BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
4-B/2010
ZESZYT 19
ROK 107
ISSUE 19
YEAR 107

ANDRZEJ MACHOWSKI*, ZBIGNIEW MENDERA**, ANDRZEJ ŻOŁYNIAK***

EFEKTY ZASTOSOWANIA EUROKODÓW W OBLICZENIACH SZKIELETU STALOWEGO BUDYNKU

EFFECTS OF APPLICATION OF EUROCODES IN THE CALCULATION OF STEEL FRAME BUILDING

Streszczenie

Na przykładzie szkieletu stalowego budynku 24-kondygnacyjnego porównano procedury i rezultaty obliczeń metodą stanów granicznych według eurokodów i dotychczasowych norm polskich. Otrzymane z przykładu wnioski jakościowe i ilościowe mają znaczenie dla całej klasy konstrukcji stalowych, obejmującej szkielety budynków wielokondygnacyjnych.

Słowa kluczowe: *szkielety stalowe budynków wielokondygnacyjnych*, *eurokody*, *normy polskie*, *stany graniczne*

Abstract

Procedures and results of calculation according to eurocodes and hitherto polish standards were compared each other on the example of an existing steel frame of 24 storey building. The quantitative and qualitative conclusion are relevant to entire steel structures class- they cover steel frames of tall buildings.

Keywords: *steel frames of tall buildings*, *eurocodes*, *polish standards*, *limit states*

* Dr hab. inż. Andrzej Machowski, prof. PK, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.
** Prof. dr hab. inż. Zbigniew Mendera, emerytowany profesor Politechniki Krakowskiej.
*** Mgr inż. Andrzej Żołyniak, asystent projektanta w biurze projektowym EJG Bułat w Krakowie.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

1. Wstęp

Postanowienia eurokodów dotyczące projektowania konstrukcji stalowych i oddziaływań na konstrukcje są analizowane w dość licznych publikacjach poświęconych najczęściej nośności różnego rodzaju elementów lub podzespołów konstrukcji bądź oddziaływaniom na konstrukcje. Zdaniem autorów niniejszego artykułu interesujące mogą być także porównania wzajemne otrzymanych z eurokodów i dotychczasowych norm polskich efektów ilościowych obliczeń stanów granicznych dużych obiektów. Porównania takie są interesujące wobec występowania istotnych różnic pomiędzy eurokodami i normami polskimi w zakresie wartości częściowych współczynników bezpieczeństwa, a także formuł i modeli obliczeniowych.

W artykule porównanie wspomnianych wcześniej efektów obliczeń przeprowadzono na przykładzie istniejącego szkieletu stalowego budynku 24-kondygnacyjnego. Obiekt ten wykorzystywano już w przeszłości [8] do analizy i interpretacji zaleceń normowych przy okazji wprowadzania normy PN-90/B-03200.

Obliczenia przeprowadzono w programie Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2009.

2. Charakterystyka konstrukcji

Przedstawiony na rys. 1a szkielet stalowy stanowi, wraz z wylewanymi na blasze fałdowej żelbetowymi płytami stropowymi połączonymi nieprzesuwnie z belkami stropowymi (rys. 1e), kompletny układ nośny – zrealizowany ponad 30 lat temu w Krakowie – obiektu, którego zakończenie realizacji ma nastąpić w najbliższych latach.

Główny układ nośny ma schemat 24-kondygnacyjnej przestrzennej ramy o węzłach sztywnych. Z układem tym nie współpracują lekkie ściany wypełniające szkielet ani też trzy żelbetowe szyby (nie uwidocznione na rysunku) odsunięte na ok. 10 mm od tarcz stropowych i mające łączną sztywność na przesunięcie poziome ok. 10-krotnie mniejszą od sztywności ramy [8]. Element wysyłkowy słupa obejmujący dwie dolne kondygnacje pokazano na rys. 1b. Słupy mają bisymetryczne przekroje dwuteowe skrzyżowane, spawane z blach ze stali St3S (S235 JR), jednakowe w obrębie tej samej kondygnacji i zmniejszające się stopniowo na wyżej położonych kondygnacjach (co dwie kondygnacje).

Przekrój słupów dolnych kondygnacji przedstawiono na rys. 1c, a przekrój rygli dolnych kondygnacji (obu kierunków) – na rys. 1d. Połączenia sztywne rygli ze słupami rozwiązano jako spawane spoinami czołowymi w warsztacie, a połączenia montażowe jako styki odsunięte spawane. Belki stropowe stanowią dwuteowniki walcowane.

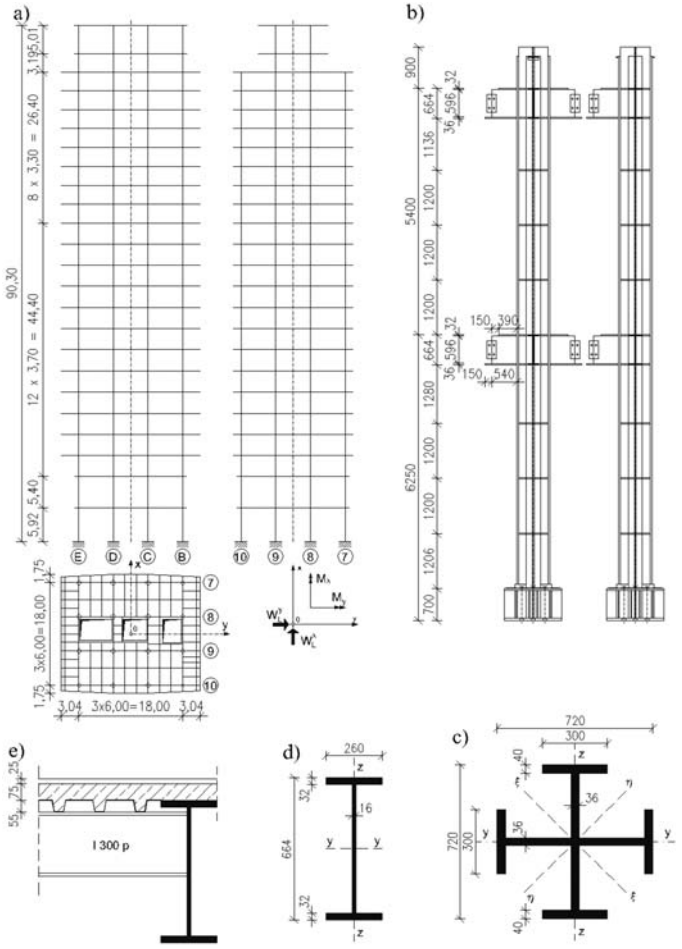
Komplet danych o obiekcie i obciążeniach oraz obliczenia według eurokodów i norm polskich zawiera praca magisterska A. Żołyniaka (Politechnika Krakowska), której rezultaty wykorzystuje się, w miarę potrzeby, w artykule.

3. Charakterystyka oddziaływań na konstrukcję

W obiekcie rozpatrywanym w dalszym ciągu dla trwałych sytuacji obliczeniowych [18] powinny być wzięte pod uwagę: obciążenia stałe (ciężar własny), obciążenia użytkowe

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

na stropach oraz obciążenia klimatyczne (wiatrem, śniegiem i zmianami temperatury). W artykule ograniczono się do przedstawienia tylko podstawowych informacji o oddziaływaniach na szkielet stalowy.



Rys. 1. Wykorzystany przykład szkieletu stalowego budynku
Fig. 1. Utilized example of building steel frame

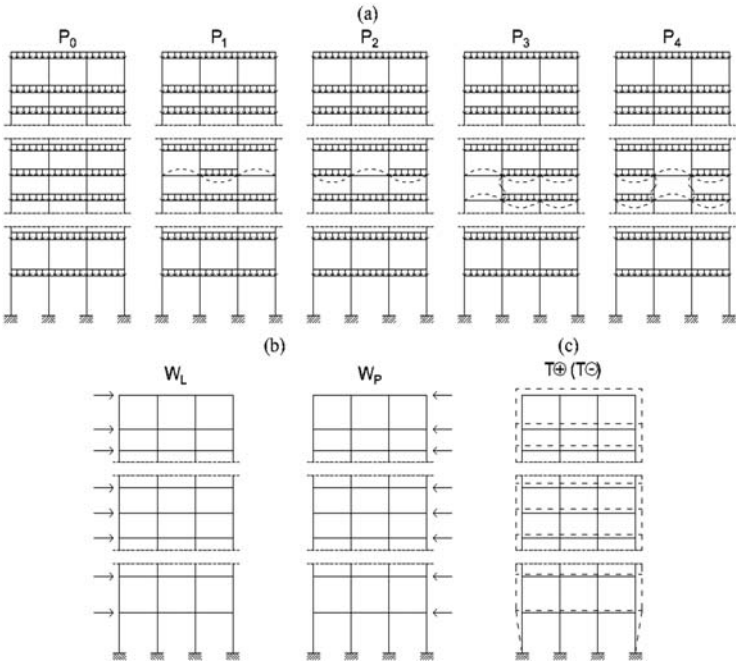
Wartość charakterystyczna ciężaru stałego całego szkieletu (szkieletu stalowego wraz z wypełnieniem) wynosi G_k = 59,0 MN, w tym: szkielet stalowy wraz z obudową przeciwpożarową $G_k^{KS} = 23,0$ MN, stropy i stropodach $G_k^{SD} = 31,2$ MN, ściany osłonowe (o ciężarze g_k = 0,60 kN/m^2) 4,8 MN.

Na ciężar szkieletu składają się: ciężar słupów 10,0 MN, ciężar rygli 8,7 MN i ciężar belek stropowych 4,3 MN. Ciężar rozłożony stropów (wszystkie warstwy wraz z podłogą i sufitem podwieszonym) $g_k^{SD} = 2,90 - 5,20$ kN/m^2.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Pola powierzchni otworów w stropach (pomiędzy osiami „8” i „9”), w których umieszczone są niezależne od szkieletu stalowego żelbetowe szyby komunikacyjne, wynoszą: $A_0 \cong 63$ m^2 – dla stropów nad kondygnacjami 1–22, $A_0 \cong 55$ m^2 – dla kondygnacji i = 23 oraz $A_0 \cong 48$ m^2 – dla i = 24. Średni ważony współczynnik obciążenia dla ciężaru własnego całego obiektu- odpowiadający normie polskiej [14] wynosi $\overline{\gamma}_G = 1{,}17$.

Wartości charakterystyczne obciążenia użytkowego równomiernie rozłożonego na stropach według eurokodu [19] wynoszą: p_k = 1,50–2,00 kN/m^2 – dla pokoi oraz p_k = 3,00–4,00 kN/m^2 – dla sal konferencyjnych (kondygnacje 4. i 16.) – ze wskazaniem na wartości górne. Odpowiednie wartości według dotychczasowej normy polskiej [15] wynoszą: p_k = 1,50 kN/m^2 oraz p_k = 3,00 kN/m^2. Po dodaniu wartości zastępczego obciążenia równomiernie rozłożonego na stropach, od lekkich ścian działowych, o wartości Δp_k = 1,20 kN/m^2 (możliwej do przyjęcia według obu norm) zastosowano w obliczeniach szkieletów według eurokodów i norm polskich jednolite wartości zastępcze: p_k = 2,70 kN/m^2 – dla pokoi, p_k = 4,20 kN/m^2 – dla sal konferencyjnych oraz p_k = = 5,00 kN/m^2 – dla maszynowni (strop nad kondygnacją 23.). W rozpatrywanym obiekcie nie były spełnione warunki umożliwiające stosowanie redukcji efektów obciążenia użytkowego w zależności od wielkości powierzchni obciążonych i liczby kondygnacji. Uwzględniane w obliczeniach rygli i słupów schematy „szachownic lokalnych” zestawiono na rys. 2a (schematy P1–P4 – dla ramy płaskiej).



Rys. 2. Schematy obciążeń zmiennych dla ramy płaskiej: obciążenia użytkowego (a), obciążenia wiatrem (b) oraz zmianami temperatury (c)

Fig. 2. Variable load diagrams for 2D frame: imposed load (a), wind load (b) and temperature changes (c)

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Wartość charakterystyczna globalnego obciążenia użytkowego (całego szkieletu) wynosi P_k = 27,9 MN, stąd na 1 słup dolnej kondygnacji przypada 27,9 MN/16 = 1,74 MN.

Dla obciążenia wiatrem w strefie I przyjęto według eurokodu [20] wartość bazową w_b = 0,30 kN/m^2 (teren kategorii III), a według normy polskiej [12] wartość charakterystyczną w_k = 0,25 kN/m^2 (teren B). Obciążenia wiatrem wg [12] i [20] wyznaczono dla kierunków osi X i Y (rys. 2b) – przy uwzględnieniu podstawowego okresu drgań własnych T = 3,3 s oszacowanego w pracy [8] – przy założeniu poziomych drgań giętnych układu z masami skupionymi w poziomach stropów. Wartości charakterystyczne poziomego obciążenia wiatrem całego budynku (łącznie – parcie i ssanie) wynoszą: według eurokodu [20] – $W_{k,X}$ = 2,300 MN i $W_{k,Y}$ = 1,920 MN, zaś według normy polskiej [12] $W^*_{k,X} = 1{,}870$ MN i $W^*_{k,Y} = 1{,}570$ MN.

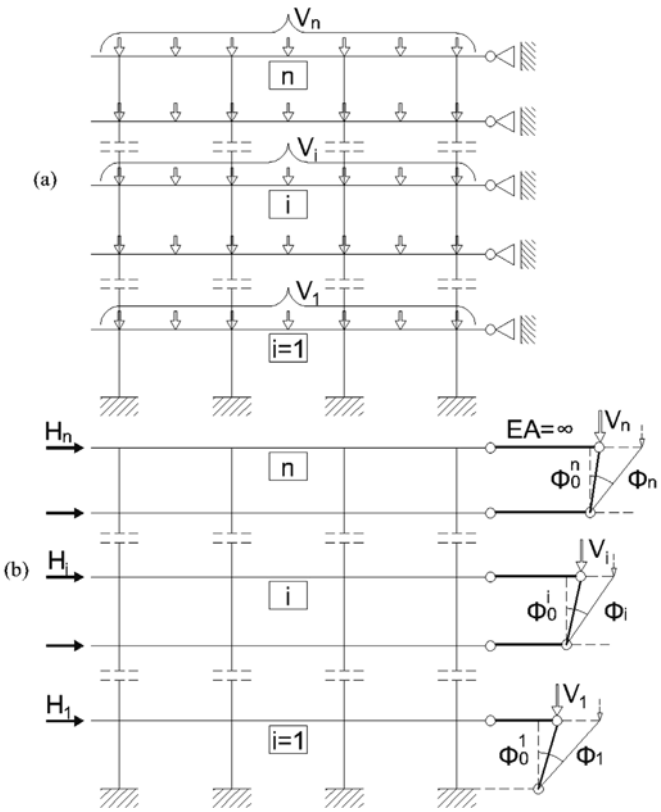
Wpływy termiczne [16, 21] uwzględniono przyjmując dla szkieletu z obudową przeciwpożarową, równomierną zmianę temperatury szkieletu w stosunku do temperatury montażu $\Delta T_k = \pm 20$ °C (rys. 2c).

4. Zastosowana koncepcja analizy stanów granicznych szkieletu

W obliczeniach stanu granicznego nośności szkieletu stalowego, mającego schemat ramy przestrzennej niestężonej (współpracującej ze sztywnymi tarczami stropów) o węzłach sztywnych i przekrojach prętów klasy 1, wykorzystano koncepcję normową [17, 22]. Koncepcja ta opiera się na zastosowaniu globalnej analizy sprężystej drugiego rzędu z uwzględnieniem zastępczych imperfekcji geometrycznych i z możliwością wykorzystania rezerwy plastycznej najbardziej wytężonych przekrojów prętów [22] (według [17] – tylko połowy rezerwy plastycznej przekroju pręta zginanego). Warunek nośności szkieletu sprawdza się tutaj, kontrolując nośność przekrojów prętów i stosując w obliczeniach uproszczonych odpowiednie normowe formuły nośności prętów równocześnie ściskanych i zginanych (myślowo wyodrębnionych z konstrukcji).

W przedstawionej dalej analizie nie zajmujemy się globalną rezerwą plastyczną szkieletu mierzoną przyrostem obciążenia pomiędzy stanem uplastycznienia najbardziej wytężonego przekroju pręta szkieletu a stanem równowagi granicznej szkieletu (punktem granicznym na ścieżce równowagi szkieletu). Potrzeba uwzględniania rezerwy plastycznej całego ustroju występuje w projektowaniu szkieletów narażonych na: działania sejsmiczne i parasejsmiczne [2], wiatry huraganowe, a także różne działania nieprzewidywalne (*abnormal loading*) – występujące w rezultacie wypadków lub sabotażu [2]. Szkieletom narażonym na wspomniane wyżej działania stawia się zazwyczaj wymagania dostatecznej ciągliwości (dostatecznie dużej dyssypacji mocy odkształceń plastycznych), co oznacza wymaganie dostatecznie długiej „półki" na ścieżce równowagi. Sposobem zapewnienia dostatecznej ciągliwości szkieletu ramowego może być ukształtowanie ramy ze słupami „mocnymi" tj. nieulegającymi uplastycznieniu wcześniej niż uplastycznią się rygle. Rozpatrywany szkielet ramowy nie spełnia wspomnianego warunku, podobnie jak ma to zwykle miejsce w przypadku szkieletów projektowanych bez uwzględnienia nadzwyczajnych działań na konstrukcje.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ



Ciąg przechyłów kondygnacji $i = 1, 2, \ldots, n$ wg teorii 2. rzędu $\Phi^i = \eta_i(\Phi_0^i + \Phi_1^i)$

gdzie:

$\eta_i \cong 1/(1-\Phi_{HV}^i)$ – współczynnik amplifikacji przechyłu,

Φ_0^i – przechył wstępny,

Φ_I^i – przechył od wiatru ($H_i \equiv W_i$) wg teorii 1. rzędu,

Φ_{HV}^i – przechył od kładu obc. pionowych ($H_i = V_i$) wg teorii 1. rzędu

Rys. 3. Schematy obliczeniowe ramy płaskiej: dla obciążeń pionowych (a) i dla obciążeń poziomych z uwzględnieniem efektu P – Δ (b)
Fig. 3. Design diagrams for 2D frame: verticle loads (a) and horizontal loads including P – Δ effect (b)

Za podstawę uproszczonej analizy sprężystej drugiego rzędu ramy przestrzennej stężonej sztywnymi tarczami stropów przyjęto sumowanie [9, 10] rozwiązań otrzymanych dla schematu przenoszenia tylko obciążeń pionowych (czyli układu grawitacyjnego) i schematu przenoszenia obciążenia poziomego przy równoczesnej obecności obciążeń

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

pionowych (czyli układu stężającego). Rozwiązania przybliżone ramy przestrzennej dla obciążeń pionowych wyznaczono sumując rozwiązania otrzymane dla schematów ram płaskich, o płaszczyznach równoległych do osi x i y, na przypadające na nie obciążenia pionowe (wyznaczone z uwzględnieniem schematów rusztów stropowych). W przypadku obciążeń poziomych, działających na układ stężający mający w rzucie poziomym kształt bisymetryczny i zwarty, ograniczono się do rozpatrzenia tylko efektów odpowiadających translacji sztywnych tarcz stropowych (bez obrotów tarcz) pod działaniem symetrycznego obciążenia poziomego. Podstawę obliczeń przybliżonych przy równoczesnym działaniu na cały szkielet obciążeń pionowych $\bar{V}_i$ i poziomych dla wybranego kierunku (X albo Y) $\bar{H}_i$ (i = 1, 2, …, n) stanowi rozwiązanie ramy płaskiej, równoległej do rozpatrywanej osi, na obciążenie $V_i = \bar{V}_i/4$ oraz $H_i = \bar{H}_i/4$ (rys. 3a i b).

W rozpatrywanym szkielecie, mającym słupy o małej smukłości ($h/i \cong 20 - 30$), wystarczy uwzględnić tylko efekt 2. rzędu w postaci dodatkowych momentów od obciążeń pionowych na poziomych przesunięciach węzłów, czyli efekt P – Δ. Efekt ten uwzględniamy w niniejszym artykule (mimo spełnienia normowych [17, 22] warunków pomijalności efektu P – Δ), wychodząc z proponowanego w [10] modelu ramy płaskiej (rys. 3b) obciążonej siłami poziomymi H_i oraz pionowymi V_i przyłożonymi w przegubach fikcyjnego łańcucha kinematycznego, złożonego z prętów sztywnych (EA = ∞) połączonego z ramą. Jednak zamiast wyznaczać (np. metodą iteracji) końcowe wartości (z uwzględnieniem efektu P – Δ) przechyłów Φ_i (i = 1, 2, …, n) zadowalamy się wartościami przybliżonymi otrzymanymi przez pomnożenie sumy $\Phi_{0_i} + \Phi_{I_i}$ (przechyłu wstępnego według tabeli 1, tj. przechyłu od obciążenia wiatrem o wartości charakterystycznej $H_{k_i} = W_{k_i}$ – obliczonego według teorii 1. rzędu) przez przybliżone wartości współczynnika amplifikacji η_i (wg rys. 3b).

Tabela 1

Przechyły wstępne Φ_0 według eurokodu [22] i normy polskiej [17]

Źródło		Eurokod		Norma polska	
formuły		$\Phi_0 = (1/200)\cdot\alpha_h\cdot\alpha_m$ $\alpha_h = 2/\sqrt{h} \geq 2/3$, h[m] $\alpha_m = \sqrt{0{,}5\cdot(1+1/m)}$		$\Phi_0 = (1/200)\cdot r_1\cdot r_2$ $r_1 = \sqrt{5/h_i} \leq 1$, h_i[m] $r_2 = 0{,}5\cdot(1+\sqrt{1/m})$	
obliczone wartości Φ_0	i	Φ_0^X	Φ_0^Y	Φ_0^X	Φ_0^Y
	1	2,64‰	2,64‰	3,45‰	3,45‰
	2			3,61‰	3,61‰
	3–22			3,75‰	3,75‰
	23			3,75‰	4,27‰
	24			3,75‰	4,20‰

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

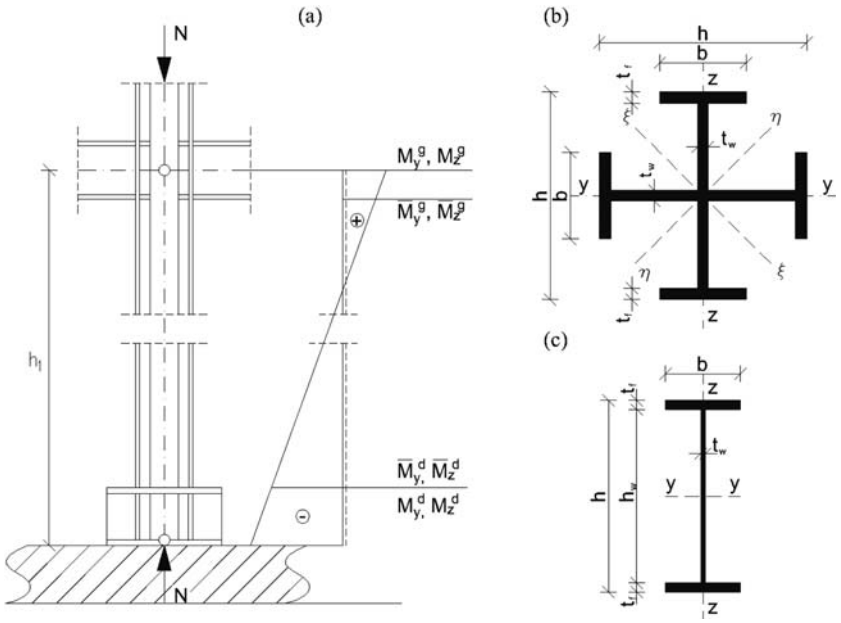
Wyznaczone w powyższy sposób (dla obciążeń W_i i V_i o wartościach charakterystycznych) przechyły „dopełnione” Φ_i pozwalają otrzymać rozwiązanie ramy od obciążeń poziomych (siły przekrojowe od obciążeń obliczeniowych W_i) z uwzględnieniem efektu P – Δ jako rozwiązanie statyki liniowej (teorii 1. rzędu) od skorygowanych obciążeń poziomych

$$H_i = W_i + \Delta H_i = W_i + \Phi_i \cdot P_i - \Phi_{i+1} \cdot P_{i+1}, \tag{1}$$

gdzie $P_i = \sum_{r=i}^{n} V_r$ – skumulowane obciążenie pionowe nad i-tą kondygnacją.

5. Ocena stopnia wykorzystania nośności słupów i rygli

Stopień wykorzystania nośności słupów i rygli szkieletu, oznaczany dalej literą „s”, wyznaczano, stosując formuły odpowiadające eurokodowi [22] i normie polskiej [17]. Wartości obliczeniowe sił przekrojowych: N, M_y, M_z oznaczone dla uproszczenia z pominięciem stosowanego w eurokodzie [22] indeksu dolnego „Ed”, przedstawiają efekty wywołane przez odpowiednie dla stanu granicznego nośności kombinacje obciążeń obliczeniowych.



Rys. 4. Oznaczenie sił przekrojowych (a), parametry geometryczne przekrojów: słupa (b) oraz rygla (c)
Fig. 4. Internal forces and moment mark (a), geometric properties of section: column (b), beam (c)

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Po stwierdzeniu, że w rozpatrywanym obiekcie występują pręty z przekrojami klasy 1. oraz że można pominąć wpływ ścinania i niestateczności giętno skrętnej na wartości „s” przyjęto formuły zestawione w tabeli 2.

Tabela 2

Formuły nośności słupów szkieletu (s ≤ 1): „a” – według kryterium wytrzymałości przekroju przywęzłowego „b” według kryterium stateczności

Kryterium	PN-EN 1993-1-1	PN-90/B-03200
a	$\bar{s} = \max(\bar{s}_g, \bar{s}_d)$ gdzie, dla $j = g, d$; $\bar{s}_j = \frac{\lvert N \rvert}{N_{Rk}} + \frac{\lvert \bar{M}_y^j \rvert}{M_{y,Rk}} + \frac{\lvert \bar{M}_z^j \rvert}{M_{z,Rk}}$, $N_{Rk} = A \cdot f_y$, $M_{y,Rk} = M_{z,Rk} = W_{pl} \cdot f_y$, $W_{pl} = \alpha_{pl} \cdot W_{el}$, $\alpha_{pl} \cong 1{,}30$	$\bar{s}^* = \max(\bar{s}_g^*, \bar{s}_d^*)$ gdzie, dla $j = g, d$; $\bar{s}_j^* = \frac{\lvert N^* \rvert}{N_{Rd}} + \frac{\lvert \bar{M}_y^{j*} \rvert}{M_{y,Rd}} + \frac{\lvert \bar{M}_z^{j*} \rvert}{M_{z,Rd}}$, $N_{Rd} = A \cdot f_d$, $M_{y,Rd} = M_{z,Rd} = W_p \cdot f_d$, $W_p = \alpha_p \cdot W_{el}$, $\alpha_p = 0{,}5 \cdot (1 + \alpha_{pl}) \cong 1{,}15$
b	$s = \max(s_y, s_z)$ gdzie: $s_y = n_{by} + k_{yy} \cdot m_y + k_{yz} \cdot m_z$, $s_z = n_{bz} + k_{zy} \cdot m_y + k_{zz} \cdot m_z$, dla $j = y, z$. ($\chi_y = \chi_z = \chi$) $n_{by} = n_{bz} = n_b = \lvert N \rvert / (N_{Rk} \cdot \chi)$, $m_j = M_j / M_{j,Rk}$, $M_j = \max(\lvert M_j^g \rvert, \lvert M_j^d \rvert)$, $M_j' = \min(\lvert M_j^g \rvert, \lvert M_j^d \rvert)$, $\psi_j = (M_j' / M_j) \cdot sign(M_j^g \cdot M_j^d)$, $C_{mj} = \max(0{,}6 + 0{,}4 \cdot \psi_j, 0{,}4)$, $k_{yy} = C_{my} \cdot \omega$, $k_{zz} = C_{mz} \cdot \omega$ $k_{zy} = 0{,}6 \cdot k_{yy}$, $k_{yz} = 0{,}6 \cdot k_{zz}$, $\omega = 1 + (\bar{\lambda} - 0{,}2) n_b$ – dla $\bar{\lambda} \le 0{,}4$, $\omega = 1 + (2 \cdot \bar{\lambda} - 0{,}6) n_b$ – dla $\bar{\lambda} > 0{,}4$,	$s^* = \max(s_y^*, s_z^*)$ gdzie: $s_y^* = n_{by}^* + \beta_y \cdot m_y^* + \beta_z \cdot m_z^* + \Delta_y^*$, $s_z^* = n_{bz}^* + \beta_y \cdot m_y^* + \beta_z \cdot m_z^* + \Delta_z^*$, dla $j = y, z$. ($\varphi_y = \varphi_z = \varphi$) $n_{by}^* = n_{bz}^* = n_b^* = \lvert N^* \rvert / (N_{Rd} \cdot \varphi)$, $m_j^* = M_j^* / M_{j,Rd}$, $M_j^* = \max(\lvert M_j^{g*} \rvert, \lvert M_j^{d*} \rvert)$, $M_j^{*\,'} = \min(\lvert M_j^{g*} \rvert, \lvert M_j^{d*} \rvert)$, $\psi_j^* = (M_j^{*\,'} / M_j^*) \cdot sign(M_j^{g*} \cdot M_j^{d*})$, $\beta_j = \max(0{,}55 + 0{,}4 \cdot \psi_j^*, 0{,}4)$, $\Delta_j^* = 1{,}25 \cdot \varphi_j \cdot \bar{\lambda}_j^{*2} \cdot \beta_j \cdot m_j^* \cdot n^* \le 0{,}1$, $n^* = \lvert N^* \rvert / (A \cdot f_d)$, $\bar{\lambda}_j^* = \lambda_j^* / \lambda_p$, $\lambda_p = 84 \cdot \sqrt{215 / f_d}$, f_d [MPa]

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Formuły grupy „a” dotyczą wartości „$\bar{s}$” i „$\bar{s}^{*}$” – odpowiadających kryteriom nośności przekrojów przywęzłowych słupa (leżących na wysokości krawędzi rygla albo podstawy słupa (rys. 4a)), natomiast formuły grupy „b” przeznaczone są do obliczania wartości „s” i „s^{*}” – odpowiadających kryterium stateczności słupa (nośności przęsła słupa z warunkami wytrzymałości najbardziej wytężonego przekroju międzywęzłowego słupa).

Dla przekroju słupów różnych kondygnacji, o geometrii wg rys. 4b, podstawowe wymiary, a także pola przekroju A i wskaźniki sprężyste zginania $W_{el} = W_{y,el} = W_{z,el}$ zestawiono w tabeli 3, w której zamieszczono także odpowiednie dane dla rygli (rys. 4c).

Tabela 3

Charakterystyki geoemtryczne przekrojów słupów i rygli

	Symbol	Kondygnacja	h [mm]	b [mm]	t_w [mm]	t_f [mm]	A [cm^2]	i [cm]	W_{el} [cm^3]
słupy	S_1	1 i 2	720	300	36	40	927,8	20,09	10407
	S_2	3 i 4			30	40	855,0	20,56	10040
	S_3	5 i 6	680	280	28	40	776,2	19,49	8671
	S_4	7 i 8			26	36	712,6	19,51	7976
	S_5	9 i 10	640	260	26	36	663,0	18,27	6914
	S_6	11 i 12			24	32	603,5	18,28	6299
	S_7	13 i 14	600	240	24	32	558,7	17,04	5408
	S_8	15 i 16			22	30	520,8	17,13	5097
	S_9	17 i 18	540	220	20	30	452,0	15,58	4064
	S_{10}	19–24			20	25	412,0	15,35	3595
rygle	R_1	1,2,4	664	260	16	32	262,4	27,27	5877
	R_2	3	600		15	30	237,0	24,86	4884
	R_3	5	800	240		32	264,0	32,36	6911
	R_4	6–8	600		14	30	219,6	24,83	4515
	R_5	9 i 10		220	12	26	180,2	24,79	3692
	R_6	11 i 12				24	171,8	24,66	3482
	R_7	13–15		200		22	154,7	24,22	3024
	R_8	16				24	162,2	24,39	3216
	R_9	17	700	180		24	164,6	27,72	3613
	R_{10}	18 i 19	500			20	127,2	20,07	2049
	R_{11}	20 i 21				18	120,5	19,88	1906
	R_{12}	22	540			24	145,4	21,86	2573
	R_{13}	23	600			30	172,8	24,48	3452
	R_{14}	24	340		10	20	102,0	14,25	1218
	Wsp. X	3–22	320	130		12	65,6	12,77	669
	Wsp. Y	3–22	550	220	12	25	170,0	22,80	3213

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Przyjęte w formułach grupy „a” nośności graniczne: N_{Rk}, $M_{y,Rk}$, oraz $M_{z,Rk}$ odpowiadają, zgodnie z eurokodem [22] wartościom charakterystycznym granicy plastyczności f_y i „pełnemu” wskaźnikowi plastycznemu zginania W_{pl}, natomiast wartości: N_{Rd} i $M_{z,Rd}$ odpowiadają, zgodnie z normą polską [17], wytrzymałości obliczeniowej f_d i „średniemu” sprężysto-plastycznemu wskaźnikowi zginania W_p.

Wobec braku w zaleceniach normowych i dostępnej literaturze dokładniejszych (nieliniowych) formuł interakcyjnych $N - M_y - M_z$ dla przekroju dwuteowo-krzyżowego przyjęto ostrożne liniowe formuły interakcyjne (wg części „a” tabl. 2). W formułach stateczności, opisanych w części „b” tabeli 2, stopnie wykorzystania nośności „s” i „s^*” (które, podobnie jak i poprzednio omówione „$\bar{s}$” i „$\bar{s}^*$”, nie powinny przekraczać jedności) przedstawione są w zależności od bezwymiarowych sił osiowych: n_b i n_b^* oraz bezwymiarowych momentów: m_y, m_z, m_y^*, m_z^*. Wielkości te zapisano z zastosowaniem: współczynników wyboczeniowych χ i φ (różniących się dla tej samej smukłości najwyżej o kilka procent). Współczynniki k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz} przyjęto wg tabeli B1 eurokodu [22], biorąc dla słupa o przekroju dwuteowo-krzyżowym ostrożną wartość k_{zz} (przyjętą jak dla k_{yy}).

Szczegółową analizę i porównanie różnych formuł stateczności słupów ściskanych i zginanych zawierają prace [7, 11]. Z prac tych wynika w szczególności, że formuła przyjęta w normie polskiej PN-90/B-03200 może być traktowana jako uproszczenie formuły z normy niemieckiej DIN-18800 mającej, podane przez K. Roika i U. Kuhlman [23], konsekwentne wyprowadzenie z warunku wytrzymałości pręta obliczanego wg teorii 2. rzędu z uwzględnieniem zastępczego wygięcia wstępnego.

W przypadku bisymetrycznego przekroju dwuteowo-krzyżowego słupa we wspomnianej formule stateczności wg [23] w miejsce β_j i Δ_j, wg tabeli 2 pojawiają się:

$$\beta_j^* = \max(0,6 + 0,4 \cdot \psi_j,\ 0,4,\ 1 - n_{E_j}) \tag{2}$$

oraz

$$\Delta_j^* = n_{b_j} \cdot (1 - n_{b_j}) \cdot \varphi_j^2 \cdot \bar{\lambda}_j^2 \tag{3}$$

O ile różnice pomiędzy Δ_j i Δ_j^* są nieznaczne to β_j^* wypada jednak istotnie większe od β_j – co jest spowodowane występowaniem w (2) członu $1 - n_{E_j}$, w którym

$$n_{E_j} = N/N_{E_j} = (N/N_{Rc}) \cdot \bar{\lambda}_j^2 = n \cdot \bar{\lambda}_j^2 \tag{4}$$

W rezultacie otrzymywana na tej podstawie wartość s^{**} wypada większa s i s^*, a w rozpatrywanym przykładzie (tabela 4a) dla kondygnacji 1. s^{**} przewyższyło nawet wartości $\bar{s}$ i $\bar{s}^*$ dla przekrojów przywęzłowych słupa.

Stopnie wykorzystania przekrojów rygli leżących na zewnętrznych płaszczyznach stopek słupów, obliczone według eurokodów (s) i wg norm polskich (s^*), zestawiono w tabeli 5a.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Tabela 4

Stopień wykorzystania nośności (s) słupów (a) i odpowiednie kombinacje oddziaływań (b)

(a)

Element wysyłkowy słupa	Eurokody			Normy polskie (DIN)			
	s	$\bar{s}$	kombinacje	s^*	$\bar{s}^*$	(s^{**})	kombinacje
S_1	0,689	**0,811**	4	0,705	**0,835**	(0,921)	4
S_2	0,519	**0,672**	3	0,553	**0,688**	(0,739)	3
S_3	0,501	**0,616**	3	0,538	**0,639**	(0,703)	3
S_4	0,478	**0,593**	3	0,513	**0,618**	(0,667)	3
S_5	0,487	**0,604**	3	0,497	**0,607**	(0,657)	3
S_6	0,425	**0,521**	3	0,479	**0,589**	(0,641)	3
S_7	0,418	**0,531**	3	0,452	**0,563**	(0,618)	3
S_8	0,369	**0,473**	3	0,406	**0,504**	(0,556)	3
S_9	0,358	**0,470**	3	0,386	**0,484**	(0,552)	3
S_{10}	0,308	**0,399**	5	0,328	**0,429**	(0,473)	5

(b)

Numer	Eurokody	Normy polskie
3	$G + W_P^X + 0,7 \cdot (P_3^X + P_3^Y) + 0,6 \cdot T^+$	$G + W_P^X + 0,9 \cdot (P_3^X + P_3^Y) + 0,8 \cdot T^-$
4	$G + W_L^Y + 0,7 \cdot P_0 + 0,6 \cdot T^+$	$G + W_L^Y + 0,9 \cdot P_0 + 0,8 \cdot T^+$
5	$G + (P_3^X + P_3^Y) + 0,6 \cdot W_P^X + 0,6 \cdot T^-$	$G + (P_3^X + P_3^Y) + 0,9 \cdot W_P^X + 0,8 \cdot T^+$

Tabela 5

Stopień wykorzystania nośności (s) rygli (a) i odpowiednie kombinacje oddziaływań (b)

(a)

Rygiel		R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9
eurokody	$\bar{s}$	0,515	0,420	0,347	0,415	0,457	0,448	0,447	0,353	0,315
normy polskie	$\bar{s}^*$	0,489	0,397	0,333	0,410	0,459	0,455	0,463	0,374	0,333
kombinacje		1	2	2	2	2	2	2	2	2

Rygiel		R_{10}	R_{11}	R_{12}	R_{13}	R_{14}	Wsp. X	Wsp. Y
eurokody	$\bar{s}$	0,400	0,385	0,284	0,185	0,270	0,494	0,531
normy polskie	$\bar{s}^*$	0,432	0,422	0,311	0,203	0,295	0,510	0,557
kombinacje		2	2	2	2	2	3	3

(b)

Numer	Eurokody	Normy polskie
1	$G + W_L + 0,7 \cdot P_0 + 0,6 \cdot T^+$	$G + W_L + 0,9 \cdot T^+ + 0,8 \cdot P_0$
2	$G + W_L + 0,7 \cdot P_0$	$G + W_L + 0,9 \cdot P_0$
3	$G + P_0$	$G + P_0$

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Odpowiednie decydujące kombinacje obciążeń zapisano w tabeli 5b. Obliczenia wykonano uwzględniając, że rygle są zabezpieczone przed zwichrzeniem, a dla otrzymanych z obliczeń sił przekrojowych wystarczy uwzględnić momenty zginające bez interakcji z siłą poprzeczną i siłą osiową. Dla mających przekroje klasy 1. rygli uwzględniono momenty graniczne $M_{y,Rk} = W_{pl,y} \cdot f_y$ według [22] oraz $M_{y,Rd} = W_{p,y} \cdot f_d$ według [17].

6. Sprawdzenie wymagań stanu granicznego użytkowalności

W zakresie kontroli ugięć pionowych rygli w przęsłach i na końcach wsporników brak istotnych różnic pomiędzy eurokodami i normami polskimi, dotyczących wartości charakterystycznych obciążeń i ugięć granicznych. Interesujące może być natomiast porównanie przemieszczeń poziomych wywoływanych przez wiatr, obliczonych według eurokodu i dotychczasowych norm polskich.

Wyniki obliczeń poziomych przesunięć węzłów u_i oraz przechyłów $\Phi_i = u_i/z_i$ (gdzie z_i – wyniesienie osi górnego rygla i-tej kondygnacji nad poziom oparcia szkieletu stalowego na fundamencie) przedstawiono dla kondygnacji $i = 1, 2, \ldots, 24$ na rys. 5.

Wartości Φ_i przedstawiają zatem dla każdego i przechyły dolnej części szkieletu, zawartej pomiędzy poziomem oparcia na fundamencie a osią górnego rygla i-tej kondygnacji.

Obliczenia wykonano dla silniej obciążonego wiatrem kierunku X (rys. 1). W rozpatrywanym przypadku budynku o zwartym i zbliżonym do kwadratu rzucie poziomym ograniczano się do wyznaczenia wartości u_i i Φ_i związanych z translacją (bez obrotu) tarcz stropowych. Odpowiadający takiemu przyjęciu zastępczy schemat plaski szkieletu wg rys. 3 obliczono dla wartości charakterystycznych obciążenia wiatrem, uwzględniając w obliczeniach uproszczonej teorii 2. rzędu także obciążenia stałe i obciążenia technologiczne na stropach o wartościach charakterystycznych.

Porównanie wyników obliczeń wg teorii 1. rzędu i uproszczonej teorii 2. rzędu (w zakresie sprężystym) dla obciążeń wg eurokodów i dotychczasowych norm polskich przedstawiono na rys. 5.

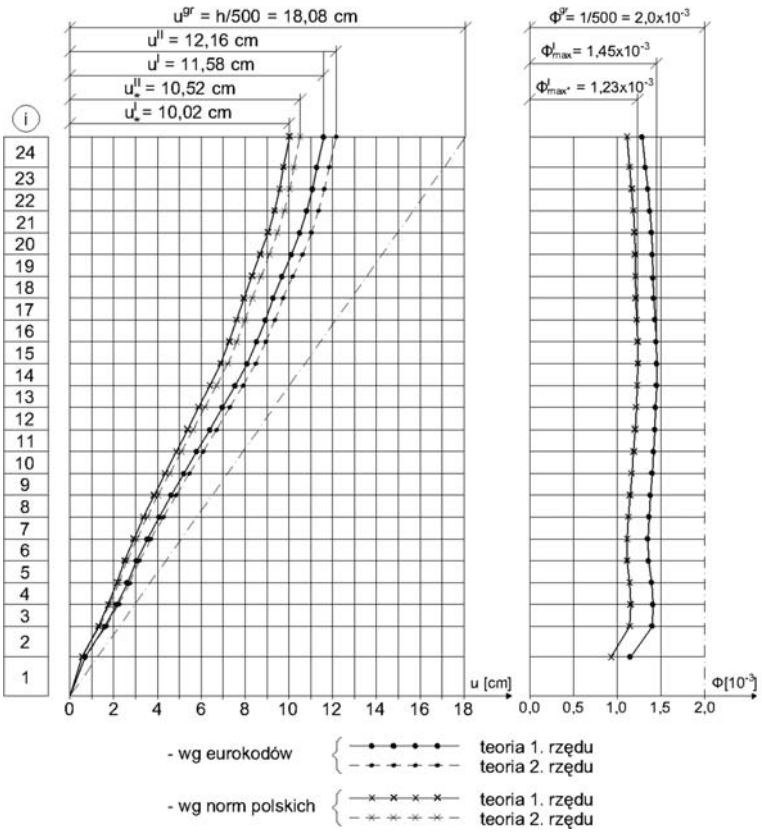
Wartości maksymalne przechyłów (otrzymane dla $i = 14$) obliczone wg eurokodów i norm polskich oraz wg teorii 1. rzędu i uproszczonej teorii 2. rzędu zestawiono i porównano wzajemnie w tabeli 6.

Tabela 6

Porównanie maksymalnych przechyłów, obliczonych według eurokodów i norm polskich

	Eurokody (EC)	Polskie normy (PN)	Φ_{*EC} / Φ_{*PN}
$\Phi_*^{\mathrm{I}} = \max\limits_{i=1}^{n} \Phi_i^{\mathrm{I}}$	$1{,}449 \cdot 10^{-3}$	$1{,}232 \cdot 10^{-3}$	1,176
$\Phi_*^{\mathrm{II}} = \max\limits_{i=1}^{n} \Phi_i^{\mathrm{II}}$	$1{,}522 \cdot 10^{-3}$	$1{,}294 \cdot 10^{-3}$	1,176
$\eta = \Phi_*^{\mathrm{II}} / \Phi_*^{\mathrm{I}}$	1,050	1,050	

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ



Rys. 5. Kontrola efektów działania obciążenia wiatrem o wartości charakterystycznej wg eurokodu [20] i normy polskiej [12]; (a) poziome przesunięcia węzłów, (b) przechyły Φ_i

Fig. 5. Characteristic wind action effects control according to eurocode [20] and polish standard [12]; (a) horizontal joint displacements, (b) sways Φ_i

Znacznie większe (o ok. 18%) przechyły otrzymane wg eurokodów związane są z większym obciążeniem wiatrem otrzymywanym z eurokodu [20] aniżeli z dotychczasowej normy polskiej [12]. Niewielki efekt 2. rzędu (efekt P – Δ) mierzony współczynnikiem amplifikacji przechyłu $\eta = 1{,}05$, przy równoczesnym niewielkim odchyleniu profilu poziomych przesunięć węzłów (rys. 5a) od linii prostej (siecznej) uzasadnia zastosowanie opisanych wcześniej obliczeń przybliżonych.

Wymagania normowe dotyczące uwzględniania efektu P – Δ w obliczeniach stanu granicznego użytkowalności wykazują wzajemne rozbieżności. Według dotychczasowej normy polskiej [17] kontroli podlegają przechyły Φ_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) obliczone wg teorii 1. rzędu, zaś w eurokodzie [22] przyjęto, że efekt P – Δ należy uwzględniać w stanie granicznym użytkowalności wówczas gdy wpływa on istotnie na zachowanie się konstrukcji.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Ewentualne uwzględnianie w obliczeniach przechyłów w stanie granicznym użytkowalności, wpływów termicznych i wpływu zastępczych obciążeń poziomych od przechyłów wstępnych zależy od interpretacji warunków ograniczających przechyły.

Według przykładowych obliczeń wielkość wspomnianych niekorzystnych wpływów jest zbliżona do wielkości pomijanego zazwyczaj korzystnego wpływu skończonych wymiarów węzłów. Stosowane dawniej normowe warunki ograniczające przesunięcia poziome i przechyły w stalowych szkieletach budynków wielokondygnacyjnych [7]: dla pojedynczej kondygnacji $\phi_i \le \phi^{gr}$ (dla i = 1, 2, …, n) oraz dla całego szkieletu $\Phi = \Phi_n \le \Phi^{gr}$ (najczęściej dla: ϕ^{gr} = 1/300 i Φ^{gr} = 1/500) miały interpretację prostszą aniżeli warunek $\Phi_i \le 1/500$ (dla i = 1, 2, …, n). Ograniczenie przechyłu ϕ_i (i = 1, 2, …, n) dla każdej kondygnacji z osobna ($\phi_i = \Delta_i / h_i$, gdzie: $\Delta_i = u_i - u_{i-1} \ge 0$ – względny przesuw poziomy górnego i dolnego rygla i-tej kondygnacji; h_i – wysokość i-tej kondygnacji) miało na celu zabezpieczenie wypełnienia szkieletu przez uszkodzeniem. Z kolei ograniczenie przechyłu $\Phi = \Phi_n = u_n / h$ (gdzie $h = \sum_{i=1}^{n} h_i$ – wysokość całego szkieletu) stanowi zarazem ograniczenie średniej ważonej przechyłów kondygnacji ϕ_i (z wagami proporcjonalnymi do wysokości kondygnacji). Warunek ograniczający dla Φ, podobnie jak i warunek dla Φ_i interpretuje się [7] jako pośrednie ograniczenie odczuwalności (przez użytkownika budynku) drgań budynku wzbudzonych przez wiatr. Kryterium $\Phi_i \le 1/500$ wprowadza pośrednio także ograniczenie dla przechyłów ϕ_i pojedynczych kondygnacji. Jest to ograniczenie najostrzejsze dla pierwszej kondygnacji ($\phi_i = \Phi_1 \le 1/500$) i coraz łagodniejsze dla wyżej położonych kondygnacji.

Dla szkieletów liczących powyżej 20 kondygnacji kontrola odczuwalności drgań wzbudzanych przez wiatr wymaga obliczeń według modeli uwzględniających oprócz sztywności szkieletu (na przechył) także wpływy: masy budynku i jej rozmieszczenia w przestrzeni oraz charakterystyki tłumienia i charakterystyki częstotliwościowej wiatru.

Obliczenia przedstawione w pracy [8] wykazały, że wzbudzane przez wiatr drgania rozpatrywanego budynku 24-kondygnacyjnego mieszczą się jeszcze w strefie drgań słabo odczuwalnych. Ma to miejsce dzięki zastosowaniu przekrojów rygli zaprojektowanych z dość dużą rezerwą nośności i zapewniających znaczny zapas sztywności szkieletu w stosunku do wartości granicznej przechyłu Φ^{gr} = 1/500.

7. Wnioski

Otrzymane z obliczeń największe wartości stopnia wykorzystania nośności (por. tabela 4): $\bar{s} = 0{,}811$ i $\bar{s}^* = 0{,}835$ (gwiazdką oznaczamy wielkości odpowiadające dotychczasowym normom polskim) są do siebie zbliżone. Odwrotności: $1/\bar{s} \cong 1{,}23$ oraz $1/\bar{s}^* \cong 1{,}20$ odpowiadają współczynnikowi konsekwencji zniszczenia, ogólnie nie wyspecyfikowanemu w zaleceniach normowych, którego wartość γ_n = 1,20 dobrze odpowiada budynkom wysokim (podwyższone wymagania bezpieczeństwa) [9].

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Otrzymanie zbliżonych wartości $\bar{s}$ i $\bar{s}^*$, pomimo istotnych różnic ilościowych pomiędzy zaleceniami eurokodów i norm polskich, można wytłumaczyć wzajemną kompensacją efektów różnych czynników wpływających na $\bar{s}$ i $\bar{s}^*$.

Przyjęcie w eurokodzie [3, 22] niskiej wartości współczynnika materiałowego γ_{M0} = 1,0, zamiast jak w normie polskiej [17] np. $\gamma_R = R_d/R_k$ = 225/205 ≅ 1,10 jest kompensowane, w przybliżeniu, przyjęciem podwyższonych wartości współczynników obciążenia γ_G = 1,35 i γ_Q = 1,50; dla których mamy: $\gamma_G / \bar{\gamma}_G^* = 1,35/1,20 \cong 1,12$ oraz $\gamma_Q / \bar{\gamma}_Q^* = 1,50/1,30 \cong 1,15$ (jeżeli jako wartości średnie współczynników obciążenia według normy polskiej [13] przyjąć: $\bar{\gamma}_G^* = 1,20$ i $\bar{\gamma}_Q^* = 1,30$). Niekorzystny wpływ zwiększenia w eurokodzie [20] w stosunku do normy polskiej [12] obciążenie wiatrem jest kompensowany przez trzy korzystniejsze aniżeli w normach polskich ustalenia: (1) uwzględnienie pełnej rezerwy plastycznej nośności przekroju pręta zginanego w [22], zamiast połowy wg [17], (2) przyjęcie mniejszych wartości przechyłu wstępnego (tabl. 1), (3) przyjęcie w [18] korzystniejszych zasad kombinacji obciążeń aniżeli w [13].

Dla innych szkieletów stalowych budynków wielokondygnacyjnych można oczekiwać podobnych relacji pomiędzy wynikami obliczeń w stanach granicznych nośności według eurokodów i dotychczasowych norm polskich.

Wobec ilościowych i jakościowych różnic dotyczących obciążenia wiatrem według eurokodu [20] i dotychczasowej normy polskiej [12] odczuwalność drgań wzbudzanych przez wiatr, analizowana już wcześniej [8] z wynikiem mieszczącym się jeszcze w zakresie drgań słabo odczuwalnych, powinna być sprawdzona ponownie, zwłaszcza gdyby miała zostać zrealizowana nadbudowa szkieletu.

Na zakończenie warto zauważyć, że wnioski na ogół zbliżone do przedstawionych w niniejszym artykule wniosków dotyczących szkieletów ramowych o węzłach sztywnych otrzymano w pracy [5] dla szkieletów ramowych o węzłach podatnych. Tematyka stanów granicznych szkieletów stalowych budynków jest prezentowana w nowych publikacjach: monografiach, artykułach i podręcznikach, m.in. [1, 4, 5, 24].

Badania naukowe wykonano w ramach realizacji Projektu „Innowacyjne środki i efektywne metody poprawy bezpieczeństwa i trwałości obiektów budowlanych i infrastruktury transportowej w strategii zrównoważonego rozwoju" współfinansowanego przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego w ramach Programu Operacyjnego Innowacyjna Gospodarka.

Literatura

[1] *Budownictwo Ogólne*, tom V: *Stalowe konstrukcje budynków. Projektowanie według Eurokodów z przykładami obliczeń*, Arkady 2010.

[2] CTBUH, *Monograph on the planning and design of tall buildings*, Vol. S.B. *Structural design of tall steel buildings*, Council on Tall Buildings and Urban Habitat 1979.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

[3] Eurocode No. 3: *Common unified rules for steel structures*. ECSC-EEG-EAEC, Brussels–Luxembourg, 1984.
[4] Giżejowski M., Barszcz A., Ślęczka L., *Ogólne zasady projektowania stalowych układów ramowych według PN-EN 1993-1-1*, Inżynieria i Budownictwo, nr 7/2009, 386-393.
[5] Giżejowski M., Barszcz A., Ślęczka L., *Ogólne zasady projektowania ram o węzłach podatnych według PN-EN 1993-1-1 i PN-EN 1993-1-8*, Inżynieria i Budownictwo, nr 11/2009, 626-635.
[6] Machowski A., *Kąt przechyłu jako kryterium użytkowania stalowych szkieletów wielokondygnacyjnych*, Inżynieria i Budownictwo, nr 1/1991, 27-30.
[7] Machowski A., *Zagadnienia stanów granicznych i niezawodności szkieletów stalowych budynków wielokondygnacyjnych*, Monografia nr 262, Politechnika Krakowska, Kraków 1999.
[8] Machowski A., Mendera Z., Razowski A., *Interpretacja kryteriów nośności i użytkowania szkieletów stalowych na przykładzie budynku wysokiego*, Inżynieria i Budownictwo, nr 7/1991, 266-272.
[9] Machowski A., Murzewski J., *Szkielety stalowe budynków wielokondygnacyjnych*, skrypt Politechniki Krakowskiej, Kraków 1988.
[10] Machowski A., Razowski A., *Koncepcja fikcyjnego podukładu w obliczeniach ram metodą P-delta*, Inżynieria i Budownictwo, nr 3/1991, 108-111.
[11] Machowski A., Tylek I., *Europejskie i amerykańskie formuły nośności prętów stalowych ściskanych i zginanych*, Inżynieria i Budownictwo, nr 2/2002, 101-105.
[12] PN-77/B-02011. *Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie wiatrem*.
[13] PN-82/B-02000. *Obciążenia budowli. Zasady ustalania wartości*.
[14] PN-82/B-02001. *Obciążenia budowli. Obciążenia stałe*.
[15] PN-82/B-02003. *Obciążenia budowli. Obciążenia zmienne technologiczne*.
[16] PN-86/B-02015. *Obciążenia budowli. Obciążenia zmienne środowiskowe. Obciążenie temperaturą*.
[17] PN-90/B-03200. *Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie*.
[18] PN-EN 1990. *Eurokod. Podstawy projektowania konstrukcji*.
[19] PN-EN 1991-1-1. *Eurokod 1. Oddziaływania na konstrukcje*, Część 1–1: *Oddziaływania ogólne. Ciężar objętościowy, ciężar własny, obciążenia użytkowe w budynkach*.
[20] PN-EN 1991-1-4. *Eurokod 1. Oddziaływania na konstrukcje*, Część 1–4: *Oddziaływania ogólne. Oddziaływania wiatru*.
[21] PN-EN 1991-1-5. *Eurokod 1. Oddziaływania na konstrukcje*, Część 1–5: *Oddziaływania ogólne. Oddziaływania termiczne*.
[22] PN-EN 1993-1-1. *Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych*, Część 1–1: *Reguły ogólne i reguły dla budynków*.
[23] Roik K., Kuhlman U., *Beitrag zur Bemessung von Stäben für zweiachsige Biegung mit Druckkraft.* Stahlbau, No. 9/1985, 271-280.
[24] Simoes da Silva L., Simoes R., Gervasino H., *Design of steel structures. Eurocode 3: Design of Steel Structures*, part 1–1 – *General rules and rules for buildings. ECCS Eurocode Manuals*, Ernst & Sohn 2010.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ