

JAN RYŚ, PAWEŁ ROMANOWICZ*

ANALIZA NOŚNOŚCI WALCOWEGO POŁĄCZENIA WCISKOWEGO KOŁA ZĘBATEGO O ZĘBACH SKOŚNYCH

ANALYSIS OF CAPACITY OF CYLINDRICAL INTERFERENCE FIT OF GEAR WHEEL WITH HELICAL TEETH

Streszczenie

Celem niniejszej pracy było określenie krytycznej wartości obciążenia przenoszonego przez połączenie odkształceniowe koła zębatego o zębach skośnych z wałem. Badano również rozwój strefy mikropoślizgów wywołanej nierównomiernym rozkładem obciążenia w analizowanym połączeniu. Wykonane wstępne obliczenia numeryczne dla prostych modeli 2D i 3D poddano weryfikacji na podstawie dostępnych w literaturze rozwiązań teoretycznych.

Słowa kluczowe: połączenia odkształceniowe, koła zębate o zębach skośnych, metoda elementów skończonych

Abstract

The aim of the paper was to determine the critical load value transferred by interference fit between shaft and gear wheel with helical teeth. Also, the development of the sliding area caused by irregular load distribution in analyzed connection was studied. Preliminary numerical calculations performed for simple 2D and 3D models were compared with theoretical solutions available in the literature.

Keywords: interference fits, gears with helical teeth, finite element method

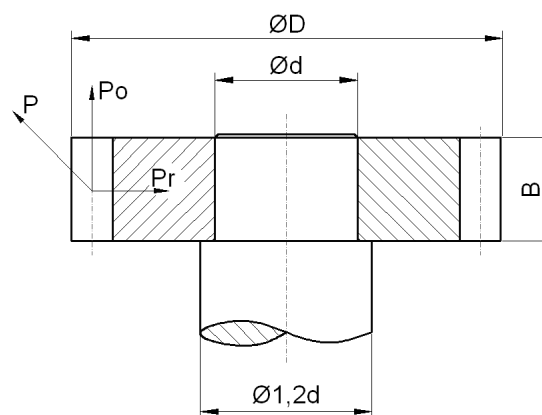
* Prof. dr hab. inż. Jan Ryś, dr inż. Paweł Romanowicz, Instytut Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Połączenia odkształceniowe (bezpośrednie połączenia wciskowe walcowe lub stożkowe) mają obszerne zastosowanie w połączeniach typu wał – piasta. W tego typu połączeniach zachodzą zawiłe zjawiska wpływające na pracę realizowanego połączenia. Zagadnienia związane z analizą teoretyczną i doświadczalną połączeń odkształceniowych omówiono w pracy [1].

W niniejszej pracy podjęto próbę określenia wartości obciążenia krytycznego dla połączenia koła zębatego o zębach skośnych z czopem, zrealizowanego przez walcowe połączenie wciskowe bezpośrednie. W takim spoczynkowym połączeniu obciążenie przenoszone jest przez występujące na powierzchni współpracujących elementów siły tarcia. Siły te wywołane są poprzez odkształcenia sprężyste spowodowane zaciskiem jednego elementu na drugim. Wartość wcisku względnego ϵ , określającego nośność realizowanego połączenia, w praktyce przyjmuje się z zakresu $\epsilon = 0,1$ do $0,3\%$. Pomimo wielu zalet (takich jak: prostota oraz łatwość wykonania, oszczędność materiału, dobre środkowanie elementów łączonych) połączenia wciskowe mają też pewne wady. Można do nich zaliczyć w szczególności: dość złożony proces montażu, dużą dokładność wykonania wymiarów i stanu powierzchni, wpływ karbu, występowanie mikropoślizgów na łączonych powierzchniach oraz wpływ obciążeń zewnętrznych na rozkład nacisków w strefie styku. Zmiana rozkładu nacisków prowadzi w rezultacie do zmiany nośności złącza, a także do pojawiania się mikropoślizgów w lokalnie odciążonych strefach. Przekroczenie pewnych wartości krytycznych obciążeń może więc doprowadzić do utraty nośności połączenia i/lub zniszczenia wskutek korozji czarnej (fretting).

Przeprowadzone obliczenia numeryczne dla dwuwymiarowego osiowo-symetrycznego oraz 3D modelu połączenia koła zębatego z wałem pozwoliły na wstępne oszacowanie nośności połączenia oraz zaobserwowanie wpływu obciążeń zewnętrznych na rozkłady nacisków i obszary mikropoślizgów na powierzchni kontaktu. Wymiary analizowanego połączenia przedstawiono na rys. 1



Rys. 1. Wymiary analizowanego połączenia wciskowego

Fig. 1. Dimensions of analyzed connection with interference in diameter d

Dostępne w literaturze wzory pozwalają oszacować wartość siły krytycznej, którą dane połączenie wciskowe jest w stanie przenieść. Przedstawione zależności teoretyczne wyprowadzono przy założeniu równomierności rozkładu nacisków na całej powierzchni styku (zarówno po obwodzie, jak również po długości). Do utraty nośności połączenia może dojść wskutek przekroczenia wartości siły osiowej (P_o) lub/i siły od momentu skręcającego (P) obciążających złącze. Siła promieniowa skierowana do czopa (ściskająca) wpływa korzystnie, zwiększając nieznacznie obciążenie krytyczne.

W przypadku działania siły wzdłużnej (P_o) krytyczną wartość obciążenia można oszacować z zależności:

$$P_o^{kr} = p \cdot \pi \cdot d \cdot l \cdot \mu \quad (1)$$

gdzie: p – oznacza naciski powierzchniowe występujące między współpracującymi elementami, μ – współczynnik tarcia, $\pi \cdot d \cdot l$ – powierzchnie styku. Wartość nacisków od wcisku p można określić następująco:

$$p = \frac{W_{nom}}{d} \frac{1}{\frac{k_1 - \nu_1}{E_1} + \frac{k_2 + \nu_2}{E_2}} \quad (2)$$

gdzie: wcisk nominalny $w_{nom} = d - D$, k_i – współczynniki związane ze średnicami elementów.

W przypadku działania momentu skręcającego:

$$M_s^{kr} = 0,5 \cdot d \cdot P_o^{kr} = 0,5 \cdot p \cdot \pi \cdot d^2 \cdot l \cdot \mu \quad (3)$$

2. Siły w przekładni walcowej o zębach skośnych

W przekładni walcowej siłę międzyzębną można rozłożyć na trzy składowe (rys. 1):

– obwodową P , wynikającą z przenieszonego momentu obrotowego:

$$P = \frac{2M_1}{d_{w1}} \quad (4)$$

– promieniową P_r :

$$P_r = P \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{nw}) = P \frac{\operatorname{tg}(\alpha_n)}{\cos(\beta)} \quad (5)$$

– osiową P_o , która nie występuje w przypadku kół o zębach prostych:

$$P_o = P \cdot \operatorname{tg}(\beta) \quad (6)$$

gdzie: α_{nw} – kąt przyporu w przekroju czołowym, α_n – kąt przyporu w przekroju normalnym, β – kąt pochylenia zębów na walcu tocznym, M_1 – moment nominalny przenoszony przez zębnik.

Ze względu na możliwość określenia siły obwodowej na podstawie przenoszonego momentu obrotowego pozostałe wartości sił (promieniową, osiową) odniesiono właśnie do siły obwodowej. Wartość dopuszczalnej siły obwodowej określono na podstawie wielkości obciążenia jednostkowego (Q_u):

$$Q = \frac{P}{B \cdot d_{w1}} = \frac{2M_1}{B \cdot d_{w1}^2} \quad (7)$$

oraz

$$Q_u = Q \frac{u+1}{u} = Q \frac{z_2}{z_1 + z_2} \leq Q_{udop} \quad (8)$$

gdzie: Q – obciążenie nominalne, u – przełożenie przekładni:

$$u = \frac{z_2}{z_1} \quad (9)$$

Wielkość ta ma wartość naprężenia i jest proporcjonalna do naprężeń kontaktowych w punktach tocnych. Jej wartość zależy od własności mechanicznych materiałów (maleje wraz ze zmniejszaniem twardości powierzchni zęba), geometrii zazębienia oraz warunków ruchowych (maleje wraz ze wzrostem współczynników przeciążenia K_p i sił dynamicznych K_d). W praktyce wartości dopuszczalnych obciążeń jednostkowych Q_{udop} , można przyjąć w oparciu o konkretne zastosowania przekładni oraz materiały, z których wykonane będą koła zębate [2].

W nin. pracy obliczenia przeprowadzono dla przekładni lotniczej z przełożeniem $u = 3$ i kół zębatach wykonanych ze stali o twardości HRC = 58. Dla powyższych danych oraz wymiarów koła (B , d_{w1}) do obliczeń maksymalnego obciążenia P przyjęto wartość $Q_{udop} = 7,0$ MPa [2].

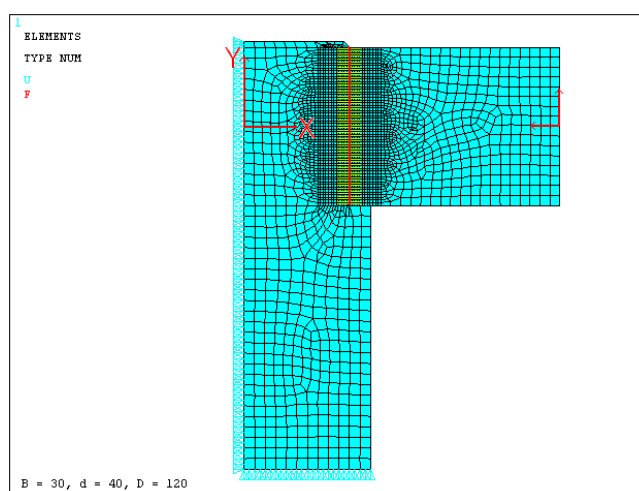
3. Analiza 2D zagadnienia wcisku

Obliczenia numeryczne dla 2-wymiarowego zagadnienia wcisku wykonano przy pomocy metody elementów skończonych (ANSYS®). Ograniczono się do analizy połączenia w zakresie czysto sprężystym. Zastosowano 8-węzłowe elementy tarczowe osiowo-symetryczne PLANE82 i 3-węzłowe elementy kontaktowe CONTA172 i TARGE169. Zastosowano automatyczną funkcję domyknięcia szczelin AUTO(CNOF).

Model przedstawiający siatkę MES oraz warunki brzegowe przedstawiono na rys. 2. Przyjęto obciążenie związane z siłami przenoszonymi przez przekładnię walcową o zębach skośnych. Ze względów obliczeniowych w modelu 2D pominięto siłę obwodową P , jednakże uzyskane rezultaty obliczeń odniesiono do tego obciążenia. Siły promieniową P_r i osiową P_o (wzdłużną) przyłożone w środku wieńca oszacowano z zależności (5 i 6). Współczynnik tarcia w połączeniu odkształceniowym przyjęto $\mu = 0,15$. Ze względu na symetrię zamodelowano połowę połączenia. Na osi symetrii wału (oś OY) odebrano przemieszczenia poziome ($u_x = 0$). Przemieszczenia pionowe ($u_y = 0$) zadano w miejscu

urwania modelu, w takiej odległości od połączenia wciskowego, aby nie wpływały znacząco na sztywność struktury w analizowanym miejscu.

Średnicę otworu koła zębatego przyjęto w ten sposób, aby zapewnić wcisk nominalny o wartości $\varepsilon = 0,1\%$. Element reprezentujący koło zębate nie miał odebranych stopni swobody. O stabilnym położeniu koła decydowały naprężenia cierne w połączeniu wciskowym. W przypadku osiągnięcia (przekroczenia) przez naprężenia styczne wartości krytycznych na całej szerokości połączenia dochodzi do zsunienia koła z wału i przerwania obliczeń numerycznych (występuje wtedy „sztywny ruch” koła). Umożliwiło to określenie siły krytycznej prowadzącej do utraty nośności analizowanego połączenia odkształceniowego.



Rys. 2. Model 2D połączenia wciskowego koła zębatego na wale

Fig. 2. 2D model of connection of gear wheel on shaft with interference

Podczas obliczeń dla określonych średnic wału (d) oraz szerokości wieńca koła zębatego (B) zmieniano średnicę koła zębatego (D) w zakresie:

$$\frac{d}{D} \in \langle 0,33; 0,625 \rangle \quad (10)$$

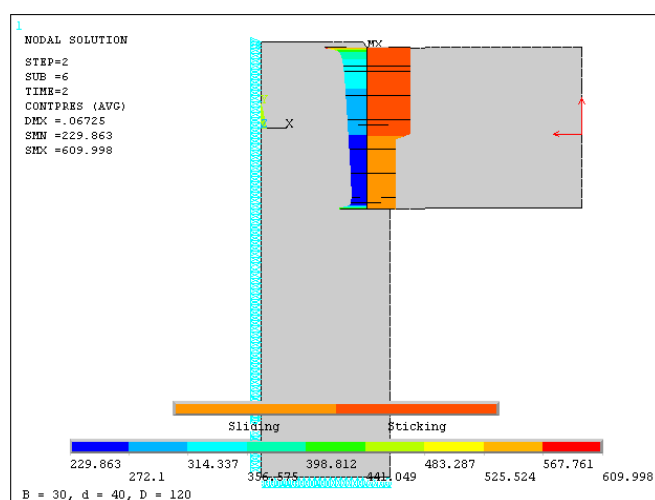
Wielkość szerokości wieńca B dobierano w ten sposób, aby zawierała się w zakresie:

$$\begin{cases} B \leq 1,2 \cdot d \\ B \geq 0,4 \cdot d \end{cases} \quad (11)$$

Wpływ przenieszonego obciążenia przez połączenie odkształceniowe na rozkład nacisków w strefie kontaktu analizowano dla wałka o średnicy $d = 40$ mm i koła zębatego o szerokości wieńca $B = 30$ mm i średnicy podziałowej $D = 120$ mm.

Zamieszczone trzy przykłady rysunkowe (rys. 3 – rys. 5) przedstawiają rozwój strefy mikropoślizgów (*sliding* – warstwicę po prawej stronie na rysunkach) oraz zmianę rozkładu naprężeń kontaktowych (po lewej stronie na rysunkach) dla trzech wartości obciążenia $P = \{28,9; 60,0; 93,5\}$ kN. Siły promieniową P_r oraz osiową P_o uwzględnione w modelu

numerycznym można określić odpowiednio ze wzorów (5) i (6). Dla przyjętych wymiarów i współczynnika tarcia, krytyczna siła obwodowa miała wartość $P = 93,5$ kN. Dla takiego obciążenia poślizg wystąpił na całej powierzchni połączenia (rys. 5). Obszar mikroślizgów w strefie styku wystąpił również dla mniejszych obciążeń i powiększał się wraz ze wzrostem obciążenia (rys. 3 i rys. 4). Jest to spowodowane nierównomiernym obciążeniem strefy kontaktu z dociążeniem jednej, a odciążeniem drugiej części połączenia. W odciążonej strefie naprężenia styczne mogą przekraczać wartości naprężeń ciernych, co w rezultacie może prowadzić do występowania lokalnych mikroślizgów prowadzących do korozji ciernej.



Rys. 3. Rozkład naprężeń w strefie kontaktu oraz strefa mikroślizgów dla $P = 28,9$ kN

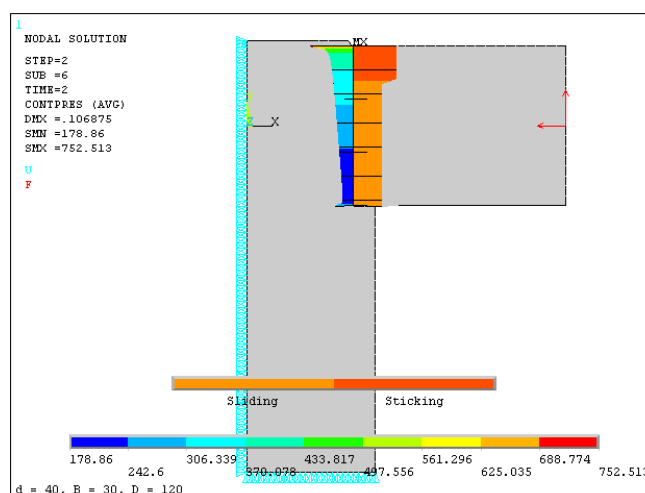
Fig. 3. Contact stress distribution and sliding zone for $P = 28,9$ kN

Rozpatrywany model połączenia odkształceniowego z pełnym kołem zębatym i przyjętym wciskiem względnym $\varepsilon = 0,1\%$ zapewnia nośność z dużym zapasem bezpieczeństwa. Należy jednak mieć na uwadze, że w modelu 2D pominięto siłę obwodową. Wielkość obciążenia, które może przenieść koło zębate o tych parametrach (patrz: p. 2), oszacowanego na podstawie kryterium obciążenia jednostkowego wyniosła:

$$P = Q_{udop} \frac{u}{u+1} B \cdot d_{w1} = 7 \text{ MPa} \cdot \frac{3}{3+1} \cdot 30 \text{ mm} \cdot 120 \text{ mm} = 18,9 \text{ kN}$$

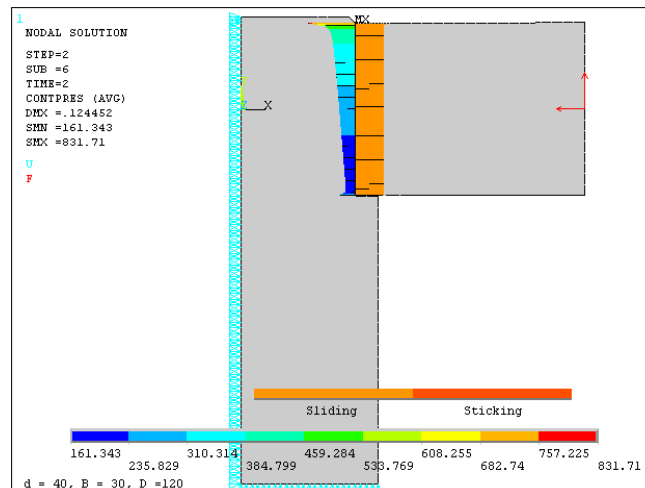
W przypadku kół o konstrukcji tarczowej, w celu zmniejszenia masy stosuje się koła o niepełnym przekroju (w tym przypadku np. koło odlewane typu I). W takim przypadku następuje zmniejszenie sztywności przekroju, a zarazem zmniejszenie nacisków wywołanych wciskiem. W rezultacie otrzymuje się mniejszą nośność połączenia odkształceniowego. W dalszych obliczeniach przewiduje się analizę nośności badanego połączenia z kołem o niepełnym przekroju. Wymiary koła zębatego można określić na podstawie poradnika Kurmaza [3], a grubość środnika można przyjąć na podstawie formuły

wyprowadzonej w pracy [4]. Przewiduje się również określenie wartości obciążenia wywołującego pierwsze lokalne mikropoślizgi.



Rys. 4. Rozkład naprężeń w strefie kontaktu oraz strefa mikropoślizgów dla $P = 60$ kN

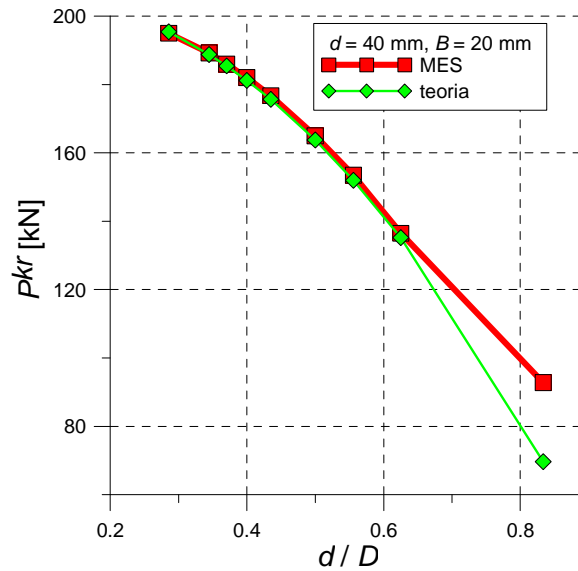
Fig. 4. Contact stress distribution and sliding zone for $P = 60$ kN



Rys. 5. Rozkład naprężeń w strefie kontaktu oraz strefa mikropoślizgów dla $P = 93,5$ kN

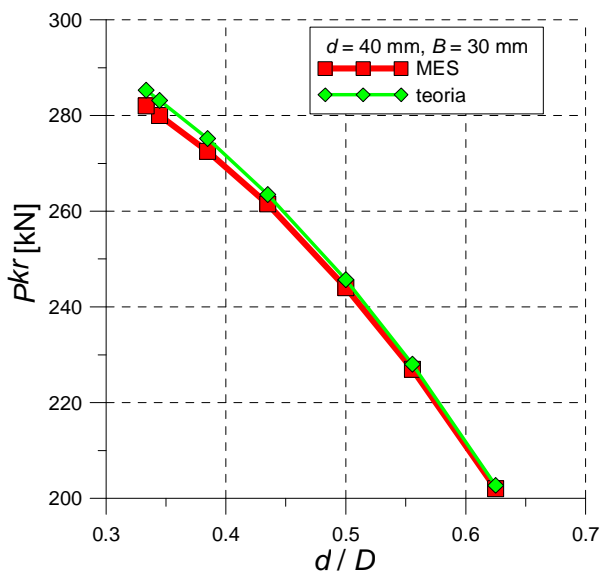
Fig. 5. Contact stress distribution and sliding zone for $P = 93,5$ kN

Na wykresach (rys. 6 – rys. 8) przedstawiono obliczone krytyczne wartości siły obwodowej dla analizowanego 2D modelu połączenia odkształceniowego. Wyniki dotyczą wału o średnicy $d = 40$ mm i koła zębatego o szerokościach $B = \{20, 30, 40\}$ mm. Otrzymane rezultaty analizy numerycznej porównano z rozwiązaniem teoretycznym [1].



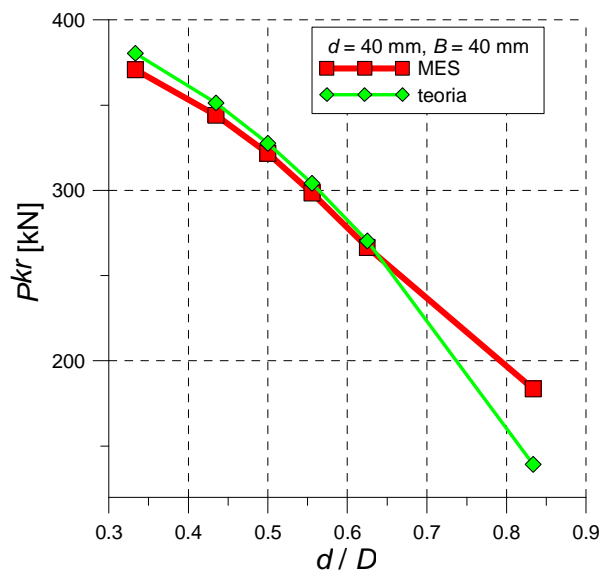
Rys. 6. Zależność obwodowej siły krytycznej P^{kr} w funkcji proporcji d/D dla koła o szerokości $B = 20$ mm

Fig. 6. Dependence of critical load P^{kr} in function of the d/D ratio



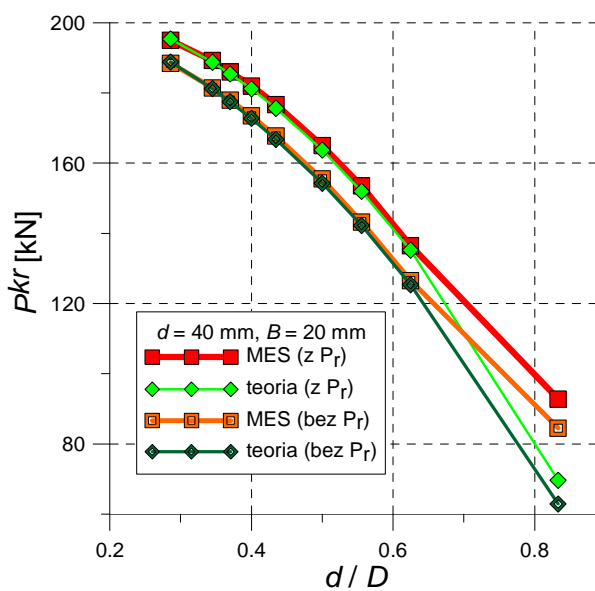
Rys. 7. Zależność obwodowej siły krytycznej P^{kr} w funkcji proporcji d/D dla koła o szerokości $B = 30$ mm

Fig. 7. Dependence of critical load P^{kr} in function of the d/D ratio



Rys. 8. Zależność obwodowej siły krytycznej P^{kr} w funkcji proporcji d/D dla koła o szerokości $B = 40$ mm

Fig. 8. Dependence of critical load P^{kr} in function of the d/D ratio



Rys. 9. Wpływ siły promieniowej P_r na wartość obwodowej siły krytycznej P^{kr}

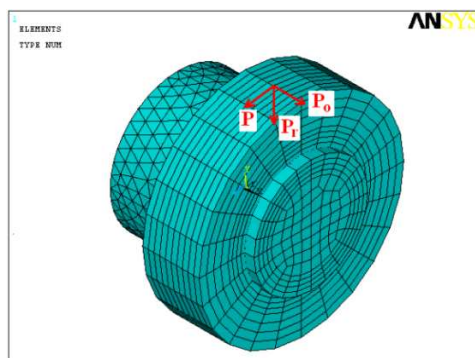
Fig. 9. Influence of radial force P_r on critical load P^{kr}

Należy mieć na uwadze, iż zależności teoretyczne dotyczą modelu z pewnymi założeniami uproszczającymi (zakłada się na przykład równomierny rozkład nacisków na całej powierzchni złącza oraz założenie PSO lub PSN dla wzorów Lamego). Dla rozpatrywanego zakresu średnic d/D (patrz: wzór 10) wyniki rozwiązania numerycznego były zbliżone do teoretycznego. Natomiast dla proporcji $d/D > 0,6$ z modelu MES otrzymywano większe wartości sił krytycznych (rys. 6, rys. 8).

Zbadano również wpływ promieniowego obciążenia zęba na nośność połączenia. Wyniki dla $d = 40$ mm i $B = 30$ mm zamieszczono na rys. 9. Na wykresie (rys. 9) przedstawiono zależność krytycznej siły obwodowej P^{kr} w funkcji d/D dla modelu teoretycznego i numerycznego z uwzględnieniem i z pominięciem siły promieniowej. Porównując obliczenia dla obciążenia wyłącznie siłą osiową oraz dla modelu obciążonego siłami promieniową i osiową, można zaobserwować nieznaczne zwiększenie nośności połączenia, w którym oddziałuje ściskająca siła promieniowa.

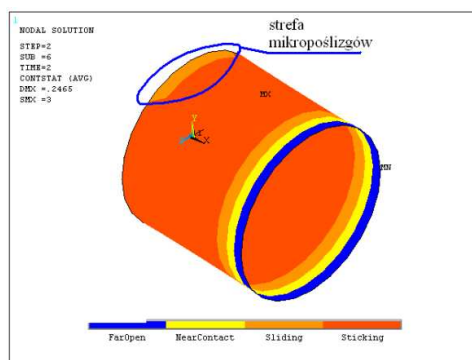
4. Analiza 3D zagadnienia wcisku z uwzględnieniem siły obwodowej

W modelu 3D połączenia odkształceniowego uwzględniono pełne obciążenie przenoszone przez koło zębate o zębach skośnych, w tym również pominiętą w analizie 2D siłę obwodową P . Do obliczeń użyto 20-węzłowe elementy bryłowe SOLID95 i elementy kontaktowe CONTA174 i TARGE170. Przyjęto wcisk względny $\varepsilon = 0,2\%$, średnicę czopa wału $d = 40$ mm, szerokość wieńca $B = 30$ mm, średnicę koła zębatego $D = 120$ mm (rys. 1) oraz współczynnik tarcia w połączeniu odkształceniowym $\mu = 0,15$. Siły przenoszone przez przekładnię przyjęto jak na rys. 10, a wartość siły $P = 18,9$ kN oszacowano na podstawie kryterium obciążenia jednostkowego. Przemieszczeniowe warunki brzegowe odebrano w miejscu utwierdzenia wału. Obliczenia wykazały, że dla przyjętych warunków pracy, może dochodzić do powstawania mikropoślizgów w połączeniu odkształceniowym. Kształt powstającej strefy przedstawiono na rys. 11.



Rys. 10. Model 3D połączenia wciskowego koła zębatego na wale

Fig. 10. 3D model of interference fit of gear wheel on shaft



Rys. 11. Strefa mikropoślizgów w połączeniu odkształceniowym spowodowana obciążeniem zewnętrznym

Fig. 11. Sliding zone in interference fit caused by external load

5. Wnioski

Wykonane obliczenia dla rozpatrywanego połączenia odkształceniowego przedstawiają rozwój obszaru mikropoślizgów mogących prowadzić do korozji ciernej w połączeniu koła zębatego z czopem wału. Zastosowana numeryczna procedura umożliwiła określenie nośności połączenia wciskowego, a uzyskane rezultaty dla prostego modelu 2D były zbliżone do rozwiązania teoretycznego.

W rozpatrywanym modelu zaprezentowano rozwój strefy utraty kontaktu pod wpływem obciążeń działających na koło zębate.

Przeprowadzone obliczenia dla modelu 3D wykazały, że obciążenie przenoszone przez przekładnię może spowodować lokalne mikropoślizgi między kołem i wałem i pozwalają na określenie ich strefy. W perspektywie dalszych obliczeń przewiduje się analizę 3D dla koła o niepełnym przekroju (konstrukcji tarczowej) z analizą rozwoju strefy mikropoślizgu w ujęciu bezwymiarowym.

Literatura

- [1] Krukowski A., Tutaj J., *Połączenia odkształceniowe*, PWN, Warszawa 1987.
- [2] Müller L., *Przekładnie zębate. Projektowanie*, WNT, Warszawa 1979.
- [3] Kurmaz L.W., *Podstawy konstrukcji maszyn. Projektowanie*, PWN, Warszawa 1999.
- [4] Krasiński M., Ryś J., *Wpływ odkształcalnej tarczy na deformacje walcowego koła zębatego o konstrukcji tarczowej*, 34, 4, 1986, s. 543-558.