożeniu $u_2 = 3,98$, gdy pierwszy stopień miał przełożenie $u_1 = 6,31$. Pozostałe optymalne rozwiązania są usytuowane daleko od ograniczeń wytrzymałościowych (przy założonym materiale na koła zębata – stal niestopowa C45, powierzchnie boczne zębów hartowane powierzchniowo). Istotny wpływ na te rozwiązania

miały ograniczenia technologiczne i geometryczne. Łączna masa kół zębatach w poszczególnych zestawach (funkcja celu) różniła się przy tym o mniej niż 30%.

Średnice podziałowe dużych kół zawierają się w przedziale 275–340 mm, przy czym skrajne średnice występują w zestawach (275 mm i 310 mm) oraz (296 mm i 340 mm). Pozwala to na zastosowanie w przekładni prostego smarowania zanurzeniowego.

W celu dalszej unifikacji elementów przekładni, dla przedstawionych tu zestawów kół, jest możliwe zastosowanie wspólnych wałków wspartych na łożyskach kulkowy zwykłych, co pozwala na uniknięcie konieczności wykonania tulei redukcyjnych i konstrukcji odpowiednich układów napinania niezbędnych w przypadku zastosowania łożysk skośnych.

Literatura

- [1] Dziama A., Michniewicz M., Niedźwiecki A., *Przekładnie zębate*, PWN, Warszawa 1995.
- [2] Müller L., *Przekładnie zębate. Projektowanie*, WNT, Warszawa 1996.
- [3] Osiński Z., Wróbel J., *Teoria konstrukcji maszyn*, PWN, Warszawa 1993.
- [4] Pr. zb. pod red. M. Dietricha, *Podstawy Konstrukcji Maszyn*, t. 3, WNT, Warszawa 1999.
- [5] PN-ISO 6336-1/2/3.
- [6] Dąbrowski Z., Maksymiuk M., *Wały i osie*, PWN, Warszawa 1984.
- [7] Dąbrowski Z., *Wały maszynowe*, PWN, Warszawa 1999.
- [8] *Łożyska Toczone*, Katalog WEMA, Warszawa 1989.