

JANUSZ GERMAN, ZBIGNIEW MIKULSKI*

ZASTOSOWANIE KONCEPCJI USZKODZEŃ KONTYNUALNYCH DO OPISU PROGRESYWNEGO ZNISZCZENIA LAMINATÓW KOMPOZYTOWYCH

APPLICATION OF CONTINUUM DAMAGE APPROACH FOR ANALYSIS OF PROGRESSIVE DAMAGE IN COMPOSITE LAMINATES

Streszczenie

W artykule przedstawiono model progresywnego zniszczenia kompozytów włóknistych. Uwzględniono w nim różne mechanizmy zniszczenia wewnątrzwarstwowego, umożliwiające określenie poziomu obciążenia inicjującego proces uszkodzenia. Model pozwala także na analizę postępującej degradacji kompozytu przy wzrastającym obciążeniu. Ewolucja uszkodzeń opisana jest w ramach podejścia energetycznego bazującego na dyssypacji energii podczas procesu zniszczenia. Przeprowadzono ponadto analizę wytrzymałościową warstwowych kompozytów włóknistych przy użyciu przedstawionego modelu, korzystając z pakietu MES ABAQUS. W pewnym zakresie wykonano także obliczenia według własnych procedur z wykorzystaniem programu Mathcad.

Słowa kluczowe: kompozyt włóknisty, analiza wytrzymałościowa, progresywna degradacja

Abstract

This paper presents a model of progressive damage in fiber-reinforced composites. The model predicts the onset of failure and post-failure behavior. Four different modes in frame of intralaminar failure mechanism are considered. They are represented by a set of scalar damage variables. Damage evolution (induced by stress) is based on the fracture energy dissipated during the damage process. The step-by-step description of progressive damage is also shown. Numerical results obtained by utilizing commercial FEM system ABAQUS are compared with author's code written in frame of Mathcad in range of ultimate load capacity.

Keywords: composite laminates, strength analysis, progressive damage

* Dr hab. inż. Janusz German, prof. PK, mgr inż. Zbigniew Mikulski, Katedra Wytrzymałości Materiałów, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Parametr uszkodzenia i naprężenia efektywne

Uszkodzenie może być interpretowane jako pojawienie się w materiale mikropustek i mikropęknięć. Bardziej precyzyjna jest definicja uszkodzenia materiału w kategoriach gęstości objętościowej mikropęknięć lub też ubytku efektywnego pola przekroju spowodowanego mikropęknięciami. Podejście takie zaproponował Kachanov [12] za pomocą przyjęcia skalarnego parametru uszkodzenia d , przyjmującego wartości z przedziału $\langle 0, 1 \rangle$, przy czym wartość $d = 1$ oznacza zniszczenie próbki. Taka interpretacja uszkodzenia zakłada, że obciążenie przenoszone jest tylko przez nieuszkodzoną część powierzchni przekroju, z czego wynika definicja naprężenia efektywnego – odniesionego do pracującej części powierzchni przekroju:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{1-d} \sigma_0 \quad (1)$$

gdzie:

σ_0 – naprężenie nominalne.

W materiałach kompozytowych, ze względu na niejednorodność materiału, objawiającą się różnymi cechami tak wytrzymałościowymi, jak i sztywnościowymi w różnych kierunkach, zastosowanie kontynuualnej mechaniki uszkodzeń jest bardziej złożone w porównaniu do materiałów izotropowych. Anizotropia tych materiałów powoduje, że orientacja pęknięć i ich rozwój zależą nie tylko od obciążenia, geometrii i warunków brzegowych, ale również od morfologii materiału. W laminatach włóknistych mamy do czynienia z różnymi mechanizmami pęknięcia, a rodzaj i gęstość tych pęknięć zależą nie tylko od własności materiału, ale także od sekwencji ułożenia warstw. Wszystko to sprawia, że w analizie zniszczenia kompozytów włóknistych należy stosować nie jeden, ale kilka parametrów uszkodzenia d odpowiedzialnych za zniszczenie poszczególnych elementów jego budowy, a mianowicie:

- d_f – parametr uszkodzenia włókien,
- d_m – parametr uszkodzenia matrycy,
- d_s – parametr uszkodzenia związany ze ścinaniem w płaszczyźnie warstwy.

W analogiczny sposób można zdefiniować tensor naprężeń efektywnych w materiałach kompozytowych.

Relację pomiędzy naprężeniem efektywnym – $\hat{\sigma}$, a naprężeniem nominalnym – σ , można przedstawić następująco:

$$\hat{\sigma} = \mathbf{M}\sigma \quad (2)$$

gdzie:

\mathbf{M} – operator uszkodzenia.

W postaci jawnej równanie (2) przyjmuje następującą postać:

$$\begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_{11} \\ \hat{\sigma}_{22} \\ \hat{\sigma}_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-d_f} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-d_m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-d_s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

2. Kryterium inicjacji uszkodzenia

Pierwszym krokiem analizy wytrzymałościowej z wykorzystaniem modelu progresywnego zniszczenia jest wyznaczenie początku procesu uszkodzenia. W tym modelu kryteria inicjacji oparte są na teorii Hashina [7], w której powierzchnia uszkodzenia wyrażona jest w przestrzeni naprężeń efektywnych. Kryteria te uwzględniają cztery podstawowe mechanizmy zniszczenia:

- zerwanie włókien przy rozciąganiu,
- wyboczenie włókien przy ściskaniu,
- pęknięcie matrycy przy rozciąganiu w kierunku poprzecznym do włókien oraz ścinaniu,
- kruszenie matrycy przy ściskaniu w kierunku poprzecznym do włókien oraz ścinaniu.

Każdemu z powyższych mechanizmów odpowiada odrębne kryterium inicjacji; mamy zatem cztery niezależne kryteria odpowiadające wymienionym mechanizmom, a mianowicie:

- rozciąganie w kierunku równoległym do włókien ($\hat{\sigma}_{11} \geq 0$)

$$F_{ft} = \left(\frac{\hat{\sigma}_{11}}{X^T} \right)^2 + \alpha \left(\frac{\hat{\sigma}_{12}}{S^L} \right)^2 = 1, \quad (4)$$

- ściskanie w kierunku równoległym do włókien ($\hat{\sigma}_{11} < 0$)

$$F_{fc} = \left(\frac{\hat{\sigma}_{11}}{X^C} \right)^2 = 1, \quad (5)$$

- rozciąganie matrycy w kierunku poprzecznym do włókien ($\hat{\sigma}_{22} \geq 0$)

$$F_{mt} = \left(\frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y^T} \right)^2 + \left(\frac{\hat{\sigma}_{12}}{S^L} \right)^2 = 1, \quad (6)$$

- ściskanie matrycy w kierunku poprzecznym do włókien ($\hat{\sigma}_{22} < 0$)

$$F_{mc} = \left(\frac{\hat{\sigma}_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left[\left(\frac{Y^C}{2S^T} \right)^2 - 1 \right] \frac{\hat{\sigma}_{22}}{Y^C} + \left(\frac{\hat{\sigma}_{12}}{S^L} \right)^2 = 1, \quad (7)$$

gdzie:

- $\hat{\sigma}_{ij}$ – elementy tensora efektywnych naprężeń,
- X^T i X^C – wytrzymałość na rozciąganie i ściskanie w kierunku włókien,
- Y^T i Y^C – wytrzymałość na rozciąganie i ściskanie w kierunku poprzecznym do włókien,
- S^L i S^T – wytrzymałość na ścinanie w płaszczyźnie warstwy oraz ścinanie poprzeczne – w płaszczyźnie ortotropii, prostopadłej do płaszczyzny warstwy.

Współczynnik α w równaniu (4) określa udział naprężeń ścinających w procesie uszkodzenia włókien przy rozciąganiu. Wytrzymałość S^T nie wchodzi w skład standar-

owych charakterystyk wytrzymałościowych warstwy kompozytowej, wyznacza się ją na drodze dodatkowego eksperymentu.

3. Redukcja sztywności uszkodzonego kompozytu

Po zainicjowaniu uszkodzenia w danej warstwie, w dalszym etapie analizy należy zredukować sztywność uszkodzonej warstwy, a tym samym zmodyfikować sztywność całego laminatu. W celu wyznaczenia zdegradowanych elementów macierzy sztywności warstwy kompozytowej, w programie ABAQUS adaptowano model zaproponowany przez Matzenmillera [14].

Używając relacji (2) oraz oceny ilościowej degradacji współczynnika Poissona (Highsmith i Reifsnider [8], Laws i Dvorak [9], Tarleja [17], German [6]), uzyskano zdegradowaną macierz podatności w następującej formie:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_f)E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{(1-d_m)E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_s)G_{12}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

oraz odpowiadającą jej zdegradowaną macierz sztywności

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1-d_f)E_1 & (1-d_f)(1-d_m)\nu_{21}E_1 & 0 \\ (1-d_f)(1-d_m)\nu_{12}E_2 & (1-d_m)E_2 & 0 \\ 0 & 0 & D(1-d_s)G_{12} \end{bmatrix} \quad (9)$$

gdzie:

$$D = 1 - (1-d_f)(1-d_m)\nu_{12}\nu_{21},$$

$E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \nu_{21}$ – standardowe charakterystyki sztywnościowe nieuszkodzonej warstwy.

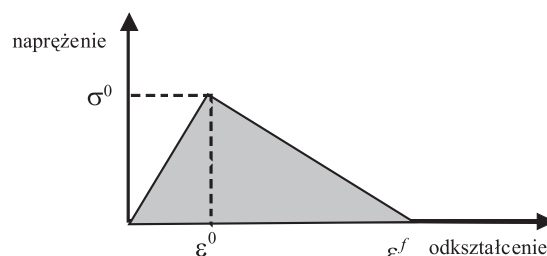
Parametry uszkodzenia d_f i d_m mogą przyjmować różne wartości przy rozciąganiu i ściskaniu, które oznaczane będą dodatkowym indeksem – odpowiednio t i c . W modelu tym założono, że parametr uszkodzenia d_s , odpowiadający ścinaniu, nie jest niezależny i może być wyrażony przez pozostałe parametry. Parametry uszkodzenia wyrażają się następującymi relacjami [1]:

$$\begin{aligned} d_f &= \begin{cases} d_{ft} & \text{dla } \hat{\sigma}_{11} \geq 0 \\ d_{fc} & \text{dla } \hat{\sigma}_{11} < 0 \end{cases} \\ d_m &= \begin{cases} d_{mt} & \text{dla } \hat{\sigma}_{22} \geq 0 \\ d_{mc} & \text{dla } \hat{\sigma}_{22} < 0 \end{cases} \\ d_s &= 1 - (1-d_{ft})(1-d_{fc})(1-d_{mt})(1-d_{mc}) \end{aligned} \quad (10)$$

4. Wyznaczenie parametrów uszkodzenia

Redukcja macierzy sztywności kompozytu warstwowego kontrolowana jest przez parametry uszkodzenia d_f , d_m i d_s , zmieniające się w zakresie $\langle 0, 1 \rangle$, przy czym 0 oznacza stan nieuszkodzony, zaś 1 – stan zniszczenia, związany z odpowiadającym mu typem uszkodzenia. Opis ewolucji uszkodzeń w fazie po ich inicjacji oparty jest na energii zniszczenia dyssypowanej podczas procesu uszkodzania. Podejście to jest uogólnieniem koncepcji ewolucji zaproponowanej przez Camanho i Dávila [3] do modelowania delaminacji laminatów kompozytowych.

W celu opisu ewolucji uszkodzenia przyjęto model materiału z liniowym osłabieniem (ang. *linearly softening material*), dla którego zależność $\sigma - \epsilon$ przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Zależność naprężenie-odkształcenie dla materiału z liniowym osłabieniem
Fig. 1. Stress versus strain diagram for a linearly softening material

Jak widać na rys. 1, przy wzroście odkształcenia naprężenie rośnie liniowo sprężyste aż do wartości granicznej – σ^0 – odpowiadającej odkształceniu – ϵ^0 , po czym liniowo maleje, aż do wartości 0, odpowiadającej odkształceniu niszczącemu – ϵ^f .

Energia dyssypowana podczas procesu zniszczenia jest proporcjonalna do objętości uszkodzonego ciała materialnego. Z punktu widzenia zastosowania w obliczeniach MES i konieczności zagęszczania siatki w strefie lokalizacji uszkodzenia – energia dyssypowana w tej strefie malałaby wraz z zagęszczaniem siatki i zmniejszaniem analizowanego obszaru. W konsekwencji, kiedy wymiary elementu zmierzałyby do 0, model przewidywałby zniszczenie ciała bez dyssypacji energii, co jest fizycznie niemożliwe. Aby złagodzić zależność rozwiązania od dyskretyzacji wprowadzono charakterystyczną długość elementu (L^c) do związku konstytutywnego dla użytego modelu materiału. Podejście takie zaproponowali Bażant i Oh (1983) [2]. W ten sposób związek można wyrazić w zależności naprężenie – przemieszczenie. Pozwala to powiązać energię dyssypowaną na jednostkę objętości (definiowaną jako obszar pod wykresem $\sigma - \epsilon$) z energią zniszczenia materiału (ang. *fracture energy*). W tym celu zastosowano metodę gwarantującą spełnienie warunku, aby energia dyssypowana podczas procesu zniszczenia była stała i równa iloczynowi energii zniszczenia materiału (G^c) i pola powierzchni utworzonej szczeliny (A). Uwzględniając równanie określające gęstość energii dyssypowanej na jednostkę objętości w postaci:

$$g = \int_0^{\epsilon^f} \sigma d\epsilon = \frac{1}{2} \sigma^0 \epsilon^f \quad (11)$$

oraz wspomniany powyżej warunek, otrzymuje się odkształcenie niszczące ε^f w następującej postaci:

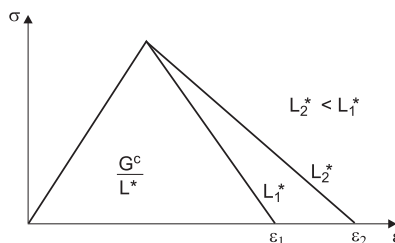
$$\varepsilon^f = \frac{2G^c}{\sigma^0 L^c} \quad (12)$$

gdzie:

L^c – długość charakterystyczna elementu,

G^c – odporność materiału na pękanie. Wielkość ta jest charakterystyką materiału i musi być dla każdego mechanizmu zniszczenia wyznaczona eksperymentalnie.

Z równania (12) wynika, że odkształcenie niszczące nie jest wartością stałą, ale zależną od charakterystycznej długości elementu. Na rysunku 2 przedstawiono model konstytutywny materiału dla różnych długości charakterystycznych.



Rys. 2. Zależność $\sigma - \varepsilon$ dla różnych długości charakterystycznych

Fig. 2. Stress versus strain diagram for different characteristic length of the finite elements

Analogiczne modele należy zastosować dla każdego z rozważanych mechanizmów zniszczenia z wykorzystaniem zależności „ekwiwalentne naprężenie – ekwiwalentne odkształcenie” lub „ekwiwalentne naprężenie – ekwiwalentne przemieszczenie”. W tym celu potrzebna jest znajomość energii zniszczenia w każdym ze sposobów zniszczenia G_I^c , $I \in \{ft, fc, mt, mc\}$. Wartości tych energii nie zawsze są łatwe do wyznaczenia eksperymentalnego, jak również są trudno dostępne w literaturze. Energia zniszczenia G_{mt}^c może być mierzona przy użyciu próbek DCB wg ASTM-D 5528. Pinho (2005) [15] zaproponował wyznaczenie energii G_{ft}^c i G_{fc}^c za pomocą próbek CT i CC odpowiednio do próby rozciągania i ściskania, jak również energii G_{mc}^c .

Wymiary elementu skończonego, na podstawie których wyznaczana jest długość charakterystyczna muszą zapewniać spełnienie warunku, aby zgromadzona energia sprężysta w momencie inicjacji uszkodzenia nie przekraczała energii zniszczenia w każdym sposobie zniszczenia, tzn. musi zachodzić relacja:

$$\frac{1}{2} \varepsilon_I^0 \sigma_I^0 \leq \frac{G_I^0}{L^c} \quad (13)$$

gdzie:

σ_I^0 i ε_I^0 – są odpowiednio ekwiwalentnym naprężeniem i ekwiwalentnym odkształceniem, przy których kryterium inicjacji w danym mechanizmie jest spełnione.

Otrzymujemy stąd warunek na maksymalną długość charakterystyczną:

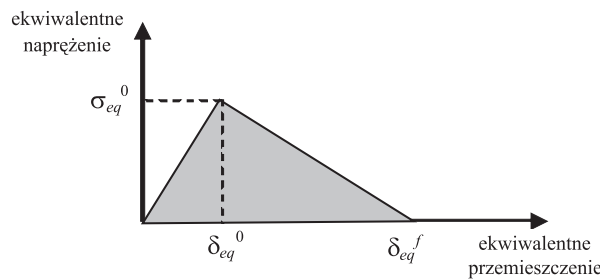
$$L^c \leq \frac{2E_I G_I^c}{(\sigma_I^0)^2} \quad (14)$$

W przypadku kiedy model zawiera elementy większe niż określone równaniem (14), a dalsze zagęszczanie siatki nie jest efektywne, niespełnienia warunku (13) można uniknąć poprzez obniżenie ekwiwalentnego naprężenia przy inicjacji uszkodzenia (σ_I^0) do wartości [2]:

$$\sigma_I^0 = \sqrt{\frac{2E_I G_I^c}{L^c}} \quad (15)$$

Takie skorygowanie naprężenia granicznego powoduje, że parametr uszkodzenia przyjmuje tylko jedną z dwóch możliwych wartości, $d_I = 0$ dopóki $F_I < 1$, lub $d_I = 1$ gdy $F_I = 1$, co oznacza, że moment inicjacji uszkodzenia elementu jest zarazem momentem jego całkowitego zniszczenia.

W obliczeniach numerycznych z zastosowaniem systemu ABAQUS ewolucja parametrów uszkodzeń sterowana jest przez ekwiwalentne przemieszczenie. Dlatego też związek konstytutywny wyrażono w relacji „ekwiwalentne naprężenie – ekwiwalentne przemieszczenie”, jak pokazano na rys. 3.



Rys. 3. Zależność ekwiwalentne naprężenie – ekwiwalentne przemieszczenie dla badanego materiału [1]

Fig. 3. Equivalent stress versus equivalent displacement diagram [1]

Ekwiwalentne przemieszczenia i naprężenia dla każdego z czterech sposobów uszkodzenia określone są na podstawie równań kryteriów inicjacji.

Przyjęto, że parametr uszkodzenia dla I -tego sposobu zniszczenia wyznaczany jest z relacji [1]:

$$d_I = \frac{\delta_{eq,I}^f (\delta_{eq,I} - \delta_{eq,I}^0)}{\delta_{eq,I} (\delta_{eq,I}^f - \delta_{eq,I}^0)}; \quad \delta_{eq,I}^0 \leq \delta_{eq,I} \leq \delta_{eq,I}^f \quad (16)$$

$$I \in \{ft, fc, mt, mc\}$$

W równaniu tym $\delta_{eq,I}^0$ jest ekwiwalentnym przemieszczeniem, przy którym kryterium inicjacji zostaje spełnione, a $\delta_{eq,I}^f$ jest ekwiwalentnym przemieszczeniem przy którym

materiał ulega całkowitemu zniszczeniu ($d_I = 1$). Ewolucja zniszczenia jest procesem nieodwracalnym, a więc za wartość parametru zniszczenia d_I należy przyjąć większą z wartości aktualnej i obliczonej w kolejnym kroku. W równaniu (16) $\delta_{eq,I}^f$ nie jest wartością znaną i musi być wyznaczone. Mając daną energię zniszczenia G_I^c oraz zakładając liniowe osłabienie materiału można je wyznaczyć z następującej zależności

$$\delta_{eq,I}^f = \frac{2G_I^c}{\sigma_{eq,I}^0} \quad (17)$$

gdzie:

$\sigma_{eq,I}^0$ – ekwiwalentnym naprężeniem przy którym kryterium inicjacji zostaje spełnione.

5. Numeryczna analiza progresywnego zniszczenia z wykorzystaniem stsyemu ABAQUS

Model progresywnego zniszczenia wykorzystano testowo do wyznaczenia nośności jednoosiowo rozciąganej próbki wykonanej z kompozytu włókno węglowe/epoksyd AS4/9773 dla różnych konfiguracji laminatu. Przedstawione zostaną wyniki dla trzech konfiguracji laminatu – $[0/90_2]_s$, $[0/60/-60]_s$ oraz $[0/30/-30]_s$. Wyniki porównano z obliczeniami opartymi na relacjach analitycznych, zaimplementowanych do autorskich procedur w programie Mathcad.

Obliczenia wykonano dla próbek prostopadłościennych o wymiarach $100 \times 50 \times 0,84$ mm, podzielonej następnie na 6 części odpowiadających grubości pojedynczej warstwy wynoszącej $t_0 = 0,14$ mm. Warstwy zamodelowano w MES jako jednorodne powłoki (*Section – Shell, Homogeneous*). Charakterystyki sprężyste, wytrzymałościowe oraz energie zniszczenia dla materiału przyjęto za [10]:

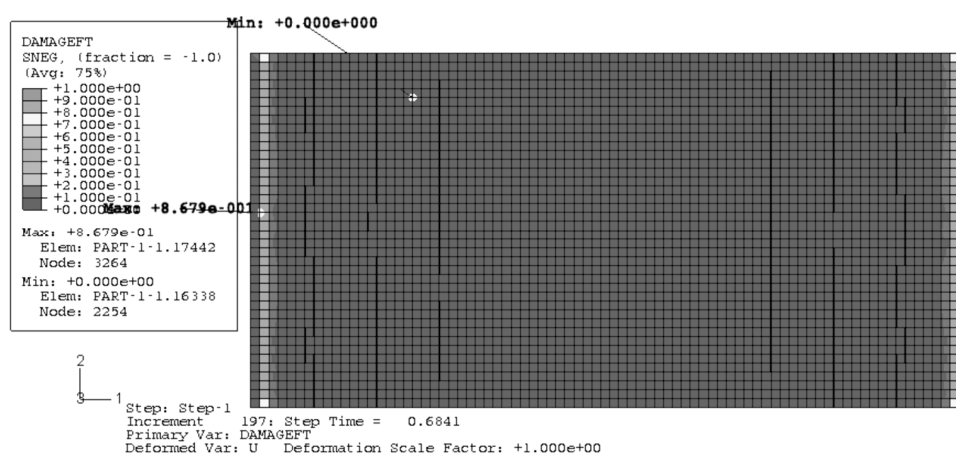
$$\begin{aligned} E_1 &= 171.4\text{GPa} & E_2 &= 9.1\text{GPa} & G_{12} &= 5.3\text{GPa} & \nu_{12} &= 0.32 \\ X^T &= 2070\text{MPa} & X^C &= 1160\text{MPa} & Y^T &= 29.0\text{MPa} & Y^C &= 157.9\text{MPa} \\ S^L &= 91.0\text{MPa} \\ G_{ft}^c &= 81.5\text{kJ/m}^2 & G_{fc}^c &= 106.3\text{kJ/m}^2 & G_{mt}^c &= 0.31\text{kJ/m}^2 & G_{fc}^c &= 1.68\text{kJ/m}^2 \end{aligned}$$

Przyjęto sprężyste zachowanie materiału (typ *Lamina*) oraz model zniszczenia dla kompozytów włóknistych (*Hashin Damage*). Konfigurację warstw zdefiniowano za pomocą funkcji *Assign Material Orientation*. Warunki brzegowe oraz obciążenie przyłożono do sztywnych bloków, pomiędzy którymi umieszczono próbkę. Obciążenie zamodelowano w postaci monotonicznie rosnącego ciśnienia w zakresie od 0 do 1000 MPa. W obliczeniach stosowano elementy SC8R – ośmiowęzłowe, czworoboczne w płaszczyźnie warstwy. Przyjęto siatkę o oczku $1,25 \times 1,25$ mm.

5.1. Analiza wyników dla laminatu krzyżowego – $[0/90_2]_s$

Dla laminatu krzyżowego – $[0/90_2]_s$ inicjacja uszkodzenia pojawia się przy ok. 200 MPa w warstwie 90° , a przy ok. 210 MPa parametr uszkodzenia matrycy większy od 0 wy-

stępuje już we wszystkich jej elementach. Zapoczątkowanie zniszczenia włókien warstwy 0° następuje przy ok. 670 MPa, a całkowite jej zniszczenie, a zarazem całego laminatu przy ok. 684 MPa. Lokalizacje zniszczonych elementów oraz wartość parametru uszkodzenia włókien (*DAMAGE Fiber Tensile – DAMAGEFT*) w warstwie 0° w momencie zniszczenia przedstawia rys. 4. Parametr uszkodzenia *DAMAGEFT* związany jest z mechanizmem zniszczenia odpowiadającym zerwaniu włókien przy rozciąganiu.



Rys. 4. Parametr uszkodzenia włókien (*DAMAGEFT*) w warstwie 0° przy obciążeniu 684 MPa
Fig. 4. Fiber tensile damage pattern (0° ply, load 684 MPa)

Porównanie wartości obciążeń w kolejnych etapach zniszczenia przy użyciu modelu progresywnego zniszczenia laminatu oraz procedur analitycznych przedstawiono w tabeli 1.

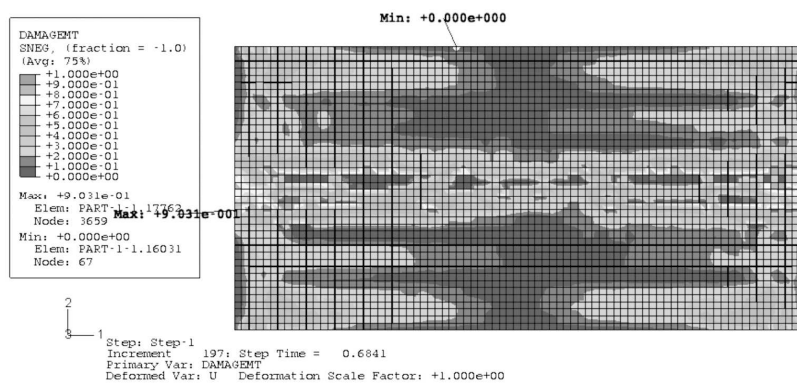
Tabela 1

Wartości obciążenia próbki w poszczególnych etapach zniszczenia [MPa]

Etap zniszczenia	Progresywne zniszczenie laminatu (ABAQUS)	Obliczenia analityczne (Mathcad)	
		kryterium maksymalnego naprężenia	kryterium Azzi'ego-Tsaia-Hilla
Uszkodzenie matrycy w warstwie 90°	200	204	204
Uszkodzenie matrycy w warstwie 0°	545	598	456
Nośność laminatu	684	700	694

Sporą różnicę dostrzec można między początkiem uszkodzenia matrycy w warstwie 0°. Wartości obliczone dla ww. kryteriów wynoszą odpowiednio 598 MPa i 456 MPa, a prognozowana w modelu wartość – 545 MPa. Różnica pomiędzy pierwszymi spowodowana jest interakcją naprężeń σ_1 i σ_2 w kryterium A-T-H, a jej brakiem w kryterium maksymalnego naprężenia. W wykonanym modelu uzyskana wartość 545 MPa dotyczy inicjacji w jednym elemencie (lokalnie), a dopiero przy ok. 600 MPa uszkodzenie obejmuje całą warstwę 0°. Wartość ta jest bliska uzyskanej z kryterium maksymalnego naprężenia, ponieważ

zastosowane kryterium Hashina, redukuje się w analizowanym przypadku do kryterium maksymalnego naprężenia. Wartości parametru uszkodzenia matrycy w warstwie 0° w momencie zniszczenia próbki pokazano na rys. 5.



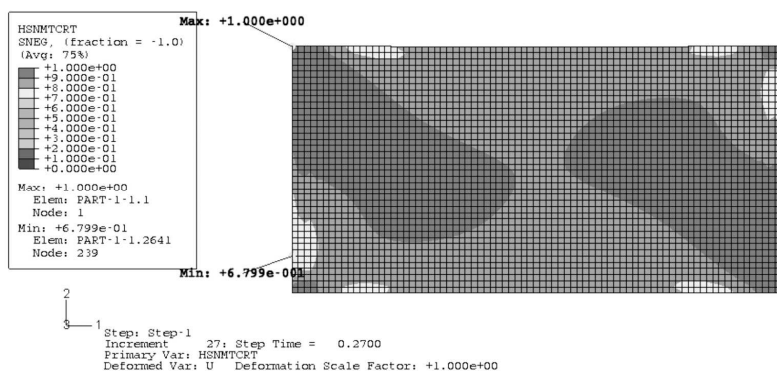
Rys. 5. Parametr uszkodzenia matrycy (*DAMAGE Matrix Tensile - DAMAGEMT*) w warstwie 0° przy obciążeniu 684 MPa

Fig. 5. Matrix tensile damage pattern (0° ply, 684 MPa load)

W chwili zniszczenia parametr uszkodzenia matrycy w warstwie 90° w większości elementów przyjmuje wartość 0,9, poza wąskimi pasmami w pobliżu obciążonych brzegów, gdzie wartości są bliskie lub równe 1. Należy to wiązać z warunkami kinematycznymi nałożonymi na próbkę. Nośność laminatu na podstawie powyższej analizy wynosi $\sigma_{ULF} = 684$ MPa.

5.2. Analiza wyników dla laminatu [0/60/-60]_s

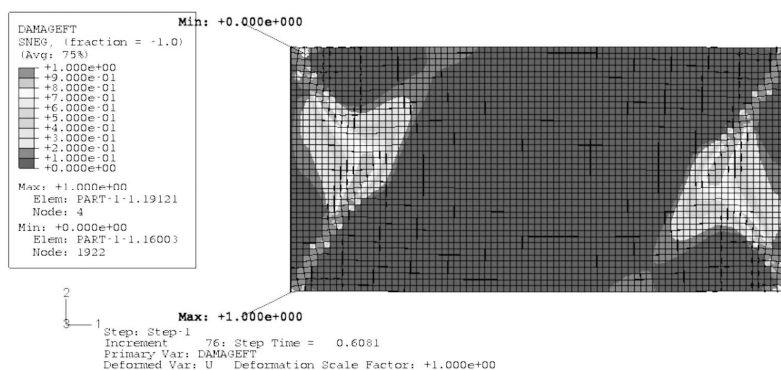
W pierwszej kolejności uszkodzeniu związanemu z rozciąganiem matrycy ulegają warstwy $\pm 60^\circ$. Zainicjowanie uszkodzenia zachodzi przy ok. 180 MPa w narożnikach próbki, następnie rozwija się ono w kierunku środka próbki (rys. 6). Wszystkie elementy



Rys. 6. Wartość kryterium inicjacji uszkodzenia (*HaShiN Matrix Tensile CRiTerion - HSNMTCRT*) w warstwie 60° przy obciążeniu 270 MPa

Fig. 6. Fiber tensile initiation criterion (60° ply, 270 MPa load)

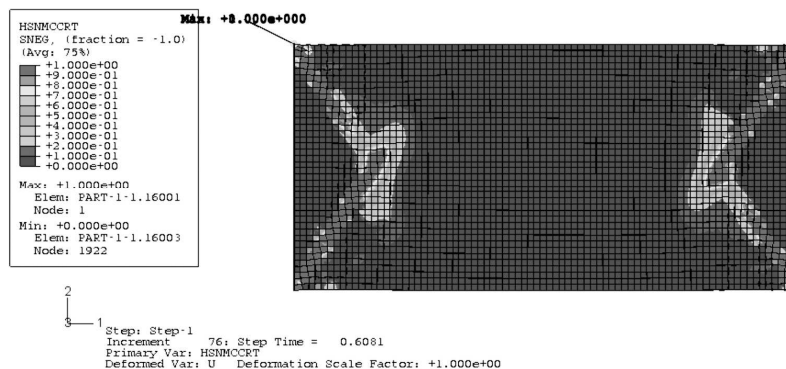
warstwy zostają uszkodzone przy ok. 330 MPa. Uszkodzenie włókien warstwy 0° również zostaje zapoczątkowane w narożnikach próbki przy ok. 470 MPa. Uszkodzenie rozwija się w kierunku odpowiadającym orientacji włókien warstw $\pm 60^\circ$. Całkowite zniszczenie laminatu następuje przy obciążeniu 608 MPa. Parametr uszkodzenia włókien dla $ULF = 608$ MPa przedstawia rys. 7.



Rys. 7. Parametr uszkodzenia włókien (*DAMAGEFT*) w warstwie 0° przy obciążeniu 608 MPa

Fig. 7. Fiber tensile damage pattern (0° ply, 608 MPa load)

W ostatniej fazie zniszczenia od ok. 600 MPa zaczyna się również niszczyć matryca w warstwie 0° w wyniku ściskania. Mapę wartości kryterium inicjacji uszkodzenia matrycy (*HaShiN Matrix Compressive CRiTerion – HSNMCCRT*) przedstawia rys. 8.



Rys. 8. Wartość kryterium inicjacji (*HSNMCCRT*) w warstwie 0° przy obciążeniu 608 MPa

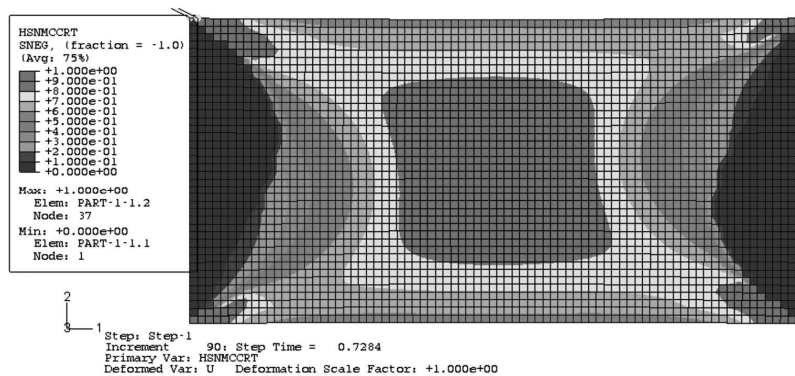
Fig. 8. Matrix compressive initiation criterion (0° ply, 608 MPa load)

W tym przypadku określona nośność laminatu ($\sigma_{ULF} = 608$ MPa) mieści się pomiędzy wartościami nośności obliczonymi analitycznie. Przy zastosowaniu kryterium Azzi'ego-Tsaia-Hilla oraz kryterium maksymalnego naprężenia wartości te wynoszą odpowiednio 526 i 692 MPa.

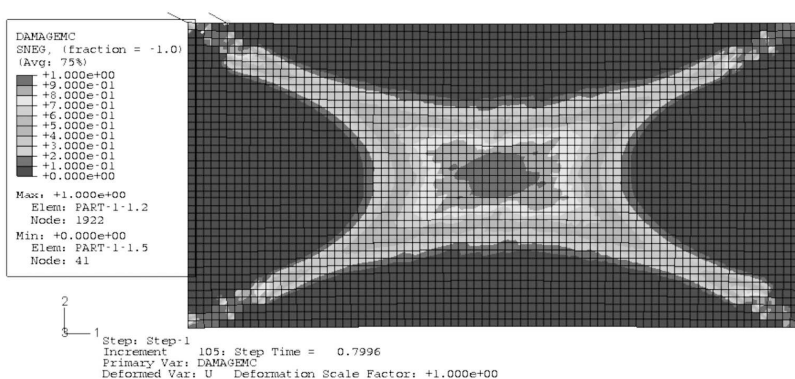
5.3. Analiza wyników dla laminatu $[0/30/-30]_s$

W tym przypadku mechanizm zniszczenia jest bardziej skomplikowany. Choć jako pierwsze pojawiają się uszkodzenia matrycy przez rozciąganie w warstwach $\pm 30^\circ$ w narożnikach próbki (przy obciążeniu ok. 360 MPa), to jednak w całym procesie zniszczenia tych warstw dominuje mechanizm związany ze ściskaniem matrycy i ścinaniem. Pierwsze uszkodzone elementy związane z tym mechanizmem uszkodzenia pojawiają się już przy obciążeniu ok. 520 MPa w narożnikach próbki, a przy ok. 730 MPa w centralnej części próbki (rys. 9). Od tego momentu następuje bardzo szybka ewolucja zniszczenia warstw $\pm 30^\circ$.

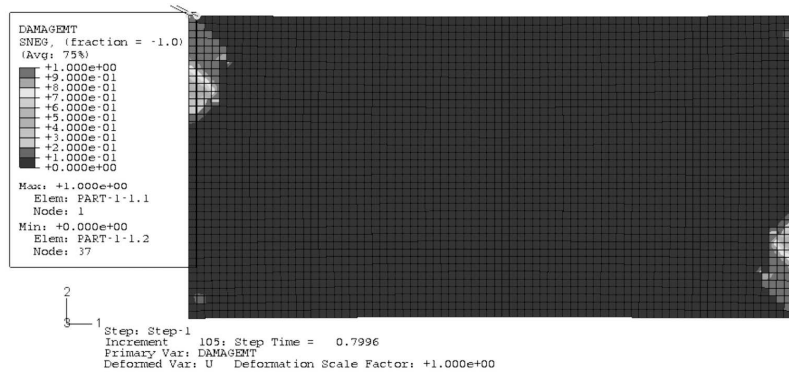
W momencie całkowitego zniszczenia laminatu wartości parametrów uszkodzenia *DAMAGEMC* (*DAMAGE Matrix Compressive*) oraz *DAMAGEMT* przedstawiają odpowiednio rys. 10 oraz rys. 11.



Rys. 9. Wartość kryterium inicjacji (*HSNMCCRT*) w warstwie 30° przy obciążeniu 728 MPa
Fig. 9. Matrix compressive initiation criterion (30° ply, 728 MPa load)

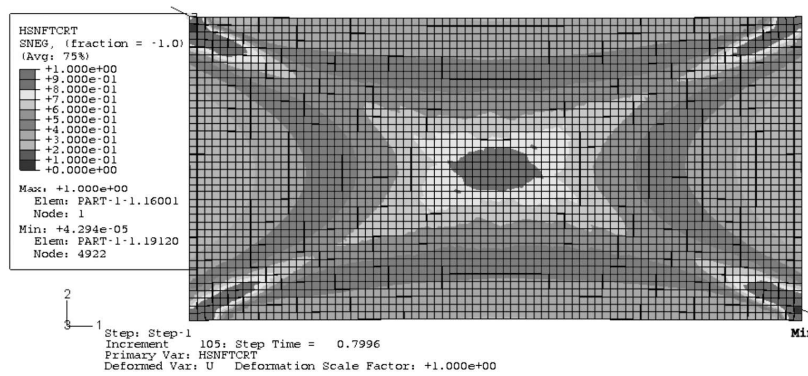


Rys. 10. Parametr uszkodzenia matrycy (*DAMAGEMC*) w warstwie 30° przy obciążeniu 800 MPa
Fig. 10. Matrix compressive damage pattern (30° ply, 800 MPa load)



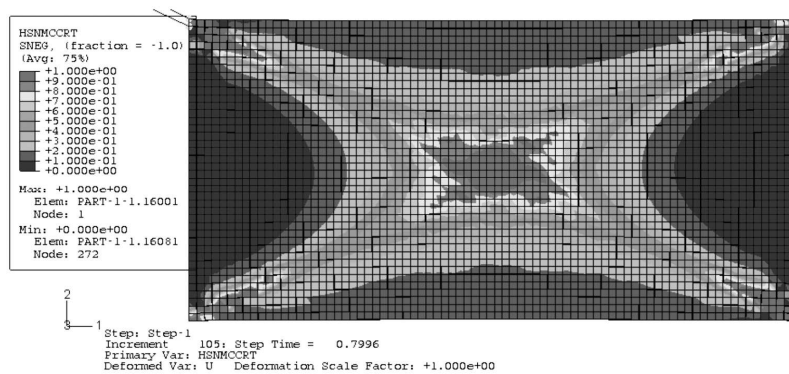
Rys. 11. Parametr uszkodzenia matrycy (*DAMAGEMT*) w warstwie 30° przy obciążeniu 800 MPa

Fig. 11. Matrix tensile damage pattern (30° ply, 800 MPa load)



Rys. 12. Wartość kryterium inicjacji (*HSNFTCRT*) w warstwie 0° przy obciążeniu 800 MPa

Fig. 12. Fiber tensile initiation criterion (0° ply, 800 MPa load)



Rys. 13. Wartość kryterium inicjacji (*HSNMCCRT*) w warstwie 0° przy obciążeniu 800MPa

Fig. 13. Matrix compressive initiation criterion (0° ply, 800 MPa load)

Zniszczenie całego laminatu następuje przy ok. 800 MPa. Zniszczeniu ulegają włókna warstwy 0°. Przy ostatnim poziomie obciążenia, dla którego możliwe było uzyskanie równowagi statycznej układu, wyężenie warstwy 0° określone poprzez kryteria inicjacji *HSNFTCRT* (*HaShiN Fiber Tensile CRiTerion*) oraz *HSNMCCRT* przedstawia rys. 12 oraz rys. 13.

Przedstawiona powyżej analiza nośności laminatu prowadzi do wartości $_{ULF} = 800$ MPa. Dla porównania nośność laminatu obliczona analitycznie przy zastosowaniu kryterium Azzi'ego-Tsaia-Hilla i kryterium maksymalnego naprężenia wynosi odpowiednio 768 i 833 MPa.

6. Wnioski

W artykule przedstawiono model progresywnego zniszczenia kompozytów włóknistych, rozpatrujący różne mechanizmy zniszczenia. Przeprowadzono analizę wytrzymałościową laminatów kompozytowych przy użyciu opisanego modelu zniszczenia w programie ABAQUS. W pewnym zakresie wykonano także obliczenia według własnych procedur z wykorzystaniem programu Mathcad. Rezultaty obliczeń numerycznych porównano z obliczeniami analitycznymi, w zakresie ostatecznej nośności i kolejności uszkodzania się poszczególnych warstw. Dla obu metod uzyskiwano zbliżone wartości nośności i podobny sposób uszkodzania się laminatów.

Literatura

- [1] ABAQUS 6.6. User's Manual, Abaqus Inc., Providence, RI, USA, 2006.
- [2] Bażant Z.P., Oh B.H., *Crack band theory for fracture of concrete*, Materials and Structures, 1983, 16, 155-177.
- [3] Camanho P.P., Dávila C.G., *Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials*, NASA/TM-2002-0211737, 2002, 1-37.
- [4] Dávila C.G., Camanho P.P., *Failure criteria for FRP laminates in plane stress*, Tech. Rep. NASA/TM-2003-212663, 2003.
- [5] German J., *The influence of intralaminar damage on mechanical properties of composite laminates*, Engineering Transactions, 2004, 52, 271-296.
- [6] German J., *Constitutive relation for an orthotropic body with damage*, The Archive of Mechanical Engineering, Vol. 51, No. 3, 2004.
- [7] Hashin Z., *Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites*, Journal of Applied Mechanics, Vol. 47, 1980, 329-334.
- [8] Highsmith A.L., Reifsnider K.L., *Stiffness-Reduction Mechanisms in Composite Laminates*, Damage in Composite Materials, ASTM STP 775, Ed. Reifsnider K.L., American Society for Testing and Materials, 1982, 103-117.
- [9] Laws N., Dvorak G.J., Hejazi M., *Stiffness changes in unidirectional composites caused by crack systems*, Mechanics of Materials, 1983, 2, 123.
- [10] Lopes C.S., Camanho P.P., Gürdal Z., Tatting B.F., *Progressive failure analysis of tow-placed, variable-stiffness composite panels*. International Journal of Solids and Structures, 2007, Vol. 34, 8493-8516.

- [11] Łapczyk I., Hurtado J.A., *Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials*, Composites: Part A, 2007, 38, 2333-2341.
- [12] Kachanov L.M., *On the time to failure under creep conditions*, Izv AN, Otd Tekhn 1958, Vol. 8, 26-31.
- [13] Maimí P., Camanho P.P., Mayugo J.A., Dávila C.G., *A continuum model for composite laminates: Part I – Constitutive model, Part II – Computational implementation and validation*, Mechanics of Materials, 2007, Vol. 39, 897-919.
- [14] Matzenmiller A., Lubliner J., Taylor L.R., *A constitutive model for anisotropic damage in fiber composites*, Mechanics of Materials, 1995, Vol. 20, 125-152.
- [15] Pinho S.T., *Modeling failure of laminated composites using physically-based failure models*, PhD Thesis, Department of Aeronautics, Imperial College London, 2005.
- [16] Sleight D., *Progressive failure analysis methodology for laminated composite structures*, NASA/TP-1999-209107, 1999.
- [17] Tarleja R., *Transverse cracking and stiffness reduction in composite laminates*, Journal of Composite Materials, 1985;19, 355.