BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
2-B/2009
ZESZYT 9
ROK 106
ISSUE 9
YEAR 106

KRZYSZTOF GROMYSZ*, ŁUKASZ DROBIEC*, ZBIGNIEW PAJĄK*

PROBLEMY ZABUDOWANIA NOWYCH DZWONÓW W WIEŻY KOŚCIOŁA MARIACKIEGO W KATOWICACH

SOME ASPECTS OF BUILDING NEW BELLS IN THE MARIACKI CHURCH TOWER IN KATOWICE

S t r e s z c z e n i e

W artykule omówiono problemy związane z zabudowaniem nowych dzwonów w wieży Kościoła Mariackiego w Katowicach. W ramach prowadzonych obecnie prac renowacyjnych zaplanowano zamontowanie na wieży kościoła trzech nowych dzwonów o masach: 1200 kg, 600 kg i 300 kg.
W pracy przedstawiono obliczeniową analizę wpływu drgań nowych dzwonów na mury wieży kościoła – zamieszczono wyniki analizy modalnej dla wieży kościoła, a także obliczono siły bezwładności przekazywane z dzwonów na wieżę. Uzyskane wartości naprężeń w wieży kościoła, będące efektem działających sił bezwładności od pracy dzwonów okazały się pomijalnie małe.

Słowa kluczowe: kościół, dzwony, renowacja, drgania, analiza modalna

A b s t r a c t

Mariacki Church in Katowice was built in years 1862-1870. During World War II church bells were dismounted from the church tower. There was left just one little bell of 290 kg weight. Presently three new church bells of 1200 kg, 600 kg and 300 kg weights were built in the church tower.
The paper presents some problems with building in new bells as well as calculation aspect of the undertaken. Results of modal analysis of church tower are presented. The paper presents also the way of calculation of inertia forces transmitted from bells and acting on the tower. Obtained stresses in tower, as an effect of inertia forces are negligible small.

Key words: church, bells, renovation, vibrations, modal analysis

* Dr inż. – Politechnika Śląska

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

1. Wstęp

Zabudowa dzwonów w murowanych smukłych wieżach kościelnych powinna być poprzedzona stosowną analizą statyczną i dynamiczną. Jest to szczególnie istotne w wypadku obiektów zabytkowych, w których często nieznaczny wzrost obciążeń może doprowadzać do powstania niepożądanych uszkodzeń. Przedstawiono problemy związane z zabudowaniem nowych dzwonów w wieży kościoła Mariackiego w Katowicach. W wieży pierwotnie były trzy dzwony, które zostały zdemontowane i wywiezione przez okupanta w latach 40 XX w. Od tego czasu w wieży działał tylko jeden dzwon o masie 290 kg, zawieszony na stalowej konstrukcji kozłowej. W ramach prowadzonych obecnie prac renowacyjnych zaplanowano powrót do dawnego stanu i zamontowanie w wieży 3 nowych dzwonów o masach 1200 kg, 600 kg i 130 kg. W referacie przedstawiono obliczeniową analizę wpływu drgań nowych dzwonów na mury wieży kościoła.

2. Opis konstrukcji kościoła

Kościół Niepokalanego Poczęcia Najświętszej Marii Panny w Katowicach, znany jako Kościół Mariacki, jest najstarszym zachowanym parafialnym kościołem katolickim Katowic. Zbudowano go w latach 1862-70, w stylu neogotyckim, na planie krzyża łacińskiego, według projektu architekta Alexisa Langera. Poświęcenia kościoła dokonał 20 listopada 1870 roku wrocławski biskup sufragan Adrian Włodarski.

Kościół w rzucie poziomym ma wymiary ok. 50,0 m x 28,5 m. Nawa główna ma szerokość 15,0 m i wysokość 15,0 m. Kościół jest zorientowany na osi wschód-zachód, z głównym wejściem od strony zachodniej. Archiwalne szkice elewacji kościoła pokazano na rys. 1.

Układ przestrzenny Kościoła Mariackiego stanowi czteroprzęsłowa, jednonawowa bryła z rzędem bocznych kaplic, z przejściami między przyporami wykonanymi w taki sposób, że sprawiają one wrażenie naw bocznych. Kościół ma transept i jednoprzęsłowe wieloboczne prezbiterium, do którego przylega zakrystia. Na piętrze przy prezbiterium znajduje się oratorium. Od strony frontowej (zachodniej) kościół ma wysoką (ok. 65 m) oktagonalną wieżę w stylu, typowego dla Langera, neogotyku z akcentami szkoły nadreńskiej. Wieżę poprzedza duża kruchta wykonana na rzucie połowy sześciokąta. Dwie mniejsze kruchty znajdują się przy bocznych wyjściach na przedłużeniach ramion transeptu.

Kościół posadowiono na kamiennych fundamentach na poziomie około 2,65 m poniżej poziomu posadzki i przyległego terenu. Ściany zewnętrzne i przypory wykonano jako dwuwarstwowe z cegły na zaprawie wapiennej oraz okładziny zewnętrznej z ciosów piaskowca, układanych również na zaprawie wapiennej. Strop chóru oraz sklepienia nad nawami wykonano jako ceramiczne. Nawę główną i nawy boczne, nad sklepieniami przekrywa drewniana więźba dachowa, pokryta łupkiem. Konstrukcja ścian wieży, podobnie jak i całego kościoła, jest dwuwarstwowa murowana z cegły i kamienia. Wieżę od poziomu +41,0 m wieńczy również murowany ostrosłupowy hełm. Pomieszczenie dzwonów usytuowane jest na wysokości od około +20,0 m do +27,8 m.

3. Konstrukcja wsporcza dzwonów

Od połowy XX wieku w wieży znajdował się jeden dzwon (rys. 2) o masie 290 kg. Dzwon ten zawieszono na wsporczej stalowej konstrukcji kozłowej, opartej na ścianach za pośrednictwem wmurowanych par ceowników][140.

Zgodnie z informacjami uzyskanymi od proboszcza kościoła w wieży pierwotnie były trzy dzwony, które zostały zdemontowane przez okupanta w latach 40. XX w. Dzwony te zamontowane były na, zachowanej do dziś, drewnianej konstrukcji z bali 280 x 280 mm, wspartej na wygiętych szynach stalowych o wysokości 130 mm ze ściągiem z płaskownika 12 x 50 mm, pełniących rolę amortyzatorów - rys. 3. Obecnie drewniana konstrukcja pod dawne dzwony pełni jedynie rolę podestów pośrednich, służących do obsługi istniejącego dzwonu.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

a) b)

Rys. 1. Szkice kościoła: a) elewacja zachodnia, b) elewacja południowa
Fig. 1. Drawings of church: a) western elevation, b) southern elevation

Rys. 2. Dzwon zawieszony na stalowej konstrukcji kozłowej
Fig. 2. Bell on the steel trestle structure

Rys. 3. Dawna konstrukcja stropu dzwonnicy z łukowymi stalowymi „amortyzatorami”
Fig. 3. Old construction of bells tower floor with steel arch “shock absorbers”

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

W wieży kościoła, zaplanowano zawieszenie trzech nowych dzwonów, nazwanych: „Maryja Niepokalana” o masie 1200 kg, „Szramek” o masie 600 kg i „Damian”, ważący 130 kg. Widok dzwonów pokazano na rys. 4. Dzwony zamierzano zawiesić na istniejącej stalowej konstrukcji kozłowej. Konstrukcja ta jednak wykazywała znaczne zużycie i liczne uszkodzenia korozyjne - rys. 5. Przeprowadzona analiza obliczeniowa wykazała, że istniejąca stalowa konstrukcja będzie miała niewystarczającą nośność przy nowych znacznie większych obciążeniach. Zaprojektowano więc nową stalową konstrukcję wsporczą pod dzwony.

Rys. 4. Nowe dzwony, przewidziane do zwieszenia w wieży Kościoła Mariackiego, od lewej: „Szramek”, „Damian”, „Maryja Niepokalana”.

Fig. 4. New bells foreseen to be built into Mariacki Church in Katowice .

Rys. 5. Uszkodzenia korozyjne istniejącej stalowej konstrukcji wsporczej dzwonu.

Fig. 5. Corrosive damages of steel supporting structure for bell .

4. Analiza wpływu nowych dzwonów na konstrukcję wieży kościoła

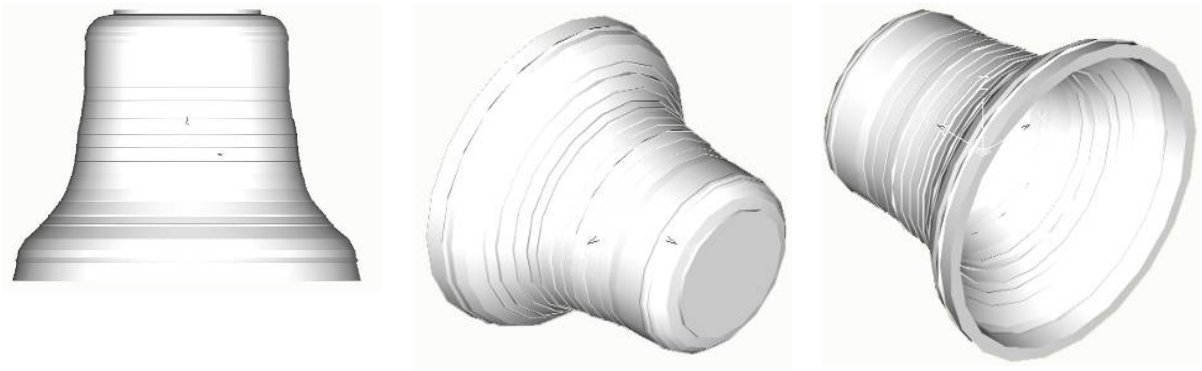
Celem prowadzonej analizy jest określenie wpływu obciążeń dynamicznych pochodzących przede wszystkim od niewyważenia dzwonów na wartości naprężeń wywoływanych w murach wieży. Aby określić wpływ nowych dzwonów na konstrukcję określono ich charakterystyki dynamiczne. W tym celu przeprowadzono szczegółowy pomiar kształtu poszczególnych dzwonów a następnie zdefiniowano model przestrzenny każdego z nich. Uzyskany model największego dzwonu „Maryja Niepokalana”, w różnych widokach zobrazowano na rys. 6. Obliczono promienie bezwładności bryły dzwonu względem środka ciężkości, które wynosiły $i_x = i_y = 40{,}74$ cm.

Masowy moment bezwładności względem środka obrotu wyznaczono z zależności:

$$I = i_x^2 m + e^2 m \tag{1}$$

w której: m – masa dzwonu. Po podstawieniu uzyskano $I = 247{,}60\ kg \cdot m^2$.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ



Rys. 6. Model dzwonu wykonany w celu wyznaczenia masowego momentu bezwładności.
Fig. 6. Bell model used for determination of mass inertia moment.

Dzwon będzie napędzany urządzeniem elektrycznym, w związku z tym będzie wykonywał drgania wymuszone. Założono, że okres wymuszenia będzie równy okresowi drgań własnych.

Na swobodnie drgający dzwon, przy pominięciu tłumienia, oddziaływają następujące siły, odpowiadające za jego ruch (rys. 7):

– siła bezwładności:

$$B = I\frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

– pozioma składowa siły grawitacji:

$$-mge\sin\theta \tag{3}$$

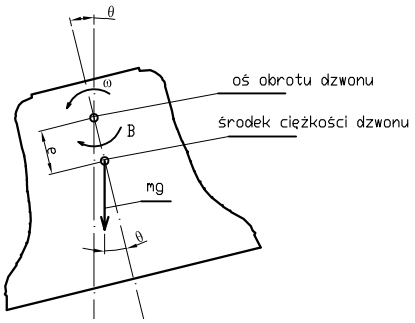
gdzie:

θ - kątowa współrzędna położenia dzwonu,
I - moment bezwładności dzwonu względem osi obrotu,
m - masa dzwonu,
g - przyśpieszenie ziemskie,
e - mimośród środka ciężkości względem osi obrotu.

Siły te sprowadza się do środka ciężkości dzwonu.

Porównując, zgodnie z zasadą d'Alemberta, siły (2) i (3) oraz przyjmując, że dla małych kątów zachodzi $\sin\theta \approx \theta$ otrzymuje się równanie różniczkowe drugiego rzędu:

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} + mge\theta = 0 \tag{4}$$



Rys. 7. Siły oddziałujące na dzwon przy danym kierunku chwilowej prędkości kołowej ω i założonym braku tłumienia drgań.
Fig. 7. Forces acting on the bell for given direction of circular velocity ω and for assumed lack of vibration damping.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Postępując zgodnie z konwencją rozwiązywania tego typu zagadnień, równanie (4) podzielono przez moment bezwładności dzwonu *I* oraz przyjęto oznaczenie:

$$\omega^2 = \frac{mge}{I} \tag{5}$$

i otrzymano równanie:

$$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0\,, \tag{6}$$

Z rozwiązania tego równania można wykazać, że dzwon wykonuje drgania harmoniczne, których okres drgań oblicza się z wzoru:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{7}$$

Po podstawieniu za ω zależności (5) wyrażenie na okres drgań dzwonu uzyskuje postać:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mge}} \tag{8}$$

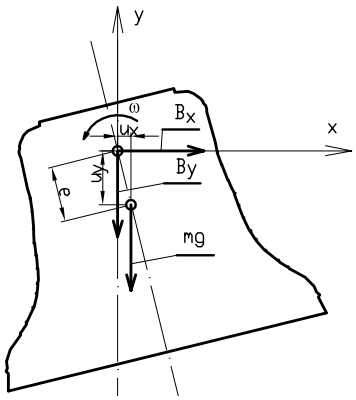
Przykładowo dla największego dzwonu otrzymano:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{247{,}695}{1200 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}201}} = 2{,}033\,\text{s}.$$

Siły przekazywane na wieżę przez dzwon

W celu określenia sił przekazywanych przez niewyważenie dzwonu na wieżę poprzez zawieszenie wprowadzono prostokątny układ współrzędnych (x, y) jak na rys. 8. W układzie tym opisano położenie środka ciężkości dzwonu za pomocą współrzędnych biegunowych, to jest za pomocą kąta ωt oraz mimośrodu e:

$$u_x = e\cos(\omega t),\; u_y = e\sin(\omega t) \tag{9}$$



Rys. 8. Siły bezwładności przekazywane przez dzwon na oś obrotu
Fig. 8. Inertia force from the bell on the rotation axis

Siły bezwładności w kierunku „x" i „y" wyrażono jako iloczyn drugich pochodnych współrzędnych u_x, u_y przez masę dzwonu:

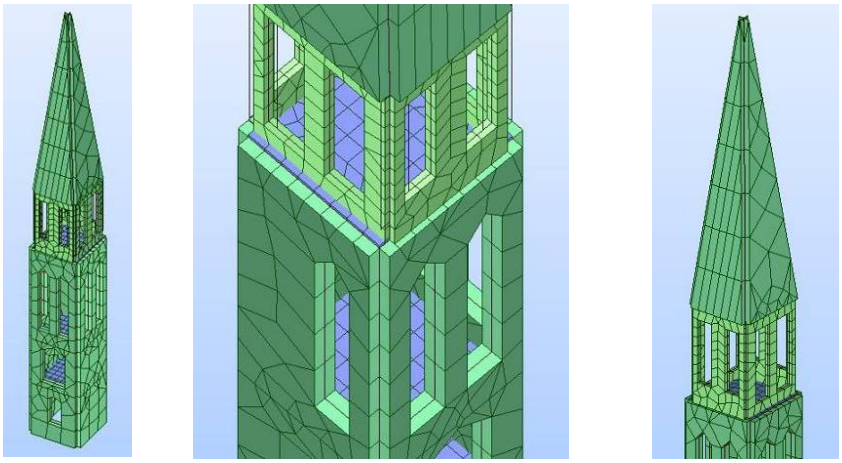
$$B_x = -me\omega^2\cos(\omega t),\; B_y - me\omega^2\sin(\omega t) \tag{9'}$$

5. Analiza modalna konstrukcji

Pierwszym krokiem w prowadzonej analizie było zdefiniowanie modelu konstrukcji utwierdzonej w sprężystym podłożu [1]. Fragmenty uproszczonego modelu obiektu przedstawiono na rys. 9. Tak

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

zdefiniowaną konstrukcję rozwiązano wykorzystując metodę elementów skończonych. Jak wiadomo, metoda ta polega na wyznaczaniu nieznanych wartości naprężeń w przyjętych węzłach konstrukcji. Obszary między węzłami modelowane są z wykorzystaniem funkcji kształtu. Zadaniem funkcji kształtu jest opisanie energii nagromadzonej w obszarach między węzłami jako funkcji przemieszczeń węzłów.



Rys. 9. Model wieży.
Fig. 9. Model for the bell tower.

Wewnętrzne i zewnętrzne siły oporu ruchu uwzględniane są przez poszczególne elementy globalnej macierzy tłumienia $\mathbf{B}$. Zakładając, że mamy do czynienia z tłumieniem proporcjonalnym, macierz ta wyraża się zależnością:

$$\mathbf{B} = \alpha\mathbf{A} + \beta\mathbf{C}, \tag{10}$$

w której:

A - globalna macierz bezwładności,
C - globalna macierz sztywności,
α, β - współczynniki tłumienia zewnętrznego i wewnętrznego.

Obciążenie modelu stanowią wymuszenia dynamiczne opisane w poprzednim punkcie. Poszukiwaną niewiadomą jest wektor położenia węzłów **q**.

Pierwszym krokiem rozwiązywania układu jest analiza modalna konstrukcji, prowadząca do zagadnienia własnego, a pozwalająca wyznaczyć wektory własne i odpowiadające im częstości kołowe drgań. Zasadę postępowania przedstawiono tu na przykładzie drgań swobodnych bez tłumienia, to jest przy założeniu, że **B** = **0**. Wówczas równanie ruchu przyjmuje postać:

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} = \mathbf{0}. \tag{11}$$

Pozostając na gruncie liniowych równań dynamicznych, zakłada się, że poszukiwane rozwiązanie ma postać:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{bmatrix} \sin(\omega t + \theta) = \boldsymbol{\Psi} \sin(\omega t + \theta) \cdot \tag{12}$$

Ze względu na fakt, że w tej części analizy przyjęto układ bez tłumienia, różnica faz θ między wymuszeniem a tłumieniem jest równa zeru, zaś wektor $\boldsymbol{\Psi}$ jest wektorem własnym. Elementy wektora $\ddot{\mathbf{q}}$ odpowiadają przyśpieszeniu poszczególnych współrzędnych węzłów. Założenie (12) pozwala łatwo wyznaczyć elementy wektora przyśpieszeń jako drugą pochodną po czasie z wektora (12):

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\omega^2 \boldsymbol{\Psi} \sin(\omega t + \theta). \tag{13}$$

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

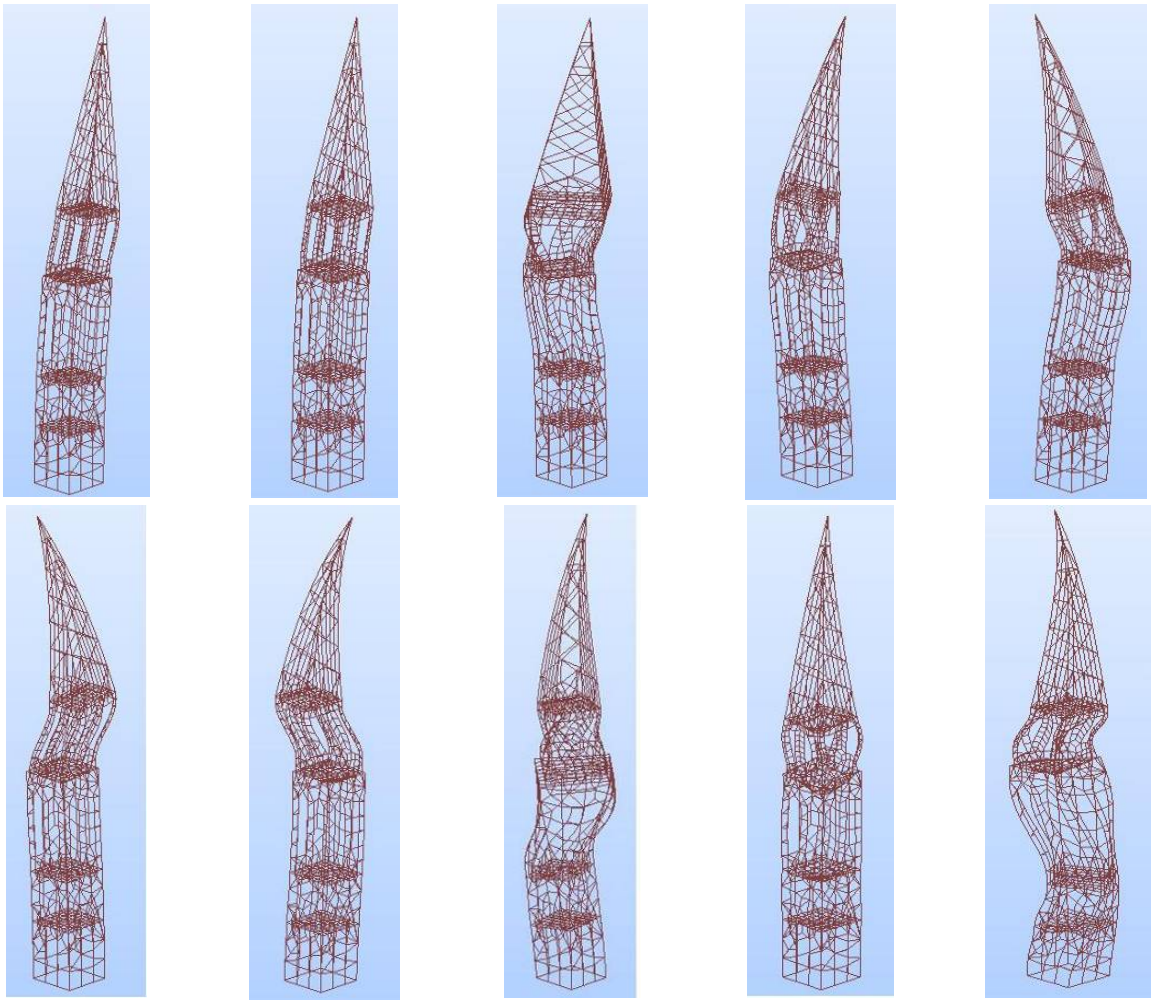
Podstawienie zależności (12) i (13) do (11) prowadzi do układu równań w postaci macierzowej:

$$-\omega^2 \mathbf{A}\boldsymbol{\Psi}\sin(\omega t+\theta)+\mathbf{C}\boldsymbol{\Psi}\sin(\omega t+\theta)=(\mathbf{C}-\omega^2\mathbf{A})\boldsymbol{\Psi}\sin(\omega t+\theta)=\mathbf{0}. \tag{14}$$

Powyższe oznacza, że rozwiązanie zagadnienia własnego sprowadza się do rozwiązania układu jednorodnego:

$$(\mathbf{C}-\omega^2\mathbf{A})\boldsymbol{\Psi}=\mathbf{0}. \tag{15}$$

Znalezienie niezerowego rozwiązania jest możliwe pod warunkiem, że $|\mathbf{C}-\omega^2\mathbf{A}|=0$. Rozwiązanie tego zagadnienia prowadzi do wyznaczenia częstości kołowych drgań ω_i, których liczba jest równa liczbie stopni swobody zamodelowanego obiektu, to jest liczbie współrzędnych pozwalających opisać położenie wszystkich węzłów modelu wieży w przestrzeni. Każdej częstości kołowej odpowiada wektor $\boldsymbol{\Psi}_i$, który opisuje możliwe przemieszczenia wszystkich współrzędnych węzłów z daną częstością kołową. Pary $(\omega_i, \boldsymbol{\Psi}_i)$ opisują drgania własne układu. Ruch swobodny układu wywołany warunkami początkowymi jest ruchem złożonym z drgań własnych. Częstości drgań własnych wyznaczają częstości rezonansowe, to znaczy takie częstości wymuszenia, które wywołują znaczne przemieszczenia układu. Jeżeli rozpatruje się układ bez tłumienia wymuszenie rezonansowe prowadzi do nieograniczonego przyrostu sił wewnętrznych. Z praktycznego punktu widzenia tylko kilka pierwszych drgań własnych ma istotne znaczenie.



Rys. 10. Pierwszych dziesięć postaci drgań własnych.
Fig. 10. First ten modes of free vibrations.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

W tabeli 1 zestawiono pierwszych 10 okresów drgań własnych i odpowiadających im częstotliwości, zaś na rysunku 10 dziesięć pierwszych postaci drgań własnych.

T a b e l a 1

Częstości i okresy drgań własnych oraz procentowy udział masy w poszczególnych postaciach drgań własnych

Przypadek/forma	Częstotliwość [Hz]	Okres [sek.]	Relat. masy UX [%]	Relat. masy UY [%]	Relat. masy UZ [%]
5/ 1	2,09	0,48	0,56	49,11	0,00
5/ 2	2,13	0,47	48,63	49,71	0,00
5/ 3	6,62	0,15	50,26	49,81	0,00
5/ 4	8,32	0,12	70,05	50,12	0,00
5/ 5	9,61	0,10	70,18	71,47	0,00
5/ 6	11,99	0,08	70,18	72,65	0,07
5/ 7	13,40	0,07	75,44	72,67	0,07
5/ 8	17,30	0,06	79,00	74,18	0,07
5/ 9	21,00	0,05	79,02	74,26	62,54
5/ 10	24,40	0,04	86,71	75,50	62,74

6. Wartości naprężeń wywołane oddziaływaniem dzwonów

Przeprowadzone powyżej obliczenia pozwoliły zdefiniować obciążenie wywołane niewyważeniem dzwonów w postaci wymuszeń harmonicznych oraz zbudować model konstrukcji wieży, a także określić jego podstawowe własności dynamiczne. Dane te są punktem wyjścia do wyznaczenia wartości naprężeń wywołanych przez harmoniczne oddziaływanie dzwonów. Obciążenie modelu stanowi sześć harmonicznych sił, po dwie dla każdego dzwonu. Oznacza to, że w przyjętym sposobie postępowania uwzględniono zarówno harmoniczne siły pionowe oraz poziomie przekazywane przez dzwony. Siły zostały przyłożone w modelu w poziomie stropu zamocowania dzwonów.

T a b e l a 2

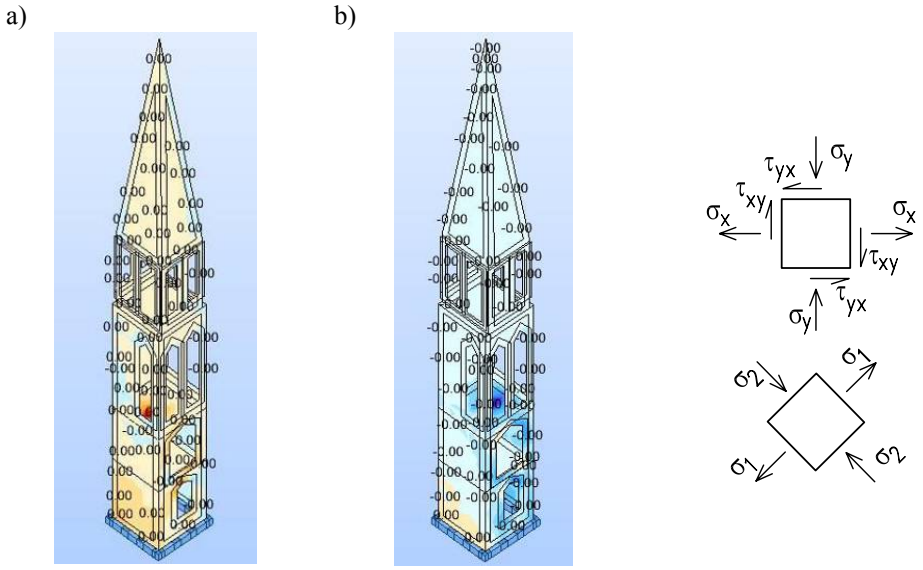
Definicja schematów obciążenia modelowanej konstrukcji

Schemat obciążenia	Dzwon	Częstość kołowa wymuszenia harmonicznego [rad/s]	Amplituda siły wymuszającej w kierunku „x” [kN]	Amplituda siły wymuszającej w kierunku „z” [kN]
nr 1	„Maryja Niepokalana”	3,091	2,304	2,304
nr 2	„Szramek”	3,720	2,283	2,283
nr 3	„Damian”	4,320	1,206	1,206

Na rysunku 11 przedstawiono uzyskane wartości naprężeń głównych σ_1 i σ_2 w konstrukcji wieży. Naprężenia te są kombinacją naprężeń uzyskanych z trzech schematów obciążeń zamieszczonych w tabeli 2. Uzyskane wartości naprężeń są małe i znajdują się poza zakresem dokładności wyników obliczeń numerycznych wyświetlanych przez program komputerowy. Z drugiej strony należy zwrócić uwagę, że siły dynamiczne przekazywane przez dzwony wywołują siły masowe również ponad poziomem stropu, w którym przyłożono siły dynamiczne, wynikające z obciążenia niewyważeniem dzwonów.

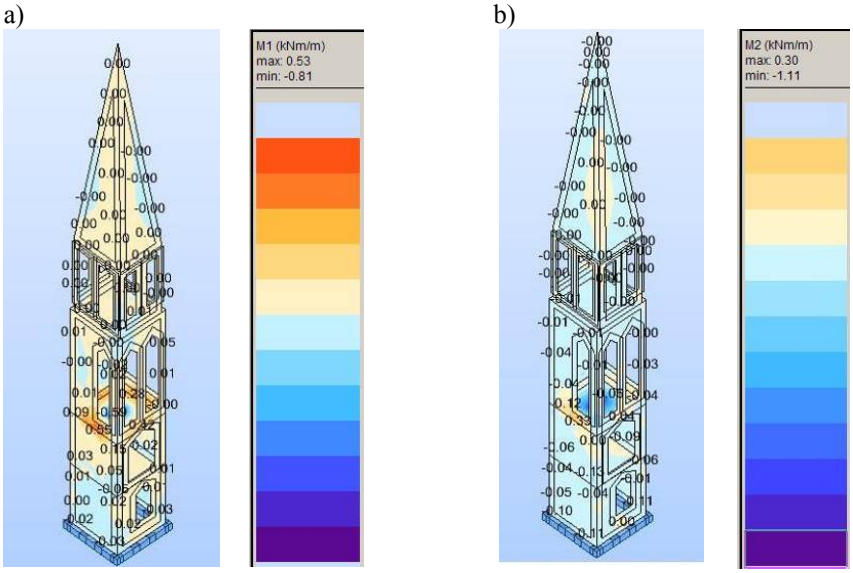
Na rysunku 12 przedstawiono wartości głównych momentów zginających, występujących w ścianach wieży (ściany modelowano jako elementy powłokowe). Wartości tych momentów są małe, przy maksymalnej bezwzględnej wartości 1,11 kNm.

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ



Rys. 11. Wartości naprężeń głównych od obciążenia dzwonami: „Maryja Niepokalana”, „Szramek” i „Damian”
a) naprężenia $\sigma_{1,}$ b) naprężenia σ_2

Fig. 11. Values of main stress from the Bell actions: a) stress $\sigma_{1,}$ b) stress σ_2



Rys. 12. Wartości głównych momentów zginających od równoczesnego obciążenia dzwonami:
„Maryja Niepokalana”, „Szramek” i „Damian”
a) M_1 b) M_2

Fig. 12. Values of the main bending moments from the concurrent bell actions :
a) M_1 b) M_2

7. Montaż nowej konstrukcji pod dzwony i zawieszenie dzwonów

Na podstawie prezentowanych wyników analiz zaprojektowano i wykonano nową konstrukcję kozłową pod dzwony. Konstrukcję zakotwiono w murach wieży i zamontowano na odpowiednio dobranych wibroizolatorach, których zadaniem jest zmniejszenie wpływu drgań przenoszonych bezpośrednio na mury wieży kościoła. Wykonanie nowej konstrukcji pod dzwony powierzono specjalistycznej firmie. Widok poszczególnych etapów montażu konstrukcji i dzwonów pokazano na rys. 13 a i b. Zmontowane dzwony przedstawia rys. 14 a, zaś zbliżenie na płytowy elastomerowy wibroizolator pokazano na rys. 14 b.

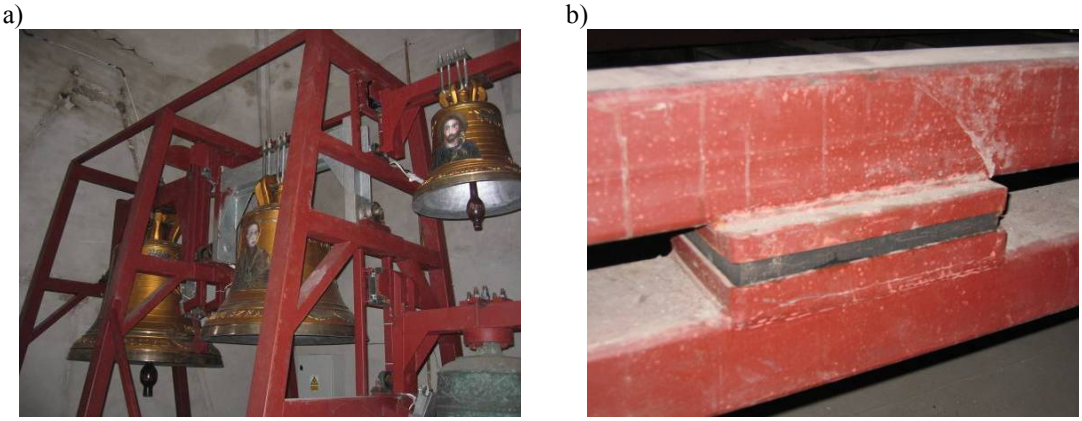
BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

a) b)

Rys. 13. Zabudowanie nowych dzwonów:
a) konstrukcja kozłowa przed montażem b) transport dzwonów na wieżę

Fig. 13. Assembly of the new bells:
a) steel trestle structure before assembly b) transportation of the bells up to the tower

a) b)



Rys. 14. Zabudowanie nowych dzwonów:
a) widok nowych dzwonów b) elastomerowy wibro-izolator

Fig. 14. Assembly of the new bells:
a) general view of the new bells after assembly b) elastomeric vibration isolator

8. Podsumowanie

W pracy wykazano, że zamontowanie na wieży Kościoła Mariackiego 3 nowych dzwonów nieznacznie wpłynie na wartości naprężeń w murach wieży. Należy jednak pamiętać, że dzwony oprócz obciążeń dynamicznych generują również znaczne obciążenia akustyczne. Obciążenia te są trudne do wyznaczenia i zamodelowania, szczególnie przy tak złożonej geometrii murów i stropów (w tym pełniącym rolę tłumika – stropu drewnianego). Dlatego też, aby w pełni wyeliminować ryzyko wystąpienia dodatkowych obciążeń dynamicznych na ściany wieży, nową stalową konstrukcję zaprojektowano na płytowych elastomerowych wibroizolatorach.

L i t e r a t u r a

[1] PN-80/B-03040 *Fundamenty i konstrukcje wsporcze pod maszyny. Obliczenia i projektowanie*

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

BIBLIOTEKA CYFROWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ