BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
4-B/2010
ZESZYT 19
ROK 107
ISSUE 19
YEAR 107

ALEKSANDER MATUSZAK*

ZWIĄZEK MIĘDZY STATYKĄ ZAKOTWIEŃ ORAZ STATYKĄ PRZEKROJU ŻELBETOWEGO WEDŁUG METODY NAPRĘŻEŃ LINIOWYCH

RELATION BETWEEN STATICS OF ANCHORAGE AND STATICS OF CONCRETE SECTION DESIGNED BY WORKING STRESS

Streszczenie

W artykule porównano zestawy założeń stosowane do rozwiązywania statyki – wyznaczania sił i naprężeń – dla zagadnienia zakotwień i przekroju żelbetowego według NL. Pokazano, że w istocie jest prawie ten sam zestaw założeń. W efekcie statykę dla obu zagadnień można rozwiązywać niemal jednolicie. Analizowano związek założenia o sztywnej płycie podstawy z teorią oraz z rzeczywistą pracą konstrukcji. Pokazano też, na czym polegają istotne różnice obu zadań w szerszym kontekście projektowania.

Słowa kluczowe: *zakotwienia*, *przekrój żelbetowy*, *metoda naprężeń liniowych*

Abstract

Paper compares sets of assumptions used for solution statics of anchorage to concrete and concrete cross-section designed by working stress method (elastic stress, cracked section). It has been shown that for both problems assumptions are almost identical. The assumption of rigid baseplate relationship to the theory and to the real structure behaviour is discussed.

Keywords: *anchorage*, *concrete cross-section*, *working stress design*

* Dr inż. Aleksander Matuszak, Instytut Technologii Informatycznych w Inżynierii Lądowej, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

1. Wstęp

Metoda naprężeń liniowych (NL) dawniej stosowana była powszechnie do określenia nośności przekrojów żelbetowych. Obecnie częściowo została wyparta przez metodę nośności granicznej (plastyczną), która daje oszczędniejsze przekroje. W dalszym ciągu jest stosowana we wszystkich konstrukcjach betonowych (żelbetowych) do projektowania z uwagi na stan graniczny użytkowania. Ugięcie, zarysowanie oraz rozwarcie rys obliczane są według NL. Z powodu uciążliwości, zamiast żmudnych obliczeń, sprawdzenie stanu granicznego użytkowalności jest często zastępowane przez różne oszacowania.

NL do określenia nośności stosuje się wszędzie tam, gdzie występują obciążenia generujące duże ilości cykli obciążenia bądź obciążenia o charakterze dynamicznym. Najbardziej typowym przykładem stosowania są mosty.

Ponieważ obliczenia niezbędne do NL są dosyć żmudne, więc są one często wspomagane przez tabele, nomogramy czy ostatnio programy.

Podobne zagadnienie, sprowadzające się do wyznaczenia strefy ściskanej, występuje w przypadku kotwienia elementu stalowego przez sztywną płytę podstawy do płaskiego elementu betonowego. Najbardziej typowy, spotykany w praktyce, przykład takiego zadania to przypadek mocowania stalowego słupa do betonowej podstawy.

W przeciwieństwie do projektowania przekroju metodą NL wyznaczenie strefy ściskanej zakotwień jest w praktyce projektowej znacznie rzadziej występującym zagadnieniem. W odróżnieniu od NL model mechaniczny tego zagadnienia nie jest powszechnie znany wśród praktyków.

Oba zadania, znajdowania strefy ściskanej w przekrojach projektowanych wg NL i dla zakotwień, są traktowane jako osobne zagadnienia.

Rozwiązanie statyki – wyznaczenie sił i naprężeń – zarówno dla NL, jak i zadania zakotwień, jest zadaniem dosyć żmudnym. Zostanie pokazane, że oba te zagadnienia są tylko odmianami tego samego zadania, więc można niemal jednolicie je rozwiązywać. Metody wypracowane i stosowane dla NL można stosować (częściowo) dla zakotwień i odwrotnie.

2. Sformułowanie zadania i założenia

Oba zagadnienia zostaną sprowadzone do zadania smukłego, pryzmatycznego pręta: belki lub słupa. Rozważania zostaną ograniczone do stanu osiowego i czystego zginania, a więc przekroju prętowego obciążonego siłą podłużną i momentem zginającym. Z uwagi na jakościowy charakter rozważań, analiza będzie się skupiać na zginaniu w jednej płaszczyźnie, co nie zmniejsza ogólności wniosków. Dla pręta smukłego można pominąć wpływ sił poprzecznych (ścinających) na deformację. Założono, że przemieszczenia i odkształcenia są nieskończenie małe.

Przyjęto, że oba materiały występujące zarówno w przekroju żelbetowym, jak i w zakotwieniach, czyli beton i stal, pozostają w zakresie liniowym. W ramach teorii pręta smukłego oba materiały pracują jednowymiarowo. W osiowym stanie naprężenia moduł Younga dla betonu będzie oznaczany przez E^b, a dla stali E^s.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Naprężenie w stali wynosi:

$$\sigma^s = E^s \varepsilon^s \tag{1}$$

Naprężenie w betonie wynosi:

$$\sigma^b = E^b \varepsilon^b \tag{2}$$

Przy czym, w zależności od kontekstu, równania (1) i (2) będą obowiązywały albo zarówno dla ściskania, jak i rozciągania (stal zbrojeniowa), albo tylko dla ściskania (beton), albo tylko dla rozciągania (kotwy).

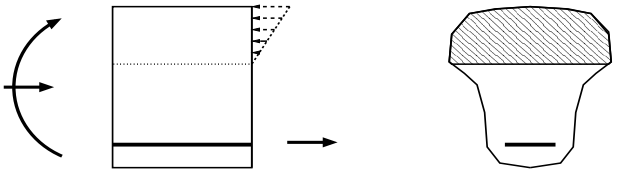
Ograniczenie zakresu równania (1) lub (2) tylko do zakresu ściskania lub rozciągania wprowadza do zadania silną nieliniowość. Skutkuje to tym, że przestaje obowiązywać superpozycja. To stanowi istotę komplikacji zadania, gdyż nie można wtedy osobno obliczyć naprężeń od stanu osiowego i osobno od zginania, a następnie dodać tych naprężeń, aby uzyskać końcowy stan naprężenia.

Rozwiązanie zadania najczęściej utożsamia się ze znalezieniem strefy ściskanej. Znając tę strefę można wyznaczyć zarówno naprężenia w betonie, jak i naprężenia (siły) w stali.

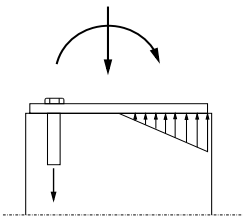
2.1. Założenia metody NL

Zadanie projektowania NL jest powszechnie znane, więc krótki opis metody NL zamieszczono tu jedynie dla ilustracji, aby pokazać podobieństwo do zakotwień.

U podstawy metody NL leży założenie Bernoulliego-Eulera, że płaski przekrój po deformacji pozostaje płaski i prostopadły do osi pręta. Drugim założeniem jest, że beton pracuje w fazie IIa, czyli nie przenosi rozciągania (dokładniej rozciąganie w betonie jest pomijalne), a sam beton ściskany zachowuje się liniowo. W stosunku do stali przyjmuje się podobne założenia, że stal pracuje liniowo, ale w przypadku istnienia zbrojenia w strefie ściskanej przekroju uwzględnia się pracę stali na ściskanie.



Rys. 1. Schemat pracy przekroju żelbetowego wg założeń metody NL
Fig. 1. Concrete cross-section according to working stress design



Rys. 2. Schemat pracy zakotwienia, układ siły działający na płytę podstawy
Fig. 2. Forces and stresses acting on baseplate in the case of anchorage

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Przy tych założeniach typowy schemat pracy przekroju jest pokazany na rys. 1, gdzie występuje część przekroju z betonem ściskanym, w którym naprężenia rosną liniowo od zera na osi obrotu przekroju do wartości maksymalnej w górnych włóknach.

Często dla ilustracji pokazuje się rysę biegnącą od granicy strefy do dolnych włókien, co jest bardzo sugestywne, ale jest uproszczeniem.

2.2. Założenia do statyki zakotwień

Jak już zostało wspomniane, literatura przedmiotu jest uboga, więc i założenia nie są powszechnie znane, dlatego zostaną one dokładniej opisane oraz zostaną przytoczone źródła.

Zarówno w starszym [6], jak i nowszym [7] wydaniu podręcznika do konstrukcji metalowych jest opisana, jako metoda M. Fischera, metoda znajdowania strefy ściskanej dla zakotwień. Metoda ta sprowadza wyznaczenie wysokości strefy ściskanej do znalezienia pierwiastków wielomianu trzeciego stopnia.

Książka na temat połączeń [1] podaje analogiczny wielomian opisujący strefę ściskaną. Polska Norma PN-85/B-03215 dotycząca zakotwień słupów i kominów [5] formułuje podobny wielomian oraz podaje jawnie założenie o liniowym zachowaniu betonu. Dodatkowo PN-85/B-03215 podaje nomogramy do projektowania kotew oparte na badaniach doświadczalnych. Podaje też nomogram do wyznaczania strefy ściskanej dla przekroju kołowego i pierścieniowego. Nowsza wersja PN-B-03215 [4] podaje podobne wzory na strefę ściskaną, ale dopuszcza też projektowanie plastyczne.

Obecnie najczęściej projektuje się zakotwienia według przepisów EOTA [2]. Przepisy te nie precyzują, w jaki sposób powinna być znajdowana strefa ściskania. Warto jedynie zauważyć, że przepisy EOTA drastycznie zawężają dopuszczalne układy zakotwień w stosunku do poprzednio obowiązujących przepisów.

Podręcznik [6, 7] jako jedyny w sposób jawny podaje kompletny zestaw założeń do obliczania zakotwień. Zostaną więc przytoczone podane tam założenia:

1. Stalowa płyta podstawy jest nieskończenie sztywna na zginanie.
2. Zachodzi związek geometryczny:

$$\frac{\varepsilon^b}{d^b} = \frac{\varepsilon^s}{d^s}, \tag{3}$$

gdzie:

d^s – odległość kotwy od osi obrotu,

d^b – odległość danego punktu (dociskanej) powierzchni betonu od osi obrotu.

3. Beton w strefie ściskanej pracuje liniowo oraz nie przenosi naprężeń w strefie odrywania.
4. Materiał kotew pracuje liniowo, ale kotwy w strefie ściskanej nie przenoszą obciążeń.

Założenia te, poza założeniem 2, wydają się być jasne i dość racjonalne. Natomiast założenie 2 sami autorzy komentują [7, s. 364] twierdząc, że równanie z niego wynikające „nie ma interpretacji geometrycznej”. Konsekwencją tego równania jest to, że odkształcenia są proporcjonalne do odległości od osi obrotu.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Zostanie pokazane, że założenie 2 jest równoważne – o ile spełnione jest założenie 1 – założeniu: przekrój (przekroje) podlegają zasadzie płaskich przekrojów (Bernoulliego--Eulera). Aby to pokazać, niezbędna jest wcześniejsza analiza zginania pręta.

3. Pręt mimośrodowo ściskany lub rozciągany

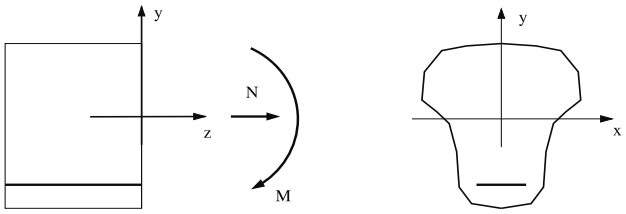
3.1. Układ współrzędnych i oznaczenia

W dalszej analizie przyjmuje się, że przekrój belki lub płyta podstawy (dla zakotwień) leży w płaszczyźnie *Oxy*, czyli oś belki lub słupa jest osią *z*. Ponieważ analiza zostanie ograniczona do pracy przekroju w jednej płaszczyźnie, płaszczyźnie *Oyz*, więc zmienną, względem której zmieniają się wielkości kinematyczne i statyczne, jest *y*.

Dla wygody, początek układu współrzędnych jest przyjmowany w środku ciężkości przekroju. Ma to głównie znaczenie dla jednoznacznego określenia obciążenia.

Zgodnie z teorią belek smukłych interesujące są wyłącznie naprężenia normalne w przekroju. Pozostałe składowe tensora naprężenia są ignorowane. Podobnie są traktowane odkształcenia. Interesującymi wartościami są: naprężenie normalne σ_{zz}, które będzie oznaczane przez σ oraz analogiczne odkształcenie ε_{zz}, które będzie oznaczane jako ε. Indeksami *s* lub *b* będą, w razie potrzeby, rozróżniane te wielkości dla stali i betonu odpowiednio.

Przyjęto, że dodatnie jest naprężenie rozciągające. W konsekwencji dodatnia siła *N* jest rozciągająca i działa wzdłuż osi *z*. Pozostałe siły (poprzeczne), z uwagi na kontekst rozważań, są pomijane. Pomijany jest również moment skręcający, działający wokół osi *z*. Moment zginający *M* wywołuje obrót ϕ wokół osi *x*. Przyjęto, że znak momentu jest tak dobrany, że dodatni moment rozciąga górną część przekroju (maksymalne wartości *y* dla przekroju). Znakowanie momentu jest pokazane na rys. 3. Znak kąta obrotu musi być zgodny ze znakiem momentu.



Rys. 3. Układ współrzędnych i konwencje znakowania
Rys. 3. Coordinates and forces for cross-section

Krzywizna osi przemieszczonej pręta jest definiowana jako pierwsza pochodna kąta obrotu:

$$\kappa = \frac{\partial \phi}{\partial z} \tag{4}$$

W przypadku pręta o nieciągłej krzywiźnie, tę definicję należy rozumieć jako pochodną lewo- lub prawostronną, w zależności od tego, po której stronie punktu nieciągłości obliczamy krzywiznę.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

3.2. Równania pręta jednorodnego

Konsekwencją przyjęcia zasady płaskich przekrojów jest równanie odkształceń:

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_0 + \kappa y, \tag{5}$$

gdzie ε_0 jest odkształceniem w początku układu współrzędnych, jeśli początek układu leży wewnątrz przekroju. W przeciwnym wypadku jest to stała bez interpretacji mechanicznej.

W przypadku pręta jednorodnego z jednego materiału o module Younga E stan naprężenia wyraża się jako:

$$\sigma = E\,\varepsilon, \tag{6}$$

gdzie:

E – moduł Younga materiału.

Obliczając $N = \int_A \sigma$, uwzględniając (6), a następnie (5), łatwo otrzymać równanie:

$$N = E\,A\,\varepsilon_0 + E\,S_x\,\kappa \tag{7}$$

gdzie:

A – pole powierzchni przekroju,

S_x – moment statyczny względem osi x.

Podobnie obliczając $M = \int_A \sigma \cdot y$, można uzyskać równanie:

$$M = E\,S_x\,\varepsilon_0 + E\,J\,\kappa, \tag{8}$$

gdzie:

J – moment bezwładności przekroju.

Jeśli początek układu współrzędnych przechodzi przez środek ciężkości przekroju, czyli $S_x = 0$, to równania (7) i (8) rozprzęgają się.

W układzie osi centralnych stan osiowy prowadzi do równania:

$$N = E\,A\,\varepsilon_0 \tag{9}$$

Dla zginania w układzie osi centralnych równanie (7) prowadzi do relacji między wielkością statyczną, czyli momentem M, i kinematyczną, czyli krzywiznę κ:

$$M = E\,J\,\kappa \tag{10}$$

Dla materiałów nieprzenoszących rozciągania lub ściskania te relacje kinematyczne pozostają ważne, o ile zamiast całego przekroju będzie uwzględniana tylko część przenosząca naprężenia, czyli do obliczania A i J zostanie pominięta część przekroju, gdzie naprężenia są zerowe.

Równanie (5) wyraża też położenie osi obrotu przekroju, gdyż dla znanych (obliczonych) ε_0 i κ równanie:

$$\varepsilon_0 + \kappa y = 0 \tag{11}$$

opisuje wartość współrzędnej y punktu, gdzie odkształcenie jest zerowe.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Oś obrotu często nazywa się też osią obojętną, gdyż dla materiałów liniowo-sprężystych, przenoszących zarówno ściskanie, jak i rozciąganie, jest to położenie punktów, gdzie naprężenia są zerowe. W tym przypadku brak naprężeń niekoniecznie jest konsekwencją zerowych odkształceń, więc bardziej precyzyjne jest kinematyczne pojęcie osi obrotu przekroju.

3.3. Równania pręta złożonego

Wykorzystując rozwiązanie dla pręta jednorodnego, rozważany będzie pręt złożony z dwu odcinków o różnych przekrojach lub/i materiałach. Każda z części jest jednorodna.

W przypadku takiego pręta złożonego należy dodatkowo założyć, że środki ciężkości przekrojów leżą na tej samej osi. Potem zostanie podane uzasadnienie, że takie założenie nie jest konieczne. Należy też założyć, że przekroje obu części nie są względem siebie obrócone, czyli układ głównych osi bezwładności jednej części pokrywa się z układem głównych osi bezwładności drugiej. Gdyby to założenie nie było spełnione, to należałoby dokonać analizy w dwu wymiarach – jednak wnioski końcowe byłyby identyczne.

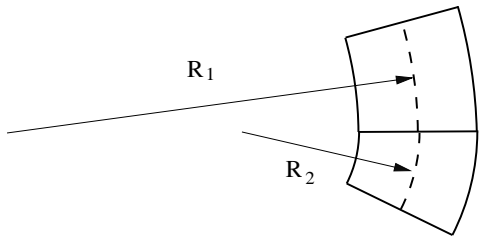
Rozwiązanie, jak dla pręta jednorodnego, można stosować do każdej z części osobno, o ile na styku obu prętów spełnione będą warunki zszycia (ciągłości). Warunki zszycia mają postać par równań dla wielkości statycznych i kinematycznych. Dla każdej wielkości, które będą rozróżniane indeksem 1 lub 2 dla odpowiedniej części pręta, równania zszycia dla zadania zginania mają postać:

$$M^{(1)} = M^{(2)} = M \tag{12}$$

$$Q^{(1)} = Q^{(2)} = Q \tag{13}$$

$$\phi^{(1)} = \phi^{(2)} \tag{14}$$

$$w^{(1)} = w^{(2)} \tag{15}$$



Rys. 4. Zginanie belki z dwu materiałów, pokazane promienie krzywizn $R_i = 1/\kappa^{(i)}$
Fig. 4. Bending of bimaterial beam, radius of curvature $R_i = 1/\kappa^{(i)}$ are shown

Równanie (13) jest spełnione tożsamościowo, gdyż dla czystego zginania siła poprzeczna jest zerowa. Równanie (15) wyraża brak możliwości przesuwu przekrojów względem siebie, a równanie (14) brak możliwości obrotu, czyli brak przegubu na styku. Z warunków zszycia istotny pozostaje jedynie warunek (12), który wyraża równowagę momentów.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Dla pręta złożonego relację między momentem zginającym a krzywizną (10) należy przepisać w postaci:

$$M^{(i)} = E^{(i)} J^{(i)} \kappa^{(i)}, \tag{16}$$

gdzie indeks górny $i = 1, 2$.

Warunek równowagi momentów (2) implikuje nieciągłość krzywizny, gdyż:

$$E^{(1)} J^{(1)} \kappa^{(1)} = E^{(2)} J^{(2)} \kappa^{(2)} \tag{17}$$

oraz $E^{(1)} J^{(1)} \neq E^{(2)} J^{(2)}$, to wtedy $\kappa^{(1)} \neq \kappa^{(2)}$, co powoduje deformację pokazaną schematycznie na rys. 4.

Analogicznie, dla wydłużeń zachodzi zależność:

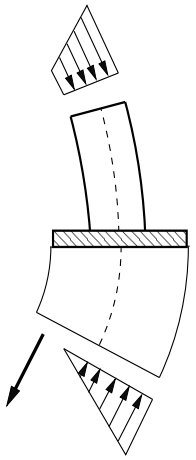
$$E^{(1)} A^{(1)} \varepsilon_0^{(1)} = E^{(2)} A^{(2)} \varepsilon_0^{(2)}, \tag{18}$$

z czego można wysunąć podobne wnioski w stosunku do wydłużeń ε_0, jednak te nie będą istotne w dalszych rozważaniach.

Dla ogólnego równania (17) opisującego zginanie warto rozważyć dwa przypadki szczególnie: różnych przekrojów i różnych materiałów. Wystarcza zmiana jednej wielkości albo tylko materiału $E^{(1)} \neq E^{(2)}$, albo tylko przekroju $J^{(1)} \neq J^{(2)}$, aby otrzymać skok krzywizny.

Pozornie oba przypadki, różnych przekrojów i różnych modułów Younga (materiałów), są identyczne, ale dla przypadku różnych materiałów zachowana jest równowaga w punkcie, czyli w każdym punkcie y na styku zachodzi:

$$\sigma^{(1)}(y) = \sigma^{(2)}(y) \tag{19}$$



Rys. 5. Mimośrodowe ściskanie układu złożonego z belki stalowej i belki żelbetowej
Fig. 5. Eccentric tension/compression of steel and concrete beams

Dla różnych przekrojów, czyli kiedy zewnętrzna linia przekroju zawiera skok (por. punkt A na rys. 6), równowaga w sensie punktowym na styku nie może być zachowana, gdyż w takim punkcie musi być spełnione zarówno równanie odkształceń (5), jak i związki konstytutywne typu (2) oraz równowaga naprężeń (19). Wszystkie trzy prowadzą do

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

sprzeczności. Możliwe jest tylko zachowanie równowagi całego przekroju w sensie całkowym.

Do tej pory zakładano, że oś przekroju nie doznaje skoku. Jeśli to założenie nie jest spełnione, to w równaniach (12)–(15) pojawiają się dodatkowe człony. Jest to tylko pozorna nieciągłość wynikająca z przesunięcia układu współrzędnych. Szczegółowe uzasadnienie jest żmudne rachunkowo, gdyż np. równanie (10) ma inną postać w układzie przesuniętym, ale wnioski są identyczne.

3.4. Równania zakotwień

Należy teraz odnieść te ogólne rozważania do odcinka pręta stalowego połączonego z odcinkiem pręta betonowego (por. rys. 5). O ile zachowana zostałaby zasada płaskich przekrojów, to obowiązywałaby zależność (18) i (17), gdzie indeksy 1 i 2 dotyczyłyby odpowiednio części stalowej i betonowej. W tym przypadku, formalnie, zarówno $E^{(1)} \neq E^{(2)}$ oraz $J^{(1)} \neq J^{(2)}$.

Zachowanie części stalowej pręta nie będzie przedmiotem niniejszego artykułu. Wszystkie wielkości, zarówno kinematyczne, jak i charakterystyki przekroju, dotyczyć będą części betonowej. Indeks s będzie dotyczył stali (zbrojenia lub kotew) w części betonowej.

Aby pokazać, że związek geometryczny (3) sprowadza się do zasady płaskich przekrojów, należy prześledzić konsekwencje zastosowania równań pręta niejednorodnego do zakotwień.

Obliczając położenie osi obrotu określone przez równanie $y = y_0$:

$$y_0: \quad \varepsilon(y) = \varepsilon_0 + \kappa y_0 = 0$$

$$y_0 = \frac{-\varepsilon_0}{\kappa},$$

wtedy równanie płaszczyzny odkształceń (5) można zapisać:

$$\varepsilon(y) = \kappa(y - y_0),$$

Odkształcenia w kotwie położonej w punkcie y^s będą się wyrażały:

$$\varepsilon^s = \kappa(y^s - y_0),$$

a w części ściskanej betonu

$$\varepsilon^b = \kappa(y^b - y_0),$$

Rugując stałą proporcjonalności κ z powyższych równań, można uzyskać zależność:

$$\frac{\varepsilon^s}{y^s - y_0} = \frac{\varepsilon^b}{y^b - y_0}$$

Zauważając, że $y^s - y_0$ jest odległością od osi obrotu, czyli d^s oraz że $y^b - y_0$ to d^b, równanie upraszcza się do postaci:

$$\frac{\varepsilon^s}{d^s} = \frac{\varepsilon^b}{d^b},$$

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

co prowadzi do wyniku identycznego, jak zależności podane przez [6] w postaci założenia geometrycznego (3).

Z powyższego rozumowania wynika, że jeśli deformacja podstawy betonowej zakotwienia spełnia zasadę płaskich przekrojów, to odkształcenia są proporcjonalne do odległości od osi obrotu i odwrotnie.

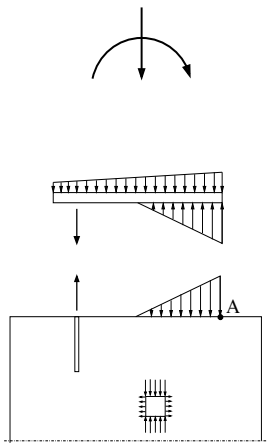
3.5. Sztywna płyta

Należy w tym momencie zwrócić uwagę na znaczenie założenia o sztywnej płycie podstawy. Sztywna płyta zapewnia realizację warunków zszycia, równań (12) i (14), na styku różnych fragmentów pręta złożonego.

W NL takie założenie nie jest potrzebne. Można myślowo podzielić pręt żelbetowy w dowolnym miejscu na dwie części, zapisać równania osobno dla każdej części i formalnie postawić warunki zszycia na styku. Jednak te warunki zszycia byłyby spełnione tożsamościowo.

W przypadku zakotwień, a więc połączenia przekroju betonowego i stalowego, styk między dwoma różnymi częściami nie jest myślowy, tylko fizyczny. Wtedy, jak już zostało nadmienione, równość naprężeń na styku zachodzi tylko w sensie całkowym. Punktowo, jeśli zostaną spełnione równania kinematyczne i fizyczne, warunki równowagi prowadzą do sprzeczności.

Sztywna płyta gwarantuje spełnienie wszystkich warunków (19) w każdym punkcie. Aby to pokazać, wystarczy myślowo wyciąć fragment belki zawierający jedynie nieskończenie sztywną płytę, jak pokazuje rys. 6. Różne rozkłady naprężeń na obu powierzchniach płyty spełniają warunek równowagi, o ile spełniony będzie warunek równowagi w sensie całkowym.



Rys. 6. Obciążenie układu (u góry), siły i naprężenia działające na sztywną płytę, siły i naprężenia działające na betonową podstawę oraz naprężenia normalne wewnątrz podstawy

Fig. 6. Applied loads (top), forces and stresses acting on the baseplate, forces and stresses acting on the concrete surface, normal stresses inside concrete

Obecność sztywnej płyty na całości przekroju betonowego (dokładniej na całości ściskanej części przekroju betonowego) gwarantuje spełnienie wszystkich tych warunków, w tym równowagi (19) dla betonu, w każdym punkcie. Z powodu obecności sztywnej płyty realizowany jest przypadek $E^{(1)} \neq E^{(2)}$, ale $J^{(1)} = J^{(2)}$.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Można mieć wątpliwości, na ile takie założenia odpowiadają rzeczywistości. W większości przypadków fundament nie spełnia warunków pręta smukłego. Jest to drugorzędne, jeśli obciążenie wywołuje kombinację czystego zginania i ściskania lub rozciągania. Rozwiązania obu zagadnień są niezależne od długości fragmentu pręta. Dopiero siły ścinające (zginanie poprzeczne) zmieniają sytuację, gdyż proporcje naprężeń ścinających do podłużnych decydują o deformacji. Dla smukłych prętów wpływ ścinania jest mały w stosunku do zginania.

Kotwy działają tylko na części fundamentu, jak to pokazano na rys. 2. Tak więc ten model zachowania betonu na pewno nie jest poprawny poniżej zasięgu kotew, gdyż muszą zmienić się warunki równowagi. Należałoby raczej odnieść ten model do krótkiego odcinka fundamentu tuż przy płycie podstawy.

Wreszcie jak już podkreślono, idealne założenia wymagają, aby płyta podstawy obejmowała całość przekroju betonowego. Jest to jednak rzadziej spotykany przypadek. Skutkiem niespełnienia tego warunku są naprężenia (miejscowego) odcisku w betonie (por. rys. 6). Jeśli przekrój betonowy/żelbetowy jest taki sam, jak rozmiary płyty podstawy, to rozkład naprężeń w betonie jest analogiczny do NL, maksymalne naprężenia ściskające pojawiają się w górnych włóknach betonu. Graniczną wytrzymałością jest wytrzymałość na ściskanie, jak dla NL.

Jeśli wymiary przekroju betonowego są większe niż wymiary płyty podstawy, to prowadzi to do zagadnienia miejscowego docisku. Trójkątne (lub trapezowe) obciążenie pochodzące od płyty podstawy jest przyłożone tylko na fragmencie przekroju betonowego. Przy krawędzi płyty podstawy obciążenia od wartości maksymalnej spadają do zera i pojawia się silna nieciągłość obciążenia (por. punkt A na rys. 6). To z kolei powoduje powstanie naprężeń rozciągających w kierunku poprzecznym (np. σ_{xx}), które muszą być brane pod uwagę przy projektowaniu.

4. Wnioski

4.1. Potencjalne korzyści

Z przedstawionych rozważań wynika, że oba zestawy założeń są bardzo zbliżone i w istocie różnią się jedynie pracą stali w strefie ściskania. W efekcie zakotwienia można traktować jak przekrój żelbetowy według NL, o ile zostanie pominięta stal w strefie ściskanej.

Rozwiązując przykład zakotwień z Łubińskiego [7, s. 371], podstawiając to do wzoru opisującego mimośrodowe ściskanie według NL [3, s. 586, wz. (11.23)], to wynikiem będą identyczne wielomiany określające wysokość strefy ściskanej.

Wszelkie metody rozwinięte dla NL można stosować do zakotwień. Dla zginania w jednej płaszczyźnie nie jest to wielka korzyść, natomiast dla zginania ukośnego, dysponując programem do NL, można rozwiązać zakotwienia przy niewielkim wysiłku.

Pewnym utrudnieniem jest fakt, że zazwyczaj przekroje żelbetowe poddane sile osiowej zbroi się dwustronnie, więc odpowiednie tablice, nomogramy czy programy często nie przewidują braku zbrojenia w strefie ściskanej. Wtedy rozwiązania NL nie można stosować bezpośrednio, jednak rozwiązanie NL daje dobre przybliżenie początkowe, gdyż z reguły pole powierzchni kotew w stosunku do powierzchni przekroju betonowego jest niewielkie.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

4.2. Różnice w projektowaniu

W niniejszym artykule skupiono się na znalezieniu sił i naprężeń. Należy jednak zwrócić uwagę na dość istotne różnice dla obu zagadnień jako szerszego zadania projektowania, a nie tylko rozwiązywania statyki.

W przypadku NL rozwiązanie statyki jest niemal również sprawdzeniem nośności, gdyż warunki nośności ograniczają się do sprawdzenia, czy maksymalne naprężenia w stali i w betonie nie przekraczają wytrzymałości na ściskanie.

W przypadku zakotwień rozwiązanie statyki jest tylko fragmentem projektowania. Dla betonu należy sprawdzić, czy nie jest przekroczona nośność na docisk, co nie sprowadza się do prostego porównania naprężenia i wytrzymałości. Bywa to też warunkiem wymiarującym, gdyż często nie chcemy dopuścić do powstania zarysowań w fundamentach. Dla kotew należy sprawdzić zerwanie stali (co odpowiada porównaniu wytrzymałości stali dla NL), ale również wyrwanie kotwy i wyrwanie stożka betonu, które to warunki projektowe nie mają odpowiedników dla NL.

Pomimo że siły i naprężenia dla obu zagadnień mogą być identyczne, to nośności mogą się znacząco różnić.

Literatura

[1] Łaguna J., Łypacewicz K., *Połączenia śrubowe i nitowe*, Arkady, Warszawa 1986.

[2] *ETAG 001 European Technical Approval Guidelines*, *Annex C*, EOTA, wydanie 2006, 1997.

[3] *Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2*, red. M. Knauff, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2006.

[4] *PN-B-03215:1998 Konstrukcje stalowe. Zakotwienia słupów i kominów*, PKNMiJ, 1998.

[5] *PN-85/B-03215 Konstrukcje stalowe. Zakotwienia słupów i kominów*, PKNMiJ, 1985.

[6] Łubiński M., Filipowicz A., Żółtowski W., *Konstrukcje metalowe*, Część I: *Podstawy projektowania*, wyd. 1, Arkady, Warszawa 1986.

[7] Łubiński M., Filipowicz A., Żółtowski W., *Konstrukcje metalowe*, Część I: *Podstawy projektowania*, wyd. 2, Arkady, Warszawa 2000.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ