

ANDRZEJ TRUTY*

ZASTOSOWANIE METODY REDUKCJI OBSZARU
OBLICZENIOWEGO W DYNAMICZNYCH
ZAGADNIENIACH INTERAKCJI KONSTRUKCJI
Z PODŁOŻEM

APPLICATION OF DOMAIN REDUCTION METHOD
IN DYNAMIC PROBLEMS OF SOIL-STRUCTURE
INTERACTION

Streszczenie

W artykule omówiono podstawy i zastosowanie metody redukcji obszaru obliczeniowego (DRM) w dynamicznych zagadnieniach interakcji konstrukcji budowlanych z podłożem gruntowym. Pokazano sposób sformułowania problemu, problematykę dyskretyzacji modeli zredukowanych oraz dwuwymiarowy przykład obliczeniowy.

Słowa kluczowe: dynamika, interakcja konstrukcja-grunt, metoda redukcji obszaru obliczeniowego

Abstract

The domain reduction method (DRM) and its application for solving dynamic soil-structure interaction problems are discussed in the paper. The derivation of the method, some details concerned with discretization of reduced dynamic models and a two-dimensional example are presented.

Keywords: dynamics, soil-structure interaction, domain reduction method

* Dr hab. inż. Andrzej Truty, prof. PK, Instytut Geotechniki, Wydział Inżynierii Środowiska, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

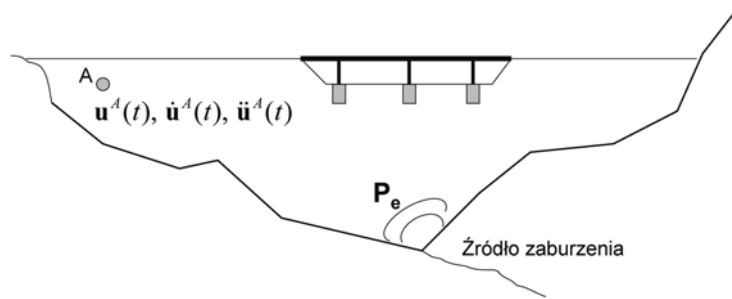
W większości praktycznych analiz dynamicznych zagadnień interakcji konstrukcji budowlanych z gruntem, prowadzonych w dziedzinie czasu oraz przy zastosowaniu dyskretyzacji MES, mamy do czynienia z modelami obliczeniowymi, które wymagają bardzo dużych czasów obliczeń, a często mogą wykraczać dość istotnie poza zasoby (pamięć, wydajność) posiadanego sprzętu komputerowego klasy PC. W związku z tym zachodzi potrzeba redukcji liczby stopni swobody analizowanego modelu dyskretnego możliwie bez utraty dokładności otrzymywanych wyników. Metoda redukcji obszaru obliczeniowego (Domain Reduction Method, DRM) zaproponowana przez Bielaka [1, 6] umożliwia analizę takich modeli dyskretnych obejmujących całość konstrukcji oraz niewielką część współpracującego podłoża. Jako przykład można podać analizę drgań konstrukcji mostu, gdzie każda z podpór otoczona jest tylko niewielką częścią współpracującego podłoża. W artykule omówione zostaną pewne aspekty tej metody w odniesieniu do ośrodka gruntowego traktowanego jako jednoskładnikowy, tj. bez udziału cieczy. Rozszerzenie metody DRM na ośrodek częściowo nasycony, ale traktowany jako dwuskładnikowy opisane jest w raporcie autora [5] i będzie przedmiotem odrębnej publikacji. Opis metody DRM dla ośrodka dwuskładnikowego, ale całkowicie nasyconego można znaleźć w pracy doktorskiej Kantoe [4]. Sformułowanie podane w niniejszej pracy, w odróżnieniu od pracy Kantoe, odnosi się do tzw. formy półdyskretnej (przed wprowadzeniem schematu całkowania po czasie), co daje dużą uniwersalność z punktu widzenia zastosowania dowolnego schematu całkowania po czasie.

2. Podstawy metody redukcji obszaru obliczeniowego

Konstrukcja metody redukcji obszaru obliczeniowego jest w swej istocie stosunkowo prosta. Jej podstawą jest dekompozycja złożonego modelu obliczeniowego na tzw. model tła, w którym analizujemy ruch podłoża w tzw. polu dalekim oraz model zredukowany (por. rys. 2), w którym analizujemy całą konstrukcję wraz z niewielką częścią przyległego podłoża. W wyniku analizy modelu tła w dowolnym punkcie podłoża otrzymujemy wielkości przemieszczeń $\mathbf{u}^0(t)$, prędkości $\dot{\mathbf{u}}(t)$ i przyspieszeń $\ddot{\mathbf{u}}(t)$, wywołane działaniem źródła obciążenia $\mathbf{P}_e(t)$. Należy tu zaznaczyć, że zachowanie podłoża w polu dalekim oraz części podłoża w podobszarze $\tilde{\Omega}^+$ w modelu zredukowanym musi być liniowe, natomiast w podobszarze Ω możemy stosować dowolne związki nieliniowe.

Z kolei w modelu zredukowanym wydzielamy z obszaru podłoża dwa podobszary, tj. obszar wewnętrzny (Ω) oraz obszar zewnętrzny (Ω^+). Jako że z podobszaru Ω^+ bierzemy tylko jego niewielką część, stąd na rys. 2 oznaczono go jako $\tilde{\Omega}^+$. Brzeg Γ rozdziela podobszary Ω i $\tilde{\Omega}^+$, natomiast warstwę podłoża zawartą pomiędzy powierzchniami Γ i Γ^+ traktować będziemy jako tzw. warstwę brzegową, która w dyskretnych modelach MES będzie pojedynczą warstwą elementów. Ten fikcyjny podział na podobszary $\tilde{\Omega}^+$, Ω oraz wydzielenie warstwy brzegowej powoduje, że w modelu dyskretnym MES pewne węzły siatki będziemy klasyfikować jako wewnętrzne i , brzegowe b oraz zewnętrzne e (rys. 4).

Węzły należące do brzegu Γ będziemy nazywać węzłami brzegowymi (b), z kolei węzły, które znajdują się w podobszarze $\tilde{\Omega}^+$ i nie należą do brzegu Γ , nazywać będziemy zewnętrznymi e , a pozostałe wewnętrznymi (i).



Rys. 1. Kompleksowy model podłoża, konstrukcji oraz źródła obciążenia $\mathbf{P}_e(t)$

Fig. 1. Full model of subsoil and structure, and with a source of the loading $\mathbf{P}_e(t)$

Aby móc analizować ruch punktów w modelu zredukowanym, Bielak zaproponował następującą dekompozycję wielkości kinematycznych opisujących ruch w obszarze Ω^+ :

$$\mathbf{u}_e = \mathbf{u}_e^0 + \mathbf{w}_e \quad (1)$$

Po wykonaniu fikcyjnego podziału obszaru na podobszary Ω i Ω^+ możemy zapisać równania ruchu MES dla każdego z tych podobszarów (dla uproszczenia we wzorach podanych poniżej pomijany będzie symbol nadkreślenia dla podobszaru Ω^+ . W podobszarze Ω równania te przyjmą postać (zakładając, że obciążenie pochodzenia sejsmicznego jest jedynym człon sił zewnętrznych pozostaje równy zero):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ii}^\Omega & \mathbf{M}_{ib}^\Omega \\ \mathbf{M}_{bi}^\Omega & \mathbf{M}_{bb}^\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_i \\ \ddot{\mathbf{u}}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ii}^\Omega & \mathbf{C}_{ib}^\Omega \\ \mathbf{C}_{bi}^\Omega & \mathbf{C}_{bb}^\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_i \\ \dot{\mathbf{u}}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii}^\Omega & \mathbf{K}_{ib}^\Omega \\ \mathbf{K}_{bi}^\Omega & \mathbf{K}_{bb}^\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_b \end{Bmatrix} \quad (2)$$

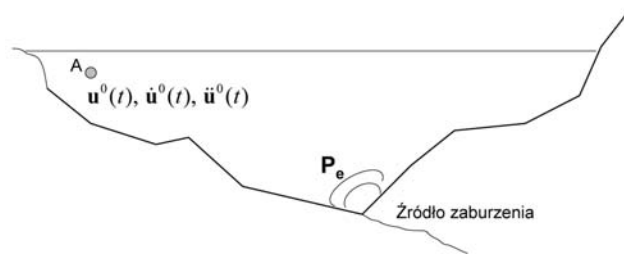
natomiast w podobszarze Ω^+

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bb}^\Omega & \mathbf{M}_{be}^\Omega \\ \mathbf{M}_{eb}^\Omega & \mathbf{M}_{ee}^\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_b \\ \ddot{\mathbf{u}}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{bb}^\Omega & \mathbf{C}_{be}^\Omega \\ \mathbf{C}_{eb}^\Omega & \mathbf{C}_{ee}^\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_b \\ \dot{\mathbf{u}}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb}^\Omega & \mathbf{K}_{be}^\Omega \\ \mathbf{K}_{eb}^\Omega & \mathbf{K}_{ee}^\Omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{u}_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{P}_b \\ \mathbf{P}_e \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

gdzie człon sił brzegowych wzdłuż fikcyjnego brzegu Γ oznaczono jako \mathbf{P}_b .

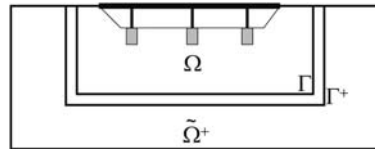
Obydwa układy równań możemy zapisać łącznie dla całego obszaru tj. $\Omega \cup \Omega^+$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ii}^\Omega & \mathbf{M}_{ib}^\Omega & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{bi}^\Omega & \mathbf{M}_{bb}^\Omega + \mathbf{M}_{bb}^{\Omega^+} & \mathbf{M}_{be}^\Omega \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{eb}^{\Omega^+} & \mathbf{M}_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_i \\ \ddot{\mathbf{u}}_b \\ \ddot{\mathbf{u}}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ii}^\Omega & \mathbf{C}_{ib}^\Omega & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{bi}^\Omega & \mathbf{C}_{bb}^\Omega + \mathbf{C}_{bb}^{\Omega^+} & \mathbf{C}_{be}^\Omega \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{eb}^{\Omega^+} & \mathbf{C}_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_i \\ \dot{\mathbf{u}}_b \\ \dot{\mathbf{u}}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii}^\Omega & \mathbf{K}_{ib}^\Omega & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{bi}^\Omega & \mathbf{K}_{bb}^\Omega + \mathbf{K}_{bb}^{\Omega^+} & \mathbf{K}_{be}^\Omega \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{eb}^{\Omega^+} & \mathbf{K}_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_b \\ \mathbf{u}_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_e \end{Bmatrix} \quad (4)$$



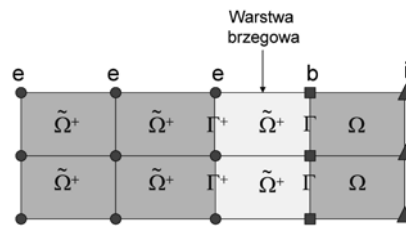
Rys. 2. Model tła bez konstrukcji

Fig. 2. Background model without structure



Rys. 3. Model zredukowany

Fig. 3. Reduced model



Rys. 4. Wyróżnienie węzłów wewnętrznych, brzegowych i zewnętrznych w siatce MES

Fig. 4. Interior, boundary and exterior nodes in FE mesh

Wykorzystując dekompozycję wielkości kinematycznych w podobszarze Ω^+ na człony, opisujący ruch w polu dalekim oraz człon rezydualny (w odniesieniu do ruchu w polu dalekim) (por. równanie (1)), powyższe równanie przyjmie następującą postać:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ii}^{\Omega} & \mathbf{M}_{ib}^{\Omega} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{bi}^{\Omega} & \mathbf{M}_{bb}^{\Omega} + \mathbf{M}_{bb}^{\Omega^+} & \mathbf{M}_{be}^{\Omega} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{eb}^{\Omega^+} & \mathbf{M}_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_i \\ \ddot{\mathbf{u}}_b \\ \ddot{\mathbf{w}}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ii}^{\Omega} & \mathbf{C}_{ib}^{\Omega} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{bi}^{\Omega} & \mathbf{C}_{bb}^{\Omega} + \mathbf{C}_{bb}^{\Omega^+} & \mathbf{C}_{be}^{\Omega} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{eb}^{\Omega^+} & \mathbf{C}_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_i \\ \dot{\mathbf{u}}_b \\ \dot{\mathbf{u}}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii}^{\Omega} & \mathbf{K}_{ib}^{\Omega} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{bi}^{\Omega} & \mathbf{K}_{bb}^{\Omega} + \mathbf{K}_{bb}^{\Omega^+} & \mathbf{K}_{be}^{\Omega} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{eb}^{\Omega^+} & \mathbf{K}_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_b \\ \mathbf{w}_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{M}_{be}^{\Omega^+} \ddot{\mathbf{u}}_e^0 - \mathbf{M}_{be}^{\Omega^+} \dot{\mathbf{u}}_e^0 - \mathbf{K}_{be}^{\Omega^+} \mathbf{u}_e^0 \\ \mathbf{P}_e - \mathbf{M}_{be}^{\Omega^+} \ddot{\mathbf{u}}_e^0 - \mathbf{C}_{ee}^{\Omega^+} \dot{\mathbf{u}}_e^0 - \mathbf{K}_{ee}^{\Omega^+} \mathbf{u}_e^0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Pozostaje oczywiście problem, jak wyliczyć wektor sił \mathbf{P}_e . Bielak zaproponował, aby wyliczyć ten człon z drugiego z równań w (2), ale rozwiązanego dla modelu ruchu w polu dalekim tj. bez udziału konstrukcji, co daje następujący wynik:

$$\mathbf{P}_e = \mathbf{M}_{eb}^{\Omega^+} \ddot{\mathbf{u}}_b^0 + \mathbf{M}_{ee}^{\Omega^+} \ddot{\mathbf{u}}_e^0 + \mathbf{C}_{eb}^{\Omega^+} \dot{\mathbf{u}}_b^0 + \mathbf{C}_{ee}^{\Omega^+} \dot{\mathbf{u}}_e^0 + \mathbf{K}_{eb}^{\Omega^+} \mathbf{u}_b^0 + \mathbf{K}_{ee}^{\Omega^+} \mathbf{u}_e^0 \quad (6)$$

Podstawiając wyrażenie (6) do równania (5) otrzymujemy następujący efektywny wektor sił po prawej stronie układu

$$\mathbf{P}^{eff} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}_{be}^{\Omega^+} \ddot{\mathbf{u}}_e^0 - \mathbf{C}_{be}^{\Omega^+} \dot{\mathbf{u}}_e^0 - \mathbf{K}_{be}^{\Omega^+} \mathbf{u}_e^0 \\ \mathbf{M}_{be}^{\Omega^+} \ddot{\mathbf{u}}_e^0 + \mathbf{C}_{eb}^{\Omega^+} \dot{\mathbf{u}}_e^0 + \mathbf{K}_{eb}^{\Omega^+} \mathbf{u}_e^0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Należy zwrócić uwagę, że wektor ten posiada niezerowe człony tylko i wyłącznie w węzłach warstwy brzegowej. Wynika stąd, że w obliczeniach modelu zredukowanego wystarczy znajomość przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń (w polu dalekim) tylko i wyłącznie w węzłach warstwy brzegowej.

W większości prowadzonych analiz sejsmicznych możemy zapisać i analizować równania ruchu w tzw. opisie całkowitym (tu wymuszenia realizujemy przez wymuszone przemieszczenia, prędkości lub przyspieszenia w wybranych węzłach) lub w tzw. opisie względnym (względem sztywnej bazy), gdzie obciążenie sejsmiczne realizowane jest przez przyłożenie wymuszonego przyspieszenia \mathbf{a}_g podłoża (bazy) do wszystkich punktów konstrukcji i podłoża. W tym drugim przypadku wektor zewnętrznych sił węzłowych wywołany działaniem przyspieszenia \mathbf{a}_g przyjmuje postać:

$$\mathbf{F}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{a}_g(t) \quad (8)$$

a obliczane przemieszczenia lub przyspieszenia są względnymi w stosunku do sztywnej bazy (ang. shaking table approach).

W przypadku metody DRM wektor (8) musi być zmodyfikowany w następujący sposób:

$$-\mathbf{M}\mathbf{a}_g(t) = \begin{Bmatrix} -\mathbf{M}_{ii}^{\Omega} \mathbf{a}_g - \mathbf{M}_{ib}^{\Omega} \mathbf{a}_g \\ -\mathbf{M}_{bi}^{\Omega} \mathbf{a}_g - \mathbf{M}_{bb}^{\Omega} \mathbf{a}_g - \mathbf{M}_{bb}^{\Omega^+} \mathbf{a}_g - \mathbf{M}_{be}^{\Omega^+} \mathbf{a}_g \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

Jak łatwo zauważyć, pomijamy siły bezwładności w węzłach zewnętrznych e , co wynika z faktu, iż $\mathbf{M}_{ie} = \mathbf{0}$, $\mathbf{M}_{ei} = \mathbf{0}$.

3. Schemat całkowania po czasie

W przypadku zagadnień interakcji konstrukcja–podłoże wybór schematu całkowania po czasie ma istotny wpływ na dokładność rozwiązania, a przede wszystkim na eliminację wpływów wyższych częstotliwości, które znacząco zakłócają czasowe przebiegi przyspieszeń i prędkości dowolnie wybranego punktu. Jest to szczególnie widoczne w przypadku dyskretyzacji podłoża elementami kontynualnymi. Potrzebny jest zatem taki schemat całkowania po czasie, który posiada odpowiednie możliwości numerycznego tłumienia wyższych częstotliwości. Ta-

kim schematem jest np. schemat HHT (Hilber-Hughes-Taylor) [3], w którym równanie ruchu dla problemu nieliniowego zapisane jest w następujący sposób:

$$\mathbf{M}\mathbf{a}_{n+1} + \mathbf{C}\mathbf{v}_{n+\alpha} + \mathbf{F}_{\text{int}}(\mathbf{u}_{n+\alpha}) = \mathbf{F}_{\text{ext},n+\alpha} \quad (10)$$

gdzie:

$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \Delta t \mathbf{v}_n + \frac{\Delta t^2}{2} [(1-2\beta)\mathbf{a}_n + 2\beta\mathbf{a}_{n+1}] \quad (11)$$

$$\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{v}_n + \Delta t [(1-\gamma)\mathbf{a}_n + \gamma\mathbf{a}_{n+1}] \quad (12)$$

$$t_{n+\alpha} = \alpha t_n + (1+\alpha)t_{n+1} \quad (13)$$

natomiast parametry schematu całkowania HHT zdefiniowane są jak niżej:

$$-\frac{1}{3} \leq \alpha < 0 \quad (14)$$

$$\gamma = \frac{(1-2\alpha)}{2} \quad (15)$$

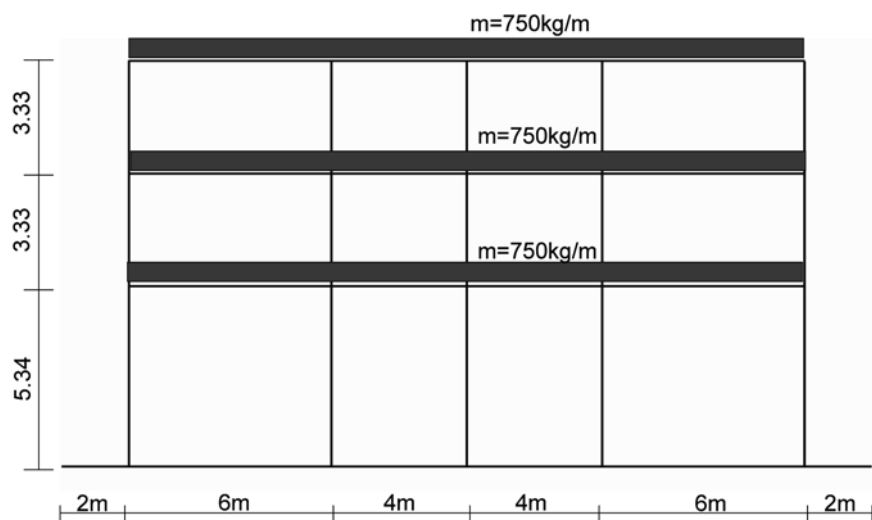
$$\beta = \frac{(1-\alpha)^2}{4} \quad (16)$$

Przyjęcie $\alpha = 0$ redukuje schemat HHT do klasycznego schematu Newmarka z zerowym tłumieniem numerycznym. Należy zdecydowanie podkreślić, że wprowadzenie jakiegokol-

wiek tłumienia numerycznego do schematu Newmarka przy $\gamma \neq \frac{1}{2}$ i $\beta \neq \frac{1}{4}$ skutkuje tym, iż tłumione są zarówno dolne, jak i górne częstotliwości. Schemat HHT w sposób kontrolowany obcina tylko i wyłącznie częstotliwości górne i stąd też zdecydowanie jest zalecany do zagadnień interakcji konstrukcji z podłożem.

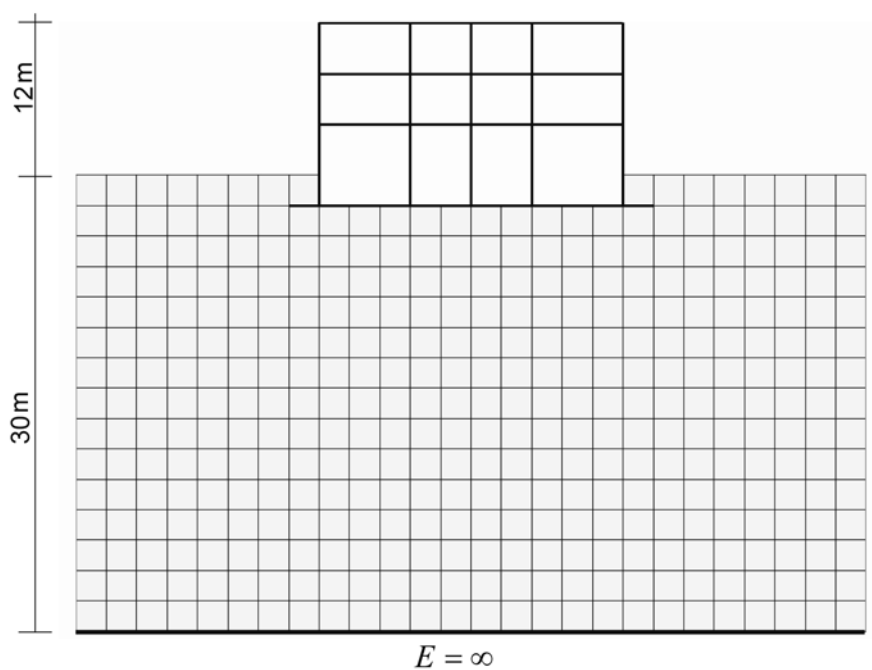
4. Przykład drgań ramy płaskiej poddanej wymuszeniu harmonicznemu

Na rys. 5 pokazano schemat analizowanego układu konstrukcyjnego żelbetowej ramy płaskiej o łącznej rozpiętości 20 m i wysokości 12 m. Wymiary przekroju poprzecznego słupów wynoszą 0.6 m × 0.8 m, grubość płyty dennej wynosi 0.8 m, natomiast wymiary przekroju poprzecznego rygli poziomych wynoszą 0.4 m × 0.75 m. Ponieważ analizę wykonano przy założeniu płaskiego stanu odkształcenia (na 1 m w kierunku poprzecznym), przyjęto, że rozstaw analizowanych ram wynosi 6 m w kierunku poprzecznym, w związku z czym sztywność osiową i giętną podzielono przez 6. W analizie przyjęto, że masa w poszczególnych elementach słupów i rygli poziomych jest pomijana, natomiast do rygli poziomych przyłożono masę rozłożoną po długości o wartości 750 kg/m. Schemat ramy i współpracującego podłoża pokazano na rys. 6. W przypadku elementów żelbetowych przyjęto parametry materiałowe $E = 30\,000\,000$ kPa, $\nu = 0.2$, $\rho = 0$ kg/m³ natomiast dla podłoża przyjęto $E = 100\,000$ kPa, $\nu = 0.35$ oraz $\rho = 2000$ kg/m³. Miąższość współpracującego podłoża wynosi 30 m. Wymuszenie harmoniczne o częstotliwości $f = 5$ Hz ($\theta = 2\pi f$) zadano w formie przemieszczeń poziomych w węzłach dolnej krawędzi modelu obliczeniowego. Dla tak przyjętych wartości



Rys. 5. Geometria ramy płaskiej

Fig. 5. Geometry of planar frame



Rys. 6. Geometria analizowanego układu rama-podłoże

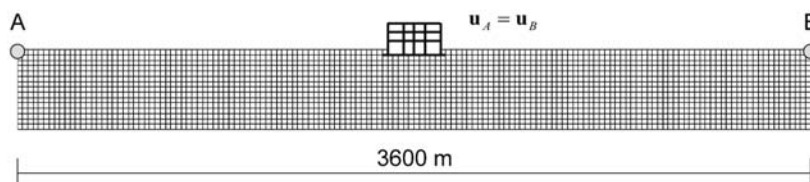
Fig. 6. Geometry of frame-subsoil system

parametrów materiałowych podłoża prędkość fali poprzecznej wynosi $v_s = 136.1$ m/s, prędkość fali Rayleigha $v_R = 127.1$ m/s, natomiast długość fali Rayleigha wynosi odpowiednio $\lambda_R = v_R/f = 25.4$ m. Celem oceny otrzymywanych wyników metody DRM wykonano model obliczeniowy konstrukcji wraz z podłożem o łącznej długości 3600 m, przyjmując periodyczne warunki brzegowe na pionowych brzegach modelu (por. rys. 7), co odpowiada ruchowi podłoża w polu dalekim. Analizowane modele DRM miały odpowiednio długości 50 m, 70 m, 100 m, 150 m oraz 200 m. W każdym z modeli DRM (por. rys. 8) wyodrębniono warstwę elementów zaklasyfikowanych jako elementy strefy zewnętrznej oraz warstwę elementów strefy brzegowej. Ponieważ w modelu DRM w węzłach strefy zewnętrznej nienależących do strefy brzegowej poszukujemy różnicy przemieszczeń w stosunku do pola dalekiego, stąd też na dolnej krawędzi nałożony został zerowy warunek brzegowy dla rezydualnego pola przemieszczeń w_e . Na krawędziach pionowych modelu DRM (w strefie zewnętrznej) dodano elementy tłumiące typu Lysmera. Model pola dalekiego (por. rys. 8, sprowadzony został do jednowymiarowego zagadnienia warstwy ścinanej, które można rozwiązać, stosując elementy dwuwymiarowe wraz z warunkiem zgodności przemieszczeń w węzłach na dwóch przeciwnych pionowych brzegach siatki (periodyczne warunki brzegowe). Obszar obliczeniowy w modelu referencyjnym oraz w modelach DRM zdyskretyzowano elementami czterowęzłowymi o wielkości 2 m. Przyjęto schemat HHT do całkowania po czasie wraz z krokiem czasowym $\Delta t = 0.01$ s. Przeanalizowano zagadnienie bez tłumienia (w podłożu i konstrukcji) oraz z tłumieniem, przyjmując odpowiednio współczynnik tłumienia Rayleigha β (do macierzy sztywności) równy ($\beta = 0.003$ s dla podłoża oraz $\beta = 0.0015$ s dla konstrukcji, co odpowiada logarytmicznemu dekrementowi tłumienia równemu $\delta = 0.3$ dla podłoża oraz $\delta = 0.15$ dla konstrukcji. Na rysunkach 10, 11 oraz 12 pokazano przebiegi czasowe względnego błędu rozwiązania dla przemieszczenia poziomego punktu P (por. rys. 8) w modelach DRM o długościach całkowitych 200 m, 150 m oraz 100 m dla przypadku bez tłumienia. Maksymalna wartość tego błędu wynosi 4% dla modelu 200 m, 6% dla modelu 150 m oraz 12% dla modelu o długości 100 m. Na rysunkach 14, 15, 16 17 oraz 18 pokazano przebiegi czasowe względnego błędu rozwiązania dla punktu P w modelach DRM o długościach całkowitych 200 m, 150 m, 100 m, 70 m oraz 50 m dla przypadku z tłumieniem. Maksymalna wartość tego błędu wynosi 0.4% dla modelu 200 m, około 1% dla modeli o długości 150 m, 100 m oraz 70 m i wzrasta do 4% dla modelu o długości 50 m. Jak łatwo zauważyć, generowany przez metodę DRM błąd rozwiązania zależy od wymiaru obszaru strefy wewnętrznej. Dodatkowym źródłem błędu są elementy tłumiące typu Lysmera, które w przypadku fal powierzchniowych nie są w stanie wyeliminować efektu odbicia fal od brzegu obszaru. Wprowadzenie tłumienia umożliwia istotną redukcję wymiaru obszaru obliczeniowego. Aby uzyskać maksymalny błąd względny poniżej wartości 4% w przypadku bez tłumienia, wymiar modelu DRM musi wynosić około 200 m, co jest równe około 8 długościom fal Rayleigha, natomiast w przypadku z tłumieniem wystarczy ograniczyć wymiar modelu do 50 m, co jest równe 2 długościom fali Rayleigha.

5. Wnioski

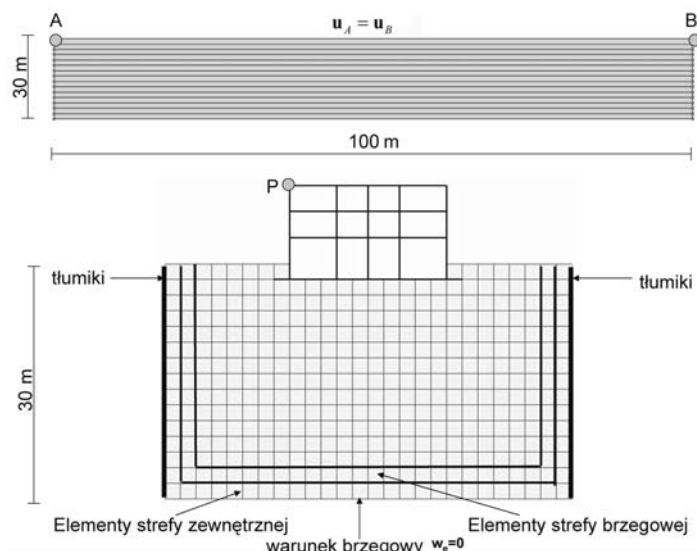
W artykule zaprezentowano sformułowanie zagadnienia redukcji wymiaru obliczeniowego w dynamicznych zagadnieniach interakcji konstrukcji budowlanych z gruntem w kontekście metody elementów skończonych. Obliczenia wykazują, że metoda ta umożliwia redukcję liczby stopni swobody w modelu dyskretnym, co ma bardzo istotne znaczenie w za-

gadnieniach trójwymiarowych. Rozwiązanie dla pola dalekiego w tej metodzie może być wynikiem pomocniczej analizy MES (np. jednowymiarowy model warstwy ścinanej), ale równie dobrze może pochodzić z rozwiązań analitycznych, co więcej – wymiar przestrzeni problemu pola dalekiego, może być mniejszy od wymiaru przestrzeni dla modelu zredukowanego. W ten sposób możemy np. rozwiązać zagadnienie pola dalekiego korzystając z modelu osiowosymetrycznego (wówczas mamy automatycznie uwzględniony efekt tłumienia geometrycznego), płaskiego stanu odkształcenia lub nawet jednowymiarowego, podczas gdy model zredukowany jest modelem trójwymiarowym. Przykład takiej analizy przedstawiony będzie w przygotowywanej przez autora pracy na temat zabezpieczenia zarurowanego odwiertu gazowego w strefie drgań wymuszonych przez drogowe walce wibracyjne. Nadal otwartym problemem jest efektywność elementów tłumiących, które w przypadku fal powierzchniowych mogą wykazywać dość znaczące błędy. W związku z tym część błędów generowanych przez metodę DRM może być wynikiem niedoskonałości tych elementów. Implementacja elementów tłumiących wyższego rzędu wg koncepcji Givoli [2] pozwoli wyjaśnić ten problem w niedalekiej przyszłości.



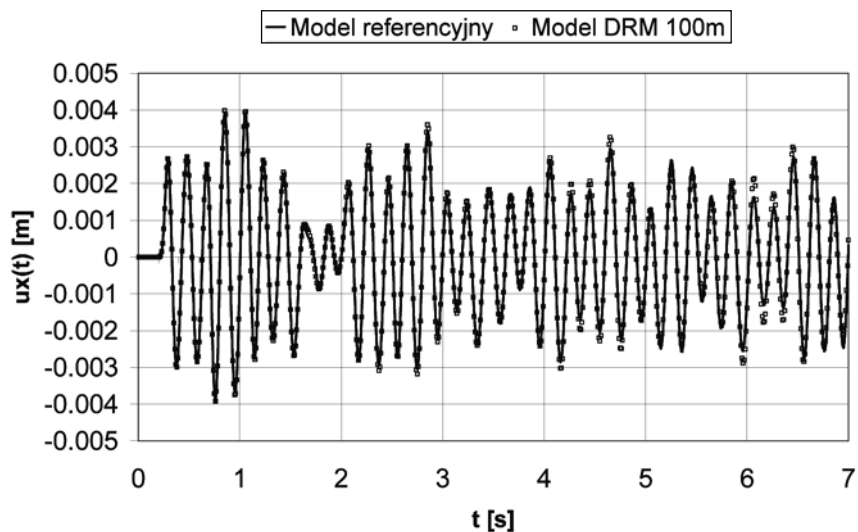
Rys. 7. Model referencyjny

Fig. 7. Reference model



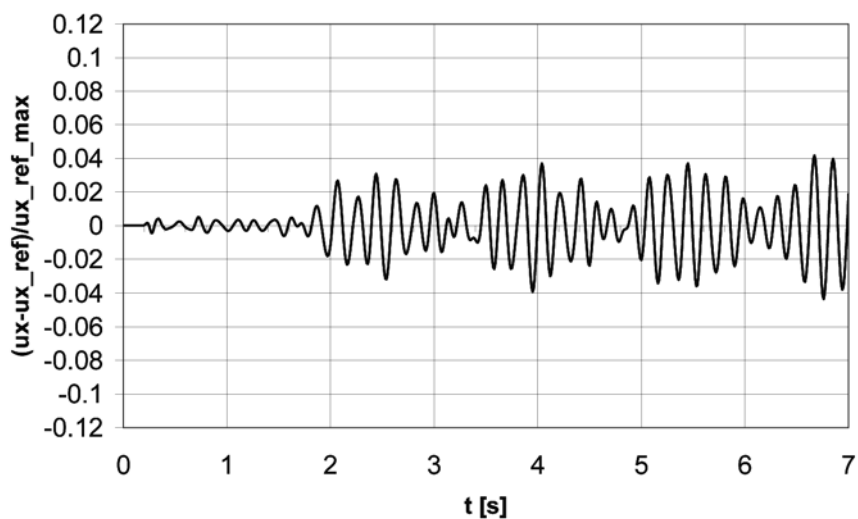
Rys. 8. Model pola dalekiego oraz model zredukowany

Fig. 8. Free field and reduced models



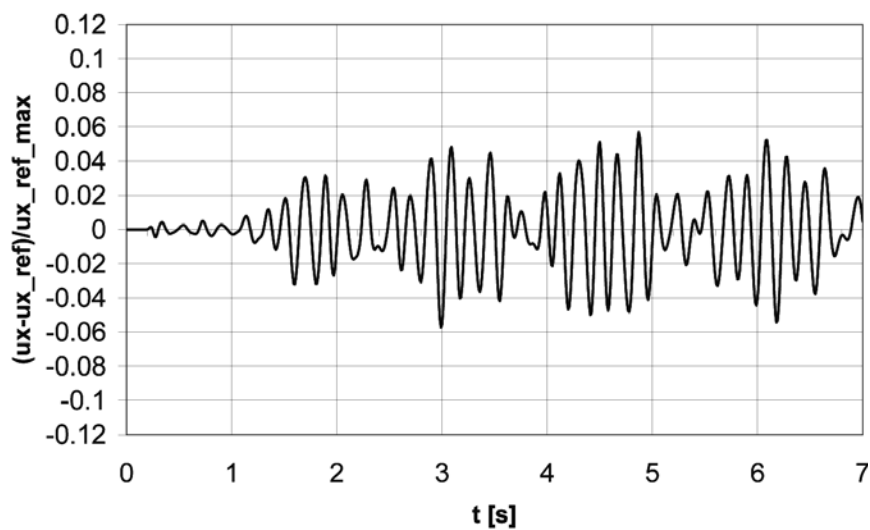
Rys. 9. Porównanie przebiegów czasowych $u_x(t)$ w punkcie P dla modelu referencyjnego oraz modelu DRM 100 m (bez tłumienia)

Fig. 9. Comparison of u_x time histories at point P for reference and 100 m wide DRM model (without soil damping)



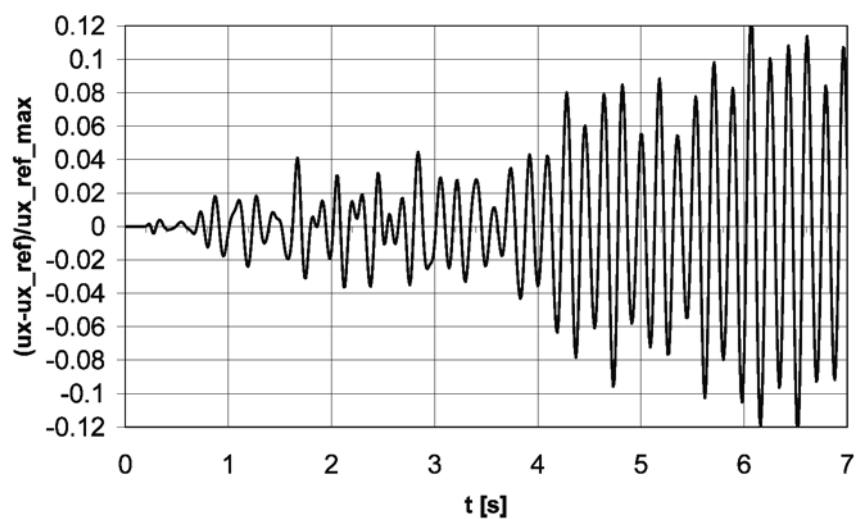
Rys. 10. Błąd rozwiązania dla modelu DRM (bez tłumienia w podłożu) o szerokości 200 m

Fig. 10. Error for 200 m wide DRM model (without soil damping)



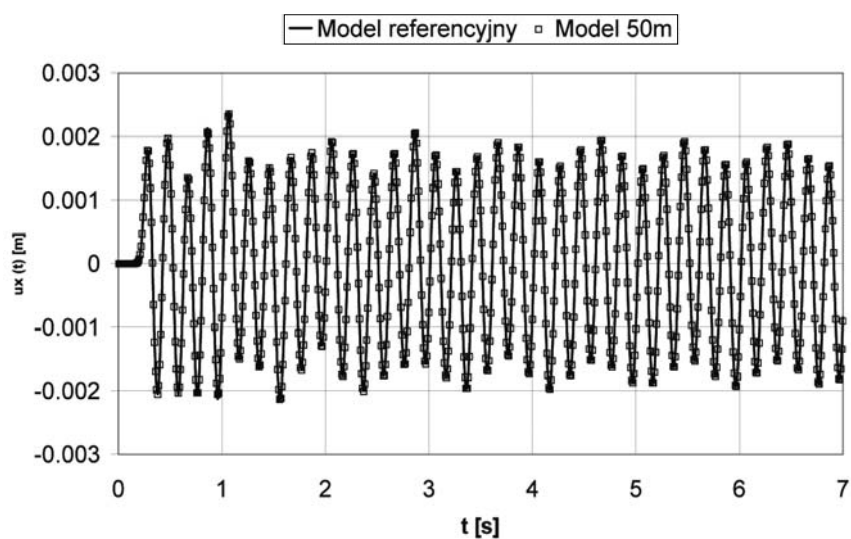
Rys. 11. Błąd rozwiązania dla modelu DRM (bez tłumienia w podłożu) o szerokości 150 m

Fig. 11. Error for 150 m wide DRM model (without soil damping)



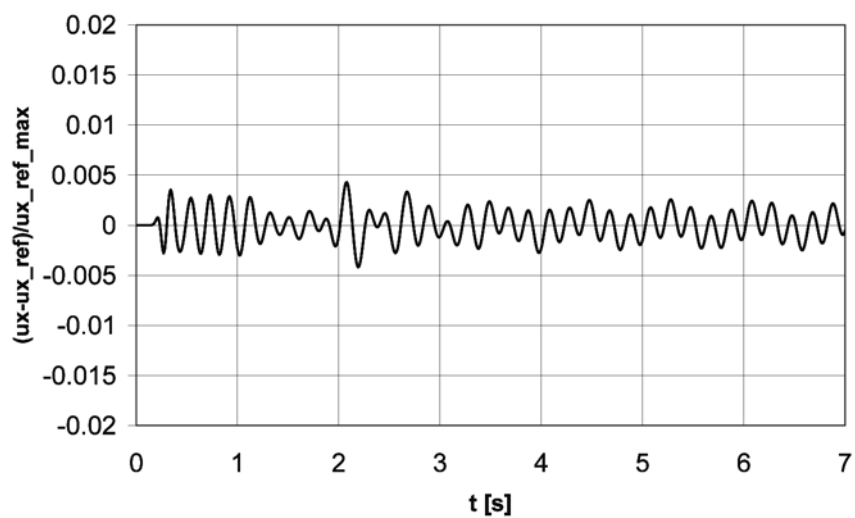
Rys. 12. Błąd rozwiązania dla modelu DRM (bez tłumienia w podłożu) o szerokości 100 m

Fig. 12. Error for 100 m wide DRM model (without soil damping)



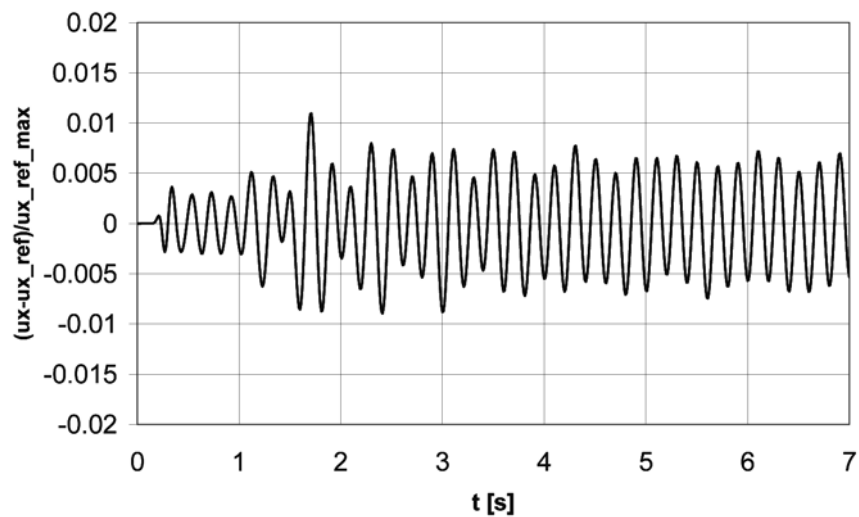
Rys. 13. Porównanie przebiegów czasowych $u_x(t)$ w punkcie P dla modelu referencyjnego oraz modelu DRM 100 m (z tłumieniem)

Fig. 13. Comparison of u_x time histories at point P for reference and 100 m wide DRM model (with soil damping)



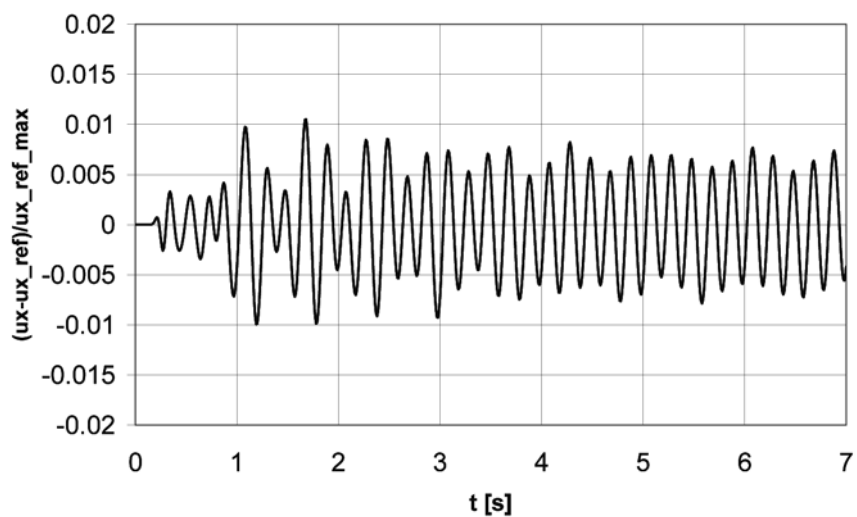
Rys. 14. Błąd rozwiązania dla modelu DRM (z tłumieniem w podłożu) o szerokości 200 m

Fig. 14. Error for 200 m wide DRM model (with soil damping)



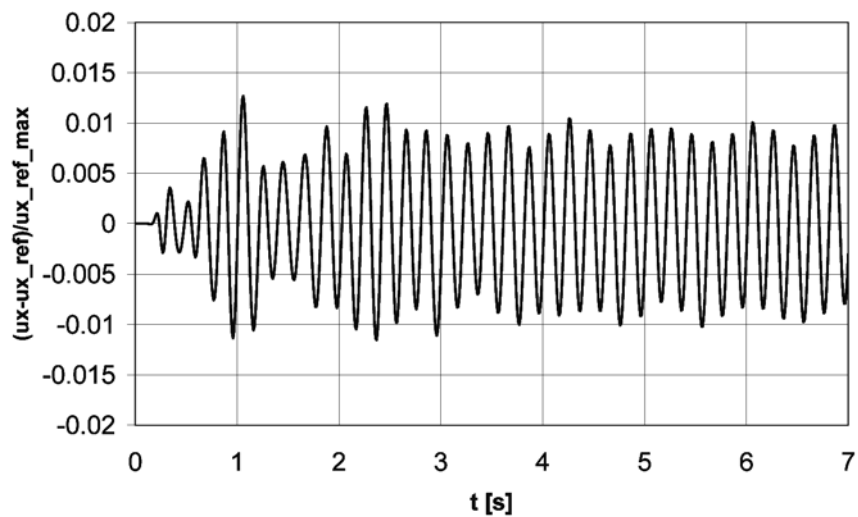
Rys. 15. Błąd rozwiązania dla modelu DRM (z tłumieniem w podłożu) o szerokości 150 m

Fig. 15. Error for 150 m wide DRM model (with soil damping)



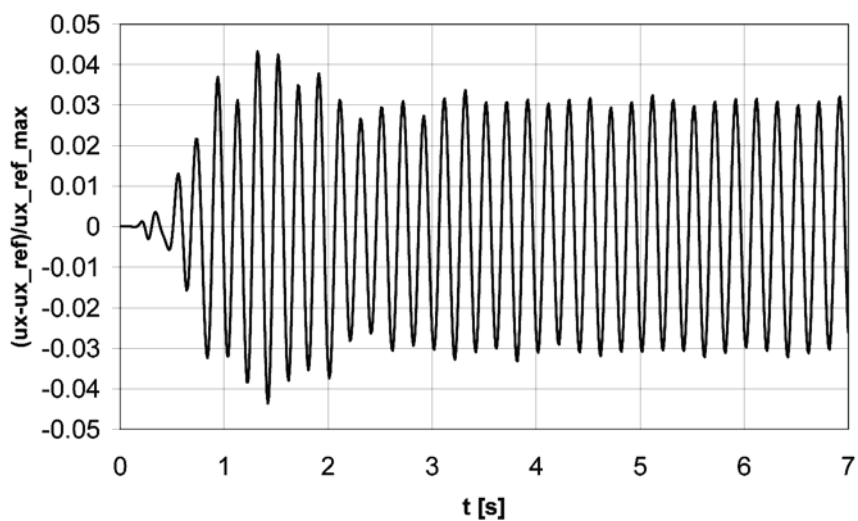
Rys. 16. Błąd rozwiązania dla modelu DRM (z tłumieniem w podłożu) o szerokości 100 m

Fig. 16. Error for 100 m wide DRM model (with soil damping)



Rys. 17. Błąd rozwiązania dla modelu DRM (z tłumieniem w podłożu) o szerokości 70 m

Fig. 17. Error for 70 m wide DRM model (with soil damping)



Rys. 18. Błąd rozwiązania dla modelu DRM (z tłumieniem w podłożu) o szerokości 50 m

Fig. 18. Error for 50 m wide DRM model (with soil damping)

Literatura

- [1] Bielak J., Loukakis K., Hisada Y., Youshimura C., *Domain reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions*, part II: *Theory*, Bulletin of the seismological Society of America, 93, 2003, 817-824.
- [2] Givoli D., Hagstrom Th., Patlashenko I., *Finite element formulation with high-order absorbing boundary conditions for time-dependent waves*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 195, 2006, 3666-3690.
- [3] Hughes T.J.R. *The finite element method. Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*, Prentice Hall, Inc. A Division of Simon & Schuster, Englewood Cliffs, New Jersey, 1987.
- [4] Kantoe S., *Development of time integration schemes and advanced boundary conditions for dynamic analysis*, Praca doktorska, Department of Civil and Environmental Engineering, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, SW7 2BU, May 2006.
- [5] Truty A., *Dynamics in zsoil 2010. Raport instytutowy Z_Soil.PC 101201*, ZACE Services Ltd, December 2010.
- [6] Youshimura C., Bielak J., Hisada Y., Fernandez A., *Domain reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions*, part II: *Verification and applications*, Bulletin of the seismological Society of America, 93, 2003, 825-840.