

VOLODYMYR SAMOTYY*

**ANALIZA PROCESÓW OKRESOWYCH
NIELINIOWYCH URZĄDZEŃ ELEKTROMAGNETYCZNYCH
SYSTEMÓW AUTOMATYKI**

**ANALYSIS OF PERIODICAL PROCESSES
OF NON-LINEAL ELECTROMAGNETIC DEVICES
IN THE SYSTEM OF AUTOMATION**

Streszczenie

Zaproponowano algorytm optymalizacji czasowej modelu wrażliwości na warunki początkowe. Podstawowym zadaniem jest analityczne obliczanie przybliżenia początkowego, które zmniejsza liczbę iteracji w modelu wrażliwości na warunki początkowe.

Słowa kluczowe: model wrażliwości na warunki początkowe

Abstract

Algorithm of improvement of times optimization of the model of sensitivities to the initial state, has been offered. The main idea lies in analytic accounting of the first approximation which reduces the number of iterations in the model of sensitivities to the initial state.

Keywords: model of sensitivities to the initial state

* Prof. dr hab. inż. Volodymyr Samotyy, Katedra Automatyki i Technik Informatycznych, Wydział Elektrotechniki i Inżynierii Komputerowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

W celu zbadania zachowania się dowolnego układu dynamicznego w czasie musimy rozwiązać problem Cauchy'ego. Sprowadza się to do rozwiązywania układów równań różniczkowych przy zadanych warunkach początkowych. Zazwyczaj tego typu równania są nieliniowymi, tj. współczynniki tych równań są funkcjami zmiennych stanu, więc musimy je rozwiązywać metodami numerycznymi. Wykonując całkowanie numeryczne nieliniowych równań dynamiki przy zadanych warunkach początkowych, otrzymujemy przebiegi czasowe, tj. analizie dynamiki systemu. Jednak istotnymi przebiegami zdecydowanej większości systemów automatyki są przebiegi okresowe (ustalone). Powstaje pytanie: jak wyznaczyć przebiegi okresowe? Tradycyjny sposób rozwiązania tego problemu sprowadza się do całkowania równań dynamiki przy zadanych warunkach początkowych do zakończenia przebiegów nieustalonych. Takie podejście ma kilka wad. Jeśli czas przebiegu nieustalonego jest dość długi, wtedy sumują się błędy całkowania numerycznego, ponieważ dowolna procedura numeryczna w każdym kroku realizuje operację z pewną dokładnością. Druga negatywna strona tej metody to duża ilość obliczeń. Należy również zauważyć, że takie podejście nie pozwala wnikać w istotne własności procesu okresowego. Dlatego opracowanie skutecznej metody analizy procesów okresowych systemów i urządzeń automatyki jest zadaniem aktualnym.

2. Przegląd literatury

Pierwszą metodą znalezienia takich rozwiązań była metoda małego parametru, opracowana przez Henri Poincarego. Dalsze rozwinięcie tej metody podane jest w [5]. Jej głównymi wadami są: niemożliwość dopasowania się do algorytmów maszynowych i brak uniwersalności. W [9] zaproponowano metodę analizy obwodów rezonansowych opartą na szeregach Voltairego [3]. Wadą tej metody jest niepewność liczby harmonicznej w celu osiągnięcia żądanej dokładności obliczeń. Podobnie w [8] zaproponowano algorytm numerycznego obliczania quasi-okresowych procesów nieliniowych urządzeń radiowych. Tutaj zmienne stanu przedstawiono jako uogólniony szereg Fouriera. Na podstawie ortogonalnych szeregów funkcyjnych w [7] opisano przybliżone obliczanie procesów ustalonych w obwodach elektrycznych. Takie podejście nie może być stosowane do urządzeń zawierających tyrystory, ponieważ przebiegi w nich nie są monotoniczne. Znana jest również metoda Gaussego-Seidela z korektą wtórną [1]. Jej podstawową wadą jest duża ilość iteracji. Metoda nie działa dla obwodów zawierających kondensatory z dużymi wartościami pojemności.

Znana jest również idea obliczenia warunków początkowych rozwiązań okresowych nieliniowych równań różniczkowych oparta na ekstrapolacji sekwencji $X(nT)$, gdzie X – wektor zmiennych stanu; $n = 0, 1, 2, \dots$; T – okres sygnału zaburzenia. Najprostszą jej realizacją jest metoda Eutkena-Stephensona [6]. Zaletą metod ekstrapolacyjnych jest ich uniezależnienie od struktury równań różniczkowych. Metoda Eutkena-Stephensona jest bardzo prosta w zastosowaniach, ale – jak pokazuje praktyka – nie radzi sobie nawet z dość prostymi zagadnieniami.

Zastosowanie metod ekstrapolacyjnych uzyskało szerszy rozgłos po publikacji prac [14, 21]. Tutaj przedstawiono e-algorytm, który oblicza granice szeregów z eksponencjalnymi składnikami. W porównywaniu z metodą Eutkena-Stephensona uzyskuje lepsze wyniki i ma szerszy zakres zastosowań. Po raz pierwszy e-algorytm został wykorzystany do analizy przebiegów okresowych w pracach [16–18].

Główną wadą metod ekstrapolacyjnych [2, 6, 14, 21] przy analizie przebiegów okresowych układów nieliniowych równań różniczkowych jest konieczność ich całkowania na długim odcinku czasu (nT) w celu uzyskania ciągu wartości dla ekstrapolacji. Ponadto, liczba okresów n zależy proporcjonalnie od liczby zmiennych stanu X , zatem zastosowanie metody [14, 21] dla systemów wysokiego rzędu nie zawsze jest uzasadnione.

Dlatego naukowcy czynili próby znalezienia lepszych metod, które by nie miały wad metod ekstrapolacyjnych. Naukowcom amerykańskim Aprillu T. i Tricku T. udało się tego dokonać [13]. Metoda [13] polega na obliczaniu pierwiastka nieliniowego równania okresowości iteracyjną metodą Newtona. Głównym problemem tutaj jest obliczanie macierzy monodromii, który jest częścią macierzy Jacobi'ego. Dla elektrycznych układów nieliniowych, problem ten został rozwiązany w [13]. Macierz monodromii oblicza się przez całkowanie równań wariacyjnych. Jednakże w stosunku do układów elektromagnetycznych obliczanie macierzy monodromii napotyka poważne trudności.

Nowoczesną realizację w stosunku do urządzeń elektromagnetycznych metoda Aprilla-Tricka uzyskała w artykułach [11, 15, 22]. Tutaj macierz monodromii zapisana jako iloczyn dwóch innych macierzy: z których pierwsza jest macierzą współczynników systemu równań różniczkowych, a druga jest obliczana poprzez całkowanie równań wariacyjnych. W [19, 20] metodę rozszerzono do urządzeń z tyrystorami.

Dla ograniczonych zagadnień można korzystać z metody wartości średnich [10, 12]. Metoda jest najprostszą ze wszystkich znanych, ale jej stosowanie jest ograniczone do zagadnień, w których przebiegi ustalone zmiennych stanu mają jednakowe wartości ekstremalne na odcinku okresu ($X_{\min} = X_{\max}$).

3. Model wrażliwości na warunki początkowe

Jedną z metod, która umożliwia analizę przebiegów ustalonych, opartą o cykle iteracyjne Newtona znana jest pod nazwą modelu wrażliwości na warunki początkowe. Pozwala obliczyć warunki początkowe, które przy całkowaniu równań stanu podają przebiegi ustalone. Jej głównym problemem jest określenie macierzy Jacobi'ego równań okresowych.

Opiszemy zastosowanie tej metody dla urządzeń elektromagnetycznych. Zapiszemy wektor zmiennych stanu

$$X = (\psi, I_2)^T, \quad (1)$$

gdzie:

ψ – wektor strumienia magnetycznego,

I_2 – wektor niezależnych prądów.

System nieliniowych równań różniczkowych zapiszemy w postaci macierzowej

$$\frac{dX}{dt} = B(\psi)(U - RI), \quad B = (D, A_2)^T \quad (2)$$

gdzie:

- $B(\psi)$ – macierz współczynników, której elementami są funkcje strumieni ψ ,
- U – wektor napięć,
- R – macierz rezystancji obwodów elektrycznych,
- I – pełny wektor prądów obwodów elektrycznych.

Dla przebiegów ustalonych zmienne stanu muszą spełniać warunek okresowości, który dla wartości czasu $t = 0$ zapiszemy w postaci systemu nieliniowych równań algebrycznych

$$F(X(0)) = X(0) - X(X(0), T) = 0, \quad (3)$$

gdzie:

T – okres sygnału wejściowego.

Należy zauważyć, że nieliniowość równań (3) jest ukryta za pośrednictwem składowej $X(X(0), T)$.

Równania nieliniowe (3) rozwiązujemy iteracyjną metodą Newtona

$$X(0)^{(K+1)} = X(0)^{(K)} - (F'(X(0)^{(K)}))^{-1} F(X(0)^{(K)}), \quad (4)$$

gdzie:

$F'(X(0))$ – macierz Jacobi'ego równania okresowości (3).

Zapiszemy pochodną po $X(0)$ równania (3). Otrzymujemy

$$F'(X(0)) = E - \Sigma(T), \quad \Sigma(T) = \frac{\partial X(X(0), T)}{\partial X(0)}, \quad (5)$$

gdzie:

$\Sigma(T)$ – macierz monodromii.

$\Sigma(T)$ oznacza wrażliwość zmiennych stanu na zmiany warunków początkowych.

Jak widać, zastosowanie modelu wrażliwości do analizy przebiegów ustalonych jest związane z problemem obliczania macierzy monodromii. Zapiszemy $\Sigma(T)$ w postaci iloczynu dwu innych macierzy

$$\Sigma(T) = \frac{\partial X(X(0), T)}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial X(0)} = B(\psi(T))S(T), \quad (6)$$

gdzie:

$B = \partial X / \partial \Psi$ – macierz współczynników równań (2),

$S = \partial \Psi / \partial X(0)$ – macierz wrażliwości strumieni pełnych do zmiany warunków początkowych.

Dalej będziemy je nazywać macierzą wariacyjną. Ona jest obliczana przez całkowanie równań wariacyjnych

$$\frac{dS}{dt} = \partial \left(\frac{d\Psi}{dt} \right) / \partial X(0). \quad (7)$$

Podstawimy równanie uzwojeń w (7)

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial(U - RI)}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial X(0)}. \quad (8)$$

Zważywszy, że napięcia U są funkcjami czasu i nie zależą od Ψ , otrzymamy system równań wariacyjnych

$$\frac{dS}{dt} = QS, \quad Q = -RA, \quad A = \frac{\partial I}{\partial \Psi}, \quad S = \frac{\partial \Psi}{\partial X(0)}. \quad (9)$$

Macierz A jest macierzą współczynników równań różniczkowych prądów, więc musimy najpierw napisać te równania

$$\frac{dI}{dt} = A(U - RI). \quad (10)$$

Równanie (9) zawsze jest liniowe, ponieważ jego prawa część ma liniową zależność od zmiennych wariacyjnych S . Równanie (10) całkujemy wraz z nieliniowym równaniem (2).

Przybliżenie początkowe zmiennych stanu $X(0)^{(0)}$ przyjmujemy zerowym. Warunki początkowe $S(0)^{(K)}$ obliczamy zgodnie ze wzorem

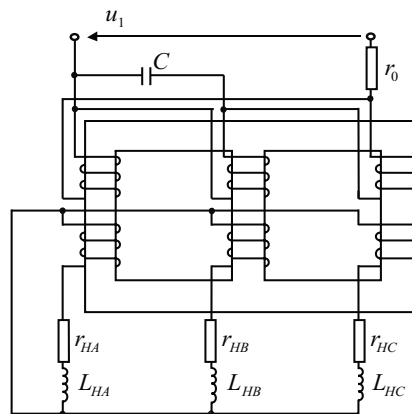
$$S(0)^{(K)} = (B(0)^{(K)})^{-1}. \quad (11)$$

Proces iteracyjny kończymy po spełnieniu warunku stopu

$$\text{mod}(1 - X(0)^{(K)} / X(0)^{(K+1)}) < \varepsilon, \quad (12)$$

gdzie:

ε – błąd konwergencji.



Rys. 1. Schemat przetwornika liczby faz
Fig. 1. Phase scheme of the transmitter

Czasami, dla dowolnego przybliżenia początkowego $X(0)^{(0)}$, metoda Newtona (4) może wymagać dużej liczby iteracji dla spełnienia warunku (12). Jeśli podać przybliżenie początkowe blisko do pierwiastka równania (3), to liczba iteracji będzie mniejsza. Powstaje pytanie, jak go obliczyć?

Proponujemy następujący algorytm. Jeśli w równaniach dynamiki (2) przyjąć $B(\psi) = \text{const}$, to te równania można zapisać w postaci zespolonej, stosując zamianę $d/dt = j\omega$. Tutaj $j = \sqrt{-1}$, ω – częstotliwość napięcia zasilania. Rozwiązując otrzymane równania, otrzymamy zmienne stanu jako analityczne funkcje czasowe dla przebiegów ustalonych. Przyjmując $t = 0$ obliczamy przybliżenie początkowe. Rozpatrzmy przykład zastosowania tego algorytmu dla najprostszego urządzenia elektromagnetycznego – przetwornika liczby faz (rys. 1).

4. Przetwornik liczby faz

Równania przetwornika faz są znane [4], więc zapiszemy je w postaci macierzowej

$$\frac{dX}{dt} = BZ(t), \quad Z(t) = \frac{dY}{dt}, \quad (13)$$

gdzie:

$X = (\psi, I_2, u_C)^T$ – wektor zmiennych stanu,

$B = \text{diag}((D, A_2)^T, C^{-1})$ – macierz diagonalna współczynników,

$Z(t) = (U - RI, -H_C^T I_1)^T$ – wektor funkcji czasowej,

$\psi = (\psi_A, \psi_B, \psi_C)^T$ – wektor strumieni głównych,

$I_1 = (i_{1A}, i_{1B}, i_{1C})^T, I_2 = (i_{2A}, i_{2B}, i_{2C})^T$ – wektory prądów,

$I = (I_1, I_2)^T, R = \text{diag}(R_1, R_2)$ – macierz diagonalna rezystancji,

$U = (H_1 u_1 + H_C u_C, 0, 0, 0)^T$ – wektor napięć,

u_1 – napięcie zasilania,

u_C – napięcie na kondensatorze,

$H_1 = (1, 0, -1)^T, H_C = (0, 1, -1)^T$ – macierze strukturalne,

R_1 – macierz rezystancji strony pierwotnej

$$R_1 = \begin{bmatrix} r_{1A} + r_0 & 0 & -r_0 \\ 0 & r_{1B} & 0 \\ -r_0 & 0 & r_{1C} + r_0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$R_2 = \text{diag}(r_{2A}, r_{2B}, r_{2C})$ – diagonalna macierz rezystancji strony wtórnej,

r_0 – rezystancja wewnętrzna źródła zasilania,

$D = (D_1, D_2)$, $A_2 = (A_{21}, A_{22})$ – macierze współczynników, przy czym $D_1 = \alpha_1$,

$$D_2 = \alpha_2, G = (\alpha'' + \alpha_0 E_0 + \alpha_1 + \alpha_2)^{-1}, A_{21} = -\alpha_2 D_1, A_{22} = \alpha_2 (E - D_2),$$

E – macierz jednostkowa,

E_0 – macierz o wymiarze 3×3 , której wszystkie elementy równe są jedności,

$\alpha_1 = \text{diag}(\alpha_{1A}, \alpha_{1B}, \alpha_{1C})$, $\alpha_2 = \text{diag}(\alpha'_{2A}, \alpha'_{2B}, \alpha'_{2C})$ – macierze diagonalne odwrotności indukcyjności rozpraszania pierwotnego i wtórnego uzwojeń,

$\alpha'_{2j} = \alpha_{2j} / (1 + \alpha_{2j} L_{Hj})$, $j = A, B, C$; $\alpha'' = \text{diag}(\alpha''_A, \alpha''_B, \alpha''_C)$ – macierz diagonalna odwrotności indukcyjności dynamicznych obliczanych przez charakterystyki magnesowania

$$\alpha''_j = \frac{\partial \varphi_j(\psi_j)}{\partial \psi_j} = \alpha''_j(\psi_j), \quad j = A, B, C. \quad (15)$$

Prądy uzwojeń pierwotnych można obliczyć analitycznie

$$I_1 = \alpha' \psi + \alpha_0 E_0 \psi - I_2. \quad (16)$$

Analiza przebiegów nieustalonych jest zredukowana do całkowania numerycznego równań (13) przy zadanych warunkach początkowych $X(0)$. Przebiegi ustalone otrzymujemy dla $X(0)$ spełniających warunek (3). Te warunki obliczamy na podstawie modelu wrażliwości na warunki początkowe.

Rozpatrzmy zastosowanie modelu wrażliwości na warunki początkowe dla przetwornika liczby faz. Warunki początkowe $X(0)$ muszą spełniać równanie okresowości (3). Aby obliczyć macierz współczynników równania (9), musimy obliczyć pochodne cząstkowe $Q = \partial Z / \partial Y$. Zapiszemy wektor $Z(t)$ w postaci

$$Z(t) = (H_1 u_1 + H_C u_C - R_1 I_1, -R_2 I_2, -H_C^T I_1)^T. \quad (17)$$

Wtedy macierz Q może być zapisana w postaci

$$Q = \left(H_1 \frac{\partial u_1}{\partial Y} + H_C \frac{\partial u_C}{\partial Y} - R_1 \frac{\partial I_1}{\partial Y}, -R_2 \frac{\partial I_2}{\partial Y}, -H_C^T \frac{\partial I_1}{\partial Y} \right)^T. \quad (18)$$

Zapiszemy wyrażenia dla obliczania pochodnych, które są elementami macierzy Q . Pochodne te są wyprowadzone zgodnie z odpowiednimi równaniami różniczkowymi

$$\frac{\partial u_1}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial u_C}{\partial Y} = C^{-1}, \quad \frac{\partial I_1}{\partial Y} = A_1, \quad \frac{\partial I_2}{\partial Y} = A_2, \quad (19)$$

gdzie:

$$A_1 = (A_{11}, A_{12}), \quad A_{11} = \alpha_1 (E - D_1), \quad A_{12} = -\alpha_1 D_2.$$

Podstawiając (19) w (18), uzyskamy ostateczne wyrażenie dla obliczenia macierzy współczynników równania wariacyjnego $Q = (Q_1, Q_2)$, gdzie $Q_1 = (-R_1 A_1, -R_2 A_2, -H_C^T A_1)^T$,

$$Q_2 = (H_C C^{-1}, 0, 0, 0, 0)^T.$$

Przybliżenie początkowe $X(0)^{(0)}$ może być dowolne. Natomiast warunki początkowe obliczamy zgodnie z równaniem $S(0) = B(0)^{-1}$.

Okazuje się, że przybliżenie początkowe $X(0)^{(0)}$ w metodzie Newtona (4) można ustalić blisko pierwiastka równania okresowości (3), wtedy zmniejsza się ilość iteracji w (4). Jak mówiliśmy wyżej, ten algorytm wygląda następująco. Przyjmujemy $\alpha_j'' = \text{const}$, $j = A, B, C$. Wtedy układ liniowych równań różniczkowych (13) można zapisać w postaci zespolonej. Rozwiązując te równania, otrzymamy wartości zmiennych stanu

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi}_A &= \psi_{AM} e^{j\varphi_{1A}}, & \dot{\psi}_B &= \psi_{BM} e^{j\varphi_{1B}}, & \dot{\psi}_C &= \psi_{CM} e^{j\varphi_{1C}}, \\ \dot{i}_{2A} &= i_{2AM} e^{j\varphi_{2A}}, & \dot{i}_{2B} &= i_{2BM} e^{j\varphi_{2B}}, & \dot{i}_{2C} &= i_{2CM} e^{j\varphi_{2C}}, & \dot{u}_C &= u_{CM} e^{j\varphi_C} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Wynik ten może być zapisany w przestrzeni czasowej

$$\left. \begin{aligned} \psi_j &= \psi_{jM} \sin(\omega t + \varphi_{1j}), & i_{2j} &= i_{2jM} \sin(\omega t + \varphi_{2j}), \\ u_C &= u_{CM} \sin(\omega t + \varphi_C), & j &= A, B, C \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Przyjmując wartość $t = 0$, otrzymujemy wzory dla warunków początkowych przebiegów ustalonych, jeśli układ równań różniczkowych (13) jest liniowy

$$\psi_j(0) = \psi_{jM} \sin(\varphi_{1j}), \quad i_{2j}(0) = i_{2jM} \sin(\varphi_{2j}), \quad u_C(0) = u_{CM} \sin(\varphi_C), \quad j = A, B, C. \quad (23)$$

5. Wyniki obliczeń

Na rysunku 2 przedstawiono wyniki obliczeń przebiegów ustalonych przetwornika liczby faz, stosując model wrażliwości na warunki początkowe. Układ równań różniczkowych został całkowany metodą Rungego-Kutty ze stałym krokiem całkowania.

Obliczenia przeprowadzono dla parametrów: $r_{1A} = r_{1B} = r_{1C} = 0,022 \Omega$; $r_{1A} = r_{1B} = r_{1C} = 0,04 \Omega$; $r_0 = 0,02 \Omega$; $r_{HA} = r_{HB} = r_{HC} = 40 \Omega$; $L_{HA} = L_{HB} = L_{HC} = 0$; $\alpha_1 = \alpha_{1B} = \alpha_1 = 1750 \text{ H}^{-1}$; $\alpha_{2A} = \alpha_{2B} = \alpha_{2C} = 2020 \text{ H}^{-1}$; $\alpha_0 = 1200 \text{ H}^{-1}$; $C = 0,5 \times 10^{-3} \text{ F}$; $u_1 = U_m \sin(\omega t)$, $U_m = 311 \text{ V}$, $\omega = 314,1593 \text{ rad/s}$.

Krzywą magnesowania aproksymowano wzorem

$$\varphi(\psi) = \begin{cases} a_1 \psi, & |\psi| > \psi_1, \\ S_3(\psi), & \psi_1 \leq |\psi| \leq \psi_2, \\ a_2 \psi - a_0, & |\psi| > \psi_2 \end{cases} \quad (24)$$

gdzie:

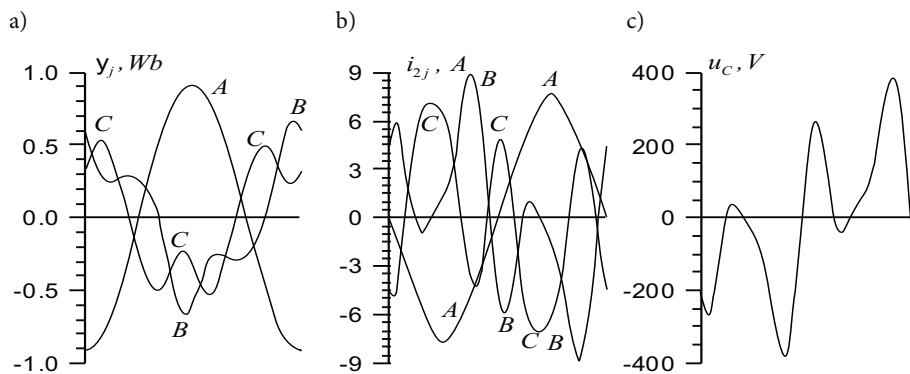
$$a_1 = 1,0 \text{ H}^{-1}; a_2 = 247 \text{ H}^{-1}; a_0 = 73,8 \text{ A}; \psi_1 = 0,1 \text{ Wb}; \psi_2 = 0,4 \text{ Wb}; \varphi(\psi_1) = 0,1 \text{ A}; \varphi(\psi_2) = 25 \text{ A}; S_3(\psi) - \text{splajn trzeciego rzędu.}$$

Przy zerowym przybliżeniu początkowym $X(0)^{(0)}$ zastosowanie modelu wrażliwości na warunki początkowe (4) dało wyniki procesu iteracyjnego, które przedstawiono w tabeli 1. Dla przybliżenia początkowego $X(0)^{(0)}$ obliczonego zgodnie z proponowaną metodą (23) zastosowanie modelu wrażliwości na warunki początkowe (4) dało wyniki procesu iteracyjnego, które zostały przedstawione w tabeli 2.

Tabela 1

Wartości warunków początkowych przy zerowym przybliżeniu początkowym

Numer iteracji	0	1	2	3	4	5	6	7
$\psi_A(0)$, Wb	,0	-0,989	-1,2119	-0,8294	-0,8624	-0,9099	-0,9107	-0,9107
$\psi_B(0)$, Wb	,0	-1,585	0,3679	0,1138	0,5822	0,5903	0,5949	0,5948
$\psi_C(0)$, Wb	,0	2,5972	0,9708	0,7273	0,288	0,3319	0,3282	0,3283
$i_{2A}(0)$, A	,0	0,426	-0,459	-0,112	-0,104	-0,023	-0,03	-0,03
$i_{2B}(0)$, A	,0	4,838	-12,456	23,488	6,106	4,889	4,469	4,457
$i_{2C}(0)$, A	,0	-5,807	13,553	-23,382	-5,941	-4,967	-4,53	-4,517
$u_C(0)$, V	,0	-238,7	551,65	-1055,5	-273,77	-223,98	-205,27	-204,84



Rys. 2. Wyniki obliczeń przebiegów ustalonych: strumieni głównych faz A , B , C :
 a) prądów obciążenia faz A , B , C , b) napięcia kondensatora,
 c) na odcinku jednego okresu ($T = 0,02$ s)

Fig. 2. The results of computation was established: the main streams of phases A , B , C :
 a) load currents phase A , B , C , b) condenser voltage, c) over one period ($T = 0.02$ s)

Porównując wyniki tabeli 1 i tabeli 2, wnioskujemy, że przy zerowym przybliżeniu początkowym (tabela 1, numer iteracji = 0) metoda (4) potrzebowała 7 iteracji dla spełnienia warunku (12), a przy przybliżeniu początkowym obliczonym zgodnie ze wzorem (25) (tabela 2, numer iteracji = 0) metoda (4) potrzebowała tylko 3 iteracji. To znaczy że dokonaliśmy 2 razy mniej obliczeń. Zauważmy, że badany proces jest typowo nieliniowy, co dobrze widać z wyników na rys. 2.

Na rysunku 2a przedstawiono wyniki obliczeń przebiegów ustalonych strumieni głównych faz A , B , C na odcinku jednego okresu napięcia zasilania ($T = 0,02$ s). Krzywa fazy A jest sinusoidą, natomiast krzywe faz B i C są odkształcone. Tutaj mamy zjawisko rezonansu przy trzykrotnej częstotliwości $f_3 = 150$ Hz. Takie same zjawisko jest widoczne w przebiegach ustalonych prądów obciążenia rys. 2b i napięcia kondensatora rys. 2c.

Tabela 2

Wartości warunków początkowych przy przybliżeniu początkowym obliczonym zgodnie z (25)

Numer iteracji	0	1	2	3
$\psi_A(0)$, Wb	-0,8656	-0,8854	-0,9067	-0,9106
$\psi_B(0)$, Wb	0,459	0,7159	0,5895	0,5949
$\psi_C(0)$, Wb	0,4067	0,1726	0,3278	0,3282
$i_{2A}(0)$, A	-0,187	0,0293	-0,0259	-0,0299
$i_{2B}(0)$, A	0,091	5,474	4,601	4,466
$i_{2C}(0)$, A	0,097	-5,681	-4,672	-4,527
$u_C(0)$, V	-2,902	-253,33	-211,08	-205,15

Stosując metodę genetyczną dla optymalizacji parametrycznej, można dobrać takie parametry przetwornika liczby faz, przy których prądy obciążenia będą maksymalnie zbliżone do standardowej postaci trójfazowej, ale to już temat innego artykułu.

6. Wnioski

Zaproponowany algorytm obliczenia przybliżenia początkowego dla modelu wrażliwości na warunki początkowe przetwornika liczby faz. Jest on oparty na metodzie analitycznej układu równań różniczkowych zapisanych w postaci zespolonej. Jego zaletą jest zmniejszenie ilości obliczeń dla analizy przebiegów ustalonych. Dla wyżej przedstawionego przykładu ilość obliczeń zmniejszyła się o połowę, co świadczy o efektywności proponowanego algorytmu.

Literatura

- [1] Баламетов А.Б., Мамедяров О.С., *Расчет установившегося режима сложных электрических сетей методом Гаусса-Зейделя с вторичной коррекцией*, Электричество, 1985, N 10, 7-11.
- [2] Белоцерковский А.С., *Метод определения переходных процессов в многопериодных электронных схемах*, Изв.вузов. Радиоэлектроника, 1989, N 7, 90-92.
- [3] Богданович Б.М., *Нелинейные искажения в приемно-усилительных устройствах*, Москва, Связь, 1980.
- [4] Дзелендзяк У., Павельчак А., Самотий В., *Математична модель каскаду „перетворювач кількості фаз – трифазний однопівперіодний випрямляч”*, Міжвідомчий науково-технічний збірник „Вимірювальна техніка та метрологія”, 2009, N 70, Видавництво НУ „Львівська політехніка”, Львів 2009.
- [5] Долгинов А.И., *Резонанс в электрических сетях и системах*, Госэнергоиздат, Москва-Ленинград 1957.
- [6] Заяц В.М., *Ускоренный поиск периодических режимов в автоколебательных системах*, Теоретическая электротехника: Респ. межвед. науч.-техн. сб., Вып. 32, Издательство Вища школа, Львов 1982.

- [7] Калугин Е.И., *Определение установившегося режима в нелинейной электрической цепи с помощью функциональных рядов*, Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, N 1, 1990.
- [8] Ланцов В.Н., Меркулов А.С., *Алгоритм расчета квазипериодических процессов в нелинейных радиотехнических устройствах*, Изв. вузов, Радиоэлектроника, N 6, 1990.
- [9] Осетров А.В., *Нелинейные искажения в резонансных цепях при сложном входном воздействии*, Изв. вузов, Радиоэлектроника, N 9, 1989.
- [10] Самотый В.В., Чабан В.И., *Об одном алгоритме ускоренного поиска стационарных процессов нелинейных цепей*, Теоретическая электротехника: Респ. межвед. науч.-техн. сб., Вып. 45, Издательство Вища школа, Львов 1988.
- [11] Чабан В.И., Самотый В.В., *Анализ стационарных процессов нелинейных электрических и магнитных цепей с периодическими входными сигналами*, Тез. докл. 2-й Всесоюз. науч. конф. „Проблемы нелинейной электротехники”, Наукова думка, Киев 1984.
- [12] Чабан В.И., Самотый В.В., *Ускоренный поиск стационарных электромагнитных процессов в нелинейных проводящих средах*, Изв. вузов. Радиоэлектроника, N 1, 1987.
- [13] Aprille T.I., Trick T.N., *A computer algorithm to determine the steady-state response of non-linear oscillator*, IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-19, 1972.
- [14] McLeod, *A note on the ϵ -algorithm*, Computing (Arch. Elektron. Rechnen), Vol. 7, 1971.
- [15] Minkina W., Samotyj W., *Metoda analizy zjawiska ferorezonansu we wzmacniaczu magnetycznym, Jakość i Użytkowanie Energii Elektrycznej*, Tom VIII, 1/2, 2002.
- [16] Minkina W., Samotyj W., *Modelowanie matematyczne zjawiska ferorezonansu w trójfazowym przemienniku częstotliwości*, I Krajowa Konferencja „Modelowanie i Symulacja 2000 (MiS-1)”, Kościelisko, czerwiec 2000.
- [17] Samotyj W., Dzelendziak U., Chomulak M., *Optymalizacja kształtu sygnału wyjściowego falownika tyrystorowego*, V Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna „Postępy w Elektrotechnice Stosowanej (PES-5)”, Kościelisko 2005.
- [18] Samoty V., Kobylansky A., *Transient Analysis of Cycloconverter Operating under Static Load*, Engineering Simulation, Vol. 14, 1997.
- [19] Samoty V., Labiak A., *The speed-up search of periodical regimes of non-linear electromagnetic circuits with variable structure by Newton method*, Proceedings Intern. AMSE Conference Applied Modeling & Simulation, Lviv (Ukraine) 1993.
- [20] Samotyj V., Shaky S., *Mathematical Model of Frequency Multiplier „Symmetric Scheme of Rectification with Voltage Doubling – Bridge Parallel Thyristor Chopper”*, Technology (Journal of Engineering), Vol. 9, Kathmandu 2000.
- [21] Skelboe S., *Computing of the periodic steady-state response of non-linear networks by extrapolation methods*, IEEE Trans. Circuits Syst., Vol. CAS-27, 1980.
- [22] Tchaban W.J., *Mathematic modelling of vibrative processes in nonlinear magnetic circuits*, Modelling. Simulation and Control, A, AMSE Press, Vol. 2, No. 3, 1985.