

JAN ZWOLAK*

WARUNKI SYSTEMOWEGO PROJEKTOWANIA
PRZEKŁADNI ZĘBATYCH

PRINCIPLES OF SYSTEMIC DESIGN OF TOOTHED GEARS

Streszczenie

W niniejszej pracy rozpatrywane są zagadnienia dotyczące budowy spójnego systemu projektowania przekładni zębatach *power shift*. Zapewnienie możliwości budowy takiego systemu z racjonalnym jego funkcjonowaniem, wymaga znajomości wpływu czynników konstrukcyjnych, materiałowych i technologicznych na zmęczeniową wytrzymałość powierzchniową boku zęba σ_{Hlim} i zmęczeniową wytrzymałość objętościową stopy zęba σ_{Flim} .

Słowa kluczowe: przekładnie zębate, komputerowe wspomaganie projektowania, zmęczeniowa wytrzymałość powierzchniowa, zmęczeniowa wytrzymałość objętościowa

Abstract

The paper addresses the issues associated with development of a coherent system for power shift design. In order to develop such system and ensuring its effective operation, it is required that we identify how constructional, material related and technological parameters should affect the surface strength of the tooth side σ_{Hlim} and fatigue endurance of the tooth root σ_{Flim} .

Keywords: gear transmission, computer assisted design, fatigue endurance, surface strength, volumetric strength

* Dr hab. inż. Jan Zwolak, Katedra Inżynierii i Aparatury Przemysłu Spożywczego, Uniwersytet Rolniczy im. H. Kołłątaja w Krakowie.

1. Wstęp

Projektowanie przekładni zębatych wymaga od konstruktora dobrej znajomości zagadnień z zakresu samego procesu projektowania i konstruowania w powiązaniu z pytaniami materiałowymi i technologicznymi. Wspomniane zagadnienia odnoszą się do wszystkich elementów, tworzących przekładnię zębatą. Jednakże w pracy tej rozważane są jedynie koła zębate, jako najważniejsze i najtrudniejsze do wykonania elementy przekładni.

Konstruktor ustalający wartości liczbowe podstawowych parametrów geometrycznych kół zębatych, powinien uwzględniać właściwości materiałowe i jego cechy technologiczne ujawniające się w procesie obróbki wykończeniowej. Materiał jako tworzywo konstrukcyjne ma szeroki wachlarz możliwości wpływających na trwałość eksploatacyjną przekładni zębatych. Wynika to z samego gatunku materiału, który decyduje o tym, jakiej obróbce cieplnej, czy cieplno-chemicznej, będzie on poddany. Poza tym istotne jest również to, w jakim miejscu całego procesu technologicznego, kształtującego koła zębate zostanie przeprowadzona obróbka cieplna, czy cieplno-chemiczna.

Spełnienie warunków systemowego projektowania przekładni zębatych polegało na wyznaczeniu wartości liczbowych zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej σ_{Hlim} i zmęczeniowej wytrzymałości stopy zęba σ_{Flim} na kołach zębatych, wykonanych z pięciu gatunków stali do nawęglania, przy zastosowaniu technologii szlifowania i technologii wiórkowania. Kolejność wykonywania operacji: nawęglanie, hartowanie i szlifowanie zębów nazwano „technologią A”. Natomiast zastosowane w kolejności: wiórkowanie zębów, jako obróbka mechaniczna ostateczna, a następnie nawęglanie i hartowanie, będzie nazywane „technologią B”.

Badania zmęczeniowe dowiodły, że koła zębate wykonane z jednego gatunku materiału przy stosowaniu dwóch technologii (A i B), posiadają różne wartości liczbowe zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej σ_{Hlim} , jak i zmęczeniowej wytrzymałości stopy zęba σ_{Flim} . W prezentowanym systemie projektowania przekładni zębatych, różnice te uwzględniane są w obliczeniach naprężeń kontaktowych oraz naprężeń zginających, mających wpływ na wartość parametrów geometrycznych kół zębatych przy określonym obciążeniu siłami zewnętrznymi.

2. Charakterystyka konstrukcyjna, materiałowa i technologiczna przedmiotu badań

Przedmiotem badań prowadzących do spełnienia warunków systemowego projektowania przekładni zębatych, były koła zębate o odpowiednich parametrach konstrukcyjnych. W badaniach zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej σ_{Hlim} stosowano koła tworzące pary zębate o następujących parametrach: liczba zębów koła $z_1 = 17$, liczba zębów koła $z_2 = 23$, moduł $m = 6$ mm, kąt zarysu $\alpha_o = 20^\circ$, współczynnik przesunięcia zarysu $x_1 = 0,4888$, współczynnik przesunięcia zarysu $x_2 = 0,46$, szerokość wieńca koła $b_1 = 16$ mm, szerokość wieńca koła $b_2 = 17$ mm, odległość osi kół $a_w = 125$ mm [1]. Badania zmęczeniowej wytrzymałości stopy zęba σ_{Flim} wymagały par zębatych utworzonych przez koła o parametrach: liczba zębów koła $z_1 = 27$, liczba zębów koła $z_2 = 35$, moduł $m = 4$ mm, kąt zarysu $\alpha_o = 20^\circ$, współczynnik przesunięcia zarysu $x_1 = 0$, współczynnik przesunięcia zarysu $x_2 = 0,2574$, szerokość wieńca koła $b_1 = 16$ mm, szerokość wieńca koła $b_2 = 20$ mm, odległość osi kół $a_w = 125$ mm.

Półfabrykatem, z którego wykonano koła zębate, były odkuwki swobodnie kute z pięciu gatunków stali: 8620, 4817, 20 HG, 18 HGM, 18 H2N4MA. Są to stale stopowe do nawęglania, których skład chemiczny przedstawiono w tabeli 1.

W tabeli 1 podano procentowy zakres zawartości poszczególnych pierwiastków oraz wartość pomiarową zapisaną w ramce.

Tabela 1

Skład chemiczny stosowanych stali

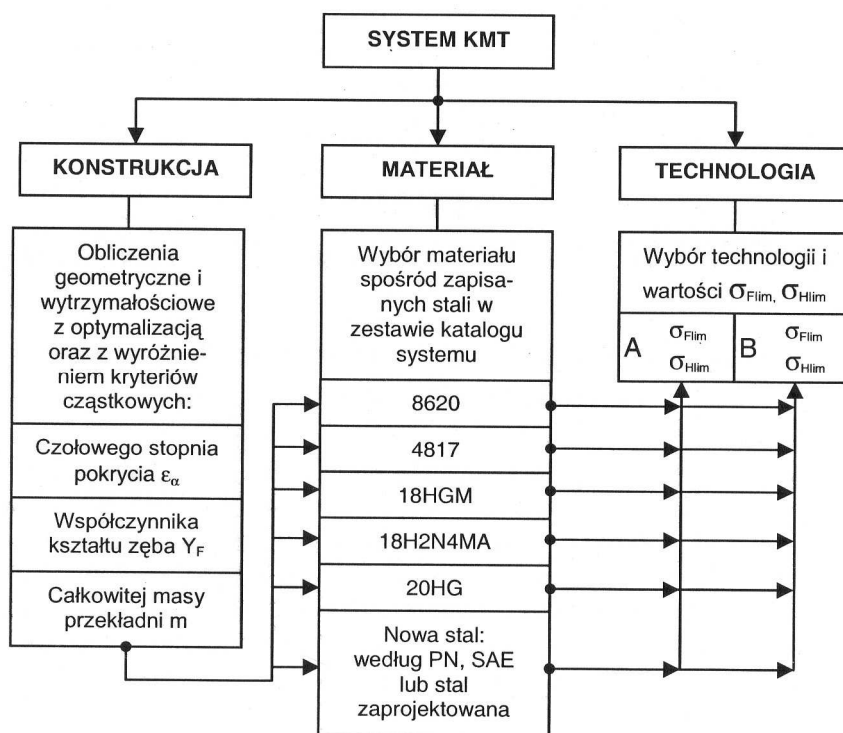
Stal	% pierwiastków									
	C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	Al
8620	0.18	0.60	0.20	0.00	0.00	0,35	0.35	0.15	—	—
	0.23	0.95	0.35	0.035	0.04	0,65	0.75	0.25	—	—
	0.18	0.85	0.35	0.023	0.018	0,53	0.52	0.22	0.10	0.05
4817	0.14	0.38	0.20	0.00	0.00	0,00	3.20	0.20	—	—
	0.20	0.70	0.35	0.035	0.04	0,20	3.80	0.30	—	—
	0.17	0.58	0.33	0.022	0.01	0,15	3.53	0.22	0.08	0.03
20HG	0.17	1.10	0.17	0.00	0.00	1,00	0.00	—	0.00	—
	0.22	1.40	0.37	0.035	0.035	1,30	0.30	—	0.30	—
	0.17	1.29	0.35	0.021	0.01	1,05	0.07	0.04	0.10	0.129
18 HGM	0.16	0.90	0.17	0.00	0.00	0.90	0.00	0.20	0.00	—
	0.23	1.20	0.37	0.035	0.035	1.20	0.30	0.30	0.30	—
	0.20	1.12	0.33	0.027	0.012	1.07	0.12	0.25	0.09	0.032
18 H2N4MA	0.14	0.25	0.17	0.00	0.00	1.35	4.00	0.30	0.00	—
	0.20	0.55	0.37	0.025	0.025	1.65	4.40	0.40	0.30	—
	0.19	0.43	0.30	0.021	0.02	1.58	4.39	0.32	0.13	0.06

$\frac{0.18}{0.23}$ oznacza: minimum do maksimum, 0.18 rzeczywista wartość pomiarowa

Charakterystyka technologiczna badanych kół zębatach jest zdeterminowana przez stosowanie dwóch technologii na etapie obróbki wykończeniowej: technologia A i technologia B. Podstawowe różnice między tymi technologiami tkwią w kolejności występowania obróbki cieplno-chemicznej (nawęglanie z hartowaniem) i obróbki mechanicznej ostatecznej, co wskazano w rozdziale pierwszym prezentowanej pracy. Twardość powierzchniowa boku zęba jest jednakowa, przy stosowaniu technologii A, jak i przy stosowaniu technologii B, która wynosi 60–62 HRC. Badania własne autora [1] wskazują, że inne parametry (naprężenia własne, zawartość austenitu szcążkowego, struktura geometryczna powierzchni) charakteryzujące stan warstwy wierzchniej, uzyskane w wyniku stosowania technologii A i technologii B, wykazują różnice na korzyść stosowania technologii B.

3. Budowa systemu projektowania przekładni zębatych

Wyznaczone doświadczalnie wartości liczbowe σ_{Hlim} i σ_{Flim} [1] w zależności od gatunku stali i stosowanej technologii, dają podstawę do opracowania, a w dalszej kolejności racjonalnego funkcjonowania systemu projektowania przekładni zębatych. Proponowany system posiada możliwości wykonywania obliczeń geometrycznych i wytrzymałościowych przekładni zębatych *power shift* oraz przekładni klasycznych. System posiada także możliwość prowadzenia obliczeń z zastosowaniem optymalizacji wielokryterialnej. Schemat ogólny systemu projektowania przekładni zębatych przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat systemu projektowania przekładni zębatych

Fig. 1. Schematic diagram of the toothed gear design process

System projektowania przekładni zębatych opracowano na podstawie znanych z literatury specjalistycznej i zaleceń normowych [2, 3, 4] zależności geometrycznych i wytrzymałościowych, występujących w przekładniach zębatych. W systemie zawarte są również wyznaczone w ramach badań własnych [1] parametry σ_{Hlim} i σ_{Flim} , charakteryzujące pięć gatunków stali i dwie technologie.

System KMT jako całość składa się z trzech bloków: KONSTRUKCJA, MATERIAŁ, TECHNOLOGIA. W każdym z bloków wyróżnia się moduły, pomiędzy którymi zachodzi sprzężenie. Blok MATERIAŁ i TECHNOLOGIA zawiera moduły, w których podane są gatunki materiału oraz wartości σ_{Hlim} i σ_{Flim} odniesione do technologii A i B. Z zapisanych

tak wartości korzysta największy w tym systemie blok KONSTRUKCJA. Blok ten składa się z następujących modułów: START, STRUKTURA, OPTYM, GEOMETRIA, ZGINZĘBA, NAPRKONT, WYDRUK, DECYZJA, STOP.

Za pomocą modułu START odbywa się uruchomienie kompleksowych obliczeń wykonywanych przez system, a także wprowadzanie nowych danych do obliczeń.

W module STRUKTURA budowany jest graficzny układ kinematyczny przekładni lub wczytywana jest wcześniej wygenerowana struktura układu, i dalej następuje rozpoznawanie struktury układu dla poszczególnych biegów.

W module OPTYM następuje uruchomienie optymalizacji wielokryterialnej dla proponowanej przez program lub wybranej przez użytkownika procedury optymalizacyjnej [5] oraz zestawu kryteriów cząstkowych, wartości normujących te kryteria i współczynników wagowych.

Moduł GEOMETRIA służy do obliczeń parametrów geometrycznych pojedynczych kół zębatych oraz pary kół, a także parametrów pomiarowych uzębienia.

Moduł ZGINZĘBA umożliwia obliczenia naprężeń zginających u podstawy zęba [2]. Obliczenia realizowane są dla wszystkich możliwych skojarzeń kół, tworzących pary zębate na poszczególnych biegach rozpatrywanej przekładni zębatej.

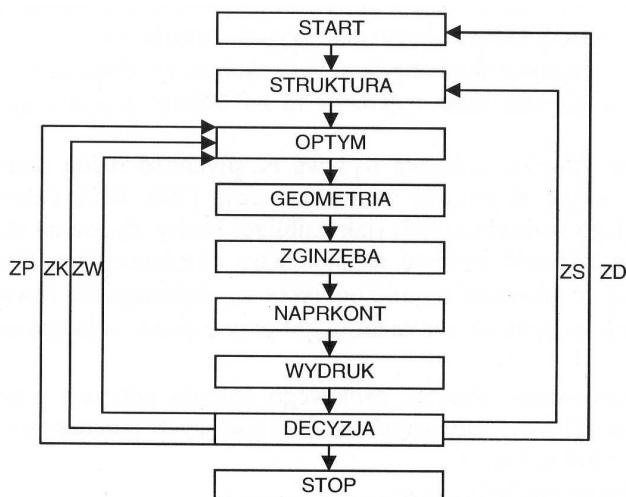
Moduł NAPRKONT służy do obliczeń naprężeń kontaktowych na powierzchniach współpracujących zębów kół zębatych [2]. Obliczenia w tym module realizowane są dla tych samych par zębatych, jak w przypadku modułu ZGINZĘBA.

Za pomocą modułu WYDRUK można drukować wyniki obliczeń pośrednich. Na przykład zachodzi potrzeba sprawdzenia wzajemnych relacji pomiędzy współczynnikiem kształtu zęba, a zmianą kąta zarysu i współczynnikiem przesunięcia zarysu.

Moduł DECYZJA jest modułem sterującym. Podejmowane są tu decyzje dotyczące na przykład: zmiany procedury optymalizacyjnej, zmiany kryteriów cząstkowych, zmiany danych, lub innych zmian dotyczących obliczeń.

Moduł STOP służy do drukowania wyników ostatecznych i tu następuje zakończenie prowadzonych obliczeń przez system.

Sekwencję poszczególnych modułów bloku KONSTRUKCJA przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Sekwencja modułów bloku KONSTRUKCJA

Fig. 2. Sequence of the block module CONSTRUCTION

Przedstawione na rysunku 2 symbole oznaczają: ZP – zmiana procedury optymalizacyjnej, ZK – zmiana zestawu kryteriów cząstkowych, ZW – zmiana wag kryteriów, ZS – zmiana struktury układu, ZD – zmiana danych.

Prezentowany system projektowania przekładni zębatych umożliwia rozwiązywanie bardzo dużych zadań obliczeniowych z optymalizacją, a jego środowiskiem jest system operacyjny Windows. Wykorzystanie w systemie projektowania przekładni zębatych optymalizacji wielokryterialnej [6, 7, 8, 9] daje konstruktorowi możliwość wyboru takich rozwiązań, które w drodze szerokiej analizy wielu wariantów otrzymanych wyników obliczeń, będą najbardziej korzystne w odniesieniu do określonych uwarunkowań eksploatacyjnych.

W systemie tym stosuje się dwie procedury optymalizacyjne [5]: procedurę „bconf” umożliwiającą minimalizację funkcji wielu zmiennych za pomocą metody quasi-Newtona, z gradientem wyznaczanym za pomocą różnic skończonych, oraz procedurę „nconf” służącą do minimalizacji funkcji wielu zmiennych, przy użyciu specjalnej metody programowania kwadratowego. Każda z wymienionych procedur jest wyposażona w dodatkowy algorytm kontynuacji obliczeń z modyfikacją najlepszego rozwiązania.

4. Analiza wybranych do optymalizacji parametrów przekładni zębatej

W bloku KONSTRUKCJA zawarto trzy parametry, charakteryzujące każdą przekładnię zębatą, które zostały przyjęte jako kryteria cząstkowe. Parametrami tymi są: czołowa liczba przyporu ε_a , współczynnik kształtu zęba y_f oraz całkowita masa kół zębatych m_c , występujących w przekładni.

Czołowa liczba przyporu wpływa na płynność ruchu obrotowego przekładni oraz na jej aktywność wibroakustyczną [4]. Konstruktor dokonując jej maksymalizacji, może wpływać

na parametry eksploatacyjne przekładni, a przez to także na charakter pracy kompletnej maszyny. Przeprowadzając optymalizację czołowej liczby przyporu, dokonuje się także pośrednio optymalizacji innych parametrów kół tworzących parę zębatą, występujących we wzorze na ε_a .

Optymalizowana wartość czołowej liczby przyporu jest wynikiem działania relacji matematycznych na następujących parametrach pary zębatej, utworzonej z kół z_1 i z_2 : liczba zębów koła z_1 i z_2 , wartość współczynników przesunięcia zarysu x_1 i x_2 , wartość kąta zarysu zęba α_o , wartość tocznego kąta przyporu α_w , wartość modułu koła zębatego m .

Maksymalizacja czołowej liczby przyporu nie może być jednak bezwarunkowa, z powodu tego, że do jej wzrostu przyczynia się ujemny współczynnik przesunięcia zarysu, który z kolei powoduje zmniejszenie grubości zęba w przekroju obliczeniowym ze względu na zginanie.

Parametrem geometrycznym zawierającym informacje o odporności zęba na zginanie jest współczynnik kształtu zęba, którego optymalizacja polega na wyznaczeniu uzasadnionej wartości minimalnej. W systemie projektowania przekładni zębatych uwzględnia się nacinanie zębów narzędziami z protuberancją, jak i bez protuberancji [2]. Od głębokości protuberancji uzależniona jest grubość zęba w przekroju obliczeniowym, która z kolei w największym stopniu (spośród innych parametrów) wpływa na współczynnik kształtu zęba.

Niektóre z parametrów występujących we wzorach na czołową liczbę przyporu i na współczynnik kształtu zęba, mają przeciwstawny wpływ. Jednym z nich jest współczynnik przesunięcia zarysu. Pozytywny wpływ ujemnego współczynnika przesunięcia zarysu na czołową liczbę przyporu jest równocześnie wpływem negatywnym na współczynnik kształtu zęba, co jest równoznaczne ze wzrostem naprężeń zginających.

W systemie projektowania przekładni zębatych, przeciwstawne wpływy niektórych parametrów rozwiązano za pomocą współczynników wagowych, niedopuszczających do skrajnie najlepszych i skrajnie najgorszych rozwiązań. Dzięki nim otrzymuje się rozwiązania optymalne ze względu na określone kryteria.

System projektowania przekładni zębatych posiada także możliwość optymalizacji masy kół zębatych, występujących w przekładni. Z optymalizacją masy kół wiążą się wymiary średnic oraz szerokości wieńca i piasty.

5. Przykład zadania optymalizacyjnego z zapisem kryteriów cząstkowych

W celu dokonania przykładowych obliczeń optymalizacyjnych dowolnej przekładni zębatej, należy określić zadanie optymalizacji, które zawiera między innymi dowolną ilość kryteriów cząstkowych. Podane tu będą dla przykładu trzy kryteria cząstkowe (K_1 , K_2 , K_3) oraz kryterium globalne (K_G), które zostały sformułowane następująco:

- odwrotność minimalnej czołowej liczby przyporu ε_a dla p par kół

$$K_1 = \frac{1}{\min_{i=1,p} \varepsilon_{ai}}$$

– maksymalny współczynnik kształtu zęba y_F dla k kół

$$K_2 = \max_{i=1,k} y_{Fi}$$

– masa całkowita kół występujących w przekładni

$$K_3 = \sum_{i=1}^k m_i$$

– kryterium globalne zostało zapisane zależnością

$$K_G = \sum_{j=1}^3 w_j \frac{K_j}{K_{nj}} \quad K_G \rightarrow \min$$

gdzie: p – ilość par kół zębatach w rozpatrywanej przekładni, k – ilość kół, w_j – współczynnik wagowy kryterium cząstkowego, K_{nj} – wartość normująca kryterium cząstkowe.

W zależności od dominującego znaczenia jednego z trzech rozpatrywanych kryteriów cząstkowych, przyjmuje się odpowiednie współczynniki wagowe, na przykład: $w_1 = 0,2$, $w_2 = 0,35$, $w_3 = 0,23$. W przypadku szczegółowych i wielowariantowych poszukiwań rozwiązań konstrukcyjnych przekładni zębatach, stosuje się kilka zestawów współczynników wagowych.

6. Wnioski

W tytule prezentowanej pracy „Warunki systemowego projektowania przekładni zębatach” zawarto wiele zagadnień należących do obszaru konstrukcji, materiału i technologii. Rozwinięte treści łącznego rozpatrywania tych zagadnień przedstawione w rozdziale drugim stały się podstawą do opracowania systemu projektowania przekładni zębatach.

W systemie tym stosuje się wyznaczoną doświadczalnie wartość zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej σ_{Hlim} oraz zmęczeniowej wytrzymałości objętościowej σ_{Flim} . System działa według schematu przedstawionego na rysunku 1, z którego wynika, że do racjonalnych obliczeń przekładni niezbędna jest znajomość wzajemnych relacji czynników konstrukcyjnych, materiałowych i technologicznych. Wymagania wobec takich relacji zostały spełnione za pomocą badań własnych autora.

Opracowany system ma tak ustaloną wewnętrzną strukturę, że może być stosowany do obliczeń przekładni zębatach *power shift*, a także do przekładni klasycznych. Może być też stosowany do obliczeń bez optymalizacji, a także z optymalizacją. System nie ma ograniczeń w przyjmowaniu ilości kryteriów cząstkowych, pomimo tego, że w rozdziale piątym przykładu zadania optymalizacyjnego takich kryteriów przyjęto trzy.

Literatura

- [1] Zwolak J., *System projektowania przekładni zębatych maszyn roboczych w ujęciu konstrukcyjno-materiałowo-technologicznym*, Rozprawa hab., AGH, Kraków 2006.
- [2] ISO 6336/1 – III, 1996: *Calculation of load capacity of spur and helical gears*.
- [3] Jaśkiewicz Z., Wąsiewski A., *Przekładnie walcowe*, WKŁ, Warszawa 1992.
- [4] Muller L., *Przekładnie zębate. Projektowanie*, WNT, Warszawa 1996.
- [5] Biblioteka procedur numerycznych IMSL, ver. 3.0.
- [6] Osiński Z., Wróbel J., *Wybrane metody komputerowo wspomaganego konstruowania maszyn*, PWN, Warszawa 1988.
- [7] Stachurski A., Wierzbiński A.P., *Podstawy optymalizacji*, OWPW, Warszawa 2001.
- [8] Stadnicki J., *Teoria i praktyka rozwiązywania zadań optymalizacji*, WNT, Warszawa 2006.
- [9] Wilk A., Olejek G., *Poliptymalizacja przekładni walcowych wielostopniowych*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Transport, z. 24, 1995.